

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Выпускающая кафедра: Математики и методики обучения математике

**Менчинская Марина Владимировна**  
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**ФАКУЛЬТАТИВНЫЙ КУРС «ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ  
ФУНКЦИЙ» В ПРОЦЕССЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ 9-х КЛАССОВ**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование  
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой д.п.н., профессор Шкерина Л.В.

22.06.2020

(дата, подпись)



Руководитель: к.п.н., доцент Журавлева Н.А.

22.06.2020

(дата, подпись)



Дата защиты 29.06.2020

Обучающийся Менчинская М.В.

22.06.2020

(дата, подпись)



Оценка \_\_\_\_\_

прописью

Красноярск 2020

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ .....	3
Глава I. Теоретические основы построения и преобразований графиков функций .....	9
1.1. Современные тенденции развития отечественного математического образования .....	9
1.2. Функционально-графическая линия школьного курса математики 9 классов .....	19
1.3. Содержание и особенности решения задач на построение и преобразование графиков функций в 9-х классах .....	26
Выводы по первой главе .....	33
Глава II. Организация обучения в рамках факультативного курса «Преобразование графиков функций» в 9-х классах .....	34
2.1. Комплекс задач на построение графиков функций и их преобразование .....	34
2.2. Фрагменты заданий на преобразование графиков функций .....	46
2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы .....	54
Выводы по второй главе .....	61
Заключение .....	63
Библиографический список .....	66

## **ВВЕДЕНИЕ**

Для того, чтобы человек был успешным и соответствовал современным стандартам, необходимо быть не только развитыми профессиональными качествами, но и обладать определенными личностными такими, как усидчивость, целеустремленность, внимательность, многофункциональность, мобильность. На развитие этих и многих других качеств влияет математика. Именно поэтому в Российской Федерации сейчас делают акцент на развитие математического образования. Подтверждением этому является утвержденная 27 декабря 2013 г. Концепция развития математического образования в РФ. В этом документе рассматриваются задачи, цели и проблемы развития математического образования.

Современное образование активно развивается и видоизменяется на разных уровнях обучения. В данный момент образование начальных классов преимущественно является развивающим. Однако заметим, что нельзя сказать того же о средней и старшей школе. В данный момент нет конкретных программ образования для средних и старших классов. В этом и есть суть одной из проблемы современного школьного образования: на начальном этапе в школе обучающиеся занимаются по развивающим программам, их обучают самостоятельно добывать новые знания и находить новые способы действий. А затем в средней школе, их возвращают, как правило, к традиционной системе обучения, где знания предлагаются учителем уже в готовом виде. Обучающимся при таком переходе довольно сложно перестроиться. И в итоге все знания, которые были получены в начальной школе, все приложенные усилия оказываются напрасными. Многие умения и навыки, которые были сформированы забываются, и предполагаемые результаты образования не достигаются. Однако заметим, что современное среднее образование регламентируется одним из нормативных документов – Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования (ФГОС

ООО), в котором обозначены требования к результатам образования обучающихся. Их называют универсальными учебными действиями. Учитывая ФГОС процесс образования должен оставаться развивающим и в средней школе. Но, к сожалению, реализация уроков таким образом в школе встречается редко. На наш взгляд, это в некоторой мере связано с тем, что около 40 % педагогов по статистике старше 50 лет. А значит, что изменение современных требований к образованию может быть воспринято и реализовано ими не в полной мере. Это связано с тем, что они привыкли работать по традиционной система, а опыт работы рамках ФГОС крайне мал. К тому же учителя отличаются друг от друга, у них разный уровень адаптации к новым требованиям.

Все эти проблемы напрямую связаны с организацией образовательного процесса, но, однако заметим, что существует ряд проблем, связанных с содержанием обучения. В каждой школьной дисциплине существует ряд нюансов в содержании, которые нужно учитывать при реализации процесса обучения. Мы будем говорить об одной из основных дисциплин – математике.

Одним из способов обучения математике является проведение факультативных курсов. В нашем случае, это курс «Преобразование графиков функций». Что такое факультативный курс? Это дополнительные занятия по желанию обучающихся. Они направлены на углубление и расширение знаний по определенной теме.

Существует несколько содержательно-методических линий курса математики в школе. Изучение этих линий происходит на протяжении всего нахождения в школе. В соответствии введения ФГОС у каждой линии есть свои требования, изучение каждой направлено на развитие определенных качеств личности обучающегося. Учитывая это педагогу необходимо тщательно продумывать способы и формы обучения, которые будут применяться на уроке, а также подходить серьезно к отбору содержания урока.

Линия построений и преобразований графиков функций является одной из самых важных линий в курсе математики в школе. Как и функционально-графическая линия. Обе эти линии очень четко демонстрируют развитие всех тех качеств, которые были перечислены до этого выше. Эти линии очень тесно взаимосвязаны при изучении курса алгебры. В связи с настоящими требованиями к процессу обучения у обучающихся должны быть сформированы не только предметные образовательные результаты, но также метапредметные и личностные. Все эти качества представлены во ФГОС. Можно сделать вывод, что современное математическое образование, как и образование в целом, подразумевает развитие всесторонне развитой личности, умеющей работать с большим объемом информации, находить различные пути решения, а также наиболее оптимальные способы и приемы решения различных возникающих проблем (во всех областях).

Проблема состоит в том, что в данный момент никак не отслеживается формирование метапредметных и личностных образовательных результатов по окончанию школы. Идет проверка только предметных результатов путем проведения единого государственного экзамена (ЕГЭ). При прохождении ЕГЭ обучающийся пользуется некоторыми умениями и знаниями по предмету. Почти все задания ЕГЭ решаются по определенной модели. Некоторые из них имеют различные пути решения. Обучающийся, который знает различные способы решения, а также самые рациональные, имеет наилучшую возможность сдать ЕГЭ на высокий балл.

Вопросами внедрения и успешной реализации ЕГЭ занимается большое количество специалистов различных сфер: от политиков и экономистов, до журналистов всех видов изданий. Проблема введения ЕГЭ по все еще актуальна, не существует однозначного мнения о вреде или пользе данной формы контроля качества знаний. Эту проблему с разных сторон рассматривают многие специалисты. Таким образом еще в 2003 г.

В.Ж. Куклин рассматривал положительные и отрицательные стороны ЕГЭ на всех уровнях обучения, а также рассматривал с различных позиций: влияние введения ЕГЭ на работу учителей, вузы, директоров, и в конечном итоге что можно увидеть по результатам ЕГЭ и реальные ли это результаты. В.Д. Полежаев, Р.Ч. Барциц говорят о необъективности проверки с помощью одного и того же инструмента знаний учащихся и проведения итоговой аттестации выпускников для конкурсного отбора абитуриентов. Контролировать таким образом работу отдельного учителя и осуществлять мониторинг состояния системы образования в целом.

Так же остается актуальной проблема формирования универсальных учебных действий. Формированию универсальных учебных действий (познавательных, регулятивных, коммуникативных) обучающихся посвящены работы А.Г. Асмолова, Л.И. Боженковой, И.А. Володарской и др. В работах И.Е. Аникина, Л.М. Перминовой формирование универсальных учебных действий (УУД) рассмотрено как необходимое условие для того, что повысить качество образования в целом. И.Г. Салова рассматривает формирование универсальных учебных действий как необходимое условие достижения метапредметных образовательных результатов. О.В. Тумашева и Е.Г. Рукосуева отмечают некоторые виды и типы задач, которые стоит рассматривать в рамках уроков математики в соответствии с требованиями ФГОС.

Заметим, что в этих работах не уделяется должного внимания проблеме формирования определенных познавательных УУД на уроках математики. Большое количество работ раскрывают проблему формирования познавательных УУД на уроках математики в младший классах. Не достаточное количество исследований, которые касаются формирования познавательных УУД у средних и старших школьников. Одними из них являются развитие познавательных УУД в процессе изучения геометрии Л.И. Боженковой.

Существует малое количество исследований, в которых раскрывается потенциал функционально-графического метода построений и преобразований графиков функций для формирования тех или иных УУД, в том числе и познавательных. Большинство работ посвящены либо общему описанию метода, либо отдельным его частям (функционального или графического). Исходя из этого, можно говорить о том, что существует **проблема** –каким образом организовать процесс обучения в рамках различных содержательно-методических линий школьного курса алгебры так, чтобы формировать познавательные универсальные учебные действия обучающихся? Указанные обстоятельства обусловили актуальность данной работы.

**Объектом исследования** является процесс математической подготовки обучающихся 9 классов.

**Предмет исследования:** обучение использованию функционально-графического метода при построении и преобразовании графиков функций обучающихся 9 классов.

**Гипотеза:** если в процессе изучения факультатива «Преобразование графиков функций» использовать комплекс специально разработанных заданий, предполагающих решение функционально-графическим методом, а также методические рекомендации по работе с ними, то у обучающихся возрастет уровень математической подготовки и это будет способствовать формированию познавательных универсальных учебных действий.

**Целью** выпускной квалификационной работы является разработка и апробация факультативного курса «Преобразование графиков функций» для обучающихся 9 классов.

**Задачи исследования:**

1) На основе анализа школьных учебно-методических комплектов и материалов итоговой государственной аттестации описать содержание

функционально-графической содержательно-методической линии курса алгебры основной школы.

2) Охарактеризовать содержание и особенности функционально-графического метода построения и преобразований графиков функций в курсе алгебры основной школы.

3) Разработать комплекс заданий, направленных на применение функционально-графического метода при построении и преобразованиях графиков функций.

4) Разработать методическое обеспечение факультативного курса «Преобразование графиков функций».

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы.

Во введении обозначена актуальность, выявлены цель и задачи, выделены объект, предмет и гипотеза, показана структура работы.

В первой главе рассматривается математическое образование в настоящее время, основные тенденции развития, рассмотрено содержание функционально-графической линии в различных учебниках 9 класса, а также выявлены особенности функционально-графического метода построения и преобразований графиков функций.

Вторая глава содержит комплекс заданий, направленных на использование функционально-графического метода построения и преобразований графиков функций, представлены фрагменты уроков с применением данного комплекса упражнений, а также вариант контрольной работы и опроса, исходя из которых можно сделать вывод об истинности гипотезы.

В заключении сделаны общие выводы и подведены итоги работы.

Библиографический список включает в себя основные источники, используемые в работе.



# **Глава I. Теоретические основы построения и преобразований графиков функций**

## **1.1. Современные тенденции развития отечественного математического образования**

Современное общество не стоит на месте, постоянно происходят изменения, наша страна тому не исключение. В данный момент мы переживаем трудные времена. Сейчас мы наблюдаем изменения во всех сферах. У общества появляется новая политика, идеология, происходит становление нового строя. Изменяется наша жизнь: меняются социальная и нравственная сферы. Исходя из этого, появляется много проблем, какая должна быть политика, экономика, как поддерживать достойный уровень жизни в нашем государстве. Общество не стоит на месте, постоянно происходит развитие, и для продвижения вперед нужны люди свободные, креативные, с высоким уровнем знаний и навыков, развитые, умеющие мыслить не стандартно.

В данный момент можно сказать, что от общеобразовательной школы зависит будущее нашего общества. Воспитывая и обучая детей, которые будут принимать определенные решения когда станут взрослыми, мы вершим нашу историю. Будущее нашей страны зависит от того, какими вырастут наши дети. Вполне логично, что государство, которое рассчитывает получить прогрессивных граждан и процветающую страну уделяет особое внимание сфере образования. В данный момент очевидно, что передовыми странами, культурно богатыми и экономически развитыми смогу стать только те, в которых будет обеспечен достойный уровень интеллектуального развития нового поколения.

У каждого нового поколения есть свои определенные требования к школе. Раньше главным считалось дать ученикам глубокие знания, навыки и умения. Сейчас задачи общеобразовательной школы изменились. Сейчас главной задачей стало сформировать универсальные учебные действия,

которые обеспечивают школьникам умение учиться, способность из большого количества информации выбрать нужное, самое важное, самостоятельно развиваться и совершенствоваться. Пришла пора новых Федеральных образовательных стандартов общего образования второго поколения, в которых указано, что главная цель образования - формирование универсальных учебных действий, таких как: познавательные, личностные, регулятивные, коммуникативные.

Рассматривая каждый учебный предмет можно говорить о возможности дополнительного предметного образования, главная цель которого состоит в развитии учащихся. Приобщение их к интеллектуальному опыту мирового культурного наследия, повышение их уровня подготовки по конкретным предметам. Дать им возможность освоения дополнительных граней в области определенной науки, подготовить школьников в дальнейшем самостоятельно заниматься своим образованием, любой практической деятельностью и любой специальностью.

Исходя из этого, можно сказать, что одной из важных задач дополнительного математического образования является обучение детей общим приемам мышления, развитие понимания сути поставленной перед ними задачи, умение вести логичные рассуждения, развитие пространственного воображения, выработать навыки работать по определенному алгоритму. Не мало важно обучить каждого проводить анализ, научиться различать факт и гипотезу, четко формулировать свои мысли, а с другой стороны – развить воображение и интуитивное мышление (умение предвидеть результат, намечать приблизительные пути решения, пространственное представление определенной модели). Именно дополнительное математическое образование дает возможность школьникам справиться с этими задачами.

В качестве дополнительного математического образования школьников будем подразумевать систематическое освоение математических и

метапредметных действий, которые не входят в инвариант математического образования. Это – «образовательный процесс, который имеет свои педагогические формы, технологии и средства их реализации, по программам, дополняющим Государственный стандарт средней школы» [15].

Современное дополнительное математическое образование школьников осуществляется при помощи: центров (и другие учреждений) дополнительного образования; заочные, очно-заочные и каникулярные математические лагеря и школы; факультативных занятий и спецкурсов; научно-исследовательских работ со школьниками (в качестве их подготовки к различным научно-практическим конференциям: городские, региональные, федеральные); математических кружков (группы, студии); математических обществ учащихся; олимпиад; подготовительных курсов для выпускников, готовящихся поступить в средние специальные и высшие учебные заведения; репетиторское образование; дистанционных занятий по дополнительному математическому образованию школьников и т.д. Формы современного дополнительного математического образования школьников. Перечень наиболее популярных форм, при помощи которых в школе реализуют дополнительное математическое образование:

1) традиционные (математические курсы, факультативы, кружки; математические игры, конкурсы, соревнования, олимпиады; математические экскурсии; математическая печать, недели (декады) математики; изучение математической литературы; разные формы углубленной специальной математической подготовки, реализуемой заочных, очно-заочных, каникулярных математических школах и лагерях и т.д.);

2) нестандартные (математические конференции; проектная деятельность школьников; научно-исследовательская работа; различные формы дистанционного дополнительного математического образования школьников и т.д.).

Под дополнительным математическим образованием подразумевается процесс образования, направленных на развитие обучающихся. Сформировать у них интерес к математике и обеспечить расширение и углубление программного материала. Дополнительное математическое образование нацелено на решение многих задач по углубленному математическому образованию, всесторонне развивать индивидуальные способности школьников и максимально удовлетворить их интерес и потребности. По сравнению с основным сфера дополнительного математического образования имеет преимущества, обладая большей свободой в отборе содержания, методов, форм и средств обучения. Содержание дополнительного математического образования может быть различно с целями основного образования.

Многие специалисты занимались разработкой разных аспектов дополнительного математического образования. В результате проведенных исследований можно условно выделить три направления:

- разработка разнообразных форм дополнительного математического образования;
- содержание занятий дополнительного математического образования;
- возможность повышения эффективности дополнительного математического образования.

О разнообразных формах дополнительного математического образования писали М.Б. Балк, Л.А. Шор, Е.К. Серебровская, А.И. Фетисов, К. М. Щербина и др.

Над структурой содержания дополнительного математического образования обучающихся работали такие специалисты, как М.Б. Балк, Г.И. Линьков, С.И. Шварцбурд, Н.Я. Виленкин, П.А. Подашов и др.

