

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Выпускающая кафедра: Математики и методики обучения математике

**Вебер Валентина Викторовна**  
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Тема: РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ  
УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 11 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ  
ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ЛОГАРИФМЫ»**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование  
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой д.п.н., профессор Шкерина Л.В.

22.06.2020

(дата, подпись)



Руководитель: к.п.н., доцент Журавлева Н.А.

22.06.2020

(дата, подпись)



Дата защиты 29.06.2020

Обучающийся Вебер В.В.

22.06.2020

(дата, подпись)



Оценка \_\_\_\_\_

прописью

Красноярск 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические основы развития познавательных УУД обучающихся старших классов.....	7
1.1. Психолого-педагогические основы развития универсальных учебных действий обучающихся старших классов .....	7
1.2 Познавательные УУД обучающихся старших классов.....	14
1.3. Дидактические условия развития познавательных УУД обучающихся старших классов.....	19
Глава 2. Методика развития познавательных УУД по математике обучающихся 11 классов в рамках учебной деятельности по теме «Логарифмы».....	27
2.1. Цели и содержание методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов.....	27
2.2 Формы, методы и средства деятельности обучающихся 11 классов, направленной на развитие познавательных УУД.....	33
2.3. Описание педагогического эксперимента и его результатов.....	41
Заключение.....	47
Библиографический список.....	48
Приложение.....	52
Приложение А.....	52
Приложение В.....	54
Приложение С.....	57
Приложение D.....	58

## **Введение**

**Актуальность исследования.** В России на сегодня основной задачей образования является личностное, общекультурное и познавательное развитие обучающегося. Главные задачи для современного учителя:

- научить обучающихся самообразовываться;
- не только «вложить» в обучающихся базу знаний, но и воспитать здоровую разносторонне развитую личность;

Отметим, что под здоровой личностью понимается, например, с точки зрения гуманиста и психолога А. Маслоу «самоактуализация — стремление человека к наиболее полному выявлению и развитию своих личностных возможностей».

Получается, обучающийся на выходе из школы, не только должен быть готов к взрослой жизни, но чтобы у него был сформирован правильный жизненный ориентир. Что является довольно таки не из легких. Чего достигнуть можно только благодаря комплексному подходу. Именно поэтому были внедрены, ранее разработанные, федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОСы), именуемые стандартами второго поколения. Но и роль родителей, а также труда[32] при воспитании гармоничной личности обучающихся не стоит преуменьшать.

Главным отличием ФГОС среднего общего образования (ФГОС СОО – это ФГОСы для старших классов, которые были утверждены в 2013 году) от традиционной школьной системы, является то, что основное внимание направлено на развитие метапредметных и личностных результатов, тем самым отодвигая предметные на последнюю ступень.

Развитие личности происходит на основе освоения способов деятельности через формирование универсальных учебных действий (УУД), которые, в свою очередь, помогают у обучающихся развивать такие важные навыки, как самостоятельное усвоение новых знаний.

Разработали концепцию УУД следующие авторы С. В. Молчанов, И.А. Володарская, А. Г. Асмолов и др.[1]. По их мнению, одной из главных задач, которую должен решить учитель, является создание таких условий обучения, которые будут раскрывать возможности обучающихся уже в школе, которые будут готовить обучающихся к жизни, в которой процветают высокие технологии и есть место конкуренции, растущей быстрыми темпами.

Математические знания обучающиеся усваивают в определенной системе, которая наиболее приспособлена к их восприятию и пониманию. Эта система обязательно должна состоять из *логически* взаимосвязанной структуры. Когда обучающиеся решают какие либо задания они используют основные познавательные операции, которые доступны для них. Это такие операции как анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, конкретизация, обобщение, самостоятельный выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий. Получается, при сознательном усваивании математических знаний обучаемых развивается логическое (структурное, последовательное) мышление. Заметим, что предмет математика является одним из главных предметов, способствующих развитию логического, а также абстрактного, активно развивающегося при изучении модуля «Геометрия», мышлений. Если у обучающегося хорошо развито логическое мышление, то ему и меньше усилий приходится прилагать при изучении других дисциплин, например, при изучении той же физики, которой никак не обойтись без математических вычислений. Очень тесно связана с математикой информатика. Одним из ярких примеров этой связи является раздел информатики под названием «Логика алгебры» и. т. д. Как говорится – математика вездесущая.

Решая математические задания, обучающиеся овладевают мыслительными операциями, а это значит, новые знания будут даваться им более доступно и с легкостью. На сегодняшний день русская педагогика нацелена на разработку и экспериментальную проверку сообразных средств, методов, факторов и условий организации обучения, которые формируют и

развивают познавательные действия обучающихся. Многие ученые считают, одной из основных задач школьной программы является именно формирование у обучающихся навыков логических приемов, формирование самостоятельного выбора наиболее эффективного способа решения задач[33] и прививание знаний логики, и формирования у обучающихся навыков и умений применения данных знаний в учебе и на практике.

Но на сегодня в педагогической теории не существует единого подхода к решению проблемы организации такого обучения. Анализируя школьную учебную практику, напрашивается вывод, что в настоящее время у педагогов существуют проблемы в развитии обучающихся познавательных УУД, в том числе и обучающихся в старших классах. Данные проблемы связаны с тем, что у педагогов слабо развита соответствующая методика, так как существуют только теоретические исследования в этой области, а методик мало. При проведении анализа, мне удалось выявить следующие противоречия:

– между потребностью общества в обучающихся, владеющими развитыми познавательных УУД и недостаточной подготовленностью обучающихся в этом направлении.

– между достаточным уровнем изученности познавательных УУД с общих психолого-педагогических позиций и с не доработанностью методических основ развития познавательных УУД на математических уроках. Актуальность и выделенные противоречия побуждают появление проблемы данного исследования.

В свою очередь проблема состоит в разработке методики обучения математике обучающихся 11 классов, которая будет помогать развивать познавательные УУД.

**Цель исследования:** разработать такую методику по математике, которая будет способствовать развитию познавательных УУД обучающихся в рамках УД

**Объект исследования:** процесс обучения математике обучающихся 11 классов.

**Предмет исследования:** развитие познавательных УУД обучающихся 11 классов в процессе обучения математике.

**Гипотеза:** если в процессе обучения математике обучающихся 11 классов использовать методику, разработанную в соответствии с дидактическими условиями, то это будет способствовать повышению уровня развития познавательных УУД.

Проблема, цель и гипотеза определили следующие **задачи исследования:**

1. Выявить теоретические основы познавательных УУД обучающихся старших классов в процессе обучения математике в рамках УД.

2. Выделить дидактические условия развития познавательных УУД в рамках УД.

3. Описать формы и средства, разработать задания, направленные на развитие познавательных УУД и проверить их эффективность в опытно-экспериментальной работе.

**Методы исследования:** теоретический анализ психолого-педагогической и методической литературы; сравнение и выбор; наблюдение; эксперимент. Опытная - экспериментальная база. Внедрение материалов исследования осуществлялась в процессе обучения обучающихся 11 «А» и 11 «Б» классов МКОУ Шелаевской СОШ.

**Апробация** результатов исследования. Внедрение материалов исследования осуществлялась в процессе организации УД обучающихся 11 классов СОШ

(с. Шелаево).

**Структура ВКР:** работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и четырёх приложений.

## **Глава 1. Теоретические основы развития познавательных УУД обучающихся старших классов.**

### **1.1. Психолого-педагогические основы развития универсальных учебных действий обучающихся старших классов.**

Переходя в старшие классы или в новые учебные заведения старшеклассник входит в новую социальную среду, для которой свойственны: новые коллективы и самое важное - направленность на будущее. Это выбор профессии и образа жизни и групп людей, являющихся источником формирования ценностного ориентира и социальных норм. Отметим важное, в этот и последующие периоды на старшеклассников не желательно «давить» своим авторитетом, а предоставить свободу выбора, свободу в принятии решений, как можно больше самостоятельности. Чтобы на выпуске из школьной жизни получить человека с большей долей вероятности подготовленного к трудностям во взрослой жизни. Как можно больше самостоятельности со стороны обучающихся, которую корректировать при необходимости, только в крайних случаях. Это очень тонкая грань, которую так важно чувствовать, соблюдать и родителям и педагогам. Выходит, в этот период для старшеклассников основное значение приобретает ценностно-ориентационная активность[34]. Она связана со стремлением к независимости. Как отмечает И.С. Кон[20] «современная психология ставит вопрос об автономии выросших детей конкретно, разграничивая поведенческую автономию (потребность и право юноши самостоятельно решать лично его касающиеся вопросы), эмоциональную автономию (потребность и право иметь собственные привязанности, выбираемые независимо от родителей), моральную и ценностную автономию (потребность и право на собственные взгляды и фактическое наличие таковых» [И.А. Зимняя, с. 159].

С введением новых стандартов в школах произошли кардинальные изменения. Если раньше учитель был в центре образовательного процесса, то при нововведениях он стал выступать в роли тьютера (наставника), то есть стал посредником между знаниями и учеником, где ученик является центральной фигурой. Задача учителя – научить ученика учиться. Одна из задач ФГОС - повысить развивающийся потенциал (качество знаний) в школьном образовании. Наиболее важным показателем овладения обучающимися умением учиться является полноценное освоение всех этапов учебной деятельности.

Основа теоретической части в учебной деятельности (УД) состоит из культурно-исторической теории деятельности человека Л.С. Выготского и деятельностного подхода к происхождению психологии человека[36]. Общая психология и педагогика содержат формулировки основных положений теории деятельности. Они являются главной составляющей для развития универсальных учебных действий (УУД) обучающихся старших классов. Категория деятельности уже много лет является одной из самых актуальных в психологии и педагогике. Под «деятельностью» подразумевается активное взаимодействие человека с окружающим миром. Человек в этом случае выступает как субъект, который целенаправленно воздействует на объект и, таким образом, удовлетворяет свои потребности.

Из статьи Асмолова А.Г. «Проектирование универсальных учебных действий в старшей школе» выделим важное:

- «критериями дифференциации видов универсальных учебных действий стали: функции, структура и форма, особенности генезиса, в том числе условия организации учебной деятельности. В результате анализа были выделены основные виды универсальных учебных действий: личностные (самоопределение, смыслообразование и действие нравственно-этического оценивания), регулятивные (целеобразование, планирование, контроль, коррекция, оценка, прогнозирование), познавательные

(общеучебные, логические и знаковосимволические) и коммуникативные универсальные учебные действия»[1] .

«Культурно-исторический системно-деятельностный подход (Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев, Д.Б. Эльконин, П.Я. Гальперин) рассматривает основные психологические закономерности процесса обучения и структуру учебной деятельности учащихся с учетом общих закономерностей онтогенетического возрастного развития детей и подростков» [1].

Суть системно - деятельного подхода состоит в том, что новые знания не выдаются в готовом виде, а обучающиеся сами «открывают» их процессе самостоятельной исследовательской работы. Системно-деятельностный подход - это организация учебного процесса, во главе которой - активная, в большей степени самостоятельная и познавательная позиция обучающегося[22]. Целью данного деятельностного подхода является личностное развитие обучающегося, как субъекта жизнедеятельности. Быть субъектом – управлять своей работой: ставить цели, решать задачи, отвечать за результаты. Результаты применения системно-деятельностного подхода разделены на 3 группы: личностные (в центре системы УУД), метапредметные и предметные (таблица 1).

