

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. В.П. Астафьева (КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Выпускающая кафедра математики и методики обучения математике

Анкова Валерия Владимировна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема: «Факультативный курс «Уравнения с параметрами» в системе предпрофильной подготовки девятиклассников»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы «Математика»



ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой д-р п.н., профессор Л.В.  
Шкерина

17.06.2020

(дата, подпись)

Руководитель д-р п.н., профессор Л.В. Шкерина

Дата защиты 04.07.2020.

Обучающийся Анкова В.В.

16.06.2020

(подпись)

Оценка \_\_\_\_\_

(прописью)

Красноярск 2020

## Оглавление

Введение .....	3
<b>Глава 1. Предпрофильная подготовка обучающихся общеобразовательной школы.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1 Нормативные и концептуальные основы предпрофильной     подготовки обучающихся.....</b>	<b>6</b>
<b>1.2 Факультативные курсы как форма предпрофильного обучения....</b>	<b>12</b>
<b>Глава 2. Методика реализации факультативного курса «Уравнения с параметров» в 9 классе .....</b>	<b>21</b>
<b>2.1 Цели и содержание факультативного курса .....</b>	<b>21</b>
<b>2.2 Методы, формы и средства реализации факультативного курса ...</b>	<b>28</b>
Заключение.....	40
Список литературы .....	41
Приложения.....	46

## Введение

Изучение многих физических процессов и геометрических закономерностей часто приводит к решению уравнений, содержащих параметр. Решение уравнений с параметрами вызывает большие трудности у учащихся, так как их изучение не является отдельной составляющей школьного курса математики, и рассматривается только на немногочисленных факультативных занятиях.

Трудности при изучении данного вида уравнений связаны со следующими их особенностями:

- Обилие формул и методов, используемых при решении уравнений данного вида;
- Возможность решения одного и того же уравнения, содержащего параметр, различными методами.

Выше изложенное обусловило **проблему** исследования, которая заключается в исследовании целесообразности и возможности изучения методов решения уравнений, содержащих параметры, в старших классах общеобразовательной школы и в разработке соответствующей методики факультативного курса для предпрофильной подготовки девятиклассников.

**Цель исследования:** разработать факультативный курс как средство формирования умений обучающихся 9-х классов решать уравнения с параметрами.

**Объектом** исследования является процесс обучения алгебре в 9-х классах.

**Предметом** исследования является содержания и методика реализации факультативного курса «Уравнения с параметрами» в 9 классе.

**Гипотеза исследования:** реализация факультативного курса «Уравнения с параметром» в 9 классе будет способствовать формированию устойчивых

умений обучающихся по решению уравнений с параметром, если разработать и реализовать специальное содержание факультатива и современную методику его реализации.

Проблема, предмет, гипотеза исследования обусловили следующие **задачи**:

- 1) Выявить потенциал действующих учебников по алгебре 7 – 9 классов для формирования умений обучающихся решать уравнения с параметром;
- 2) Составить комплекс заданий, расширяющих потенциал действующих учебников по алгебре 7 – 9 классов для формирования умений обучающихся решать уравнения с параметром;
- 3) Разработать содержание и учебный план факультативного курса «Уравнения с параметром» в 9 классе;
- 4) Разработать методику проведения занятий факультативного курса «Уравнения с параметром» в 9 классе;

**Методы исследования:** теоретический анализ психолого-педагогической и методической литературы; моделирование и проектирование; наблюдение и анализ образовательной практики.

**Научная новизна** работы состоит в разработке факультативного курса «Уравнения с параметром» в системе предпрофильной подготовки девятиклассников.

**Практическая значимость** работы состоит в разработке методического обеспечения факультативного курса для дальнейшего использования в образовательных учреждениях.

**Содержание** выпускной квалификационной работы состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложений.

Во **введении** обоснована актуальность данного исследования, сформулирована его цель, объект, предмет, гипотеза и задачи; теоретическая и практическая значимость, охарактеризованы методы исследования.

В **первой главе** «Предпрофильная подготовка обучающихся общеобразовательной школы» рассматриваются нормативные и концептуальные основы предпрофильной подготовки обучающихся, факультативные курсы как форма предпрофильного обучения.

Во **второй главе** «Методика реализации факультативного курса «Уравнения с параметрами» в 9 классе» рассматриваются цели и содержание, методы, формы и средства реализации факультативного курса.

## **Глава 1. Предпрофильная подготовка обучающихся общеобразовательной школы**

### **1.1 Нормативные и концептуальные основы предпрофильной подготовки обучающихся**

Переход на профильное обучение в старшей школе является институциональной трансформацией для системы общего образования в целом, фактически для каждой городской или районной образовательной сети. От правильного выбора профиля во многом будет зависеть дальнейшая судьба старшеклассников, в частности - мера их подготовленности к успешной сдаче единых государственных экзаменов и перспективы на продолжение образования после школы.

Выпускник 9 класса владеет отдельными ключевыми компетенциями, необходимыми для выбора будущей сферы профессиональной деятельности, перехода обучающегося в старшую школу и способности совершения им осознанного выбора в следующем обобщенном виде:

- испытывать потребность в образовательной и профессиональной самоидентификации, способности к построению собственного будущего;
- знание того, через какие виды предметной, профессиональной и социальной деятельности это будущее может быть осуществлено;
- ставить профессиональную и образовательную цели и двигаться к их достижению;
- участвовать в создании лично значимых образовательных продуктов, играющих роль профильных и профессиональных проб;
- владеть разнообразными способами деятельности, помогающими выбору продолжения образования, знание своих возможностей и недостатков.

Наличие этих новообразований личности можно, по мнению исследователей, считать показателями психологической зрелости и готовности перехода в старшую или профессиональную школу.

Многие из наших выпускников 9-х классов не готовы к осознанному выбору своей будущей профессии. Школьная программа не позволяет полностью раскрыть потенциал обучающегося, осознать на личном опыте свои силы и возможности, которые способствуют выбору дальнейшего пути. Часто, не раскрыв свой потенциал в школе, выпускники поступают в ВУЗы, окончив которые, идут работать не по профессии, либо отчисляются на первых курсах. Ведь многие предметы в школе изучаются поверхностно и появляется ощущение, что это легко и интересно, а когда начинают изучать эти же дисциплины в ВУЗе, приходит осознание неверного выбора профиля. Таких примеров существует множество, гуманитарии выбирали технические специальности и наоборот, но это количество можно снизить.

Благодаря этому, особую важность приобретают задачи предпрофильной подготовки девятиклассников - как их комплексной подготовки к жизненно важному выбору. Уже в 9 классе основной школы ученик должен будет получить информацию о возможных путях продолжения образования, причем совершенно конкретно, в отношении доступных ему образовательных учреждений, осмыслить и оценить свои образовательные интересы и возможности, принять ответственное решение.

Впервые понятие предпрофильная подготовка школьников появилось в Концепции профильного обучения. «Реализация идеи профильности старшей ступени, ставит выпускника основной ступени перед необходимостью совершения ответственного выбора - предварительного самоопределения в отношении профилирующего направления собственной деятельности. Необходимым условием создания образовательного пространства, способствующего самоопределению учащегося основной ступени, является введение предпрофильной подготовки через организацию курсов по выбору»

[19]. И действительно, «если ключевой идеей профильного обучения является идея существенного роста возможностей выбора, то очевидно, что ученик к такому выбору должен быть подготовлен» [2].

Согласно письму Минобрнауки РФ "Об организации предпрофильной подготовки обучающихся основной школы в рамках эксперимента по введению профильного обучения учащихся в общеобразовательных учреждениях, реализующих программы среднего (полного) общего образования на 2003/04 уч. год" предпрофильная подготовка представляет собой систему педагогической, психологической, информационной и организационной поддержки учащихся основной школы, содействующей их самоопределению по завершению основного общего образования. К предпрофильной подготовке относятся информирование и ориентация обучающихся выпускных классов основной школы в отношении их возможного выбора маршрута (профиля) обучения в старшей школе, направлений для продолжения обучения в системе начального или среднего профессионального образования [29].