Изучением вариантов путей усовершенствования дополнительного математического образования для школьников в своих диссертационных

исследованиях занимались Е. А. Акопян, И. И. Дырченко, И. Н. Алексеева, Е. А. Дышинский, Ф. Н. Чинчирова, А. И. Можяев, Н. Шербоев.

В данный момент вопрос изменения системы образования в России волнует многих людей. Это вполне оправдано, потому что исходя из того, как он будет решен, в дальнейшем и будет складываться судьба России.

Президент России В. В. Путин сказал: «Развитие образования в стране – это далеко не только вопрос престижа нашего государства, хотя и это важно. Развитие образования – это задача общенациональной значимости. Мы всегда держали здесь высокую планку, и высота эта нужна не сама по себе. Она – залог успешного развития государства и общества. Но так будет только в том случае, если образование у нас будет отвечать общим требованиям сегодняшнего дня, если оно будет доступным и качественным», и далее: «... устойчивое развитие стран уже давно определяется не столько их ресурсами, сколько общим уровнем образования нации» [16].

Стоит отметить, что основой общего среднего образования являются история, русский язык, литература, математика, естественные предметы. На данный момент это, к сожалению, понимают не все. Это уже давно сформировавшиеся устои, которые будут сохраняться и в дальнейшем. Для общего среднего образования эти дисциплины являются базовыми. Остальные школьные предметы: право, экономика, социология и др., являются дополнением, так как большое количество предметов препятствует концентрации внимания на более важных вопросах и сильно перегружает обучающихся.

В настоящее время мы говорим о математике как учебном предмете. Математика как предмета и как наука различна. Эти различия состоят в объеме и глубине изложения, в прикладной направленности изучаемых вопросов.

Математика как учебный предмет характеризуется по следующим критериям: жёсткий отбор основ содержания; чёткое определение целей

обучения, межпредметных связей; усиление развивающей и воспитывающей роли математики, её взаимодействие с повседневной жизнью; удержание внимания и интереса учащихся к предмету.

В дальнейшем модернизация содержания школьного математического образования связана с практическими потребностями, которые возникают в современном обществе. Например, применение на практике в промышленности, на производстве, в сельском хозяйстве и т.д.

С социальной точки зрения задача математики заключается в том, чтобы развивать уровень интеллекта человека для его нормального функционирования в социуме. Это необходимое условие обеспечения и поддержания общего уровня интеллекта в обществе. Математика способствует адаптации нового поколения к жизни в современном обществе, таким образом, математика выполняет общеобразовательную функцию.

Дополнительное математическое образование очень значимо с социальной точки зрения. В дальнейшем математическое образование влияет на формирование будущего кадрового, технологического и гуманитарного потенциала российского общества. Обучение математике выступает в роли профессиональной подготовки учащихся к деятельности уже после окончания школы, в том числе к поступлению и успешному окончанию высшего образования по определенным специальностям.

Если рассматривать математику как часть общего среднего образования, который относится ко всем обучающимся, то ее главной целью является формирование и развитие мышления. Происходит тренировка логического и алгоритмического мышления и т.д.

Основной задачей преподавания математики является не изучение основ математики как науки, а общее интеллектуальное развитие - формирование определенных мыслительных качеств, необходимых для полноценного функционирования человека в современном обществе.

Три особенности школьного математического образования.

Первая особенность. Школьная математика имеет три фундаментальные основы: арифметика, текстовые задачи и геометрия. Мы стали все дальше отходить от традиционного содержания. Со временем возрастает стремление внести изменения в школьные математические программы. Применяя примеры западных стран можно придти к кризисным ситуациям в нашем школьном математическом образовании.

Вторая особенность математического образования является принцип доказательности. Это прослеживается во всех учебниках по математике. Все утверждения доказываются, из каждой формулы делаются выводы. Это и есть фундаментальное отличие нашего образования от американского. Главным вопросом математического образования в России является "Почему?". В свою очередь американского – "Как?". Вообще для русского человека поиски ответа на вопрос "Почему?" являются отличительной чертой. Но после получения ответа на этот вопрос российский человек зачастую прекращает поиски и не доходит до конечной стадии. Здесь уже подключаются ушлые люди с Запада, которые доводят все до конца, реализуют наши же идеи и в дальнейшем они возвращаются к нам в виде дорогостоящих изобретений. Дети в основной школе, как правило, совершают все действия под четким руководством учителя, но в старших классах вдруг все меняется – преподаватели начинают приучать учеников к самостоятельности! Естественно учеников это не устраивает, они начинают задавать много вопросов, не пытаясь самостоятельно разобраться с поставленными перед собой задачами. По мере взросления обучающиеся должны закончить обучение фактам и перейти к их практическому применению. Чем же является математическая деятельность учителя и учащихся в старшей школе? Прежде всего это решение задач, а не упражнений. Постановка задач, их исследование, найти более подходящий метод, реализовать его, проанализировать результаты, обобщить их и т.д. Чтобы развивать интеллект нужно научиться рассматривать задачу с разных сторон. Задача учителя математики быть исследователем на школьном уровне задач, уметь выделить ключевые задачи, методы и идеи, суметь передать это все школьникам. Задача

учителя каждый раз поражаться красоте и разнообразию математических методов и стараться привить это чувство восхищения своим ученикам. Естественно это очень большой труд и нужно тратить на это большое количество сил, и заниматься этим нужно каждый день, в этом и заключается суть учительской профессии. Учитель математики должен сохранять терпение, ведь все ученики разные, с разными способностями. У каждого своя скорость восприятия. Если все из вышеперечисленного выполняется, при чем выполняется честно и профессионально, то в конечном итоге это начнет приносить свои плоды. Нужно проявить терпение.

Математика такая наука, в которой все нужно замечать. Учитель должен разжечь интерес у учеников, чтобы им самим захотелось добраться до сути, найти истину. Это значит, что нужно научить детей замечать, наблюдать, формулировать гипотезы, сравнивать закономерности, научить доказывать или отказываться от гипотезы, если есть противоречия. Это делается на всех этапах математического образования. Дети должны научиться без помощи учителя строить определения и их отрицания, и понять, что зубрешка в математике требуется не всегда – нужно научиться понимать, а с практикой все само быстро запомнится. Не стоит бояться ошибок. Они все равно неизбежны, нужно научиться из них извлекать пользу. Ученики должны видеть в преподавателе больше советчика, чем строгого надзирателя. Математике нельзя научить, ей можно только научиться! Ученики должны понять, что все зависит от них самих, преподаватель только способствует, дает направление.

Третья особенность. Модернизация современного образования предполагает обновление основ общего образования, суть которых заключается во включении в процесс образования универсальных учебных действий. Если проанализировать поведение ученика и преподавателя на занятиях, то основная роль отводится ученику, а учитель предоставляет только условия, позволяющие ученику выбирать пути, средства действий и формы работы. Ученики должны выбирать собственные решения,



демонстрировать свою интеллектуальную и исследовательскую деятельность и самоорганизацию на всех этапах урока.

Деятельность в учебном плане строится на принципах системного-деятельностного подхода. Он основан на трех взаимосвязанных этапах: постановке целей, самостоятельной производственной деятельности и рефлексии.

На первом этапе урока наиболее эффективно создавать конфликтные ситуации с использованием математических парадоксов или демонстрационных экспериментов. Обучающиеся имеют возможность выразить свои мысли о ситуации и поставить перед собой образовательные задачи в соответствии со своими способностями. Я думаю, что эта работа очень эффективна: около 80% могут без чьей либо помощи поставить цель и выделить ключевые моменты при выполнении работы.

Второй этап урока – самостоятельная деятельность учащихся. Для выполнения работы предлагаю ряд задач различной сложности (базовый, повышенный и высокий). Задания даются в учебнике или задачниках, могут быть в презентации к уроку. Обучающиеся могут заниматься группами или самостоятельно. При помощи тестов осуществляется контроль знаний. Тесты предоставляются в бумажном и электронном виде. Некоторые задания разрабатываются совместно с учащимися (анкеты, кроссворды).

Далее дается задание на дом, можно его дополнить. Например: подговорить небольшое выступление о каком-то открытии, математическом исследовании, рассказать об известном математике; сделать кроссворд, вопросник или придумать что-то самостоятельно...

В заключении нужно проверить результаты. Предлагаю учащимся проводить рефлексию следующим образом:

- Сопоставь поставленную тобой цель урока и полученный результат.

Таким образом, ученики научатся самостоятельно работать и оценивать свою деятельность. Дети смогут реализовать себя через научную и практическую деятельность, удовлетворить свои познавательные

потребности. В результате мы получим положительную динамику итоговой аттестации.

Главные задачи методики преподавания математики.

- определиться с конкретными целями изучения математики по классам, темам, урокам.
- исходя из целей и познавательных возможностей учащихся, выборочно рассматривать содержание учебного предмета.
- для более успешного достижения поставленных целей выбирать наиболее оптимальные формы обучения.
- рассмотреть необходимые для более успешной практики средства обучения и разработать рекомендации по их применению.

Это все является неотъемлемой частью современных подходов к преподаванию математики. Задача методики преподавания давать ответы на вопросы: Зачем надо учить математике? Как надо обучать математике? Что именно надо изучать?

Новое содержание образования привело к появлению новых методов обучения математике. Нам нужен комплексный подход к применению методов обучения, их динамичность и гибкость. Современные методы обучения математике: проблемный (перспективный) метод; лабораторный метод; метод программированного обучения; эвристический метод; метод построения математических моделей, аксиоматический метод и др.

Информационно - развивающие методы обучения делятся на два типа:

а) предоставление информации уже в готовом виде (лекция, учебник, презентация и др.);

б) самостоятельная добыча знаний (самостоятельная работа с литературой, Интернет-ресурсами и др.).

Метод проблемного поиска включает в себя: постановку вопроса (эвристический диалог) учебного материала, лабораторную поисковую работу (до изучения материала), образовательную дискуссию, групповую

организацию коллективной мыслительной деятельности, исследовательскую работу.

Репродуктивные методы: пересказ исследуемого материала, выполнение упражнения по определенной модели, лабораторная работа в соответствии с инструкциями.

Творчески - репродуктивные методы: написание сочинений, имитация и анализ реальных ситуаций, деловые игры и другие всевозможные виды имитации профессиональной деятельности.

Специальные методы обучения – это модернизированные для обучения основные методы познания, которые применяются в математике, методы изучения действительности характерные для математики (составление математической модели, способы абстрагирования, которые применяются для построения таких моделей, аксиоматический метод) [1].

Неотъемлемой частью методики обучения является приемы учебной деятельности педагогов и учащихся. Методические приемы – это действия и способы работы, задача которых заключается в решении поставленных задач. Приемы учебной работы включают в себя приемы умственной деятельности (анализ и синтез, сравнение и обобщение, абстрагирование, доказательство, формулировка выводов, выявление сути, приемы ассоциаций и запоминания).

Суть современных подходов к математическому образованию заключается не в обучении готовым знаниям, а самостоятельной добыче новых знаний, т.е. познавательной деятельностью. [23]

## **1.2. Функционально-графическая линия школьного курса математики 9 классов**

Функционально-графическая линия является одной из основных содержательно-методических линий курса математики в школе. Ее суть состоит в изучении функций, их графиков и свойств, решение уравнений и неравенств графическим методом. Ее преподаванию нужно уделять особое

внимание. У автора учебников А.Г. Мордкович в книге «Беседы с учителями математики» уделяется внимание блоку бесед конкретно касающихся функций и уравнений. В первой беседе о функциях автор указывает на ошибки большого количества учебников в изложении материала касающегося данной темы. А также уделяет особое внимание значению, роли функций. суть его работы заключается в том, что все функции нужно изучать по одному и тому же алгоритму. В своих учебниках он так и излагает материал. Этот алгоритм он называет инвариантным ядром. Первым действием является функционально-графическое решение уравнений. Другими словами изучая любую функции автор устанавливает в первую очередь связь между функцией и уравнением. Это связано с тем, что данный метод подводит ученика к ситуации, когда главная задача не само построение графика функции, а решение уравнения [17]. Таким образом график функции является средством, а не цель изучения.

Функциональная зависимость является важной составляющей в жизни человека. Прежде всего, изучая функциональную зависимость, учащиеся должны понимать, что это всего лишь модель. Модель, которая применима к многим событиям в жизни и получается верное равенство. Это и является причиной важности изучения этой линии. Ученик должен осознать тот факт, что зависимости присутствуют везде. Учитель должен научить их различать, показать, как работать с этими зависимостями. Чтобы проверить как хорошо ученик усвоил данную линию, в ИГА включает в себя ряд заданий. В ИГА 9 класса три задания, направленные на проверку умения работы с функциями, это № 10, 14 и 23 [4]. На экзамене в 11 классе такого типа заданий на проверку навыков по функциональнографической линии уже больше. Это задание базового уровня № 14, и задания профильного уровня: прежде всего задание № 18, а также № 2, 7, 12 [3].

Чтобы представлять себе как именно эта линия представляется в школьных учебниках, был сделан дидактический анализ некоторых

учебных комплектов. Этот анализ осуществлялся по представленным критериям:

- 1) Содержание и структура материала;
- 2) Наглядность изложения материала;
- 3) Задачи, рассмотренные в данном учебнике:
  - 3.1) Уровень сложности задач;
  - 3.2) Разнообразие видов и содержания представленных задач.

В критерии 3.2 подразумевается, что все вариации содержания задач будут рассматриваться только по функционально-графической линии.

Для проведения анализа были выбраны учебно-методические комплекты по алгебре 9 класса под редакцией Г.В. Дорофеева, Ю.Н. Макарычева, Ю.М. Колягина, С.М. Никольского.

Учебники отбирались следующим критериям:

1. рекомендация учебника к использованию в школах;
2. Массовость использования данного учебника в школах.

Перейдем к дидактическому анализу учебников.

### **1) Содержание и структура материала**

Рассмотрим последовательность изучения функций в 9 классе по учебнику Г.В. Дорофеева.

Изучение функционально-графической линии начинается со второй главы учебника, где изучается квадратичная функция. Вводится определение – квадратичной функцией называют функцию, которую можно задать формулой вида  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a, b, c$  – некоторые числа, причем  $a \neq 0$ . Вспоминают простейшую квадратичную функцию  $y = x^2$ .

Далее вычисляются координаты нескольких точек, строятся различные графики. Рассматривается ось симметрии, вершины параболы. Потом детально рассматривают график и свойства функции  $y = ax^2$ , наблюдают как изменяется направление ветвей и ширина графика в зависимости от коэффициента. Затем наблюдают передвижение графика функции  $y = ax^2$  вдоль осей координат. Делая вывод из построенных графиков, как следствие

формулируют правило о сдвиге графика. И в заключении приходят к выводу, что можно получить график функции  $y = ax^2 + bx + c$  с помощью переносов вдоль осей графика функции  $y = ax^2$ . Отдельно выделен параграф, в котором рассматривается метод графического решения уравнений.

В дополнение идет параграф, в котором рассматривается график дробно-линейной функции по аналогии с графиком квадратичной функции, а именно: используется гипербола и преобразования ее графика [7].

К сожалению, учебник под редакцией Г.В. Дорофеева не относится к федеральному перечню учебников, и выводится из школьных программ. Поэтому далее рассмотрим порядок изучения функций в учебнике под редакцией Ю.Н. Макарычева. В 9 классе первой темой является «Функции и их свойства». В начале изучаются свойства функции в общем виде, в том числе область определения и область значений функции. Затем рассматривается квадратичная функция и ее график. Изучают ее свойства и графики функций  $y = ax^2 + n$  и  $y = a(x - m)^2$ . Далее вводится степенная функция и дробно-линейная. Рассматриваются графики этих функций. Далее изучают решение уравнений и неравенств графическим и функциональным методами [13].

