

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: Математики и методики обучения математике

Поликарпова Ольга Александровна
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ
УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ
ИЗУЧЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ**
Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой д.п.н., профессор Шкерина Л.В.

22.06.2020

(дата, подпись)



Руководитель: к.п.н., доцент Журавлева Н.А.

22.06.2020

(дата, подпись)



Дата защиты 29.06.2020

Обучающийся Поликарпова О.А.

22.06.2020

(дата, подпись)



Оценка _____

прописью

Красноярск 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССА.....	6
1.1. Психолого-педагогические основы развития универсальных учебных действий обучающихся.....	6
1.2. Структура познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса.....	18
1.3. Дидактические условия развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса в процессе изучения преобразований рациональных выражений.....	24
Выводы по главе 1.....	30
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ.....	31
2.1. Цели и содержание методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса.....	31
2.2. Формы, методы и средства деятельности обучающихся 8 класса в процессе изучения преобразований рациональных выражений, направленной на развития познавательных универсальных учебных действий.....	35
2.3. Описание педагогического эксперимента и его результатов.....	44
Выводы по главе 2.....	51
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	52
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	54
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	57

ВВЕДЕНИЕ

Современный ритм жизни очень динамичный, высокая скорость развития технологий влияет на все сферы, включая и образование. Современный обучающийся должен быть готов к усвоению больших потоков информации и к эффективной самостоятельной работе, в том числе и в условиях дистанционного обучения. Развитие таких навыков невозможно без развития у обучающегося познавательных универсальных учебных действий. Безусловно, **актуальность** проводимых исследований в этой области бесспорна.

Перед современной системой образования, прежде всего, стоит задача воспитать компетентных специалистов, способных своевременно адаптировать к динамичной среде. На сегодняшний день образовательная система опирается на стандарты нового поколения – Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО).

Авторами концепции УУД являются С. В. Молчанов, И.А. Володарская, А. Г. Асмолов и др. Они утверждают, что одной из основных задач, которую должен решить учитель, является создание таких условий обучения, которые раскроют возможности обучающихся в школе и которые подготовят их к жизни в высокотехнологичном конкурентном мире.

В таких условиях основной задачей образования является личностное, общекультурное и познавательное развитие обучающегося, то есть ребенка нужно научить учиться.

К одним из важнейших условий познавательных УУД стоит отнести умение самостоятельно решать проблемы и задачи. Решение задач может выступать как целью, так и средством обучения. С точки зрения предмета математика, здесь основным показателем уровня математического развития учеников выступает умение решать математические задачи.

На данный момент педагогика нацелена на разработку и экспериментальную проверку сообразных средств, методов, факторов и условий организации обучения, которые формируют и развивают познавательные действия учеников.

Как отмечают многие исследователи, одной из ведущих задач обучения является именно формирование у обучающихся навыков выполнения логических операций, обучение их разным логическим приемам, формирование самостоятельного выбора наиболее эффективного способа решения задач и прививание знаний логики и формирования у обучающихся навыков и умений применения данных знаний в учебе и практике.

Не смотря на вышеупомянутое, на данный момент в педагогической теории не существует единого подхода к решению проблемы организации такого обучения, в связи с чем, необходимы совершенствования методик преподавания.

В процессе проведения анализа, удалось вывести **противоречия**:

– между потребностью общества в обучающихся владеющими развитыми познавательных УУД и недостаточной подготовленностью обучающихся в этом направлении.

– между достаточным уровнем изученности познавательных УУД с общих психолого-педагогических позиций и слабой проработанностью методических аспектов развития познавательных УУД на уроках математики.

Актуальность и выделенные противоречия побуждают появление проблемы данного исследования. В свою очередь проблема состоит в разработке методики обучения математике в процессе изучения преобразований рациональных выражений обучающихся 8 класса, способствующей развитию познавательных УУД.

Цель нашей выпускной квалификационной работы – разработать методику по математике, которая будет способствовать развитию

познавательных универсальных учебных действий (УУД) в рамках темы преобразования рациональных выражений.

Объект – процесс обучения математике обучающихся 8 класса.

Предмет – развитие познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса в процессе изучения преобразования рациональных выражений.

Гипотеза: если в процессе изучения преобразования рациональных выражений в математике применить специальную методику, разработанную в соответствии с выделенными дидактическими условиями, то это будет способствовать развитию познавательных УУД обучающихся.

Задачи, которые мы поставили перед собой для достижения цели ВКР:

1. Проанализировать теоретические основы развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса в процессе обучения математике.

2. Выделить дидактические условия развития познавательных УУД.

3. Разработать задания по математике для развития познавательных УУД и апробировать их в опытно-экспериментальной работе при изучении преобразования рациональных выражений.

Тема преобразования рациональных выражений была выбрана нами, поскольку это достаточно большой и сложный раздел в курсе математики основной школы. Кроме того, все обучающиеся при прохождении аттестации будут решать задания, связанные с преобразованием рациональных выражений.

Выпускная квалификационная работа содержит 16 рисунков, 14 таблиц и 4 Приложения.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССА

1.1. Психолого-педагогические основы развития универсальных учебных действий обучающихся

Современная система образования претерпевает серьезные изменения наряду с глобальными всемирными тенденциями к развитию. На сегодняшний день образовательная система существует в рамках модели, объединяющей институциональные структуры, целью которых является образование обучающихся.

В настоящее время перед системой образования стоит задача подготовить, прежде всего, компетентных специалистов, разносторонних личностей, способных получать знания, как с помощью учителей, так и самостоятельно. Для того чтобы качество получаемого образования отвечало требованиям современности, система образования стала опираться на стандарты нового поколения – федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС).

В основе ФГОС лежит системно-деятельностный подход. Другими словами, за счет него обеспечивается возможность формировать у обучающихся стремление к саморазвитию и получать образование непрерывно. С его помощью происходит создание учебной среды в рамках системы образования, в которой развиваются обучающиеся за счет активной учебно-познавательной деятельности. Образовательная деятельность же строится «с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся» [26, с. 3].

Согласно Федеральному закону «Об образовании в Российской Федерации» [27], содержание образования определяется образовательными программами.

ФГОС же определяется как совокупность требований, которые обязательно должны учитываться при создании и реализации образовательных программ основного общего образования (ООО) [26, с. 1].

В ФГОС прописаны четкие требования к структуре и содержанию основной образовательной программы. Ниже на рисунке 1 можно рассмотреть разделы, которые она должна в себя включать.

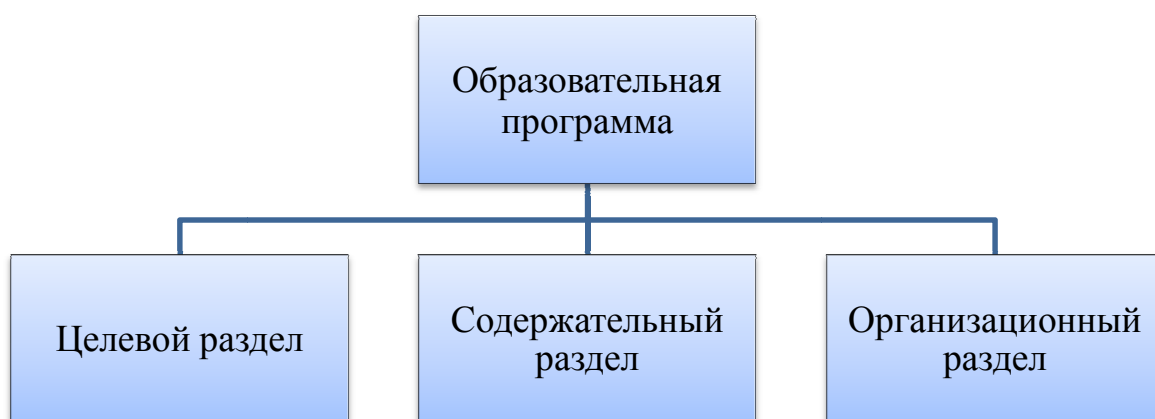


Рисунок 1 – Основные разделы общей образовательной программы

Образовательные программы должны быть ориентированы «на достижение личностных, предметных и метапредметных результатов» [26, с. 22]. Иначе говоря, обучающийся в процессе учебной деятельности должен не только овладеть новой для него информацией и специфическими навыками в рамках определенной дисциплины, но и получить умения в непредметных областях, которые повысят уровень его социализации и дадут возможность самостоятельного освоения некоторых тем в других дисциплинах.

Стоит обратить особое внимание, что современные образовательные программы направлены, прежде всего, на удовлетворение индивидуальных потребностей обучающихся [26].

Стандарты образования нового поколения меняют подход к деятельности учителя, делая процесс обучения для него более творческим,

что должно обеспечить индивидуальный подход к каждому обучающемуся. Однако стоит отметить, что роль развития личности и деятельностный подход эволюционировали из традиционной системы образования прошлых лет.

Анализируя литературу по теории психологии и педагогике, невозможно не отметить огромный вклад ученых советского периода истории нашей страны, ведь их труды легли в основу и системы образования в том числе.

Особенный вклад, на наш взгляд, в развитие психологии и педагогике внес Алексей Николаевич Леонтьев, советский психолог, философ и доктор педагогических наук. Советский ученый и организатор науки А.Н. Леонтьев был учеником Л.В. Выготского, чьи труды положили развитие культурно-исторической психологии. Впоследствии А.Н. Леонтьев стал учителем А.Г. Асмолова, который продолжил работу в области психологии личности и культурно-исторической психологии.

Теория деятельности, разработанная А.Н. Леонтьевым, подробно раскрывает то, как индивид осуществляет деятельность, в том числе и учебную, как развивается личность, и, самое главное, разобрана проблема мотивации. Знание таких аспектов позволяет лучше понимать и, что немаловажно, влиять на поведение и активность обучающихся [18].

Индивидом является представитель человеческого рода, в то время как личность – это совокупность социально значимых качеств индивида, к человеку это понятие применимо ни с рождения, а лишь с определенного этапа развития [19].

Русский религиозный и политический философ Н.А. Бердяев трактовал понятие личности как не биологической или психологической категории, но этической и духовной [24, с. 335].

Если говорить о зарубежном взгляде на понятие личности, то Г. Олпорт, разработавший теорию черт личности, в 1937 г. сформулировал определение личности так: «Личность — это динамическая организация

психофизических систем внутри индивидуума, определяющая его уникальное приспособление к окружающей среде», и именно это определение понятия надолго стало классическим в психологии [24, с. 341].

В своей теории деятельности А.Н. Леонтьев представляет деятельность как форму активности индивида, которая направлена на удовлетворение его потребностей. Потребность – нужда в определенных условиях, к которым стремится индивид, чтобы обеспечить нормально функционирование. Именно потребность в чем-либо побуждает индивида к активности [19].

Среди зарубежных ученых американский психолог А. Маслоу предложил свою иерархию потребностей человека, модель которой получила название «Пирамида Маслоу» [14]. Модель потребностей по Маслоу приведена на рисунке 2.



