МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования

«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Рябова Мария Валерьевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

____

(дата, подпись)

Научный руководитель
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

____

Дата защиты

____

Обучающийся
М.В. Рябова

____

Оценка_______________________________

Прописью

Красноярск 2020

Оглавление

Введение

Современное общество меняет взгляд на содержание математического образования. Основное внимание направлено на развитие способности обучающихся применять полученные в школе знания и умения в жизненных ситуациях. Участие России в международных сравнительных исследованиях качества образования имеет большое значение для определения образовательной политики страны.

В международных исследованиях PISA (Programme for International Student Assessment) математическая грамотность определяется как «способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину».

Невысокие результаты наших школьников вызвали широкую общественную дискуссию о качестве российского образования, приоритетах в содержании математического образования. Рассуждая о причинах получения таких результатов российскими обучающимися, можно выделить низкий уровень мотивации к изучению математики и, как следствие, невысокий уровень развития математической грамотности.

Учитель должен постоянно демонстрировать обучающимся значимость изучаемого материала в жизни, пояснять смысл учебных задач, решаемых на уроке и дома. В этом случае, если обучающийся примет это задачу как личную, осознанную, значимую для него, тогда его деятельность станет мотивируемой, ему станет интересно учиться. Поэтому целесообразно повышать качество математической подготовки через специальные практико-ориентированные задачи и задачи с контекстом повседневной жизни, аналогичные тем, которые используются для проверки математической грамотности в исследованиях PISA.

Вместе с тем, таких задач в учебниках, учебных пособиях, дидактических материалах практически нет. Их составление достаточно трудоемко, а на решение в силу нестандартности сюжетов уходит слишком много времени на уроке. Поэтому учителя математики редко используют их в процессе обучения.

Несмотря на это, в сравнении с предыдущими версиями образовательных стандартов, во ФГОС основного общего образования второго поколения заявлены новые образовательные результаты, которые сопоставимы с критериями оценки международных сравнительных исследований, основанных на понятиях функциональной, а также математической грамотности. Очевидно, что основа механизма развития математической грамотности целиком и полностью должна быть сформирована в процессе получения обучающимися математического образования. Таким образом, математическая грамотность становится важным и актуальным образовательным результатом.

Учитывая то, что работа над формированием и развитием такого важного компонента, как математическая грамотность, должна вестись на уровне основной школы, удивительно, что в массовой образовательной практике отсутствуют эффективные методики ее формирования.

Анализ исследований, отражающих тенденции развития школьного математического образования, свидетельствует о том, что проблема отсутствия эффективных методик формирования и развития математической грамотности интересовала многих ученых, педагогов и методистов, таких как: А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, В.А. Далингер, Г.С. Ковалева, С.Ф. Митенева, Н.В. Пташкина, М.Б. Шашкина и др.

Таким образом, имеем противоречие между необходимостью формирования математической грамотности обучающихся и отсутствием эффективных методик её формирования на основе использования практико-ориентированных, прикладных задач и сюжетов с контекстом повседневной жизни. Разрешение данного противоречия определяет ***проблему исследова-***

ния, которая заключается в поиске ответа на вопрос как формировать математическую грамотность обучающихся на уроках математики?

В качестве основного средства решения проблемы мы предлагаем курс по выбору для обучающихся 7–8 классов, формат и учебно-методическое наполнение которого возможно использовать в процессе математической подготовки.

Объектом исследования является процесс обучения математике обучающихся основной школы.

Предметом исследования служит развитие математической грамотности обучающихся на основе использования практико-ориентированных задач и сюжетов с контекстом повседневной жизни на уроках математики.

Цель работы состоит в научном обосновании, разработке и апробации курса по выбору «Реальная математика», направленного на повышение учебной мотивации и развитие математической грамотности обучающихся 7–8 классов.

В основу работы положена ***гипотеза***: если в систему математической подготовки обучающихся 7-8 классов включить курс по выбору «Реальная математика», в рамках которой систематически использовать практико-ориентированные задачи, то в процессе внеурочной деятельности повысится математическая грамотность обучающихся и уровень их учебной мотивации.

Для достижения поставленной цели и проверки сформулированной гипотезы потребовалось решить следующие ***задачи***:

1. Охарактеризовать понятие математической грамотности как образовательный результат математической подготовки обучающихся;
2. Выделить современные требования к качеству математической подготовки обучающихся основной школы;
3. Описать содержательный аспект и определить принципы обучения математике, направленного на развитие математической грамотности обучающихся;

4. Разработать программу и содержание курса по выбору «Реальная математика», направленного на развитие математической грамотности обучающихся;
5. Провести педагогический эксперимент, проанализировав его результаты, выявить изменения уровня математической грамотности обучающихся и учебной мотивации.

Для решения задач использованы следующие ***методы***: изучение и анализ психолого-педагогической, научно-методической и учебно-методической литературы по данной теме; анализ ФГОС ООО; изучение и обобщение опыта работы преподавателей; анализ международных исследований в области математической грамотности; опытное преподавание.

Выпускная квалификационная работа состоит из Введения, двух глав, Заключения, библиографического списка и приложений.

В первой главе *«Теоретические предпосылки математической грамотности обучающихся»* раскрывается понятие и структура математической грамотности, способы ее исследования, описываются результаты отечественных и зарубежных исследований, а так же характеризуются образовательные результаты, описанные в стандарте в соотношении с математической грамотностью.

Во второй главе *«Организация обучения математике в основной школе, направленного на развитие математической грамотности»* описываются и анализируются инструменты развития математической грамотности в разных странах, приводятся фрагменты уроков разработанной программы курса по выбору, а также приводятся и анализ результатов педагогического эксперимента, проведенного на базе седьмых и восьмых классов МБОУ «Средняя школа № 70» г. Красноярска.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1.1. Математическая грамотность как образовательный результат и как объект исследования тестов PISA

Прежде, чем говорить о таком понятии как математическая грамотность, необходимо иметь представление о принципах функциональной грамотности. А.А. Леонтьев определяет функционально грамотного человека, как того, «который способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [23, с. 35]. Функциональная грамотность является показателем социального благополучия. В скором времени функциональная грамотность станет определяющим фактором развитости цивилизации, государства, нации, социальной группы, отдельной личности. В рамках этой идеи 7 мая 2018 года Президентом Российской Федерации был издан указ, в котором на Правительство была возложена задача обеспечить глобальную конкурентоспособность российского образования, вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по уровню качества общего образования [36].

Развитие функциональной грамотности базируется, непосредственно, на овладении предметными знаниями, понятиями, ведущими идеями. На концепции функциональной грамотности основаны международные оценочные исследования – оценка качества чтения и понимания текста обучающимися 4 классов (Progress in International Reading Literacy Study), оценка качества и тенденций в математическом и естественнонаучном образовании обучающихся 4, 8 классов (Trends in Mathematics and Science Study), международная программа оценки образовательных достижений 15-летних обучающихся (Programme for International Student Assessment), которые оценивают способности обучающихся использовать знания, умения и навыки, приобретенные в школе для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, а также в межличностном общении и социальных отношениях. Государственная программа РФ «Развитие образования» на 2018-2025 гг. также нацелена на повышение позиций РФ в вышеупомянутых международных исследованиях [9].

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что математическая составляющая является неотъемлемой частью функциональной грамотности. Понятие математическая грамотность является центральным в рамках предстоящего международного исследования PISA-2021 и звучит следующим образом: «Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке» [39]. Отсюда следует, что в основе математической грамотности лежит применение математических инструментов на практике в повседневной жизни.

Первостепенной составляющей понятия «математическая грамотность» в концепции исследования PISA-2021 выступает математическое рассуждение. Построение логических цепочек и приведение неоспоримой аргументации – это умение, которое, безусловно, становится доминирующим в современном мире. Использование математического рассуждения для анализа и преобразования заданных понятий и объектов и умение в результате этого приходить к тому или иному умозаключению – лежат в фундаменте такой науки как математика.

В рамках данной концепции математическое содержание разделено по четырем категориям:

- *Количество (арифметика)*
- *Неопределенность и данные (статистика и вероятность)*

- *Изменение и зависимости (алгебра)*
- *Пространство и форма (геометрия)*

Кроме этого, в концепцию по математике были добавлены восемь навыков XXI века:

- *Критическое мышление*
- *Креативность*
- *Исследование и изучение*
- *Саморегуляция, инициативность и настойчивость*
- *Использование информации*
- *Системное мышление*
- *Коммуникация*
- *Рефлексия*

Международное исследование PISA проводится среди 15-тилетних обучающихся с периодичностью в три года, начиная с 2000 года; и Российская Федерация является его неизменным участником. Последнее исследование проводилось в 2018 году, и результаты, которые показали российские обучающиеся не из лучших. Анализ результатов PISA-2018 показывает отрицательную динамику по всем трем направлениям. В исследовании PISA-2018 приняли участие около 600 тысяч обучающихся из 79 стран мира, в том числе более 8 тысяч обучающихся из России. В частности средний балл российских обучающихся по математической грамотности составил 488 баллов (494 в 2015 году).

PISA использует тестирование с множественным выбором в качестве основного способа исследования, поскольку оно надежно, эффективно и поддерживает научный анализ. Вопросы с несколькими вариантами ответов в PISA имеют различные форматы представления, включая выделение слова в тексте, связывание фрагментов информации и выбор нескольких элементов из предложенных. Кроме того, обычно до трети вопросов в оценке PISA являются открытыми.

Обучающиеся также проходят анкетирование, предоставляя информацию о себе, своем отношении к учебе и дому. Кроме того, директора получают анкету о своих школах. Страны могут также выбрать распространение нескольких необязательных анкет PISA: анкета на уровень владения компьютером, анкета по образовательной карьере, анкета о благополучии, анкета для родителей и анкета для учителей. Кроме того, многие государства предпочитают собирать дополнительную информацию с помощью национальных анкет. Собранная информация помогает странам исследовать связи между тем, как обучающиеся справляются с PISA, и такими факторами, как этнический фактор, пол и социально-экономический статус обучающихся, а также их отношение к школе и учебе.

На рисунке 1 представлено распределение обучающихся по уровням математической грамотности (Таблица 2) в 2003-2018 годах. Относительно второго цикла (2003 г.) прослеживается положительная динамика: процент низкоуровневых обучающихся (ниже уровня 1 и уровень 1) сократился на 8,5 % в сравнении с последним циклом исследования, проведенным в 2018 году, в то же время возросла доля обучающихся, математическая грамотность которых отвечает средним (2, 3, 4) и высоким (5, 6) уровням, на 7,6 и 1,1 % соответственно. Но уделив особое внимание последним трем циклам программы, заметим, что в 2012 году произошел хороший прогресс: на 4,5 % уменьшилось количество низкоуровневых обучающихся, и на 2,5 % увеличилось число высокоуровневых по отношению к циклу 2009 года. В цикле 2015 года так же прослеживается рост количества высокоуровневых обучающихся – на 1 % в сравнении с 2012 годом, а доля низкоуровневых продолжает снижаться – на 5 % в сравнении с тем же 2012 годом. В цикле 2018 года, в отличие от двух предыдущих циклов, отмечается спад уровня математической грамотности российских обучающихся: количество высокоуровневых обучающихся снизилось на 0,7 %, а доля тех, кто не достиг порогового уровня, возросла на 2,7 %.

Но для полной картины необходимо понимать положение российских обучающихся в сравнении с обучающимися других стран-участниц. В Таблица 1 представлены к сопоставлению средние баллы десяти стран с наилучшими результатами, поскольку исходя из [36], именно в их числе должна оказаться и Российская Федерация, и средние баллы стран, входящих в Организацию экономического сотрудничества и развития (далее – ОЭСР).

Таблица 1. Средние баллы стран за последние три цикла исследования

	ТОП 10	*ОЭСР*	*Россия*
PISA-2012	552	494	482
PISA-2015	534	490	494
PISA-2018	541	489	488

Исходя из результатов исследования, видно, что средний балл в блоке математической грамотности российских обучающихся значительно уступает среднему баллу их сверстников из таких стран, как Сингапур, Китай, Тайвань и другие, но уровень подготовки обучающихся из стран ОЭСР, начиная с цикла 2015 года, находится примерно на том же уровне, что и российские обучающиеся. По данным Федерального института оценки качества образования в 2012 году российские обучающиеся заняли 34 место из 65 стран-участниц, в 2015 году – 23 из 70 стран-участниц, в 2018 году 30 из 79 стран-участниц.

О, казалось бы, видимом улучшении результатов в цикле 2015 года упоминает в своей работе [10] А.А. Груздков, но в то же время он отмечает, что обучающиеся, «поднявшие» позиции России в исследовании, при поступлении в вузы в 2017 году, все так же не были готовы к обучению в высших учебных заведениях, как и абитуриенты, поступившие в предыдущие годы. О проблеме преемственности школьных знаний к университетским так же говорится в статье, где авторы пришли к выводу о независимости усвоения элементов содержания школьной программы по математике к результатам выпускных экзаменов [41]. Также было отмечено: несмотря на то, что процентный показатель тех, кто не преодолел минимальный порог при сдаче единого национального экзамена, снизился, а, в общем, средний балл за экзамен по математике был повышен почти на один балл, в сравнении с предыдущим годом, количество стобалльников упало [30]. Отсюда напрашивается вывод о том, что внимание к реальной математике было повышено за счет других разделов. И все же мы оказались далеки от желаемого результата – очевидно, мотивация обучающихся находится не на высшем уровне.

Несмотря на то, что существует тенденция критиковать существующие учебные пособия за недостаточное количество практико-ориентированных заданий, группой экспертов было проведено экспериментальное исследование, в результате которого выявлено, что «недостаток специфических предметных знаний являлся преимущественным препятствием выполнения оригинальных заданий, тогда как из более общих когнитивных умений, только мысленные пространственные преобразования затрудняли выполнение задания» [34, с. 9].

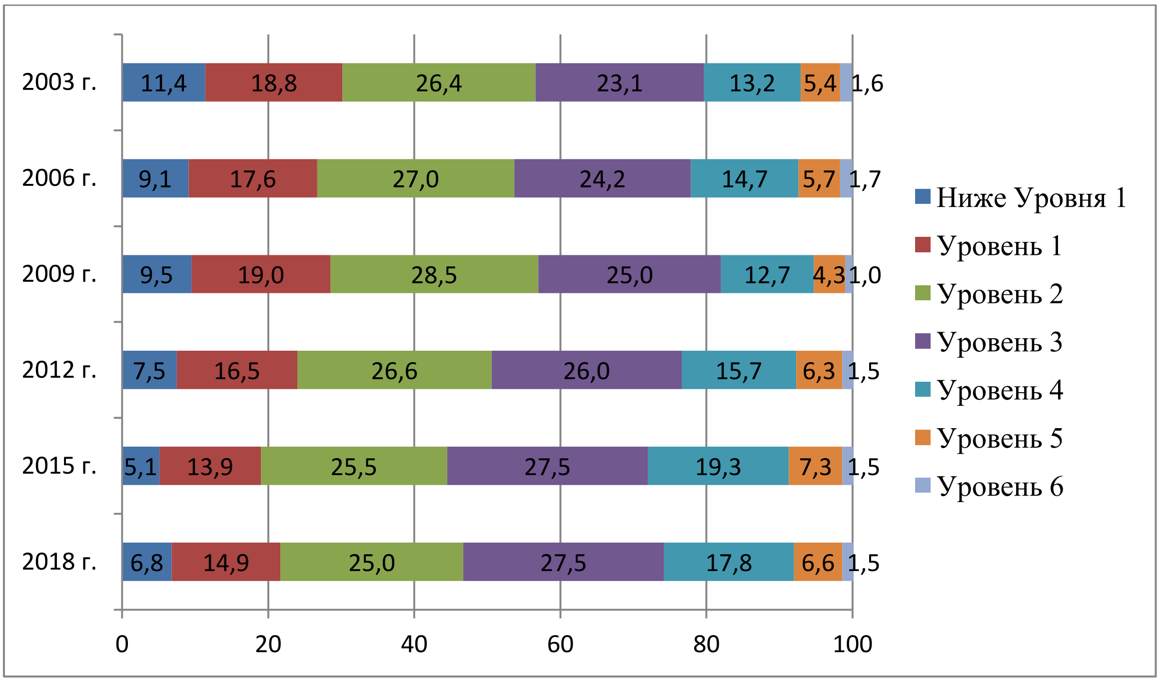


Рисунок 1. Тенденции изменения среднего балла России по математической грамотности (%)

Таблица 2. Уровни математической грамотности

<table>
<tr><td>Уровень</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Нижняя граница</td><td>669</td><td>607</td><td>545</td><td>482</td><td>420</td><td>357</td></tr>
<tr><td colspan="7"></td></tr>
<tr><td>Уровень</td><td>Нижняя граница уровня</td><td colspan="5">Что могут продемонстрировать обучающиеся, достигшие данного уровня математической грамотности</td></tr>
<tr><td>6</td><td>669</td><td colspan="5">Обучающиеся, обладающие математическими знаниями на этом уровне, могут понимать, обобщать и использовать информацию, полученную в ходе изучения и моделирования сложных проблемных ситуаций, а также использовать свои знания в нетипичных ситуациях. Они могут получать и апеллировать информацией из разных источников, представленной в разных формах, свободно переключаться и переходить с одной формы на другую. Эти обучающиеся обладают продвинутым математическим мышлением и умением рассуждать. Они способны использовать интуицию и понимание, а также обладать знанием математических символов, операций и зависимостей для разработки новых методов и стратегий решения новых проблемных ситуаций. Они могут размышлять о своих действиях, точно их формулировать и четко комментировать свои действия и мысли о полученных результатах, а также объяснять, почему они используются в данной ситуации.</td></tr>
<tr><td>1</td><td>357</td><td colspan="5">Обучающиеся могут ответить на вопросы в знакомом контексте, если они имеют всю необходимую информацию. Они способны идентифицировать необходимую информацию в четко определенных обстоятельствах, в соответствии с прямыми инструкциями, и действовать в соответствии со стандартными процедурами. Действия, которые они могут выполнить, почти очевидны и могут быть четко объяснены описанием предлагаемой ситуации.</td></tr>
</table>

Программа PISA оказала мощнейшее влияние на национальное образование ряда государств среди всех глобальных сопоставительных исследований. Инициация огромного количества научных исследований по оценке качества и эффективности образования – лишь одна из предпринятых мер, которая позволила интерпретировать полученные результаты и, впоследствии, позволяющие выявить сильные и слабые стороны образования, а в дальнейшем – являющиеся толчком для модернизации учебного процесса в школе. Эффективные образовательные реформы были реализованы в 13 странах, и в 2009 году были достигнуты положительные результаты.

Как было показано в публикациях стран, которые дополнительно провели лонгитюдные исследования на выборке исследования PISA 2000 и 2003 годов, результаты оценки функциональной грамотности 15-летних обучающихся являются надежным индикатором дальнейшей образовательной траектории молодых людей и их благосостояния [16].

Неудивительно, что рекомендации и материалы, разработанные в процессе анализа результатов данного исследования, были использованы при введении основного (ОГЭ) и единого (ЕГЭ) государственных экзаменов, сдаваемых обучающимися Российской Федерации по окончании 9 и 11 классов.

Национальным аналогом международного мониторинга в России можно назвать всероссийские проверочные работы (ВПР), которые проводятся по всем предметным областям.