В учебнике Ю.М. Колягина в 9 классе во второй главе «Степенная функция» вводится понятие область определения функции, монотонность функции, четность и нечетность функции, а также изучат функцию  $y = \frac{k}{x}$ . В первом параграфе данной главы дается определение функции, но более строгое, научное, чем давалась в более младших классах. В следующем параграфе вводится строгое определение возрастающей и убывающей функции. Изучение функции  $y = \frac{k}{x}$  начинается с примера, где нужно построить график обратной пропорциональности. Здесь же рассматриваются и свойства функции. Еще в этой главе рассматривают

неравенства и уравнения, содержащие степень, которые решают функционально-графическим методом [10].

Изучая учебник С.М. Никольского в 9 классе заметим, что всего три темы затрагиваются из функционально-графической линии. Это «Применение графиков к решению неравенств первой степени с одним неизвестным», «Функция  $y = x^n$ » и «Функция  $y = \sqrt[n]{x}$ ,  $x \geq 0$ . При изучении второй темы рассматриваются свойства и графики функций  $y = x^n$ ,  $y = x^{2m}$  и  $y = x^{2m+1}$ . Третья тема рассматривается таким же образом как предыдущие: обосновываются свойства функции и изучается ее график [20].

## **2) Наглядность изложения материала**

В учебнике Г.В. Дорофеева небольшое количество рисунков к определениям. Если рассматривать конкретно функционально-графическую линию в этом учебнике, можно сделать вывод о скудности наглядного материала в учебнике [5–7].

В учебнике Ю.М. Колягина определения предоставляются без наглядных изображений к ним, но кроме определений всегда рассматривают несколько примеров. А уже эти примеры в свою очередь иллюстрируются на достаточном количестве рисунков. На этих примерах и рисунках к ним рассматриваются разные положения графика той или иной функции, что способствует более результативному изучению материала [8–10].

В учебном пособии Ю.Н. Макарычева к примерам есть рисунки. Рассматривается серия рисунков с графиком функции, на которых показано построение функции и её преобразования [11–13].

В учебнике С.М. Никольского тоже достаточное количество иллюстраций к определениям и примерам. Хотя в отличие от учебника Ю.М. Колягина иллюстрации предназначены для текста, в котором происходит объяснение материала при помощи рассмотрения конкретных случаев [18–20].

## **3) Задачи, рассмотренные в учебнике**

В учебниках разных авторов рассмотрены разные типы задач. Во избежание повторений выделяем типы заданий, представленные в большинстве учебников, а также у конкретных авторов. Типы заданий в учебниках 9 класса по учебнику Г.В. Дорофеева:

- Работа с аналитической записью функциональной зависимости, нахождение различных элементов зависимости;
- Текстовые задачи, показывающие определенную функциональную зависимость;
- Составление таблиц значений функции по аналитическому заданию;
- Определение вида функциональной зависимости по аналитической записи;
- Определение вида функциональной зависимости по устному описанию и решение задач;
- Построение графиков функций по таблице;
- Задание функции аналитически по устному описанию и построение ее графика;
- Построение кусочно-непрерывной функции;
- Построение графика функции на интервале;
- Нахождение точек пересечения графиков различных функций друг с другом и с координатными прямыми;
- Определение взаимоположения прямых;
- Нахождение углового коэффициента по аналитической записи;
- Работа с графиком, ответы на вопросы по определенному графику;
- Нахождение значения функции в точке;
- Построение графика функции и определение свойств функции по графику;
- Задания на доказательство расположения графика функции в определенной четверти/ промежутке/ относительно координатных прямых
- Определение свойств по заданному графику функции / аналитической записи;



- Указание асимптоты графика функции и его построение;
- Преобразования графиков функций [5–7].

В учебнике Ю.Н. Макарычева есть задачи направленные на исследование. То есть до того как ввести какие-то свойства функции, предлагается о определить характер поведения функции, расположение на координатной прямой.

В учебнике Ю.М. Колягина аналогичные типы заданий с учебником Г.В. Дорофеева, но есть еще один тип:

- Задания на доказательство свойств четности и монотонности [8–10].

Заметим, что во всех этих учебниках содержится большое количество задач практического характера. В учебнике Ю.М. Колягина задачи такого типа есть как в обязательных упражнениях, так и в отдельном блоке таких заданий. Около половины задач составлены таким образом, что являются мотивирующими на их выполнение, связанные с жизнью. Делая вывод из пункта 3 проведенного анализа в данных учебниках рассматриваются примерно одинаковые типы заданий. Однако стоит отметить, что в учебнике Ю.Н. Макарычева есть важный блок заданий на исследование функции. Только в учебнике Г.В. Дорофеева мало изображений к определениям и примерам, в остальных учебниках такой проблемы нет. Примем во внимание, что схема изложения материала в учебниках авторов Г.В. Дорофеева, Ю.Н. Макарычева и Ю.М. Колягина, схожа, рассматриваются одинаковые функции. Естественно некоторые темы имеют разное положение во всем курсе, но отличие это не особо существенно. А вот учебник С.М. Никольского абсолютно отличается системой изложения, схемой и положением тем. Изучаются другие понятия, например приращение аргумента и функции, непрерывность функции, а также функции  $y = x$  ,  $y = [x]$ , во время изучения степенной функции рассматриваются случаи четного и нечетного показателя степени [18–20].

### 1.3. Содержание и особенности решения задач на построение и преобразование графиков функций в 9-х классах

Для начала нужно разобраться, что же вообще такое функция. В 7 и 8 классах понятие функция вводится без четкого определения, учащиеся его понимают «на уровне своей интуиции». Им не хватает опыта и знаний, чтобы вникнуть в суть определения. В 7 классе вводится понятие «линейная функция», так же изучаются функции  $y = x^2$  и  $y = -x^2$ . В 8 классе  $y = kx^2$ ,  $y = \frac{k}{x}$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = |x|$ . И только в 9 классе, после того, как у учащихся накопилось больше опыта, понятию функция дают четкое определение.

Перед формулировкой определения отмечают два важных момента:

1. Запись  $y = f(x)$  указывает на *правило* (обычно говорят «правило  $f$ »), с помощью которого, зная конкретное значение зависимой переменной  $x$ , можно найти соответствующее значение переменной  $y$ .

2. Указывается числовое множество  $X$  (чаще всего какой-то числовой промежуток), откуда берутся значения независимой переменной  $x$ .

Определение 1. Если даны числовое множество  $X$  и правило  $f$ , позволяющее поставить в соответствие каждому элементу  $x$  из множества  $X$  определенное число  $y$ , то говорят, что задана функция  $y = f(x)$  с областью определения  $X$ ; пишут:  $y = f(x)$ ,  $x \in X$ . При этом переменную  $x$  называют *независимой* переменной или аргументом, а переменную  $y$  - *зависимой переменной*.

Определение 2. Множество всех значений функции  $y = f(x)$ ,  $x \in X$  называют областью значений функции и обозначают  $E(f)$ .

Определение 3. **Графиком** функции  $y = f(x)$ ,  $x \in X$  называют множество  $F$  точек  $(x; y)$  координатной плоскости  $xOy$ :

$$F = \{(x; y) | x \in X, y = f(x)\}.$$

[2]

**Способы задания функции.**

Задать функцию – значит указать правило, которое позволяет по произвольно выбранному из области определения функции значению независимой переменной вычислить соответствующее значение зависимой переменной.

*Аналитический способ* – это способ задания функции формулой или несколькими формулами.

*Графический способ* – это способ задания функции с помощью графика. В этом случае аргумент является абсциссой точки, а значение функции, соответствующее данному аргументу, ординатой. Графики позволяют быстро находить значение функции по значению аргумента и наоборот – значение аргумента по значению функции.

*Табличный способ* – это способ задания функции с помощью таблицы со значениями.

### **Свойства функций.**

Во всех определениях присутствует числовое множество  $X$ , являющееся подмножеством области определения функции:  $X \subset D(f)$ . На практике чаще всего встречаются случаи, когда  $X$  - числовой промежуток.

Определение 1. Функцию  $y = f(x)$  называют возрастающей на множестве  $X \subset D(f)$ , если для любых двух элементов  $x_1$  и  $x_2$  множества  $X$ , таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство  $f(x_1) < f(x_2)$ .

Определение 2. Функцию  $y = f(x)$  называют убывающей на множестве  $X \subset D(f)$ , если для любых двух элементов  $x_1$  и  $x_2$  множества  $X$ , таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство  $f(x_1) > f(x_2)$ .

Термины «возрастающая функция» и «убывающая функция» объединяется общим понятием «монотонность функции», а исследование функции на возрастание или убывание называют *исследованием функции на монотонность*. [21]

Определение 3. Функция  $y = f(x)$  называется *ограниченной снизу* на множестве  $X \subset D(f)$ , если найдется такое число  $m$ , что для любого  $x \in X$  справедливо неравенство  $f(x) > m$ .

Определение 4. Функция  $y = f(x)$  называется *ограниченной сверху* на множестве  $X \subset D(f)$ , если найдется такое число  $M$ , что для любого  $x \in X$  справедлива оценка  $f(x) > M$ .

Если функция ограничена и сверху и снизу, то ее называют *ограниченной*.

Определение 5. Число  $m$  называют *наименьшим значением функции*  $y = f(x)$  на множестве  $X \subset D(f)$ , если:

- 1) существует число  $x_0 \in X$  такое, что  $f(x_0) = m$ ;
- 2) для любого значения  $x \in X$  выполняется неравенство

$$f(x) \geq f(x_0).$$

Определение 6. Число  $M$  называют *наибольшим значением функции*  $y = f(x)$  на множестве  $X \subset D(f)$ , если:

- 1) существует число  $x_0 \in X$  такое, что  $f(x_0) = M$ ;
- 2) для любого значения  $x \in X$  выполняется неравенство

$$f(x) \leq f(x_0).$$

### **Выпуклость функции.**

График функции является *выпуклым* на некотором интервале, если он расположен не ниже любой хорды данного интервала.

График функции являются *вогнутым* на интервале, если он расположен не выше любой хорды этого интервала.

Еще одно свойство – *непрерывность функции на промежутке  $X$*  – означает, что график функции на промежутке  $X$  не имеет разрывов.

### **1. линейная функция $y = kx + m$**

Графиком линейной функции является прямая

Свойства линейной функции:

- 1)  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
- 2) возрастает, если  $k > 0$ , убывает, если  $k < 0$ ;
- 3) не ограничена ни снизу, ни сверху;
- 4) нет ни наибольшего, ни наименьшего значений;

5) функция непрерывна;

6)  $E(f) = (-\infty; +\infty)$ .

## 2. Функция $y = kx^2$ ( $k \neq 0$ )

Графиком функции является парабола с вершинами в начале координат и с ветвями, направленными вверх, если  $k > 0$ , и вниз, если  $k < 0$ . Прямая  $x = 0$  является осью параболы.

Свойства функции

Для  $k > 0$ :

1)  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;

2) убывает на луче  $(-\infty; 0]$ , возрастает на луче  $[0; +\infty)$ ;

3) ограничена снизу, не ограничена сверху;

4)  $y_{\text{наим}} = 0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует;

5) непрерывна;

6)  $E(f) = [0; +\infty)$ ;

7) выпукла вниз.

Для  $k < 0$ :

1)  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;

2) возрастает на луче  $(-\infty; 0]$ , убывает на луче  $[0; +\infty)$ ;

3) не ограничена снизу, ограничена сверху;

4)  $y_{\text{наим}}$  не существует,  $y_{\text{наиб}} = 0$ ;

5) непрерывна

6)  $E(f) = (-\infty; 0]$ ;

7) выпукла вверх.

## 3. Функция $y = \frac{k}{x}$

Графиком функции является гипербола.

Свойства функции:

1)  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;

2) если  $k > 0$ , то функция убывает на луче  $(-\infty; 0)$  и на луче  $(0; +\infty)$  (рис. 95); если  $k < 0$ , то функция возрастает на  $(-\infty; 0)$  и на  $(0; +\infty)$  (рис. 96);

3) не ограничена ни снизу, ни сверху;

4) нет ни наименьшего, ни наибольшего значений;

5) функция непрерывна на луче  $(-\infty; 0)$  и на луче  $(0; +\infty)$ ;

6)  $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

#### 4. Функция $y = \sqrt{x}$

Графиком является ветвь параболы

Свойства функции

1)  $D(f) = [0; +\infty)$ ;

2) возрастает;

3) ограничена снизу, не ограничена сверху;

4)  $y_{\text{наим}} = 0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует;

5) непрерывна;

6)  $E(f) = [0; +\infty)$ ;

7) выпукла вверх.

#### 5. Функция $y = |x|$

Графиком функции является объединение двух лучей:  $y = x, x \geq 0$  и  $y = -x, x \leq 0$ .

Свойства функции

1)  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;

2) убывает на луче  $(-\infty; 0]$ , возрастает на луче  $[0; +\infty)$ ;

3) ограничена внизу, не ограничена сверху;

4)  $y_{\text{наим}} = 0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует;

5) непрерывна;

6)  $E(f) = [0; +\infty)$ .

#### 6. Функция $y = ax^2 + bx + c$

Графиком функции является парабола с вершиной в точке  $(x_0; y_0)$ , где

$$x_0 = -\frac{b}{2a}, y_0 = f(x_0) = ax_0^2 + bx_0 + c_0,$$

и с ветвями, направленными вверх, если  $a > 0$  (рис. 99), и вниз, если  $a < 0$ . Прямая  $x = -\frac{b}{2a}$  является осью параболы.

Свойства функции

Для случая  $a > 0$ :

- 1)  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
- 2) убывает на луче  $(-\infty; -\frac{b}{2a}]$ , возрастает на луче  $[-\frac{b}{2a}; +\infty)$ ;
- 3) ограничена снизу, не ограничена сверху;
- 4)  $y_{\text{наим}} = y_0$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует;
- 5) непрерывна
- 6)  $E(f) = [y_0; +\infty)$ ;
- 7) выпукла вниз.

Для случая  $a < 0$ :

- 1)  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
- 2) возрастает на луче  $(-\infty; -\frac{b}{2a}]$ , убывает на луче  $[-\frac{b}{2a}; +\infty)$ ;
- 3) не ограничена снизу, ограничена сверху;
- 4)  $y_{\text{наим}}$  не существует,  $y_{\text{наиб}} = y_0$ ;
- 5) непрерывна;
- 6)  $E(f) = [-\infty; y_0)$ ;
- 7) выпукла вверх. [22]

Мы разобрали все свойства и графики пройденных ранее функций. Это необходимо, чтобы легко ориентироваться в материале, понимать все особенности каждой функции. Для преобразований графиков необходимо знать как выглядит этот график в изначальном виде, знать написание формулы каждой функции.

### **Преобразования графиков функций.**

График функции  $y = kf(x)$ , где  $k > 0$ , можно получить, заменив каждую точку графика функции  $y = f(x)$  на точку с той же абсциссой и с ординатой, умноженной на  $k$ .

Говорят, что график функции  $y = kf(x)$  получен из графика функции  $y = f(x)$  в результате растяжения в  $k$  раз от оси абсцисс, если  $k > 0$ , или в результате сжатия в  $\frac{1}{k}$  раз к оси абсцисс, если  $0 < k < 1$ .

Рассмотрим функции  $y = x^2$  и  $y = -x^2$ . Каждой точке  $(x_0; y_0)$  графика функции  $y = x^2$  соответствует единственная точка  $(x_0; -y_0)$  графика функции  $y = -x^2$ . А каждая точка  $(x_1; y_1)$  графика функции  $y = -x^2$  является соответствующей единственной точке  $(x_1; -y_1)$  графика функции  $y = x^2$ . Поэтому все точки графика функции  $y = -x^2$  можно получить, заменив каждую точку графика функции  $y = x^2$  на точку с той же абсциссой и с ординатой, умноженной на  $-1$ .