Рассмотрим понятие «учебная деятельность». Начнем с того, что мы понимаем под словом «деятельность». Ни в психологии, ни в философии не существует четких определений деятельности. Одно из самых простых определений звучит так: деятельность – это активный, осознанный процесс взаимодействия субъекта с объектом, во время которого субъектом достигаются поставленные цели. Теперь рассмотрим понятие «учебная деятельность». Один из авторов этого определения Д.Б. Эльконин, считает, что «...– это деятельность, имеющая своим содержанием овладение обобщенными способами действий в сфере научных понятий ... Результатом учебной деятельности, в ходе которой происходит усвоение научных понятий, является изменение самого ученика, его развитие...»[44]. Цель учебной деятельности[36] - раскрытие сути самого процесса учения. То есть,

необходимо научить детей «умению учиться», умению самостоятельно «поглощать знания» (усваивать любой материал), что, не достигь без определенной структуры учебной деятельности, которая состоит из таких этапов, как: мотивация, цель; задачи; учебные действия и операции, которые включают в себя ориентировку, преобразование материала, самоконтроль и самооценку. Наглядно структуру учебной деятельности можно увидеть ниже на рисунке 1.



Рис. 1. Структура учебной деятельности.

Учебная деятельность – это основной вид деятельности обучающихся. Она направлена на достижение целей обучающихся в процессе обучения. Из вышеперечисленного можно сделать следующий вывод, что учебная деятельность состоит из учебных: мотивов, целей, задач и действий и направлена на ориентировку, контроль, преобразование материала и оценку.

Учебный процесс ни всегда проходит гладко. Одна из главных причин – это изменения, связанные с возрастными особенностями обучающихся, а

также смена целевых ориентиров, характера учебной деятельности и смена приоритетов.

При изучении возрастных особенностей обучающихся не трудно заметить, что младший школьный возраст (по Б.Г. Ананьеву – 7-11 лет. Это общепринятая периодизация) знаменуется введением обучающихся в УД[41], овладением всеми ее элементами. УД здесь является ведущей. А в подростковом (среднем школьном[15] -11-15 лет) - она сдает свои позиции. В норме к концу начального общего образования обучающиеся уже осознанно умеют контролировать свои учебные действия, а также адекватно оценивать их результаты и у них хорошо развито теоретическое мышление.

В подростковом возрасте УД выступает в роли средства общения с другими обучающимися. Усложняется содержание[16], предметом усвоения становятся целостные системы теоретических понятий, излагаемые абстрактным языком с применением графиков, таблиц, моделей. Обучающиеся 7-8-х классов постепенно осваивают навыки самостоятельной постановки учебных задач их решений и оценивания выполненной работы. УД приобретает форму внутреннего диалога[27] с авторами учебного материала, а также между учениками проводятся различные дискуссии. В подростковом возрасте продолжает развиваться теоретическое мышление. УД заменяется общественно значимой деятельностью - трудовой, художественной и спортивной. В ранней юности (15-18 лет), ведущей вновь становится УД, только с профессиональным уклоном и носит исследовательский характер. Это помогает старшеклассникам осуществлять профессиональную ориентацию и намечать свой жизненный путь[15], то есть самоопределиться, социализироваться. Где самоопределение, например, по А.Г. Асмолову «- определение человеком своего места в обществе и жизни в целом, выбор ценностных ориентиров, определение своего «способа жизни» и места в обществе»[1]. А, как считает Т.В. Складорова, «социализация – это освоение

человеком социальных норм и правил поведения, общения и взаимодействия с социумом»[31].

В процессе освоения программы среднего (полного) общего образования должно происходить постепенное расширение сферы самостоятельности и ответственности обучающихся.

Теперь рассмотрим структуру УУД (таблица 1), как ранее было отмечено, она состоит из трех групп. Обратим внимание на группу, в которую входят метапредметные результаты.

Таблица 1

### Структура универсальных учебных действий

Универсальные Учебные Действия				
Предметные	Личностные	Метапредметные		
		Познавательные	Регулятивные	Коммуникативные
Действия, необходимые для успешного усвоения непосредственно предметного материала.	Ценностно-смысловая ориентация обучающихся	Общеучебные и логические действия, умение находить проблему и решать ее.	Способность организации своей деятельности	Сотрудничество и кооперация, умение разрешать конфликты, владеть речью

Из таблицы 1 видим, что под метапредметными результатами находятся следующие УУД - познавательные, коммуникативные и регулятивные. Обучающиеся осваивают УУД на базе разного количества учебных предметов и во время любой учебной деятельности. Овладение старшеклассниками набором УУД способствует развитию умения и навыков ставить и решать важнейшие жизненные и профессиональные задачи.

Введение ФГОС СОО предполагает мониторинг метапредметных УУД. С этой целью используют анкету по определению уровней

сформированности УУД. Ее можно использовать как одну из методик или в дополнение к ним. Анкета является модификацией психолого-педагогической карты М.Р. Битяновой. В ее основе - непосредственное наблюдение за обучающимися во время учебного процесса, что является немаловажным. Проведение данного анкетирования позволяет выявить обучающихся так называемой «группы риска» по различным параметрам, а также нацелить пути работы с этими обучающимися. Плюс ко всему этому – это помогает увидеть, какие УУД необходимы для развития и формирования у обучающихся в первую очередь. В таких случаях учитель корректирует программу (ы) и с учетом этого планирует внеурочную деятельность.

По Асмолову А.Г. «в центре системы УУД оказываются личностные действия самоопределения — в области гражданского, предварительного профессионального самоопределения и личностного самоопределения. Решение задач самоопределения требует сформированности самосознания личности, что определяет ускоренное развитие рефлексии (личностной, коммуникативной и познавательной) и формально-логического интеллекта как основы предвидения и прогнозирования будущего» (Асмолов А.Г.).

Реализация системно - деятельностного подхода[24] помогает определить главные, соединить те конкретные УУД, которые находятся в сенситивном периоде своего развития и являются ключевыми в определении «умения учиться» на ступени среднего образования, установить их системную взаимосвязь. УУД - это единая система, в которой генезис и развитие каждого из видов УУД определяется его отношением с другими видами УУД и общей логикой возрастного развития. Учебно-профессиональная деятельность старшеклассников определяет развитие психологических новообразований личностной и познавательной сферы (Д.Б. Эльконин)[1].

Главным критерием психологической зрелости обучающегося с точки зрения психологии является самоопределение. К нему относятся: выбор жизненного пути, выбор профессии, восприятие себя, как единой личности.

Один из авторов Пряжников Н.С. придерживается следующей точки зрения: «Психологические особенности внутренней позиции школьника в юношеском возрасте связаны с предварительным профессиональным самоопределением и построением личной образовательной траектории, порождением новых личностных смыслов учения, связанных с профессиональным будущим (Пряжников Н.С., 1996)»[1].

Анализируя научную литературу приходим к выводу, что при успешной реализации УУД обучающиеся развиваются разносторонне: происходит глубокое познание мира, качественное развитие личности, формируются навыки: сотрудничества, саморазвития и самообразования. Это значит, УУД являются универсальным средством для развития гармоничной личности.

**Вывод: в параграфе 1.1.** проведен анализ психолого-педагогической литературы по развитию УУД. Дано определение учебной деятельности, ее место на каждой ступени образования. Описаны: возрастные особенности на каждой ступени образования, УУД и их структура.

## **1.2. Познавательные УУД обучающихся старших классов**

По Асмолову А.Г. УУД состоят из 4 важных блоков: личностных, регулятивных, познавательных, коммуникативных[1]. Заметим, блок предметных УУД сюда не входит. Опишем подробно познавательные УУД. К ним относится:

- самостоятельное видение и озвучивание цели (ей);
- нахождение нужной информации, в том числе с использованием Интернета;
- объединение знаний в единую взаимосвязанную систему;
- грамотное изложение материала как устно, так и письменно;

- нахождение подходящих способов для решения любой задачи;
- свободное ориентирование в восприятии любого рода текстов;
- постановка и формулирование проблем творческого и поискового характера и их самостоятельное решение;
- анализ и синтез объектов;
- выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов;
- подведение под понятие, выведение следствий;
- видение причинно-следственных связей;
- построение логической цепи рассуждений;
- выдвижение гипотез и их обоснование;
- моделирование изучаемого материала.

Чтобы их развивать, можно подобрать следующие задания: составления схем-опор, «найти отличия», «поиск лишнего», «лабиринты», «цепочки», работа с разными видами таблиц, составление и распознавание диаграмм, вопросы эвристического характера, проведение игры «Снежный ком», а также выполнение проектных и исследовательских работ.

В блок познавательных УУД были включены[24]: общеучебные, логические и действия постановки и решения проблемы. Опишем их состав (структуру) более подробно.

*Общеучебные УД:*

- выделение цели;
- структурирование знаний;
- выбор способа решений;
- контроль и оценка процесса;
- поиск информации;
- речевое развитие;
- моделирование.

*Логические УУД:*

- анализ и синтез объектов;
- сравнение, классификация;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логической цепи рассуждений;
- выдвижение гипотез.

Сюда же можно отнести и

- доказательство.

*Постановка и решение проблемы:*

- постановка проблемы;
- и самостоятельное создание способов ее решения.

Теперь рассмотрим часть их функций:

К общеучебным УД функциям относится управление познавательными процессами. Это:

- исследовательские;
- информационные[24];
- знаково-символические действия;
- умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в любой форме;
- выбор наиболее эффективных способов решения задач[19], независимо от ее степени сложности;
- самоанализ деятельности;
- контроль и оценка процесса и результатов деятельности;
- осознанное смысловое чтение любого рода литературы;
- умение в краткой форме передавать суть содержания текста;
- умение составлять любой текст, при этом выполняя нормы его построения.

Функция логических УУД - обеспечение инструментальной основой мышления и решения всякого рода проблем, в том числе исследовательских.

Ее составляющие:

- анализ объектов[24] (выделение главных или второстепенных признаков);
- синтез объектов (объединение в единую картину);
- выбор оснований и критериев для сравнения, сериации, классификации объектов;
- подведение под понятие, выведение следствий;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логической цепи рассуждений;
- выдвижение гипотез, обоснование гипотез[24] и их доказательство.

Формирование УУД, в том числе и познавательных УУД состоит из трех этапов:

1 Этап формирования УУД. На базе начальных (1-4) классов и носит репродуктивный характер деятельности.

2 Продуктивный этап – это 5-8 классы (средние классы), предполагает продуктивную деятельность обучающихся. И наконец,

3 Творческий этап - 9-11 классы (старшие классы). На этом этапе деятельность обучающихся носит уже творческий характер.

Важно обратить внимание на то, что на каждой образовательной ступени образования определенные цель и содержание познавательных УУД. Главный признак усвоения познавательных УУД на содержании любого предмета является прохождение этапа интериоризации, интериоризации, с точки А.Г. Асмолова: «— процесса переноса во внутренний план в ходе усвоения новых умственных действий и понятий; владение адекватными средствами самовыражения с помощью письменной речи» [1].

Вывод: частое проговаривание обучающимся выполняемых действий приближает его к интериоризации.