Базовая модель предпрофильной подготовки была представлена уже после утверждения вышеназванной концепции в проекте Министерства образования РФ, реализуемого в рамках Федеральной программы развития образования, "Цели, содержание и организация предпрофильной подготовки в выпускных классах основной школы" (руководитель проекта А.А. Пинский). В этом проекте определяется цель предпрофильной подготовки как самоопределение личности в выборе способа получения дальнейшего образования, профиля обучения.

Предпрофильная подготовка может вестись в 9 классе общеобразовательной школы, либо в 8-9 классах с учетом возрастных особенностей обучающихся.



Исходя из анализа действующих учебных планов и минимально необходимых потребностей предпрофильной подготовки, ее базовый (минимальный) объем составляет 100 часов в 9 классе (если считать 3 учебных часа в среднем на 34-35 учебных недель в году).

Возможны и целесообразны более объемные программы, например, при:

- а) полной шестидневной учебной неделе,
- б) использовании различных иных ресурсов БУПа (например, при использовании в целях предпрофильной подготовки часов образовательной области "Технология").

Эти 100 учебных часов на предпрофильную подготовку согласно базовой модели предполагается распределять следующим образом: ориентировочно  $2/3$  объема (или 2 учебных часа в неделю) отводить специально организованным курсам по выбору (элективным курсам), которые могут быть двух видов: предметные и ориентационные; оставшуюся часть ( $1/3$  объема) предпрофильной подготовки, примерно 30-35 учебных часов в год, предлагается использовать для информационной работы и профильной ориентации.

Существуют следующие дополнительные возможности для ведения предпрофильной подготовки:

- деление классов на подгруппы при организации курсов по выбору, что дает возможность индивидуализировать процесс обучения, более активно применять проектные и исследовательские формы;
- привлечение к преподаванию курсов предпрофильной подготовки работников начального, среднего и высшего профессионального образования, науки, производства и других сфер деятельности;
- использование ресурсов дополнительного образования для организации кружков, клубов, студий в целях профессиональной ориентации школьников,

"приближения" их к возможному выбору профиля, удовлетворению их индивидуальных образовательных интересов;

- использование современных ИКТ (Интернет, CD-диски, дистанционные формы обучения и т.д.);
- использование практики экстерната, при которой обучающемуся предоставляется право самостоятельного выбора форм обучения по той или иной учебной дисциплине.

Помимо базовой модели предпрофильной подготовки, возможна реализация в сетевой форме. Это связано с тем, что предпрофильная подготовка - это подготовка и ориентация не только в отношении выбора профиля в целом, но в отношении конкретного места и формы продолжения образования. В условиях все более широкого развертывания профильных форм старшей школы, необходимой становится работа по проектированию всей сети учреждений старшего звена на каждой территории [10, 14, 16].

Таким образом, основной перспективной задачей предпрофильной подготовки становится ориентация детей не на статичную совокупность профильных школ и классов, а на сеть, которая сама в этом процессе может меняться.

Согласно "Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования", решение о введении профильного обучения в той или иной школе принимает учредитель (по представлению администрации школы, согласованному с органом ее самоуправления). Таким образом, учредитель должен будет принимать то или иное решение в отношении конкретной школы, руководствуясь не только собственно ее характеристиками (в первую очередь кадровой и материальной базой), но и своим видением, его реальным проектом по развертыванию сети профильного обучения на подведомственной территории в целом.

Существуют различные модели организации курсов по выбору в 9 классе:

- внутришкольная (обычно для школ с не менее чем двумя классами в параллели 9 класса);
- объединение нескольких школ;
- дистанционная, межрегиональная (для отдаленных сел) [11, 13, 16].

Эксперты указывают на то, что курсы по выбору должны получить наибольшее количество часов в предпрофильной подготовке в 9 классе. На информационную работу можно потратить от 10 до 40% времени, профконсультирование и профориентационная работа должна занимать от 10 до 30% времени.

При введении предпрофильной подготовки эксперты считают наиболее эффективной шестидневную учебную неделю.

Для качественной организации предпрофильной подготовки учебные заведения каждый год решают вопросы:

- а) подготовка педагогических кадров, организующих проведение курсов по выбору. В частности, дефицит учителей может привести к тому, что в школах в девярых классах начнут реализовываться традиционные "профили", т.е. углублённое предметное обучение;
- б) организации и нормативного обеспечения взаимодействия внутри муниципальной образовательной сети;
- в) дополнительных источников финансирования предпрофильной подготовки.

В некоторых школах предпрофильному обучению отводится больше времени и в эту деятельность включаются ученики 8-х классов (Великосельская СОШ Гаврилов-Ямского муниципального округа, Березниковская СОШ Борисоглебского муниципального округа и др.) и даже ученики 5-6 классов (курсы по выбору в Московской городской педагогической гимназии).

Чем раньше начать способствовать самоопределению обучающегося, тем более осозанным будет выбор его жизненного пути и профессии.

## **1.2 Факультативные курсы как форма предпрофильного обучения**

Предпрофильная подготовка сама по себе вариативна, она может реализовываться в различных формах.

Предметные курсы - содержание и форма организации этих курсов должны быть направлены на расширение знаний ученика по тому или иному учебному предмету.

Ориентационные курсы представляют собой занятия, способствующие самоопределению ученика относительно профиля обучения в старшей школе. Эти курсы рекомендуется организовывать в виде учебных модулей и делать их относительно краткосрочными (месяц, четверть).

Информационная работа - это организованное знакомство учащихся, преимущественно девятых классов, с местными образовательными учреждениями (для возможного продолжения образования после окончания основной школы), изучение условий приема, особенностей организации образовательного процесса, образовательных программ, посещение дней открытых дверей и др.

К предпрофильной подготовке также относятся мероприятия по профильной ориентации и психолого-педагогической диагностике учащихся основной школы, их анкетирование, консультирование, организация "пробы сил" и т.п. Целью профильной ориентации - оказание учащимся психолого-педагогической поддержки в проектировании продолжения обучения в профильных и непрофильных классах старшей ступени, учреждениях начального и среднего профессионального образования. Профильная ориентация способствует принятию школьниками решения о выборе направления дальнейшего обучения и созданию условий для повышения готовности подростков к социальному, профессиональному и культурному самоопределению в целом [9, 15, 20, 25].

На этапе предпрофильной подготовки факультативные курсы (необязательные курсы по выбору) поддерживают у школьников интерес к той или иной учебной дисциплине. Проверяют возможности, способности ребят. Помогают им выбирать профиль обучения в старшей школе, т.е. имеют развивающую, деятельностную, практическую направленность.

Основные цели, стоящие перед факультативными курсами в основной школе:

- создать условия, способствующие осознанному выбору профиля обучения в старшей школе;
- способствовать формированию личной ответственности учащихся за сделанный выбор профиля обучения в старшей школе.

В условиях единства средней общеобразовательной школы, единства системы среднего образования, факультативные занятия являлись единственной формой дифференцированного обучения. В настоящее время факультативные занятия проводятся в школе наряду с другими формами дифференцированного обучения (уровневой и профильной дифференциацией). Часы на их проведение входят в варьируемую часть базисного учебного плана, в его школьный компонент, что позволяет поддерживать параллель изучения программы.

Факультативные занятия организуются на добровольной основе, обучающиеся выбирают курсы, которые они будут изучать, исходя из своих интересов и способностей к тому или иному предмету или виду деятельности. На этом этапе очень важно показать, что выбор должен быть осознанным и обучающиеся должны иметь определенный уровень подготовки [5, 7, 21].

Значение факультативных занятий состоит в том, что они позволяют:

- развивать склонности и способности учащихся, давая им соответствующую интеллектуальную нагрузку;
- удовлетворять интересы учащихся;
- повышать качество подготовки учащихся к продолжению образования;
- развивать творческие способности учащихся, их самостоятельность;
- знакомить учащихся с современными достижениями науки и техники;
- формировать у учащихся общеучебные умения: готовить доклады и представлять их, выполнять рефераты, работать в группе, умение работать с информацией;
- способствовать профессиональной ориентации учащихся.