Теперь понятно, что правило построения графика функции  $y = kf(x)$ , где  $k < 0$ , такое же, как и для случая, когда  $k > 0$ . [14]

Заметим, что при  $k \neq 0$  функции  $y = f(x)$  и  $y = kf(x)$  имеют одни и те же нули. Следовательно, графики этих функций пересекают ось абсцисс в одних и тех же точках.

График функции  $y = f(x) + b$  можно получить в результате параллельного переноса графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси ординат на  $b$  единиц вверх, если  $b > 0$ , и на  $-b$  единиц вниз, если  $b < 0$ .

График функции  $y = f(x + a)$  можно получить в результате параллельного переноса графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси абсцисс на  $a$  единиц влево, если  $a > 0$ , и на  $-a$  единиц вправо, если  $a < 0$ .

Графиком функции  $y = k(x + a)^2 + b$ ,  $k \neq 0$ , является парабола, которая равна параболе  $y = kx^2$  и вершиной которой является точка  $(-a; b)$ .



## Выводы по первой главе

Таким образом, в современных условиях нашего общества нужно пересмотреть формы и методы обучения в образовании в целом, и в частности в математическом образовании. Это в большей мере связано с особенностями современного поколения обучающихся. По этой причине педагогам нужно уделять особое внимание выбору заданий, иметь представление, какие именно умения они развивают и формируют. Стоит заметить, что на данном этапе развития образования ИГА нельзя считать совершенным способом оценивания знаний обучающихся. Эта проблема становится еще более очевидной, если сравнить требования к выпускнику, и те умения и навыки, что проверяет ИГА. С этой точки зрения заметны разногласия между этими двумя составляющими образования. Можно предположить, что это является причиной малого количества заданий в ИГА, решаемых функционально-графическим методом. Ведь задания, решаемые этим методом, способствуют формированию у обучающихся значительного количества различных УУД. Сложно определить какой тип УУД формируется больше при работе над такими заданиями.

В учебниках предоставлено малое количество заданий, которые предполагают решение функционально-графическим методом. В основном они предоставлены в отдельном параграфе за весь период обучения, или же разбросаны по учебнику. Сама функционально-графическая линия является одной из основных линий в школьном курсе математики и предоставляется довольно подробно.

## Глава II. Организация обучения в рамках факультативного курса «Преобразование графиков функций» в 9-х классах

### 2.1. Комплекс задач на построение графиков функций и их преобразование

Факультативные курсы предназначены для того, чтобы расширить знания обучающихся в той или иной области, выйти за рамки стандартной программы обучения. Это нужно для выявления способностей, развития личности. Обычно на такие курсы приходят дети, которые увлечены предметом, хотят получить более глубокие и обширные знания. Либо если существуют проблемы в освоении программы, и нужны дополнительные занятия, которые помогут разобраться в данной теме. И в том, и в другом случае задача учителя удовлетворить потребности всех желающих в знаниях, дать интересный и доступный материал, и по возможности привлечь как можно больше желающих посещать факультативные занятия.

Построение графиков функций - интересное и сложное занятие. Необходимо иметь достаточно хорошо развитое пространственное мышление, уметь строить логические цепочки. Понимать как будет вести себя график той или иной функции при изменении начальной формулы. На это и нацелен наш курс.

Далее предоставлен комплекс заданий, который нацелен выработать и отточить навыки построения и преобразования графиков функций у обучающихся. Рисунки к решению заданий на построение выполнены в программе Graph и онлайн-редакторе.

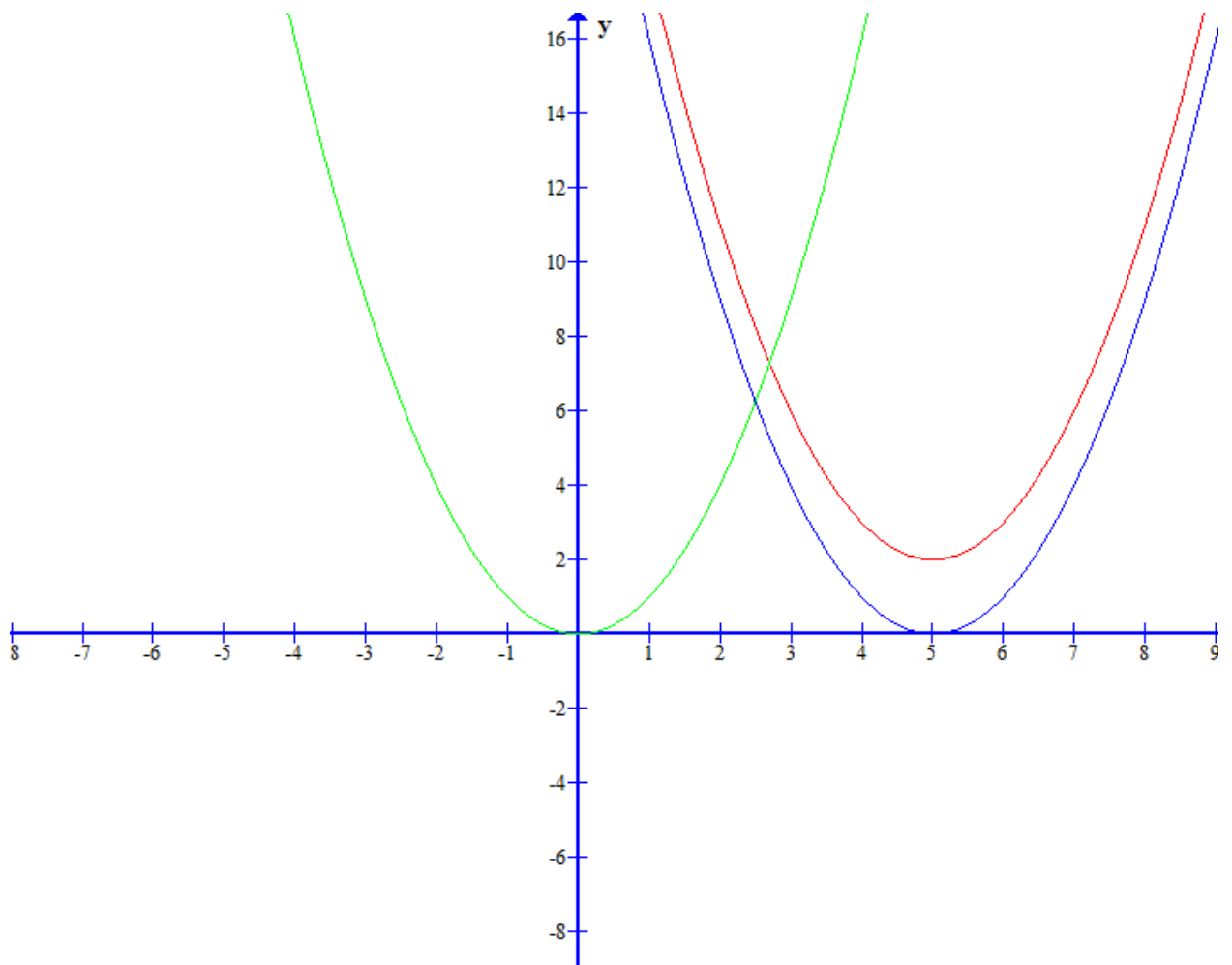
**Задание.** Постройте график функции  $y = (x - 5)^2 + 2$

**Решение:**

1)  $y = (x)^2$

2)  $y = (x - 5)^2$

3)  $y = (x - 5)^2 + 2$



**Рисунок 1**

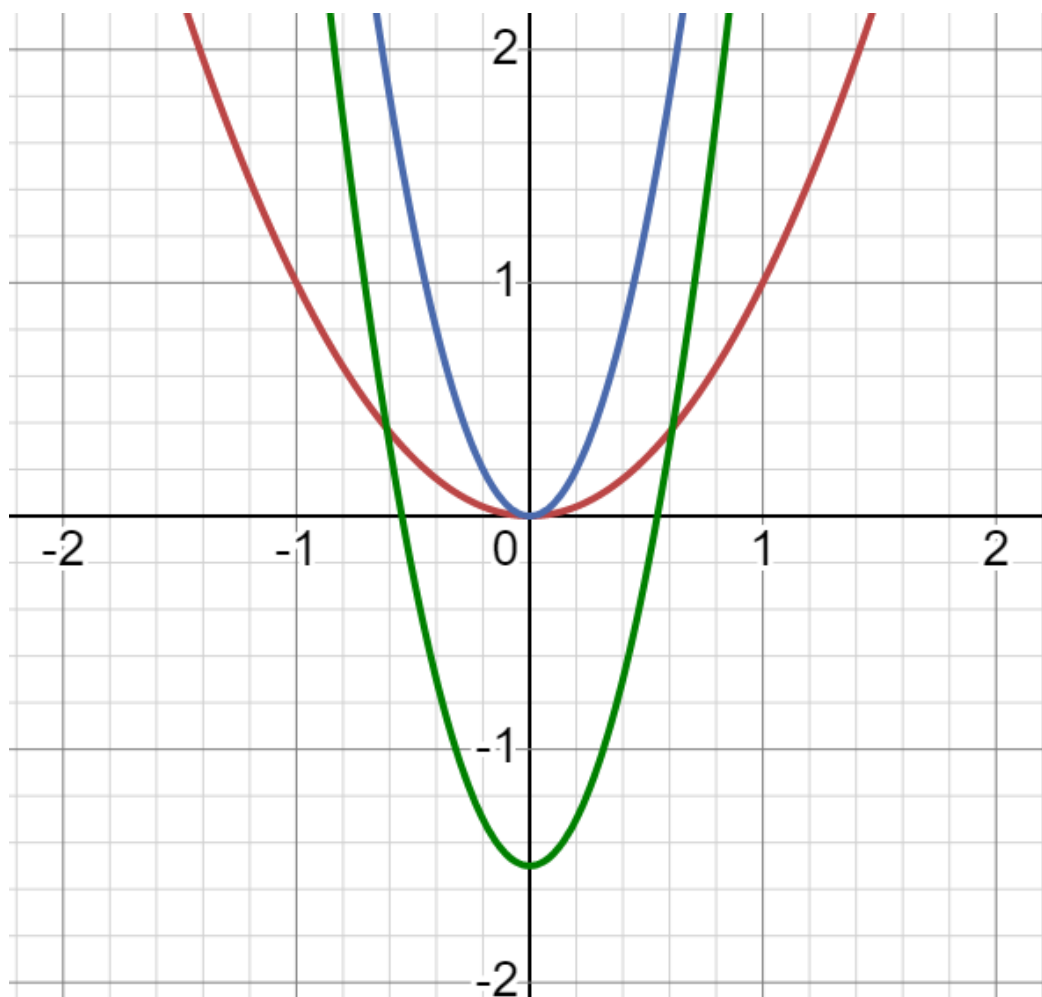
**Задание.** Постройте график функции  $y = (5x^2) - 1,5$