Учителю в своей работе немаловажно знать список планируемых результатов, точнее, чему научатся выпускники. Рассмотрим этот список. Выпускник научится[12]:

- применять различные средства, с целью представления найденных противоречий;
- критически оценивать и излагать информацию с разных точек зрения;
- осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые задачи;
- искать и находить обобщенные способы решения задач;
- приводить весомые аргументы как в отношении собственного суждения, так и в отношении действий и суждений другого;
- анализировать и преобразовывать проблемно-противоречивые ситуации;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможности широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать личный план, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения[7].

Для обеспечения формирования познавательных УУД используются практико-ориентированные комплексные задания[37].

Задания должны быть подобраны таким образом, чтобы формировать у обучающихся:

- а) умение объяснять какое - либо явление с точки зрения науки;
- б) способность давать оценку и удерживать дизайн научного исследования;
- в) умение интерпретировать[10] данные и доказательства.

Познавательные УУД делятся и по ступеням образования. Отметим, всего их три: начальная, средняя и старшая. Изучим на всех ступенях речевые (общеучебные) и логические УУД (таблица 2).

Речевые УУД: На начальной ступени образования обучающиеся учатся комментировать. На второй же ступени развивают навыки аргументирования своей точки зрения, ведут дискуссии. А на последней – подходят к этому с разных точек зрения.

Логические УУД: В начальных классах обучающиеся осваивают навыки работы по алгоритму. В 5-8 классах – ведутся проектные работы, а в старших классах – их деятельность больше носит исследовательский характер.

Отсюда мы можем сделать вывод, на разных ступенях обучения наблюдаются значительные изменения в составе познавательных УУД, происходит постепенное повышение уровня сложности действий, в связи с этим меняются и планируемые результаты УУД, меняются в зависимости от степени сложности их формирования. Всё это обусловлено объективными и субъективными причинами[27]. Одна из главных причин – изменения, как отмечалось в предыдущем параграфе, связана с возрастными особенностями обучающихся, а также смена целевых ориентиров, характера учебной деятельности и смена приоритетов.

Из всего выше перечисленного можно сделать следующий вывод, что владение познавательными универсальными учебными действиями, в конечном счете, помогает сформировать у обучающихся такие способности, как управление познавательными процессами и самостоятельное усвоение новых знаний (способность самообразовываться).

Вывод: в параграфе 1.2 рассмотрена структура познавательных УУД. Проведен сравнительный анализ речевых и логических УУД.

### **1.3. Дидактические условия развития познавательных УУД обучающихся старших классов**

Чтобы сформировать и развивать познавательные универсальные учебные действия у обучающегося, школе нужно учитывать разнообразные дидактические условия в педагогическом процессе. Понятие «дидактические условия» трактуется по-разному. По С.В. Волковой «дидактические условия - это специально смоделированные обучающие процедуры, реализация которых позволяет решать определенный класс образовательных задач»[3]. А В.С. Егорова считает, что «обстоятельства

обучения, которые являются результатом отбора, конструирования и применения элементов содержания, форм, методов и средств обучения, способствующих эффективному решению поставленных задач»[7].

Теперь рассмотрим, какие нужны дидактические условия реализации познавательных УУД в педагогическом процессе.

Для развития у обучающихся старших классов познавательных УУД, учитель математики обязательно должен: не только знать, но и принимать суть ФГОС; применять системно-деятельностный подход - основу ФГОС; быть готов к профессиональному росту (для этого очень важно любить свою работу); иметь профессиональные навыки владения ИКТ; использовать в своей работе: электронные дидактические средства обучения, мультимедийные пособия и, если есть, интерактивную доску; если есть возможность работать в компьютерном классе, то использовать ее с целью проведения, например, онлайн тестирования[35] (их удобно проводить в «ЯКлассе») для быстрой диагностики знаний, или же, например, при изучении графиков функций эффективность можно достичь, работая в «живой математике»; уметь создавать задания творческого характера; уметь организовывать образовательный процесс, в том числе и обратную связь; повышать обучающимся самооценку; чтобы чему-то научить детей педагог сам должен быть разносторонне развитой, творческой и интересной личностью, ведущей здоровый образ жизни. Другими словами - быть образцом. Следует также отметить про стиль общения между учителем и обучающимися, он должен носить дипломатический характер. Г.И. Щукина отрицала авторитарный стиль руководства при работе педагога с детьми. Выделяла такие особенности стиля работы учителя, являющиеся залогом эффективности учебного процесса, как деловитость, энергичность, оптимальность в требованиях к обучающимся, оптимизм, а самое главное – эмоциональная отзывчивость педагога и положительный настрой [42]. Также Г.И. Щукина выделила главное, что положительно влияет на успеваемость:

это содержание учебного материала; отношения между педагогом и обучающимися и организация познавательной деятельности обучающихся.

Современные уроки математики не видятся без применения ИКТ. Они помогают учителю: повысить интерес обучающихся; увеличить объем выполняемой работы[41]; получить доступ к информационным ресурсам, например, к справочной литературе; развивать навыки при проведении исследовательских работ.

Плюс к этому, у обучающихся, работающих с компьютером, формируются умения и навыки самообразования, умение из большого потока информации находить нужную, умение анализировать, сравнивать, объяснять, обобщать, делать выводы. В результате у обучающихся повышается интерес к знаниям. Но использовать ИКТ надо только в качестве помощника в образовательном процессе.

Интерактивная доска помогает организовать учебную деятельность, не усаживая обучаемых за компьютеры. С ней на уроках весь класс вовлекается в работу, благодаря наглядности и интерактивности улучшается понимание и запоминание материала.

Лучшей поддержкой для учителя при проведении уроков являются презентации. Их можно использовать на разных или на всех этапах урока. С помощью презентации показывают: карты, рисунки, исторические справки, например биографию личности какого-нибудь ученого, видеофрагменты, диаграммы. Применимо, как на уроках-лекциях, сопровождая информацию показом слайдов[41], так и на уроках закрепления и контроля.

Знания педагога о сути, приемах и способах формирования УУД, а также умение педагога отбирать содержание и планировать учебную деятельность, выполнение им условий развития познавательных УУД - все это способствует успешной реализации программы ФГОС[39].

Учебники, с помощью которых реализуются развивающие программы, составлены с опорой на системно - деятельностный подход. В них нет готовых ответов на сложные вопросы, но есть интересные задания, при их

решении обучающиеся самостоятельно формулируют тему урока, ставят проблему, открывают новые знания, включая творческий подход. В таком случае задача педагога - организовать исследовательскую работу обучающихся так, чтобы они шаг за шагом дошли до решения искомой проблемы урока (через создание проблемной ситуации) и объяснили способы ее решения.

Кроме всего вышеперечисленного для развития познавательных универсальных учебных действий можно «организовывать образовательные события, выводящие обучающихся на восстановление межпредметных связей, а в последствии и целостной картины мира.

Например:

- а) межпредметные и метапредметные погружения и интенсивы;
- б) методологические и философские семинары;
- в) образовательные экспедиции и экскурсии;
- г) учебно-исследовательскую работу обучающихся, которая предполагает:

- выбор тематики исследования, связанной с новейшими достижениями в области науки и технологий;

- выбор тематики исследований, которые не связаны с школьными предметами[23]. К ним относятся: психология, социология, бизнес и т.д.;

- выбор тематики исследований, нацеленных на изучение проблем местного, регионального или мирового сообществ в целом».

Чтобы оценить уровень сформированности УУД, например, какого-либо действия, создается специальная шкала наблюдений или измерений.

В процесс обучения встроены типовые диагностические и формирующие задания, различающиеся по:

- а) предметным основаниям;
- б) уровню изучения, делящиеся на базовый и углубленный уровни.

Для учебных предметов базового уровня важны:

- установка обучающихся старших классов на системное единое видение предмета, рефлексия на структуру предмета, выделение культурных средств и способов внутреннего содержания предмета;

- способность решать разные задачи (предметного и межпредметного характера), вовлекая нужные информационные источники;

- умение организовывать при необходимости работу в группе;

- готовность создать программу углубленного изучения предмета в условиях нового профессионального целеполагания.

Если же изучаемый предмет углубленного уровня, выбор которого зачастую связан с профессиональным самоопределением обучающегося, на первое место выходят задачи проектного, исследовательского, творческого характера.

Познавательные УУД - это интерес к знаниям, фактам, которые предлагает учитель своим ученикам. Чтобы развить интерес к предмету можно учителю использовать метод эвристических вопросов. Под этим методом понимается следующее: - это активный диалог между учителем и обучающимся. Суть такой эвристической беседы в том, что учитель путём постановки к обучающимся вопросов и совместных с ними рассуждений, подводя их к определенным выводам, которые составляют сущность осваиваемой темы. Главное в эвристической беседе – эвристические, то есть наводящие вопросы, вопросы, на которые обучающийся не может найти готовых ответов в учебной литературе. Гарантированный успех при применении данного метода зависит от того, насколько удачно поставлены учителем вопросы. Итак, проанализировав метод эвристических вопросов, делаем вывод, что будет реализовано формирование познавательных универсальных учебных действий с помощью развития интереса обучающихся.

В наше время существуют различные подходы к современной теории методов обучения. Методы обучения разделяют следующим образом:

1. В зависимости от содержания образовательного процесса. В таком случае методы обучения делятся на:

- объяснительно-иллюстративный;
- репродуктивный (например, с применением накопленных знаний на практике);
- проблемно-развивающий;
- частично-поисковый; и
- исследовательский.

2. В зависимости от того, каким образом организована деятельность, методы:

- помогают приобрести новые знания;
- формируют умения и навыки;
- с их помощью проверяются и оцениваются знания.

Эта классификация способствует эффективному усвоению немаловажных задач учебного процесса и согласована с ними [30].

При изучении математики в 10-11 классах наиболее распространена *фронтальная* форма. Проводится она со всем классом в едином темпе и предполагает одновременное выполнение общих заданий всеми обучающимися класса для достижения ими общей познавательной задачи. К ней относятся: беседа, обсуждение, сравнение, математический диктант и т. д.

Фронтальная работа удобна в тех случаях, когда педагогу стоит следить за ходом мыслей всех обучающихся, например, при изучении нового материала, используя метод постановки и решения учебной проблемы[6].

Можно сформулировать три возможности постановки учебной проблемы на уроке: - создание проблемной ситуации, подводящий диалог[11] или сообщение темы урока в готовом виде, при этом обязательно должен присутствовать этап «мотивации». Эффективность данной формы организации учебного процесса зависит от педагога. Если педагог с опытом, то ему не сложно следить, как за всем классом, так и за каждым

обучающимся по отдельности. В этом случае эффективность данной формы будет намного выше.

Для того чтобы повысить результативность фронтальной формы организации учебного процесса, учителю необходимо объединять коллектив для создания творческой атмосферы, привлекать и повышать внимание и активность обучающихся. Но в это же время учитель должен понимать, что при фронтальном обучении не стоит различать обучающихся по индивидуальным параметрам, обучение также остается построенным по базовым нормам. Иногда данная форма организации приводит к появлению отстающих и скучающих обучающихся. В процессе фронтальной работы для развития познавательных универсальных учебных действий учитель демонстрирует как проводить анализ и синтез при решении заданий и др.

*Групповое* обучение состоит из учебно-познавательных занятий, которые направлены на группу обучающихся.