На сегодняшний день разработана система факультативных курсов, в которой условно можно выделить три группы:

1. курсы повышенного уровня, тесно связанные с основным курсом математики. Их основная цель - углубить знания, полученные учащимися на уроках. Данные курсы сочетают теоретическую и экспериментальную подготовку учащихся;
2. курсы прикладной математики, цель которых - познакомить учащихся с важнейшими путями и методами использования достижений математической науки на практике и развивать их интерес к развитию современной математической науке;
3. спецкурсы, на которых более глубоко изучаются некоторые разделы математики, играющие важную роль в формировании у учащихся научного мировоззрения. Цель этих курсов - компенсировать отсутствие некоторых важных тем в программе основного курса.

Некоторые факультативные курсы изучаются в течение одного года, другие - в течение двух-трех лет. Однако в последнем случае программы каждого года автономны и ученик может начать заниматься данным курсом в любом году [1, 6, 22, 33].

Современные факультативы - особая организационная форма учебно-воспитательной работы, отличающаяся и от урока, и от внеклассной работы.

В то же время подчёркивается, что факультативы имеют много общего с уроками и внеклассными занятиями. Как и уроки, факультативные занятия проводятся по утверждённым программам, на этих занятиях применяют общие с уроком методы обучения и формы организации самостоятельной познавательной деятельности учащихся. Сходство с предметными кружками состоит в том, что факультатив, как и кружок, объединяет группу учащихся на основе общих интересов, добровольности выбора этой формы обучения.

На факультативных занятиях применяются некоторые формы и методы, характерные для внеклассных занятий. Тем не менее учитель должен помнить, что факультативы не заменяют внеклассную работу по предмету. Являясь самостоятельной частью учебно-воспитательной работы в школе, факультативы могут дополняться внеклассными (кружковыми) занятиями, на которых учащиеся в ещё большей степени углубляют и расширяют свои знания и умения.

Отмечено, что факультативные курсы организуются по новейшим проблемам науки, техники и культуры. Обращается особое внимание на то, что факультативные занятия являются одной из гибких форм более полного отражения в школьном образовании современных достижений науки, техники, культуры и учёта местных особенностей каждой школы, поэтому они позволяют вносить существенные дополнения в содержание образования, трудовой и политехнической подготовки учащихся без изменения учебного плана, программ и учебников основного курса средней школы.

При этом считается, что изучение факультативных учебных предметов в соответствии с желаниями и способностями школьников повышает эффективность их учебных занятий, является важным средством развития у них интереса к науке и искусству, углубляет, делает более устойчивыми и целенаправленными их интересы к определённым видам практической деятельности, готовит учащихся к самообразованию по окончании школы, что позволяет им достигать более высоких вершин, преодолевая препятствия на своем пути.

При разработке факультативных курсов авторы старались придерживаться определённых принципов. Д.А.Эпштейн считал, что любой факультатив:

- должен обеспечить углублённое изучение понятий, рассматриваемых в основном курсе;
- должен быть цельным, не должен включать в себя большого числа разрозненных и мелких вопросов;
- объём знаний должен быть ограничен школьной программой.

В настоящее время принципы отбора учебного материала и организации факультативных занятий расширены и конкретизированы: добровольности, научности, доступности, индивидуализации, связи теории с практикой, познавательной активности и самостоятельности, сознательности усвоения знаний, наглядности, развивающего обучения.

В 1967/68, 1968/69, 1969/70 учебных годах были предложены факультативные курсы 2-х типов:

1. дополнительные главы и вопросы систематических курсов основ наук, изучаемые параллельно с занятиями по основному учебному предмету;
2. специальные курсы, развивающие и дополняющие отдельные разделы систематических курсов основ наук.



Целью изучения "Дополнительных глав..." было углубление знаний учащихся по данному предмету, совершенствование их практических умений и навыков, развитие интересов и способностей. Факультативные занятия такого типа проводились одним из учителей соответствующего предмета по основному учебному плану, а дополнительный материал изучается синхронно с прохождением основного материала. Однако это не означало, что на таких занятиях и обычных уроках изучается один и тот же материал: содержание их различно, но круг рассматриваемых проблем существенно не расширялся. Считалось, что такие занятия будут, имеют большое значение для выявления и постепенного развития способностей учеников, обнаруживающих повышенные успехи в изучении того или иного предмета.

Для более подготовленных учащихся, чьи интересы и способности в основном уже определились, были предусмотрены специальные факультативные курсы, которые должны были значительно расширить круг научных и прикладных знаний, полученных учащимися при изучении соответствующих учебных предметов. Изучение всех специальных факультативных курсов после изучения на занятиях по основному учебному плану вопросов, развитием которых они являются.

С 1970 года были организованы факультативные курсы следующих типов:

1. Систематические курсы, целью которых было углубление теоретических знаний учащихся и практической подготовки, полученных в основном курсе, с которым данные факультативы согласованы тематически и во времени.
2. Специальные курсы (спецкурсы), тематика которых связана лишь с некоторыми разделами основного курса.
3. Прикладные факультативные курсы, которые связаны с основным курсом и знакомят учащихся с применением теоретических знаний на практике.

В 80-х годах была принята следующая классификация факультативных курсов:

- Факультативные курсы повышенного уровня, целью которых было углублённое изучение содержания основного курса.
- Специальные курсы (спецкурсы), на которых углублённо изучаются только отдельные разделы, темы основного курса или некоторые не входящие в программу разделы науки.
- Прикладные факультативные курсы. Они связаны с развитием интересов к современной технике и производству.
- Межпредметные факультативные курсы, при изучении которых используются сведения из 2-3 предметов.

М.А. Прокофьев предлагает следующую классификацию факультативных курсов:

- Курсы, углубляющие основной материал школы (т.е. систематические курсы);
- Внепрограммные факультативные курсы (т.е. спецкурсы);
- Факультативные курсы, ориентированные на применение знаний на практике (т.е. прикладные);
- Межпредметные факультативные курсы;
- Особая группа - кружки, секции, творческие объединения в домах пионеров.

По всем факультативным курсам утверждены программы, для учащихся изданы учебные пособия, а для учителей разработаны методические рекомендации. Обращается внимание на то, что содержание факультативных курсов непрерывно совершенствуется и уточняется, программы перерабатываются, поэтому учителю, приступающему к преподаванию факультативного курса, необходимо руководствоваться их последними изданиями. Также факультативный курс может

корректироваться на усмотрение учителя: методы и формы проведения занятий; задания, используемые на занятиях.

В классификации факультативных курсов были выделены основные типы факультативных курсов:

1. Дополнительные главы и вопросы к основному курсу
2. Специальные курсы (спецкурсы)
3. Систематические курсы
4. Прикладные факультативные курсы
5. Факультативы повышенного уровня
6. Факультативные спецкурсы
7. Курсы, углубляющие основной материал школы (т.е. систематические курсы)
8. Внепрограммные факультативные курсы (т.е. спецкурсы);
9. Факультативные курсы, ориентированные на применение знаний на практике.
10. Межпредметные факультативные курсы
11. Кружки, секции, творческие объединения в домах пионеров

Советам вузов (факультетов), педагогическим советам средних специальных и профессионально-технических учебных заведений и общеобразовательных школ предоставлено право организовывать факультативные курсы по своему усмотрению в соответствии с интересами студентов и учащихся. Перечень факультативных курсов в школе на каждый год утверждается педагогическим советом и объявляется учащимся.

Анализируя все выше сказанное, можем утверждать, что предпрофильная подготовка необходима на этапе обучения в школе. Она позволяет раскрыть весь потенциал ученика и способствует самоопределению.

Во многих учебных заведениях востребованы курсы по точным наукам, в том числе и математике. В настоящее время, пользуются высоким спросом на рынке труда технические специальности, неотъемлемой частью которых являются точные науки. Благодаря этому актуальность приобретают факультативные курсы по математике, которые позволяют обучающему сделать осознанный выбор своей профессии и уже на этапе обучения в школе, попробовать свои силы и возможности.

