МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева»

МОЛОДЕЖЬ И НАУКА XXI ВЕКА

**XXI Международный научно-практический
форум студентов, аспирантов и молодых ученых**

СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В КОНТЕКСТЕ РАЗВИТИЯ КРАЯ: ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Сборник материалов
V Всероссийской научно-практической конференции
студентов, аспирантов и школьников

Красноярск, 28 апреля 2020 года

Электронное издание

КРАСНОЯРСК
2020

ББК 22.1
С 568

С 568 **Современная математика и математическое образование в контексте развития края**: **проблемы и перспективы:** материалы V Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 28 апреля 2020 года / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020. – Систем. требования: PC не ниже класса Pentium I ADM, Intel от 600 MHz, 100 Мб HDD, 128 Мб RAM; Windows, Linux; Adobe Acrobat Reader. – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-00102-449-1

ББК 22.1

ISBN 978-5-00102-449-1
(XXI Международный форум
студентов, аспирантов и молодых ученых
«Молодежь и наука XXI века»)

СОДЕРЖАНИЕ

СТУДЕНЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ ДОСТИЖЕНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ: ИННОВАЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

СТУДЕНЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ ДОСТИЖЕНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ

ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ЗАДАННЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ИССЛЕДОВАНИЕ

М.А. Васильев, М.А. Морозов
Научный руководитель ***Н.А. Лозовая,***
кандидат педагогических наук
Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва

В работе рассмотрены функции, заданные параметрически. Обозначена их актуальность для будущих бакалавров инженерных направлений подготовки. Рассмотрен пример исследования параметрически заданной функции и построения ее графика, в том числе при использовании прикладных компьютерных программ.
Ключевые слова: ***механика, исследование, параметрически заданная функция, график, Mathcad, дифференцирование.***

В техническом вузе математический аппарат используется как средство при решении междисциплинарных задач и задач профессиональной направленности. При решении ряда задач механики, являющейся фундаментальной дисциплиной в технической школе, возникает потребность в исследовании параметрически заданных функций.

Цель настоящей работы заключается в рассмотрении параметрически заданных функций, определении особенностей их исследования и построения графиков, в том числе с помощью программных средств, в частности Mathcad.

Пусть заданы две функции переменной t: $x=\varphi(t)$, $y=\phi(t)$. Задание функциональной зависимости между двумя переменными, состоящее в том, что обе переменные определяются (каждая в отдельности) как функции одной и той же вспомогательной переменной, называется параметрическим, а вспомогательная переменная – параметром [1, с. 142].

В механике при задании траектории движения часто встречаются параметрически заданные функции, при этом время t является параметром, а функции $x=\varphi(t)$, $y=\phi(t)$ выражают законы движения проекций движущейся точки на оси координат. Если исключить параметр t, то получается уравнение траектории как связь между координатами x и y движущейся точки.

Параметрическое задание функций часто имеет преимущество по сравнению с другими способами задания.

Рассмотрим для примера следующие кривые: а) $x=\cos t$, $y=\sin t$; б) $x=\cos t$, $y=-\sin t$; в) $x=\cos 3t$, $y=\sin 3t$; г) $x=\sin 3t$, $y=\cos 3t$. Если в каждом из случаев исключить t, то получается окружность единичного радиуса $x^2+y^2=1$.

Однако, исходя из параметрического задания, можно отметить следующее. Во-первых, в случаях а), б), в) в момент времени $t = 0$ точка находится на оси абсцисс, в случае г) – на оси ординат. Во-вторых, в случаях б) и г) точка движется по часовой стрелке, в случаях а) и в) – против часовой стрелки. В-третьих, в случаях а) и б) угловая скорость равна 1 радиан/с, в случаях в) и г) угловая скорость равна 3 радиан/с [2, с. 49–50].

Функции, определяющие x и y через параметр, как правило, достаточно простые, в то время как непосредственная связь между x и y может быть очень сложной. Часто даже при сравнительно простых выражениях $x(t)$ и $y(t)$ попытка исключить из них t приводит к сложным формулам. Построить кривую в плоскости x, y можно и не исключая t: задать различные значения t и найти значения x и y; путем элементарных построений и преобразований; при помощи программных средств, что значительно экономит время.

Рассмотрим параметрически заданную функцию: $\begin{cases} x = \dfrac{t^2}{t^2+1}, \\ y = \dfrac{t^3}{t^2+1}. \end{cases}$

Областью определения функции $y(x)$ является интервал: $[0,1)$. Вертикальная асимптота $x = 1$. Найдем производные первого и второго порядка. Чтобы избежать громоздких преобразований, воспользуемся Mathcad [3]. Получаем: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{t\left(t^2+3\right)}{2}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{3\left(t^2+1\right)^3}{4t}$. При $t < 0$ производные первого и второго порядка отрицательны, функция убывает, график выпуклый в области определения. При $t > 0$ производные первого и второго порядка положительные, функция возрастает, график вогнутый в области определения. Экстремумов функция не имеет. Учитывая проведенное исследование, построим график функции. На рисунке представлен график, построенный в Mathcad.

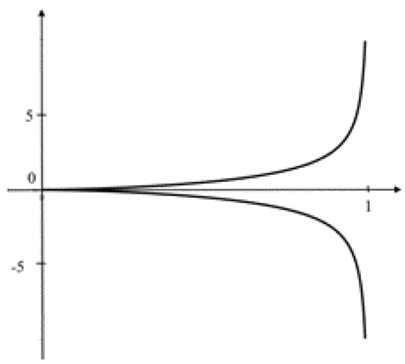


Рис. График параметрически заданной функции

Итак, параметрически заданные функции используются при решении задач механики. Параметрическое задание функции в ряде случаев значительно упрощает аналитическое представление, а применение прикладных компьютерных программ избавляет от трудоемких преобразований и позволяет получить максимально точный и наглядный результат при исследовании.

Библиографический список

1. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа: учебник для вузов. СПб.: Лань, 2005. 736 с.
2. Зельдович Я.Б., Яглом И.М. Высшая математика для начинающих физиков и техников. М.: Наука, 1982. 512 с.
3. Очков В.Ф. Mathcad 14 для студентов, инженеров и конструкторов. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. 368 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА В СРЕДЕ ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА

А.В. Вебер, В.В. Мартынов
Научный руководитель ***В.Р. Майер,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Исследуются возможности применения среды Живая математика при изучении тех разделов и тем школьного и вузовского курсов геометрии, которые связаны с поверхностями второго порядка. Разработаны алгоритмы и инструменты пользователя, позволяющие строить компьютерные модели поверхностей, заданных уравнениями вида z = f (x, y).

Ключевые слова: ***Живая математика, динамический чертеж, поверхность второго порядка, подвижный 3D репер, моделирование.***

Поверхности второго порядка изучаются как в школьном курсе геометрии (сфера, конус, цилиндр), так и в курсе аналитической геометрии в вузе (эллипсоид, гиперболоиды и параболоиды). Обучающиеся должны не только хорошо знать основные свойства этих фигур, но и разбираться в той зависимости, которая существует между поверхностью второго порядка и ее аналитическим заданием. Облегчить понимание этой зависимости можно с помощью динамических моделей, выполненных в среде Живая математика. В статье описана схема построения в этой системе динамической математики гиперболического параболоида, которую можно использовать при изображении любых других поверхностей, заданных, в том числе, и параметрически.

Для построения динамического чертежа поверхности нам потребуется в среде Живая математика подвижная прямоугольная система координат (3D репер). Существует несколько алгоритмов создания таких систем, один из которых подробно описан в статье [1]. В соответствии с этим алгоритмом нами создан собственный инструмент, позволяющий строить подвижный 3D репер. Пусть $R = \{O, A, B, C\}$ – один из таких реперов (рис. 1), где O – начало координат, A, B и C – единичные точки на осях абсцисс, ординат и аппликат соответственно. Положение R (поворот вокруг оси OC и наклон) определяется двумя круговыми ползунками, которые на рис. 1 не изображены.

Создадим инструмент, позволяющий изображать произвольную точку M по ее координатам x, y и z в репере R, а также координатную ломаную $OKNM$ этой точки. Выведем на экран конкретные числовые значения для x, y и z (рис. 1), а также встроенную в среду прямоугольную систему координат плоскости, координаты точек относительно которой для удобства назовем «плоскими». Далее последовательно вычисляем «плоские» координаты сначала всех точек репера, затем его единичных векторов, и наконец, линейных комбинаций единичных векторов с помощью коэффициентов x, y и z (рис. 1). Прибавляя теперь к «плоским» координатам точки O соответствующие «плоские» координаты линейных комбинаций векторов репера, мы получим «плоские» координаты точек K, N и M, которые изобразим с помощью команды «Построить точку с координатами…» меню команд «Графики».