Таким образом, изменения, которые вот уже в течение двух десятков лет, протекают в сфере школьного образования, накладывают свой отпечаток на требования, предъявляемые к современному учителю. Принимаются все новые и новые государственные стандарты и мониторинги, нацеленные на повышение качества образования в Российской Федерации. И все же, как отмечают эксперты, несмотря на ряд изменений, данные международной программы показывают невысокие показатели математической грамотности российских обучающихся [14], что также отражается в дальнейшем и на уровне подготовки абитуриентов.

1.2. Современные требования к качеству математической подготовки обучающихся основной школы

Уровень математического образования является одним из ключевых показателей успешной жизни в современном обществе. Представляя собой один из винтиков двигателя мирового научно-технического прогресса, изучение математики также является центральным звеном в образовании, формируя когнитивные навыки у обучающихся, в частности логическое мышление, тем самым повышая уровень восприятия учебного материала обучающимися и по другим дисциплинам [17].

Данные мониторинга выявляют тенденцию к росту уровня математической грамотности обучающихся, проживающих в населенных пунктах с высшей численностью, что особенно характерно для России [16]. На фоне данного тренда было необходимо введение единого перечня требований к образовательной системе по всей стране. Таким образом, с целью решения стратегической задачи Российского образования, а именно – повышения его качества в соответствии с запросами стремительно развивающегося современного мира; а также установления баланса уровня преподавания в образовательных учреждениях на территории всей страны, был введен Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) второго поколения.

Разумеется, это был не первый опыт работы с ФГОС. Встает вопрос: чем же отличается новый стандарт от предыдущих?

В отличие от первых стандартов, второе поколение ФГОС отталкивается от интересов современного человека, как части семейной ячейки, общества и гражданина своего государства к достижениям общего образования. ФГОС направляет процесс образования на достижение совершенно нового результата, отвечающего актуальным потребностям личности, социума и государства [38].

Следующим и не менее важным отличием ФГОС от своих предшественников является направленность новых стандартов на формирование и развитие универсальных способов учебной деятельности, наряду с реализацией предметных образовательных результатов.

И, конечно же, нельзя не упомянуть о новой структуре образовательных стандартов.

Отличительной чертой ФГОС является то, что он представлен в виде договора, сторонами которого теперь являются: само образовательное учреждение, предоставляемое образовательные услуги, руководитель муниципального уровня и, непосредственно, родители обучающегося. Как и в любом договоре, здесь прописываются права и обязанности каждой из сторон. Основной задачей образовательного учреждения является, как уже было упомянуто выше, – предоставление качественного образование обучающемуся. Задача муниципалитета – финансовая поддержка образовательного учреждения и предоставление помощи обучающимся и их родителям в получении должного уровня образования. В обязанности родителей согласно новым стандартам входит гарантия посещения обучающимися занятий в образовательном учреждении; обеспечение выполнения обучающимися домашнего задания; посещение родительских собраний или иных форм беседы с учителями или администрацией образовательного учреждения в рамках обеспечения качественного образования обучающимися; извещение представителя образовательного учреждения об уважительных причинах отсутствия обучающегося на занятиях [26].

Ключевым компонентом нового стандарта образования является развитие личности обучающегося. Деятельностный характер занятий подразумевает собой развитие универсальных учебных действий посредством реализаций всевозможных исследовательских работ и проектов. Таким образом, упор делается не просто на передачу знаний, а на овладение методами их использования. Психолог Херберт Герджой из Организации по исследованию людских ресурсов дал этому простую формулировку: «Новое образование должно научить индивида, как классифицировать и переклассифицировать информацию, как оценивать ее достоверность, как при необходимости изменять категории, как переходить от конкретного к абстрактному и наоборот, как взглянуть на проблемы под новым углом зрения, как заниматься самообразованием. Неграмотным в будущем будет не тот человек, который не умеет читать, а тот, кто не научился учиться» [33, с. 450]. Такой же точки зрения придерживается И.В. Ульянова в своей статье [37] говоря о том, что успешное познание универсальных учебных действий приводит не только лишь к овладению предметными результатами, но и развитию способностей обучающегося к решению широкого диапазона задач, возникающих в различных сферах жизнедеятельности. «Именно УУД позволяют реализовать основную цель современного школьного образования: научить школьника учиться, то есть сформировать самостоятельную личность» [37, с. 69].

Требования ФГОС можно разделить на три категории:

- к структуре образовательной программы;
- к результатам освоения образовательной программы;
- к условиям реализации образовательной программы.

Так, несмотря на то, что каждое образовательное учреждение уникально и разрабатывает свою образовательную программу – учебный план, структурное содержание данного плана должно соответствовать единому образцу, а именно, включать в себя три раздела: целевой, содержательный и организационный.

Целевой раздел обозначает общее направление, цели, задачи и планируемые результаты осуществления основной образовательной программы основного общего образования, а также методы контроля достижения этих целей и результатов. Содержательный раздел, исходя из названия, устанавливает содержание основного общего образования и включать образовательные программы, нацеленные на достижение личностных, предметных и метапредметных результатов. Организационный раздел предполагает наличие ограничений организации образовательного процесса, а также структуру работы компонентов основной образовательной программы.

Итогом обучения должна будет стать совокупность личностных, предметных и метапредметных результатов, причем оцениваться будет то, как обучающийся освоил изученный материал и каким образом он может его применить в различных обстоятельствах.

Третья категория требований является также новшеством. Исходя из предыдущих версий стандартов образования, до настоящего времени не были регламентированы нормы, фиксирующие техническое оснащение учебного процесса, кадровые и финансовые ресурсы. ФГОС четко определяет требования к материально-технической базе, кадровым и финансовым условиям учебного процесса.

Несмотря на то, что, очевидно, ФГОС были разработаны с учетом особенностей этнической составляющей; можно проследить ряд сходств с концепцией международной программы PISA.

Как известно, в основе исследования лежит функциональная грамотность, сопоставим некоторые требования ФГОС со структурными особенностями международного исследования (Таблица 3).

Таблица 3. Сопоставление результатов по ФГОС и требований PISA

Результаты освоения основной образовательной программы по ФГОС ООО должны отражать:	*Критерии, проверяемые PISA*
Метапредметные	
Соотнесение собственных действий с запланированными результатами, контроль своей деятельности в процессе достижения результатов, определение методов действий в рамках предлагаемых условий и требований, умение адаптировать свои действия к меняющимся обстоятельствам	В процессе поиска решения проводится самоконтроль выполнения условий (ограничений) в конкретной ситуации и обосновывается адекватность полученных результатов оценки решения в предложенном случае
Умение адекватно оценивать решение заданий	
Умение идентифицировать понятия, проводить индукцию, аналогию, классификацию, самостоятельно определять основания и критерии дифференциации, устанавливать причинно-следственные связи, развивать логическое мышление, умение делать выводы и рассуждать	Умение распознать фундаментальные типы изменений (см. задания «Скорость падения капель», вопросы 1, 3; «Поездка на машине», вопросы 1, 3) [27] (Приложение А)
Умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и когнитивных задач	Разработка, интерпретация и перевод между символьной, табличной и графической формами представления зависимостей (см. задания «Скорость падения капель», вопросы 1, 3; «Поездка на машине», вопросы 1, 3)
Смысловое чтение	Читательская грамотность
Формирование и развитие навыков использования ИКТ; развитие мотивации к овладению культурой активного пользования словарями и другими поисковыми системами	Оценка компьютерной грамотности
Предметные	
Выработка практических навыков работы с обучающим математическим текстом (анализ, извлечение необходимой информации), четкое и грамотное выражение мыслей с употреблением математической лексики и условных обозначений, составление классификаций, логических рассуждений и доказательств математических утверждений.	Количественные соображения, касающиеся значения чисел, различных образов чисел, изящества арифметики и вычислений в уме (см. задания «Парусные корабли», вопрос 1) [27]
Освоение условного языка алгебры, техники выполнения идентичных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и	

систем неравенств; умение воспроизводить реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с применением аппарата алгебры и интерпретировать полученный результат	
Совершенствование системы функциональных понятий, умение оперировать функционально-графическими представлениями для решения разнообразных математических задач, описания и анализа реальных зависимостей	Умение разбираться в перспективах рисунка, создавать и читать карты, преобразовывать фигуры, интерпретировать объемные изображения, строить фигуры. (см. задания «Садовник; «Парусные корабли», вопрос 2) [27]
Освоение языка геометрии; использование его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, визуальных умений, навыков геометрических построений	
Формирование структурированных знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; совершенствование умений моделирования реальных ситуаций посредством геометрии, исследование построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач	
Освоение элементарных методов интерпретации анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных подходах к их исследованию, о простейших вероятностных моделях; развитие умений получать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью соответствующих статистических признаков, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений	Выявление неопределенности, местоположения изменения в ходе процесса, осмысление значения и численного выражения этой вариации, определение погрешности измерения, определение вероятности возникновения события. Более того, при анализе неопределенностей необходимо формировать, интерпретировать и оценивать выводы. Представление и интерпретация данных являются важнейшими понятиями в этой области. (см. задания «Бытовые отходы»; «Продажа музыкальных дисков», вопросы 1,3) [27]
Отработка навыков по использованию понятий, выводов, методов решения практических задач и задач из смежных отраслей с применением методических рекомендаций, компьютера для использования оценок и прикидок в ходе практических вычислений.	Готовность обучающихся к применению математики в повседневной жизни

Смысловое чтение в контексте математики – умение понимать язык, характерный для математики. В рамках анализа математического языка обучающиеся сталкиваются с математическим набором технических языков, которые они должны понимать, чтобы работать и решать поставленную проблему посредством математики. Кроме того, обучающиеся должны научиться интерпретировать компоненты языка, который является совершенно другим и новым. Обучающиеся встречаются с символами, алгебраическими уравнениями, диаграммами и графиками, каждый из которых будет рассказывать о реальном мире в математической форме. Чтобы быть грамотным в математике, обучающиеся должны научиться интерпретировать и осмысливать этот новый и незнакомый язык.

Это приводит к вопросу о значимости математической интерпретации для развития математической грамотности. По мере овладения математической грамотностью, обучающиеся должны научиться преобразовывать свой повседневный язык в математический, таким образом, чтобы он был точным и весомым. Обучающиеся также могут представлять реальный мир и ситуации, с которыми они сталкиваются в нем, с помощью цифр, символов, диаграмм и графиков.

Третий аспект математической грамотности – умение выражать свои мысли. Истолковывая математическое понимание и идеи, обучающиеся должны научиться использовать математический язык для общения с другими людьми в повседневных ситуациях. Это может происходить разными способами, будь то простой разговор на математическом языке, моделирование процесса или навыка или решение задач по математике. Когда обучающиеся могут свободно дискутировать, апеллируя математическими терминами, даже вне математического контекста, они добавляют третий важный компонент к своей математической грамотности.

На основании представленной таблицы можно сделать вывод о том, что перечень оцениваемых качеств обучающегося в рамках международного исследования PISA преимущественно не выходит за рамки требований к результатам освоения основной образовательной программы выпускниками основной российской школы, прописанных во ФГОС ООО [38].

Авторы статьи [13] провели анализ последнего поколения государственных стандартов, заметив, что разработчиками не было сформулировано четкое определение функциональной грамотности, и пришли к выводу о том, что, в целом, в России не была сформирована методика формирования ни функциональной, ни математической грамотности.

Таким образом, можно утверждать, что обучение математике, направленное на развитие математической грамотности обучающихся может быть основано на принципах, схожих с базовой идеей международной программы, с учетом национальных и региональных особенностей образования в Российской Федерации, но его четкую концепцию еще только предстоит сформулировать.

1.3. Цели, содержание и принципы обучения математике, направленного на развитие математической грамотности обучающихся

В условиях современных реалий, когда одни технологические разработки молниеносно сменяются новыми, нельзя отрицать рост динамики техногенной составляющей жизни общества. Отсюда, ужесточаются требования к математической подготовке выпускников средних и высших школ. Не ставится под вопрос тот факт, что повышенный интерес к математике спровоцирован возникновением потребностей, так или иначе носящих утилитарный характер [19, 22]. Следуя запросу, регулируются и цели преподавания математики, о чем мы упоминали в предыдущих параграфах.

Но все новое – это хорошо забытое старое. Еще в конце 19 века английский философ Герберт Спенсер говорил о том, что образование весьма слабо связано с жизненными трудностями. Именно Спенсер вывел формулу, которая впоследствии должна была стать путеводной звездой для любого учителя – «Приспособить человека к полноценной жизни — это задача, которую должно выполнить образование».

В своей книге «Воспитание умственное, нравственное и физическое» он ставит вопрос «Как жить?» (не в материальном, а в самом обширном смысле этого слова) в качестве показателя нормы ценности знаний. Он говорит о том, что образование должно быть направлено на практические потребности человека и общества: человек, по мнению Спенсера, должен быть способен нести ответственность за свои поступки, заниматься самообразованием, следить за здоровьем, вести дела, быть хорошим гражданином, знать, как пользоваться теми благами, что наделила нас природа, чтобы доставить наибольшую пользу самим себе и другим людям. Поднимая вопрос о ценности знаний, Спенсер на примере юношей, изучавших латинский и греческий языки только из-за того, что это «престижное», но абсолютно ненужное знание в жизни для многих из них, утверждает то, что любое знание должно быть полезно на практике, а не только быть украшением [29]. Любопытно, что уже в то время ученый поднимал проблему того, что умение применять знание к практике не преподается в школе, к тому же личная способность к точному наблюдению и независимому мышлении развита крайне слабо.

Известный советский писатель, лауреат Сталинской премии, Вениамин Александрович Каверин сказал о том, что в саму основу урока, к сожалению, априори заложено неверие в интеллектуальные способности обучающегося [15]. В конце шестидесятых годов прошлого века в США психологами Р. Розенталем и Л. Якобсон было проведено известное исследование, которое привело к открытию необычного явления, имя которому дали в честь легендарного Пигмалиона – скульптора, мифического правителя Кипра, который создал образ идеальной женщины и пламенными молитвами убедил богов дать ей жизнь. Этот является символом неожиданного эффекта, претворяющего в жизнь желаемое силой абсолютной веры. В ходе этого исследования к случайно подобранным группам обучающихся были приставлены учителя, заранее убежденные в неординарных способностях их подопечных. В итоге эти обучающиеся значительно превосходили по показателям успеваемости тех обучающихся, с учителями которых не проводилась такая беседа [20].

Возвращаясь в современную действительность и рассматривая слова великого английского мыслителя через призму актуальности, стоит вспомнить, что часто учитель слышит от обучающихся, что в их будущей профессиональной деятельности, а зачастую и в повседневной жизни, математика будет совершенно не нужна. Тогда перед учителем встает задача показать практическое применение тем знаниям, что получают обучающиеся на уроках математики. Здесь мы вновь возвращаемся к необходимости развития математической грамотности обучающихся. Как в свое время сказал Михаил Васильевич Ломоносов: «Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит».

Очередная проблема, которая упоминается как в труде Спенсера [29], так и в работе Р. Куранта и Г. Роббинса [19], заключается в том, что нередко процесс обучения математике приобретает характер «нарешивания» однотипных заданий по шаблону, что, к сожалению, ограничивает свободу мысли обучающегося и демотивирует его в дальнейшем. Говоря о необходимости более активного подхода к изучению математики в школе, эту идею развивает в своей статье В.А. Далингер: «Развитие мышления учащихся может идти не только путем овладения специальными знаниями различных предметов, но и путем развития способностей к самостоятельной мыслительной деятельности» [11, с. 25]. А.Г. Асмолов убежден, что именно на базе формулы: от действия – к мысли основывается формирование универсальных учебных действий [7]. И вновь, мы возвращаемся к необходимости развития математической грамотности. Таким образом, исходя из вышесказанного, можно сделать вывод о том, что развитие математической грамотности, безусловно, становится ключевым ориентиром современного учителя математики. Но тогда встает ряд вопросов о целях, содержании и принципах такого обучения математике.

Согласно пояснительной записке по математике, содержащейся в [40] были поставлены три цели школьного математического образования. Одна из которых приобретение навыков логического и алгоритмического мышления, которые являются составными частями математического мышления.

Совершенствование совокупности широкого спектра типов мышления, несомненно, лежит в основе развития математического мышления. Как установлено рядом исследователей, в младшем и в подростковом возрасте, решение специально подобранных нестандартного вида задач является наиболее действенным, и как следствие, популярным методом развития мышления [22, 31]. Здесь важно отметить, что со стороны учителя не последнюю роль в процессе решения такого вида задач играет ориентир на развитие эвристических приемов умственной деятельности. Вспомогательным фактором может являться самостоятельное составление обучающимися нестандартных задач, а так же анализ нескольких способов их решения. «Перед учителем математики стоит нелегкая задача – преодолеть в сознании учеников возникающее представление о «сухости», формальном характере математики. Одним из способов решения этой проблемы является решение нестандартных задач на уроках математики со всеми учащимися» [21, с. 62]. Очевидно, что от способа подачи образовательного материала и выбора метода обучения зависит заинтересованность обучающихся в изучении дисциплины, следовательно, и уровень сформированности умений. Отмечено, что алгоритмическая составляющая неизменно присутствует в составе логических умений, которые можно определить посредством длинного перечня умений. Вот некоторые из них: умение аргументировать, обосновывать утверждения; умение выделять специфические признаки, присущие данным объектам некоторого множества; умение выделять различные объекты и явления, объединенные общими чертами или свойствами; умение проводить классификации по различным основаниям; умение выделять закономерности, присущие множеству объектов; умение проводить доказательство различными способами; умение выполнять алгоритмическую деятельность и т.д. [35].

Следующая цель школьного математического образования определена как освоение обучающимися системы математических знаний, необходимых для изучения смежных школьных дисциплин и практической деятельности [40]. Об этом мы уже говорили в предыдущих параграфах: использование практико-ориентированных задач и сюжетов с контекстом повседневной жизни на уроках математики дает возможность для развития у обучающихся определенного склада ума, что, в свою очередь, оказывает благотворное влияние на формирование у обучающихся математической грамотности.

Следуя современным тенденциям и запросам личности и общества, математическое образование должно быть, главным образом, ориентировано на решение жизненных задач, условие которой прежде необходимо сформулировать, причем данных для ее решения может, как не хватать, так и быть в избытке – как очевидно, алгоритма решения таких задач нет. Выход на путь практической математики на уроках обеспечит повышение уровня мотивации обучающихся, даст опыт решения задач, необходимый в реальной жизни, актуализирует предметные знаний и умения, проведет внедрение математики в реальную жизнь за пределами образовательного учреждения, плотнее свяжет между собой различные дисциплины, подготовит обучающегося к принятию финансово обоснованных, осознанных решений в различных бытовых ситуациях, даст понимание ответственности за результат [25, 28].

Формирование представлений о математике как форме описания и методе познания действительности – так звучит третья цель математического образования. В книге Клиффорда Пиковера «Великая математика» говорится: «Математические теории иногда использовались для предсказания явлений, которые в течение долгих лет не могли найти себе подтверждения. Например, уравнения Максвелла, названные в честь физика Джеймса Кларка Максвелла, предсказали открытие радиоволн. Из уравнений поля Эйнштейна следовало, что гравитация способна преломлять свет и что Вселенная расширяется. Физик Поль Дирак однажды заметил, что абстрактная математика, изучаемая нами сегодня, дает представление о физике в будущем. В самом деле, его уравнения предсказали существование антиматерии, которая впоследствии и была обнаружена. Также математик Николай Лобачевский говорил, что «не существует такого раздела математики, даже совершенно абстрактного, который не был бы когда-нибудь применен к явлениям реального мира» [24, с. 11]. В 2007 г. шведско-американский космолог Макс Тегмарк опубликовал ряд научных и популярных статей, посвященных математической гипотезе Вселенной, которая утверждает, что наша физическая реальность является математической структурой, иными словами, наша Вселенная не просто описывается математикой – она и есть сама математика» [24, с. 11].