## **Глава 2. Методика реализации факультативного курса «Уравнения с параметрами» в 9 классе**

### **2.1 Цели и содержание факультативного курса**

Концепция разработки факультативного курса «Уравнения с параметрами», возникла не случайно. Опыт общения с девятиклассниками, результаты ОГЭ показывают, что именно задачи с параметрами вызывают у девятиклассников наиболее затруднение, а причиной этому является то, что для решения подобных заданий требуется высокий уровень аналитического и логического мышления. Данный факультативный курс, рассчитан на 34 учебных часа на два полугодия, по одному часу в неделю) и ориентирован на перспективу развития профильного обучения в старшем звене среднего учебного заведения. Факультативный курс для предпрофильной подготовки обучающихся 9 классов в математическом, естественно научном или экономическом профиле посвящен теме решение уравнений с параметрами. Разработан с учетом возрастных особенностей обучающихся 9 класса.

В целом, уравнениям с параметрами в школьной практике уделяется недостаточно внимания. К примеру, в учебниках алгебры для учащихся 7 и 9 классов (базовый уровень) под редакцией Мордковича А. Г. уравнения и неравенства с параметром не представлены. Содержательно-методическая линии «Задачи с параметрами» и часы, отводимые на ее изучение, присутствуют только в учебниках алгебры профильного уровня. Во всех остальных учебниках уравнения с параметрами находится в разделе «трудных задач» или «задач повышенной сложности».

Несмотря на то, что в новом государственном стандарте среднего (полного) общего образования по математике в базисном, образовательном минимуме не предусмотрено рассмотрение темы «Решение уравнений с параметром», в Едином Государственном экзамене по математике и на вступительных экзаменах в ВУЗы, встречаются уравнения с параметром.

Кроме этого, поскольку цель обучения не успешная сдача ОГЭ, уравнения с параметрами - это мощный аппарат для формирования у учеников аналитического и логического мышления, что очень важно в нашем строящемся информационном обществе.

Исходя из выше сказанного, можем выделить основные цели факультативного курса:

- Формирование у обучающихся умений решать основные типы уравнений с параметрами, а также применять их при решении других задач;
- создание условий с целью самореализации учащихся в процессе учебной деятельности;

Основными задачами факультативного курса являются:

- Формирование умений:
  1. анализировать условие задачи;
  2. выделять основные этапы решения задачи на основе проведенного анализа;
  3. выбирать способы с целью реализации каждого этапа решения и реализовывать его;
  4. на основе анализа и сравнения результатов решения на каждом этапе, выделить результат всей задачи и записать ответ.
  5. обеспечить подготовку к осознанному и ответственному выбору сферы будущей профессиональной деятельности.

Факультативный курс состоит из 9 разделов:

1. *«Знакомство с параметрами. Решение линейных уравнений с параметром».*

Предусматривает лекционно – практические занятия по знакомству с понятием параметра, линейным уравнением с параметром и их решением.

2. *«Квадратный трехчлен и его свойства. Понятие об уравнении с параметром»*. Большинство заданий этой части рекомендуется проводить в форме семинаров, на которых обучающиеся актуализируют знания о понятии квадратного трехчлена, составлении квадратного трехчлена по его корням. А также решении уравнений выделением квадрата двучлена и квадратных уравнений по формуле.
3. *«Теорема Виета. Знаки корней квадратного уравнения»*, Рассматривает применение теоремы Виетта при нахождении корней квадратного уравнения. Определение знаков корней квадратного уравнения в зависимости от значений параметра.
4. *«Текстовые задачи с параметрами»*  
Целью является знакомство с методами решения текстовых задач с параметрами, различными способами их решения.
5. *«Графический способ решения квадратных уравнений с параметром»*  
Представляет собой знакомство с графическим способом решения задач с параметром на плоскости, анализировать данные, находить координаты точек пересечения графиков функций с осями координат.
6. *«Дробно – рациональные уравнения с параметром»*  
В этом разделе представляется запланировано изучение решения дробно – рациональных уравнений повышенной сложности, а также находить допустимые значения переменной дробно-рационального уравнения, исключать лишние корни.
7. *«Уравнения с параметром, содержащие знак модуля»*

Данный раздел рассматривает уравнения, содержащие параметр под знаком модуля.

8. *«Параметры в заданиях общего государственного экзамена»*

Предусматривает решение задач с параметрами второй части тестов ОГЭ, применение различных методов решения задач: аналитические, геометрические.

9. *«Итоговое занятие. Итоговое тестирование»*

Предполагает закрепление полученных знаний на практике и оценки усвоения данного курса

Образовательные результаты изучения данного курса могут быть выявлены в рамках следующих форм контроля:

- текущий контроль (беседы с обучающимися по выполнению д/з, рецензирование сообщений, докладов на семинарах (темы докладов приводятся на практических занятиях));
- тематический контроль (работа в группах, текстовые задания);
- итоговый (обобщающий) контроль (в форме «отчетного листа личных достижений»), полученных в результате образовательной деятельности каждого учащегося. По итогам результатов этих достижений учащимся будет выставлена оценка.

Рекомендуется использовать контроль, который дает качественную оценку работы. Такой контроль позволяет понять, за что именно получена оценка и в чем состоит ошибка.

Ниже приводится примерная программа содержания курса, которая может быть скорректирована учителем с учетом интересов данной группы обучающихся. Распределение часов на каждую тему указано как ориентир для учителя.



## Программа курса

### **Тема 1. «Знакомство с параметрами. Решение линейных уравнений с параметром»**

*Занятие 1.* Понятие параметра. Общий вид уравнения с параметрами. Что такое параметр? Что значит решить уравнение с параметром?

*Занятие 2-4.* Решение линейных уравнений с параметром.

### **Тема 2. «Квадратный трехчлен и его свойства. Понятие об уравнении с параметром»**

*Занятие 5-6.* Понятие квадратного трехчлена и значение квадратного трехчлена при различных значениях переменной, его свойства. Корни квадратного трехчлена, составление квадратного трехчлена по его корням.

### **Тема 3 «Теорема Виета. Знаки корней квадратного уравнения»**

*Занятие 7-8.* Применение теоремы Виетта при нахождении корней квадратного уравнения. Нахождение коэффициентов квадратного уравнения.

*Занятие 9-10.* Определение знаков корней квадратного уравнения в зависимости от значений параметра.

### **Тема 4 «Текстовые задачи с параметрами»**

*Занятие 11-13.* Применение графического метода решения текстовых задач.

*Занятие 14-15.* Решение задач относительно параметра

*Занятие 16-18.* Уметь решать задачи с параметром различными методами.

### **Тема 5 «Дробно – рациональные уравнения с параметром»**

*Занятие 19-21.* Уметь решать дробно – рациональные уравнения повышенной сложности.

### **Тема 6. «Уравнения с параметром, содержащие знак модуля»**

*Занятие 22-24.* Уметь находить допустимые значения переменной, стоящей под знаком модуля.

### **Тема 7. «Параметры в заданиях общего государственного экзамена»**

**Занятие 25-30.** Уметь решать задачи с параметрами второй части тестов ОГЭ. Применять различные методы решения задач: аналитические, геометрические. Знать основные приемы, уметь анализировать. Сопоставляя данные задачи с теоретическим материалом курса математики основной школы.

**Тема 8 «Итоговое занятие. Итоговое тестирование»**

**Занятие 31-32.** Занятие, посвященное подведению итогов прошедшего факультативного курса.

**Занятие 33-34.** Подведение итогов и аттестация по пройденному курсу

Таблица 1

**Тематический план курса.**

	Раздел и тема	Кол - во часов
	<b><i>Знакомство с параметрами. Решение линейных уравнений с параметром</i></b>	<b>4</b>
1	Знакомство с параметром	1
2-4	Решение линейных уравнений с параметрами	3
	<b><i>Квадратный трехчлен и его свойства. Понятие об уравнении с параметром</i></b>	<b>2</b>
5-6	Квадратный трехчлен и его свойства.	2
	<b><i>Теорема Виета. Знаки корней квадратного уравнения</i></b>	<b>4</b>
7-8	Теорема Виета.	2
9-10	Знаки корней квадратного уравнения.	2
	<b><i>Текстовые задачи с параметрами</i></b>	<b>8</b>
11-13	Решение задач с параметрами графическим методом	3
14-15	Решение задач относительно параметра	2
16-18	Решение задач с параметром разными методами.	3

	<b><i>Дробно – рациональные уравнения с параметром</i></b>	<b>3</b>
19-21	Решение дробно – рациональных уравнений.	3
	<b><i>Уравнения с параметром, содержащие знак модуля</i></b>	<b>3</b>
22-24	Решение уравнений с параметром, содержащих знак модуля.	3
	<b><i>Параметры в заданиях общего государственного экзамена</i></b>	<b>6</b>
25-30	Решение задач ДЕМО версии 2019-2020 года.	6
	<b><i>Итоговое занятие. Итоговое тестирование</i></b>	<b>4</b>
31-32	Итоговое занятие.	2
33-34	Итоговое тестирование	2

## 2.2 Методы, формы и средства реализации факультативного курса

### *Занятие 1. Знакомство с параметром*

Вводное занятие, на котором рекомендуется познакомить обучающихся со спецификой данного курса, проверить их уровень подготовленности путем анкетирования. Обсудить особенности проведения занятий: формы уроков и системы оценивания. Ввести понятие параметра.