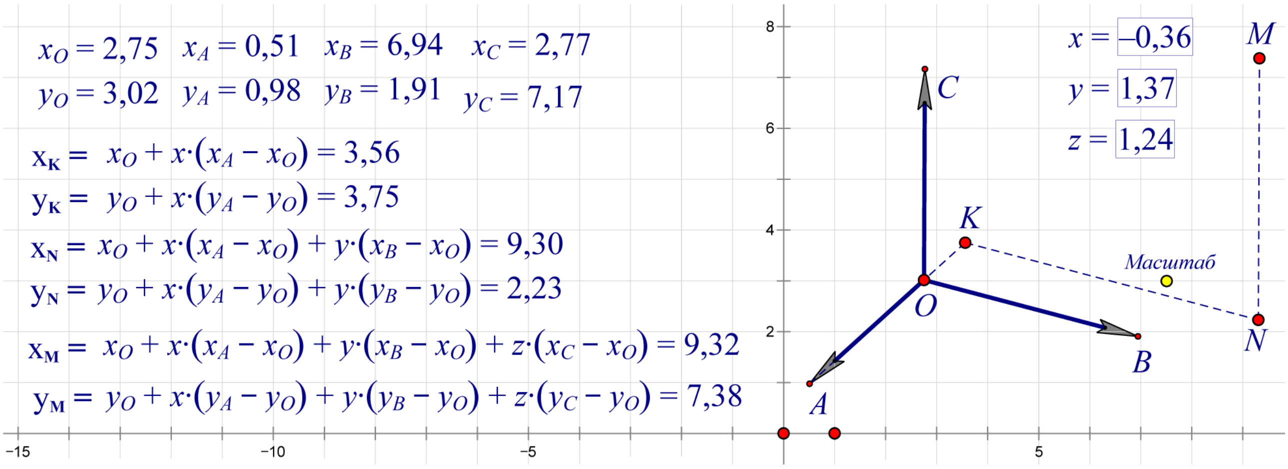


Рис. 1. Построение точки М по ее координатам

Перейдем к описанию построения гиперболического параболоида по его каноническому уравнению $z = x^2/a^2 - y^2/b^2$, $-3 \le x \le 3$, $-2 \le y \le 2$. Используя инструмент «Подвижный 3D репер», построим на рабочем поле репер $R = \{O, E_1, E_2, E_3\}$, выведем на экран параметры a, b и переменные x и y, каждому из них присвоим конкретные числовые значения. С помощью графического калькулятора вычислим аппликату z точки M, лежащей на поверхности, первые две координаты которой равны x и y. Используя созданный выше инструмент, построим точку M и ее координатную ломаную. Подсветим, наконец, переменную x, затем точку M, обратимся к команде «Геометрическое место», на экране появится линия (назовем ее x-линией), она будет представлять собой траекторию точки М на поверхности (рисунок 2 (а)). Подсвечивая параметр y и x-линию, построим семейство x-линий (рис. 2 (б)). Аналогично строится семейство у-линий.

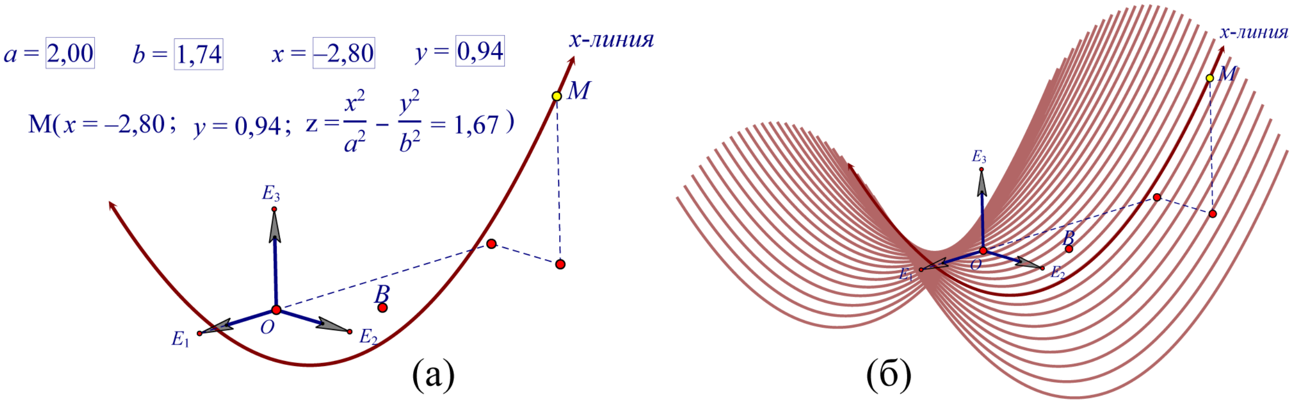


Рис. 2. Построение гиперболического параболоида

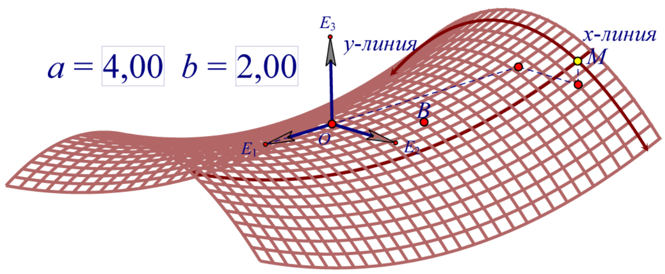


Рис. 3. Гиперболический параболоид

Какие дидактические преимущества можно получить, используя динамические чертежи поверхностей? В первую очередь в режиме реального времени обучающийся может увидеть влияние параметров a и b на форму поверхности. Подсветив, например, параметр a или b и, удерживая клавиши «+» или «–», можно наблюдать за тем, как параболоид меняет свою форму, превращаясь, например, из поверхности, представленной на рис. 2 (б), в поверхность, представленную на рис. 3.

Библиографический список

1. Дубровский В.Н. Стереометрия с компьютером // Компьютерные инструменты в образовании. 2003. № 6. С. 3–11.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ ЗАДАЧ

А.Ю. Лопатин
Научный руководитель ***О.М. Беличенко***
Сибирский государственный университет науки и технологий
имени академика М.Ф. Решетнёва

Приведен пример приложения теории вероятностей в электротехнике на основе математического анализа задачи об определении надежности электрической цепи.
Ключевые слова: ***междисциплинарные задачи, теория вероятностей, случайное событие, теоремы сложения и умножения вероятностей, электротехника, электрическая цепь.***

В настоящее время все больше внимания уделяется интеграции междисциплинарных связей в процесс подготовки выпускников высшей школы, поскольку обособленное изучение учебных дисциплин не способствует решению задач, связанных с будущей профессией. Требуются специалисты, готовые к анализу, прогнозированию и планированию различных ситуаций, и поэтому теория вероятностей стала одной из ведущих по прикладному значению математических дисциплин [1, с. 300].

Решение задач, связывающих элементы нескольких дисциплин, можно рассматривать как одно из средств интеграции математики и других естественнонаучных дисциплин.

Цель статьи – показать возможности использования основных понятий и теорем теории вероятностей для решения задач электротехники, связанных с определением надежности электрических цепей. Приведем пример такой задачи.

Необходимо найти вероятность разрыва электрической цепи, представленной на рис., если элементы выходят из строя с вероятностями:

$$p_1 = 0{,}1;\ p_2 = 0{,}2;\ p_3 = 0{,}2;\ p_4 = 0{,}1.$$

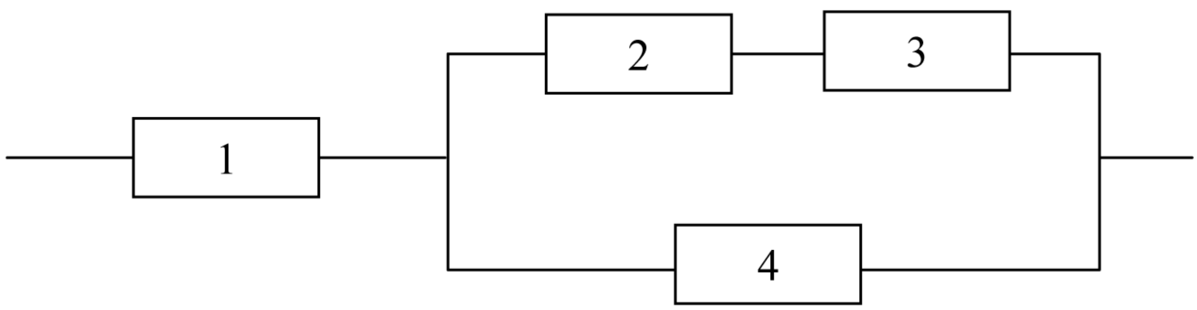


Рис. Электрическая цепь

Для решения предложенной задачи обозначим случайные события:

А – произошел разрыв электрической цепи,

A_i – вышел из строя *i*-ый элемент (*i* = 1,2,3,4).