Конкретизация целей требует определения компонентов содержания обучения, которые обеспечат их достижение. Итак, каково же предметное содержание курса математики в рамках общей школы?

Таблица 4. Содержание курса математики в общей школе

Раздел математики	*Изучаемые темы*
Арифметика	Натуральные числа. Десятичная система счисления. Арифметические действия над натуральными числами. Устный счет. Прикидка и оценка результатов вычислений. Степени и корни числа. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Деление с остатком. Целые числа. Обыкновенные и десятичные дроби, операции над ними. Проценты. Пропорции. Свойства числовых равенств и неравенств. Решение текстовых задач арифметическим способом. Измерение величин. Метрические системы единиц. Измерение отрезков
Алгебра	Многочлены и действия над ними. Квадратный трехчлен. Формулы сокращенного умножения. Разложение многочлена на множители. Алгебраические дроби и действия над ними. Числовое значение буквенного выражения. Тождественные преобразования. Допустимые значения переменных. Уравнения, неравенства и их системы. Решение линейных и квадратных уравнений. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Равносильность уравнений, неравенств и их систем. Составление уравнений, неравенств и их систем по условиям задач. Решение текстовых задач алгебраическим методом. Интерпретация результата, отбор решений. Расширение понятия числа: натуральные, целые, рациональные и иррациональные числа. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Основная теорема алгебры (без доказательства). Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Сложные проценты. Сумма бесконечноубывающей геометрической прогрессии. Понятие о методе математической индукции
Математический анализ	Действительные числа. Бесконечные десятичные дроби. Рациональные и иррациональные числа. Периодические и непериодические десятичные дроби. Координаты. Изображение чисел точками координатной прямой. Модуль числа. Декартова система координат на плоскости. Функция и способы ее задания. Чтение и построение графиков функций. Основные свойства функции: монотонность, промежутки возрастания и убывания, максимумы и минимумы, ограниченность функций, четность и нечетность, периодичность. Элементарные функции: линейная, квадратичная, многочлен, дробно-линейная,

	степенная, показательная, логарифмическая. Тригонометрические функции, формулы приведения, сложения, двойного угла. Преобразование выражений, содержащих степенную, тригонометрические, логарифмическую и показательную функции. Решение соответствующих уравнений и неравенств. Графическая интерпретация уравнений, неравенств с двумя неизвестными и их систем. Композиция функций. Обратная функция. Преобразования графиков функций. Непрерывность. Промежутки знакопостоянства непрерывной функции. Метод интервалов. Понятие о производной функции в точке. Физический и геометрический смысл производной. Использование производной при исследовании функций, построении графиков. Использование свойств функций при решении текстовых, физических и геометрических задач. Решение задач на экстремум. Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона – Лейбница. Приложения определенного интеграла
Геометрия	Геометрические фигуры на плоскости и в пространстве. Отрезок, прямая, угол, треугольники, четырехугольники, многоугольники, окружность, многогранники, шар и сфера, круглые тела и поверхности; их основные свойства. Взаимное расположение фигур. Параллельное проектирование, изображение пространственных фигур. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора. Синус, косинус, тангенс угла. Соотношения между сторонами и углами в треугольнике. Движение. Симметрия фигур. Подобие фигур. Геометрические величины и измерения. Длина отрезка. Градусная и радианная мера угла. Длина окружности, число π. Понятие площади и объема. Основные формулы для вычисления площадей и объемов. Координаты и векторы. Представления об аксиоматическом методе и о геометрии Лобачевского. Решение задач на построение, вычисление, доказательство. Применение при решении геометрических задач соображений симметрии и подобия, методов геометрических мест, проектирования и сечений, алгебраических методов, координатного, векторного методов. Приложения геометрии
Вероятность и статистика	Представление данных, их числовые характеристики. Таблицы и диаграммы. Случайный выбор, выборочные исследования. Интерпретация статистических данных и их характеристик. Случайные эксперименты и случайные события. Частота и вероятность. Вычисление вероятностей. Перебор вариантов и элементы комбинаторики. Испытания Бернулли. Случайные величины и их характеристики. Закон больших чисел
Математическая теория информации и модели информатики	Дискретное (в том числе двоичное) представление информации. Единицы измерения количества информации. Сжатие информации. Кодирование и декодирование. Преобразование информации по формальным правилам. Алгоритмы. Способы записи алгоритмов; блок-схемы. Логические значения, операции, выражения. Алгоритмические конструкции (имена, ветвление, циклы). Разбиение задачи на подзадачи, вспомогательные алгоритмы. Типы обрабатываемых объектов. Примеры алгоритмов. Выигрышная стратегия в игре. Вычислимые функ-

	ции, формализация понятия вычислимой функции, полнота формализации. Сложность вычисления и сложность информационного объекта. Несуществование алгоритмов, проблема перебора

Представленный в Таблица 4 [40, с. 27-29] перечень тем, изучаемых в общеобразовательной школе, содержит в себе все темы и из основной школы. Но в содержательную часть мало отнести только предметный аспект, необходимо учитывать все требования к школьному образованию в целом, а это: организация процесса обучения с учетом возрастных и психологических особенностей детей; исследование адекватности потребностей каждого обучающегося в образовании; формирование профессиональной направленности каждого обучающегося; соответствие дидактическим принципам обучения.

Принципы процесса обучения – основные требования к организации образования, которыми руководствуется педагог [12, с. 101].

Поскольку речь идет непосредственно о том, «как должно быть», стоит обратиться к опыту преподавания математики в странах с лучшими показателями в рамках международного сопоставительного исследования PISA. В частности, в Сингапуре существует три принципа обучения математике [3]:

- Обучение существует для изучения; изучение – для понимания; понимание – для построения рассуждений, применения, полученных знаний, и, наконец, решения проблемы;
- Обучение должно основываться на знаниях обучающихся, учитывать их интересы и опыт; вовлекать их в активное и рефлексивное обучение;
- Обучение должно связывать изучение с реальным миром, используя современные технологии и акцентируя внимание на компетенциях 21-го века.

В российской образовательной структуре выделяются несколько фундаментальных принципов (Таблица 5).

Таблица 5. Принципы обучения

Принцип	*Характеристическое свойство*
Принцип развивающего и воспитывающего обучения	В процессе обучения математике учитель формирует уважительное отношение к математике как предмету, а также формирует стремление к получению новых знаний и умений
Принцип сознательности и активности	Обучающийся осознает для чего и с какой целью, он получает математические знания, принимает активное участие в педагогическом процессе, а также умеет самостоятельно выполнять задания и осваивать новый материал
Принцип наглядности	Освоение и осмысление математических знаний во многом опирается на наглядность (чертежи, диаграммы и т.д
Принцип систематичности и последовательности	Знания даются последовательно от более простого (общего) к более сложному. При этом простые (общие знания) являются фундаментом для получения последующих знаний
Принцип научности	Основан на обязательном соответствии содержания и методов образования, уровню и требованиям математики, как современной науки
Принцип доступности	Педагогический процесс основан на учете возрастных особенностей детей
Принцип прочности	Весь учебный материал, который педагог дает детям в ходе занятий, в последующем закрепляется посредством применения на практике: решения задач и примеров
Принцип взаимосвязи теории практики	Нацеливает на необходимость постоянного сомнения и проверки теоретических положений с помощью надежного критерия практики. Этот принцип требует, чтобы в учебном заведении не было ни одного занятия, жизненный смысл которого не был бы ясен для обучающегося
Принцип дифференцированного (индивидуального) подхода	Основан исходя из индивидуальных особенностей каждого ребенка

Сопоставив данные из Таблица 5, реалии современной российской школы и принципы преподавания зарубежных стран, можно отметить, что, к сожалению, на сегодняшний день в России соблюдаются не все принципы. Причины, по которым это происходит, разнообразны: не хватает времени, отведенного на уроке; совершенно разноуровневый класс в вопросе математической подготовки; низкая мотивация обучающихся и учителей и т.д. Также, обращая внимание на принципы обучения математике в Сингапуре, который неизменно находится среди стран-лидеров по уровню математической грамотности согласно результатам PISA, можно сделать вывод о том, что в отношении принципов – больше не значит лучше.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод о том, что на данный момент процесс российского школьного математического образования в рамках основной школы еще не до конца настроен на развитие математической грамотности в полной мере.

Выводы по первой главе

На основании анализа актуальных проблем современной российской математической школы, требований к качеству математической подготовки обучающихся в рамках федеральных образовательных стандартов нового поколения и условий развития математической грамотности обучающихся, в начале нашей работы встал ряд вопросов: что сможет исправить сложившуюся ситуацию? В чем заключается глобальная причина происходящего? Можно ли винить в этом низкий уровень математической грамотности российских обучающихся и какие меры нужно принять для его качественного повышения? На часть вопросов ответы были найдены в первой главе нашей работы. Остальные вопросы предстоит рассмотреть во второй ее части.

ГЛАВА 2. ОРГАНИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ, НАПРАВЛЕННОГО НА РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

2.1. Методы, формы и средства обучения

Понятие математической грамотности было дано в самом начале нашей работы и оно было определено в рамках концепции международной исследовательской программы PISA-2021. При анализе результатов, полученных российскими обучающимися, используются две «отправные точки». Они сопоставляются с результатами обучающихся из стран ОЭСР и стран-лидеров в рейтинговой таблице, в основном представленными странами Юго-Восточной Азии. Список стран-участниц ОЭСР состоит преимущественно из стран Европы и Америки. Таким образом, говоря о том, как организовать обучение математике, направленное на развитие математической грамотности, стоит учитывать опыт стран, в которых уровень математической грамотности обучающихся выше, чем наш.

Отличительной особенностью Западной математической школы является ее фундаментальная направленность [2, 6]. Другими словами, обучение математике в школах этих стран направлено на развитие фундаментальных математических умений, таких как: знание видов чисел и умение их использовать, их прочтение, счет, сравнение, и т.д.; знание числовых свойств; умение выполнять арифметические операции с разными видами чисел и их соответствующее применение в решении проблем; устный счет и т.д. Все эти навыки используются для изучения «чистой» математики и подготавливают обучающихся к обучению в высших учебных заведениях. Но нельзя не отдать должное Западной школе, которая воспитала огромное количество гениев классической математики. Несмотря на это, роль математики в общекультурном значении, полностью игнорируется. Не удивительно, что в связи с этим в настоящее время возникает много споров и дискуссий, что делает работу [1] актуальной, поскольку в ней предложены варианты повышения интереса к математике.

С другой стороны, специфика обучения математике в Юго-Восточной Азии имеет более прикладной характер, что, несомненно, отражается и на мотивированности к изучению дисциплины и, если рассматривать в более широком формате, экономике государства. Математика в этих странах является одной из самых важных к изучению дисциплин. Здесь учитывается различный уровень подготовки и интерес обучающихся к изучению математики, и поставлена цель – достижение всеми обучающимися такого уровня овладения математикой, который в будущем станет надежной опорой в их жизни [3, 4]. На данный момент набирает популярность Сингапурский метод обучения математике (Рисунок 2). Математическая структура является особенностью учебных планов школ Сингапура с 1990 года.

Рисунок 2. Модель Сингапурского метода

Структура Сингапурской математики базируется на идее, что обучение использованию математики как инструмента для решения проблем и развития математического мышления являются ключевыми факторами успеха в математике. Эти факторы подчиняются пяти взаимосвязанным компонентам, а именно: мироощущение, метакогнитивность, понятия, процессы, навыки и умения. Сочетание этих компонентов друг с другом позволяет обучающимся получить навыки, которые помогут им решать как абстрактные, так и реальные проблемы.

При изучении математических понятий таких, как числа, геометрия, алгебра, статистика и теория вероятности, не стоит задача научиться работать с проблемами и формулами, которые с ними связаны, цель обучающихся понять, что представляет собой каждый из элементов и как они могут взаимодействовать между собой. Изучение понятий подкрепляется с помощью конкретных заданий и математических манипуляций. Как только обучающиеся овладели понятиями, наступает время научиться работать с ними. Так идет формирование умений и навыков.

Процесс математического моделирования представлен на Рисунок 3. Он сопоставим с тем, что определен как эталон в PISA, а так же с методом проблемного обучения известным российскому учителю.

Такой компонент как мироощущение – показатель того, что обучающийся думает о математике и как ее воспринимает. Таким образом, обучающийся, который имеет положительный опыт изучения математики, увлечен процессом приобретения математических навыков, с большей вероятностью будет иметь позитивные представления о важности математики и уверенности в своей способности решать проблемы, как математического характера, так и те, что могут встретиться ему в повседневной жизни.

Метакогнитивность или метапознание выражается в способности обучающегося размышлять о способе своего мышления, знать о своем познании. В математике метапознание тесно связано с умением пояснить, что было сделано для решения проблемы, критически подумать о том, как работает план, и рассмотреть альтернативные способы решения проблемы.

Еще одной страной, несколько регионов которой также неизменно занимают лидирующие позиции в рейтинге PISA, является Китай. Подход к обучению математике здесь иной, нежели в Сингапуре.

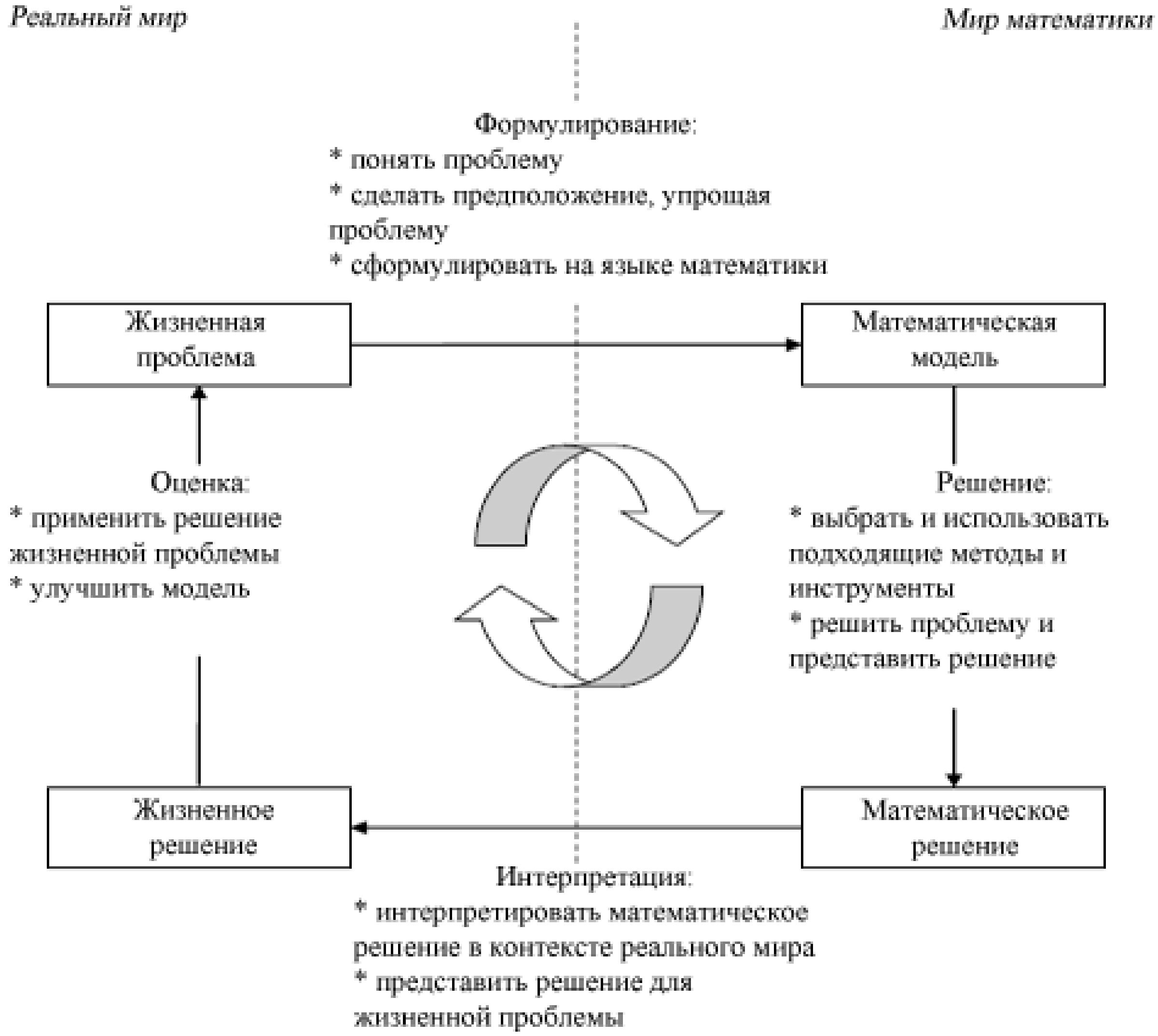


Рисунок 3. Модель процессов Сингапурской математики

Если в упомянутых выше странах на уроке математики (и не только) учитель взаимодействует или пытается взаимодействовать с каждым учеником, то есть присутствует некий интерактив, то в Китае ситуация обстоит иначе. Очевидно, что на способ преподавания влияет демографическая ситуация в стране. Обучение здесь проводится фронтально.

Существует идея о том, что в этой коммунистической стране превалирует практика «агрессивной зубрежки», что не подтверждается результатами глобальных исследований, проанализировав которые можно убедиться, что обучающиеся из Китая обладают умением применять знания на практике, работая творчески и мысля критически [8]. Несмотря на это, в школах Китая имеет место быть многократное повторение. Таким образом, происходит оттачивание фундаментальных знаний по математике и углубление знаний по ней. Метод, объединяющий обе Юго-Восточные страны, – эвристический. При таком подходе шаг за шагом обучающийся получает структурированные и систематизированные знания. Способов «многократного повторения» есть три:

- От простого к сложному: добавление нового условия к каждой последующей задаче;
- Поиск и анализ различных путей решения задачи;
- Решение разных задач одним способом

Подобный метод отработки навыков предлагается и в учебниках российских авторов (под редакцией А.Г. Мерзляка, А.Г. Мордковича и др.). Так, разбирая задание «по крупицам», повышается вероятность успешного понимания, а в дальнейшем и запоминания материала и последующего его применения при решении различного вида задач.

Таким образом, напрашивается вывод о том, что западная традиционная модель обучения математике рассчитана на тех обучающихся, которые сами по себе весьма заинтересованы в изучении предмета как такового, то есть классической математике. Данная модель не адаптирована для «среднего» обучающегося. Казалось бы, что существующие методы обучения, применяемые в России, схожи с теми, что используются в Китае, и тогда возникает вопрос: «Почему же у нас не работает то, что с успехом задействовано в работе учителей из Поднебесной?» Немаловажным фактором здесь является наличие безусловной дисциплины на занятиях в Китае, чего порой не хватает в российских школах, а также вопрос мотивированности обучающихся к изучению математики, поскольку уважение и авторитет в Китае следует за преуспевающими обучающимися. Незаинтересованность в предмете и «сухость» преподавания вкупе влияют на качество восприятия материала. Учителю приходится уделять больше времени на то, чтобы донести материал до обучающегося. А при традиционном подходе к обучению в жертву приносится закрепление материала посредством решения задач, отсюда, очевидно, большое количество домашнего задания, что снова не повышает популярность математики среди школьников [6]. В то же время Сингапурская модель, учитывая интересы обучающихся, действительно заслуживает внимания.