Поскольку в школьных учебниках нет определения параметра, можно ввести такое определение:

*Параметром* называется независимая переменная, значение которой в задаче считается заданным фиксированным или произвольным действительным числом, или числом, принадлежащим заранее оговоренному множеству.

### *Занятие 2-4. Решение линейных уравнений с параметрами.*

Данное занятие посвящено актуализации знаний по решению уравнению с параметрами. Рекомендуется проводить занятие в индивидуальной и фронтальной формах обучения. Основные методы, используемые на занятии: словесный, наглядный.

Общий вид линейного уравнения можно рассматривать как уравнение с параметрами:  $ax = b$ , где  $x$  – неизвестное,  $a, b$  – параметры.

При решении линейного уравнения с параметром рассматриваются случаи, когда параметр равен своему особому значению и отличен от него.

Особым значением параметра  $a$  является значение  $a = 0$ .

1. Если  $a \neq 0$ , то при любой паре параметров  $a$  и  $b$  имеет единственное решение  $x = \frac{b}{a}$ .
2. Если  $a = 0$ , то уравнение принимает вид:  $0x = b$ . Тогда  $b = 0$  - особое значение параметра  $b$ .

При  $b \neq 0$  уравнение решений не имеет.

При  $b = 0$  уравнение имеет вид:  $0 * x = 0$ . Решением данного уравнения является любое действительное число.

**Пример.** Для всех значений параметра  $a$  решить уравнение

$$2a(a - 2)x = a - 2 \quad (1)$$

*Решение.* Здесь контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент при  $x$  обращается в 0. Такими значениями являются  $a = 0$  и  $a = 2$ . При таких значениях  $a$  невозможно деление обеих частей уравнения на коэффициент при  $x$ . Одновременно с этим возможно деление при значениях параметра  $a \neq 0$ ,  $a \neq 2$ . Следовательно, уравнение (1) рационально решить, как семейство уравнений, получающихся из него при следующих значениях параметра:

1.  $a = 0$ ;
2.  $a = 2$ ;
3.  $a \neq 0, a \neq 2$ .

Рассмотрим эти случаи.

1. При  $a = 0$  уравнение (1) принимает вид  $0 * x = -2$ . Уравнение не имеет корней.
2. При  $a = 2$  уравнение (1) принимает вид  $0 * x = 0$ . Корнем уравнения является любое действительное число.
3. При  $a \neq 0, a \neq 2$  из уравнения (1) получаем,  $x = \frac{a-2}{2a(a-2)}$ , откуда

$$x = \frac{1}{2a}.$$

Ответ: 1) если  $a = 0$ , то корней нет; 2) если  $a = 2$ , то  $x$  – любое действительное число; 3) если  $a \neq 0, a \neq 2$ , то  $x = \frac{1}{2a}$ .

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении А.

*Занятия 5-6. Квадратный трехчлен и его свойства.*

Занятие направлено на обобщение и систематизацию знаний по теме, знакомство с квадратным трехчленом, содержащим параметр.

Квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  можно рассматривать как уравнение с параметрами, где  $x$  – неизвестное,  $a, b, c$  – параметры.

Исследуем уравнение:

1. если  $a = 0$ , то имеем линейное уравнение  $bx + c = 0$ ;
2. если  $a \neq 0, D < 0$ , то уравнение не имеет решений;
3. если  $a \neq 0, D = 0$ , то уравнение имеет единственное решение

$$x = -\frac{b}{2a};$$

4. если  $a \neq 0, D > 0$ , то уравнение имеет два различных решения

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

**Пример.** Для всех значений параметра  $a$  решить уравнение

$$(a - 1)x^2 + 2(2a + 1)x + (4a + 3) = 0 \quad (2)$$

*Решение.* Контрольным значением является  $a = 1$ . При  $a = 1$  уравнение (2) - линейное, при  $a \neq 1$  - квадратное (в этом заключается качественное изменение уравнения). Следовательно, рационально рассмотреть уравнение (2) как семейство уравнений, получающихся из него при следующих значениях параметра:

1.  $a = 1$ ;
2.  $a \neq 1$ .

Рассмотрим эти случаи.

1) При  $a = 1$  уравнение (2) имеет вид  $6x + 7 = 0$ . Из этого уравнения находим  $x = -\frac{7}{6}$ .

2) Из множества значений параметра  $a \neq 1$  выделим те значения, при которых  $D$  уравнения (2) обращается в 0.

Если  $D = 0$  при  $a = a_0$ , то при переходе значения  $D$  через точку  $a_0$  дискриминант может изменить знак (при  $a < a_0, D < 0$ , а при  $a > a_0, D > 0$ ). Вместе с этим при переходе через точку  $a_0$  меняется и число действительных корней квадратного уравнения (в нашем примере при  $a < a_0$  корней нет, так

как  $D < 0$ , а при  $a > a_0$   $D > 0$  уравнение имеет два корня). Значит, можно говорить о качественном изменении уравнения. Поэтому значения параметра, при которых обращается в 0 дискриминант квадратного уравнения, также относят к контрольным значениям.

Составим дискриминант уравнения (2):

$$D = 4(2a + 1)^2 - 4(a - 1)(4a + 3).$$

$$D = 4(5a + 4).$$

Из уравнения  $D = 0$  находим  $a = -\frac{4}{5}$  — второе контрольное значение параметра  $a$ . При этом если  $a < -\frac{4}{5}$ , то  $D < 0$ ; если  $a \geq -\frac{4}{5}$  и  $a \neq 1$ , то  $D \geq 0$ .

Таким образом, осталось решить уравнение (2) в случае, когда  $a < -\frac{4}{5}$  и в случае, когда  $a \geq -\frac{4}{5}$  и  $a \neq 1$ .

Если  $a < -\frac{4}{5}$ , то уравнение (2) не имеет действительных корней; если же  $a \geq -\frac{4}{5}$ ,  $a \neq 1$ , то находим  $x_{1,2} = \frac{-(2a+1) \pm \sqrt{5a+4}}{a-1}$ .

Ответ: 1) если  $a < -\frac{4}{5}$ , то корней нет; 2) если  $a = 1$ , то  $x = -\frac{7}{6}$ ;

3)  $a \geq -\frac{4}{5}$ ,  $a \neq 1$ , то  $x_{1,2} = \frac{-(2a+1) \pm \sqrt{5a+4}}{a-1}$ .

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении Б.

*Занятие 7-8. Теорема Виета.*

Рекомендуется проводить в форме семинарских занятий.

**Теорема.** Если квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ , то для них справедливы соотношения  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 * x_2 = \frac{c}{a}$ .

**Пример.** При каких значениях  $k$  сумма корней квадратного уравнения  $x^2 + (k^2 + 4k - 5)x - k = 0$  равна нулю?

*Решение.* По условию  $x_1 + x_2 = 0$ , по теореме Виетта имеем  $x_1 + x_2 = -(k^2 + 4k - 5)$ .

Корнями уравнения  $(k^2 + 4k - 5) = 0$  являются числа  $1, -5$ . При  $k = 1$  получим уравнение  $x^2 - 1 = 0$ , сумма корней равна 0. При  $k = -5$  получим уравнение  $x^2 + 5 = 0$ , которое не имеет корней.

Ответ: 1.

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении В.