Рисунок 2 – Модель классификация потребностей «Пирамида Маслоу»

Модель Маслоу отражает теорию мотивации, и показывает, как меняются и расширяются потребности личности по мере того, как идет продвижение вверх по пирамиде от первых двух ступеней первичных

потребностей к вторичным. Самореализация возглавляет эту модель, и, согласно теории, далеко не все люди доходят до верхней ступени и не все к ней стремятся. Однако, к вопросам мотивации мы вернемся позже, рассмотрев еще несколько ключевых понятий психологии [11].

Понятие деятельности включает в себя шесть блоков, образующих его структуру, которая ниже изображена в виде схемы на рисунке 3.

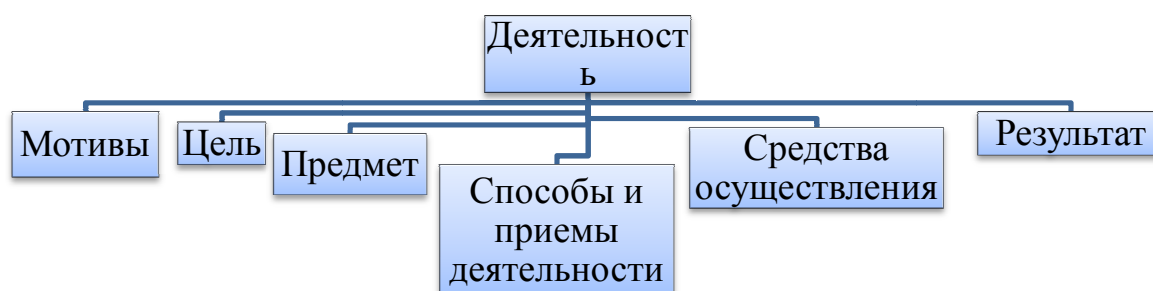


Рисунок 3 – Структура деятельности индивида

Достаточно часто путают между собой такие понятия как мотив, потребность и цель. Рассмотрим содержание этих понятий и их взаимосвязь в рамках процесса деятельности [25, 19, 14].

Мотив – это внутренние побудительные силы человека, которые заставляют его заниматься деятельностью.

Мотивы не могут быть внешним фактором влияния, они всегда будут исходить от самого индивида. Приведенное выше определение это лишь одна из многих возможных трактовок понятия «мотив».

На сегодняшний день публикуется множество исследований, статей и книг, посвященных изучению мотивации человека. Этот вопрос остается актуальным как к обучающимся, так и к уже работающим специалистам [13, 31].

Возвращаясь к рассмотренной ранее «Пирамиде Маслоу», мы также можем структурировать движущие человеком мотивы на разные категории.

Категории мотивов во многом похожи на классификацию потребностей, что вполне логично, ведь мотив, как побудительная сила, преследуется индивидом при возникновении определенных потребностей.

В целом мотивы можно разделить на пять основных категорий:

- органические (направленные на удовлетворение естественных потребностей);
- функциональные;
- материальные (создание вещей и инструментов);
- социальные;
- духовные.

Как мы видим, мотивы и потребности соотносятся между собой, при этом мотивы не имеют такой строгой иерархии и порядка в своей структуре.

Стоит также всегда помнить, что понятие «мотив» не равно понятию «цель» [19].

Цель – это осознанный образ ожидаемого результата, на который направлены действия индивида. В рамках понятия деятельность «цель» – это продукт этой самой деятельности.

Справедливо утверждение, что у каждого вида деятельности индивида может быть свой мотив, но разные мотивы могут преследовать одну цель, то есть они будут направлены на одинаковый результат, как это выглядит на рисунке 4.

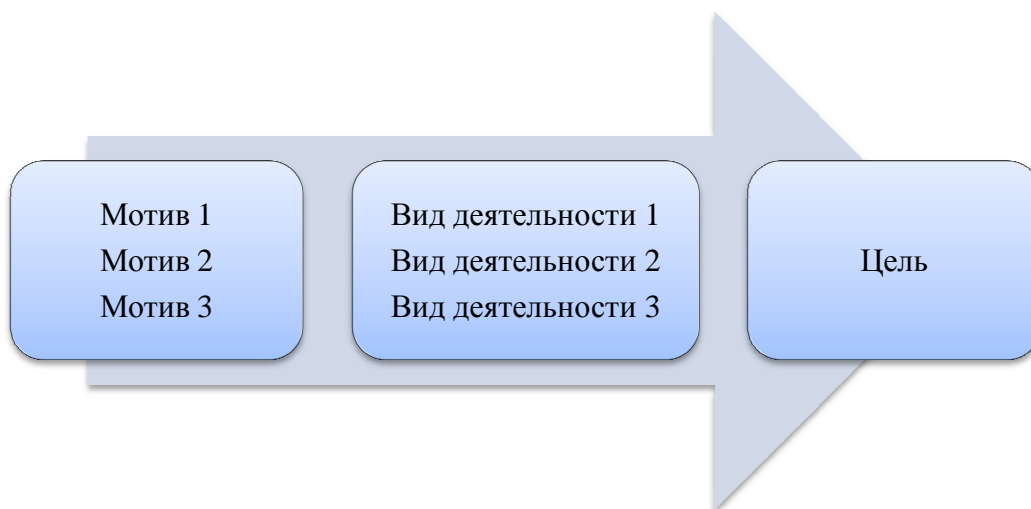


Рисунок 4 – Взаимодействие мотивов, деятельности и цели

Согласно теории деятельности А.Н. Леонтьева, мотив побуждает индивида к деятельности, а цель к действию. Ученый также вводит в своих трудах понятие операций, называя так способы осуществления конкретных действий. Совокупность таких операций определяет условия достижения цели. В заданных условиях цель определяется как конкретная задача, то есть искомый результат [18].

Действие же, по мнению А.Н. Леонтьева, это основной предмет исследования в психологии и педагогике, поскольку оно является важнейшей образующей человеческой деятельности. Деятельность, в свою очередь, понимается как активное взаимодействие индивида с окружающей действительностью.

Рассмотренные нами выше понятия мы можем отразить схематично, как это показано на рисунке 5, чтобы показать структуру деятельности.



Рисунок 5 – Составляющие процесса деятельности по А.Н. Леонтьеву

Процесс обучения включает в себя учебно-познавательную деятельность, которая направлена на решение познавательных задач. Принципиальное ее отличие от познавательной деятельности индивида в целом в том, что при решении познавательных задач не происходит научных открытий и выявления новых знаний в научном мире, происходит развитие обучающегося путем открытия и получения новых знаний и умений именно для него.

Соотношение описанных выше видов деятельности мы привели на рисунке 6.



Рисунок 6 – Соотношение познавательной и учебной деятельности

Понятие учебной деятельности трактуется экспертами несколько неоднозначно. Учебная деятельность неразрывно связана с понятием учения, в научной литературе они разграничены как более широкий и более узкий термин. Понятия были разграничены докторами педагогических наук Л.Б. Ительсоном, Г. И. Щукиной и другими учеными, которые считали, что учебная деятельность содержит в себе деятельность как обучающегося, так и обучаемого, то есть затрагивает деятельность и учителя в том числе [32, 10].

Другую же точку зрения представил профессор П.И. Пидкасистый, по его мнению, учебная деятельность определяется как вид учения, в ходе которого обучающийся усваивает знания, умения, приобретает навыки и овладевает способами действий в отношении усваиваемого материала [22]. Процесс учения, по мнению профессора, можно осуществлять как под руководством учителя, так и самостоятельно.

Очень хорошее определение учебной деятельности приводит Д.Б. Эльконин, советский психолог, автор оригинального направления в детской и педагогической психологии. Он утверждал, что учебная деятельность – это деятельность, имеющая своим содержанием овладение обобщенными

способами действий в сфере научных понятий. В ходе учебной деятельности происходит усвоение научных понятий, соответственно, ее результатом является изменение самого ученика, то есть, его развитие [33].

Проведя параллель между более широким понятием деятельности и более конкретным понятием учебной деятельности, можно также наглядно представить структуру второго понятия, которая показана на рисунке 7.



Рисунок 7 – Структура учебной деятельности

Эффективный процесс обучения должен строиться на единстве действий учителя и обучающегося [18]. Цели, содержание учебного процесса, его методы и формы, а также средства должны быть согласованы между участниками учебного процесса, как это показано на рисунке 8.

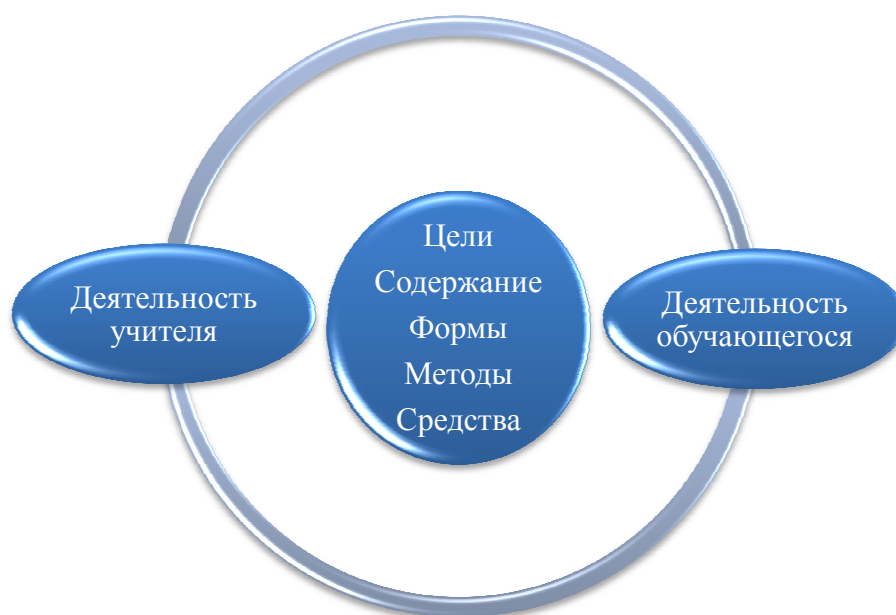


Рисунок 8 – Единство деятельности учителя и обучающегося в процессе обучения

В своей статье «Психологические вопросы сознательности учения» А.Н. Леонтьев рассмотрел очень важную проблему, которая сохраняет свою актуальность и в современности [20]. Невозможно будет добиться эффективности процесса обучения, если у обучающегося не будет мотивации получать новые знания. В статье А.Н. Леонтьев предлагает рассматривать проблему сознательности учения, как проблему смысла, который приобретают усваиваемые человеком знания. Другими словами, чтобы обучение осуществлялось сознательно, оно должно приобрести для обучающегося «жизненный смысл», стать одним из основных элементов формирования личности и залогом его будущего высокого социального статуса.

Согласно ФГОС основным структурным компонентом учебно-познавательной деятельности обучающихся основной школы являются универсальные учебные действия (УУД). Они представляет собой совокупность способов действия обучающегося, а также связанных с ними навыков учебной работы. Получаемые навыки учебной работы обеспечивают

способность обучающегося к самостоятельному усвоению новых знаний и умений [26].