Подавляющее количество учителей сталкиваются с проблемой вовлечения студентов в математическую работу. Каждый из учителей по-своему справляется с этой задачей, что по-разному влияет на возможности обучающихся к изучению математики. Одни учителя ограничивают математическое содержание таким образом, чтобы внимание учеников концентрировалось на конкретных учебных целях урока, что делает расхождение в методе или результате маловероятным. Вторые контролируют вовлеченность обучающихся, прося их объяснить и аргументировать то, что они говорят. Третий подход к обучению основан на постановке сложных задач и использовании предполагаемых ответов обучающихся – ошибок и правильных решений – при подготовке материала к уроку. Четвертые учителя вовлекают обучающихся в размышления, тщательно отобранными заданиями, которые предполагают множество рассуждений и построения логических цепочек, а затем интенсивно работают с отдельными обучающимися. Принимая во внимание, что первые рискуют, что их обучающиеся забудут метод работы с заданиями, поскольку у них нет концептуальной основы, четвертые рискуют спутать своих учеников наличием невероятного множества методов решения. Вторые сохраняют четкую направленность и, следовательно, уменьшает двусмысленность для своих обучающихся – двусмысленность, которая на уроке третьих может привести к разочарованию или разъединению его учеников.

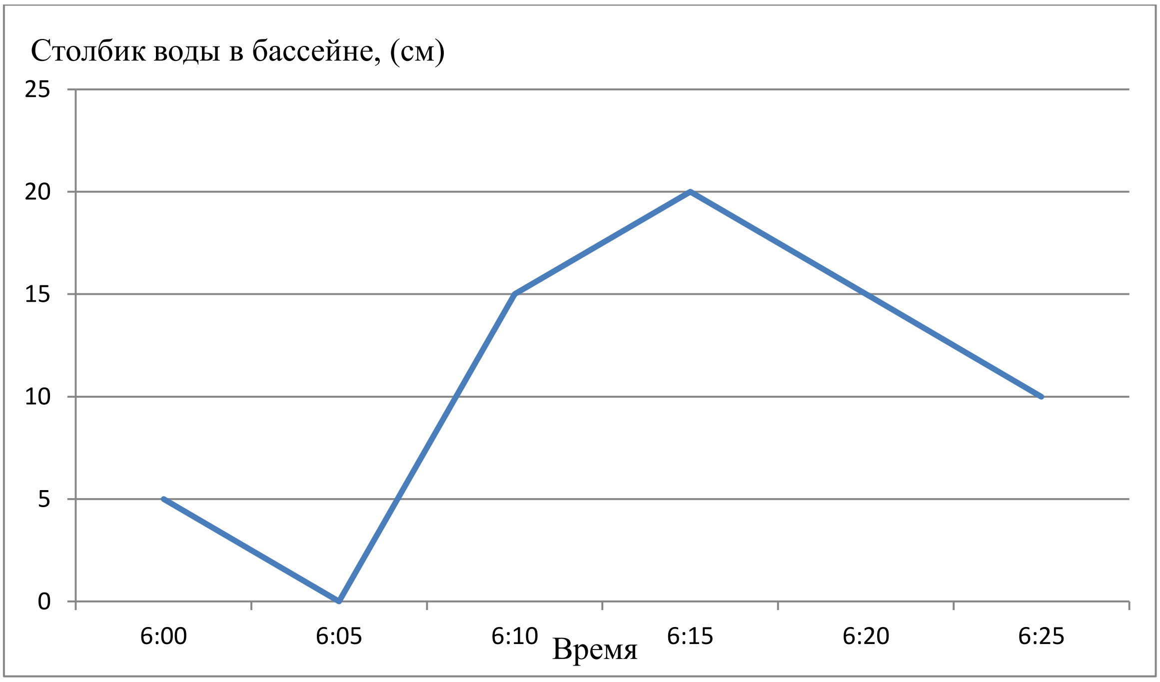
Подходы учителей различаются по тому, как они управляют контентом, и по стимулам, которые они выбирают для обучающихся, и их выбор представляет различные преимущества и риски для обучения. Хотя это может показаться неочевидным, учителя, которые в своей работе используют методы три и четыре, должны подробно подготовиться к уроку. А учителям, предпочитаемым методы один и два, однако, нужно усердно работать непосредственно на занятии, чтобы выяснить, что выносят обучающиеся с занятий, и какова эффективность их методик [5].

Переходя к вопросу о том, какие именно задания способствуют формированию и развитию математической грамотности, нужно акцентировать внимание на том, что ведущую роль в решении таких задач должно играть рассуждение, поскольку фактический материал урока должен быть подчинен логическому аппарату.

Согласно модели процессов Сингапурской математики (Рисунок 3), обучающиеся должны владеть математическим языком на таком уровне, чтобы они могли представить проблему на математическом языке, а затем интерпретировать результат своего решения в контексте реального мира. Для этого можно предложить ряд задач и сюжетов с контекстом повседневной жизни, пример которых представлен ниже.

Задача 1

Придумайте историю на основании информации, содержащейся в графике.



Задача 2

Представьте статью, используя графики и/или таблицы.

ДЕМОГРАФИЧЕСКИЙ ВЗРЫВ В МИРЕ МАШИН

Резкий рост количества автомобилей в мире заставляет экспертов волноваться о последствиях

В середине 20 века в мире насчитывалось порядка 50 миллионов автомобилей и 2,6 миллиарда человек. К середине девяностых, население Земли возросло более чем в два раза, но число машин увеличилось более чем в 10 раз. К 2020 мировые дороги могут заполниться количеством машин, превышающим миллиард.

Демографический взрыв среди машин особенно заметен в развивающихся странах. В Таиланде, к примеру, с 1960 по 1990 годы количество автомобилей возросло с 50000 до 1,1 миллиона.

Другие страны показали тот же взрывной рост за тот же тридцатилетний период: Китай, с 30000 до 1,8 миллиона; Южная Корея, с 40000 до 2,1 миллиона; Индия, с 300000 до 2,3 миллиона; Чехословакия, с 200000 до 3,2 миллиона; Мексика, с 600000 до 6,8 миллионов; и Бразилия, с 50000 до угрожающих 12,1 миллионов.

Последствия повсеместного преумножения числа газовыделителей вызывает опасения. На сегодняшний день, на автомобили всех видов приходится почти половина всей нефти, используемой на планете. Почти пятая часть выбросов, создающих парниковый эффект, поступает от легковых автомобилей, грузовиков и других транспортных средств. И почти в половине городов по всему миру, выбросы из выхлопных труб являются единственным источником загрязнения воздуха.

В математике у обучающихся есть много разных способов думать о математике, чтобы извлечь максимальную пользу из того, что они изучают. Иногда для обучающихся важнее осознавать, что они думают о проблеме, чем просто попытаться решить проблему. Когда обучающиеся могут придумать лучший способ взглянуть на проблему, они могут лучше выработать путь решения для работы с представленными математическими идеями.

На примере следующей задачи попробуем ответить на вопрос: достаточно ли обладать лишь математическими навыками и для решения этой проблемы или нужно представлять ситуацию в контексте?

Задача 3

Какое наименьшее число автобусов нужно обеспечить для одновременной отправки 700 детей в лагерь отдыха, если в каждый автобус поме-

щается 36 человек, среди которых должно быть не менее трех сопровождающих взрослых? [18].

Очевидно, что для успешного применения навыков, полученных на уроках математики, необходима интеграция математики в контекст реальной жизни. Так, обучающиеся должны понимать, что ответа 21,21 получиться не может, поскольку автобусы должны быть целыми, так же нельзя воспользоваться правилом округления и написать ответ 21, поскольку семь детей не смогут уехать в лагерь. Таким образом, используя свои знания из реальной жизни, обучающиеся анализируют математическое решение и сопоставляют его с полученным ответом.

Пример следующей задачи наглядно показывает, что применение математических инструментов в бытовой жизни, помогает контролировать семейный бюджет.

Задача 4

Анна готовится к приходу гостей, она написала список продуктов и их количество. Проанализировав ассортимент и цены, представленные в супермаркетах, она составила таблицу, куда выписала цены, соответствующие каждому наименованию за 1 килограмм. Определите, в каком супермаркете Анна сможет приобрести все продукты с наибольшей выгодой.

	Окей	*Лента*	*Командор*	*Красный Яр*	*Пятерочка*
Копченая колбаса (200 г)	262	245	290	300	250
Помидоры (2кг)	146	155	134	140	130
Огурцы (1 кг)	160	170	175	180	170
Картофель (1,5 кг)	40	42	35	42	45
Морковь (0,5 кг)	45	50	40	35	45

А) Окей
Б) Лента
В) Командор
Г) Красный Яр
Д) Пятерочка

Для обеспечения успешной образовательной практики учителя должны улавливать два важных сообщения, которые передаются при обучении и оценке обучающихся. Они означают, что учитель интересуется тем, что знает обучающийся, а также, что учитель хочет, чтобы обучающийся осознавал, что то, что он преподает, является важной математикой. Один из способов сделать это - отслеживать формы задаваемых задач. Предлагаемые задания должны быть направлены на что-то большее, нежели простой поиск правильного ответа. Когда это происходит, обучающиеся могут по-настоящему сосредоточиться на понимании значимости математики и стать более математически грамотными.

2.2. Фрагменты уроков математики

К сожалению, никакой учитель не обладает той свободой распределения времени, которой бы хотел. На нас всегда будет оказывать давление лимит продолжительности урока и даже учебной программы в целом. Этот фактор порой является определяющим при выборе методики обучения или материала, который хочется отработать на занятии. Не редко учитель делает выбор в пользу повторного закрепления того или иного метода решения стандартных задач, нежели формированию неординарного подхода к решению задач повышенной сложности.

Иногда обучающиеся стремятся получить только желаемые отметки, а не знания. Но на вопрос о том, что для них было бы более значимым фактом, к примеру, при обращении к врачу: наличие у него реальных знаний или корочки, якобы подтверждающей эти знания – ответ всегда однозначный.

Один из способов выхода из данной ситуации был найден в представленной ниже программе курса по выбору. Таким образом, те, кому нужны не только отметки, имеют возможность в расширении своих знаний, не будучи ограничены лишь школьным курсом.

Пояснительная записка

Известный советский писатель и драматург, автор приключенческого романа «Два капитана» считал, что «математика – самый короткий путь к самостоятельному мышлению». Никто не подвергает сомнению тот факт, что современная школьная математика, безусловно, имеет все возможности формирования умения самостоятельно мыслить, но не всегда их использует: считать, заучивать, зубрить – учат, а думать, размышлять – нет, или почти нет. Несмотря на это, в вариантах единого государственного экзамена по математике уже давно существуют задания повышенной сложности, или олимпиадные задания.

Педагог математики, преподающий в Америке, А.Л. Тоом в своей работе столкнулся со знакомой многим учителям ситуацией. Узнав, что материал, выходящий за рамки обычного курса, не будет никак оценен, обучающиеся теряли к нему интерес [32].

Программа курса по выбору «Реальная математика» предназначена для обучающихся 7 и 8 классов рассчитана на 17 часов. Она разработана на основе заданий международной исследовательской программы PISA в категории «Математическая грамотность» и примерной программы по математике для 7-8 классов. Также задания, предлагаемые в программе курса, целесообразно использовать на уроках математики в основной школе.

Целью данного курса является создание условий для формирования и развития у обучающихся всех компонентов математической грамотности, ключевыми из которых являются: понятие математического моделирования, понимание значимости математики в процессе социального развития общества, овладение культурой мышления.

Для достижения поставленных целей решаются следующие *задачи курса*:

- Формирование опыта творческой деятельности обучающихся посредством исследовательской деятельности при решении нестандартных задач;
- Воспитать интерес к предмету, повысить мотивацию обучающихся к изучению математики;
- Развитие умения выстраивать логические цепочки в процессе аргументации своего решения, умения вести дискуссию.

Предполагаемые результаты:

Предметные:

- Умеют использовать и строить речевые высказывания с использованием специальной терминологии;
- Используют различные языки математики (символический, словесный.

Личностные:

- Понимают смысл поставленной задачи, ясно и четко излагают свои мысли в устной речи, выстраивая контрпримеры;
- Осознают границы применения новых знаний;
- Формируют ценностно-эмоциональное отношение к изучаемому математическому содержанию с общекультурных позиций.

Метапредметные:

- умеют выделять главное, сравнивать, обобщать, проводить аналогию, применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений;
- умеют осуществлять контроль своей деятельности, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;
- формируют способность к интерпретации;
- формируют представление о математике как средстве моделирования явлений окружающего мира.

В структуру программы включена система учета и контроля планируемых результатов. Основными формами контроля являются самостоятельные работы, решение различных задач, решение экспериментальных задач и планомерное систематическое наблюдение за учебной работой обучающихся.

Данная программа может быть реализована в течение второго полугодия в 7-8 классах.

Виды деятельности на занятиях: фронтальная, групповая, индивидуальная работы.

Методическое обеспечение: на занятиях используются метод проблемного обучения, метод проектов, а так же традиционный метод обучения.

Таблица 6. Учебно-тематический план курса

№	Тема занятия	Количество часов	
		Формы контроля	*Всего занятий*
1	Введение	Входное тестирование, анкетирование	1
2	Природа и математика	-	2
3	Математика в профессиях	Анкетирование	5
4	Бытовая математика	Тестирование	3
5	Математика вокруг нас	Опрос	3
6	Математический выбор	-	2
7	Заключительное занятие	Итоговое тестирование, анкетирование	1
Итого			**17**

Ниже представлены разработки фрагментов занятий по темам: «Математика в профессиях», «Бытовая математика» и «Математика вокруг нас».

<u>Фрагмент занятия по теме «Математика в профессиях»</u>

Ход занятия:

Приветствие обучающихся. Проверка посещаемости и готовности к работе.

На первом занятии мы с вами обсуждали профессии вашей мечты, и каким образом математика может быть использована в каждой из них. На сегодняшнем занятии мы с вашей помощью углубимся чуть больше в мир некоторых профессий. В тот раз вам было дано задание разработать проект «Математика в профессии». Подготовка шла в группах, каждой из которых досталась конкретная профессия.

Некоторые обучающиеся подготовили проекты.

Примерное представление проекта:

Рисунок 4. Презентация проекта

После каждого представленного проекта решается практико-ориентированная задача с контекстом повседневной жизни, связанная с профессией, о которой говорилось обучающимися.

Пример задачи, предложенной к решению после выполнения предыдущего проекта:

Андрей захотел участвовать в КВН вместе со своими школьными друзьями. И чтобы его команда выглядела профессионально, он решил подготовить комплект футболок с одинаковым логотипом, который ребята придумали и сами нарисовали на компьютере (см. рис. 1). Для того чтобы нанести принт на футболку, Андрей распечатал логотип на специальной бумаге (см. рис. 2), а потом приложил распечатку к футболке и прогладил утюгом (см. рис. 3).

Рис.1

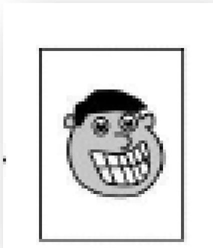


Рис.2

Рис.3

Младший брат Андрея Кирилл тоже захотел иметь футболку с оригинальным принтом, он также создал рисунок на компьютере и распечатал его на специальной бумаге (см. рис. 4). Определите, какой вариант логотипа получится у Кирилла после того, как он прогладит приложенную распечатку к футболке?

Рис.4

 А)	 Б)
 В)	 Г)

При решении задачи проговариваются все математические элементы, которые необходимо использовать для нахождения верного ответа. В классе ведется открытая дискуссия, обучающиеся выражают свое мнение и аргументируют ход своего решения.

После того, как все обучающиеся, выступление которых было запланировано на занятии, представили свои проекты, обучающиеся вовлекаются в оценку собственной деятельности. Им предлагается оценить проекты каждой группы, основываясь на следующих критериях:

- все ли математические темы, необходимые в профессии, учла группа при подготовке к проекту (если нет, дополнить и аргументировать свое дополнение);
- действительно ли те темы, которые были представлены группой, необходимы в данной профессии (если нет, аргументировать свой ответ).

Подведение итогов занятия.

<u>Фрагмент занятия по теме «Бытовая математика»</u>

Ход занятия:

Приветствие обучающихся. Проверка посещаемости и готовности к работе.

В своей повседневной жизни мы каждый день или почти каждый день ходим в магазины, супермаркеты, гипермаркеты и так далее. Скажите, когда вы сами, или ваши родители подходите к кассе, что вы можете услышать от кассира?

Обучающиеся вовлекаются в дискуссию, называя возможные варианты: «Вам пакет большой или маленький?», приветствие, «Не желаете приобрести…?», «2 рубля будет?»…

Когда кто-то называет вариант «наша дисконтная карта есть?», акцентируется внимание на этом.

А большая ли будет разница, если мы будем приобретать товары с дисконтной картой и без?

Снова идет обсуждение, во время которого предлагается посчитать выгоду.

Обучающиеся делятся на три группы: обычные покупатели, покупатели с дисконтной картой, покупатели старшего поколения.

Почему мы разбились на три группы?

Обучающиеся в ходе дискуссии приходят к выводу, что в некоторых магазинах предоставляется фиксированная скидка по пенсионному удостоверению.

Каждой группе выдается список покупок (единый для всех групп).

Список продуктов:

- Куриное филе 2 кг
- Картофель 1,5 кг
- Морковь 1 кг
- Молоко 1 л
- Яйца 1уп
- Масло подсолнечное 1 л

Итак, ситуация: у вас есть список покупок, вы идете с ним в ближайший супермаркет. Ваша задача посчитать, какую сумму вам придется отдать на кассе за ваши покупки. Обратите внимание, что в торговом зале присутствует несколько видов ценников: зеленые – новинка, желтые – скидочные, белые – товар без скидки, красные – товар с максимальной скидкой. Магазин предоставляет фиксированную скидку пенсионерам 10%, на все товары кроме тех, что с красными ценниками. Держатели дисконтных карт могут приобрести товары по ценам, соответствующим всем категориям ценников. Случайные посетители магазина, не имеющие дисконтной карты, не имеют возможности приобрести товары по ценам красных и желтых ценников, цена товара для них будет соответствовать цене без скидки, указанной на этих ценниках.

На экран выводится несколько слайдов со стилизованными магазинными полками.

Рисунок 5. Витрина продуктов

После самостоятельного подсчета, представитель каждой группы заполняет лист «Чек» (Приложение Б) и аргументирует стоимость каждой единицы товара из своего чека.

Затем обучающиеся сравнивают получившиеся суммы и делают вывод о выгодности использования дисконтных карт и целесообразности применения математики в реальном мире.

<u>Фрагмент занятия по теме «Математика вокруг нас»</u>

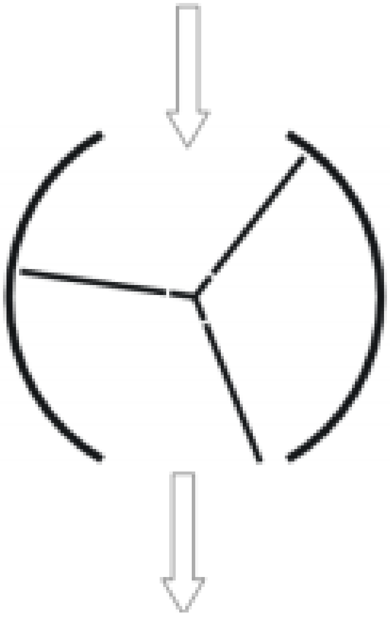
Ход занятия:

Приветствие обучающихся. Проверка посещаемости и готовности к работе.