По условию задачи, P(A_1) = 0,1; P(A_2) = 0,2; P(A_3) = 0,2; P(A_4) = 0,1. Очевидно, что А = $A_1 + (A_2 + A_3) \cdot A_4$. Случайные события A_2 и A_3 – совместные, поэтому по теореме сложения вероятностей:

$$P(A_2+A_3) = P(A_2)+ P(A_3) - P(A_2) \cdot P(A_3) = 0{,}2 + 0{,}2 - 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}36.$$

Случайные события A_4 и A_2+A_3 являются независимыми, поэтому по теореме умножения вероятностей.

$$P(A_4 \cdot (A_2+A_3)) = P(A_4) \cdot P(A_2 + A_3) = 0{,}1 \cdot 0{,}36 = 0{,}036.$$

Случайные события A_1 и $(A_2 + A_3) \cdot A_4$ являются совместными, следовательно:

$$P(A_1+(A_2 + A_3) \cdot A_4) = P(A_1) + P((A_2+A_3) \cdot A_4) - P(A_1 \cdot ((A_2 + A_3) \cdot A_4)) =$$
$$= 0{,}1 + 0{,}036 - 0{,}1 \cdot 0{,}036 = 0{,}1324.$$

Таким образом, вероятность разрыва электрической цепи равна 0,1324.

Одной из важнейших задач математического образования является изучение приложений математики, поэтому, кроме решения чисто математических задач, необходимо включение в учебный процесс межпредметного компонента, что повышает интерес к математическим дисциплинам.

Библиографический список

1. Сомова М.Н., Беличенко О.М. Компьютерное моделирование в обучении теории вероятностей // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе: материалы IX Всероссийской научно-методической конференции. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2019. № 7. С. 299–303.

О СРЕЗКАХ ДИСКРИМИНАНТА МНОГОЧЛЕНА ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ

М. Никзад
Научный руководитель ***Е.Н. Михалкин,***
доктор физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматриваются срезки многочлена степени четыре на некоординатные грани многогранника Ньютона дискриминанта этого многочлена. В результате получается, что указанные срезки факторизуются в произведение дискриминантов многочленов меньших степеней.
Ключевые слова: ***дискриминант, многогранник Ньютона дискриминанта, срезка дискриминанта.***

1. Основные факты и постановка задачи

Напомним, что *дискриминантом* многочлена степени n

$$a_0 + a_1 y + \ldots + a_{n-1} y^{n-1} + a_n y^n \qquad (1)$$

называется неприводимый многочлен $\Delta = \Delta(a_0 + a_1 y + \ldots + a_{n-1} y^{n-1} + a_n y^n)$, зависящий от коэффициентов исходного многочлена, который обращается в нуль тогда и только тогда, когда (1) имеет кратные корни. Существует несколько способов нахождения дискриминанта полинома. Один из них – в виде определителя Сильвестра (вычисляется определитель размерности $(2n-1)\times(2n-1)$ из исходного многочлена и его производной) (см. [1]). Отметим, что в статье [2] была получена параметризация нулевого множества дискриминанта.

Многогранником Ньютона $N(\Delta)$ многочлена (1) называется выпуклая оболочка в действительном $(n+1)$-ом пространстве R^{n+1}, множества всех показателей мономов, участвующих в Δ. Известно, что $N(\Delta)$ (несмотря на то что лежит в R^{n+1}) имеет действительную размерность $n-1$, поэтому часто вместо (1) рассматривают приведенный многочлен:

$$1 + a_1 y + \ldots + a_{n-1} y^{n-1} + y^n. \qquad (2)$$

Многогранник Ньютона многочлена (2) состоит из $n-1$ координатных и из $n-1$ некоординатных граней. Формулы для этих некоординатных граней g_k, $k = 1, \ldots, n-1$ см. в [2].

Срезкой дискриминанта Δ на грань g_k его многогранника Ньютона назовем многочлен $\Delta|_{g_k}$, состоящий из всех мономов Δ, показатели которых принадлежат g_k.

В данной работе формулируется свойство факторизации срезок дискриминанта многочлена четвертой степени на некоординатные грани его многогранника Ньютона.

2. Примеры некоторых дискриминантов

Приведем примеры дискриминантов многочленов степеней 1,2,3,4. Для многочлена *первой* степени $a_0 + a_1 y$ дискриминант $\Delta = \Delta(a_0 + a_1 y) = 1$. Из школьного курса известно, что дискриминант многочлена *второй* степени $\Delta(a_0 + a_1 y + a_2 y^2)$ состоит из двух мономов: он равен $a_1^2 - 4a_0 a_2$. Дискриминант *кубического* уравнения содержит уже пять слагаемых:

$$\Delta(a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3) = 18a_0a_1a_2a_3 - 27a_0^2a_3^2 + a_1^2a_2^2 - 4a_0a_2^3 - 4a_1^3a_3 .$$

Что же касается многочлена четвертой степени, то его дискриминант состоит уже из 16-ти слагаемых:

$$\Delta(a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3 + a_4 y^4) = 256a_0^3a_4^3 - 27a_0^2a_3^4 - 27a_1^4a_4^2 + 16a_0a_2^4a_4 - 4a_0a_2^3a_3^2 - 4a_1^2a_2^3a_4$$
$$-4a_1^3a_3^3 + a_1^2a_2^2a_3^2 - 192a_0^2a_1a_3a_4^2 - 128a_0^2a_2^2a_4^2 + 144a_0^2a_2a_3^2a_4 + 144a_0a_1^2a_2a_4^2 - 6a_0a_1^2a_3^2a_4$$
$$-80a_0a_1a_2^2a_3a_4 + 18a_0a_1a_2a_3^3 + 18a_1^3a_2a_3a_4 .$$

А в дискриминанте многочлена пятой степени содержится уже 59 слагаемых (его можно посмотреть в книге [3]). Вообще, при увеличении степени многочлена количество слагаемых в нем быстро увеличивается.

3. Формулировка основного результата

Выпишем срезки на некоординатные грани g_1, g_2, g_3 для дискриминанта $\Delta(a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3 + a_4 y^4)$, который обозначим для краткости Δ_4. Как показывают вычисления, эти срезки факторизуются в произведение дискриминантов меньших степеней, а именно:

$$\Delta_4 |_{g_1} = 18a_1^3a_2a_3a_4 - 27a_1^4a_4^2 + a_1^2a_2^2a_3^2 - 4a_1^3a_3^3 - 4a_1^2a_2^3a_4 = a_1^2 \cdot \Delta(a_0 + a_1 y) \cdot \Delta(a_1 + a_2 y + a_3 y^2 + a_4 y^3);$$
$$\Delta_4 |_{g_2} = 16a_0a_2^4a_4 - 4a_0a_2^3a_3^2 - 4a_1^2a_2^3a_4 + a_1^2a_2^2a_3^2 = a_2^2 \cdot \Delta(a_0 + a_1 y + a_2 y^2) \cdot \Delta(a_2 + a_3 y + a_4 y^2);$$
$$\Delta_4 |_{g_3} = 18a_0a_1a_2a_3^3 - 27a_0^2a_3^4 + a_1^2a_2^2a_3^2 - 4a_0a_2^3a_3^2 - 4a_1^3a_3^3 = a_3^2\Delta(a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3) \cdot \Delta(a_3 + a_4 y).$$

Для формулировки основного результата вместо ранее используемого обозначения $\Delta(a_i + a_{i+1} y + \ldots + a_{i+m} y^m)$ для дискриминанта многочлена $a_i + a_{i+1} y + \ldots + a_{i+m} y^m$ степени *m* введем следующее: $\Delta_m(a_i + a_{i+1} y + \ldots + a_{i+m} y^m)$. Тогда замеченное выше наблюдение сформулируем в виде теоремы.