Согласно А.Г. Асмолову, универсальные учебные действия – это обобщенные действия, которые порождают широкую ориентацию обучающихся в различных предметных областях познания и мотивацию к обучению [4].

Получается, что чем больше и успешнее обучающийся осваивает УУД, тем больше успехов он достигнет в процессе обучения.

Освоение УУД необходимо в современных условиях нашей жизни. Возможность самостоятельного успешного материала дает возможность обучающимся адаптировать и организовать процесс своего обучения практически к любым условиям, например: дистанционное обучение, обучение на дому, обучение по программе обмена обучающимися. Рассмотрим подробнее классификацию УУД на рисунке 9.



Рисунок 9 – Классификация универсальных учебных действий

Исходя из классификации УУД мы можем судить о том, что успешное освоение действий каждого блока обеспечит обучающемуся не только освоение изучаемого материала, но и поможет в ведении командной работы со сверстниками, самостоятельной организации процесса обучения, сделает этот процесс осмысленным и даст необходимые инструменты для получения новых знаний, умений и навыков.

Таким образом, в этом параграфе мы рассмотрели основные понятия, применяющиеся в психологии и педагогике, касающиеся процесса обучения, провели параллель от научных трудов в этих областях от советского периода до современности, а также проанализировали психолого-педагогические основы развития УУД обучающихся.

В следующем параграфе мы рассмотрим и проанализируем познавательные УУД, их структуру и особенности их применения для обучающихся 8 класса.

1.2. Структура познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса

Возраст обучающихся 8 класса обычно в среднем составляет 14-15 лет. В этот период жизни старших подростков происходят резкие и заметные изменения в их характерах, интересах и общении. Важно также понимать, что именно в этот период закладываются основные моральные и социальные установки личности, происходит становление нового уровня самосознания.

Подростки – это особая социально-психологическая и демографическая группа, в которой есть собственные нормы, установки и специфические формы поведения. Подростковый возраст называют еще переходным за то, что это первая относительно самостоятельная фаза на пути к взрослению. Формирование многих качеств и индивидуальных особенностей личности без полноценного проживания этого периода многие в будущем могут оказаться неразвитыми или недостаточно развитыми, что в дальнейшем компенсируется или корректируется с большим трудом [8].

Основные группы интересов подростков в своих трудах перечислил Л.С. Выготский, дав им название «доминанты», содержание которых раскрыто в таблице 1.

Таблица 1

Доминанты подросткового периода по Л.С. Выготскому

Группа интересов	Содержание доминанты
Эгоцентрическая доминанта	Интерес подростка к собственной личности
Доминанта дали	Установка на большие масштабы, которые для подростка сегодня субъективно более приемлемы, чем ближние текущие.
Доминанта усилия	Тяга к сопротивлению и волевым напряжениям. Часто это проявляется негативно: противостояние воспитательному авторитету, упрямство и хулиганство.
Доминанта романтики	Стремление подростка к неизвестному, рискованному, к героизму и приключениям.

Согласно Д.Б. Эльконину, подростковый возраст можно разделить на три периода [2]:

- сконцентрированность на собственной личности;
- самопознание;
- самовоспитание.

Биологические и психологические изменения влекут за собой изменения в системе ценностей подростка. По «теории поля» немецкого психолога К. Левина, в переходном возрасте происходит расширение жизненного мира личности, изменение круга общения, осознание своей групповой принадлежности [21].

Абсолютно новым для личности становится осознание «чувства взрослости» – одно из психических новообразований, которые влияют на осознанность поведения подростка и на выбор его дальнейшего жизненного пути [8].

Наряду с изменениями можно выделить также и противоречия в развитии личности подростков:

- между концентрированностью на собственной личности и потребностью в общении со сверстниками;
- между притязаниями подростков на взрослость, самостоятельность и материальной, эмоциональной зависимостью от взрослых;
- отсутствием жизненного опыта.

Все эти особенности подросткового периода необходимо помнить при построении учебного процесса. Как упоминалось ранее – процесс обучения строится на единой работе учителя и обучающегося. Усложнение и развитие личности подростка, изменения в поведении и общении, способность усваивать новую информацию, стремление познавать мир и себя через общение – все это напрямую влияет на результаты построения учебного процесса.

Ранее мы уже рассмотрели определение универсальных учебных действий (УУД). Согласно требованиям ФГОС, каждая образовательная

программа включает в себя развитие всех четырех видов УУД: личностные, регулятивные коммуникативные и познавательные. Овладение УУД проверяется с помощью итоговых контрольных работ, таким образом, обучающиеся должны не только показать предметные знания, но и применить требующиеся УУД для решения задач и заданий повышенного уровня.

Изучение математики дает обучающимся хорошие возможности для формирования как всех видов УУД, так и познавательных УУД за счет реализации принципов системно-деятельностного подхода в учебной деятельности. Развитие уже начинающих формирование познавательных УУД у подростков, на наш взгляд, особенно важно, поскольку с их помощью обеспечивается познание окружающего мира. Другими словами, познавательные УУД дают возможность обучающимся в подростковом периоде обеспечить удовлетворение одного из их основных стремлений к познанию окружающего мира за счет поиска, обработки и использования полученной новой информации.

Относительно учебной деятельности А.Г. Асмолов отмечает сохранение важности для подростков и ее трансформацию, их стремление к самообразованию и самопознанию, называя это «становлением субъективности» [4, с. 24]. В основной школе обучающиеся начинают овладевать высшими формами мыслительной деятельности, а с усвоением системы научных понятий начинает формироваться научный тип мышления.

К познавательным УУД можно отнести, во-первых, способность к осознанию познавательной задачи; самостоятельный поиск информации в учебниках и умение выявлять ее на слух.

Во-вторых, можно выделить познавательные УУД, направленные на трансформацию получаемой информации: понимание информации, представленной в графической, схематичной форме или отображенной в виде модели, использование знаково-символических средств для решения учебных

задач; выполнение учебно-познавательных действий в материализованной и умственной форме.

В-третьих, для решения учебных задач обучающиеся должны применять такие операции, как анализ, синтез, сравнение, классификация, установление причинно-следственных связей, способность делать обобщения, выводы [23].

В целом А.Г. Асмолов предлагает разделение познавательных УУД на три основные группы, представленные на рисунке 10 [4].



Рисунок 10 – Виды познавательных универсальных учебных действий

Основными средствами формирования познавательных УУД в математике можно назвать вариативные по формулировке учебные задания: объясни, проверь, оцени, выбери, сравни, найди закономерность, верно ли утверждение, догадайся, наблюдай, сделай вывод. Такие учебные задания нацеливают обучающихся на выполнение разных видов учебной деятельности, формируют умения действовать на достижение поставленной цели.

Учебные задания побуждают обучающихся к таким действиям, как анализ объектов для выделения их существенных и несущественных признаков, выявление их сходства и различия, проведение сравнения и

классификации по заданным учителем или выделенным самостоятельно признакам. Также учебные задания подводят к установлению причинно-следственных связей, построению рассуждений с помощью связей простых суждений об объекте (структура, свойства), и к обобщению.

Взаимосвязь видов познавательных УУД и соответствующих им учебных заданий можно раскрыть через состав и функции первых, которые отображены в таблице 2.

Таблица 2

Состав и функции познавательных универсальных учебных действий

Виды познавательных УУД	Состав	Функции
Действия постановки и решения проблем	<ul style="list-style-type: none"> - определение проблемы; - самостоятельная постановка способов решения проблемы. 	Исследование проблемной области с целью выявления цели, как образа решенной проблемы, с разработкой стратегии и тактики ее достижения.
Общеучебные действия	<ul style="list-style-type: none"> - самостоятельная постановка познавательной цели и поиск нужной информации; - применение методов информационного поиска, в том числе с применением компьютерных технологий; - умение структурировать и трансформировать полученные знания; - разработка и выбор эффективных решений проблемы с учетом анализа конкретных условий; - контроль и оценка полученных результатов. 	Готовность осуществлять поиск необходимой информации, ее обработку, применение и проводить оценку выполненных действий.
Логические действия	<ul style="list-style-type: none"> - анализ объектов и выделение их признаков; - синтез объектов (составление целого из частей); - выбор критериев для сравнения и классификации объектов; - установление причинно-следственных связей и следствий; - построение логической цепи рассуждений и их доказательство; - выдвижение гипотез и их обоснование. 	Обеспечение инструментальной основы мышления и решения проблем, в том числе исследовательских.

Стоит отметить важную особенность в качественном изменении учебного процесса обучающихся основной школы. С переходом из детства в период отрочества у обучающихся появляется больше самостоятельности, более того, они сами стремятся к ней, поскольку осознают себя более взрослыми. Как следствие, теперь инициатором и руководителем может быть не только учитель, но и сам обучающийся [4, 8].

К решению вопроса мотивации обучающегося теперь можно подойти со стороны командной работы. Такой способ организации учебного процесса будет направлен на работу с одноклассниками – потенциальной группой сверстников, с которыми подростки активно стремятся наладить отношения и развивать общение. Также более активное взаимодействие с учителем поможет обучающимся научиться налаживать контакты со взрослыми. Кроме того, стремление к самостоятельности и то самое «чувство взрослости» вызовет активный отклик в обучающемся взять инициативу ведения процесса обучения. Исходя из этого, прослеживается прямая мотивация обучающегося активно участвовать в учебном процессе и в его организации.

Таким образом, с помощью проведенного анализа литературы по подростковой психологии были выявлены важность и особенности этого периода в жизни обучающихся, особенности построения учебного процесса исходя с учетом качественных и психологических изменений подростков, важность этого периода для формирования познавательных УУД, содержание и структура которых также была раскрыта.

В следующем параграфе будут рассмотрены дидактические условия развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса в процессе изучения преобразований рациональных выражений.

1.3. Дидактические условия развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса в процессе изучения преобразований рациональных выражений

Система образования всегда должна отвечать современным требованиям по отношению к знаниям и компетенции будущих специалистов, поэтому даже на этапе основного школьного образования она должна быть динамичной. Адаптация учебного процесса к изменяющимся жизненным условиям происходит благодаря такому направлению в педагогике, как дидактика [9, 6, 17].

Дидактика – это раздел педагогики, который изучает теоретические основы образования и обучения, изучает проблемы обучения и закономерности усвоения знаний, умений и навыков, определяет структуру содержания образования.

Основными категориями дидактики соответственно являются обучение, преподавание, учение, образование, знания, умения, навыки. Также к ним относятся цель, содержание, организация, виды и формы, методы и средства, и, конечно, результаты обучения. Совокупность всех этих понятий определяет дидактическую систему, или технологию обучения.

Исходя из этого, дидактические условия определяются как конкретные обстоятельства обучения, которые стали результатом отбора и применения элементов содержания, форм, методов и средств обучения, целью которых является эффективное решение поставленных задач.