Довольно часто мы сталкиваемся с некоторыми приспособлениями, которые, казалось бы, должны были упростить жизнь человека, но порой они могут стать источником опасности.

Вы знаете, что периодически в школе проводятся учебные эвакуации, чтобы мы могли точно знать, что и как нужно делать в экстренной ситуации.

Такие эвакуации не проводятся в торговых центрах, но смоделировать ситуацию с помощью математики нам под силу. Итак, сегодня мы воссоздадим математическую модель эвакуации людей из торгового центра, где установлены вращающиеся двери, посчитаем какое количество людей способно покинуть здание за 10 минут эвакуации с помощью этих дверей.

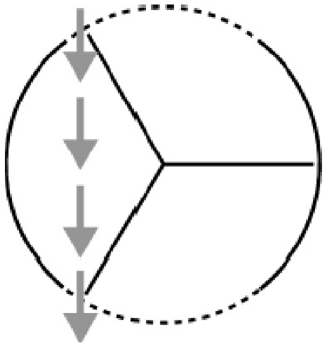


Итак, для начала нам нужно понять некоторые технические характеристики таких дверей.

Внутренний диаметр таких дверей составляет 200 см. В них имеются три стеклянных перегородки, которые разделяют внутреннее пространство на три равных сектора. А также два проема – вход и выход.

Вопрос 1: Каков размер угла, образованных двумя перегородками таких дверей? Ответ дать в градусах.

Обучающиеся выполняют математические действия для ответа на поставленный вопрос, затем некоторые из них дают устный ответ с аргументацией выбора способа решения.



Как вы думаете, для чего были установлены такие двери? В чем их преимущество по сравнению с обычными?

В результате дискуссии обучающиеся приходят к выводу о том, что таким образом сохраняется тепло внутри помещения.

Вопрос 2: Два проема на вход и выход являются одинаковыми по размеру дугами. С целью сохранения тепла внутри помещения при движении перегородок не должно возникать сквозное движение воздуха, то есть ситуации, при которой есть щель и во входном и в выходном проемах, пример которой представлен на рисунке. Какова максимальная длина дуга проемов в сантиметрах, при которой не будет возникать сквозное движение воздуха?

Обучающиеся строят математическую модель и находят возможную длину дуги окружности, равную $\frac{100\pi}{3}$. Далее переводят ответ в сантиметры, получая примерно 104 см.

Возвращаясь к первоначальной задаче о эвакуации людей найдем ответ на последний вопрос.

Вопрос 3: Двери делают 4 полных поворота за минуту. В каждой секции есть место лишь для двух человек. Какое количество людей может быть эвакуировано из здания, используя данные двери, за 10 минут?

А) 20

Б) 60

В) 80

Г) 240

Для решения данной задачи обучающиеся снова составляют математическую модель и находят формулу, по которой приходят к итоговому ответу. Процесс решения сопровождает дискуссия.

Разработанные занятия с использованием практико-ориентированных задач и сюжетов с контекстом повседневной жизни на уроках математики направлены на формирование и развитие универсальных учебных действий, которые являются ключевой составляющей математической грамотности.

При проведении данных занятий обучающиеся познакомились с правилами работы в группе, научились достаточно четко высказывать свой ответ, преодолевать проблемные ситуации посредством математических инструментов, учитывать другие точки зрения.

2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы

Опытно-экспериментальная часть работы осуществлялась на базе МБОУ «Средняя школа № 70» г. Красноярска в параллелях 7 и 8 классов. В этих параллелях 98 обучающихся, в эксперименте принимали участие 30 из них. Цель нашего эксперимента заключалась в том, чтобы выяснить будет ли использование курса по выбору «Реальная математика» в процессе обучения математике в основной школе способствовать развитию математической грамотности обучающихся. Исследование проводилось в течение второго полугодия 2019-2020 учебного года.

Данный эксперимент проводился в три этапа:

1. Установление первоначального уровня развития математической грамотности обучающихся;
2. Реализация разработанного курса по выбору «Реальная математика»;
3. Определение уровня развития математической грамотности обучающихся после проведения опытно-экспериментальной работы.

На первом этапе мы провели анкетирование и входное тестирование (Приложение В) в целях установления первоначального уровня развития математической грамотности обучающихся 7-8 классов. На выполнение этой работы у обучающихся было 45 минут.

По результатам входного тестирования 6 человек имеют высокий уровень развития математической грамотности, 14 средний и 10 человек низкий (Рисунок 6). Максимальный балл, который можно было получить за выполнение входного тестирования, равен 15 баллам. Его не набрал ни один обучающийся, так же мы не получили нулевого результата. Обучающиеся, набравшие от 1 до 6 баллов, показали низкий уровень математической грамотности, от 7 до 11 баллов – средний, остальные обучающиеся показали высокий уровень математической грамотности.

На входном тестировании были представлены задания из всех областей применения: количество, неопределенность и данные, изменение и зависимости, пространство и формы (Таблица 7). Также были учтены все компетенции (формулирование, применение и интерпретация) (Таблица 8).

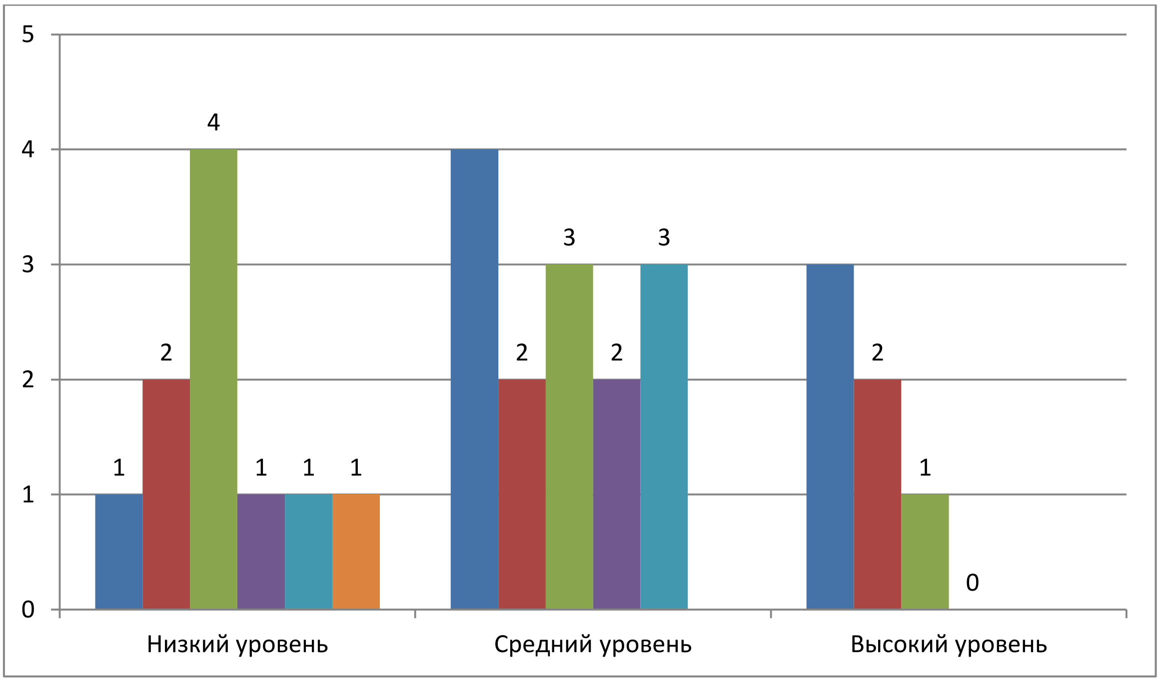


Рисунок 6. Результаты входного тестирования

Таблица 7. Анализ областей применения во входном тестировании

	Количество	*Неопределенность и данные*	*Изменение и зависимости*	*Пространство и формы*
№1				×

№2			×	
№3			×	
№4			×	
№5		×		
№6	×			

Таблица 8. Анализ компетенций во входном тестировании

	Формулирование	*Применение*	*Интерпретация*
№1		×	
№2	×		
№3		×	
№4			×
№5			×
№6			×

Некоторые обучающиеся, находящиеся в группах среднего и высокого уровней, набрали минимальное количество баллов этой группы. Эти обучающиеся попадают в группу риска – то есть в любой момент они могут перейти в группу «ниже».

Обучающиеся подошли к выполнению тестирования с воодушевлением, об этом говорит тот факт, что ни один обучающийся не сдал пустой листок.

Наибольшие сложности у обучающихся возникли при выполнении задания №5, представляющего блоки «Неопределенность и данные» и «Интерпретация». Его выполнили только те обучающиеся, которых мы отнесли к группе с высоким уровнем математической грамотности.

Анкетирование проводилось на вводном занятии курса и состояло из 5 вопросов, 4 из которых были обязательными. Результаты представлены ниже (Рисунок 7-11).

Рисунок 7. Результаты анкетирования (вопрос 1)

Рисунок 8. Результаты анкетирования (вопрос 2)

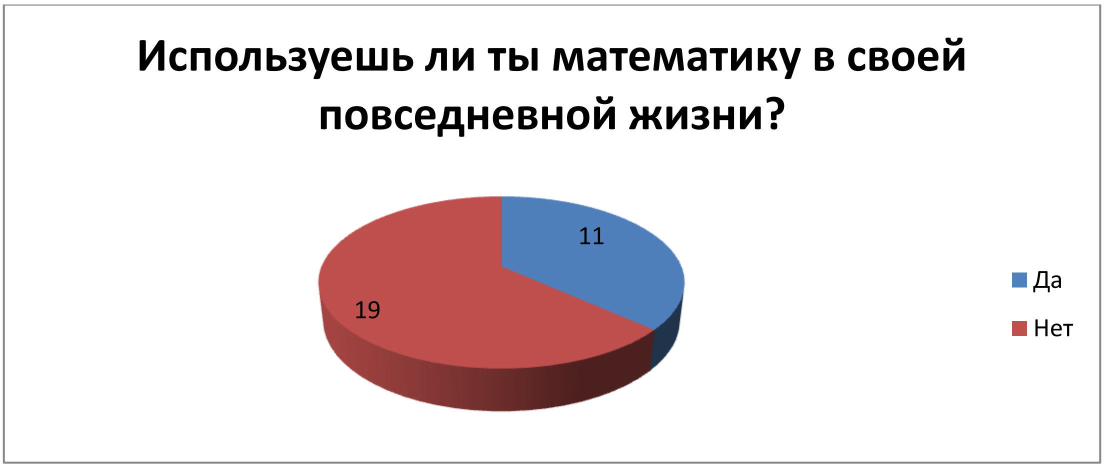


Рисунок 9. Результаты анкетирования (вопрос 3)

Рисунок 10. Результаты анкетирования (вопрос 4)

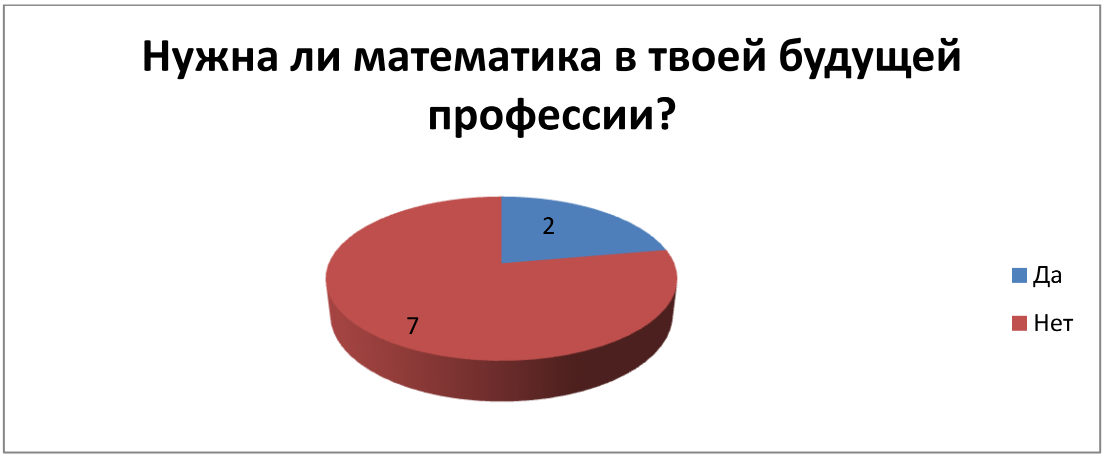


Рисунок 11. Результаты анкетирования (вопрос 5, необязательный)

После анкетирования обучающимся были выданы листы с заданиями входного тестирования. Таким образом, за то время, пока обучающиеся выполняли тестирование, был проведен анализ анкетирования. Примечательно, что один обучающийся, давший отрицательный ответ на вопрос 2, ответил положительно на последний (5) вопрос анкеты. В конце занятия все обучающиеся были разделены на десять групп по три человека для подготовки к проектной деятельности по теме «Математика в профессиях», после чего были оговорены требования к работ. Для выполнения работы в группах обучающимся было дано три недели.

В течение следующих двух занятий мы проводили занятия-практикумы, где, используя метод проблемного обучения, решали задачи по теме «Природа и математика».

Через три недели после вводного занятия мы подошли к тому, чтобы увидеть результаты проделанной работы обучающихся. Все проекты нам удалось рассмотреть и обсудить, а так же решить несколько соответствующих задач в течение следующих 5 занятий. Проекты, представленные группами, были выполнены с большой долей энтузиазма. Обучающиеся творчески подошли к процессу, что не всегда возможно на традиционных уроках математики.

К сожалению, первое занятие по теме «Бытовая математика» оказалось последним вследствие возникновения ситуации с пандемией. Но на этом занятии обучающиеся с удовольствием были вовлечены в процесс решения проблемы использования/неиспользования дисконтных карт.

С каждым занятием обучающиеся все больше и больше вовлекались в процесс, активно дискутируя между собой и предлагая свои собственные идеи. Их не стесняли рамки урока и страх получить неудовлетворительную отметку, поэтому все тематические занятия проходили с живой дискуссией.

В течение курса, проводился текущий контроль (каждое четвертое тематическое занятие) с использованием повторного анкетирования (на пятом занятии) и небольшого тестирования (на девятом занятии).

Результаты промежуточного анкетирования представлены ниже:

Рисунок 12. Результаты промежуточного анкетирования (вопрос 1)

Рисунок 13. Результаты промежуточного анкетирования (вопрос 2)

Рисунок 14. Результаты промежуточного анкетирования (вопрос 3)

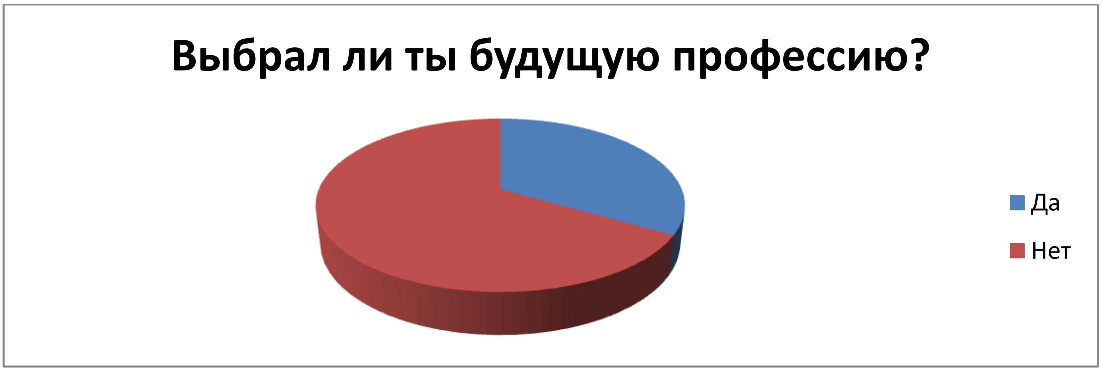


Рисунок 15. Результаты промежуточного анкетирования (вопрос 4)

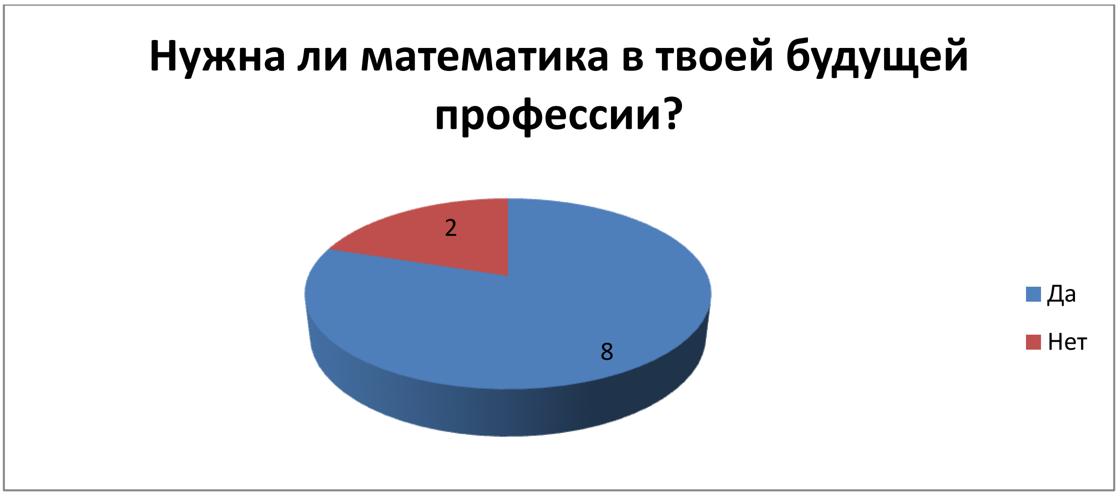


Рисунок 16. Результаты промежуточного анкетирования (вопрос 5, необязательный)

В результате небольшого тестирования (Приложение Г) на девятом занятии мы получили данные об изменении уровня развития математической грамотности обучающихся 7-8 классов (Рисунок 17).