При групповой форме работы для развития познавательных действий учитель демонстрирует контроль и оценивание процесса и результатов деятельности.

К формам группового обучения относится и работа в парах. Вести контроль за работой каждой пары может сам учитель или же его помощники бригадиры и звеньевые, назначенные самими обучающимися. Формы организации различны. И различаются они степенью контакта с обучаемыми. Так, например, при индивидуальном обучении необязательно прямой контакт. Иначе, данную форму организации можно считать самостоятельной работой, которая подразумевает одинаковые по сложности задания для всех обучающихся. При индивидуальном обучении удобно применять методы информационного поиска, с использованием компьютерных средств. Это способствует развитию универсальных учебных познавательных действий.

В практической деятельности чаще всего используют такие формы организации обучения как индивидуальная и фронтальная. Намного реже -

парную и групповую формы. Фронтальная и групповая работы часто не являются коллективными, хотя общие черты прослеживаются.

Проанализировав научную литературу, выделим базовые дидактические условия для развития познавательных УУД обучающихся старших классов. К ним следует отнести:

1. Формы: фронтальная, групповая, индивидуальная и индивидуально-групповая.
2. Методы: метод информационного поиска, с использованием компьютерных средств; развитие у обучающихся умения выводить следствия из условий, которые заданы учителем; развитие у обучающихся умения проводить доказательные рассуждения, делать выводы; развитие у обучающихся умения подмечать закономерности; метод эвристических вопросов.
3. Средства: учебная литература, таблицы, средства информационных и коммуникационных технологий.

Применение в учебной деятельности всех вышеописанных условий способствует развитию обучающихся познавательных УУД.

Вывод: в параграфе 1.3. дано определение понятия «дидактические условия». Также представлены дидактические условия для развития познавательных УУД в старших классах.

## **Глава 2. Методика развития познавательных УУД по математике обучающихся 11 классов в рамках учебной деятельности по теме «Логарифмы»**

### **2.1. Цели и содержание методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов**

Учебная деятельность должна иметь определенные цели. Без цели деятельность не будет иметь результата. Поэтому цель – основа деятельности. Как отмечал Рубенштейн С.Л.: «Всякое действие человека исходит из тех или иных мотивов и направляется на определённую цель; оно разрешает ту или иную задачу и выражает определённое отношение человека к окружающему»[28]. С точки зрения М.Е. Бершадского и В.В. Гузеевой, любая деятельность целиком зависит от поставленных целей, от нее зависят и результаты. Результаты, которые мы ожидаем от обучающегося в процессе обучения являются его УУД. Поэтому имеет: в начале ставим *цель*, затем выполняем какую-либо *деятельность* для ее достижения, на выходе получаем планируемые результаты (*УУД*).

Для развития УУД у обучающихся, надо чтобы деятельность, которую они выполняют, была им всем интересна. А без мотивации - это маловероятно. Маловероятно, что учебный материал будет усвоен успешно. То есть учителю, прежде чем перейти к основной части урока, нужно заинтересовать обучающихся, то есть смотивировать. Обычно мотивационный этап проводится учителем в начале урока после организационного момента. Например, перед этапом «актуализацией знаний», либо после него. Бывает и такое, что «назревание» целей происходит только к середине урока. Все зависит от того, как запланировал учитель, либо от ситуации. Чтобы цель приобрела не только внешнюю, но и внутреннюю потребность. Для ускорения процессов сближения внутренних и внешних целей необходимо, чтобы обучающиеся сами сформулировали и озвучили их, а учитель в этом случае выполняет роль наставника. Если по

какой-то причине обучаемые не могут назвать цели и тему урока, озвучивает их учитель.

Целью обучения, с точки зрения М.М. Поташника, является образ желаемого или ожидаемого результата. Этот образ должен быть охарактеризован конкретно и качественно, если возможно, то и корректно, количественно. Заметим, что образ желаемого результата обучающиеся достигают строго к определенному моменту времени.

Развитие метапредметных результатов у обучающихся старших классов будет происходить только за счет активного включения их в учебную-познавательную деятельность. Отсюда возникает вопрос: эффективен ли дидактический материал в процессе учебной деятельности от целей к результатам, требуемым стандартом ФГОС. Проанализировав учебно-методическую литературу, делаем вывод, что заданий, развивающих метапредметные УУД очень мало, в отличие от заданий, которые направлены на развитие предметных УУД.

С целью развития познавательных УУД у обучающихся 11 классов можно использовать следующие виды заданий:

- «найдите отличия», количество которых может быть задано учителем;
- «найдите лишнее»;
- составление схем, схем-опор;
- работа с таблицами разных видов;
- работа с диаграммами, их составление и распознавание;
- работа со словарём/учебником;
- решение заданий по заданному алгоритму;
- задания, с недостающими частями;
- задачи, в которых нужно провести анализ и отобрать нужное и т.д.

Для эффективного развития познавательных действий постановки и решения проблем используют задания, на самостоятельное нахождение обучающимися способов решения проблем поискового и творческого характера. К ним относятся исследовательская и проектная деятельности.

«Логарифмы» во многих действующих программах математики изучаются в 10 - 11 классах и для обучающихся считаются достаточно сложными в понимании[18]. Причина кроется в не связанности изучаемых тем. В результате, у обучающихся нет единого представления, нет «единой картинке». Для исправления этой ситуации перед изучением «логарифмов» нужно обязательно проводить актуализацию знаний о взаимосвязях разделов: «Степень числа» и «Корень числа  $n$ -й степени».

При изучении темы «Логарифмические уравнения» содержание должно состоять: из повторения или изучения всех изученных свойств логарифмов, ранее изученных уравнений и на этой основе ввести способы решения логарифмических уравнений. Например, при решении логарифмических уравнений второй степени, следует повторить алгоритм решения обычных квадратных уравнений и т.п.

Для диагностики и развития познавательных УУД ребятам можно предложить задания такого типа:

Цели:1). Определение уровня развития познавательных УУД у обучающихся.

2). Развитие познавательных УУД.

1. Задание на диагностику общеучебных действий (ОУД).

Проверка умений: анализ учебного текста, извлечение нужной информации из таблиц и диаграмм.

*Задание 1.* Ниже приведены несколько утверждений о логарифмах. Верны ли они? Отметьте в таблице 2. Для каждого утверждения «Верно» или «Неверно».

Таблица 2.

Утверждение	Верно ли утверждение?	
1. Множество значений логарифмической функции - множество $R$ всех действительных чисел	Верно	Неверно
2. Основанием логарифма может быть любое число	Верно	Неверно
3. Область определения логарифмической функции	Верно	Неверно

- множество всех отрицательных чисел		
4. Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию $e$ , где $e$ - иррациональное число, приближенно равное 2,7	Верно	Неверно
5. Логарифмическая функция не является ограниченной	Верно	Неверно
6. Логарифмическая функция $y = \log_a x$ при $a > 0$ на промежутке $(0; +\infty)$ убывает, а при $0 < a < 1$ – возрастает	Верно	Неверно
7. Если $\log_a x_1 = \log_a x_2$ где $a > 0$ , а не равно 1, $x_1 > 0$ , $x_2 > 0$ , то $x_1 = x_2$	Верно	Неверно
8. График любой логарифмической функции проходит через точку $(0; 1)$	Верно	Неверно

2. Задания на диагностику логических УУД. Проверка умения составлять алгоритм решения уравнения

*Задание 2.* Составьте алгоритм решения уравнения:

$$\log_6 x + 5 \log_6 x = 6;$$

*Задание 3.* Составьте алгоритм решения неравенства:

$$\lg(x^2 + 2x - 7) - \lg(x - 1) > 0$$

3. Проверка умений: устанавливать причинно-следственные связи и делать логические выводы.

*Задание 4.* Распределите логарифмические уравнения в таблице 6. по методам их решений. Что их объединяет?

1.  $\log_3 x = 9;$

2.  $-\log_5 x = -5 \log_5 x - \log_5^2 x ;$

3.  $\log_2(3 - 6x) = \log_2(x + 1) ;$

4.  $\log_2(3 - 6x) = 3 \log_2 x ;$

5.  $\log^2_3 x - 3 \log_3 x = 4;$

6.  $\log_{25} x + \log_5 x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{8} ;$

7.  $\frac{4 + \lg x}{3 \lg x} = \lg x$  ;
8.  $\lg(x^2 + 2x - 7) - \lg(x - 1) = 0$ ;
9.  $5 \log_x^4 4 - 3 \log_x^2 16 = 1$ ;
10.  $x^{\lg_2 x} = 8$ ;
11.  $\log_3 x = \log_3 6$  ;
12.  $\log^2_2 x + 5^{\log_3 x \log_4 x} + \log^2_5 x = 0$ ;
4. Умение выявлять закономерности.

*Задание №5.* Найди выражения, значения которых равны:

1.  $\log_3 9$ ;
2.  $\log_5 25$ ;
3.  $\log^2_3 81$ ;
4.  $2020 \log_{1/123} 1$ ;
5.  $14 : \log_2 128$ ;
6.  $6 \log_{13} 2197 - 2$ ;

а) Какое математическое свойство ты использовал (а), на основании которого эти выражения равны;

б) запиши это свойство в виде равенства;

в) сравни свою запись с такой:  $\log_a x = b$

Сделай вывод

*Задание №6.* «Вычисли и расшифруй»

*Задание №7.* Поиск лишнего или Четвёртый лишний.

Например, даны уравнения, состоящие из трех рядов. В каждом ряду по три уравнения обладают общим свойством, а одно уравнение этим свойством не обладает. Нужно указать, какое уравнение лишнее и записать общее свойство.

Немаловажную роль в школьном курсе математики занимает методика развития логических рассуждений. Цель введения логических рассуждений - развитие способностей умения рассуждать и делать верные выводы. Во

время рассуждений включаются следующие функции: индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия, что способствует развитию логического мышления. Одним из примеров развития логического мышления покажем с помощью «кусочка» урока по теме: «Решение простейших логарифмических уравнений» (этап урока - «введение в новую тему»).

«- Решим, например, уравнение:

$$\log_3 x = \log_3 4$$

Для решения этого уравнения почти ничего знать и не надо. Почти.

Всего лишь нужно учесть следующие моменты:

1. Чтобы логарифмы были простыми, то есть перед ними ничего не было, без коэффициентов (у нас  $\log_3 x$  и  $\log_3 4$  – простые логарифмы).

2. Чтобы основания в обеих частях были равны (в нашем случае они равны).

3. И все.

- Внимательно смотрим на пример, так и хочется удалить логарифмы.

И это можно сделать. Получаем ответ:  $x = 4$ .

- Запомнили (Да).

- Ребята, теперь на основании решенного уравнения, попробуйте составить логарифмическое тождество ( $\log_a x = \log_a c$ , где  $x=c$ ).

- Подобным образом решаются почти все логарифмические уравнения и неравенства. Эта операция называется потенцированием.

- Рассмотрим следующее уравнение вида  $\log_8 x = 2\log_8 x (3x-1)$ . Можно ли убрать логарифмы? (Нельзя. Двойка справа не позволяет).

- Правильно.

А в пример  $\log_3 x + \log_3(x+1) = \log_3(3+x)$ ? (То же нельзя потенцировать уравнение. В левой части нет одинокого логарифма. Их там целых два).