**Решение:**

1)  $y = x^2$

2)  $y = 5x^2$

3)  $y = (5x^2) - 1,5$



**Рисунок 2**

**Задание.** Постройте график функции  $y = |4 - 2^{5-x}|$

**Решение:**

1)  $y = 2^x$

2)  $y = 2^{-x}$

3)  $y = 2^{5-x}$

4)  $y = -2^{5-x}$

5)  $y = 4 - 2^{5-x}$

6)  $y = |4 - 2^{5-x}|$

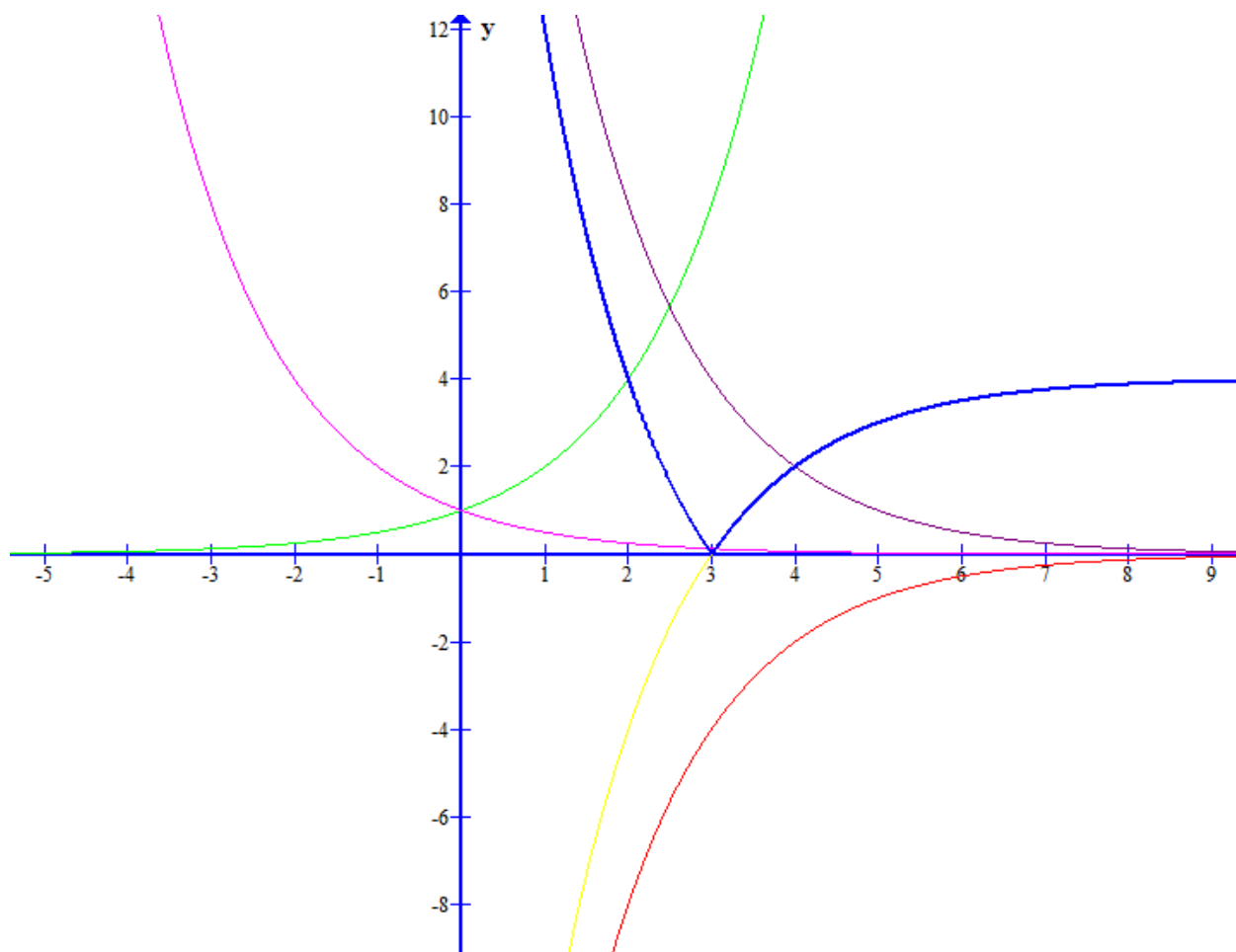


Рисунок 3

**Задание.** Постройте график функции  $y = \left| \frac{1}{2}^{x-2} - 4 \right|$

**Решение:**

1)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

2)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$

3)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 4$

4)  $y = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 4 \right|$

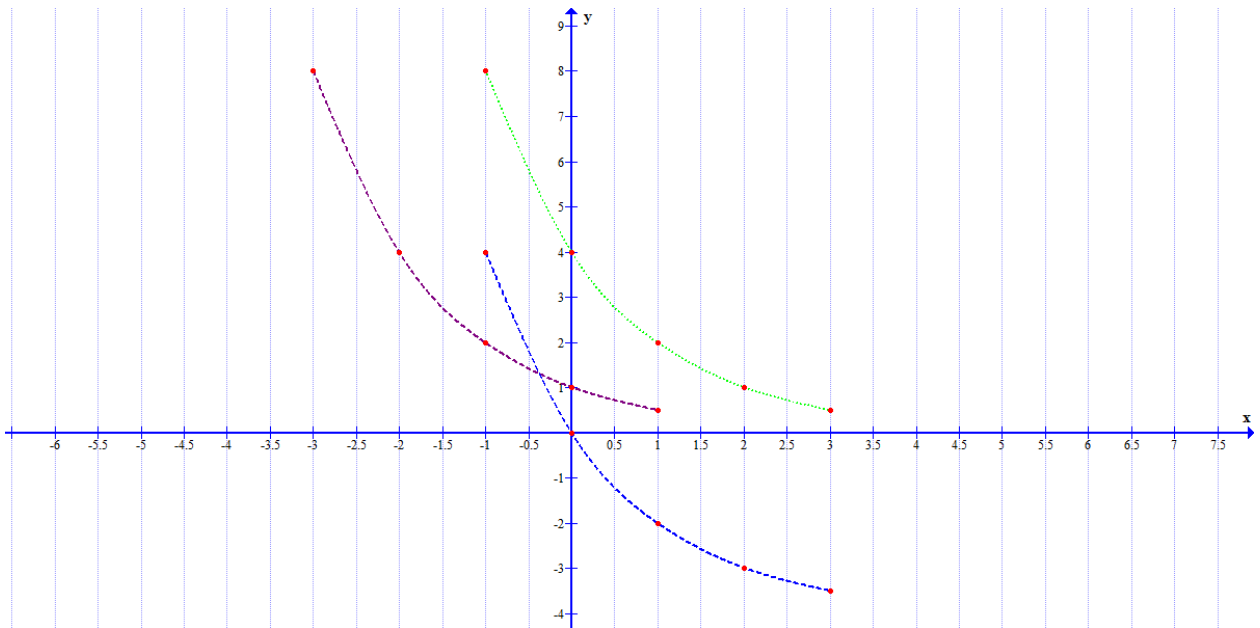


Рисунок 4

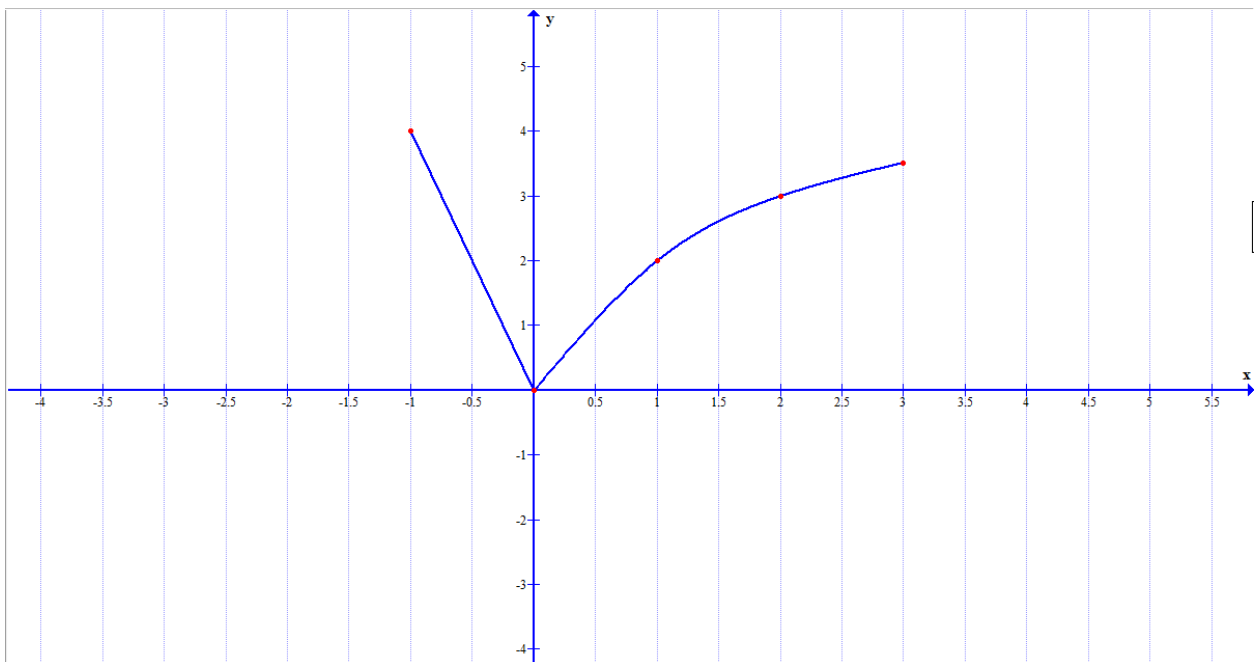


Рисунок 5

**Задание.** Простройте график функции  $y = 2^{|x-1.5|} - 6$

**Решение:**

- 1)  $y = 2^x$
- 2)  $y = 2^{|x|}$
- 3)  $y = 2^{|x-1.5|}$
- 4)  $y = 2^{|x-1|} - 6$

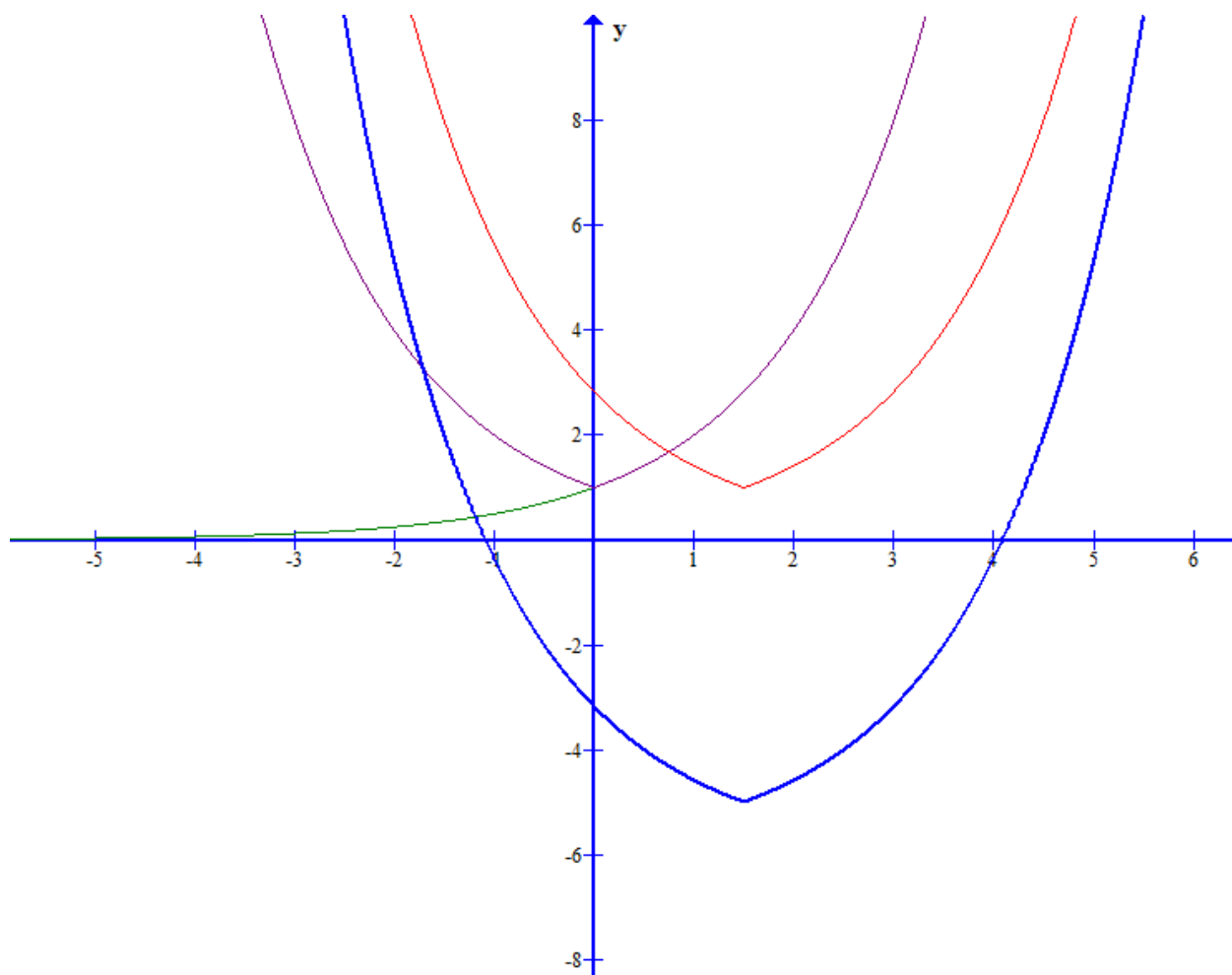


Рисунок 6

**Задание.** Постройте график функции  $y = -\sqrt{|x|}$

**Решение:**

- 1)  $y = |x|$
- 2)  $y = \sqrt{|x|}$
- 3)  $y = -\sqrt{|x|}$

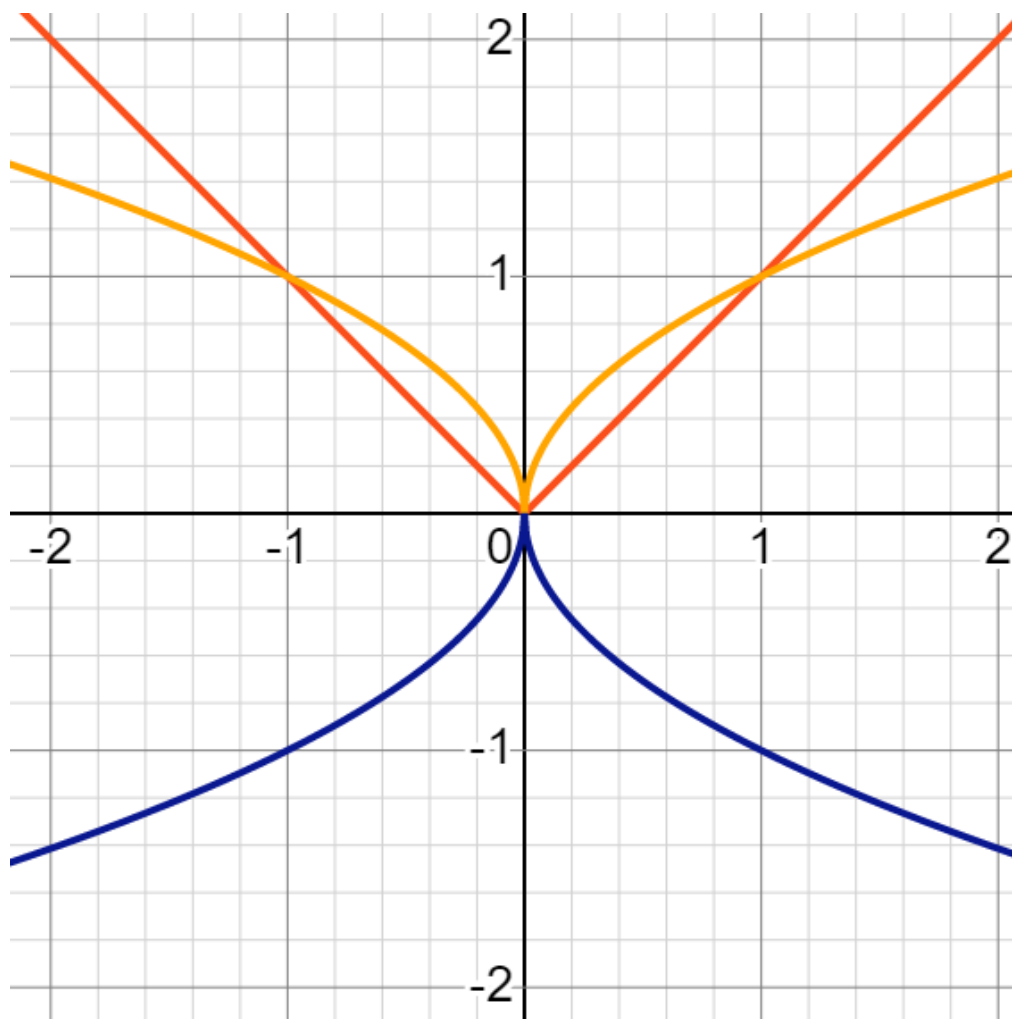


Рисунок 7

**Задание.** Постройте график функции  $y = -4^{|x-5|} + 1.5$

**Решение:**

- 1)  $y = 4^x$
- 2)  $y = 4^{|x|}$
- 3)  $y = 4^{|x-5|}$
- 4)  $y = -4^{|x-5|}$
- 5)  $y = -4^{|x-5|} + 1.5$



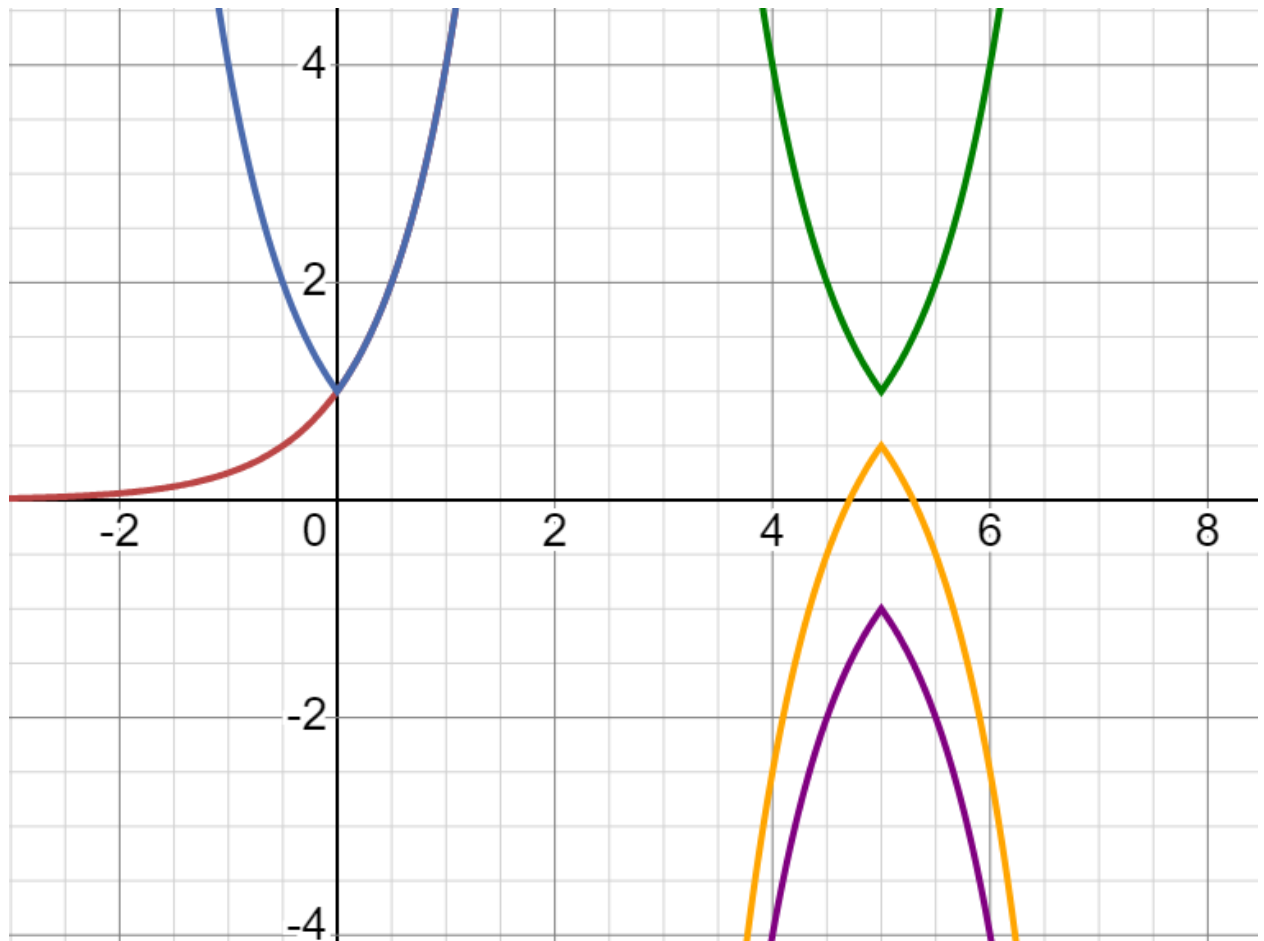


Рисунок 8

**Задание.** Постройте график функции  $y = 1.5 - \left(\frac{1}{2}\right)^{|x-3|}$

**Решение:**

1)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

2)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$

3)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x-3|}$

4)  $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{|x-3|}$

5)  $y = 1.5 - \left(\frac{1}{2}\right)^{|x-3|}$



Рисунок 9

**Задание.** Постройте график функции  $y = 3 - \sqrt[2]{x-1}$

**Решение:**

- 1)  $y = \sqrt[2]{x}$
- 2)  $y = \sqrt[2]{x-1}$
- 3)  $y = -\sqrt[2]{x-1}$
- 4)  $y = 3 - \sqrt[2]{x-1}$