Теорема. *Срезки дискриминанта многочлена степени четыре факторизуются в виде произведения* $a_k^2 \cdot \Delta_k(a_0, a_1, \ldots, a_k) \cdot \Delta_{4-k}(a_k, a_{k+1}, \ldots, a_4)$ *дискриминантов многочленов степеней* k *и* $4-k$.

Библиографический список

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб.: Лань, 2013.
2. Pasare M. Tsikh A. Algebraic equations and hypergeometric series. The legacy of Niels Henrik Abel. Springer: Berlin-Heidelberg-New York, 2004. P. 653–672.
3. Gelfand I., Kapranov M., Zelevinsky A. Discriminants, resultants and multidimensional determinants. Birkhauser: Boston, 1994. 523 p.

О ПРИЛОЖЕНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

А.Е. Тюменцева
Научный руководитель ***О.М. Беличенко***
Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва

Рассматриваются возможности использования основных понятий и теорем теории вероятностей на примере задачи об определении надежности радиоблока.
Ключевые слова: ***теория вероятностей, случайное событие, теоремы сложения и умножения вероятностей, радиоблок, цепь.***

Математические дисциплины актуальны тем, что являются универсальным средством решения многих профессионально ориентированных задач, а теория вероятностей становится одной из ведущих по прикладному значению математических дисциплин.

Пьер-Симон Лаплас говорил о том, что в мире нет места случаю, законы природы подразумевают строгий детерминизм и полную предсказуемость, хотя несовершенство наблюдений и требует применения методов теории вероятностей [1, с. 300]. Для понимания природы понятий и определений теории вероятностей необходимо использовать в обучении студентов междисциплинарных задач с профессиональным контекстом, тем самым формируя у студентов профессиональные компетенции. Приведем пример одной из таких задач.

Радиоблок состоит из двух параллельных цепей, каждая из которых включает в себя три последовательно соединенных элемента. Одна цепь является резервной. Вероятность безотказной работы элементов в основной цепи равна 0,97, а в резервной – 0,92. Необходимо определить надежность радиоблока.

Для решения задачи введем обозначения.

Пусть A_i – случайное событие, состоящее в том, что работает i-ый элемент ($i = 1,2,3$) в основной цепи, B_j – случайное событие, состоящее в том, что работает j-ый элемент ($j = 1,2,3$) в резервной цепи, причем по условию задачи вероятности этих событий равны: $P(A_i) = 0{,}97$; $P(B_j) = 0{,}92$.

Случайное событие A – работает основная цепь – можно представить в виде произведения независимых событий A_i: $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$.

Случайное событие B – работает резервная цепь – представляется как произведение независимых событий B_j: $B = B_1 \cdot B_2 \cdot B_3$. Тогда,

$$P(A) = P(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0{,}97^3 = 0{,}912673 \approx 0{,}913;$$
$$P(B) = P(B_1 \cdot B_2 \cdot B_3) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot P(B_3) = 0{,}92^3 = 0{,}8472464 \approx 0{,}847.$$

Случайное событие C – работает весь радиоблок – можно представить в виде суммы совместных событий A и B: $C = A+B$. По теореме сложения вероятностей для совместных событий:

$$P(C) = P(A+B) = P(A)+P(B) - P(A \cdot B) = 0{,}913+0{,}847 - 0{,}913 \cdot 0{,}847 = $$
$$= 1{,}76 - 0{,}773 = 0{,}987.$$

Таким образом, надежность радиоблока составляет 0,987·100 % = 98,7 %.

Рассмотренный пример иллюстрирует тот факт, что одной из важнейших задач математического образования является изучение приложений математики. Случайные события, их совместность и несовместность, зависимость и независимость перестают быть абстрактными понятиями; теоремы сложения и умножения вероятностей являются средством решения прикладной задачи, тем самым математические знания становятся профессионально значимыми.

Библиографический список

1. Сомова М.Н., Беличенко О.М. Компьютерное моделирование в обучении теории вероятностей // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе: материалы IX Всероссийской научно-методической конференции. Омск: Из-во ОмГТУ, 2019. № 7. С. 299–303.

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ: ИННОВАЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ

ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ФОРМИРОВАНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПОСРЕДСТВОМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АУДИОВИЗУАЛЬНЫХ СРЕДСТВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Д.П. Алексеенко
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Раскрыты потенциальные возможности использования аудиовизуальных средств в процессе обучения в контексте формирования аналитических умений обучающихся. Выявлены педагогические условия формирования аналитических умений обучающихся посредством использования аудиовизуальных средств на уроках математики.
Ключевые слова: ***средства обучения, аудиовизуальные средства обучения, формирование, аналитические умения, педагогические условия.***

Требования федеральных государственных стандартов основного и среднего общего образования к результатам обучения включают: предметные, метапредметные, в том числе универсальные учебные действия, и личностные образовательные результаты. Среди универсальных учебных действий выделены познавательные действия, в структуре которых содержатся аналитические действия (умения). Однако в настоящее время недостаточно изучены вопросы формирования этих умений в процессе обучения математике.

В частности, есть определенный дидактический потенциал в использовании аудиовизуальных средств обучения, который в силу разных причин мало или недостаточно эффективно используется на уроках математики. В работе Т.П. Ворониной, В.П. Кашицина, О.П. Молчановой введено понятие аудиовизуальных средств обучения (АВСО) как особой группы технических средств обучения, получивших наиболее широкое распространение в учебном процессе, включающих экранные и звуковые пособия, предназначенные для предъявления зрительной и слуховой информации [1].

Анализ научно-методической литературы говорит о недостаточной изученности вопросов формирования аналитических умений на основе использования аудиовизуальных средств обучения. Возможности формирования аналитических умений при использовании аудиовизуальных средств обучения не нашли еще должного освещения в современной теории и методике обучения математике [3]. Таким образом, можно определить методическую проблему: как формировать аналитические умения на основе использования аудиовизуальных средств обучения?

Использование аудиовизуальных средств обучения способствует формированию аналитических умений за счет своих изобразительных возможностей, при этом даже известный материал, представленный в экранно-звуковом виде, приобретает новые стороны, выглядит иначе [2].

Можно выделить педагогические условия формирования аналитических умений обучающихся при использовании аудиовизуальных средств обучения:

1) систематическое использование аудиовизуальных средств на уроках математики;

2) обогащение содержания обучения специальными заданиями, выполняемыми с использованием аудиовизуальных средств обучения, позволяющих развивать быстроту, гибкость, оригинальность и точность;

3) вовлечение обучающихся в исследовательскую деятельность на уроках математики посредством использования аудиовизуальных средств обучения.

Частота использования аудиовизуальных средств обучения влияет на эффективность процесса обучения. Если АВСО используется не часто, то каждое его применение превращается в чрезвычайное событие и возбуждает эмоции, мешающие восприятию и усвоению учебного материала. Наоборот, слишком частое использование приводит к потере интереса обучающихся. Целесообразное количество уроков с применением аудиовизуальных средств – не более 3–4 раз в неделю. Длительность их непрерывного применения в учебном процессе устанавливается согласно СанПиН не более 10–15 мин.

Аудиовизуальные средства обучения позволяют глубже раскрывать содержание учебных дисциплин, организовывать активную деятельность обучающихся, разнообразить учебные приемы, переключать учащихся с одного вида учебной деятельности на другой, тем самым способствуя развитию внимания и интереса к изучаемому предмету, готовности затрачивать волевые усилия и проявлять творчество.

Таким образом, педагогические условия, способствующие успешному формированию аналитических умений обучающихся, представляют собой совокупность компонентов образовательного процесса, реализация которых позволяет обучающимся овладевать приемами и способами познавательной деятельности, делает их более целеустремленными, независимыми, способствует достижению обучающимися творческого уровня деятельности.