- Верно. Вывод? Когда можно убрать логарифмы? (Убрать логарифмы можно, если уравнение имеет вид:  $\log_a x = \log_a c$ )»[8].

Отметим важное, после этапов урока «введение в новую тему» и «первичное закрепление новой темы» обычно наступает момент озвучивания целей и темы урока обучающимися, которые просит назвать учитель. В конце урока для закрепления пройденного материала учителем обязательно должна быть проведена рефлексия, с дублирующими вопросами.

Для закрепления этой темы, можно обучаемым предложить следующее задание: Написать на доске 7-8 примеров логарифмических уравнений, состоящих из простых и сложных уравнений. Озвучив задачи: «1. Составьте таблицу (образец Таблица 3), и запишите в нее уравнения, классифицируя их по степени сложности. 2. Решите простейшие уравнения».

Таблица 3

Логарифмические уравнения	
Простейшие	Сложные
...	...

Примечание: Образец таблицы дать только слабоуспевающим обучаемым, не знающим, как ее строить.

Такая методика ведения урока у обучающихся развивает познавательные УУД: - это умение мыслить, развитие интуиции и логического мышления с помощью видения аналогичных примеров.

Вывод: в параграфе 2.1 выделены цели развития познавательных УУД обучающихся 11 классов, описано содержание. Приведены примеры заданий, эффективные для развития познавательных учебных действий.

## **2.2. Формы, методы и средства деятельности обучающихся 11 классов, направленной на развитие познавательных УУД**

Немаловажную роль в успешности в обучении на уроке играет то, в какой форме организована познавательная деятельность обучающихся. В философии под понятием «форма» понимается «строение, устройство,

система организации, внутренняя структура, непрерывно связанная с определённым содержанием».

Как уже ранее отмечалось, всего выделяют три формы организации учебной деятельности: - индивидуальная работа, фронтальная работа и работа в группе. При изучении логарифмов индивидуальные и фронтальные формы, можно считать эффективными.

Например, рассмотрим, чем эффективна индивидуальная форма организации выполнения заданий, которая делится на 2 вида:

1. индивидуализированную, которая предполагает учебно-познавательную деятельность обучающихся над выполнением определенных заданий. Это:

1. работа с одаренными обучающимися;
2. работа со слабоуспевающими детьми.

В этом случае учителем составляется индивидуальный план.

2. индивидуальную — выполнение обучаемым общих для всего класса заданий осуществляется в едином для всех, но без контакта с другими обучающимися.

Для эффективности применения данной формы работы необходимо наличие разного уровня дидактического материала. Например, для отстающих обучающихся[10] или обучающихся, которые пропустили тему по уважительной причине можно дать задания с образцом решения. Для сильных обучаемых лучше подобрать задания из олимпиад прошлых лет, касаемые изучаемой темы. Для работы в 11 классах желательно использовать разноуровневые карточки (образец приложение С, D).

Данную форму организации работы обучающихся можно применять на любом этапе урока, например:

- 1) для закрепления полученных знаний;
- 2) для обобщения и повторения пройденного материала;
- 3) при самостоятельном изучении нового материала и т. д.

Индивидуальная форма преобладает в выполнении домашних работ. С учетом информационной доступности в наше время и с целью индивидуализировать выполнение домашнего задания, если есть возможность, желательно не задавать его по учебнику. Не стоит забывать про уровни сложности домашнего задания. Для слабоуспевающих – задания базового уровня. Для «сильных» обучающихся – повышенного уровня сложности. Для «золотой середины» или слабоуспевающих – например, несколько заданий разной степени сложности (от оценки «3» до «5». В зависимости, кто какую оценку хочет получить) на выбор.

При изучении нового материала предпочтение индивидуальной работе отдается только в тех случаях, когда его содержание вполне доступно для самостоятельного изучения и только «сильным» ученикам.

На уроках организуется индивидуальная работа следующим образом: Например, обучающимся предлагается определенный маршрут (можно и два маршрута) «восхождения на гору». Каждый этап восхождения – это определенное задание, которое нужно обучающимся выполнить. Чем больше пройдено этапов, тем выше отметка. Обучающиеся, решившие задание, подходят к учительскому столу, на котором расположены ответы и сверяют их. При правильно выполненном задании, переходят к следующему этапу. Если же – неверно, то возвращаются на место для исправления ошибок. Для большей заинтересованности обучающихся в данном процессе можно внести дух соревновательности. В этом случае можно на доске вести учет решенных заданий каждым обучающимся. Например (Таблица 4), напечатать заранее или на написать доске список (ФИ) обучающихся, а на против каждого ФИ ставить «+» или «-».

Таблица 4

№	ФИ/№ задания	1	2	3	4	..
1	Анина Татьяна					
2	Афанасьев Александр					

	...					
--	-----	--	--	--	--	--

Но это стоит делать с осторожностью в классах, где успеваемость очень различна и победитель в таком соревновании известен заранее. В конце такого урока дети с интересом воспринимают форму рефлексии, когда обучающимся демонстрируется рисунок горы, например, с фигурками, находящимися на разных этапах восхождения.

С теми же целями на уроках удобно по-другому организовать деятельность. Например, обучающимся выдается набор карточек с заданиями разного уровня сложности с учетом принципа соразмерности трудности[5]. Каждое задание оценивается определенным числом баллов в зависимости от его уровня. Простые задания например, в один балл, а сложные - в 2 балла и более. Обучающиеся выбирают карточки, решают задания, затем проверяют. Решив правильно, берут новую. Если задание не решено, то его можно заменить на более легкое. Оценка за урок выставляется с учетом суммы набранных баллов.

Эта форма удобна тем, что все обучающиеся задействованы, а также это помогает учителю объективно оценивать степень усвоения материала (темы) каждого обучающегося по отдельности. Ее желательно применять на таких уроках, где надо закрепить (обобщить) пройденную тему.

Педагогическая ценность индивидуальной формы организации познавательной деятельности заключается в том, что она учитывает особенности конкретного обучающегося в части его образовательной подготовки и потенциальных способностей. Индивидуальная форма учит индивидуальному труду, способствует воспитанию самостоятельности, организованности обучающихся. Дает каждому обучающемуся опыт познавательной творческой деятельности.

К минусам индивидуальной формы организации относится следующее: обучаемый изолированно воспринимает, осмысливает и усваивает учебный материал, его усилия почти не согласуются с усилиями других, а результат этих усилий, его оценка касаются и интересуют только обучаемого и

учителя. Эта форма работы несколько ограничивает общение обучающихся между собой, стремление передавать свои знания другим, участвовать в коллективных достижениях.

Фронтальная форма работы используется зачастую при объяснении решения того или иного задания. После того, как обучающиеся усвоили алгоритм решения определенного типа заданий можно использовать индивидуальную форму. В этом случае подойдут карточки с заданиями для каждого обучаемого. Этот подход помогает оценить уровень владения знаниями в таких случаях, когда одна часть обучающихся усвоили алгоритм решения, а другая часть – частично или вовсе нет, то в таком случае эффективно применять индивидуально-групповую форму обучения. Таким образом, обучающимся, которые поняли алгоритм решения задания дается возможность самостоятельного выполнения работы, а с обучаемыми, которые слабо или не усвоили тему учитель работает, используя фронтальную форму.

Фронтальная работа удобна в тех случаях, когда педагогу стоит следить за ходом мыслей *всех* обучающихся, например, при изучении нового материала, используя метод постановки и решения учебной проблемы.

Можно сформулировать три возможности постановки учебной проблемы на уроке: создание проблемной ситуации; подводящий диалог[11]; или сообщение темы урока в готовом виде, но с применением мотивирующего приема.

Эффективность данной формы организации учебного процесса зависит от педагога. Если педагог с опытом, то ему не сложно следить, как за всем классом, так и за каждым обучающимся по отдельности. В этом случае эффективность данной формы будет намного выше.

Для того чтобы повысить результативность фронтальной формы организации учебного процесса, учителю необходимо объединять коллектив для создания творческой атмосферы, привлекать и повышать внимание и активность обучающихся. Но в это же время учитель должен понимать, что

при фронтальном обучении не стоит различать обучающихся по индивидуальным параметрам, обучение также остается построенным по базовым нормам. Иногда данная форма организации приводит к появлению отстающих и скучающих обучающихся. В процессе фронтальной работы для развития познавательных универсальных учебных действий учитель демонстрирует как проводить анализ и синтез при решении заданий и др. не поняли – продублировать материал еще раз.

Теперь разберем понятие «метод обучения». Под «методом обучения» подразумевают систему последовательных и упорядоченных действий учителя, организующего с помощью определенных средств, практическую и познавательную деятельность обучающихся по усвоению практического опыта.

Для развития познавательных УУД на уроках математики в 11 классах можно выделить следующие методы:

- метод эвристических вопросов; проекты;
- математические экскурсии по всем темам;
- игры и эксперименты;
- группировка, упорядочивание, маркировка, классификация, сравнение;
- описание и оценка; конструирование;
- устный счет, вычисления, решение задач, работа с понятиями.

Изучим хорошо известный в методике метод эвристических вопросов. Вопросы в основном ставятся в следующем порядке: «Кто? Что? Зачем? Где? Чем? Как? Когда?». Рассмотрим одну из частей урока с применением этого метода при изучении нового материала[30]:

- Решим показательное уравнение  $3^x=81$  .
- Что значит «решить уравнение»? (Найти его корни. Если неизвестная величина  $x$ , то точки пересечения с осью ОХ, если  $y$  – точки пересечения с осью ОУ)
- Какое оно по степени сложности? (Простейшее).

- Какое тождество мы используем при решении простейших показательных уравнений? ( $a^x=b$ ).

- Как найти  $x$ ? (Надо, чтобы основания в левой и правой частях были равны).

- Каким будет в нашем случае решение? (Так как  $81 = 3^4$ , то  $3^x = 3^4$ ).

- Отсюда следует, чему равно  $x$ ? (4).

-Верно. Вывод? ( Ответ: $x= 4$ ).

- А теперь решите уравнение  $3^x =8$  (создание учителем проблемной ситуации).

Обучающиеся с замешательстве.

- Что представляет собой левая и правая части уравнения? (...).

- Назовите все вами известные способы решения этого уравнения? (...).

Таким способом учитель, с помощью вопросов наводит обучающихся на верное решение, а затем подводит и к изучению новой темы.

Метод эвристических вопросов эффективен не только при решении задач, но и в повседневности. Задавая необходимые и правильные вопросы, преподаватель помогает обучающемуся самому разобраться и сориентироваться в теме. Его удобно применять при организации самостоятельной и фронтальной работ.

Рассмотрим на примере дифференцированной самостоятельной работы при изучении темы «Свойства логарифмов». Обучающимся в таком случае выдаются разноуровневые карточки. Пример:

Вариант – 1 (базовый уровень).

Задание 1: Вычислите:

$$\log_2 8 + \log_2 16 = \square \qquad \log_2(8 * 16) = \square$$

$$\log_3 1/9 + \log_3 1/27 = \square \qquad \log_3(1/9 * 1/27) = \square$$

Полученные в левом и правом столбце результаты сравните. Какую закономерность вы увидели?

Запишите тождество, которое использовали при решении:

$$[1] \log_a v + \log_a c = \square, \text{ где } a > 0, a \neq 0, v > 0, c > 0.$$

Проверьте его правильность при  $a=4$ ,  $b=16$ ,  $c=1/4$ .