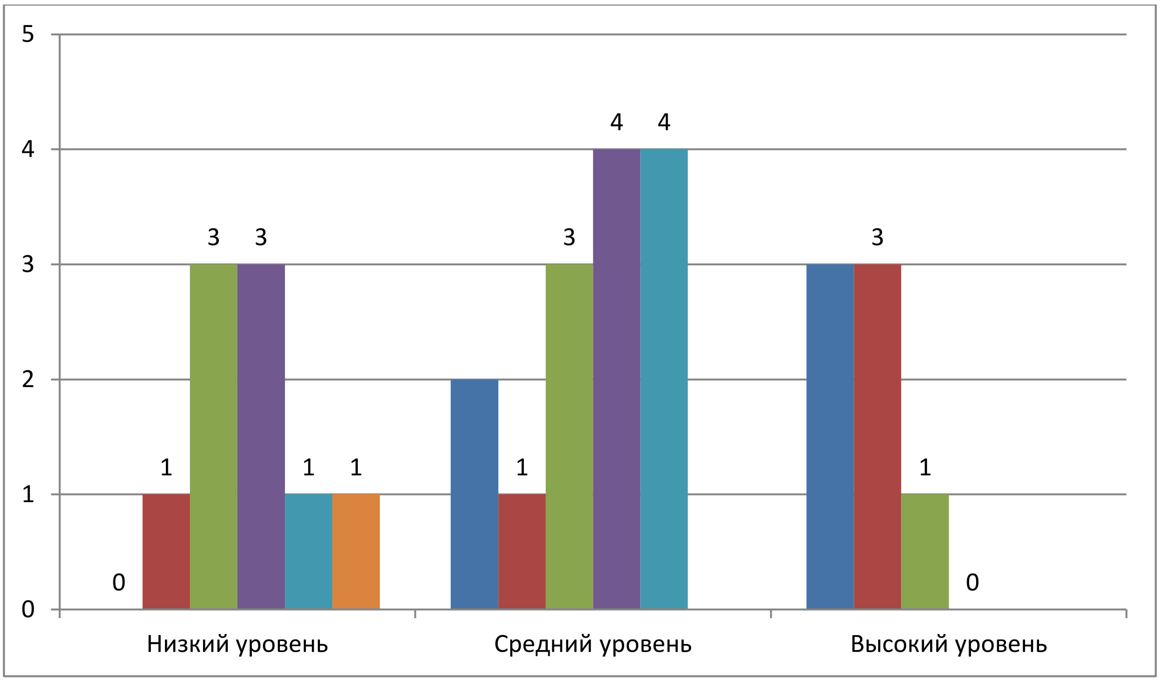


Рисунок 17. Результаты тестирования на 9 занятии

На основании анализа полученных результатов во время первого и последнего контролей (тестирование и анкетирование) мы пришли к выводу о том, что: повысилась мотивация обучающихся к изучению математики, и обучению в целом; уровень математической грамотности обучающихся показал позитивную динамику развития.

Проведенная апробация показала следующее:

- Применение современных технологий обучения в процессе обучения математики в основной школе способствует развитию математической грамотности;
- Решение практико-ориентированных задач в процессе обучения математики в основной школе способствует повышению мотивации обучающихся к изучению математики;
- Возможность проведения такого курса по выбору дает возможность обучающимся выйти за рамки изучения «сухой» математики, а учителю – держать себя в тонусе, ведь подготовка к таким занятиям отличается от подготовки к урокам с традиционной подачей материала.

Выводы по второй главе

Изучив методы обучения математике, используемые в разных странах, мы сделали вывод о том, что современные технологии обучения шагают в ногу со временем и их использование на уроках совершенно оправдано. Впоследствии нами был собран материал для разработки курса по выбору «Реальная математика», программа и фрагменты уроков из которого представлены в данной главе.

Частичная апробация разработанного курса по выбору подтвердила нашу гипотезу, показав повышение мотивации обучающихся к изучению математики и рост развития математической грамотности. Таким образом, можно сказать, что использование данного курса по выбору в процессе обучение математике в основной школе представляется весьма перспективным.

Заключение

Изучение математики – ключ для любой системы образования, которая направлена на подготовку граждан к продуктивной жизнедеятельности в XXI веке.

С точки зрения государства, развитие высококвалифицированной и хорошо образованной рабочей силы имеет решающее значение для поддержки экономики, основанной на инновациях и технологиях. Основательные фундаментальные знания и наличие развитого таланта к математике у кадрового резерва необходимы для поддержки широкого спектра экономической деятельности и инноваций. Многие страны уделяют внимание качеству своего математического образования. Растущий интерес к таким международным сопоставительным исследованиям как TIMSS и PISA говорит о глобальном интересе и важности математического образования.

С точки зрения индивидуума, математика лежит в основе многих аспектов нашей повседневной деятельности: от осмысления информации, полученной из утренней программы новостей, до принятия обоснованных решений о личных финансах. Понимание основ математики – квинтэссенция, без усвоения которой невозможно грамотно выполнить никакие расчёты, графические интерпретации и статистический анализ. Изучение математики также является отличным средством для тренировки ума и развития способности мыслить абстрактно, критически и творчески. Это базисные компетенции 21-го века, которые необходимо сформировать в подрастающем поколении, чтобы оно могло вести продуктивную жизнь и на протяжении всей жизни иметь возможность непрерывного обучения.

В ходе проведенного исследования было выявлено, что использование практико-ориентированных задач и сюжетов с контекстом повседневной жизни на уроках математики способствуют развитию математической грамотности.

Нами было отмечено, что использование таких задач в курсе изучения математики в основной школе формирует благоприятные условия для повышения мотивации обучающихся не только к изучению дисциплины математика, но и к обучению в школе в общем.

Был рассмотрен и проанализирован опыт обучения математике в странах с лидирующими позициями в международном сопоставительном исследовании PISA. Для успешного формирования и развития математической грамотности необходимо использование различных форм работы на уроках математики, современных технологий обучения.

В данной работе нам удалось разработать программу и содержание курса по выбору «Реальная математика» для обучающихся 7-8 классов и частично ее апробировать.

Проведенное нами исследование и полученные результаты позволяют утверждать, что поставленные цели и задачи выпускной квалификационной работы были достигнуты. Гипотеза была подтверждена частично; для более полного подтверждения необходимо продолжить дальнейшую экспериментальную работу. Включение в процесс обучения математики в основной школе курса по выбору «Реальная математика» необходимо и целесообразно. На занятиях данного курса обучающиеся раскрывают свой потенциал, чувствуют себя уверенно, так как решают задачи, актуальные лично для них. В процессе работы каждый обучающийся включен в работу, активно принимая участие в обсуждениях. Все это положительно сказывается на качестве математической подготовки и учебной мотивации.

Библиографический список

1. Bruter C.P. Suggestions for making the study of mathematics more attractive // European Society for Mathematics and the Arts [Электронный ресурс]. URL: http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/SuggestionsEN.pdf (дата обращения: 10.05.2020).
2. Focusing on the Fundamentals of Math, Grades 1-8 // Ministry of Education. Ontario.ca [Электронный ресурс]. URL: http://www.edu.gov.on.ca/eng/parents/min_math_strategy.html (дата обращения: 10.05.2020).
3. Mathematics Syllabus. Primary One to Six // Ministry of Education, Singapore [Электронный ресурс]. URL: https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf (дата обращения: 12.05.2020).
4. Morin A. A Close Look at the Singapore Math Method. 5 Key Factors of the Singapore Math Method // ThoughtCo. | Lifelong Learning [Электронный ресурс]. URL: https://www.thoughtco.com/a-close-look-at-the-singapore-math-method-620845 (дата обращения: 12.05.2020).
5. National Research Council. Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC: The National Academies Press, 2001. doi: 10.17226/9822. С. 440.
6. Wigley A. Models for Teaching Mathematics // National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics [Электронный ресурс]. URL: https://www.ncetm.org.uk/public/files/327821/ATM-MT141-04-07.pdf (дата обращения: 08.05.2020).
7. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. М: Просвещение, 2010. С. 159.
8. Вендина А.А., Киричек К.А., Федюшкина А.В., Ивченко А.В. О возможности использования некоторых аспектов китайского математиче-

ского образования в России // Интернет-журнал «Мир науки», 2018. №2. [Электронный ресурс]. URL: https://mir-nauki.com/PDF/26PDMN218.pdf (дата обращения: 10.05.2020).
9. Государственная программа «Развитие образования» на 2018–2025 годы, утв. постановлением Правительства РФ от 12.10.2017 года №1242 // [Электронный ресурс]. URL: http://government.ru/rugovclassifier/860/events/ (дата обращения 20.04.2020).
10. Груздков А.А. О причинах кризиса преподавания математики // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. 2017. № 5. С. 44–50.
11. Далингер В.А. Организация учебно-исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике // Учёные записки ЗабГУ. Серия: Физика, математика, техника, технология. 2010. №2. С. 24-28.
12. Долганова О.В., Петрова О.О., Шарохина Е.В. Педагогика: конспект лекций. М.: Эксмо, 2000. С. 279.
13. Иванова Т.А., Симонова О.В. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности // Вестник ВятГУ. № 1. 2009. С. 125-129.
14. Идиатулин И.Р., Фаут Ю.В., Шашкина М.Б. Проблемы математической грамотности обучающихся и пути их решения // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 80-летию профессора Ларина Сергея Васильевича. Красноярск, 13–14 ноября 2019 г.: в 2 ч. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2019. Ч. 2. С. 49–54.
15. Каверин В.А. Собеседник. Заметки о чтении // Новый Мир. – М.: Издательство «Известия советов депутатов трудящихся СССР», №1, 1969. С.155-169.

16. Ковалева Г.С. Актуальная тема. Основные результаты Международной программы PISA-2012 // Центр компетенций по взаимодействию с международными организациями. [Электронный ресурс]. URL: https://globalcentre.hse.ru/nletter2.2 (дата обращения 18.04.2020).
17. Концепция развития математического образования в Российской Федерации, утв. распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 года №2506-р // [Электронный ресурс]. URL: http://government.ru/docs/9775/ (дата обращения: 21.04.2020).
18. Корешкова Т.А. ЕГЭ 2014. Математика. Тренировочные задания / Т.А. Корешкова, В.В. Мирошин, Н.В. Шевелева. – М.: Эксмо, 2013. – С. 152.
19. Курант Р., Роббинс Г. [Courant R., Robbins H.] Что такое математика? 3-е изд., испр. и доп. М: Издательство МЦНМО, 2001. С. 568.
20. Лемов Д.[Lemov D.] Мастерство учителя. Проверенные методики выдающихся преподавателей: пер. с англ. М.: Издательство «Манн, Иванов и Фербер», 2014. С. 416.
21. Митенева С.Ф. Особенности использования нестандартных задач в обучении математике // Ярославский педагогический вестник. 2010. №4. С. 60-62.
22. Некрасова А.Ф., Рябова М.В. DZ-Б15Б(В) Развитие функциональной грамотности обучающихся на уроках математики // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы V Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 28 апреля 2020 года / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020. С. 88-90.
23. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла / под ред. А.А. Леонтьева. М.: Баласс, 2003. С. 35.

24.Пиковер К. [Pickover C.] Великая математика. От Пифагора до 57-мерных объектов. 250 основных вех в истории математики: пер. с анг. С.А. Иванова. М.: БИНОМ. Лаборатория знания, 2015. – С. 539.
25.Практико-ориентированные задачи по математике. 5-6 класс. Учебное пособие. / Авт.-сост. Ю.А. Скурихина / КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области», ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС», 2019. С. 192.
26.Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / [сост. Е. С. Савинов]. М.: Просвещение, 2011. С. 454. (Стандарты второго поколения).
27.Примеры открытых заданий по математике (по материалам международного исследования образовательных достижений учащихся PISA 2003, 2012 гг.) // Исследование PISA-2018. Материалы. [Электронный ресурс]. URL: http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_pub.html (дата обращения: 21.04.2020).
28.Пташкина Н.В. Практико-ориентированное обучение на уроках математики // Современные подходы к преподаванию математики в основной школе в условиях реализации требований ФГОС: материалы научно-практической конференции. Нижний Новгород, 5—6 марта 2015 года / сост. М.А. Мичасова. Н. Новгород: Нижегородский институт развития образования, 2016. 92 с.
29.Спенсер Г. [Spencer H.] Воспитание умственное, нравственное и физическое: пер. с англ. М: Издательство Либроком, 2020. С. 232.
30.Средний балл ЕГЭ по математике в 2017 году // ВПР Сайт [Электронный ресурс]. URL: https://vpr-ege.ru/ege/matematika/134-srednij-ball-ege-po-matematike-v-2017-godu (дата обращения: 21.04.2020).
31.Тестов В.А. Математическая одаренность и ее развитие // ПНиО, 2014. № 6 (12). С 60-67.
32.Тоом А.Л. Русский учитель в Америке // Математика. Школа. Будущее [Электронный ресурс]. URL: http://www.shevkin.ru/shkoly-stat-i/a-l-toom-russkij-uchitel-v-amerike/ (дата обращения:14.05.2020).

33. Тоффлер Э. [Toffler A.] Шок будущего: пер. с англ. М.: Издательство АСТ, 2002. С. 557.
34. Тюменева Ю.А., Александрова Е.И., Шашкина М.Б. Почему для российских школьников некоторые задания PISA оказываются труднее, чем для их зарубежных сверстников: экспериментальное исследование // Психология обучения. 2015. №7. С. 5–23.
35. Удовенко Л.Н. О взаимосвязи логических и алгоритмических умений, формируемых при обучении математике // Преподаватель XXI век. 2014. № 2. С. 126-133.
36. Указ Президента РФ «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года» от 07.05.2018 г. № 204 // Российская газета. 2018. 9 мая.
37. Ульянова И.В. Современные средства обучения учащихся решению математической задачи в контексте реализации ФГОС ООО нового поколения // Наука и школа. 2017. №3. С. 68-76.
38. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]. URL: https://fgos.ru/ (дата обращения: 21.04.2020).
39. Федеральный институт оценки качества образования. Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021 // [Электронный ресурс]. URL: https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978 (дата обращения 18.04.2020).
40. Фундаментальное ядро содержания общего образования / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. М.: Просвещение, 2016. С. 48.
41. Шашкина М.Б., Табинова О.А. Проблемы реализации преемственности математической подготовки в школе и вузе // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева, №4(26), 2013. С. 128-132.

Задания PISA

СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ

Внутривенные капельные вливания используются для введения жидкости и лекарств пациентам.

Для осуществления вливания медицинским сёстрам нужно вычислять скорость падения капель (*D),* в каплях в минуту.

Они используют формулу $D = \frac{k \cdot V}{60n}$, где

k – показатель «число капель в единице объёма», который измеряется в каплях в миллилитре (мл)

V – объём вливания, в мл

n – число часов, за которое требуется сделать вливание.

Вопрос 1: СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ

PM903Q01 – 0 1 2 9

Медицинская сестра хочет увеличить вдвое время вливания.

Приведите точное описание того, как изменится значение *D,* если *n* **увеличить в два раза**, а k и V оставить без изменения.

....

....

....

СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Объясните эффект, который оказывает удвоение одной переменной в формуле на значение подсчитываемой величины, если другие переменные остаются без изменения.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Применять

Ответ принимается полностью

Код 2: В объяснении описаны и <u>направление</u>, и <u>величина изменения</u>.

- Оно разделится пополам
- Оно составит половину
- D будет на 50% меньше
- D будет в два раза меньше

Ответ принимается частично

Код 1: Ответ, в котором правильно описано либо направление, либо величина изменения, но не оба.

- D станет меньше. [*Не говорится о величине изменения.*]
- Будет изменение на 50%. [*Не говорится о направлении изменения.*]
- D будет на 50% больше. [*Верная величина изменения, но неверное направление изменения.*]

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

- D тоже удвоится. [*И величина, и направление изменения указаны неверно.*]

Код 9: Ответ отсутствует.

Вопрос 3: СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ

PM903Q03 – 0 1 9

Медицинским сёстрам также нужно вычислять объём вливания (V), используя скорость падения капель *D*.

Вливание со скоростью 50 капель в минуту надо сделать пациенту за 3 часа. Показатель «число капель в единице объёма» для данного вливания равен 25 каплям в миллилитре.

Чему равен объём вливания (в мл)?

Объём вливания: .... мл

СКОРОСТЬ ПАДЕНИЯ КАПЕЛЬ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Преобразовать уравнение и подставить значения двух данных величин.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Профессиональный

Познавательная деятельность: Применять

Ответ принимается полностью

Код 1: 360 или приведены верное преобразование и подстановка значений.

- 360
- (60 · 3 · 50) : 25 [*верное преобразование и подстановка*]

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Комментарии:

Вопрос 1. Ключевым моментом решения задачи является работа с формулой. Можно подставить вместо n в знаменатель формулы 2n и понять, что значение D надо разделить еще на 2. Значит, оно уменьшится в 2 раза. Либо применить свойство обыкновенной дроби: если знаменатель увеличить в «а раз», то значение дроби уменьшится во столько же раз.

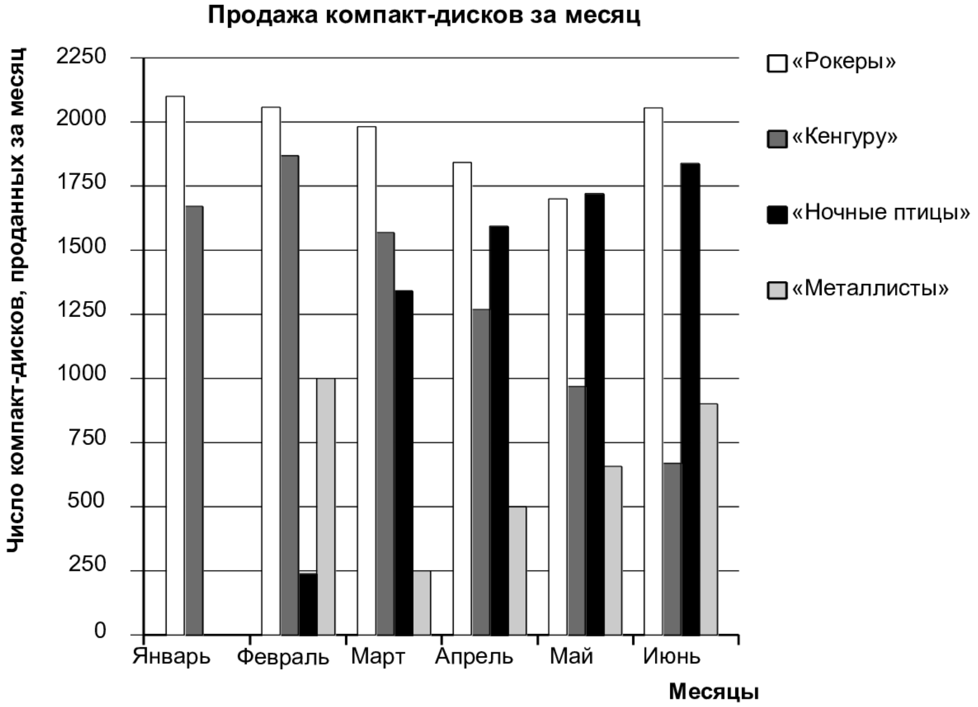
Вопрос 2. Ключевым моментом решения задачи является работа с формулой. Надо преобразовать формулу, выразив V через другие переменные, и подставить значения трех данных величин. При этом имеется дополнительная трудность – надо правильно определить, какие переменные принимают указанные в условии значения. В условии явно указано только, что D = 50 каплям. Значит, надо обратиться к тексту в начале задания и по описанию в нем переменных понять, что k = 25, а n = 3.

Задание отнесено к области *«Изменение и зависимости»*, представленная ситуация *«Профессиональная»*, познавательная деятельность *«Применять»*. Вопрос 1 поставлен в нетрадиционной форме, а знание свойств обыкновенных дробей большинство учащихся не помнит. Поэтому вопрос вызвал затруднение у многих учащихся. С ним справились около 33% российских и около 22% учащихся стран ОЭСР.

Вопрос 2 более привычен для учащихся, однако имеется трудность с определением значений переменных, поэтому результат только немного выше: у российских учащихся – 36%, у учащихся ОЭСР – 32%.

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «*Рокеры*» и «*Кенгуру*». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «*Ночные птицы*» и «*Металлисты*». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



Вопрос 1: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

PM918Q01

Сколько компакт-дисков музыкальная группа «*Металлисты*» продала в апреле?

A 250
B 500
C 1000
D 1270

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Читать столбчатую диаграмму

Область математического содержания: Неопределённость и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

Ответ принимается полностью

Код 1: В. 500

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Вопрос 2: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

PM918Q02

В каком месяце музыкальная группа «*Ночные птицы»* в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «*Кенгуру»*?