Библиографический список

1. Воронина Т.П., Кашицин В.П., Молчанова О.П. Образование в эпоху новых информационных технологий. М.: Информатика, 2015. 220 с.
2. Жилина Н.Д., Таренко Л.Б. Педагогические условия формирования аналитических умений у будущих ИТ-специалистов в вузовском образовании // Вестник Мининского университета. 2018. Т. 6, № 4. С 4.
3. Медведева Т.Ю., Сизова О.А. Исполнительский анализ с применением информационных технологий как инструмент развития профессионального мышления педагога-музыканта // Проблемы современного педагогического образования. 2017. № 54-6. С. 193–200.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНТЕКСТА ПОВСЕДНЕВНОЙ ЖИЗНИ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

В.А. Аликина, С.В. Кирнасова
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье говорится о важности для обучающихся умения применять в повседневной жизни знания, полученные на уроках математики. Описываются некоторые возможности использования контекста повседневной жизни на уроках математики.
Ключевые слова: ***математическая грамотность, математика, контекст повседневной жизни, школьный курс математики.***

Многие обучающиеся задаются вопросом: зачем на уроках математики изучается та или иная информация, если в обычной жизни это никак не пригодится? Однако при обучении математике крайне важна реализация связи школьной математики с жизненными ситуациями, с другими учебными дисциплинами. Согласно современным нормативным документам, на первый план в математическом образовании выходит в настоящее время развитие у обучающихся математической грамотности, которое, собственно, и происходит в процессе решения специальных практико-ориентированных задач.

В разных источниках понятие математической грамотности трактуется по-разному. Так, в рамках перспективного исследования PISA-2021 математическая грамотность определена как «способность человека мыслить математически, формулировать и применять математику для решения задач в разнообразных практических контекстах» [3]. Математическая грамотность помогает понять важность математики и умение применять знания, полученные на уроках, в повседневной жизни, а также способствует людям XXI в. размышлять, обосновывать и принимать решения. Так как математика является одним из основных предметов школьного обучения, то использование контекста помогает обучающимся лучше усвоить программу, а описанные в задачах ситуации, с которыми они могут столкнуться в обычной жизни, помогают развить математическую грамотность, способствуют развитию внимания, которое необходимо для качественного выполнения задания. Ввиду важности практико-ориентированных задач в последнее время можно встретить ряд заданий, направленных на контекст повседневной жизни.

В диссертации Г.С. Лариной под практико-ориентированными задачами понимаются задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием материалов краеведения, элементов производственных процессов [2]. Такие задачи основываются на знаниях и умениях обучающихся, а также стимулируют применять усвоенный математический материал на практике в повседневной жизни. Однако в учебно-методической литературе мало подобных задач, поэтому поиск и (или) разработка таких дидактических средств и их использование в обучении представляет определенную проблему для современного учителя математики.

В международном исследовании PISA практические задачи строятся на основе трех категорий жизненных ситуаций.

1. Задачи, которые напрямую связаны с повседневной жизнью и с которыми обучающиеся встречаются ежедневно. Например, покупка продуктов в магазине или оплата проезда.

2. Задачи, с которыми обучающиеся сталкиваются в процессе обучения или позднее столкнутся, будучи взрослыми. Например, ситуации, которые связаны с такими школьными предметами, как химия или биология.

3. Задачи, которые могут требовать от человека работы с общедоступной информацией (газеты, журналы, телепередачи) [3].

Практико-ориентированные задачи, которые используются в массовой образовательной практике при обучении математике, а также в контрольно-измерительных материалах ОГЭ и ЕГЭ, носят стандартный характер. Это типовые задачи на движение, сплавы и смеси, производительность труда. Такие задачи не имеют личностно значимого контекста для обучающихся, несмотря на их практико-ориентированность, они неинтересны и воспринимаются обучающимися как стандартные и алгоритмические. Есть задачи с экономическим сюжетом, они более близки обучающимся по смыслу. Очевидно, что большую дидактическую ценность имеют не просто практико-ориентированные задачи, а задачи с контекстом повседневной жизни.

С одним и тем же контекстом можно работать по-разному. Поясним на примере контекста «услуги операторов сотовой связи», который актуален любому современному школьнику.

Задача 1. Абонентская плата по тарифу Теле 2 «Мой разговор» составляет 250 руб./мес., а по тарифу «Мой онлайн» – 350 руб./мес. Услуга «блокировка спама» при подключении предоставляется первый день бесплатно, далее 4 руб./день, а услуга «кто звонил» стоит 0,5 руб./день. Сколько денег останется у Вити от 1000 рублей, если он подключит тарифный план «Мой разговор», а также будет пользоваться представленными выше услугами в течение трех месяцев?

Задача 2. В одном из салонов сотовой связи Красноярского края представлено несколько сотовых операторов: Мегафон, МТС, Теле 2, Билайн. Проанализируйте тарифы данных операторов сотовой связи и выберите самый выгодный из них для вас. Выбор аргументируйте.

Первая задача сформулирована на математическом языке, вторая не содержит никаких математических данных и по сути предполагает самостоятельную постановку задачи и поиск ее решения.

В заключение следует отметить, что необходимо помогать обучающимся развивать математическую грамотность, выстраивая обучение математике таким образом, чтобы там были не только задания на отработку типовых алгоритмов, но и задачи практического характера.

Библиографический список

1. Ларина Г.С. Анализ практических задач по математике: теоретическая модель и опыт применения на уроках // Вопросы образования. 2016. № 3. С. 151–168.
2. Ларина Г.С. Использование контекста повседневной жизни в обучении математике в основной школе: международная перспектива: дис. … канд. пед. наук. «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». М., 2018. URL: https://www.hse.ru/sci/diss/218726834 (дата обращения: 26.03.2020).
3. PISA (Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся) [Электронный ресурс]. URL: https://fioco.ru/pisa (дата обращения: 26.03.2020).

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ПРЕ-ВОДКАСТИНГА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ВЕКТОРОВ В ШКОЛЕ

А.С. Бабин, Т.Д. Лаптева
Научные руководители: ***Е.Л. Черемных,***
кандидат педагогических наук, доцент
А.Ю. Скорнякова,
кандидат педагогических наук, доцент
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет

В статье раскрывается суть одного из современных методов обучения – метода пре-водкастинга, описывается ряд особенностей его использования при обучении математике с их демонстрацией на примере изучения темы «Понятие вектора» учащимися 9 класса.
Ключевые слова: ***методика «Перевернутый класс», обучение математике, e-learning, водкаст, учитель-тьютор, метод пре-водкастинга.***

В связи с массовым переходом в начале марта 2020 г. учебных заведений на дистанционную форму работы потребность в применении электронных образовательных технологий значительно возросла.

Одной из инновационных моделей обучения является методика «Перевернутый класс», которую первым в преподавании математики применил Салман Хан, готовивший свою племянницу Надю к экзамену.

Метод пре-водкастинга (первоначальное название методики «Перевернутого класса») сочетает элементы традиционной классно-урочной системы и дистанционного электронного обучения (e-learning, или е-обучение). Ведущая роль в перевернутой модели подготовки обучающихся отводится учителю-тьютору, который за определенное время до начала урока готовит водкаст (видеофайл) с теоретическим материалом, а затем выкладывает его на заранее выбранную платформу в Интернете (доступ к платформе предоставляется обучающимся заранее). Роль обучающихся как самостоятельных «добытчиков» знаний значительно возрастает: без помощи учителя они разбираются с новой теорией и выполняют ряд предложенных заданий (составляют план, готовят чертеж и т. п.). Во время очного занятия преподаватель делит класс на группы по уровням усвоения «домашнего» материала (обучающиеся, овладевшие темой; не полностью освоившие материал; испытавшие значительные трудности при изучении теории) с помощью тестирования. Также проходят обсуждение трудностей, возникших в ходе самостоятельного освоения материала, и структурирование изученной теории. Благодаря такому взаимодействию учитель может уделить внимание каждой группе или провести индивидуальные консультации с каждым учащимся, которому требуется дополнительная помощь в освоении материала [1, с. 275]. После изучения темы проводятся текущий контроль, в ходе которого обучающиеся демонстрируют приобретенные знания и умения при выполнении практических заданий, и анонсирование темы следующего занятия в классе. В этом заключается суть модели пре-водкастинга [1, с. 277].

Например, при изучении обучающимися 9 класса темы «Понятие вектора» учителем предлагается ряд водкастов (пример водкаста https://www.youtube.com/watch?v=otyD1gEnRO8 представлен на рис. ниже). Затем в классе учащиеся решают несколько задач.

1. Даны векторы: $\vec{a}(4;6), \vec{b}(2;5)$. Найдите координаты векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = 2\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{s} = \vec{d} - \vec{c}$. 2. Даны векторы: $\vec{e}(6;7)$, $\vec{u}(4;8)$. Найдите скалярное произведение $\vec{e} \cdot \vec{u}$, $\overrightarrow{3e} \cdot \overrightarrow{2u}$, $-\vec{e} \cdot \overrightarrow{1{,}5u}$. 3. Даны векторы: $a(-3;2), b(7;0)$. Найдите косинус угла между ними.