Если уровень эвристичности познавательной деятельности очень низкий, то обучающимся можно предложить первый вариант самостоятельной работы (Приложение С). В таком случае обучающиеся усваивают материал на репродуктивном уровне. Второй вариант самостоятельной работы (Приложение D), соответствующий среднему уровню эвристичности познавательной деятельности, предполагает расширение доли поисковой деятельности обучающегося при получении новой информации. «Сильным» обучающимся желательно предложить другой более сложный вариант самостоятельной работы, где получение новой информации преимущественно в процессе поиска.

Ценность таких дифференцированных самостоятельных работ[30], состоит в том, что познание математических фактов или закономерностей сопровождается высокой умственной активностью обучающихся, стимулируя познавательную деятельность, что способствует более глубокому и прочному запоминанию учебного материала.

На уроках математики также используют различные средства обучения. К ним относят различные дидактические материалы, математическая и справочная литература, наглядные и технические средства. К дидактическим материалам относятся книги, которые издаются абсолютно по всем математическим дисциплинам и для каждого класса. То, каким будет содержание дидактического материала или методического пособия (для учителя и для обучаемых) определяет программа и учебник. В свою очередь, дидактические материалы являются не основой, а лишь дополнением к учебнику. Рассмотрим более подробно средства обучения для обучающихся 11 классов на уроках математики.

1. Учебники, рабочие тетради и дидактические материалы. Это основные и традиционные средства обучения. К многим современным учебникам прилагаются рабочие тетради и различные дидактические материалы. Данные пособия

расширяют содержание изучаемого курса и реализуют свои конкретные задачи, например, в проведение индивидуальной работы на уроках, в проведении самостоятельных и контрольных работ, в изучение содержания, расширяющего курс и т.д.

2. Настенные таблицы и плакаты по математике используются для решения различных дидактических задач. Многие современные учителя используют в своей работе такие средства, как презентации.
3. Раздаточные материалы[2] применяются при проведении контрольных и тестовых работ. В зависимости от изучаемой темы и цели работы обучающимся могут быть выданы разноуровневые карточки. Кроме контрольных и тестовых работ учащимся могут быть даны и задания на дом разной сложности и тематики.
4. Электронные современные средства[2] обучения. Они удобны: компактностью, наглядностью, мультимедийными эффектами и др., содержащие нескончаемую информацию, помогающую обучающемуся в решении многих задач.

Проанализировав современные средства обучения математике, делаем вывод, что для формирования познавательных УУД на уроках математики по теме «Логарифмы» в 11 классе все средства обучения эффективны.

Вывод: в параграфе 2.2 рассмотрены формы, методы и средства обучения. Приведены примеры их применения.

### **2.3 Описание педагогического эксперимента и его результатов**

Экспериментальная часть исследования проводилась в МКОУ Шелаевской СОШ с. Шелаево, Тайшетского района, Иркутской области, в 11 «А» и 11 «Б» классах. В данных классах, на момент проведения эксперимента, обучалось всего 41 человек (11«А»-20 обучающихся, 11 «Б» -

21 обуч-ся). Классы не являются профильными. Оценка успеваемости на момент проведения эксперимента составила 3,8. Занятия были проведены по в урочное время по расписанию.

Эксперимент был разделен на три этапа: На

1. Констатирующий этап, на котором у обучающихся определялся уровень начального развития познавательных УУД;

2. Поисковый этап. На данном этапе разработана методика развития познавательных УУД;

3. Формирующий этап. Применение разработанной методики и определение уровня развития познавательных УУД обучающихся после апробации.

На первом этапе проводимого эксперимента в 11 «А» и 11 «Б» классах была осуществлена диагностическая проверка начального уровня развития познавательных УУД (Диагностическая работа №1), содержащая в себе задания, направленные на развитие ПУУД. Обучающимся было предложено решить пять заданий (Приложение А).

Задания оценивались по следующей шкале:

Диагностическая работа №1.

10 -11 баллов – высокий уровень познавательных УУД (оценка «5»);

7- 9 баллов – средний уровень (оценка «4»);

4-6 баллов – низкий уровень («3»);

3 балла и меньше – отсутствие какого-либо развития ПУУД («2»).

Диагностическая работа №2.

17-18 баллов - высокий уровень познавательных УУД (оценка «5»);

14- 16 баллов - средний уровень (оценка «4»);

6-13 баллов - низкий уровень («3»);

5 баллов и меньше - отсутствие какого-либо развития ПУУД («2»).

После проведения диагностической работы №1 (констатирующего этапа) получены результаты:

11 «А» класс: 2 человека набрали по 11 баллов, 13 человек – от 7 - 9 баллов и 5 человек 4-6 баллов. 3 балла и менее – ни одного человека. Результаты оценивания представлены на рис. 2

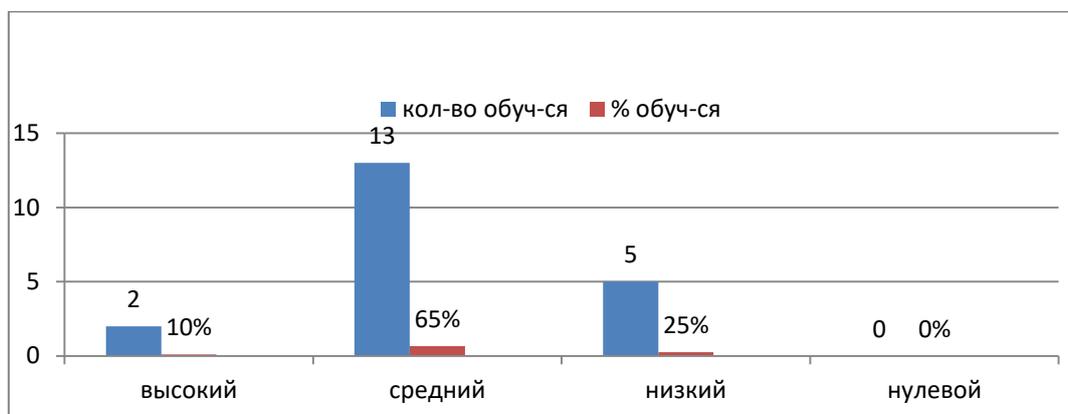


Рисунок 2. Результаты диагностической работы №1 на констатирующем этапе в 11 "А" классе

11 «Б» класс: 1 человек набрал 11 баллов, 14 человек – от 7 - 9 баллов и 6 человек 4-6 баллов. Результаты оценивания представлены на рис. 3.

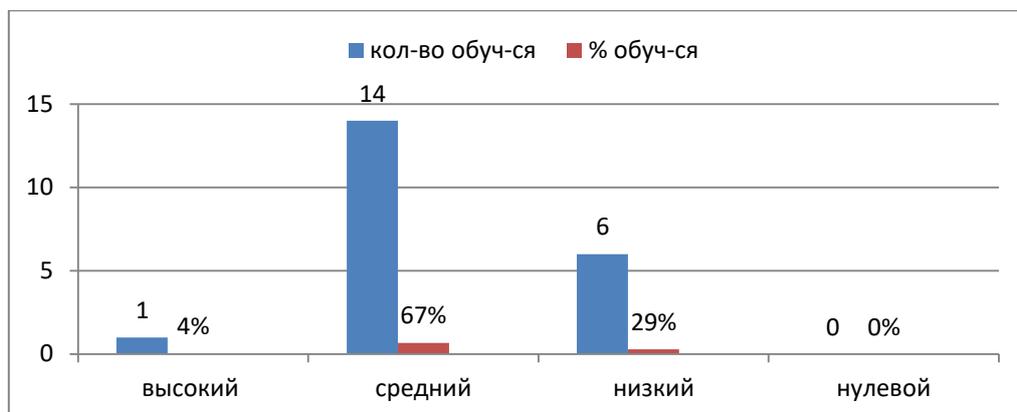


Рисунок 3. Результаты диагностической работы №1 на констатирующем этапе в 11"Б" классе

Вывод: развитие познавательных УУД у обучающихся 11 «А» (средний балл успеваемости - 3,85) и 11 «Б» (средний балл- 3,7) классов. Экспериментальным классом был выбран 11 «Б», а контрольным классом– 11«А».

На втором (поисковом) этапе проводимого эксперимента происходил процесс выявления дидактических условий для развития познавательных

УУД обучающихся. Был разработан комплекс заданий, которые направлены на развитие познавательных действий обучающихся.

На последнем (формирующем) этапе в 11 «Б» классе была апробирована разработанная методика, направленная на развитие познавательных УУД. Уроки в 11 «А» классе уроки велись традиционно, без каких-либо изменений.

В конце апробации была проведена вторая диагностическая работа в двух классах, которая уже выявляла уровень сформированности познавательных УУД. Проводилась она во время урока. Задания были подобраны аналогично первой работе.

Повторная диагностическая работа №2 (Приложение В) показала следующие результаты:

11 «А» класс (контрольный): 2 человека набрали по 17-18 баллов, 14 человек – от 14 - 16 баллов и 4 человека 6-13 баллов. Средний балл- 3,9. Результаты оценивания представлены на рис. 4

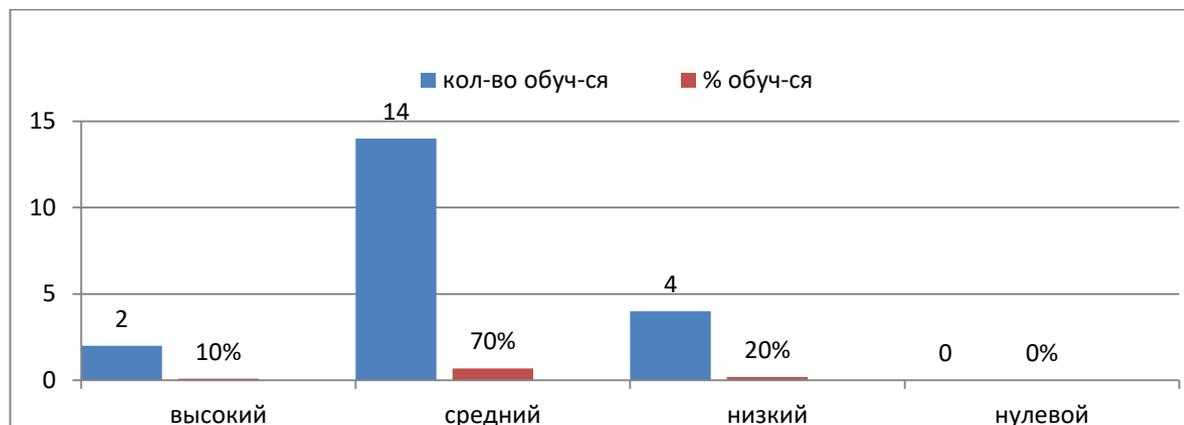


Рисунок 4. Результат диагностической работы №2

на формирующем этапе в контрольном (11 «А») классе

11 «Б» класс (экспериментальный): 3 человека набрали по 10-11 баллов, 15 человек – от 14-16 баллов и 3 человека 6-13 баллов. Средний балл равен 4, 0. Результаты оценивания представлены на рис. 5.