*Занятие 9-10. Знаки корней квадратного уравнения.*

Занятие необходимо построить таким образом, чтобы рассмотреть все случаи.

Применение теоремы Виета при исследовании знаков корней квадратного трехчлена.  $Ax^2 + Bx + C = 0$

- Уравнение имеет корни одного знака, если  $\begin{cases} D \geq 0 \\ \frac{C}{A} > 0 \end{cases}$
- Уравнение имеет положительные корни, если  $\begin{cases} D \geq 0 \\ -\frac{B}{A} > 0 \\ \frac{C}{A} > 0 \end{cases}$
- Уравнение имеет отрицательные корни, если  $\begin{cases} D \geq 0 \\ -\frac{B}{A} < 0 \\ \frac{C}{A} > 0 \end{cases}$
- Уравнение имеет корни разных знаков, если  $\begin{cases} D \geq 0 \\ \frac{C}{A} < 0 \end{cases}$

**Пример.** При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $x^2 + ax + 5a = 0$  имеет корни разных знаков?



*Решение.* 1. Найдем все значения параметра  $a$ , при которых уравнение имеет действительные решения  $D = a^2 - 4 * 1 * 5a = a^2 - 20a = a(a - 20)$ ,  $D > 0$ . Отсюда следует, что  $a \in (-\infty; 0) \cup (20; +\infty)$ .

2. Уравнение имеет корни разных знаков, если  $\begin{cases} D > 0; \\ 5a < 0; \end{cases}$

$$\begin{cases} a \in (-\infty; 0) \cup (20; +\infty); \\ a < 0 \end{cases};$$

Следовательно  $a \in (-\infty; 0)$ .

Ответ:  $a \in (-\infty; 0)$ .

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении Г.

*Занятия 11-13. Решение задач с параметрами графическим методом*

Более удобным способом решения задач с параметрами является графический, по сравнению с аналитическим, когда необходимо указать, сколько решений имеет уравнение в зависимости от параметра, а не решить его. Этот метод более понятен и доступен для обучающихся 9-х классов, поэтому чаще всего они используют именно его.

Алгоритм графического решения уравнений с параметром:

- 1) Находим область определения уравнения.
- 2) Выражаем  $a$  как функцию от  $x$ .
- 3) В системе координат строим график функции  $a(x)$  для тех значений  $x$ , которые входят в область определения данного уравнения.
- 4) Находим точки пересечения прямой  $a = c$ , с графиком функции  $a(x)$ . Если прямая  $a = c$  пересекает график  $a(x)$ , то определяем абсциссы точек

пересечения. Для этого достаточно решить уравнение  $c = a(x)$  относительно  $x$ .

5) Записываем ответ

**Пример.** Определить, при каких значениях параметра  $a$  уравнение  $x^2 - 3x - 2a = 0$  имеет: а) 2 корня; б) 1 корень; в) не имеет корней.

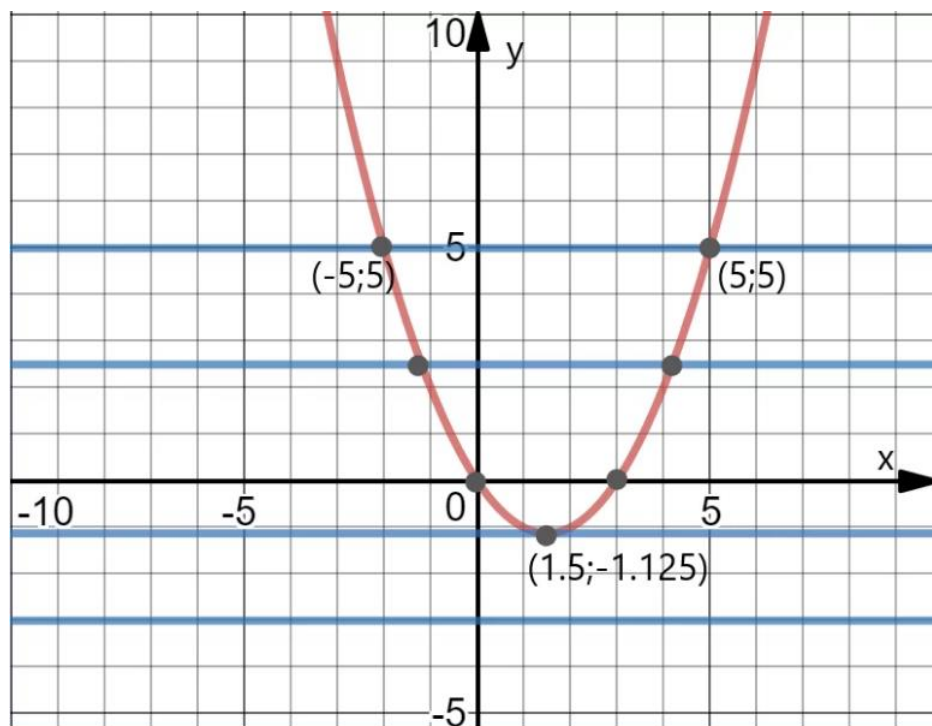
*Решение.* Приведем уравнение к виду  $x^2 - 3x = 2a$ .

Построим графики  $y = \frac{1}{2} * (x^2 - 3x)$  и  $y = a$  – семейство параллельных прямых оси  $x$ . Точки пересечения этих графиков – корни уравнения.

Рассмотрим построение:

при  $a = 5$ , графики  $y = \frac{1}{2} * (x^2 - 3x)$  и  $y = 5$  имеют 2 общие точки, т.е. 2 решения.

При  $a = -1,125$  – одна общая точка  $(1,5; -1,125)$  – единственное решение.



Ответ: При  $a > -1,125$  уравнение имеет 2 корня;

При  $a = -1,125$  – 1 корень;

При  $a < -1,125$  – нет корней.

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении Д.

*Занятия 14-15. Решение задач относительно параметра.*

Если степень неизвестного слишком высока, а степень параметра не превосходит двух, то здесь эффективен метод решения уравнения относительно параметра.

При решении этим способом переменные  $x$  и  $a$  принимаются равноправными, и выбирается та переменная, относительно которой аналитическое решение становится более простым. После упрощений нужно вернуться к исходному смыслу переменных  $x$  и  $a$  и закончить решение

### **Пример.**

Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\sqrt{x-8} = -ax + 3a + 2$  имеет единственное решение.

*Решение.* Выполним решение методом замены переменной.

Пусть  $\sqrt{x-8} = t, t \geq 0$ , тогда  $x = t^2 + 8$ .

Уравнение примет вид  $at^2 + t + 5a - 2 = 0$ .

Найдем все значения  $a$ , при которых уравнение имеет единственное неотрицательное решение.

1. Если  $a = 0$ , уравнение имеет единственное решение  $t = 2$ .
2. Если  $a \neq 0$  и  $D = 1 - 20a^2 + 8 > 0 \Leftrightarrow a \in (-0,1; 0,5)$ , то имеем единственное неотрицательное решение, если корни разных знаков  $t_1 t_2 = \frac{5a-2}{a} \leq 0 \Leftrightarrow a \in (0; \frac{2}{5}]$ .

При  $a = \frac{2}{5}$   $t_1 = 0, t_2 = -\frac{1}{a} < 0$ .

3. Если  $a \neq 0$  и  $D = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0.1 \Rightarrow t = 5 \\ a = 0.5 \Rightarrow t = -1 \end{cases}$ , то имеем 1 неотрицательное решение при  $a = -0.1$ .

Ответ:  $\{-0.1\} \cup [0; 0.4]$ .

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении Е.

*Занятия 16-18. Решение задач с параметром разными методами.*

Данные занятия предполагает закрепление полученных знаний, умение определять оптимальный метод решения каждого задания. Организовать их можно в форме семинаров, самостоятельных и контрольных работ, зачета.

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении Ж.

*Занятия 19-21. Решение дробно – рациональных уравнений.*

Процесс решения дробных уравнений протекает по обычной схеме: дробное уравнение заменяется целым путем умножения обеих частей уравнения на общий знаменатель левой и правой его частей. После чего учащиеся решают известным им способом целое уравнение, исключая посторонние корни, т. е. числа, которые обращают общий знаменатель в нуль. В случае уравнений с параметрами эта задача более сложная. Здесь, чтобы исключить посторонние корни, требуется находить значение параметра, обращающее общий знаменатель в нуль, т. е. решать соответствующие уравнения относительно параметра.