По результатам решения задач обучающиеся делятся на группы и обсуждают с учителем возникшие проблемы. Занятие завершается контрольным тестированием и сообщением темы следующего урока.

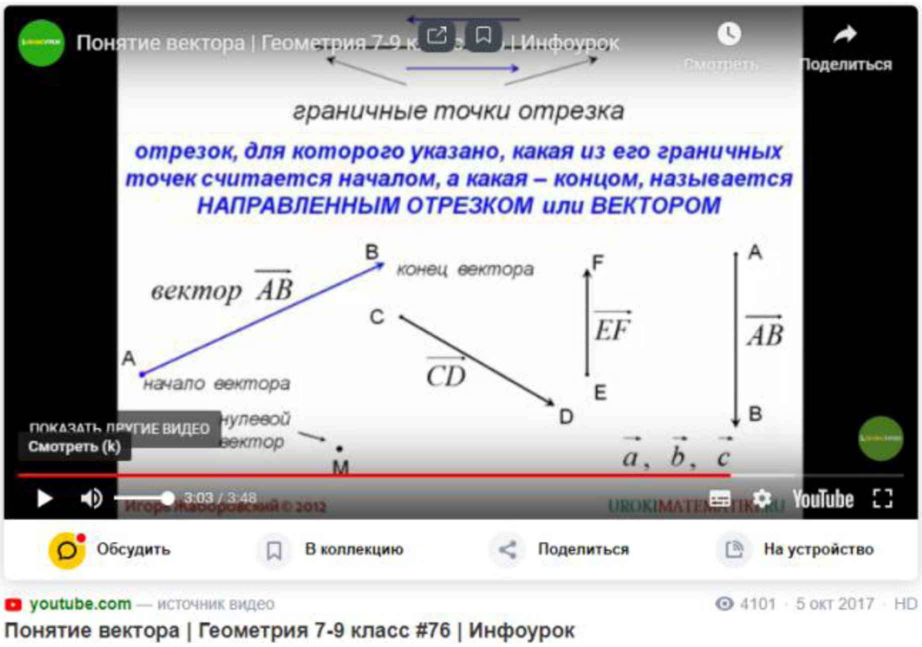


Рис. Водкаст по теме «Понятие вектора»

В заключение выделим несколько отличительных особенностей изучения математики методом пре-водкастинга:

– обучение новым знаниям проходит эффективнее с помощью просмотра водкастов и поиска ответов на заранее составленные учителем вопросы к ним (прослушивание подкастов менее эффективно, так как существенную роль в формировании представлений об изучаемом материале играет принцип наглядности);

– учащиеся имеют возможность непрерывного и неограниченного доступа ко всем материалам по теме в любое удобное для них время;

– в ходе осуществления процесса познавательной деятельности обучающиеся открывают для себя новые знания самостоятельно;

– существует возможность увеличить время для индивидуальных консультаций учителя с учащимися.

Библиографический список

1. Безрукова А.С., Леонгард Н.А., Матвеева А.И. Методика «перевернутого класса» в реализации требований ФГОС ООО // Молодой ученый. 2020. № 4. С. 275–277. URL: https://moluch.ru/archive/294/66797/ (дата обращения: 21.03.2020).

ЛЕКЦИЯ-КОНФЕРЕНЦИЯ КАК ИННОВАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ОРГАНИЗАЦИИ ЗАНЯТИЙ МЕЖПРЕДМЕТНОГО ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ

А.А. Балева, М.А. Беричева, Ю.В. Мутовина
Научный руководитель ***Е.А. Аёшина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается одна из инновационных форм организации теоретических занятий элективного курса – лекция-конференция. Рассмотрена актуальность данной формы проведения занятий, описаны ее положительные и отрицательные стороны. Приведен пример лекции-конференции в рамках организации занятий элективного курса по математике.
Ключевые слова: ***инновационные формы организации занятий, лекция-конференция, элективный курс.***

Лекция занимает ведущее место в учебно-воспитательном процессе. От организации лекционного материала зависит эффективность решения проблемы формирования системы знаний и компетенций. Однако достичь желаемого результата при традиционном способе передачи знаний обучаемым через монологическую форму общения, на наш взгляд, достаточно сложно, поскольку времени едва хватает на сообщение теоретической информации. Такие лекции превращают обучаемого в механизм, записывающий информацию, чаще всего не успевая ее осмыслить. Поэтому необходимо организовать лекционные занятия так, чтобы обучаемые понимали цели занятий и были активными участниками реализации этих целей. Результатом совместной деятельности преподавателя и обучаемых на лекционном занятии должна стать совокупность знаний, приведенных в систему, а также должны быть сформированы умения и навыки самостоятельной работы, способность применять теоретический материал для решения практических задач [1].

Существует большое количество инновационных форм проведения лекций. Подробнее остановимся на лекции-конференции, которая проводится по следующим правилам: учитель называет тему лекции и просит обучающихся письменно задавать ему вопросы по данной теме. Обучающиеся в течение нескольких минут должны сформулировать наиболее интересующие их вопросы, записать их на бумаге и передать учителю. Затем учитель в течение 5 минут сортирует вопросы по смысловому содержанию и начинает читать лекцию. Изложение материала строится не как ответ на каждый вопрос, а в виде связного раскрытия темы, в процессе которого формулируются соответствующие ответы. В завершение лекции учитель проводит итоговую оценку вопросов как отражение знаний и интересов слушателей [2, с. 14].

Нами был разработан элективный курс «Физика сквозь призму математики» для обучающихся 10 классов. В рамках его реализации была сконструирована и проведена лекция-конференция по теме «Решение физических задач с помощью рациональных уравнений». Основной задачей данной лекции-конференции было напомнить обучающимся, что такое рациональные уравнения, алгоритмы их решения, в каких задачах по физике они могут появиться.

От обучающихся были получены следующие вопросы: 1. Что такое рациональные уравнения? 2. Как решать такие уравнения? 3. Как рациональные уравнения могут быть связаны с физикой? 4. Часто ли мы прибегаем к математике в физических задачах? 5. Много ли физических задач решается с помощью рациональных уравнений? 6. В каких темах по физике встречаются рациональные уравнения? 7. Существует ли какой-либо алгоритм решения физических задач с помощью рациональных уравнений? 8. Приведите примеры физических задач, где для решения необходимы рациональные уравнения.

Заготовленный заранее материал по данной теме был перестроен нами в соответствии с полученными вопросами от учащихся. Сначала был предоставлен ответ на 1–3 вопросы, в ходе которого учащиеся вспомнили, что такое рациональные уравнения и алгоритм их решения. Затем был предоставлен материал по физике, а именно, рассмотрены некоторые формулы и соотношения между физическими величинами. После были разобраны несколько задач на различные физические законы и формулы, решение которых осуществлялось с помощью рациональных уравнений. В заключение был составлен алгоритм решения физических задач с помощью рациональных уравнений.

В ходе проведения данной лекции нами были выделены достоинства и недостатки данной формы проведения занятий (табл.).

Достоинства	Недостатки
Обучающиеся могут получать ту информацию, которая их интересует, а не ту, которую хочет выдать им учитель.	Так как данный элективный курс является объединением двух предметов, то не всегда учитель, например, математики, сможет ответить на вопросы, связанные с физикой, и, наоборот.
Задавать вопросы можно не только предметные, но и выходящие за его рамки, вследствие чего у обучающихся развивается кругозор.	Желательно, чтобы на уроке присутствовали оба учителя, что очень затруднительно, учитывая их нагрузку.
Занятие проходит в более непринужденной обстановке, нежели на обычном уроке, обучающиеся чувствуют себя более комфортно.	Учитывая, что лекция-конференция является ответом на вопросы обучающихся, могут возникнуть сложности в подготовке материала.

Таким образом, можно сделать вывод, что лекция-конференция является хорошим вариантом проведения занятий. Она не совсем подходит для традиционного урока, но хорошо разнообразит элективный курс.

Библиографический список

1. Лавренина А.Н., Леванова Н.Г. Лекция в вузе: акцент на формировании системы знаний // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. 2014. № 4. С. 249–253.
2. Кусаинова А.М. Методические рекомендации преподавателю по преподаванию дисциплины «История мировой литературы». 2 изд., перераб. и доп. Костанай: Костанайский филиал ГОУ ВПО «ЧелГУ», 2013. 480 с.