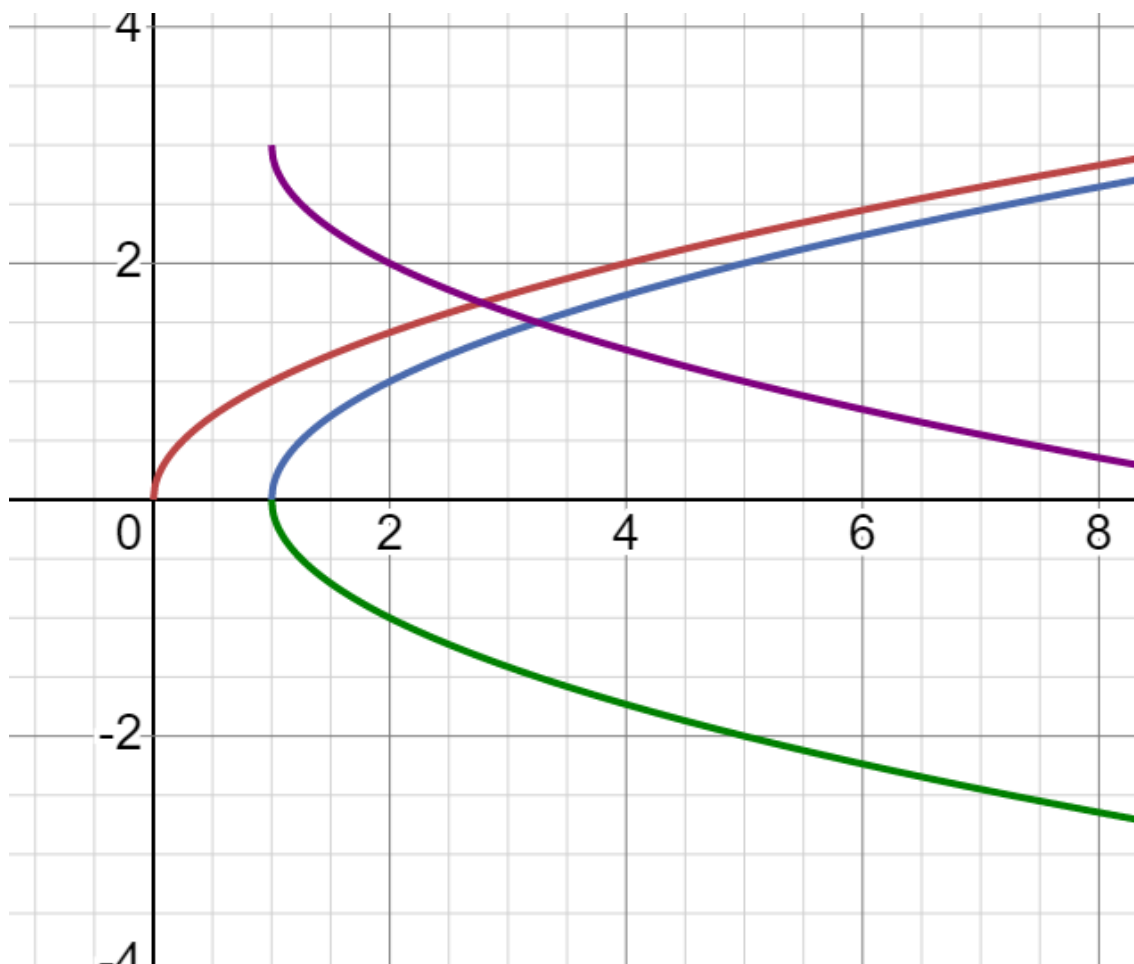


Рисунок 10

**Задание.** Постройте график функции  $y = -(x + 1)^3$

**Решение:**

- 1)  $y = x^3$
- 2)  $y = (x + 1)^3$
- 3)  $y = -(x + 1)^3$

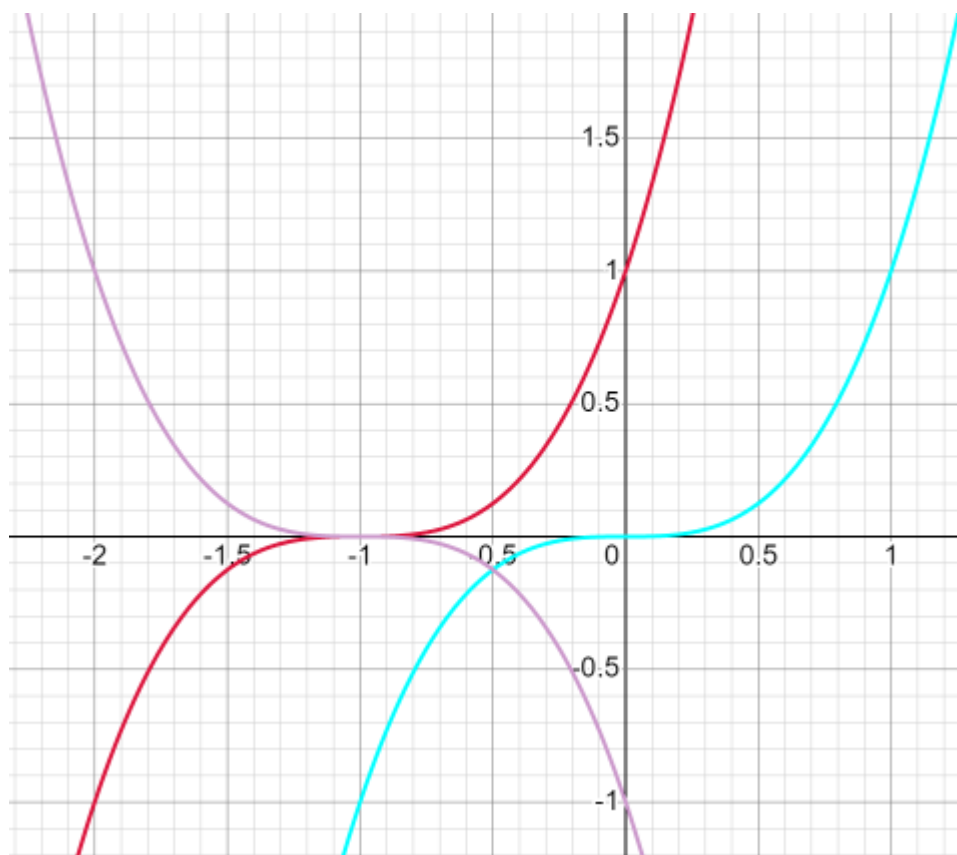


Рисунок 11

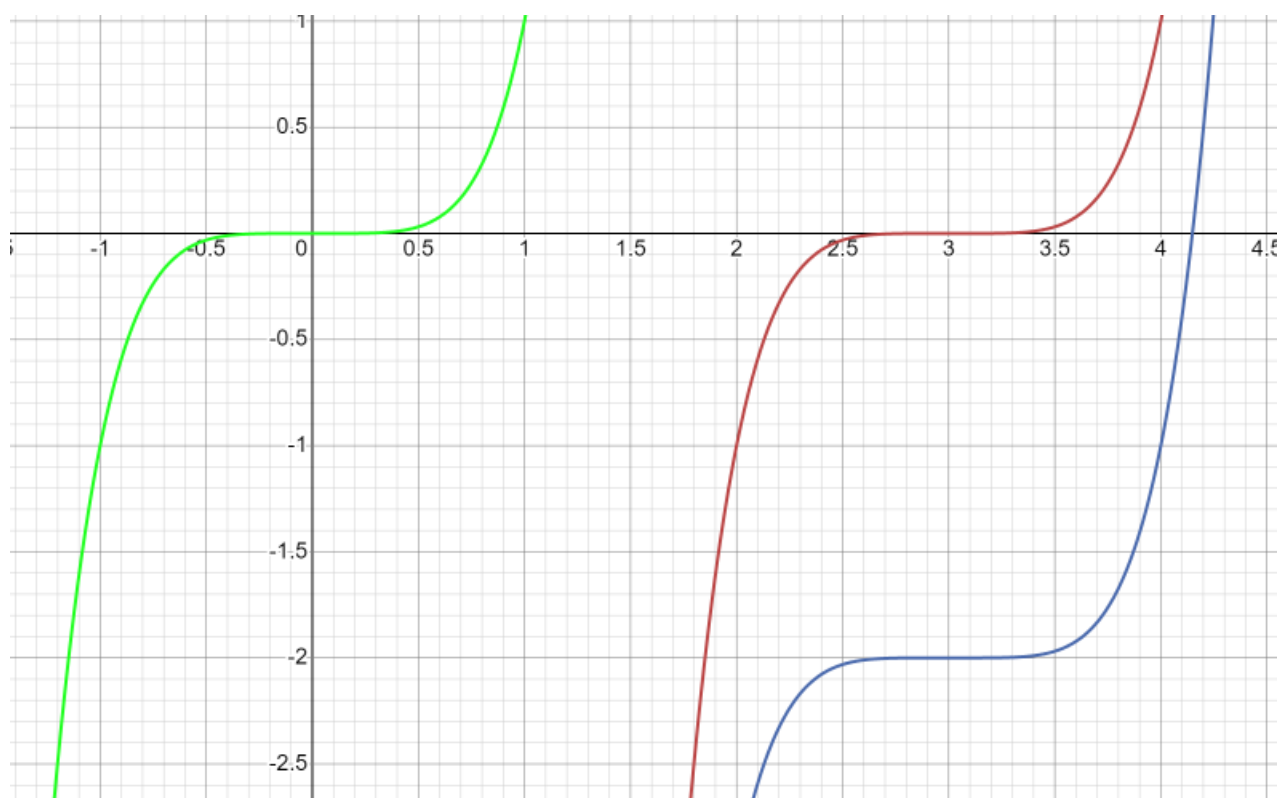
**Задание.** Постройте график функции  $y = (x - 3)^5 - 2$

**Решение:**

1)  $y = x^5$

2)  $y = (x - 3)^5$

3)  $y = (x - 3)^5 - 2$



**Рисунок 12**

Данный комплекс задач предназначен для отработки навыков построения графиков и понимания, как они преобразовываются. Каждый раз чертить таблицу значений сложно, иногда вовсе невозможно. Обучающиеся должны это понять, решая задания более сложного уровня. Необходимо отточить общие навыки решения, создать модель действий. Построив такое количество разных графиков, обучающиеся должны сделать выводы как именно происходят преобразования, какие факторы влияют и как себя ведет график. Данные задания можно использовать в качестве подготовки к экзамену. Они будут полезны для развития логического мышления и интереса к математике, т.к. графики получаются интересные, а это очень важно. Одна из задач элективного курса как раз заинтересовать обучающихся, что будет способствовать улучшению сдачи на экзамене подобных заданий (статистика говорит о том, что в данный момент уровень сдачи достаточно низкий).

## 2.2. Фрагменты заданий на преобразование графиков функций

Далее представлены фрагменты факультативного курса, на которых используются задания на построение, данные в предыдущем параграфе. Эти задания предназначены для обучающихся 9 класса. Все задачи довольно разные, некоторые имеют довольно высокий уровень сложности. Таким образом, мы наглядно увидим применение на практике ряда упражнений, разработанных в рамках данного факультативного курса. Для реализации данных уроков потребуется класс оборудованный доской.

Тип урока: вводное занятие, повторение материала.

Этап урока: постановка учебной задачи.

Учитель: «На уроках мы изучили довольно много функций и их графиков, посмотрели, как они могут преобразовываться. Сегодняшнее занятие мы начнем с того, что разделимся на группы, в которых в дальнейшем мы продолжим работать».

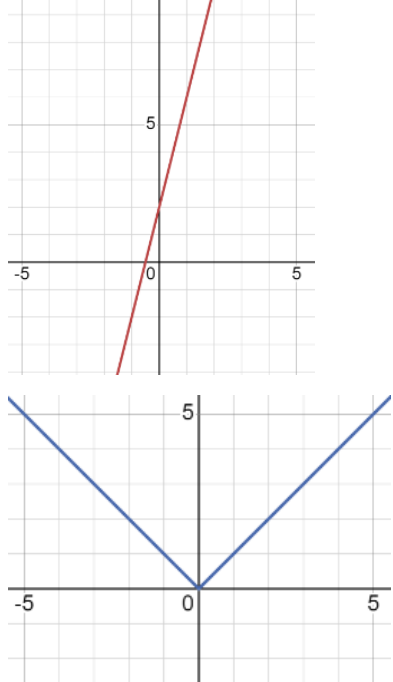
Разделение происходит следующим образом: класс делится на 5 команд по 4 человека. Вначале учитель предлагает капитанов, которые набирают себе команду. Класс примерно одинакового уровня, что позволяет это сделать. Несколько слабых учеников оказываются разбросаны по всем командам, что уравнивает силы.

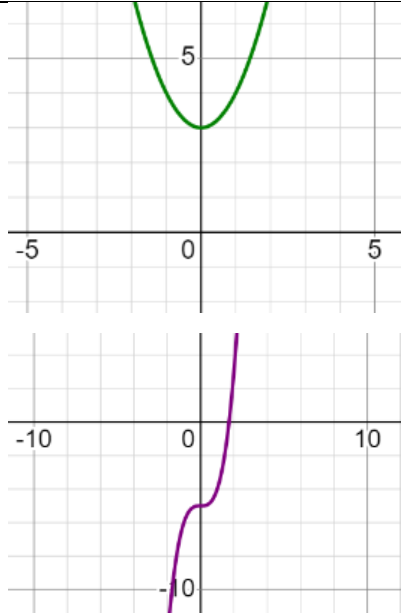
Учитель: «После того, как команды сформированы, мы должны обговорить правила. Всем командам дается время на решение поставленных задач. Раньше этого времени мы не выкрикиваем ответы, а капитан поднимает руку, давая понять, что команда готова. Если все справились раньше, то делимся результатами, как только последняя команда закончит. Во время обсуждения мы не кричим, чтобы не давать подсказки команде соперников. Важно! Каждый член группы должен принимать участие в решении поставленных задач, т.к. спросить я могу каждого. Должно быть общее понимание того, что вы делаете. Команды готовы?»

Обучающиеся: «Готовы!»

Учитель: «В конце занятия капитан каждой команды должен будет оценить работу вашей группы от 1 до 10. Но не просто дать оценку, а объяснить свою позицию и предложить пути решения, если команда будет не довольна оценкой».