A Не было такого месяца
B Март
C Апрель
D Май

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Прочитать столбчатую диаграмму и сравнить высоту двух столбцов.

Область математического содержания: Неопределённость и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Интерпретировать

Ответ принимается полностью

Код 1: C. Апрель

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Вопрос 3: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

PM918Q05

Менеджер группы «*Кенгуру»* обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь.

Каков прогноз объёма продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?

A 70 компакт-дисков
B 370 компакт-дисков
C 670 компакт-дисков
D 1340 компакт-дисков

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 5

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать столбчатую диаграмму и подсчитать число компакт-дисков, проданных в будущем, полагая, что сохранится линейная тенденция.

Область математического содержания: Неопределённость и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность: Применять

Ответ принимается полностью

Код 1: B. 370 компакт-дисков

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Комментарии:

Вопрос 1. Для ответа на вопрос 1 надо интерпретировать диаграмму: понять принятые обозначения, найти на диаграмме столбец, соответствующий группе «Металлисты», и определить его высоту.

Вопрос 2. Для ответа на вопрос 2 надо интерпретировать диаграмму: понять принятые обозначения, найти на диаграмме столбцы, соответствующие двум указанным группам в каждом из 6 месяцев, и сравнить их по высоте. Выполнение этих действий упрощается за счет того, что эти столбцы соседние, поэтому их легче сравнить.

Вопрос 2. Для ответа на вопрос 3 надо интерпретировать столбчатую диаграмму и определить количество компакт-дисков, которое будет продано в июле, полагая, что сохранится линейная тенденция уменьшения количества проданных дисков группы «Кенгуру» с февраля по июнь. Совершенно нестандартный вопрос, на который трудно было бы дать достаточно точный числовой ответ, поэтому к нему приведены варианты готовых ответов.

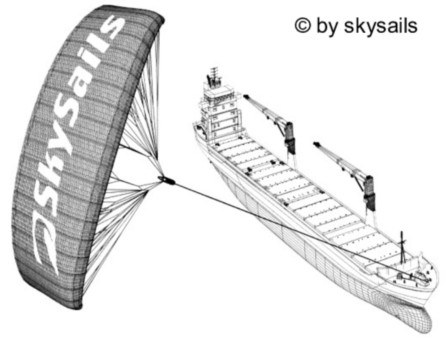
На диаграмме видно, что высота соответствующих столбцов уменьшается с февраля по июнь. Возможный рациональный подход к получению ответа – это учесть, что отрицательная тенденция продолжается и в июле. Поэтому достаточно определить по диаграмме количество дисков, проданных в июне (примерно 650 штук), и сравнить полученное число с вариантами готовых ответов. Тогда будет ясно, что ответы C (670) и D (1340) явно неверные, так как они больше, чем в июне (650), а ответ A (70) слишком мал.

Возможен другой подход, когда по диаграмме находят число дисков, проданных в каждом месяце с февраля по июнь, затем вычисляют разность между двумя соседними месяцами, суммируют эти разности, делят эту сумму на 5 и получают среднее количество дисков, на которое уменьшается продажа в следующем месяце. Но это очень трудоёмкий подход, чреватый вычислительными ошибками.

Можно также справа от июня построить столбец, который будет изображать продажу дисков группы Кенгуру в июле. Затем провести прямую через вершины 5 столбцов (количество проданных дисков группой Кенгуру с февраля по июнь) и продолжить её далее до пересечения с построенным столбцом. По вертикальной оси можно увидеть, что пересечение столбца будет на высоте между 500 и 250. Сравнение с готовыми ответами покажет, что верный ответ B.

Задание отнесено к области *«Неопределенность и данные»*, представленная ситуация *«общественная»*, познавательная деятельность *«интерпретировать»*. Это задание может служить примером, как его составители добились повышения сложности вопросов. Вопрос 1 традиционный, доступный для учащихся 4-5 класса, и поэтому результат достаточно высокий – российские учащиеся 89%, учащиеся стран ОЭСР – 87%. Вопрос 2 сложнее, требует выполнения нескольких действий, поэтому и результаты несколько ниже: российские учащиеся – 72%, учащиеся стран ОЭСР – 80%. Вопрос 3 совершенно нестандартный, требует самостоятельной разработки способа решения. Видимо, большинство учащихся опирались на рассуждения, подобные приведенным выше, и на варианты готовых ответов, поэтому результаты достаточно высокие: российские учащиеся – 72%, учащиеся стран ОЭСР – 77%.

ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ


© by skysails

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

Вопрос 1: ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

PM923Q01

Одно из преимуществ использования кайта заключается в том, что он летает на высоте в 150 м. Там скорость ветра примерно на 25% больше, чем на уровне палубы корабля.

С какой примерно скоростью дует ветер на кайт, когда скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна 24 км/ч?

A 6 км/ч
B 18 км/ч
C 25 км/ч
D 30 км/ч
E 49 км/ч

ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Применить вычисления с процентами в рамках данной ситуации в реальном мире.

Область математического содержания: Количество

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

Ответ принимается полностью

Код 1: D. 30 км/ч

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

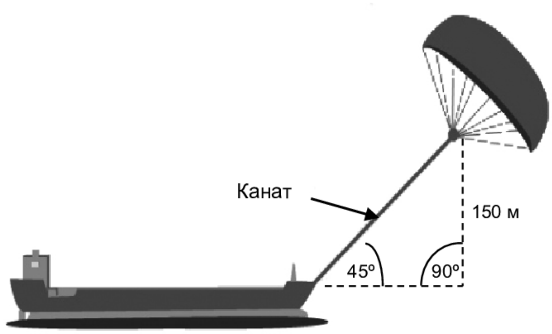
Код 9: Ответ отсутствует.

Вопрос 2: ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

PM923Q03

Чему примерно должна быть равна длина каната у кайта, чтобы он тянул корабль под углом в 45° и находился на высоте в 150 м по вертикали, как показано на рисунке?

A 173 м
B 212 м
C 285 м
D 300 м



Примечание: Рисунок сделан не в масштабе.
© by skysails

ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Использовать теорему Пифагора в рамках геометрического содержания реальной ситуации.

Область математического содержания: Пространство и форма

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: Применять

Ответ принимается полностью

Код 1: B. 212 м

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Вопрос 3: ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

PM923Q04 – 0 1 9

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зеда за литр хозяева корабля *«Новая волна»* думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «*Новая волна*»

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём)

Длина: 117 метров

Ширина: 18 метров

Грузоподъёмность: 12 000 тонн

Максимальная скорость: 19 узлов

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров

Стоимость установки на *«Новой волне»* кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

....

....

....

....

....

....

....

Количество лет:...................................

ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 4

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Решить ситуацию в реальном мире, включающую экономию затрат и расхода топлива.

Область математического содержания: Изменение и зависимости

Контекст: Научный

Познавательная деятельность: формулировать

Ответ принимается полностью

Код 1: Ответ от 8 до 9 лет сопровождается соответствующими (математическими) вычислениями.

- Расход дизельного топлива за год без паруса: 3,5 миллионов литров, цена 0,42 зеда/литр, стоимость дизельного топлива без паруса 1 470 000 зедов. Если 20% экономит парус, то это приводит к экономии 1 470 000 · 0,2 = 294 000 зедов за год. Таким образом, 2 500 000 / 294 000 $\approx$ 8,5, т.е.: после 8-9 лет парус станет (финансово) выгодным.

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Комментарии:

Вопрос 1. Российские учащиеся выбрали следующие варианты ответа на данный вопрос:

A 6 км/ч – 16% (ошибка – нашли 25% вместо 125% от 24 км/ч)
B 18 км/ч – 6% (ошибка – нашли 100% – 25% = 75% от 24 км/ч)
C 25 км/ч – 8% (ошибка – не поняли условие задачи)
D 30 км/ч * – 57% (24 · 1,25 = 30 км/ч ИЛИ 25% от 24 равно 6, 24 + 6 = 30 км/ч)
E 49 км/ч – 3% (невнимательно прочли условие задачи, сложили 24 км/ч и 25%)

Не дали ответ на вопрос 3% российских учащихся.

Ключевой момент решения – нахождение процентов числа. Задание стандартное, доступно учащимся 5-6 класса. Затруднение вызывает большой текст в описании ситуации, из которого не требуется информация для ответа на данный вопрос. Основные ошибки (ответы A, B, C) заключаются в невнимательном анализе условия задачи, а также в нетвердом знании алгоритмов решения задач на проценты.

Задание отнесено к области *«Количество»*, представленная ситуация *«научная»*, познавательная деятельность «Применять». Результаты невысоки: российские учащиеся – 57%, учащиеся стран ОЭСР – 60%.

Вопрос 2. Российские учащиеся выбрали следующие варианты ответа на данный вопрос:

A 173 м – 15%
B 212 м * – 45%
C 285 м – 18%
D 300 м – 18%

Не дали ответ на вопрос 4% российских учащихся.

Ключевым моментом для решения этой задачи является применение известной теоремы Пифагора для вычисления длины искомого отрезка, а также знание известного свойства равенства катетов в прямоугольном равнобедренном треугольнике (с углом в 45°). Решение задачи упрощает наличие чертежа, на котором хорошо представлена имеющаяся ситуация и соответствующие данные из условия задачи, а также приведенные варианты ответов. Однако подобных заданий нет в учебниках, форма представления условия задачи совершенно непривычная, поэтому вызвала затруднения у большинства учащихся. Решение: Канат

$=\sqrt{150^2+150^2}\approx 212{,}13$. Сообразуясь с вариантами готовых ответов, следует выбрать ответ B (212).

Задание отнесено к области *«Пространство и форма»*, представленная ситуация *«научная»*, познавательная деятельность *«Применять»*. Результаты невысоки: российские учащиеся – 45%, учащиеся стран ОЭСР – 50%.

Вопрос 3. Это текстовая задача в 3-4 вопроса. В исследовании она отнесена к высшему уровню сложности. Требуется создать модель её решения, применить алгоритм решения задач на проценты и выполнить арифметические действия с многозначными числами. Полученный приближенный ответ (8,5 лет) округлить, учитывая условие задачи. Знания и умения, необходимые для получения ответа формируются в 5-6 классах. В исследовании разрешается использовать калькулятор, что позволяет упростить процесс вычислений и сэкономить время.

Задача отнесена к области *«Изменение и зависимости»*, контекст *«научный»*, познавательная деятельность *«Формулировать»*. Подобных задач нет в российских учебниках. Сложность задачи определяется наличием большого текста, в котором много лишней словесной и количественной информации. Информация представлена в различной форме: в виде текста, количественных данных и рисунков. Данные, нужные для решения, надо извлечь из разных частей текста, в котором имеется количественная информация, ненужная для решения данной задачи. Поэтому неудивительно, что результаты выполнения этого задания невысоки: российские учащиеся – 16%, учащиеся стран ОЭСР – 15%, максимальный результат у лидирующих стран – 47%.

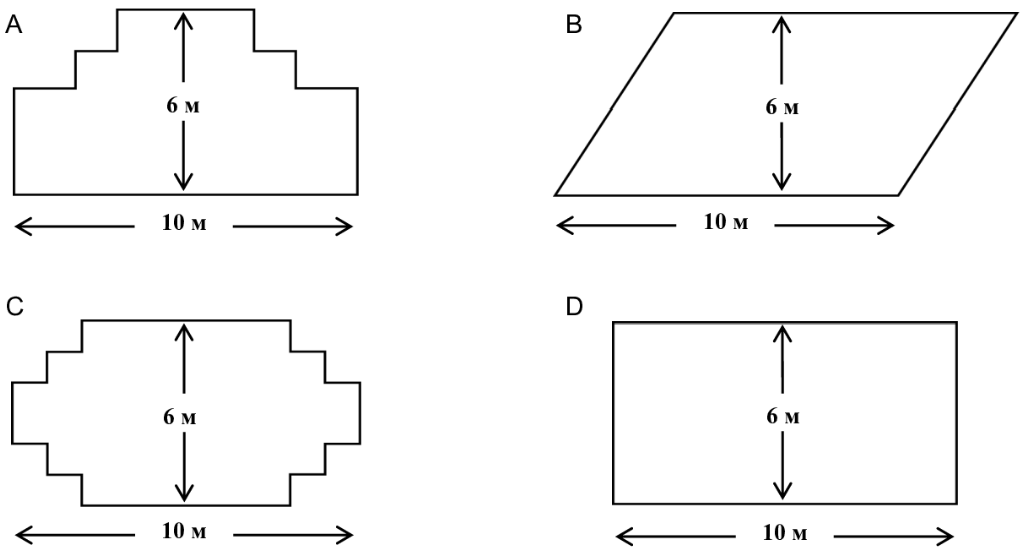
Задача была бы посильной для российских учащихся 5-6 класса, если бы она была сформулирована в привычной для них редакции, как это делается в российских учебниках: За год двигатель на корабле потребляет 3500000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 2500000 р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?

САДОВНИК

ВОПРОС 1: САДОВНИК

M266Q01

У садовника имеется 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из следующих вариантов.



Обведите слово «Да» или «Нет» около каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит или не хватит садовнику 32 м провода, чтобы обозначить ее границу.

Форма клумбы	**Хватит ли 32 м провода, чтобы обозначить границу клумбы?**
Форма A	Да / Нет
Форма B	Да / Нет
Форма C	Да / Нет
Форма D	Да / Нет

САДОВНИК: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

Ответ принимается полностью

Код 2: Даны все четыре верных ответа

Форма A Да

Форма B Нет

Форма C Да

Форма D Да

Ответ принимается частично

Код 1: Дано три верных ответа.

Ответ не принимается

Код 0: Два или менее.

Код 9: Ответ отсутствует.

Комментарии:

Возможные рассуждения: Если выпрямить стороны многоугольников (формы A и C), то получим прямоугольники со сторонами 10 м и 6 м. Тогда периметры клумбы на планах A, C, D равны ровно 32 м. Для определения длины боковой стороны параллелограмма (форма B) возможно такое рассуждение: на рисунке явно видно, что боковые стороны (наклонные) параллелограмма (форма B) по длине больше его высоты, равной 6 м. Значит, периметр клумбы формы B более 32 м.

Задание оказалось достаточно трудным для большинства учащихся, в 2000 году с ним полностью справились (обвели слово «Да» в первой, третьей и четвертой строках таблицы и слово «Нет» во второй строке) около 20% из всех участников исследования и около 23% российских учащихся.

Ключевым моментом для решения задачи является опора на пространственное воображение при преобразовании в прямоугольники форм *A* и *C*, а также знание свойств параллелограмма и знание понятия периметра многоугольников, поэтому задание отнесено к области «*Пространство и форма*». Сам контекст носит *профессиональный* характер. По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Применять*».

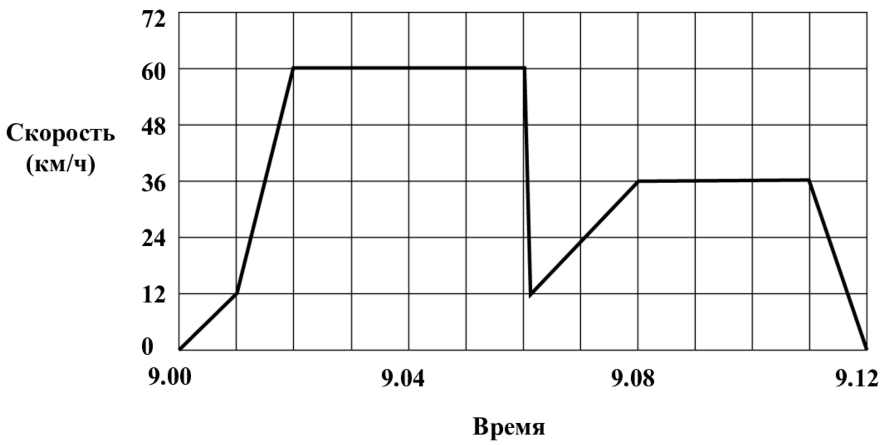
ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

Марина отправилась покататься на своей машине. Во время поездки дорогу перед машиной перебежала кошка. Марина резко нажала на тормоз и сумела объехать кошку.

Взволнованная этим происшествием Марина решила вернуться домой.

На приведенном ниже графике упрощенно представлена скорость машины во время поездки.

Поездка Марины



Вопрос 1: ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

M302Q01

Какова наибольшая скорость машины во время поездки?

Наибольшая скорость: км/ч.

ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

Ответ принимается полностью

Код 1: 60 км/ч.

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Вопрос 2: ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

M302Q02 - 0 1 9

Сколько было времени, когда Марина нажала на тормоз, чтобы не переехать кошку?

Ответ:

ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

Ответ принимается полностью

Код 1: 9.06

ИЛИ

6 минут десятого.

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Вопрос 3: ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

M302Q03 - 0 1 9

Было ли расстояние, которое проехала Марина, возвращаясь домой, короче, чем расстояние, которое она проехала от дома до того места, где случилось происшествие с кошкой? Ответ объясните, используя информацию, представленную на графике.

....

....

....

....

ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 3

Ответ принимается полностью

Код 1: Говорится, что путь домой был короче, и дано соответствующее объяснение. Объяснение связано и с тем, что средняя скорость была меньше, и с тем, что на обратный путь ушло примерно такое же время, или приведены подобные аргументы. Следует иметь в виду, что аргументы, основанные на меньшей площади под графиком скорости на обратном пути, также можно принимать полностью.

- Первая часть расстояния была больше, чем обратный путь, на который ушло столько же времени, но на первой части пути она ехала намного быстрее, чем на второй.
- Путь Марины домой был короче, потому что на него ушло меньше времени, а ехала она медленнее.

Ответ не принимается

Код 0: Дан верный ответ без соответствующего объяснения.

- Он был короче, потому что, когда она нажала на тормоз, у нее как раз ушло около половины времени.
- Путь домой был короче. Он занимает 8 квадратов, а путь туда занимает 9 квадратов.

ИЛИ

Другие ответы.

- Нет, он был такой же, потому что у нее ушло шесть минут, чтобы вернуться обратно, но она ехала медленнее.
- По графику, если вы включите время, которое у Марины ушло на то, чтобы снизить скорость из-за кошки, то время может быть на пару секунд меньше, но при округлении оно примерно такое же.
- По графику можно сказать, что расстояние до того места, где она остановилась, и обратный путь домой одинаковы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Комментарии:

Вопрос 1. Этот, казалось бы, несложный вопрос вызвал затруднение почти у четверти российских учащихся – 75% верных ответов. Среди учащихся стран ОЭСР на него ответили 78%. Видимо, затруднение было вызвано непривычной шкалой на оси x.

Вопрос 3. Ключевыми моментами при решении задачи является интерпретация графика скорости и понимание зависимости пройденного расстояния от скорости и времени движения. Поэтому задание отнесено к области «Изменение и зависимости», ситуация «личностная», а характер познавательной деятельности «Интерпретировать».

Задание оказалось трудным для большинства участников исследования. Среди российских учащихся с ним справились только около 20%, а среди стран ОЭСР – 30%.

БЫТОВЫЕ ОТХОДЫ

Вопрос 1: БЫТОВЫЕ ОТХОДЫ

M505Q01 - 0 1 9

В качестве домашнего задания по окружающей среде учащиеся собирали информацию о времени, необходимом для разложения некоторых видов бытовых отходов, которые выбрасывают люди.

Бытовые отходы	**Время разложения**
Банановая кожура	1–3 года
Апельсиновые корки	1–3 года
Картонные коробки	0,5 года
Жевательная резинка	20–25 лет
Газеты	Несколько дней
Полистироловые чашки	Более 100 лет

Ученик хочет изобразить эти данные на столбчатой диаграмме.