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРАКТИКУМ КАК ОДНА ИЗ ИННОВАЦИОННЫХ ФОРМ ПРОВЕДЕНИЯ УРОКА МАТЕМАТИКИ

Я.А. Бернацкая, В.Е. Михеева, Е.Ю. Чепикова
Научный руководитель ***Е.А. Аёшина,***
кандидат педагогических наук
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе охарактеризована специфика исследовательского обучения, обоснована целесообразность его применения в процессе обучения математике. Приведен пример исследовательского практикума по теме «Симметрия».
Ключевые слова: ***инновационные методы обучения, исследовательское обучение, исследовательский практикум.***

В настоящее время одной из задач системы образования является формирование на основе современных образовательных программ активного, мыслящего, высококвалифицированного специалиста. Поэтому задача учителя – использование инновационных, модернизированных, активных методов и форм обучения. Под инновационными методами обучения в школе мы понимаем такие методы, которые позволяют обучающемуся не просто воспроизводить изученный материал, а овладевать универсальными учебными действиями, которые дадут ему возможность самостоятельно развивать и совершенствовать свои знания, проявлять инициативу, творчески подходить к решению поставленных задач. На первый план при таком подходе выдвигаются личность обучаемого и его индивидуальные способности [1].

На сегодняшний день известно достаточно много инновационных форм обучения в школе – это проблемное, модульное, коллективное, проектное обучение и т. д. Одна из таких форм – исследовательское обучение, которое опирается на стремление обучающегося самостоятельно изучать закономерности окружающего мира. Главной особенностью исследовательского обучения является активизация учебной деятельности путем вовлечения обучающихся в поисковую работу творческого характера. При таком способе передачи знаний они не получают информацию в готовом виде, а добывают новые сведения в процессе решения конкретной задачи [2]. Это способствует формированию системы научных понятий по изучаемой теме, исследовательских умений, освоение которых приносит радость открытия нового знания, познание себя и окружающего мира [3].

Формы исследовательского обучения можно применять при изучении нового материала, при проведении лабораторных и практических работ и т. д. на различных предметах школьного курса. В качестве примера приведем разработанный нами исследовательский практикум геометрического содержания по теме «Симметрия».

На разработанном нами практикуме предлагается использовать кейсы, содержащие в себе все необходимое для работы обучающихся на уроке. Для проведения урока необходимо разделить обучающихся на небольшие группы. Кейсы должны содержать в себе информацию о различных видах симметрии, которую обучающимся будет необходимо изучить самостоятельно. Также они должны содержать задания на определение вида симметрии на вложенных в них картинках и фотографиях растений, животных, зданий и т. д. Например:

Какой вид симметрии представлен на картинке?	Какой вид симметрии представлен на картинке?
	

После выполнения заданий каждой группе обучающихся необходимо представить свои результаты остальным ученикам и объяснить, почему они решили, что это именно тот или иной вид симметрии.

Таким образом, не только каждая группа обучающихся самостоятельно изучит информацию о видах симметрии и закрепит знания с помощью выполнения задания, но и у каждого обучающегося сложатся представления о видах симметрии во время прослушивания результатов, полученных группами обучающихся в процессе работы с кейсами.

В заключение хочется отметить положительные и отрицательные стороны исследовательской работы. К плюсам такой работы безусловно относятся развитие мышления, творческих способностей и коммуникативных навыков при групповой работе. К минусам мы можем отнести: значительные затраты времени и энергии учителей и обучающихся, необходимость предварительной подготовки учителя, отсутствие дисциплины на уроке вследствие групповой работы, а также неравномерную включенность обучающихся в работу.

Библиографический список

1. Шайдулина А.А., Мамадалиев О.О. О применении инновационных подходов в процессе обучения // Молодой ученый. 2016. № 6. С. 839–841.
2. Шарипов Ф.В. Технология исследовательского обучения // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 5 (часть 3). С. 371–374.
3. Заварзина Н.Н. Программа исследовательского практикума для учащихся начальной школы «Путешествие в страну новых знаний». М.: АПКиППРО, 2008. 16 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕЙМИФИКАЦИИ В ПРОЦЕССЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 6–8 КЛАССОВ

О.Н. Богданова, О.В. Макарова
Научный руководитель ***А.В. Багачук,***
кандидат физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

Основное содержание исследования составляет анализ использования геймификации в процессе математической подготовки обучающихся 6–8 классов. Также рассматриваются конкретные примеры применения элементов геймификации на уроках математики.
Ключевые слова: ***геймификация, изучение математики, образование, мотивация, игра.***

Стремительное развитие информационных и коммуникационных технологий оказывает огромное влияние на образовательный процесс. Для многих обучающихся изучение математики становится тяжелым испытанием. Одним из способов, способных сделать процесс обучения более функциональным и мотивирующим, является использование геймификации. Под данным термином мы будем понимать комплекс действий, направленных на применение элементов игры и ее техник во многих направлениях образования и позволяющих рассматривать игру как метод обучения и воспитания [1].

В современном образовательном процессе некоторые преподаватели начали применять элементы геймификации на уроках. Например, различные онлайн-ресурсы, которые позволяют обучающимся лучше усваивать школьную программу. Также существуют рабочие платформы для создания игр в интернет-пространстве, такие как World of Classcraft, Coursera и др., где преподаватели и обучающиеся могут создавать виртуальные игры, не владея языком программирования.

На уроках возможно использование игровых методик. Например, для наилучшего усвоения учебного материала обучающимся предлагается провести опрос в игровой форме, где они будут получать поощрения за правильные ответы, которые потом переводятся в оценки. Это способствует повышению мотивации к изучению математики.

Сейчас это особенно актуально среди подрастающего поколения, поскольку они развиваются в другой среде – интерактивно-игровой. Видеоигры – доминирующая форма развлечения эпохи информационных технологий, именно поэтому они служат мощным инструментом для мотивации нового поколения в контексте предметной подготовки. При условии использования элементов геймификации на уроках математики, а также во внеурочной деятельности обучающимся предоставляется возможность внедриться в учебно-игровую среду, оценить себя, свои возможности и недостатки знаний в определенной теме, а также перенести полученный опыт в игре на решение проблем повседневной жизни.

Рассмотрим несколько примеров использования элементов геймификации на уроках математики.

1. На уроке алгебры можно применить мини-квест по теме «Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю», где обучающимся предлагается пройти маршрут по станциям и решить определенные практико-ориентированные задания, за которые они получат поощрительные баллы. С их помощью учитель может оценить каждого обучающегося.

2. При прохождении по геометрии темы «Прямоугольные треугольники. Некоторые свойства прямоугольных треугольников» предлагается разработать ход-игру для 7 класса (рис. 1). Ход делается с помощью арифметических действий, а на самом шаге нужно решить задачи по пройденной теме. Также на поле присутствуют некие бонусы и сложности.

Рис. 1. Маршрутная карта ход-игры

3. При закреплении тем «Свойства степеней», «Одночлены», «Многочлены», «Тождественные преобразования целых выражений» предлагается разработать игру «Морской бой» для 7 класса. На поле игры (рис. 2) расположены корабли и задания. При попадании в корабль вам дается задание, решив которое, вы получаете баллы. Также на поле присутствуют некие бонусы.

Рис. 2. Карта для игры «Морской бой»

Таким образом, мы можем утверждать, что использование элементов геймификации в процессе изучения математики имеет большой методический потенциал. Также с ее помощью мы разрешаем проблему мотивации на уроках математики, создаем гибкую модель обратной связи между учителем и учеником, повышаем групповую активность и взаимодействие обучающихся [2].

Библиографический список

1. Агапова С.А., Бабак Т.П., Озолина И.А., Тимошева А.Б. Геймификация в образовании. К вопросу о понятии // Коммуникативные процессы в образовательном пространстве. 2015. С. 29–38.
2. Варенина Л.П. Геймификация в образовании // Образование и педагогическая наука. 2014. № 6. С. 314–317.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ

А.И. Борисова
Научный руководитель ***О.В. Тумашева,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье рассматривается возможность практико-ориентированных задач в формировании метапредметных результатов. Приводится пример практико-ориентированной задачи, направленной на формирование метапредметных результатов.
Ключевые слова: ***метапредметные результаты, практико-ориентированные задачи, учебная деятельность.***

В настоящее время общество стремительно меняется. В связи с этим на первый план выходят вопросы формирования у обучающихся умения самостоятельно выполнять учебные действия, то есть обладать метапредметными компетенциями. Образование выполняет социальный заказ. Современное российское образование на данный момент реализует одно из самых востребованных направлений – формирование метапредметных результатов, что связано со стремлением воспитать образованное, развитое во всех направлениях поколение, имеющее целостное представление о мире.