На занятиях такого плана применяется групповая форма работы – мозговой штурм. При такой форме работы формируются коммуникативные (за счет работы в группе) и регулятивных УУД (за счет оценивания группы).

Учитель	Ученик	Доска
<p>На доске предоставлены уравнения функций. Можете определить какие это функции?</p>	<p>Линейная, модуль, степенные.</p>	$y = 4x + 2$ $y =  x $ $y = x^2 + 3$ $y = x^3 - 5$
<p>Можете изобразить их график? Что является графиком каждой из этих функций? как ведут себя ветви? Выйдите к доске, нарисуйте.</p>	<p>Доброволец выходит к доске, рисует графики этих функций. При каждом графике ученики с мест комментируют, что это за график и куда направлены ветви (линейная, график прямая и направлена вверх: модуль, прямые</p>	

	<p>симметрично <math>Ox</math>, направлены вверх; парабола, ветви вверх; кубическая парабола, направлена вверх)</p>	
<p>Заметим, что у нас некоторые графики не простые, а немного не стандартно расположенные. Какие? С чем это связано?</p>	<p>Все кроме второго. В остальных графики сдвигаются из-за добавления к аргументу константы.</p>	

Сегодня мы увидели, как можно перемещать график, добавляя к аргументу некие константы. Вспомнили, как ведет себя при этом график, куда именно будет происходить перемещение.

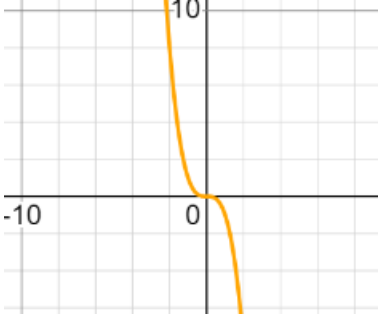
Тип урока: изучение материала.

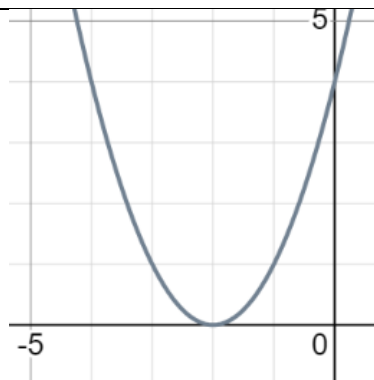
Этап урока: постановка учебной задачи.

Продолжается работа в группах, на сегодняшнем занятии она будет более конкретной. Подготовлен ряд заданий для самостоятельной работы в конце урока.

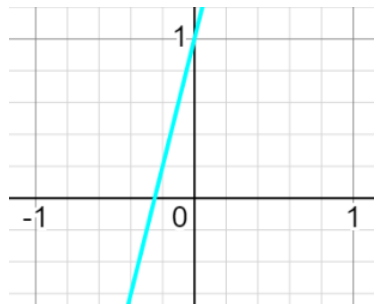
Учитель	Ученик	Доска
На сегодняшнем		На боковой доске



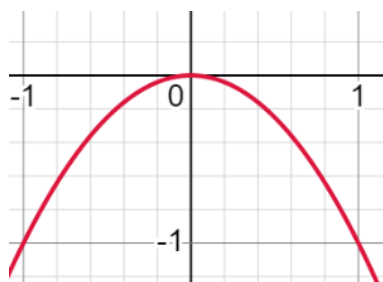
<p>занятия мы поработаем вместе, а потом проведем небольшую самостоятельную работу в группах, которая будет оцениваться для всей группы одной оценкой. После этого капитаны сами дадут оценку своей группе, и мы посчитаем средний результат.</p>		<p>появляется список команд и фамилии их участников.</p>
<p>Обращаемся к задачнику. Разберем несколько примеров. Начнем выходить по одному человеку с каждой команды. Доска разделена на 5 частей для каждой команды.</p>	<p>Каждый стоит свой график.</p> <p>1)</p>  <p>2)</p>	<p>1) <math>y = -x^3</math></p> <p>2) <math>y = (x + 2)^2</math></p> <p>3) <math>y = x^4 + 1</math></p> <p>4) <math>y = -x^2</math></p> <p>5) <math>y = x^3 + 3</math></p>



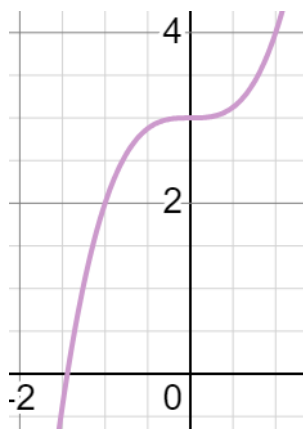
3)



4)



5)



Команда с  
результатом  
согласна?

Да!

Далее работаем по

Начинают решать

<p>группам. Сейчас я раздам карточки, в них задание для всей группы. Вы должны все участвовать, и придти к единому мнению.</p> <p>Самостоятельная маленькая, до конца урока (15 минут. Фрагмент контрольной работы предоставлен в п. 2.3)</p>	<p>задание</p>	
<p>Капитаны, на какой балл оцените сегодняшнюю работу вашей группы?</p>	<p>1. На 8 баллов, не все поняли как решить.</p> <p>2. На 7 баллов. Решили не достаточно быстро.</p> <p>3. На 9 баллов. Решили не слишком быстро и все поняли.</p> <p>4. На 8 баллов. Одному ученику надо помочь разобраться.</p> <p>5. На 9 баллов. Не все справились.</p>	<p>1) 8</p> <p>2) 7</p> <p>3) 9</p> <p>4) 8</p> <p>5) 9</p>
<p>В начале</p>		<p>1) 6</p>

следующего урока учитель озвучивает результаты контрольной работы, записывает их в таблицу на доску.		2) 7 3) 9 4) 8 5) 9
--	--	------------------------------

Сегодня ученики начали больше работать в команде, формируются коммуникативные УУД. Оценивая свою команду формируются регулятивные УУД. На мой взгляд, проходит все успешно, команды работают дружно, все задействованы в процессе.

Тип урока: урок рефлексии.

Этап урока: самостоятельная работа.

Сегодня на уроке в качестве эксперимента будет проведена не совсем обычная контрольная работа. Суть ее заключается в том, что в первой половине урока ученики сами придумают ее, оформят, а потом поменяются ими в группах и будут решать. Это позволит ученикам проявить себя с творческой стороны, показать свою креативность. Так же для того, чтобы составить задания им понадобится активно работать в команде.

Учитель	Ученик	Доска
Сегодня вам предстоит самостоятельно придумать контрольную работу на тему «преобразования графиков функций» для своих	Придумывают контрольную работу, записывают ее на листочек. Параллельно пишут ответы к придуманным заданиям.	

<p>одноклассников.          Записываем мы ее на отдельный листок. От каждой группы должна быть одна контрольная работа на 6 заданий. Ответы пишем на отдельный листок, и не показываем соседям. Потом в конце урока проверим друг друга. Задания примерно одинаковой сложности.</p>		
<p>Когда контрольная работа готова обмениваемся ей по часовой стрелке и решаем.</p>	<p>Решают работу.</p>	
<p>Теперь обсудим. Меняемся ответами к каждой работе и смотрим результат. Все согласны с решением?</p>	<p>Решали всей группой, в итоге приходили к единому ответу. Все задания решены правильно.</p>	<p>1) 10          2) 10          3) 10          4) 10          5) 10</p>

Капитаны оценивают работу команды.	Все команды справились на 10 баллов. Записываем результат	

Сегодня было очень плодотворное занятие, все ученики были активно включены в работу.

В этом параграфе нужно было разработать ряд уроков с использованием комплекса упражнений. Для этих уроков были разработаны упражнения по данной теме. Уроки разработаны учитывая все требования к современному уроку, в том числе в рамках системно-деятельностного подхода [24].

### **2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы**

Во введении выдвинута гипотеза о повышении уровня познавательных и коммуникативных УУД. Выявим перечень УУД, проверка которых проводилась у учащихся в результате рассмотрения представленной темы.

Познавательные УУД:

1. построение речи в устной и письменной форме происходит осознанно и произвольно;
2. выбор наиболее эффективных методов решения задач в зависимости от данных условий;
3. умение вести логические цепочки рассуждений.

Коммуникативные УУД:

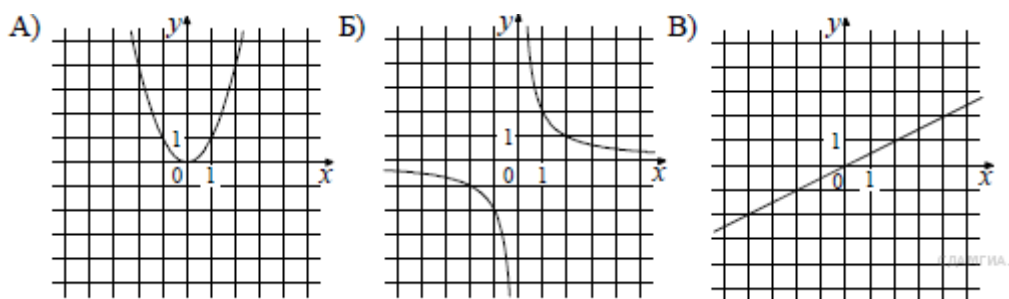
1. умение в полной мере и с достаточной точностью формулировать свои мысли в соответствии с поставленными задачами;
2. умение вести диалог и монолог в соответствии с нормами грамматики с синтаксиса родного языка.

Для того, чтобы наблюдать изменения касательно уровня математической подготовки и уровне формирования познавательных УУД были составлены и проведены на группе обучающихся 9 класса контрольная и самостоятельная работы и опрос. Контрольная работа, прежде всего, была направлена на измерение уровня математической подготовки по теме «Построение и преобразование графиков функций», а также измерение уровня сформированности познавательных УУД. Самостоятельная работа была направлена на проверку математических знаний, а также на проверку умения работать в команде. Опрос в устной форме был проведен с целью рефлексии обучающихся о проделанной ими работе.

Контрольная работа состояла из 5 заданий. Ниже представлен вариант контрольной работы.

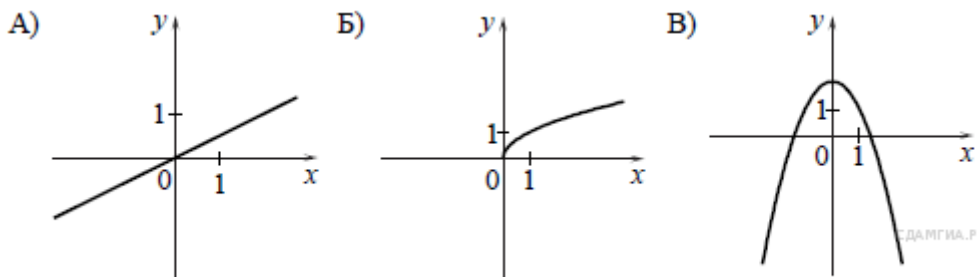
1 вариант.

1. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. Определите их тип.



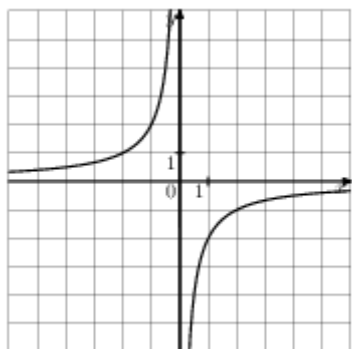
1)  $y = x^2$    2)  $y = \frac{x}{2}$    3)  $y = \sqrt{x}$    4)  $y = \frac{2}{x}$

2. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. Определите их тип.



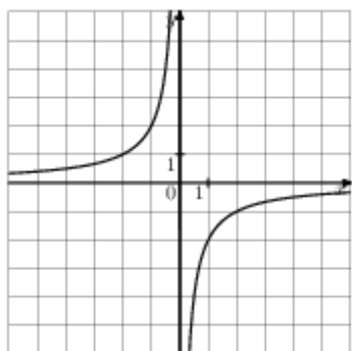
1)  $y = \frac{1}{x}$    2)  $y = \frac{1}{2}x$    3)  $y = 2 - x^2$    4)  $y = \sqrt{x}$

3. График какой из приведенных ниже функций изображен на рисунке?



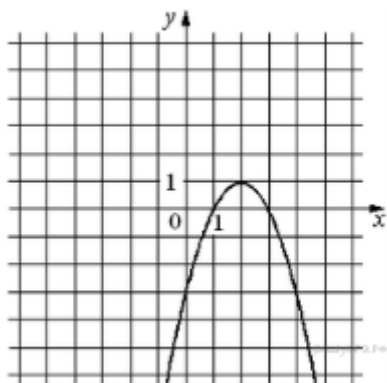
1)  $y = -\frac{2}{x}$ ;   2)  $y = \frac{2}{x}$ ;   3)  $y = -\frac{1}{2x}$ ;   4)  $y = \frac{1}{2x}$ .

4. Найдите значение  $k$  по графику функции  $y = \frac{k}{x}$ , изображенному на рисунке.



1) 2;   2)  $\frac{1}{2}$ ;   3)  $-\frac{1}{2}$ ;   4) -2.

5. На рисунке изображён график функции. Установите соответствие между утверждениями и промежутками, на которых эти утверждения удовлетворяются.





## УТВЕРЖДЕНИЯ

## ПРОМЕЖУТКИ

А) Функция возрастает на промежутке	1) $[0; 3]$
	2) $[-1; 1]$
Б) Функция убывает на промежутке	3) $[2; 4]$
	4) $[1; 4]$

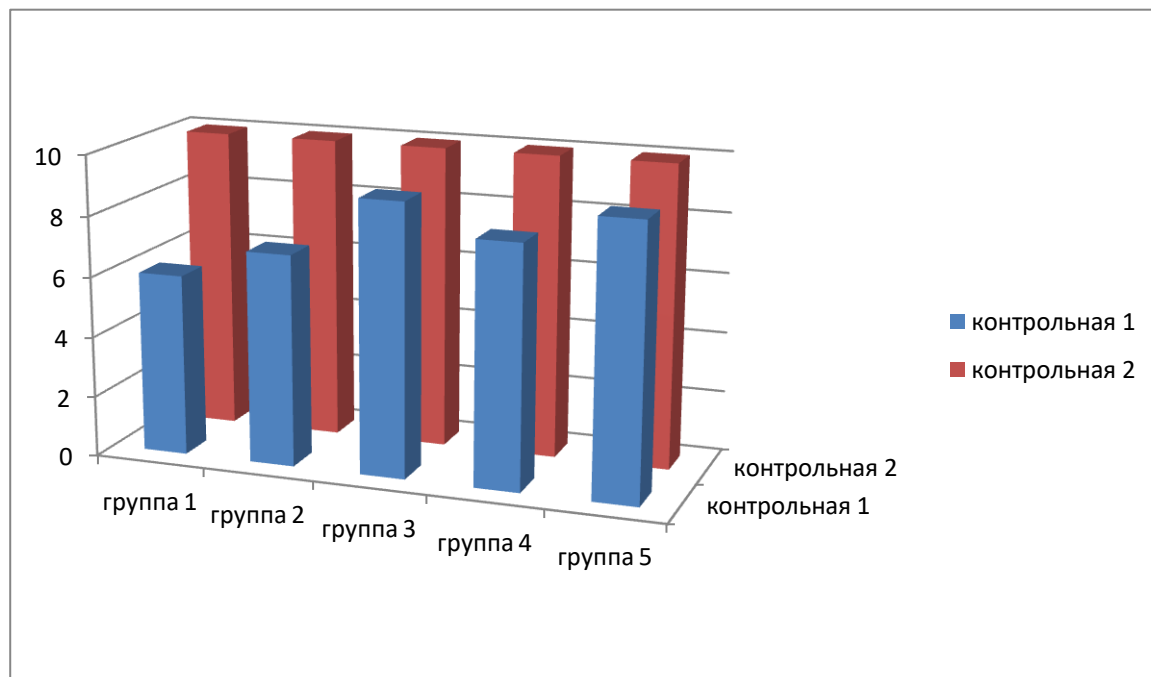
[26]

Контрольная работа была проведена после изучения темы. Первые три задания были направлены на проверку уровня владения следующими познавательными УУД: выявление и применение необходимых утверждений для решения задания; определение типа функций, задействованных в уравнении. Четвертое и пятое задания относятся к аналитическим и предназначены для оценивания уровня умений провести логичные рассуждения (анализ, синтез информации) [28].