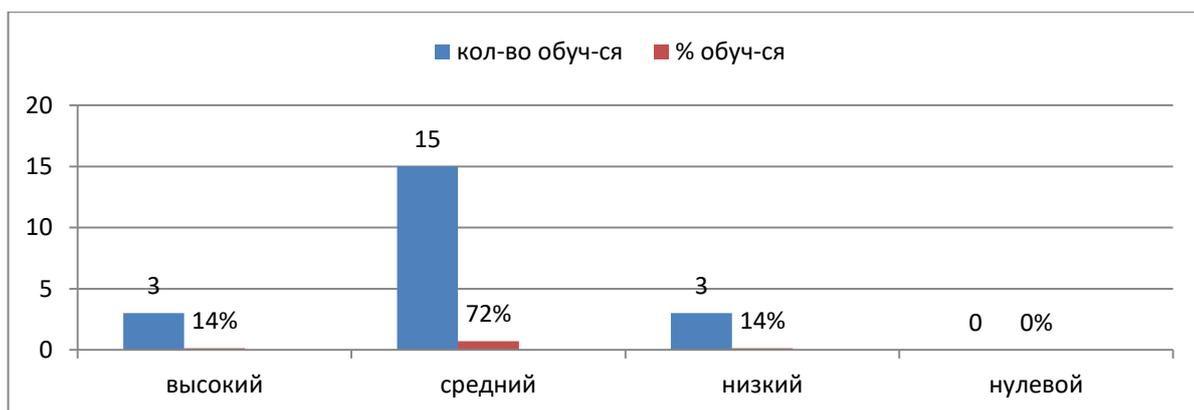


Рисунок 5. Результаты диагностической работы №2 на формирующем этапе в экспериментальном (11 «Б») классе.

Сравним результаты экспериментального и контрольного классов, представленных на рисунках 6 и 7 соответственно.



Рисунок 6. Сравнение результатов диагностических работ в контрольном 11 «А» классе



Рисунок 7. Сравнение результатов диагностических работ в экспериментальном 11 «Б» классе

Сравнивая результаты диагностических работ (рис. 6 и рис.7) в контрольном и экспериментальном классах, легко увидеть, что работа, выполненная экспериментальным классом, показала хороший результат. В данном классе количество положительных оценок повысилось, а удовлетворительных оценок стало меньше. Несмотря на то, что с контрольным классом не проводилось никаких работ, количество положительных оценок тоже увеличилось, хоть и не значительно. Сравнивая результаты на первом и последнем этапах эксперимента, напрашивается вывод, что уровень познавательных УУД в экспериментальном классе заметно вырос, чем в контрольном классе.

Отсюда следует, применяя на уроках разработанный нами комплекс заданий, у обучающихся повышается уровень развития познавательных УУД. Что является доказательством нашей гипотезы.

Вывод: в параграфе 2.3. проведена экспериментальная работа, проведенная в три этапа. Эксперимент проводился в 11 «А» и 11 «Б» классах, один из которых был выбран контрольным, другой – экспериментальным. С экспериментальным классом проводилась работа по разработанной методике, которая направлена на развитие познавательных действий обучающихся 11 класса. В контрольном классе уроки проводились традиционно. В начале и в конце эксперимента были проведены диагностические работы. Результаты данных работ показали, что разработанный комплекс заданий направленный, на развитие познавательных УУД по теме «Логарифмы» обучаемых 11 классов был реализован успешно.

## **Заключение**

В параграфе 1.1. проведен анализ психолого-педагогической литературы по развитию УУД. Дано определение учебной деятельности, ее место на каждой ступени образования. Описаны: возрастные особенности на каждой ступени образования, УУД и их структура.

В параграфе 1.2 рассмотрена структура познавательных УУД. Проведен сравнительный анализ речевых и логических УУД.

В параграфе 1.3. дано определение понятия «дидактические условия». Также представлены дидактические условия для развития познавательных УУД.

В параграфе 2.1 выделены цели развития познавательных УУД обучающихся 11 классов, описано содержание. Приведены примеры заданий, эффективные для развития познавательных учебных действий.

В параграфе 2.2 рассматриваются формы, методы и средства обучения. Приведены примеры их применения.

В параграфе 2.3. проведена экспериментальная работа, проведенная в три этапа. Эксперимент проводился в 11 «А» и 11 «Б» классах, один из которых был выбран контрольным, другой – экспериментальным. С экспериментальным классом проводилась работа по разработанной методике, которая направлена на развитие познавательных действий обучающихся класса. В контрольном классе уроки проводились традиционно. В начале и в конце эксперимента были проведены диагностические работы. Результаты данных работ показали, что разработанный комплекс заданий направленный, на развитие познавательных УУД по теме «Логарифмы» для обучающихся 11 классов был реализован успешно.

Таким образом, все поставленные задачи решены, цель исследования достигнута, гипотеза исследования экспериментально подтверждена.

### Библиографический список

1. Асмолов, А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А., Карабанова О.А., Молчанов С.В., Салмина Н.Г. Проектирование универсальных учебных действий в старшей школе // Национальный психологический журнал — 2011. — №1(5) — с.104-110.
2. Возможности использования компьютерных средств на уроках математики в 5-6 классов//[Электронный ресурс]<http://knowledge.allbest.ru>
3. Волкова, С.В. Дидактические условия реализации учащимися личностных смыслов в процессе обучения. - Автореф. дисс. к.п.н. - Петрозаводск, 2002
4. Гельфман, Э.Г. Формирование универсальных учебных действий в процессе создания учебного проекта на уроках математики / Э.Г. Гельфман, А.Г. Подстригич // Вестник Томского государственного университета . – 2012. – № 8. – С. 160-166.
5. Далингер, В.А. Логические универсальные учебные действия как современный образовательный результат обучения. // Психодидактика математического образования: проектирование современных образовательных результатов в школе и вузе: материалы Всероссийской научно-практической конференции (Томск, 23 марта 2017 г.). – Томск: Издательство Томского государственного педагогического университета, 2017. – С. 44-51.
6. Дидактические условия реализации учащимися личностных смыслов в процессе обучения: диссертация ... кандидата педагогических наук : 13.00.01,Петрозаводск, 2020.
7. Егорова, А. А., Эйснер Е. В. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики // Молодой ученый. — 2016. — №29. — С. 1-4.
8. Задачи по математике. Уравнения и неравенства //[Электронный ресурс], режим доступа: <http://studentlibrary.ru>
9. Зимняя, И.А. Педагогическая психология//[Электронный ресурс], режим доступа: <https://vk.com/login?u=2&to=YWxfaW0ucGhw>

- 10.Итоги стартовой диагностики обучающихся десятых классов в 2018/2019...//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://elibrary.ru>
- 11.Кашицына, Юлия Николаевна диссертация ... кандидата педагогических наук:... //[Электронный ресурс], режим доступа: <http://dlib.rsl.ru>
- 12.Коммуникативные УУД //[Электронный ресурс], режим доступа: <http://mylektsii>
- 13.Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Министерство образования и науки Российской Федерации. 24.12.2013. № 2506-р, URL: <http://минобрнауки.рф/3894>
- 14.Логарифмы//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://mylektsii.ru>
- 15.Мандель, Б.Р. Педагогическая психология учебное пособие Москва 2012//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://dlib.rsl.ru>
- 16.Научно-методические основы преемственности математического образования... //[Электронный ресурс], режим доступа: <http://elibrary.ru>
- 17.Натырова, Екатерина Михайловна Формирование универсальных учебных действий...//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://dlib.rsl.ru>
- 18.Некоторые аспекты структурирования курса математики в 10 классе. <http://elibrary.ru>
- 19.Общая методика обучения информатике. Учебное пособие для студентов педагоги...//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://bibliorossica.com>
- 20.Педагогическая психология Москва 2015//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://dlib.rsl.ru>
- 21.Педагогическая секция конференции СППМТУиММ//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://fpo.msu.ru>
- 22.Персонафицированная модель повышения квалификации работников образования//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://studentlibrary.r>
- 23.Проблемы реализации ФГОС среднего общего образования в переходный ...//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://elibrary.ru>
- 24.Проектирование универсальных учебных действий в старшей школе. //[Электронный ресурс], режим доступа: <http://elibrary.ru>

25. Психодидактика математического образования: проектирование современных образовательных результатов в школе и вузе : материалы VI Всероссийской научно-практической конференции (Томск, 23 марта 2017 г.). – Томск : Издательство Томского государственного педагогического университета, 2017. – 160 с.
26. Развитие познавательных универсальных учебных действий младших школьников// [Электронный ресурс], режим доступа: <https://revolution.allbest.ru>
27. Развитие познавательной активности старшеклассника на уроках информатики...//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://elibrary.ru>
28. Рубинштейн, С.Л. Основы общей психологии / С.Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2015. – 720 с. 28-30.
29. Самостоятельная работа как средство дифференциации...//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://science-education.ru>
30. Самостоятельная работа как средство дифференциации ...//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://elibrary.ru>
31. Склярова, Т.В. Возрастная педагогика и психология: учеб. пособие для студентов пед. вузов / Т.В. Склярова, О.Л. Янушкявичене ; Православ. Свято-Тихон. Богосл. ин-т, Центр пед. исслед. "Покров" -- М.: Покров, 2004. - 143 с.
32. Снитко, Н.В. статья «Труд как основное средство воспитания детей и подростков в педагогической системе А.С.Макаренко», г. Шатура, 2013
33. Технологии обучения младших школьников. Учебное пособие. Стандарт третьего поколения// [Электронный учебник], режим доступа: <http://ibooks.ru>
34. Управление процессом самоопределения старших подростков//[Электронный ресурс], режим доступа: <http://elibrary.ru>
35. Условия реализации познавательных универсальных учебных действий - Развитие...//[Электронный ресурс], режим доступа: <https://studwood.ru>

- 36.Фирер, А.В. Развитие познавательных универсальных учебных действий // [Электронный ресурс], режим доступа: <http://dlib.rsl>
- 37.Формирование УУД при получении среднего общего образования // [Электронный ресурс], режим доступа: <http://irro.ru>
- 38.Чуланова, Н.А. Формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в урочной и внеурочной деятельности // [Электронный ресурс], режим доступа: [https://rusneb.ru/catalog/000199\\_000009\\_008710811/](https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_008710811/)
- 39.Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования (10-11 кл.). 17.05.2012. №413 URL: <http://минобрнауки.рф/документы/2365>.
- 40.Хинчин, А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики [Текст] / А. Я. Хинчин // Педагогические статьи. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1963. – С. 128-160.
- 41.Центр оценки и контроля качества образования учебном...методическая разработка ... // [Электронный ресурс], режим доступа: <http://fullref.ru>
- 42.Щукина, Г.И. Проблема познавательного интереса в педагогике. М.: Педагогика, 1971.
- 43.Щукина, Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе: Учеб. пособие для пед.ин-тов. М.: Просвещение, 1979.
- 44.Эльконин, Д.Б. Детская психология / Д.Б. Эльконин. – М.: Академия, 2006. – 384 с.

## Приложение А

### Диагностическая работа №1

*Задание №1.* Решите уравнение  $2\log_3(x) = \log_3 289$ .

В ответе, если корней несколько, запишите наименьший корень.