Дидактические условия также подвергаются изменениям с течением времени. Их улучшения напрямую связаны с развитием научно-технического прогресса. Например, оснащение учебных классов компьютерами и интерактивными досками делает учебный процесс более наглядным, а подачу учебного материала более доступной. Также сегодня мы можем наблюдать возможности дистанционного обучения, благодаря развитию подобных технологий.

Вопросам дидактики посвящено множество исследований, в которых с течением времени несколько изменяется подход к содержанию дидактических условий, поскольку открывается все больше возможностей для интерактивного обучения. Однако можно выделить и одну обобщающую черту – это применение системного подхода в выделении дидактических условий.

Как мы знаем, система – это не просто набор элементов, находящихся в одном месте. Ведь если мы сложим рядом все запчасти от автомобиля, это не сделает его работающей системой, он не заведется и не поедет, да и внешне совсем не будет выглядеть так, как нужно. Система – это совокупность элементов с определенным положением в этой системе и способами взаимодействия, функционирование которой порождает качественно новый результат, которого элементы не могут достичь, находясь по отдельности [28].

Соответственно, суть системного подхода заключается в единстве всех компонентов дидактических условий, целью которых будет достижение эффективности процесса обучения. Под эффективность мы понимаем не только успешное усвоение учебного материала, но и раскрытие потенциала обучающихся и их разностороннее личностное развитие.

Исследователи в области педагогики выделяют несколько принципов, которым должна соответствовать успешно функционирующая система дидактических условий, которые представлены в таблице 3.

Таблица 3

Принципы эффективной системы дидактических условий

Принципы	Содержание принципов
1. Принцип целостности	При изменении одного из элементов системы могут измениться как другие элементы, так и сама система
2. Принцип совместимости	Согласованность системы с окружающей средой – содержание изучаемого предмета должно отвечать запросам общества
3. Принцип систематизированности	Сильная устойчивая связь между элементами системы

Принципы	Содержание принципов
4. Принцип оптимальности	Максимально достижимая эффективность функционирования системы при наименьших затратах ресурсов

Решение математических задач является одним из самых благоприятных способов развития познавательных УУД, а особенно задачи на преобразование рациональных выражений. Однако важность этой темы в курсе математики велика еще и по причине того, что будущие выпускники должны уметь решать задачи этой темы для прохождения аттестации, и касается это как базового уровня, так и профильного.

Рациональные выражения – это выражения, которые состоят из чисел, переменных, арифметических операций и операций возведения в степень.

Умение преобразовывать рациональные выражения – это процесс упрощения, то есть применения тождественных преобразований для более простой записи выражения.

Другими словами, поскольку тема преобразования рациональных выражений является достаточно большим блоком в рамках всего курса математики, а также является достаточно сложной для понимания, особенно при самостоятельной работе обучающихся, именно она была взята для разработки методики развития познавательных УУД. Поскольку изучение этой темы начинается в средней школе и продолжается в старшей, обучающимся необходимо уже на начальных этапах использовать специальные методики для успешного усвоения материала.

Вернемся к утверждению А. Н. Леонтьева о том, что успешность учебного процесса зависит от степени осознанности обучающегося. Бесспорно также, что деятельность учителя и обучающегося – это единый процесс. Исходя из этого, справедливо утверждение, что для успешного усвоения материала по теме преобразования рациональных выражений

необходимо применять активные методы обучения, взаимодействие в которых происходит по теме «учитель=ученик».

Активные методы обучения обладают следующими признаками:

- активность обучающегося для активизации его мышления;
- активность обучающегося длительная, она сохраняется в течение всего учебного процесса;
- самостоятельность в поиске решения поставленной задачи;
- собственная мотивация обучающегося к процессу обучения.

Активные методы обучения принято делить на две большие группы: индивидуальные и групповые. По типу реализации их можно разделить на дискуссионные, тренинговые, игровые и рейтинговые.

Для успешного процесса обучения всегда необходимо отталкиваться от поставленной задачи перед обучающимися. Исходя из этого, уже выбираются конкретные методы и приемы, используемые в активном обучении. Далее рассмотрены одни из самых популярных методов.

Один из самых простых и доступных методов, который активно используется на уроках в последнее десятилетие – презентации. По сути, это подготовка и показ слайдов по заданной теме, используется как учителем, так и учениками. Основные плюсы такого метода в наглядной визуальной подаче материала и отработке навыков и умений работы с компьютерной техникой и программами.

Кейс-технологии – анализ смоделированных ситуаций или примеров из реальной жизни. В создании кейсовых ситуаций можно выделить два подхода: американский и европейский. При американском подходе есть единственно-верное решение задачи. При европейском подходе решений может быть несколько, важно дать каждому из них обоснование.

И еще один подходящий для нашей темы метод – это баскет-метод. Такой метод основан на имитации ситуации, например, обучающийся может провести урок в роли учителя, объясняя новую тему своим одноклассникам.

Важный момент, что во всех методах активного обучения лежит деятельностный подход, то есть он направлен на реализацию деятельностного отношения обучающегося к процессу обучения.

Также стоит отметить эффективные средства обучения, которые помогут в усвоении материала по теме преобразования рациональных выражений, и, как следствие, развитию познавательных УУД обучающихся.

Во-первых, это словесные формы обучения. Как бы то ни было, большую часть информации обучающиеся улавливают посредством визуального и слухового восприятия. Эффективной подачей материала будет раскрытие темы за счет диалога, дискуссии, а в некоторых ситуациях и монолога.

Во-вторых, это наглядные средства. Здесь их можно разделить как на печатные, например, учебники и книги, так и на интерактивные, например, упомянутые ранее презентации. Сравнение, анализ и сопоставление иллюстрации, тестов, схем и других графических материалов будет способствовать развитию логического мышления обучающихся.

Исследователи в области педагогики большое внимание уделяют подбору учебных задач, ведь именно благодаря им осуществляются как реализация учебного процесса, так и возможность контролировать направление этого процесса. В таблице 4 рассмотрены основные типы задач, которые можно применять для развития познавательных УУД в процессе преобразования рациональных выражений.

Таблица 4

Типы задач для формирования познавательных УУД

Типы задач	Примеры заданий
1. Задачи на поиск решения задач	Работа с учебником, проблемные задачи, решение текстовых задач;
2. Задачи на сравнение и оценивание	Ситуационные задачи;
3. Задачи на проведение эмпирического исследования	Задачи на выделение важной и второстепенной информации;
4. Задачи на проведение теоретического исследования	Задачи с недостатком информации;

Типы задач	Примеры заданий
5. Задачи на смысловое чтение	Использование знаков и символов при обработке информации, составление математических моделей, выдвижение гипотез, доказательство суждений.

Таким образом, при организации учебного процесса, важно помнить о том, что его структура и содержание должны соответствовать основным дидактическим принципам, а основные дидактические категории должны быть нацелены на построение эффективного процесса обучения. Преобразование рациональных выражений играет значительную роль в формировании познавательных универсальных учебных действий. В то же время эта тема является одной из самых объемных сложных для восприятия обучающихся тем в курсе математики. Именно разработка качественных методик позволит повысить уровень образования и качество полученных знаний у обучающихся. В свою очередь, полученные качественные знания в средней школе заложат хороший фундамент для получения знаний в старшей школе и впоследствии войдут в багаж необходимых знаний для прохождения аттестации.

Выводы по главе 1.

В параграфе 1.1. рассмотрены основные понятия, применяющиеся в психологии и педагогике, касающиеся процесса обучения, провели параллель от научных трудов в этих областях от советского периода до современности, а также проанализировали психолого-педагогические основы развития УУД обучающихся.

В параграфе 1.2. проведен анализ литературы по подростковой психологии были выявлены важность и особенности этого периода в жизни обучающихся, особенности построения учебного процесса исходя с учетом качественных и психологических изменений подростков, важность этого периода для формирования познавательных УУД, содержание и структура которых также была раскрыта.

В параграфе 1.3. проанализирована научная литература в области дидактических исследований, дано определение основных понятий дидактики, рассмотрены основные дидактические категории, структура и содержание которых должны соответствовать основным дидактическим принципам для построения эффективного процесса обучения. Преобразование рациональных выражений играет значительную роль в формировании познавательных универсальных учебных действий. Разработка качественных методик позволит повысить уровень образования и качество полученных знаний у обучающихся. В свою очередь, полученные качественные знания в средней школе заложат хороший фундамент для получения знаний в старшей школе и впоследствии войдут в багаж необходимых знаний для прохождения аттестации.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

2.1. Цели и содержание методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса

В первой главе нами уже были рассмотрены основные понятия психологии и педагогики. Вспомним о том, что к деятельности индивида направляет мотив, цель же побуждает к конкретному действию. Действие, в свою очередь, важнейшая образующая любой деятельности, в том числе и учебной. Цель в определенных условиях мы также можем трактовать, как конкретную задачу или искомый результат.

Эффективность учебного процесса зависит от степени вовлеченности обучающихся, другими словами, насколько они заинтересованы в достижении цели обучения. Поставленная цель напрямую определяет содержание дальнейшего процесса обучения.

Целью образования в целом А.Г. Асмолов [4] называет развитие личности обучающегося, которому способствует изучение универсальных способов познания и освоения мира. Цель образования как основная перетекает в одну из основных целей любой разрабатываемой методики преподавания. В достижении результатов образования и воспитания А.Г. Асмолов выделяет четыре направления, представленных на рисунке 11.



Рисунок 11 – Направления развития обучающихся в результате учебной деятельности

Методика преподавания – это совокупность методов обучения, алгоритм для обучения действиям для достижения поставленных целей [7].

Методику можно определить как теоретическую науку, так и прикладную. Знание теоретических и практических целей методики является обязательным для учителей и преподавателей, два этих блока отражены в таблице 5.

Таблица 5

Основные цели методики преподавания

Теоретический блок	Практический блок
1. Выявление закономерностей в учебном процессе.	1. Использование методов и технологий обучения в соответствии с учебной программой.
2. Изучение и отбор эффективных методов обучения.	2. Разработка новых методов и приемов обучения для учебных дисциплин.
3. Оценка эффективности обучения.	3. Разработка способов улучшения преподавания конкретных учебных дисциплин.

Проведя анализ существующих методик изучения математических дисциплин, а также проанализировав научную литературу в области методики преподавания, мы определили цель и содержание разрабатываемой нами методики для проведения практического эксперимента.

Цель методики – развитие познавательных универсальных учебных действий (УУД) обучающихся 8 класса в процессе изучения преобразования рациональных выражений [15].

Реализация методики будет осуществляться в последовательности следующих этапов:

- целеполагание (постановка и принятие цели учебного процесса с учетом всех достижимых ресурсов);
- планирование (определение последовательности действий, которая представлена в виде плана);
- прогнозирование (предвидение успешной реализации стратегии поведения с учетом имеющихся знаний, навыков и умений)

- контроль (сопоставление способов действий и достигаемых результатов с обозначенным ранее планом);
- коррекция (адаптация деятельности и внесение корректив с учетом поставленной учебной деятельности и меняющимися условиями);
- оценка (адекватное определение качества достигнутого результата и дальнейших возможных перспектив).