**Пример.** Для всех значений параметра  $a$  решить уравнение

$$\frac{1}{x-2a} = \frac{2}{ax-1}.$$

*Решение.* Уравнение имеет смысл при  $x - 2a \neq 0$  и  $ax - 1 \neq 0$ , т.е.  $x \neq 2a, ax \neq 1$ .

Если  $x \neq 2a, ax \neq 1$ , то домножив обе части уравнения на  $(x - 2a)(ax - 1)$ , получим  $ax - 1 = 2x - 4a$  или  $(a - 2)x = 1 - 4a$ .

1) Если  $a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2$ , то уравнение имеет вид  $0 \cdot x = -7$ . Уравнение не имеет корней.

2) Если  $a - 2 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$ , то  $x = \frac{1-4a}{a-2}$ .

Найдем значения параметра  $a$ , при которых  $x = 2a$  или  $ax = 1$ .

Имеем:

$$\frac{1-4a}{a-2} = 2a \Leftrightarrow 1 - 4a = 2a^2 - 4a \Leftrightarrow a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\frac{1-4a}{a-2} = 1 \Leftrightarrow a - 4a^2 = a - 2 \Leftrightarrow a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, если  $a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$  - уравнение не имеет решения.

Ответ: если  $a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; a = 2$ , то уравнение корней не имеет,

если  $a \neq \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; a \neq 2$ , то  $x = \frac{1-4a}{a-2}$ .

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении 3.

*Занятие 22-24. Решение уравнений с параметром, содержащих знак модуля.*

Занятие направлено на обобщение и систематизацию знаний по теме. Вспомнить определение модуля, его свойств. Решение уравнений с параметром, содержащих переменную под знаком модуля.

**Пример.** Определить количество различных решений уравнения  $|x + 3| = a$  в зависимости от параметра  $a$ .

*Решение.* По свойству модуля имеем  $|x + 3| \geq 0$ . Поэтому при  $a < 0$  исходное уравнение корней не имеет.

Пусть  $a = 0$ , тогда уравнение  $|x + 3| = 0$  имеет один корень  $x = -3$ .

Если  $a > 0$ , то из уравнения  $|x + 3| = a$  получаем два различных корня  $x = a - 3$  или  $x = -a - 3$ .

Ответ: при  $a < 0$ , то нет решений;

при  $a = 0$  – одно решение;

при  $a > 0$  – два.

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении И.

*Занятия 25-30. Решение задач ДЕМО версии ОГЭ 2019-2020 года.*

Кроме задач, рассмотренных выше, на государственной итоговой аттестации по математике в 9 классе предлагаются ещё и другие варианты заданий, содержащих параметр. Эти задания приводятся в различных сборниках по подготовке к ГИА. Рассмотрим некоторые из них.

**Пример.** При каком значении параметра  $b$  прямая  $y = -5x + b$  является касательной к параболе  $y = 4x^2 - 3x$ ? Найдите координаты точки касания данных прямой и параболы.

*Решение.* Прямая  $y = -5x + b$  касается параболы  $y = 4x^2 - 3x$  лишь в том случае, если имеет с этой параболой единственную общую точку, т.е. если уравнение  $-5x + b = 4x^2 - 3x$  имеет единственный корень. Поскольку уравнение квадратное, то это возможно в том случае, если  $D$  трехчлена  $4x^2 + 2x - b$  равен нулю.

$$D = 4 + 16b = 0, b = -0.25.$$

Абсцисса точки касания прямой  $y = -5x - 0.25$  и параболы  $y = 4x^2 - 3x$  является корнем уравнения  $-5x - 0.25 = 4x^2 - 3x$ , т.е. равна  $-0.25$ . Ординату точки касания находим, подставляя её абсциссу в уравнение прямой:

$$y = -5 * (-0.25) - 0.25 = 1.$$

Ответ:  $b = -0.25; (-0.25; 1)$ .

Список заданий, рекомендуемых для применения на занятии см. в Приложении К.

*Занятия 31-32. Итоговое занятие.*

Повторение и закрепление знаний, полученных на факультативном курсе. Подготовка к итоговому тестированию, путем повторения теоретической части и решению заданий по всем разделам курса.

*Занятия 33-34. Итоговое тестирование.*

Проведение итогового тестирования. Анализ достижений обучающихся. Подведение итогов курса.

### **Заключение**

Задачи с параметрами - это задачи повышенной сложности, решение которых позволяет развить интеллект обучающегося, способность применять к конкретным ситуациям.

В работе были решены все поставленные во введении задачи, а именно, выявлен потенциал действующих учебников по алгебре 7 – 9 классов для формирования умений обучающихся решать уравнения с параметром; составлен комплекс заданий, расширяющих потенциал действующих учебников по алгебре 7 – 9 классов для формирования умений обучающихся решать уравнения с параметром; разработано содержание и учебный план факультативного курса «Уравнения с параметром» в 9 классе, а также методика проведения занятий факультативного курса «Уравнения с параметром» в 9 классе.



## Список литературы

1. Аммосова Н.В. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ (ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 2-5 КЛ.): метод. рекомендации / Аммосова Н. В.. Астрахань, 2003.
2. Афанасьева Н.В., М. Н. (26 январь 2018 г.). Профорориентационный тренинг для старшеклассников "Твой выбор". Мурамцево, Россия.
3. Афанасьева А.А. ДИСТАНЦИОННЫЕ ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 3–6-Х КЛАССОВ // Научно-методический электронный журнал Концепт. 2015. № 2. С. 46-50.
4. Бабаевский Н.А., Романенко Н.М. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОГО ХАРАКТЕРА И ИХ ВЛИЯНИЕ НА СОЦИОКУЛЬТУРНУЮ ЖИЗНЬ СТУДЕНТА. В сборнике: МОЛОДЕЖЬ И ОБЩЕСТВО Сборник научных статей. Москва, 2015. С. 63-66.
5. Базык А.И. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ В СИСТЕМЕ ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2011. № 7. С. 130-135.
6. Базык А.И. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ В СИСТЕМЕ ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ (ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД) // Наука и современность. 2012. № 16-1. С. 105-111.
7. Богданова Т.В., Венгеров П.Д., Волкова И.С., Драполок И.С. и др. ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОЕ ПРЕДПРОФИЛЬНОЕ И ПРОФИЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ. Воронеж, 2005.

8. Бойко Л.В., Василенко И.В., Лобанова Е.М. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ И ДРУГИЕ ФОРМЫ ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЫ // Символ науки. 2019. № 9. С. 80-82.
9. Буркова Л.Л., Кочкарова К.А. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ КАК ФОРМА ВНЕУРОЧНОЙ РАБОТЫ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ // Aktualni pedagogika. 2019. Т. 3. № 3 (3). С. 35-39.
10. Гуров В.Н., Лютова Г.Р. ИННОВАЦИОННЫЙ ПРОЕКТ: "ПРОФОРИЕНТАЦИЯ, ПРЕДПРОФИЛЬНОЕ И ПРОФИЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ". В сборнике: РУКОВОДСТВО РАЗВИТИЕМ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ МУНИЦИПАЛИТЕТОВ И ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ В ЛИЧНОСТНООРИЕНТИРОВАННОМ НАПРАВЛЕНИИ В КОНТЕКСТЕ ФОРМИРОВАНИЯ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОЙ ЛИЧНОСТИ НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ. Уфа, 2018. С. 82-91.
11. Доброзракова Г.А. ТУРГЕНЕВСКИЕ ТРАДИЦИИ В ПОВЕСТИ С.ДОВЛАТОВА "ФИЛИАЛ". ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ В X-XI КЛАССАХ // Русская словесность. 2010. № 6. С. 42-47.
12. Жемадукова Л.Ю. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ПО ФРАЗЕОЛОГИИ. (Из опыта работы) / Л.Ю. Жемадукова. Майкоп, 2003.
13. Жукова Л.П., Петров Ю.Н. ПРЕДПРОФИЛЬНОЕ И ПРОФИЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ: монография / Жукова Л. П., Петров Ю. Н.; Федер. агентство по образованию, Волж. гос. инж.-пед. ун-т. Нижний Новгород, 2005.
14. Зубрилин А.А. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ПО ТЕМЕ "ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ" // Информатика и образование. 2006. № 6. С. 27-35.