#### Критерии оценивания

**1 балл-за верный ответ, 0 балл-за неверный**

*Задание №2.* Составьте алгоритм решения неравенства:

$$\log_3(x^2 + 3x - 9) - \log_3(x - 1) > 0$$

Критерии оценивания	Баллы
Алгоритм решения неравенства правильно составлен	3
Алгоритм решения неравенства составлен на половину (или больше половины) правильно	1
Основная часть алгоритма составлена неверно	0

*Задание №3.* Распределите логарифмические уравнения в таблице 6. по методам их решений. Что их объединяет?

- $\log_3 x = 9$ ;
- $\log_2(3 - 6x) = 3 \log_2 x$ ;
- $\log^2_3 x - 3\log_3 x = 4$ ;
- $\log_{25} x + \log_5 x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{8}$ ;
- $\frac{4 + \lg x}{3 \lg x} = \lg x$ ;
- $\lg(x^2 + 2x - 7) - \lg(x - 1) = 0$ ;
- $5\log^4_x 4 - 3\log^2_x 16 = 1$ ;
- $x^{\log_2 x} = 8$ ;
- $\log_3 x = \log_3 6$

## Методы решений логарифмических уравнений

Методы решений логарифмических уравнений	По определению логарифма	Уравнения
	Введение новой переменной	
	Потенцирование	
	Функционально - графический	
	Приведение к одному основанию	
	Логарифмирование	

Критерии оценивания	Баллы
<b>Все уравнения распределены верно</b>	<b>2</b>
<b>1-2 уравнения распределены неверно</b>	<b>1</b>
<b>От 3 и более уравнений - неверно</b>	<b>0</b>

Задание №4. Составьте алгоритм решения уравнения:

$$\log_4 x = 2 - 3 \log_4 x;$$

Критерии оценивания	Баллы
<b>Алгоритм решения уравнения составлен правильно</b>	<b>2</b>
<b>Алгоритм решения уравнения составлен на половину (или больше половины) правильно</b>	<b>1</b>
<b>Основная часть алгоритма составлена неверно</b>	<b>0</b>

Задание №5. Найди выражения, значения которых равны:

1.  $\log_7 (-49) \log_{39} 1/39;$
2.  $\log_5 625;$
3.  $\log_6 9 \log_3 81;$
4.  $2021 \log_3 \log_{13} 2197;$
5.  $\log_8 16/3 : 2/3;$
6.  $\log_5 1/5;$

а) Какое математическое свойство ты использовал (а), на основании которого эти выражения равны;

б) запиши это свойство в виде тождества;

в) сравни свою запись с такой:  $\log_a x = b$

Сделай вывод:

Критерии оценивания	Баллы
За каждый правильно выполненный пункт	1
Максимальное количество баллов	3

## Приложение В

### Диагностическая работа №2

Задание №1. Составьте алгоритм решения уравнения:  $\log_3 x = 2 - 3\log_3 x$  ;

Критерии оценивания	Баллы
Алгоритм решения уравнения составлен правильно	2
Алгоритм решения уравнения составлен на половину (или больше половины) правильно	1
Основная часть алгоритма составлена неверно	0

Задание №2. Найди выражения, значения которых равны:

1.  $\log_3 \log_3 27$ ;
2.  $\log_5 1/625$ ;
3.  $\log_6 3\log_3 9$ ;
4.  $2020 \log_3 \log_{13} 2197$ ;
5.  $14 : \log_4 64$ ;
6.  $\log_5 1/5$ ;

а) Какое математическое свойство ты использовал (а), на основании которого эти выражения равны;

б) запиши это свойство в виде равенства;

в) сравни свою запись с такой:  $\log_a x = b$

Сделай вывод

Критерии оценивания	Баллы
За каждый правильно выполненный пункт	1
Максимальное количество баллов	3

## Задание №3. «Вычисли и расшифруй»

- 1) Вычислив логарифмы, запишите ответы в ответы в таблицу 1.
  - 2) Расшифруйте слово с помощью таблицы 3 и запишите ответ в таблицу 2.
1.  $20\log_3 \log_3 27$
  2.  $\log_5 1/625 + 13$ ;
  3.  $7\log_6 3\log_3 531441$ ;
  4.  $54 - \log_3 \log_{13} 2197$ ;
  5.  $73 + \log_4 125536 + \log_{35800} 1$ ;
  6.  $(-21) \cdot \log_5 1/5$ ;

Таблица 1.

№/Задания	2	1	5	4	3	6
Ответы						
Буквы						

Таблица 2.

## Числовой шифр

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л	М	Н	О	П	Р
21	37	14	22	01	24	62	73	46	23	12	08	27	53	35	04
40	26	63	47	31	83	88	30	02	91	72	32	77	68	60	44
10	03	71	82	15	70	11	55	90	69	38	61	54	09	84	45

С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
20	13	59	25	75	43	19	29	06	65	74	48	36	28	16
52	39	07	49	33	85	58	80	50	34	17	56	78	64	41
89	67	93	76	18	51	87	66	81	92	42	79	86	05	57

Критерии оценивания

Баллы

<b>Все логарифмы решены правильно и слово составлено верно</b>	<b>4</b>
<b>Решено половина или больше половины правильно</b>	<b>2</b>
<b>Основная часть ответов не верны</b>	<b>0</b>

*Задание №4*

1) Составьте таблицу «Методы решения логарифмических уравнений» и распределите в ней следующие уравнения:

1.  $\log_3 x = 9$ ;

2.  $-\log_5 x = -5\log_5 x - \log^2_5 x$ ;

3.  $\log_2(3-6x) = \log_2(x+1)$  ;

4.  $\log_2(3-6x) = 3 \log_2 x$  ;

5.  $\log^2_3 x - 3\log_3 x = 4$ ;

6.  $\log_{25} x + \log_5 x = \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{8}$  ;

7.  $\frac{4 + \lg x}{3 \lg x} = \lg x$  ;

8.  $\lg(x^2 + 2x - 7) - \lg(x - 1) = 0$ ;

9.  $5\log^4_x 4 - 3\log^2_x 16 = 1$ ;

10.  $x^{\lg x} = 8$ ;

11.  $\log_3 x = \log_3 6$  ;

12.  $\log^2_2 x + 5 \log_3 x \log_4 x + \log^2_5 x = 0$ ;

2) Какой из этих методов решения для Вас легкий? Почему?

3) Какой метод самый трудный? Поясните.

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Баллы</b>
<b>Все логарифмы решены правильно и слово составлено верно</b>	<b>4</b>
<b>Решено половина или больше половины правильно</b>	<b>2</b>
<b>Основная часть ответов не верны</b>	<b>0</b>

*Задание №5.* Ниже приведены несколько утверждений о логарифмах. Верны ли эти утверждения? Отметьте в таблице 3 для каждого утверждения «Верно» или «Неверно».

Таблица 3.

Утверждение	Верно ли утверждение?	
1. Множество значений логарифмической функции - множество $R$ всех действительных чисел	Верно	Неверно
2. Основанием логарифма может быть любое число	Верно	Неверно
3. Область определения логарифмической функции - множество всех отрицательных чисел	Верно	Неверно
4. Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию $e$ , где $e$ -иррациональное число, приближенно равное 2,7	Верно	Неверно
5. Логарифмическая функция не является ограниченной	Верно	Неверно
6. Логарифмическая функция $y = \log_a x$ при $a > 0$ на промежутке $(0; +\infty)$ убывает, а при $0 < a < 1$ – возрастает	Верно	Неверно
7. Если $\log_a x_1 = \log_a x_2$ где $a > 0$ , а не равно 1, $x_1 > 0$ , $x_2 > 0$ , то $x_1 = x_2$	Верно	Неверно
8. График любой логарифмической функции проходит через точку $(0; 1)$	Верно	Неверно

Критерии для оценки	Баллы
За каждый правильный ответ	1
Максимальное количество	8

## Приложение С

Самостоятельная работа №...

Вариант – 1 (базовый уровень)

Задание 1:

1. Вычислите:

$$\log_2 8 + \log_2 16 = \square \quad \log_2(8 * 16) = \square$$

$$\log_3 1/9 + \log_3 1/27 = \square \quad \log_3(1/9 * 1/27) = \square$$

2. Полученные в левом и правом столбце результаты сравните. Какую закономерность вы увидели?

3. Запишите тождество, которое использовали при решении:

[1]  $\log_a v + \log_a c = \square$ , где  $a > 0, a \neq 0, v > 0, c > 0$ .

Проверьте его правильность при  $a=4, v=16, c=1/4$ .

Задание 2.

1. Используя основное логарифмическое тождество  $a^{\log_a v} = v, a^{\log_a c} = c$ .

Найдите произведение обеих (левых и правых) частей этих равенств.

**Примечание:** Используйте свойство степени

$$a^x \times a^y = a^{x+y}$$

2. Запишите полученные результаты:

Если в левой части:  $a^{\log_a v} a^{\log_a c} = \square$ , то в правой части:  $\square$ .

3. Какое равенство получилось?

4. Заполните пропуски: [2]:  $a^{\square} = b \times \square$ .

5. Подумайте, как из равенства [2] получить равенство [1].

**Примечание:** Воспользуйтесь определением логарифма.

Итак, вы доказали первое свойство логарифмов:

$$\log_a v + \log_a c = \log_a (v \times c), \text{ где } a > 0, a \neq 0, v > 0, c > 0$$

6. Приведите свой пример, используя данное свойство:

$a = \square, v = \square, c = \square$ . Тогда  $\log_{\square} \square + \log_{\square} \square = \log_{\square} \square$

## Приложение D

Самостоятельная работа - №...

Вариант -2 (повышенный уровень сложности)

Задание 1.

1. Вычислите:

$$\log_2 8 + \log_2 16 = \square \quad \log_2 (8 * 16) = \square$$

$$\log_3 81 - \log_3 9 = \square \quad \log_{0,1} 100/10 = \square$$

$$\log_3 1/9 + \log_3 1/27 = \square \quad \log_3 (81 \div 9) = \square$$

$$\log_{0,1} 100 - \log_{0,1} 10 = \square \quad \log_2 (8 * 16) = \square$$

2. Сравнив результаты, полученные в левом и правом столбце, какую закономерность вы увидели? Какое равенство получилось?

[1]  $\log_a v + \log_a c = \square$ , [2]  $\log_a v - \log_a c = \square$ , где  $a > 0, a \neq 0, v > 0, c > 0$

3. Проверьте ее правильность при  $a=3, v=27, c=1/3$ .

Задание 2.

1. Докажите полученные свойства логарифмов.

**Примечание:** По основному логарифмическому тождеству  $\log_a v = v$ ,  
 $a^{\log_a c} = c$ .

Для доказательства первого свойства надо найти произведение этих равенств,  
 для доказательства второго свойства, соответственно, их \_\_\_\_\_.

2. Какие равенства у вас получились? Заполните пропуски:

$$a \square = b \cdot \square [3], \square^{\log_a v - \log_a c} = \square / \square [4].$$

3. Как из равенств [3] и [4] получить равенства [1] и [2].

**Примечание:** Воспользуйтесь определением логарифма.

Итак, вы доказали первое и второе свойства логарифмов:

[1]  $\log_a v + \log_a c = \log_a v * c$ , [2]  $\log_a v - \log_a c = \log_a v / c$ ,  
 где  $a > 0, a \neq 0, v > 0, c > 0$

4. Используя эти свойства, приведите два примера.