Практическая реализация методики будет базироваться на применении системно-деятельностного и интегративного подхода. Определение системно-деятельностного подхода давалось нами ранее в предыдущей главе, под интегративным подходом понимается реализация принципа интеграции в учебном процессе, который обеспечивает его целостность, системность и качественные преобразования всей системы учебного процесса или его отдельных элементов.

Отсюда следует, что разрабатываемая методика будет основываться на следующих принципах:

- целостность (изучение заданной темы должно происходить в рамках учебной программы курса математики);
- преемственность (получаемые знания, навыки и умения должны нести непосредственную личную и социальную значимость и пользу для обучающихся);
- организованность (наличие плана организации учебного процесса и следование ему);
- информированность (открытость информации для обучающихся с целью их понимания и принятия поставленных учебных целей для эффективности учебного процесса).

Также мы определили следующие психолого-педагогические условия для эффективных результатов применения разрабатываемой методики.

Во-первых, организация психолого-педагогического мониторинга для адекватной оценки протекания учебного процесса.

Во-вторых, профессиональное взаимодействие учителя с обучающимися по итогам затруднений, выявленных в ходе мониторинга.

В-третьих, включение обучающихся в процесс решения задач, направленных на развитие познавательных УУД.

В-четвертых, создание ситуаций выработки у обучающихся автоматизированной формы контроля и адекватной оценки.

В ходе применения разрабатываемой методики формирование познавательных УУД будет проходить в следующей последовательности этапов:

- установочно-диагностический этап;
- формирующий этап;
- оценочный этап.

В ходе установочной диагностического этапа происходит выявление групп учащихся с различным уровнем развития познавательных УУД и определение желаемого уровня достижения развития.

Формирующий этап включает в себя организация проводимых занятий, подбор развивающих упражнений и познавательных задач, основанных на развитии учебной рефлексии.

В ходе оценочного этапа проводится оценка эффективности осуществленной работы.

Прогнозируемым результатом для нас является достижение необходимого уровня развития познавательных УУД [30].

Таким образом, в этом параграфе мы рассмотрели цели и содержание методики развития познавательных УУД, опираясь на проведенный анализ специализированной литературы и исследований в данной области. Также были проанализированы этапы формирования познавательных УУД в результате применения разрабатываемой методики.

2.2. Формы, методы и средства деятельности обучающихся 8 класса в процессе изучения преобразований рациональных выражений, направленной на развития познавательных универсальных учебных действий

Формы, методы и средства обучения – это дидактические категории, которые формируют процесс обучения, с их помощью создаются благоприятные условия для развития универсальных учебных действий. В предыдущей главе мы уже анализировали основные дидактические условия и категории, однако в данном параграфе предлагаем рассмотреть три вышеперечисленные с позиции обучающихся, а именно какие формы, методы и средства обучения подойдут нам для разработки нашей методики развития познавательных УУД [12].

Как мы можем знать, существуют различные формы обучения: индивидуальная, групповая, индивидуально-групповая, фронтальная, коллективная. В некоторых источниках указываются и такие формы, как классные и внеклассные.

Самой часто применяемой будет, пожалуй, фронтальная форма обучения. Это классическая форма проведения урока, которую современная система образования унаследовала от традиционной формы обучения. Суть ее заключается в одновременной работе учителя со всеми обучающимися в едином темпе. В современном процессе обучения претерпел изменение момент того, что сейчас учитель больше прикладывает усилий для создания творческой атмосферы, а также старается поддерживать интерес всего класса, поскольку невозможно избежать ситуаций, когда внимание некоторых обучающихся теряется и они перестают работать над общей задачей [1].

Коллективная форма обучения будет отличаться от фронтальной тем, что уделяется особое внимание в процессе взаимодействия между обучающимися.

При индивидуальной форме обучения взаимодействие происходит между учителем и обучающимся. Такую форму обучения также можно применять при дистанционном обучении, в этом случае даже возможно ее изменение в самостоятельную форму обучения.

Групповая форма обучения предполагает разделение обучающихся на определенные группы по выбранным критериям. Групповая работа хорошо развивает коммуникативные навыки и способы взаимодействия обучающихся друг с другом. Также при такой форме обучения возможно организовать процесс углубленного изучения сложной темы, например, такой как преобразование рациональных выражений. При формировании состава группы необходимо, чтобы среди участников были как успевающие в изученной теме обучающиеся, так и отстающие. Успевающие обучающиеся по сути будут выполнять роль учителя, а организация учебного процесса таким образом позволит закрепить пройденный материал, откроет возможности для развития взаимодействия между обучающимися, а также будет развивать организаторские, лидерские качества и другие метапредметные навыки обучающихся [29].

Стоит учитывать, что в течение урока учитель может переходить от одной формы обучения в другую и использовать некоторые из них одновременно. Например, такой подход подразумевает индивидуально-групповую форму обучения. Преимущество такой формы перед фронтальной в традиционном применении в том, что мы заранее учитываем разные уровни восприятия обучающихся. Учитель может выдать индивидуальные задания более сложного уровня успевающим обучающимся, и сосредоточить больше внимания на группах тех обучающихся, кто разобрался в изученном материале меньше.

Приоритетными для себя формами обучения мы выбрали фронтальную и групповую. Такой выбор обусловлен тем, что фронтальную форму обучения мы применим для теоретической части урока, а практическую часть мы сможем организовать в групповой работе.

Классификаций методов обучения на данный момент существует достаточно много. В предыдущей главе в ходе проведенного анализа дидактических исследований мы уделили особое внимание активным методом обучения, поскольку они отражают системно-деятельностный подход, который всегда лежал в основе педагогики и системы образования.

В качестве для применяемых нами на практике методов обучения мы выделили следующие: словесные, наглядные, практические [3]. Поскольку наша методика развития познавательных УУД применяется в ходе изучения сложной темы в курсе математики, мы остановили свой выбор на методах, классификация которых основана на источниках получения знаний.

К словесным методам мы относим источники знаний как устные (повествование и объяснение теоретических аспектов темы учителем), так и печатные (прочтение параграфов учебника, работа с методическими пособиями и другими печатными источниками).

К наглядным методам, соответственно, мы относим все наглядные и иллюстративные материалы.

Практические методы – это конкретные совершаемые действия, в ходе которых обучающиеся получают новые знания, навыки и умения. Сюда относятся лабораторные и практические работы, решения примеров, задач и определенных упражнений.

Классификация заданий сделана согласно классификации познавательных УУД, на развитие которых направлена разрабатываемая методика.

С примерами заданий, которые мы подготовили для проведения экспериментального занятия с применением разработанной методики для развития познавательных УУД можно ознакомиться ниже [16].

1. Общеучебные действия.

1.1. Умение анализировать учебный текст, извлекать необходимую информацию из таблиц и диаграмм.

Задание 1. Ниже приведены несколько утверждений о рациональных выражениях. Верны ли эти утверждения? Отметьте в таблице 6 для каждого утверждения «Верно» или «Неверно».

Таблица 6

Примеры утверждений о рациональных выражениях

Утверждение	Верно ли утверждение?	
Одночлен – это произведение числовых и буквенных множителей, являющихся степенями с натуральными показателями.	Верно	-
Многочлен – это алгебраическая сумма нескольких одночленов.	Верно	-
Рациональным выражением называется выражение, числитель и знаменатель которого является алгебраическим выражением.	-	Неверно
Рациональные выражения бывают целыми и дробными.	Верно	-
Рациональные и алгебраические дроби это одно и то же.	Верно	-
Доказать тождество это значит привести дроби к общему знаменателю.	-	Неверно
Чтобы правильно упростить выражения, необходимо: соблюдать порядок действий; соблюдать правило выполнения этих действий; помнить, что все действия осуществляются только для тех значений переменных, при которых дробь имеет смысл.	Верно	-

Оценку выполнения задания произведем по критериям, приведенным в таблице 7.

Таблица 7

Критерии оценки задания об утверждениях о рациональных выражениях

Критерии для оценки	Баллы
За каждый правильный ответ	1
Максимальное количество	7

2. Логические действия.

2.1. Умение выполнять анализ и синтез информации при решении задачи.

Задание 1. Расставьте порядок действий:

а) $\frac{zq - q^2}{z^2 - q^2} - \frac{z+q}{2+(z-q)} \cdot \left(\frac{z-q}{z+q} \div \frac{z+q}{2(z+q)} + \frac{q}{z-q} \right);$

б) $\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a};$

$$в) \frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2};$$

$$г) \frac{9x^2-4}{3x+2} - 3x;$$

$$д) (4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a-3} - \frac{1}{2a+3} \right);$$

$$е) \frac{(3x+2y)^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy};$$

$$ж) (4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : (2xy);$$

$$з) \frac{1}{a-2} : \frac{4a}{a^2-4} - \frac{a-1}{a};$$

$$и) \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}};$$

$$к) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) \cdot ab.$$

Оценку выполнения задания произведем по критериям, приведенным в таблице 8.

Таблица 8

Критерии оценки задания «Расставьте порядок действий»

Критерии для оценки	Баллы
За каждый правильный пример	1
Максимальное количество	10

Задание 2. Найдите значение выражений.

а) Найдите значение выражения $2x + y + 6z$,

если $4x + y = 5$, а $12z + y = 7$;

б) Найдите значение выражения $q(b - 2) - q(b + 2)$,

если $q(b) = 3b$;

в) Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x + 5))$,

если $p(x) = x - 10$.

Оценку выполнения задания произведем по критериям, приведенным в таблице 9.

Критерии оценки задания «Найдите значение выражений»

Критерии для оценки	Баллы
За каждое правильное решение рационального выражения	2
Максимальное количество	6

Задание 3. Найдите значения выражений при заданных значениях переменных.

а) Найдите значение выражения $(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22$, при $x = 80$;

б) Найдите значение выражения $a(36a^2 - 25) \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right)$, при $a = 36,7$;

в) Найдите значение выражения $(9b^2 - 49) \left(\frac{1}{3b-7} - \frac{1}{3b+7} \right) + b - 13$, при $b = 345$.

Оценку выполнения задания произведем по критериям, приведенным в таблице 10.

Критерии оценки задания «Найдите значения выражений при заданных значениях переменных».

Критерии для оценки	Баллы
За каждое правильное решение рационального выражения	2
Максимальное количество	6

2.2. Умение составить алгоритм решения задачи.

Задание 1. Составьте алгоритм преобразования рациональных выражений:

$$\left(\frac{r^2 - 4r + 16}{16r^2 - 1} \cdot \frac{4r^2 + r}{r^3 + 64} - \frac{r + 4}{4r^2 - r} \right) : \frac{4}{r^2 + 4r} - \frac{20r + 13}{4 - 16r}.$$

Оценку выполнения задания произведем по критериям, приведенным в таблице 11.