- 15.Бойко Л.В., Василенко И.В., Лобанова Е.М.ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ И ДРУГИЕ ФОРМЫ ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЫ // Символ науки. 2019. № 9. С. 80-82.
- 16.Карневская Е.Б., Курочкина З.Д., Фастовец Р.В.АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ. ЛЕКСИКО-ГРАММАТИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ. 11-Й КЛАСС. Пособие для учащихся учреждений общего среднего образования с белорусским и русским языками обучения / Минск, 2015.
- 17.Карневская Е.Б., Курочкина З.Д., Фастовец Р.В. АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ. ЛЕКСИКО-ГРАММАТИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ. 10-Й КЛАСС. Пособие для учащихся учреждений общего среднего образования с белорусским и русским языками обучения / Минск, 2014.
- 18.Кондаурова Н.Н.ПРЕДПРОФИЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ ШКОЛЬНИКОВ В СИСТЕМЕ ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ // Начальная школа. 2012. № 1. С. 41.
- 19.Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования Стандарты и мониторинг в образовании. (2002).
- 20.Кузнецова Д.В. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ ЛИЧНОСТНО ОРИЕНТИРОВАННОГО ПОДХОДА В УСЛОВИЯХ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ // Научный вестник Крыма. 2018. № 4 (15). С. 17.
- 21.Лапицкая Л.М., Демченко Н.В.АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ. ПРАКТИКУМ ПО ЧТЕНИЮ. 5-Й КЛАСС. Пособие для учащихся учреждений общего среднего образования с белорусским и русским языками обучения / Минск, 2014.
- 22.Леонтьева Т.П. АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ. КУЛЬТУРА РЕЧЕВОГО ОБЩЕНИЯ. 7-8-Й КЛАССЫ.

- Пособие для учащихся учреждений общего среднего образования с белорусским и русским языками обучения / Минск, 2015.
23. Новожилова Н.В., Бершадский М.Е., Гузеев В.В. КОНСУЛЬТАЦИИ: ИНДИВИДУАЛИЗАЦИЯ, ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ, ПРЕДПРОФИЛЬНОЕ И ПРОФИЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ // Педагогические технологии. 2009. № 3. С. 63-72
24. Смирнов В.Н. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ПЛЯЖНЫМ ВОЛЕЙБОЛОМ КАК СРЕДСТВО ФИЗИЧЕСКОГО САМОСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СТУДЕНТОК-ПЕРВОКУРСНИЦ // Теория и практика физической культуры. 2014. № 2. С. 31.
25. Теплова Н.В. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ КАК СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ЯЗЫКОВОЙ КОМПЕТЕНЦИИ СТУДЕНТОВ // Труды БГТУ. №5. История, философия, филология. 2013. № 5 (161). С. 201-203.
26. Христолюбова Т.А. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ В ШКОЛЕ // Вестник Марийского государственного университета. 2016. № 1 (21). С. 59-64.
27. Хромов В.А., Чехранов Ю.В. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ГРУПП ПО СЛУЖЕБНО-ПРИКЛАДНЫМ ВИДАМ СПОРТА В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЯХ МВД РОССИИ // Вестник экономической безопасности. 2016. № 3. С. 390-392.
28. Хромов В.А., Чехранов Ю.В. ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ ГРУПП ПО СЛУЖЕБНО-ПРИКЛАДНЫМ ВИДАМ СПОРТА В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЯХ МВД РОССИИ // Международный журнал психологии и педагогики в служебной деятельности. 2016. № 2. С. 123-124.
29. <http://www.profile-edu.ru/predprofilnaya-podgotovka-uchashhixsya-osnovnoj-shkoly.html>

- 30.Пайгусов А.И. ПРЕДПРОФИЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ: КУРС "ОСНОВЫ ПЕРЕВОДЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ"// Личность. Культура. Общество. 2006. Т. 8. № 2 (30). С. 305-310.
- 31.Слободина Т.И. ПРЕДПРОФИЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ: ВЗГЛЯД НА ПРОБЛЕМУ // Иностранные языки в школе. 2006. № 7. С. 2-6.
- 32.Чепурных Н.К.ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ КАК ФОРМА ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА // Научный дайджест Восточно-Сибирского института МВД России. 2019. № 3 (3). С. 365-369.
- 33.Цыркун И.И.ФАКУЛЬТАТИВНЫЕ ЗАНЯТИЯ. В сборнике: Белорусская педагогическая энциклопедия Минск, 2015. С. 463.
- 34.Эренчинова Т.А Предпрофильное и профильное обучение. На материалах экспериментальных общеобразовательных учреждений Республики Тыва / Т. А. Эренчинова ; М-во образования, науки и молодежной политики республики Тыва, Ин-т развития национальной школы. КЫЗЫЛ, 2009.

## Приложения

### Приложение А

1. Решить уравнение  $ax - 5a = 7x - 3$  при всех возможных  $a$ .
2. Решить уравнение  $a(x - 1) + 2(x - 1) = 0$  относительно переменной  $x$ .
3. Решить уравнение  $\frac{x}{a} + 1 = a + x$  относительно переменной  $x$ .

### Приложение Б

1. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $(a + 6)x^2 + 2ax + 1 = 0$  имеет единственное решение.
2. Определить все значения параметра  $a$ , при которых уравнения  $x^2 + ax + 1 = 0$  и  $x^2 + x + a = 0$  имеют хотя бы один общий корень.
3. для всех значений параметра  $a$  решить уравнение  $(a - 1)x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ .

### Приложение В

1. При каком значении параметра  $m$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2 + (2 - m)x - m - 3 = 0$  будет наименьшая?
2. При каких значениях  $k$  сумма корней квадратного уравнения  $x^2 + (k^2 + 4k - 5)x - k = 0$  равна нулю?
3. При каком значении параметра  $m$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2 + (m - 1)x - m^2 - 1.5 = 0$  наибольшая?
1. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $(a - 1)x^2 - 2(a - 2)x + a + 3 = 0$  имеет положительные корни.

### Приложение Д

1. Найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках график функции  $y = \begin{cases} 4x + 6, & \text{при } x < -1 \\ 2, & \text{при } -1 \leq x \leq 1 \\ 4x - 2, & \text{при } x > 1 \end{cases}$
2. Решить графическим методом уравнение  $x^2 + 3x = 5x + 3$ .
3. Найти все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $6x + 5a = 15$  лежат на отрезке  $[-5; 5]$ .

### Приложение Е

1. Решить уравнение  $2x^3 - (a + 2)x^2 - ax + a^2 = 0$

### Приложение Ж

1. При каком значении  $a$  уравнение  $|x - 5| + 2 = x + a$  имеет единственное решение?

### Приложение З

1. Для всех значений параметра  $a$  решить уравнение  $\frac{x}{a(x+1)} - \frac{2}{x+2} = \frac{3-a^2}{a(x+1)(x+2)}$
2. Решить уравнение:  $\frac{k(x+2)-3(k-1)}{x+1} = 1$
3.  $\frac{a}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$

### Приложение И

1. Решить уравнение  $x^2 = 2|x - a| - 2|x - 2|$
2.  $(4a - 15)x^2 + 2a|x| + 4 = 0$
3.  $|x - a| + |x + a + 1| = 3$

### Приложение К

1. Найдите все пары значений параметров  $c$  и  $k$ , для каждой из которых парабола  $y = x^2 - 2x + c$  касается обеих прямых  $y = kx$  и  $y = 4x + 3$ .
2. Парабола с вершиной в точке  $(-2; -2)$  содержит точку  $(1; 16)$ . Найдите абсциссы точек пересечения этой параболы с осью  $Ox$ .
3. Прямая  $3x + 4y = c$ , где  $c$  – некоторое число, касается гиперболы  $y = \frac{12}{x}$  в точке с отрицательной абсциссой. Найдите число  $c$ .