После выполнения данной контрольной работы обучающимся предлагалось самостоятельно разработать контрольную работу по группам для своих одноклассников. Цель этого эксперимента была направлена на формирование у обучающихся коммуникативных УУД, умение четко и понятно формулировать свои мысли. Поскольку работа была в группах, то формировались личностные УУД, умение работать в команде и отстаивать свою точку зрения. Также обучающимся была предоставлена возможность проявить свои креативные способности в составлении своих собственных упражнений.

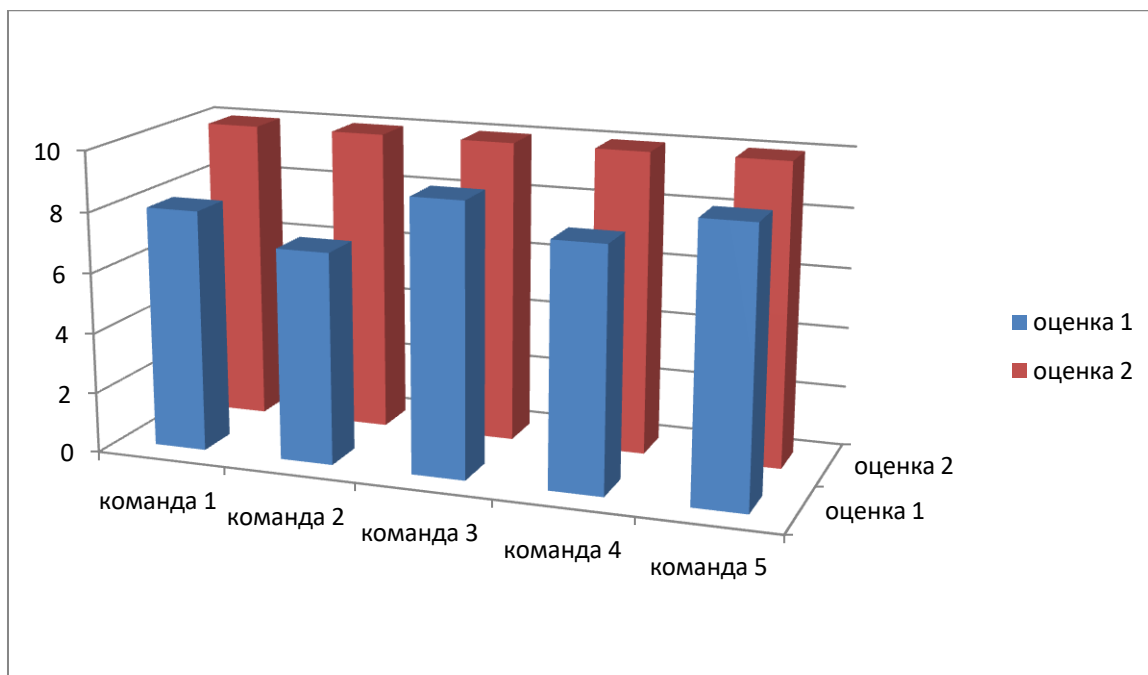
После выполнения контрольной работы группами обучающихся, которые изучали тему «построение и преобразование графиков функций» до использования комплекса упражнений, представленного в параграфе 2.1, а также выполнения контрольной работы группами обучающихся, которую они разработали самостоятельно уже после использования комплекса упражнений параграфа 2.1, были представлены результаты выполнения этих

двух контрольных работ. Они представлены ниже в виде диаграммы.



Как мы видим, исходя из результатов, показанных на диаграмме, уровень знаний обучающихся значительно вырос. На второй контрольной все обучающиеся показали наивысший результат. Стоит заметить, что помимо того, что контрольная работа была выполнена на таком высоком уровне, она была самостоятельно составлена. На мой взгляд, это очень хороший результат. Обучающиеся научились работать в команде, улучшили свои навыки касательно самих построений и преобразований графиков функций.

Также, работая в командах, капитаны должны были оценивать работу своей группы и давать краткий комментарий касательно своей оценки. Итоги подводились на двух занятиях: в начале и в конце курса. Результаты предоставлены в диаграмме ниже.



Как мы видим, капитаны команд к окончанию факультатива оценили свою команду на высший балл. Все участники команды стали увереннее в себе, подняли на более высокий уровень личностные навыки, повысили свои коммуникативные навыки.

В конце факультатива также было проведено анкетирование, которое проводилось с целью организации самоконтроля и рефлексии обучающихся. Имя можно было не указывать. Анкета состояла из 10 вопросов, для ответа на которые нужно было выбрать соответствующее варианту число.

Вашему вниманию представляется список утверждений. Для ответа Вы должны будете выбрать число, которое соответствует вашему ответу: 1 – определенно да, 2 – скорее нет, чем да, 3 – затрудняюсь ответить, 4 – скорее да, чем нет, 5 – определенно нет. Отвечаем честно, фамилии можно не указывать.

- 1) я могу изобразить любой график изученных функций
- 2) я могу определить промежутки убывания и возрастания функции
- 3) я могу найти область определения функции
- 4) я понимаю, как происходит перемещение функции относительно оси  $Ox$

5) я понимаю, как происходит перемещение функции относительно оси

Oy

6) я могу найти точки минимума и максимума функции

7) я могу определить ограниченность функции

8) я умею пользоваться графическим способом задания функции

9) я могу найти множество допустимых значений функции

10) я могу определить выпуклость функции

Ниже предоставлены результаты анкетирования в таблице.

Ученик и	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ученик 1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Ученик 2	5	5	5	4	5	4	5	5	4	5
Ученик 3	4	5	4	5	5	5	5	4	5	5
Ученик 4	5	5	4	5	5	4	5	5	5	5
Ученик 5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5
Ученик 6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Ученик 7	4	5	5	5	4	5	5	5	5	5
Ученик 8	4	4	4	5	4	5	5	4	5	5
Ученик 9	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Ученик 10	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5
Ученик 11	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5
Ученик 12	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5
Ученик	5	5	4	5	5	4	5	5	5	5

13										
Ученик 14	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5
Ученик 15	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5
Ученик 16	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Ученик 17	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5
Ученик 18	4	5	4	4	5	5	4	5	5	5
Ученик 19	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5
Ученик 20	5	5	4	5	5	5	4	5	5	5

Заметим, что преобладает вариант ответа 5, который гласит «определенно да». Также присутствует вариант 4 «скорее да, чем нет», и полностью отсутствуют варианты 1 «определенно нет», 2 «скорее нет, чем да» и 3 «затрудняюсь ответить». Это говорит о том, что обучающиеся хорошо усвоили материал и легко в нем ориентируются. Из этого следует, что разработанные упражнения и серия уроков, разработанные в рамках написания этой работы, являются эффективными для достижения поставленной цели.

### **Выводы по второй главе**

В данной главе предоставлены результаты практической части проделанной работы. Первый параграф содержит разработанный комплекс упражнений, разрешаемых функционально-графическим методом. Были разработаны задания довольно сложного уровня. Задания направлены на построение и преобразования графиков различных функций. Это позволит обучающимся 9 классов овладеть умениями и навыками по построению графиков и их преобразованию.

Второй параграф состоит из серии уроков с использованием ранее разработанного комплекса упражнений. Кроме формирования и развития определенных математических знаний, также применялись средства обучения, которые влияли на формирование познавательных и коммуникативных УУД. Уроки были разработаны по всем требованиям к современному уроку.

В третьем параграфе предоставлены результаты разработанной серии уроков и комплекса упражнений. Для оценивания результатов экспериментальной работы были разработаны три вида работ: контрольная, самостоятельная и опрос. В ходе полученных результатов выяснилось, что у обучающихся, относительно которых был реализован комплекс упражнений, повысился уровень математической подготовки, а также это способствовало формированию познавательных УУД.

## Заключение

Образование в Российской Федерации в настоящее время имеет весьма определенный вид. Если сравнивать с прошлым веком, то оно имеет некоторые отличия. Так уж сложилось, что сейчас очень многое заимствуется с Запада, и современное образование не исключение. Но при этом удается сохранять некую самобытность. Нововведения с Запада далеко не всегда положительно сказываются на уже устоявшихся с годами стандарты российского образования. Есть как положительно влияющие заимствования, так и противоречивые.

На сегодняшний день школа не преследует цель передать знание обучающимся. Целью обучения в школе - научить ребенка самостоятельно учиться. Что имеется в виду? Помочь ребенку освоиться в огромном информационном пространстве, доступ к которому сейчас имеет каждый. Из большого объема информации выбирать важное, то, что нужно именно ему. Научить самостоятельно добывать знания. Также важным фактом является то, что современные дети совершенно не похожи на тех, что учились еще в прошлом поколении по традиционной программе. Сейчас это поколение называют – поколение Z. Отличие это поколения состоит не столько в их интересах, сколько в другом процессе мышления, чертами, которые отличают их от других поколений. Одними из таких черт являются гиперактивность, замкнутость, клиповое мышление, интровертизм, отказ от реального общения в пользу виртуального. Как следствие, обучать таких детей согласно старым стандартам просто невозможно. Что касается стандартов и требований к школьному образованию. Образование в настоящее время регламентируется большим количеством нормативных документов. Как известно, самый главный из них, – это Закон об образовании. Но для педагогов более важным является другой документ – ФГОС. Во ФГОС прописаны все требования, которые предъявляются к выпускнику школы. А именно, какие УУД должны быть сформированы у обучающегося к концу обучения в школе. Познавательные УУД имеют

различную направленность, но не всегда все из них можно легко сформировать на уроке математики. Как раз эта проблема была рассмотрена в данной работе.

Цель данного курса была полностью достигнута в ходе выполнения работы. Все поставленные для достижения цели задачи были выполнены. Взяв за основу учебники школьного курса и методические материалы, а также материалы ИГА, было описано содержание функционально-графической линии курса алгебры в основной школе. Для описания содержания представленной линии в курсе алгебры были выявлены критерии сравнения учебно-методических материалов различных авторов. В заключении проведения дидактического анализа был сделано заключение о содержании функционально-графической линии в курсе алгебры основной школы.

Затем был описан теоретический материал с точки зрения особенности функционально-графического метода построения и преобразований графиков функций. Были представлены определения и основные принципы построения и свойства графиков функций. Также был сделан вывод о необходимости изучения данных определений и свойств в основной школе. Вывод заключается в том, что формулировки определений и свойств должны быть известны обучающимся для успешного построения и преобразования графиков функций.

Далее следовала практическая часть работы. Была разработана серия упражнений, направленных на формирование умений и навыков построения и преобразований графиков функционально-графическим методом. Эта серия упражнений была отобрана из различных источников: начиная от сайтов, предназначенных для подготовки к сдаче ГИА, и заканчивая сборниками прикладных задач. Все эти задания предоставлены с готовыми решениями. Далее была разработана и применена на практике серия уроков для 9 класса с использованием данного комплекса упражнений. В ходе проведения данных уроков проводились оценка результатов опытно-



экспериментальной работы. Для получения результатов были разработаны: контрольная работа, самостоятельная работа и анкетирование для рефлексии обучающихся. В ходе получения результатов опытно-экспериментальной работы выяснилось, что гипотеза подтвердилась. А именно: если при изучении функционально-графической линии применять комплекс заданий, предполагающий решение функционально-графическим методом, то у обучающихся повысится уровень математической подготовки и это будет способствовать формированию познавательных и коммуникативных УУД. Можно сделать вывод, что цель работы также была достигнута.

Подводя итоги, можно утверждать, что разработанные в данной работе методические рекомендации будут весьма полезны на практике для учителя математики. Данные рекомендации не только поднимут уровень математической подготовки обучающихся, а также помогут формированию важных познавательных УУД. Из выше сказанного можно сделать вывод, что гипотеза подтверждена.

Подводя итоги, хотелось бы отметить, что образование в настоящее время развивается довольно стремительно. Перед педагогом стоит не простая задача - помимо знаний своего предмета, нужно быть личностью гибкой, творческой. Если прикладывать к этому достаточно усилий и ответственно подходить к своей работе, то педагог в силах выполнить любые требования.

### Библиографический список

1. Бабанский Ю.К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе. М.: Просвещение, 1985. 208 с.
2. Викторова Юлия Владимировна: статья «Формирование ИКТ-компетентности учащихся 9-х классов». URL: <http://dlib.rsl.ru> 2019 г.
3. Демоверсии, спецификации, кодификаторы ЕГЭ 2018 г. // Федеральный институт педагогических измерений [Электронный ресурс]. URL: <http://fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory> (дата обращения 03.01.2018).
4. Демоверсии, спецификации, кодификаторы ОГЭ 2018 г. // Федеральный институт педагогических измерений [Электронный ресурс]. URL: <http://fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory> (дата обращения: 02.01.2017).
5. Дорофеев Г.В. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных организаций / [Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]. – 6-е изд. – М.: Просвещение, 2010.
6. Дорофеев Г.В. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций / [Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]. – 3-е изд. М.: Просвещение, 2016.
7. Дорофеев Г.В. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций / [Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]. – 5-е изд. М.: Просвещение, 2010.
8. Колягин Ю.М. Алгебра, 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2012.
9. Колягин Ю.М. Алгебра, 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2013.

10. Колягин Ю.М. Алгебра, 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин. М. : Просвещение, 2014.

11. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. М.: Просвещение, 2013.

12. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций с приложением на электронном носителе / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. М.: Просвещение, 2013.

13. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. 21-е изд. М.: Просвещение, 2014.

14. Мерзляк А.Г. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. 2017

15. Мерлина Н.И. Дополнительное математическое образование школьников и современная школа (Состояние. Тенденции. Перспективы). М.: Гелиос АРВ, 2000. 180с.

16. Модернизация российского образования: документы и материалы. М., 2002. С. 8–10.

17. Мордкович А.Г. Беседа с учителями математики: Учеб.-метод. пособие. 2-е изд., доп. и перераб. М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2005.

18. Никольский С.М. Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2013.

19. Никольский С.М. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2014.

20. Никольский С.М. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2014.

21. Свойства функций — Гипермаркет знаний. URL: <http://school.xvatit.com> 2017 г.

22. Свойства линейных функций. URL: <http://otherreferats.allbest.ru> 2017 г.

23. Статья по теме «Современные подходы к школьному математическому образованию» URL: <https://nsportal.ru/shkola/materialy-metodicheskikh-obedinenii/library/2013/11/06/sovremennye-podkhody-k-shkolnomu>.

24. Тумашева О.В., Рукосуева Е.Г. Какие задачи решать на уроках математики в аспекте требований ФГОС // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2016. №1 (35).

25. Федотова А.В. Роль универсальных учебных действий в системе современного общего образования [Электронный ресурс]. URL: <https://idfedorov.ru/practice/stuff/article=1866> (дата обращения: 22.11.2017).

26. Фирер Анна Владимировна: статья «Развитие познавательных универсальных учебных действий». URL: <http://dlib.rsl.ru> 2019 г.

27. Функционально-графический метод решения уравнений [Электронный ресурс]. URL: <https://mathematics-tests.com/11-klass-urokipresentatsii/11-klass-funkzionalno-graficheskiy-metod> (дата обращения: 05.05.2017).

28. Шастун Т.А. Формирование умений анализа и синтеза при обучении математике // Педагогический журнал. 2017. Т. 7. № 5.