Критерии оценки задания «Составьте алгоритм преобразования рациональных выражений»

Критерии для оценки	Баллы
Алгоритм преобразования рациональных выражений составлен правильно	3
Алгоритм преобразования рациональных выражений составлен на половину (или больше половины) правильно	1
Основная часть алгоритма составлена неверно	0

Задание 2. Составьте алгоритм доказательства тождества рациональных выражений:

$$\frac{ug-g^2}{u^2-g^2} = \frac{u+g}{2(u-g)} - \frac{u-g}{2(u+g)} - \frac{g}{u-g}.$$

Оценку выполнения задания произведем по критериям, приведенным в таблице 12.

Таблица 12

Критерии оценки задания «Составьте алгоритм доказательства тождества рациональных выражений»

Критерии для оценки	Баллы
Алгоритм преобразования рациональных выражений составлен правильно	3
Алгоритм преобразования рациональных выражений составлен на половину (или больше половины) правильно	1
Основная часть алгоритма составлена неверно	0

2.3. Умение устанавливать причинно-следственные связи, делать логические выводы.

Задание 1. Распределите рациональные выражения на выполнение различных действий в таблице 13. Что их объединяет?

а) $\left(k - \frac{4k}{k+2}\right) : \frac{k-2}{k+2}$;

б) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{5ab}{a+b}$;

в) $\left(k + \frac{1}{b}\right) \cdot \left(k - \frac{1}{b}\right)$;

г) $\frac{x^2-36}{4x^2+1} \cdot \left(\frac{24a+1}{a-6} + \frac{24a-1}{a+6}\right)$;

$$д) \frac{y^2-81}{y+3} \cdot \frac{1}{y^2+9y} - \frac{y+9}{y^2-3y};$$

$$е) \left(\frac{a}{b} - 5\right) : \left(\frac{a}{b} + 5\right);$$

$$ж) \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{5}\right) \cdot \frac{1}{x^2}.$$

Таблица 13

Виды действий над рациональными выражениями

Виды действий	Рациональные выражения
Частное суммы и разности	
Произведение суммы и разности	
Произведение суммы и дроби	
Произведение разности и дроби	
Частное разности и дроби	
Произведение дроби и суммы дробей	
Разность произведения и дроби	

Для оценки этого задания также воспользуемся критериями, приведенными в таблице 14.

Таблица 14

Критерии оценки задания на распределение рациональных выражений

Критерии для оценки	Баллы
Все рациональные выражения распределены верно	3
1-2 рациональных выражения распределены неверно	1
От 3 и более рациональных выражений - неверно	0

Для решения приведенных выше заданий обучающимся будут предоставлены следующие средства:

- учебники и учебные пособия, соответствующие утвержденной программе обучения;
- презентация с материалами по теме рациональных выражений;
- раздаточный материал с формулами сокращенного умножения.

Таким образом, благодаря выбранным формам, методам и средствам обучения будет организован учебный процесс для обучающихся 8 класса. Отбор этих дидактических категорий происходил на основании изучения темы преобразования рациональных выражений с целью развития

познавательных УУД. В рамках системно-деятельностного подхода были выбраны соответствующие формы и методы обучения, отобраны подходящие задания для отработки навыков, умений и закреплений знаний, а также определены соответствующие средства обучения.

2.3. Описание педагогического эксперимента и его результатов

Экспериментальная часть исследования проводилась в МАОУ "Средняя школа №144" г. Красноярск, 40 лет Победы, 24 с обучающимися 8 класса.

В классе, на момент проведения эксперимента, обучалось 25 человек. Класс не является профильным, успеваемость средняя, средняя оценка 4,04. Экспериментальное занятие проводилось в период педагогической практики в урочное время, по расписанию.

Тема проведенного экспериментального занятия «Преобразование рациональных выражений» [5].

Цели занятия:

– повторить и обобщить знания обучающихся по разделам «Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями», «Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями», «Умножение дробей. Возведение дроби в степень», «Деление дробей», «Преобразование рациональных выражений»;

– усовершенствовать умения выполнять преобразования рациональных выражений;

– создать условия для развития познавательного интереса, памяти, внимания, логического мышления, формирования навыков самоконтроля, умения работать в группах;

– способствовать повышению интереса к изучению математики.

Тип занятия: обобщение и систематизация знаний обучающихся.

Оборудование для проведения занятия: компьютер, мультимедийный проектор, презентация раздаточный материал с формулами сокращенного умножения.

Эпиграф занятия: «Устройство нашего мира непостижимо без знания математики,» – Р. Бэкон.

Ход занятия осуществлялся согласно следующим этапам:

1. Организационный момент.

Приветствие обучающихся. Проверка готовности класса к уроку.

2. Проверка домашнего задания.

Проверка наличия домашнего задания в тетрадях обучающихся.

Обсуждение наиболее сложных моментов решения домашнего задания.

3. Формулирование темы, цели и задач проводимого занятия.

Обучающимся было озвучено, что занятие будет посвящено повторения и закрепления материала по теме «Преобразование рациональных выражений».

Цель и задачи формулируют обучающиеся.

4. Актуализация знаний.

Устное обсуждение вопросов темы.

Задание 1. Сформулируйте определения:

- рациональной дроби;
- допустимых значений переменной выражения;
- тождества.

Задание 2. Сформулируйте основное свойство дроби. Приведите примеры.

Задание 3. Сформулируйте правила:

- сложения и вычитания рациональных дробей с одинаковыми знаменателями;
- сложения и вычитания рациональных дробей с разными знаменателями;
- умножения рациональных дробей;
- возведения дроби в степень;
- деления рациональных дробей.

Разбор примеров решения заданий по теме занятия, выведение примеров для наглядности на экран проектора.

5. Усовершенствование умений.

Решение заданий по теме «Преобразование рациональных выражений». Результаты решения в бальной системе приведены в Приложении А.

Выведение правильных ответов на экран проектора. Работа обучающихся в группах по 5 для самостоятельной проверки результатов решения заданий и помощи одноклассникам в исправлении допущенных ошибок.

6. Подведение итогов занятия.

Обучающимся предлагается закончить предложения:

- «Главным на уроке было...»;
- «На уроке я повторил...»;
- «Я узнал, что...»;
- «Мне понравилось...»;
- «Свою работу на уроке я оцениваю...».

Результаты решения заданий представлены в Приложениях. Задания были сформулированы таким образом, чтобы в ходе их решения обучающиеся развивали определенные познавательные УУД. Во внимание были взяты общеучебные и логические познавательные УУД:

- анализ текста и графической информации;
- анализ и синтез информации;
- составление алгоритмов решения задач;
- установление причинно-следственных связей.

На рисунке 12 показаны результаты решения задания, способствующего развитию умения анализировать текст и графическую информацию, данные для диаграммы взяты из Приложения А.

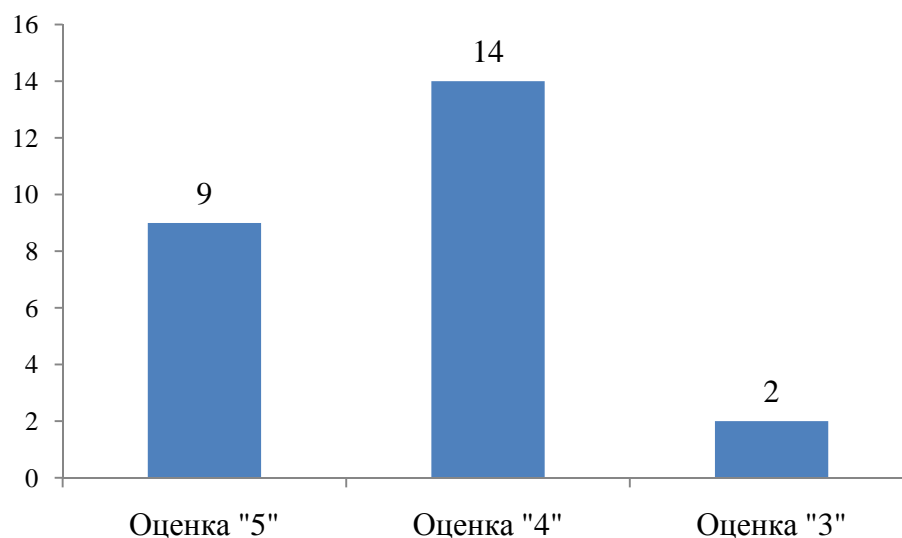


Рисунок 12 – Результаты решения задания на развитие анализа текста и графической информации обучающихся 8 класса, чел.

Заданий на развитие анализа и синтеза информации обучающимся было предоставлено решить три задания, их результаты наглядно отображены на рисунке 13, данные для диаграммы взяты из Приложения Б.

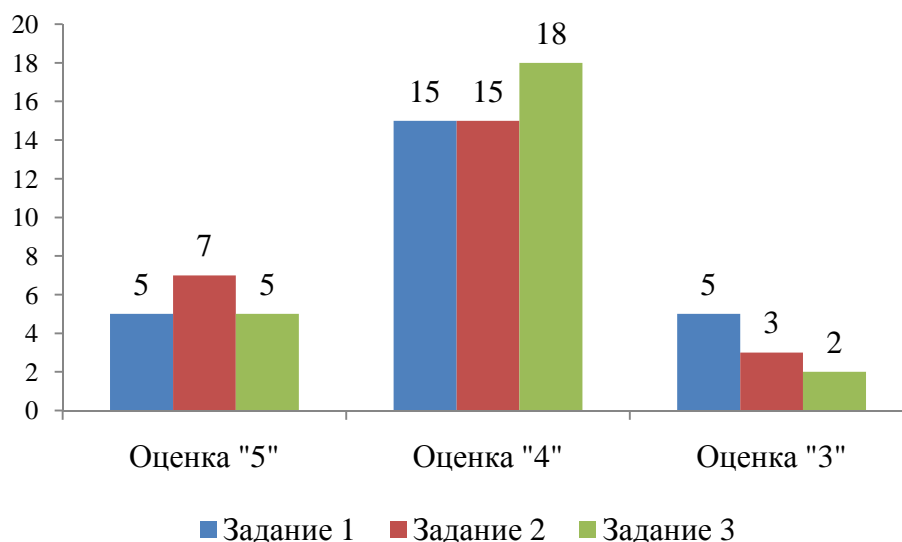


Рисунок 13 – Результаты решения заданий на развитие анализа и синтеза информации обучающихся 8 класса, чел.

Для развития таких логических действий как составление алгоритма решения задач обучающиеся решали два типа заданий, результаты наглядно отображены на рисунке 14, данные для диаграммы взяты из Приложения В.