Приведите **одну** причину, по которой использование столбчатой диаграммы неудачно для изображения этих данных.

БЫТОВЫЕ ОТХОДЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

Ответ принимается полностью

Код 1: Причина сфокусирована на большом различии между данными для некоторых видов мусора.

- Различие в высоте столбцов на столбчатой диаграмме будет слишком большим.
- Если взять столбик в 10 см для полистирола, то столбик для картонных коробок будет высотой 0,05 см.

ИЛИ

Причина сфокусирована на неопределенности данных для некоторых видов мусора.

- Высота столбика для «полистироловых чашек» неопределимая.
- Вы не построите один столбик для данных 1-3 года или один столбик для данных 20-25 лет.

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

- Потому что она не годится.
- Пиктограмма лучше.
- Вы не можете проверить эту информацию.
- Потому что числа, указанные в таблице, приближенные.

Код 9: Ответ отсутствует.

Комментарии:

Ключевым моментом для решения задачи является интерпретация и представление имеющихся данных, поэтому задание отнесено к области «*Неопределенность и данные*». Сам контекст носит *научны*й характер. По характеру превалирующей познавательной деятельности задание отнесено к когнитивной области «*Интерпретировать*». Задание оказалось средней трудности, в 2003 году с ним справились 51% из всех участников исследования.

Приложение Б

Таблица «Чек»

Товар	*Цена за кг/уп/л*	*Стоимость*
Куриное филе		
Картофель		
Морковь		
Молоко		
Яйца		
Масло подсолнечное		
Итого		

Приложение В

Анкетирование

1. Нравится ли тебе учиться в школе? Да Нет
2. Нравится ли тебе изучать математику? Да Нет
3. Используешь ли ты знания, полученные на уроках математики в своей повседневной жизни? Да Нет
4. Выбрал ли ты будущую профессию? Да Нет

   4.1. Если да, то будет ли нужна математика в твоей будущей профессии?

   Да Нет

Спасибо за ответы!

Входное тестирование

Задача «Баня» В семье N, состоящей из шести человек, проживающей в г. Нижний Тагил, решили заменить крышу бани. При этом выяснилось, что существует несколько способов перекрытия крыш.

№1. (1 балл) Есть определенная закономерность архитектурного построения здания, при котором расчет угла наклона крыши определяется отношением высоты крыши к ширине дома как 1:3. Этот способ определения угла крыши очень приблизительный, так как не учитывает ни выбор кровельного материала, ни ветровые и снеговые нагрузки в данном регионе. Определите, какой должна быть высота крыши, если ее ширина 3 м, дина 3 м.

А) 1; Б) 2; В) 3; Д) 4.

№2. (3 балла) Математический подход определения угла наклона крыши подразумевает выполнение расчета с помощью специальной таблицы, в которой указаны градусы уклона, проценты уклона и коэффициент подъема конька, на который умножается длина горизонтальной проекции ската крыши.

Вид кровли	Уклон		
	в градусах	в %	в соотношении высоты конька к половине заложения кровли
4- и 3-слойные кровли из рулонных материалов на основе битума	0–3	до 5	до 0:20
2-слойная кровля из рулонных материалов на основе битума	8,5	15	1:6,6
Волнистые асбестоцементные листы	9	16	1:6
Глиняная черепица	9,5	20	1:5
Стальные листы	18	29	1:3,5
Сланцевые и асбестоцементные плиты	26,5	50	1:2
Цементно-песчаная черепица	34	67	1:1,5
Деревянная кровля	39	80	1:1,125

Часто определение угла наклона крыши связано с выбором кровельного материала. Объясняется это тем, что разные кровельные материалы имеют различные рекомендованные углы укладки, при которых обеспечивается максимальная герметичность крыши.

Определите, пользуясь данными таблицы, какова будет высота крыши бани, если выбрать кровельный материал - волнистые асбестоцементные листы.

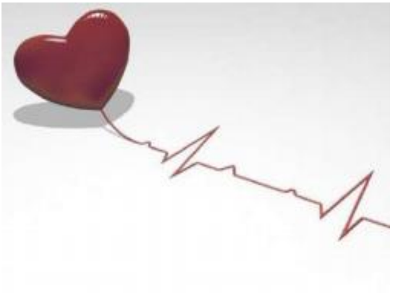
Решение:____

____

____

Задача «Ритм сердца»

Сердце — единственный мышечный орган, неподвластный управлению человеком. Оно работает само по себе и регулируется с помощью вегетативной нервной системы. В нашем сердце есть так называемый синусовый узел, который задает ритм работе всего сердца. Ритмичное сокращение и расслабление сердечной мышцы и называют ритмом сердца. Норму ритма сердца можно рассчитать по формуле:

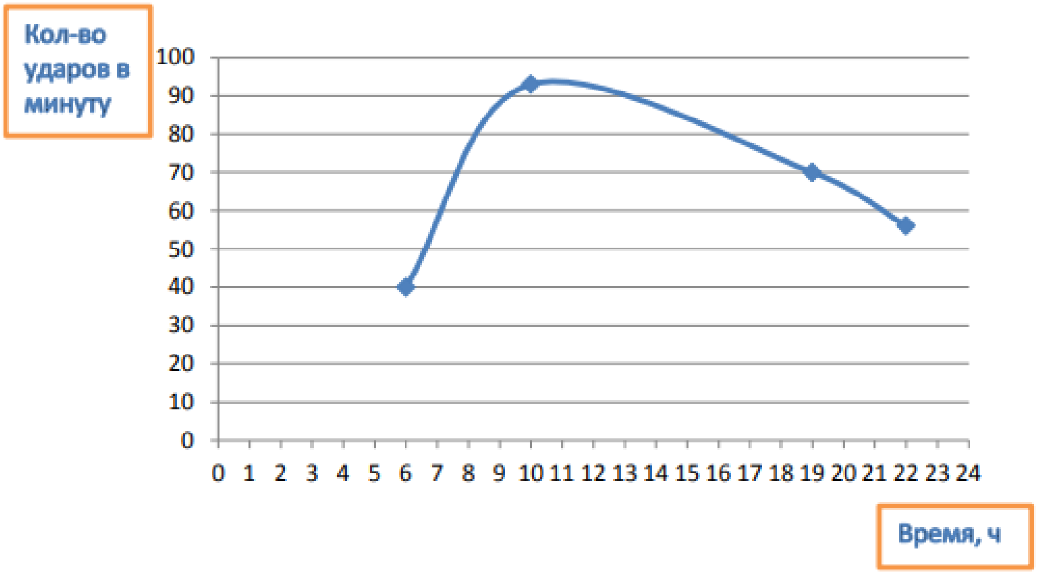


118,1 — (0,75*возраст).

№3. (1 балл) Рассчитайте норму ритма сердца для каждого возраста, ответ округлите до целого значения.

Возраст	**Количест ударов сердца минуту**
10лет	
25 лет	
40 лет	
65 лет	
70 лет	

№4. (2 балла) Роман, которому сейчас 25 лет, с детства занимается лыжным спортом. В состоянии покоя число ударов его сердца составляет 71% от нормы. Во время сна количество сокращений сердца уменьшается от состояния покоя на 20% . Во время обычных тренировок число ударов сердца понижается до 40 ударов, а при высоких физических нагрузках число ударов сердца повышается на треть от состояния покоя. На графике отмечено количество ударов сердца Романа в течении дня. Составьте, используя график, примерный режим дня Романа.



Задача «Мотоцикл»

Марат увлекается мотоциклами и в дальнейшем мечтает стать профессиональным гонщиком. Собирая информацию о мотоциклах из журнала «ЗА РУЛЕМ», он получил следующие сведения:

Вид мотоцикла	Масса мотоцикла	Максимальная мощность	Объем топливного бака	Норма расхода топлива литр/ 100км
BWs (YW100)	94кг	кВт (об/мин): 133,9 кВт (182 л. с.) при 12500 об/мин	18литров	1,85
Мотоцикл YZF-R6	169кг	кВт (об/мин): 91.0 кВт при 14 500 об/мин	17литров	6
Мотоцикл FZ1-N	214кг	кВт (об/мин): 110,3 кВт (150 л. с.) при 11000 об/мин	18,2 литра	5,6
Мотоцикл XJ6-N	205кг	кВт (об/мин): 57,0 кВт (78 л.с.) при 10 000 об/мин	17,3 литра	3,8

На приобретённом мотоцикле он отправился из города Челябинска в поселок Куртамыш Курганской области расстояние между которыми 240км, двигаясь с постоянной скоростью. Возвращаясь обратно, он проехал половину пути с той же скоростью, а затем на повороте увеличил скорость на 10 км/ч. В результате на обратный путь было затрачено на 24мин меньше.

№5. (3 балла) Какая опасность подстерегает Марата на пути из Челябинска в Куртамыш? Ответ представьте в виде рисунка, воспользовавшись следующей информацией:

1. Приблизительно 3/4 мотоаварий происходят по причине столкновения с другим автомобилем, чаще всего с пассажирским.

2. Приблизительно 1/4 мотоаварий происходит по причине наезда мотоцикла на какое-либо препятствие.

3. Менее 3% мотоаварий происходит по причине неисправности мотоцикла, и преимущественно по причине потери управляемости из-за спущенных покрышек.

4. Дефекты дорожного полотна (неровности, ямы) - причины 2% аварий, животные - причины 1% аварий.

5. В случаях столкновения с другими транспортными средствами, причина столкновения в 2/3 случаев - игнорирование водителем другого транспортного средства права мотоциклиста на проезд.

6. Основная причина мотоаварий это то, что другие водители не видят и не опознают мотоцикл. Водители других транспортных средств не видели мотоцикл до аварии или видели его слишком поздно.

7. Специальные злонамеренные действие водителей других транспортных средств являются очень редкой причиной мотоаварий. Типичная конфигурация аварии - внезапный левый поворот автомобиля перед движущимся мотоциклом.

8. Самое вероятное место мотоаварии - перекрёсток, где водители других транспортных средств нарушают право преимущественного проезда мотоцикла или игнорируют сигнал светофора.

9. Погода - не причина 98% мотоаварий.

10. Большинство аварий случаются во время коротких поездок (магазины, приятели, отдых) и чаще всего в самом начале маршрута.

11. Плохая видимость на дороге мотоцикла или другого транспортного средства по причине ослепления водителей или помехи видимости другим автомобиля - причина почти половины мотоаварий.

12. Видимость мотоцикла - критический фактор. Аварийность была бы значительно ниже при включенных днём фарах или при ношении мотоциклистом яркой жёлтой, оранжевой или ярко-красной куртки.

13. После мотоаварии в 62% случаев отмечалось вытекание топлива. Повышенный риск пожара.

14. Средняя предаварийная скорость - 45 км/ч. Средняя аварийная скорость - 30 км/ч. В одном случае из тысячи аварийная скорость 130 км/ч

5. Ограничение периферийного зрения в шлеме не является причиной типичных аварий. Более чем 3/4 всех причин аварии находятся в секторе 45 градусов от взгляда "прямо".

16. Видимость мотоцикла особенно критична для фронтальных поверхностей мотоциклиста и мотоцикла.

17. Неисправности мотоцикла - редкая причина аварий. К таким неисправностям в основном относятся недостаточное или некачественное техобслуживание мотоцикла.

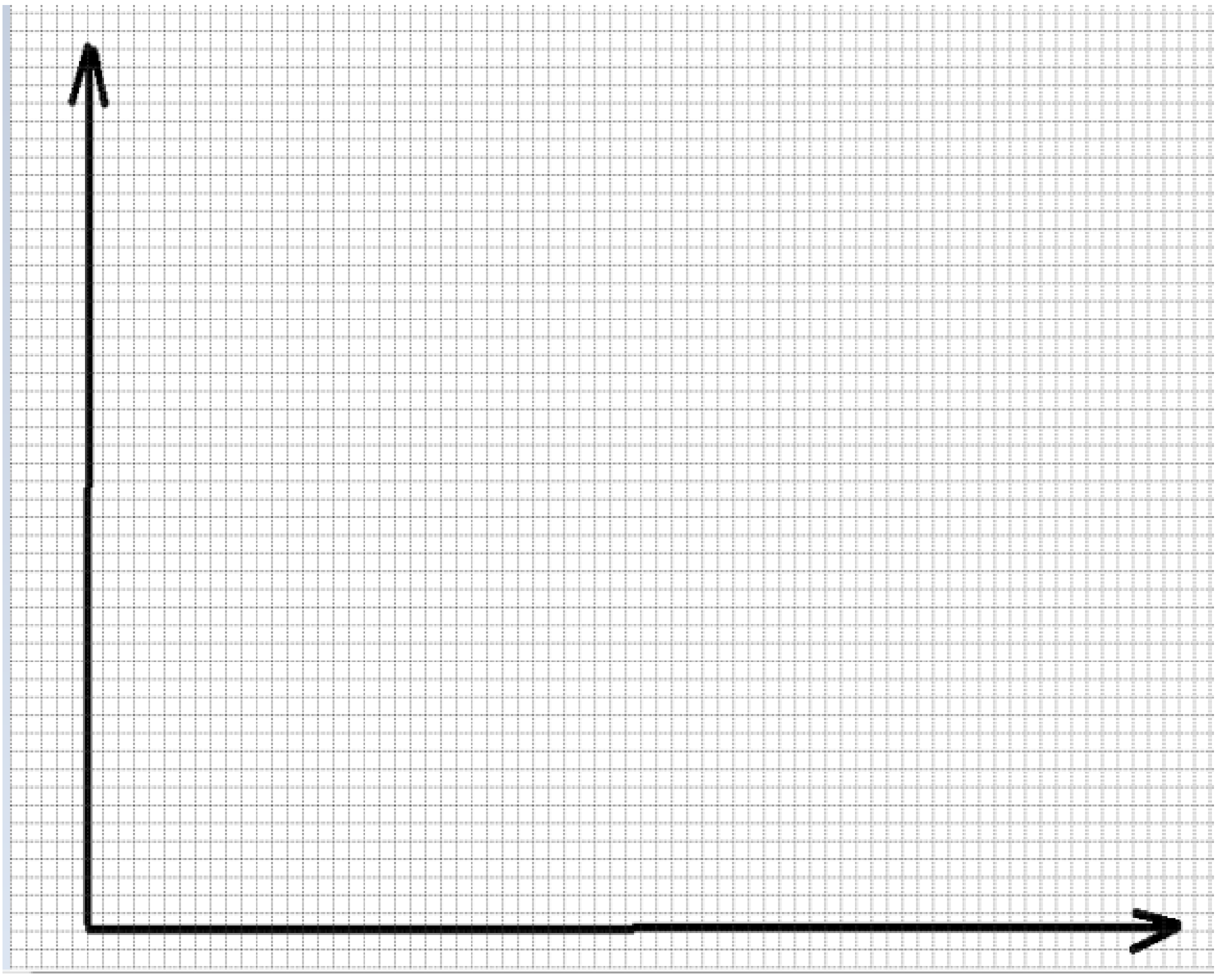
18. Мотоциклисты с недавним опытом ДТП чаще попадают в аварии.

19. Алкоголь присутствовал почти в половине смертельных случаев.

№6. (5 баллов) Используя данные таблицы из журнала «ЗА РУЛЕМ», составьте столбчатые диаграммы по каждой характеристике мотоциклов.

Порекомендуйте Марату какую марку мотоцикла купить.

Рекомендации к решению: предположить возраст Марата, обратить внимание на массу, мощность и расход топлива



Приложение Г

Промежуточное тестирование

1. Николай за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина 41 рубль. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил Николай на бензин за этот месяц?

А) 22140

Б) 24600

В) 36900

2. Железо – это основной элемент в крови, составляющая часть гемоглобина, главной функцией которого является транспорт кислорода к каждой клетке нашего тела. Если в организме железа не хватает, органы не получают необходимое количество кислорода, что негативно сказывается на состоянии здоровья. Одной из причин анемии – пониженного содержания уровня гемоглобина в крови - является неправильное питание. Организму человека в сутки необходимо поступление железа 1,5 мг. Как утверждают врачи, только 10% микроэлемента, полученного из питания, усваивается организмом. Соответственно, с пищей человек должен получать 15 мг железа в день.

В понедельник в меню школьной столовой на обед было предложено: гречневая каша (200 гр.) с котлетой (100 г.) и салат из морской капусты (100 г). Во вторник в меню предложили печеночные оладьи (150 г.) с салатом из свеклы с черносливом (100 г), а в среду картофельное пюре (200г) с жареным цыпленком (50 г) и салат из моркови (100г).

Продукт	Содержание железа мг/100г	Продукт	Содержание железа мг/100г
Грибы сушеные	30-35	Мясо кролика	4-5
Печень свиная	18-20	Миндаль	4-5
Отруби пшеничные	18-20	Мясо индюшачье	3-5
Пивные дрожи	16-19	Персики	4-4,5
Капуста морская	15-17	Малина	1.6-1.8
Какао	12-14	Свекла	1.0-1.4
Печень телячья	9-11	Яблоки	0.5-2.2
Гречка	7-8	Брокколи вареная	1.0-1.2
Яичный желток	6-8	Картофель	0.8-1.0
Сердце	6-7	Морковь	0.7-1.2
Язык говяжий	5-6	Цыпленок жареный	0.7-0.8
Грибы свежие	5-6	Бананы	0.7-0.8
Бобы	5-6	Белок яичный	0.2-0.3

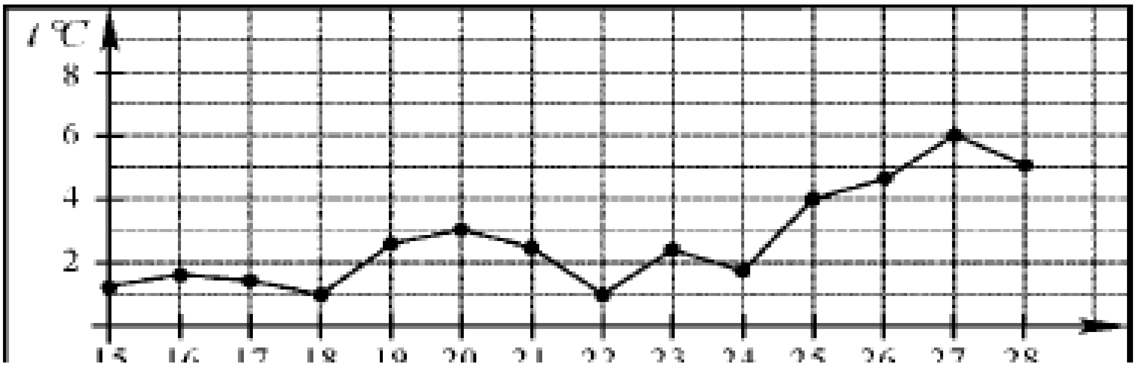
Предложи список продуктов, которые нужно добавить в меню каждого дня, чтобы ты получил суточную норму железа.

Понедельник ________________________

Вторник ____________________________

Среда ______________________________

3. На графике жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в городе N каждый день с 15 по 28 апреля 2018 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по рисунку: а) какой была наибольшая среднесуточная температура в период с 17 по 24 апреля; б) наименьшая среднесуточная температура с 15 по 28 апреля; в) средняя температура за весь период наблюдения. Ответ дайте в градусах Цельсия.



4. На какое наибольшее число частей можно разделить блин тремя разрезами? Ответ поясните.