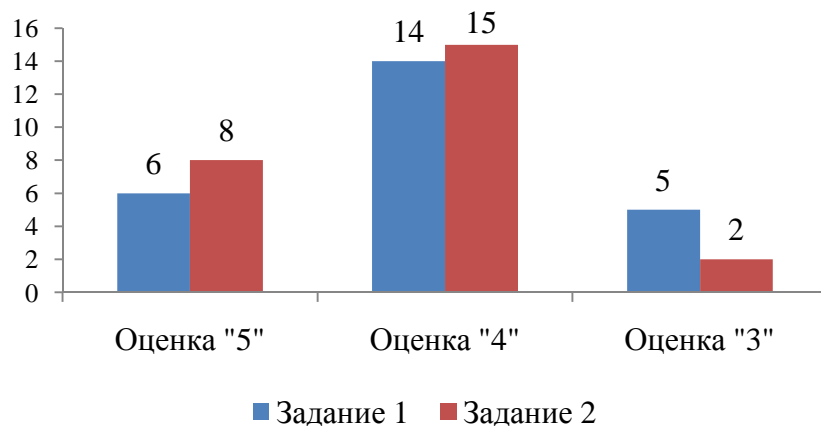


Рисунок 14 – Результаты решения заданий на развитие умений составлять алгоритмы решения задач обучающихся 8 класса, чел.

Задание на развитие умений устанавливать причинно-следственные связи было решено лучше всего остальных, наглядно результаты представлены на рисунке 15, данные для диаграммы были взяты из Приложения Г.

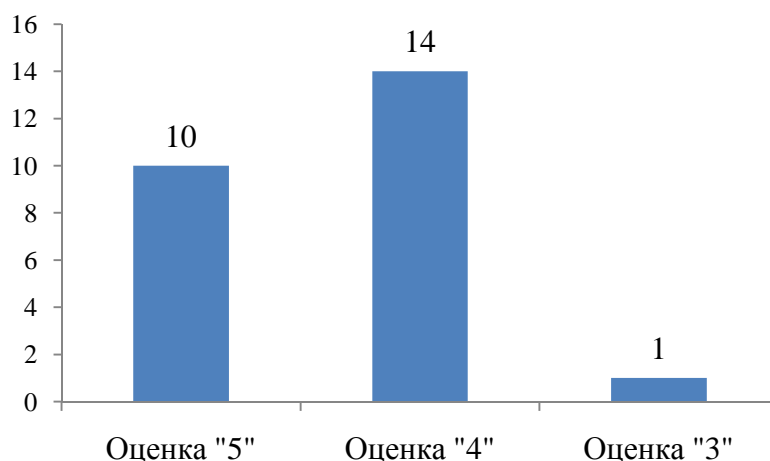


Рисунок 15 – Результаты решения задания на развитие умений устанавливать причинно-следственные связи обучающихся 8 класса, чел.

Как мы можем видеть на диаграммах, 8 класс достаточно успешно справился с решением задач по теме «Преобразование рациональных выражений». Стоит отметить, что во всех видах задач отсутствует оценка «2», а подавляющее число занимает оценка «4».

Представим средние результаты решения задач в виде долей от общего числа обучающихся 8 класса на рисунке 16.

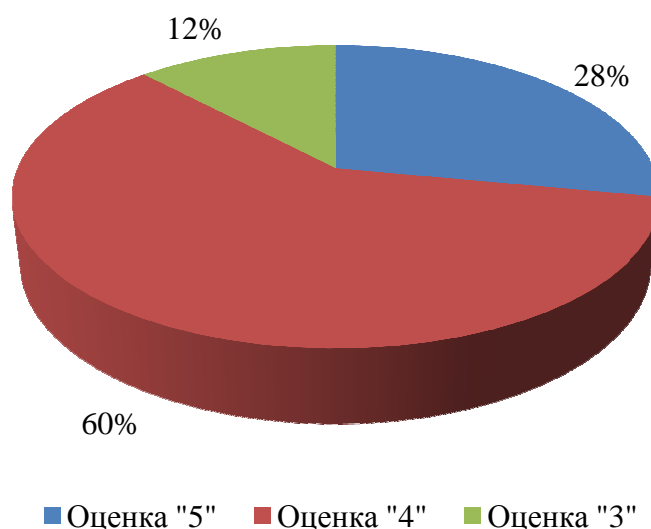


Рисунок 16 – Соотношение результатов решения заданий в ходе экспериментального занятия

Таким образом, достигнутый результат в решении заданий по теме «Преобразование рациональных выражений» позволяет нам утверждать, что обучающиеся усвоили материал темы и справились с выполнением заданий достаточно хорошо. Экспериментальное занятие было построено с помощью разработанной методики, все задания были направлены на развитие конкретных познавательных УУД обучающихся 8 класса. Это означает, что их успешное выполнение может служить доказательством нашей гипотезы о том, что если в процессе изучения преобразования рациональных выражений в математике применить специальную методику, разработанную в соответствии с выделенными дидактическими условиями, то это будет

способствовать развитию познавательных УУД обучающихся. Другими словами, познавательные УУД обучающихся развиваются в процессе их учебной деятельности, в частности, в процессе решения соответствующих заданий. Значит, мы можем сделать вывод о том, что разработанная методика является эффективной.

Выводы по главе 2.

В параграфе 2.1. мы рассмотрели цели и содержание методики развития познавательных УУД, опираясь на проведенный анализ специализированной литературы и исследований в данной области. Также были проанализированы этапы формирования познавательных УУД в результате применения разрабатываемой методики.

В параграфе 2.2. мы установили, что учебный процесс для обучающихся 8 класса будет организован с помощью выбранных форм, методов и средств обучения. Отбор этих дидактических категорий происходил на основании изучения темы преобразования рациональных выражений с целью развития познавательных УУД. В рамках системно-деятельностного подхода были выбраны соответствующие формы и методы обучения, отобраны подходящие задания для отработки навыков, умений и закреплений знаний, а также определены соответствующие средства обучения.

В параграфе 2.3. описано проведенное экспериментальное занятие. Оно было построено с помощью разработанной методики, все задания были направлены на развитие конкретных познавательных УУД обучающихся 8 класса. Успешное выполнение этих заданий может служить доказательством нашей гипотезы. Другими словами, познавательные УУД обучающихся развиваются в процессе их учебной деятельности, в частности, в процессе решения соответствующих заданий. Значит, мы можем сделать вывод о том, что разработанная методика является эффективной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современная система образования претерпевает серьезные изменения, однако проведенные исследования показали, что многие фундаментальные основы системы педагогики российская образовательная система унаследовала от советского периода. Образование сегодня – это синтез стандартов нового поколения и принципов системно-деятельностного подхода, получившего активное развитие в период XX века, и не теряющего актуальности и сегодня.

Разработка современной методики должна быть основана на анализе психологии и педагогики, должна учитывать особенности возрастной психологии обучающихся. Становится во многом сложнее мотивировать обучающихся на эффективный процесс обучения. Тем не менее, развитие современных технологий открывает перед всеми участниками учебного процесса новые возможности для получения знаний.

Подростковый период в жизни обучающихся особенно важен для формирования познавательных УУД. Построения учебного процесса должно происходить с учетом качественных и психологических изменений подростков. Обучающиеся в этом возрасте начинают осознавать свое взросление, активнее задумываются о том, кем они станут в будущем, многие начинают выбирать будущую профессию. Развитие познавательных УУД в этот период становится залогом их будущей компетенции.

Преобразование рациональных выражений играет значительную роль в формировании познавательных УУД. Разработка качественных методик позволяет повышать уровень образования и качество получаемых знаний у обучающихся. В свою очередь, полученные качественные знания в средней школе закладывают фундамент для получения знаний в старшей школе и впоследствии помогают при прохождении аттестации.

Для разработки методики, способствующей развитию познавательных УУД, был проведен анализ основных дидактических категорий, что дало

возможность сформировать подходящие дидактические условия для проведения экспериментального занятия. В рамках системно-деятельностного подхода были выбраны соответствующие формы и методы обучения, отобраны подходящие задания для отработки навыков, умений и закреплений знаний, а также определены соответствующие средства обучения.

Экспериментальное занятие было построено с помощью разработанной методики, все задания были направлены на развитие определенных познавательных УУД обучающихся 8 класса.

Гипотеза о том, что если в процессе изучения преобразования рациональных выражений в математике применить специальную методику, разработанную в соответствии с выделенными дидактическими условиями, то это будет способствовать развитию познавательных УУД обучающихся нашла свое подтверждение в ходе проведения экспериментального занятия. Познавательные УУД обучающихся развиваются в процессе их учебной деятельности, в частности, в процессе решения соответствующих заданий. Такой вывод означает, что мы можем говорить о том, что разработанная методика является эффективной.

Подводя итоги, мы можем отметить, что в ходе проведения исследований и практического эксперимента мы выполнили поставленные в ВКР задачи и достигли поставленной цели.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андреев В.А. Педагогика: учеб. пособие для вузов. Казань: Логос, 2012. 352 с.
2. Амбалова С.А. Современный подросток: факторы его психического развития // Современные проблемы науки и образования. 2015. №2-2.
URL: <http://www.science-education.ru/> (дата обращения 02.05.2020)
3. Аргунова Е.Р. Активные методы обучения: учеб. пособие. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2015. 104 с.
4. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли / Под ред. А.Г. Асмолова. М.: Просвещение, 2010. 159 с.
5. Бледных А.Р. Преобразование рациональных выражений // Калейдоскоп уроков. 2015. №5 (53). URL: <http://www.e-osnova.ru/> (дата обращения: 15.05.2020)
6. Богуславский М.В. Современная дидактика: на путях к неклассическому осмыслению // Научная электронная библиотека «Киберленинка», 2012, №1. С.114-120. URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 01.05.2020)
7. Бордовская Н.В. Педагогика: учеб. пособие. СПб.: Питер, 2012. 352 с.
8. Выготский Л.С. Педология подростка: учеб. пособие. М.: Учебно-педагогическое издательство, 1929. 456 с.
9. Данилов М.А. Дидактика: учеб. пособие. М.: Изд-во Акад. пед. наук, 1957. 517 с.
10. Ительсон Л.Б. Лекции по общей психологии: учеб. пособие. М.: ООО «Издательство АСТ», Мн.: Харвест, 2012. 896 с.

11. Костенко Е.П., Михалкина Е.В. История менеджмента: учеб. пособие. Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2014. 606 с.
12. Майер Е.И. Формирование универсальных учебных действий у учащихся на уроках математики: учеб. пособие. М.: Просвещение, 2018. 337 с.
13. Макклелланд Д. Мотивация человека: учеб. пособие. СПб: Питер, 2010. 672 с.
14. Маслоу А. Мотивация и личность. СПб: Питер, 2010. 352 с.
15. Машенко М.В. Методика развития универсальных регулятивных учебных действий в процессе обучения программирования в школе // Современные проблемы науки и образования. 2019. №3.
URL: <http://www.science-education.ru/> (дата обращения 10.05.2020)
16. Мерзляк А.Г. Алгебра. 8 класс. Учебник. ФГОС: учеб. пособие. М.: Вентана-Граф, 2020. 256 с.
17. Мирзагитова А.Л. Дидактика в условиях современного образовательного процесса // Современные проблемы науки и образования. 2016. №6. URL: <http://www.science-education.ru/> (дата обращения 02.05.2020)
18. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность: учеб. пособие. М.: Смысл; Академия, 2005. 352 с.
19. Леонтьев А.Н. Потребности, мотивы и эмоции: учеб. пособие. М.: Издательство Московского Университета, 1971. 40 с.
20. Леонтьев А.Н. Психологические вопросы сознательности учения. М.: Л. АПН РСФСР, 1947. 37 с.
21. Петрунникова Р.В. История психологии: учеб. пособие. Минск: МИУ, 2010. 564 с.
22. Пидкасистый П.И. Психология и педагогика: учеб. пособие для вузов. М.: Юрайт, 2015. 724 с.
23. Программа формирования универсальных учебных действий у обучающихся // МОУ Левашовская средняя школа Некрасовский район

Ярославская область. Документы. URL: <https://levashov.edu.yar.ru/>
(дата обращения: 05.05.2020)

24. Старовойтенко Е.Б, Шадрикова В.Д. Психология индивидуальности: Новые модели и концепции: учеб. пособие для вузов. М.: НОУ ВПО МПСИ, 2009. 384 с.

25. Рубинштейн, С.Л. Основы общей психологии. СПб.: Питер, 2015. 720 с.

26. Федеральные государственные образовательные стандарты // Национальная ассоциация развития образования и науки. Документы. URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения 02.05.2020)

27. Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ (ред. От 08.06.2020) «Об образовании в Российской Федерации // Официальный сайт компании «КонсультантПлюс». Документы.

URL: <http://www.consultant.ru/document/> (дата обращения 18.05.2020)

28. Фатхутдинов Р.А. Разработка управленческого решения: учеб. пособие. М.: ЗАО «Бизнес-школа «Интел-Синтез», 2012. 272 с.

29. Хотченкова Е.А. Дидактические условия развития логического мышления учащихся-подростков // Информационные материалы для студентов. 2012. №6. URL: <https://superinf.ru/> (дата обращения: 15.05.2020)

30. Хуторской А.В. Современная дидактика: учеб. пособие. М.: Академия, 2011. 272 с.

31. Хэлворсон Х.Г. Психология мотивации. Как глубинные установки влияют на наши желания и поступки / Пер. с англ. М. Мацковской. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2014. 272 с.

32. Щукина Г.И. Проблема познавательного интереса в педагогике: учеб пособие. М.: Педагогика, 1971. 352 с.

33. Эльконин Д.Б. Детская психология: учеб. пособие для вузов. М.: Академия, 2010. 384 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А

Результаты выполнения заданий на развитие общеучебных познавательных действий. Анализ текста и графической информации

Задания на развитие умения анализировать учебный текст, извлекать необходимую информацию из таблиц и диаграмм.

Задание 1. Ниже приведены несколько утверждений о рациональных выражениях. Верны ли эти утверждения? Отметьте в таблице 2 для каждого утверждения «Верно» или «Неверно».

Таблица 1

Примеры утверждений о рациональных выражениях

Утверждение	Верно ли утверждение?	
Одночлен – это произведение числовых и буквенных множителей, являющихся степенями с натуральными показателями.	Верно	-
Многочлен – это алгебраическая сумма нескольких одночленов.	Верно	-
Рациональным выражением называется выражение, числитель и знаменатель которого является алгебраическим выражением.	-	Неверно
Рациональные выражения бывают целыми и дробными.	Верно	-
Рациональные и алгебраические дроби это одно и то же.	Верно	-
Доказать тождество это значит привести дроби к общему знаменателю.	-	Неверно
Чтобы правильно упростить выражения, необходимо: соблюдать порядок действий; соблюдать правило выполнения этих действий; помнить, что все действия осуществляются только для тех значений переменных, при которых дробь имеет смысл.	Верно	-

За каждый верный ответ назначается 1 балл. Результаты выполнения задания отражены в таблице 3.

Таблица 2

Результаты выполнения задания 1

Количество баллов за верные ответы	Оценка в соответствии с набранными баллами	Количество обучающихся
7 баллов	Оценка «5»	9
от 6 до 5 баллов	Оценка «4»	14
от 4 до 3 баллов	Оценка «3»	2
менее 3 баллов	Оценка «2»	0

Результаты выполнения заданий на развитие логических действий.

Анализ и синтез информации

Задания на развитие умения выполнять анализ и синтез информации при решении задачи.

Задание 1. Расставьте порядок действий:

а) $\frac{zq-q^2}{z^2-q^2} - \frac{z+q}{2+(z-q)} \cdot \left(\frac{z-q}{z+q} \div \frac{z+q}{2(z+q)} + \frac{q}{z-q} \right);$

б) $\frac{(11a)^2-11a}{11a^2-a};$

в) $\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2};$

г) $\frac{9x^2-4}{3x+2} - 3x;$

д) $(4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a-3} - \frac{1}{2a+3} \right);$

е) $\frac{(3x+2y)^2-9x^2-4y^2}{6xy};$

ж) $(4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : (2xy);$

з) $\frac{1}{a-2} : \frac{4a}{a^2-4} - \frac{a-1}{a};$

и) $\frac{\frac{1}{y} + \frac{1}{x}}{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}};$

к) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) \cdot ab.$

За каждое верное решение назначается 2 балла. Результаты выполнения задания отражены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты выполнения задания 1

Количество баллов за верные ответы	Оценка в соответствии с набранными баллами	Количество обучающихся
6 баллов	Оценка «5»	5
4 балла	Оценка «4»	15
2 балла	Оценка «3»	5
менее 2 баллов	Оценка «2»	0

Задание 2. Найдите значение выражений.

а) Найдите значение выражения $2x + y + 6z$,

если $4x + y = 5$, а $12z + y = 7$;

б) Найдите значение выражения $q(b - 2) - q(b + 2)$,

если $q(b) = 3b$;

в) Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x + 5))$,

если $p(x) = x - 10$.

За каждое верное решение назначается 2 балла. Результаты выполнения задания отражены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты выполнения задания 2

Количество баллов за верные ответы	Оценка в соответствии с набранными баллами	Количество обучающихся
6 баллов	Оценка «5»	7
4 балла	Оценка «4»	15
2 балла	Оценка «3»	3
менее 2 баллов	Оценка «2»	0

Задание 3. Найдите значения выражений при заданных значениях переменных.

а) Найдите значение выражения $(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22$, при $x = 80$;

б) Найдите значение выражения $a(36a^2 - 25) \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right)$,

при $a = 36,7$;

в) Найдите значение выражения $(9b^2 - 49) \left(\frac{1}{3b-7} - \frac{1}{3b+7} \right) + b - 13$,

при $b = 345$.

За каждое верное решение назначается 2 балла, максимальное количество 6 баллов.

Результаты выполнения задания отражены в таблице 3.

Результаты выполнения задания 3

Количество баллов за верные ответы	Оценка в соответствии с набранными баллами	Количество обучающихся
6 баллов	Оценка «5»	5
4 балла	Оценка «4»	18
2 балла	Оценка «3»	2
менее 2 баллов	Оценка «2»	0

Результаты выполнения заданий на развитие логических действий.

Составление алгоритмов решения задач

Задания на развитие умения составлять алгоритм решения задачи.

Задание 1. Составьте алгоритм преобразования рациональных выражений:

$$\left(\frac{r^2-4r+16}{16r^2-1} \cdot \frac{4r^2+r}{r^3+64} - \frac{r+4}{4r^2-r} \right) : \frac{4}{r^2+4r} - \frac{20r+13}{4-16r}.$$

Оценку выполнения задания произведем по критериям, приведенным в таблице 1.

Таблица 1

Критерии оценки задания «Составьте алгоритм преобразования рациональных выражений»

Критерии для оценки	Баллы
Алгоритм преобразования рациональных выражений составлен правильно	3
Алгоритм преобразования рациональных выражений составлен на половину (или больше половины) правильно	1
Основная часть алгоритма составлена неверно	0

Результаты выполнения задания отражены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты выполнения задания 1

Количество баллов за верные ответы	Оценка в соответствии с набранными баллами	Количество обучающихся
3 баллов	Оценка «5»	6
1 балла	Оценка «4»	14
0 баллов	Оценка «3»	5

Задание 2. Составьте алгоритм доказательства тождества рациональных выражений:

$$\frac{ug-g^2}{u^2-g^2} = \frac{u+g}{2(u-g)} - \frac{u-g}{2(u+g)} - \frac{g}{u-g}.$$

Оценку выполнения задания произведем по критериям, приведенным в таблице 3.

Таблица 3

Критерии оценки задания «Составьте алгоритм доказательства тождества рациональных выражений»

Критерии для оценки	Баллы
Алгоритм преобразования рациональных выражений составлен правильно	3
Алгоритм преобразования рациональных выражений составлен на половину (или больше половины) правильно	1
Основная часть алгоритма составлена неверно	0

Результаты выполнения задания отражены в таблице 4.

Таблица 4

Результаты выполнения задания 2

Количество баллов за верные ответы	Оценка в соответствии с набранными баллами	Количество обучающихся
3 баллов	Оценка «5»	8
1 балла	Оценка «4»	15
0 баллов	Оценка «3»	2

Результаты выполнения заданий на развитие логических действий.

Установление причинно-следственных связей

Задания на развитие умения устанавливать причинно-следственные связи, делать логические выводы.

Задание 1. Распределите рациональные выражения на выполнение различных действий в таблице 1. Что их объединяет?

а) $\left(k - \frac{4k}{k+2}\right) : \frac{k-2}{k+2}$;

б) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{5ab}{a+b}$;

в) $\left(k + \frac{1}{b}\right) \cdot \left(k - \frac{1}{b}\right)$;

г) $\frac{x^2-36}{4x^2+1} \cdot \left(\frac{24a+1}{a-6} + \frac{24a-1}{a+6}\right)$;

д) $\frac{y^2-81}{y+3} \cdot \frac{1}{y^2+9y} - \frac{y+9}{y^2-3y}$;

е) $\left(\frac{a}{b} - 5\right) : \left(\frac{a}{b} + 5\right)$;

ж) $\left(\frac{x}{3} + \frac{x}{5}\right) \cdot \frac{1}{x^2}$.

Таблица 1

Виды действий над рациональными выражениями

Виды действий	Рациональные выражения
Частное суммы и разности	
Произведение суммы и разности	
Произведение суммы и дроби	
Произведение разности и дроби	
Частное разности и дроби	
Произведение дроби и суммы дробей	
Разность произведения и дроби	

Для оценки этого задания также воспользуемся критериями, приведенными в таблице 2.

Таблица 2

Критерии оценки задания на распределение рациональных выражений

Критерии для оценки	Баллы
Все рациональные выражения распределены верно	3
1-2 рациональных выражения распределены неверно	1
От 3 и более рациональных выражений - неверно	0

Результаты выполнения задания отражены в таблице 3.

Таблица 3

Результаты выполнения задания 1

Количество баллов за верные ответы	Оценка в соответствии с набранными баллами	Количество обучающихся
3 баллов	Оценка «5»	10
1 балла	Оценка «4»	14
0 баллов	Оценка «3»	1