Психолого-педагогические аспекты формирования метапредметных результатов исследовались А.Г. Асмоловым, Ю.В. Колесиным, Ю.В. Науменко, Ю.В. Громыко, А.В. Хуторским и др. [1]. Методические аспекты формирования метапредметных результатов средствами предметной области «математика» раскрыты в работах О.В. Берсеневой, А.С. Гаврилюк, О.В. Тумашевой, Л.В. Шкериной и др. [2, 3]. Несмотря на всю значимость представленных в них результатов, можно констатировать, что на сегодняшний день недостаточно исследован потенциал практико-ориентированных задач как средства формирования метапредметных.

Практико-ориентированные задачи (далее – ПОЗ) по математике – это задачи из окружающей действительности. ПОЗ тесно связаны с формированием практических навыков, которые необходимы в повседневном быту. Основное назначение ПОЗ – погружение обучающихся в решение бытовых задач, которые требуют не только знания конкретного предмета, но и умения применять сведения по смежным дисциплинам в совокупности с практическими навыками. ПОЗ создает «квазижизненные» условия, позволяющие подготовить обучающихся к самостоятельной жизни через возможность решать проблемы, которые возникают у каждого человека.

Для решения ПОЗ обучающемуся необходимо уметь воспринимать и перерабатывать информацию, делать выводы и ставить цели, уметь применять полученные знания на практике и использовать свою наблюдательность, так как задачи с практической направленностью отличаются от обычных тем, что информация изложена в них по-другому (нужные компоненты «спрятаны» в тексте) или вовсе представлена в нестандартном виде. Во время решения ПОЗ обучающемуся необходимо четко ставить перед собой цель и знать, что именно он должен получить в конце решения задачи. В тоже время он должен владеть теоретическими знаниями для применения их на практике.

Рассмотрим пример практико-ориентированной задачи.

«*Гриша и Оля решили устроить пикник на острове Татышев. Для этого им необходимо от дома до острова добраться на велосипедах. Гриша взял на себя ответственность и решил ехать на самом быстром велосипеде вперед и подготовить место для пикника. Гриша и Оля выехали одновременно. Но, проехав 7 км, Гриша встретил друга, который попросил его довезти до магазина. Гриша уже проехал этот магазин, но согласился выполнить просьбу друга. На пути к магазину Гриша с другом встретили Олю, которая ехала им навстречу. Она попросила Гришу нигде не задерживаться, так как ей до места пикника осталось 2/3 пути. Мальчик довез друга до магазина и помчался за Олей. Вычислите расстояние между магазином и о. Татышев, если известно, что Гриша и Оля приехали к мету пикника одновременно*».

Данную задачу можно предложить обучающимся шестых классов во время изучения темы «Решение сюжетных задач на движение».

Для успешного решения представленной задачи обучающийся должен уметь: преобразовывать информацию из текстового в числовой или графический вид; выделять из текста нужную информацию для решения задачи на этапе установления соотношения между данными и вопросом задачи; уметь планировать деятельность, так как для решения задачи необходимо составить план ее решения.

Таким образом, потенциал практико-ориентированных задач может быть использован при формировании метапредметных результатов. ПОЗ имеют новые нераскрытые возможности, позволяющие обучающимся приобрести не только теоретические знания, но и универсальные действия, необходимые для решения как предметных, так и бытовых вопросов. Именно это позволяет обучающимся готовиться к успешной самостоятельной жизнедеятельности.

Библиографический список

1. Асмолов А.Г. и др. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. М.: Просвещение, 2010.
2. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Проектные задачи на уроках математики // Математика в школе. 2015. № 10. С. 27–30.
3. Шкерина Л.В., Константинова А.С., Курсиш И.Ф. Формирование метапредметных умений школьников в условиях проектного обучения математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2016. № 1 (35). С. 39–42.

РАЗВИТИЕ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССА

А.О. Варыгина, Д.А. Лопшакова
Научный руководитель О.В. Тумашева,
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье описаны приемы, направленные на развитие у обучающихся критического мышления как основы функциональной грамотности на уроках геометрии.
Ключевые слова: ***функциональная грамотность, критическое мышление, математика, школьный курс геометрии.***

Современному человеку важно уметь адаптироваться под изменения, которые происходят вокруг него. Для этого необходимо воспитать в нем соответствующие способности, которые будут отражать требования нового образовательного стандарта. В связи с этим возникло понятие «функциональная грамотность».

Функциональная грамотность в широком смысле определяется разносторонностью личности, объединяющей образование и его различные сферы деятельности. Другими словами, функционально грамотный человек – человек, способный использовать приобретенные ранее знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений [1, с. 35.]. Данная личность отличается самостоятельностью, владением определенными качествами и ведущими компетенциями, стремлением к познанию и самосовершенствованию.

Одним из основных компонентов функциональной грамотности является критическое мышление. Критическое мышление определяется способом получения знаний, умением анализировать, оценивать, обосновывать свои суждения, а также использовать полученные знания в любых ситуациях.

Следует заметить, что школа оказывает значительное влияние на развитие личности. Поэтому каждому учителю, в том числе и учителю математики, важно сформировать у обучающихся критическое мышление. Это позволит улучшить самостоятельное, обобщенное, проблемное, оценочное, аргументированное, социальное мышление. Для продуктивного развития необходимо подобрать более эффективные задания, соответствующие методы и приемы, которые будут основаны на совместной творческой деятельности обучающегося и учителя. Они должны быть разработаны для поиска и решения поставленной проблемы, а не на запоминание изучаемого материала.

Для 8 класса были разработаны некоторые приемы, ориентированные на развитие критического мышления на уроках геометрии по теме урока «Подобные треугольники». Все разработанные материалы находятся по ссылке, на которую можно перейти по QR-коду (рис.).

Рис. Ссылка на разработанные материалы

На этапе целеполагания обучающимся предлагается игра «Верю – не верю». Каждому раздается лист с вопросами, на которые необходимо ответить согласием или несогласием, опираясь на свои суждения и предположения.

После того как обучающиеся ответят на вопросы, выдается текст, который им необходимо прочитать. Текст содержит факты, отвечающие на вопросы «Верю – не верю». Каждый сверяет свои ответы с информацией, представленной в тексте, при этом происходит самооценка верности своих суждений.

После прочтения текста обучающиеся ведут совместное обсуждение с учителем, каждый высказывается, сверяется с изначальными предположениями.

Для самостоятельного изучения материала и лучшего усвоения обучающимся необходимо заполнить таблицу (по коду рис.), в которой предложены изображения признаков подобия треугольников и ключевые слова в их формулировке. Обучающиеся пытаются сформулировать признаки подобия треугольников устно, анализируя, структурируя ранее усвоенную информацию. Обсуждение идет совместно с учителем, и только после того, как все пришли к единому мнению, каждый записывает формулировку у себя в таблице.

Разработанные приемы будут способствовать самостоятельному поиску решения задач. Обучающиеся учатся анализировать, оценивать и обосновывать не только свои суждения, но и аргументы, приводимые одноклассниками, учителем, представленные в тексте.

Таким образом, применение правильно разработанных приемов будет способствовать эффективному развитию критического мышления на уроках математики.

Библиографический список

1. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла / под ред. А. А. Леонтьева. М.: Баласс, 2003.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОННОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

Д.И. Воробьева
Научный руководитель ***Г.С. Шилинг,***
кандидат физико-математических наук, доцент
Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет им. В.М. Шукшина

В работе обсуждается организация самостоятельной работы обучающихся как эффективный способ усвоения учебного материала на уроках математики. Рассматривается возможный путь решения проблемы повышения качества учебного процесса, развития умственных способностей обучающихся. Представляется авторское видение самостоятельной работы обучающихся на уроках. Обосновывается потребность формирования у них умений и навыков самостоятельного мышления и практического применения знаний.
Ключевые слова: ***электронная образовательная среда, образование, обучение, математика, самостоятельная работа, образовательные ресурсы, повышение мотивации.***

Главной особенностью системы современного образования является специфика его обеспечения, которая заключается в использовании электронной образовательной среды. В настоящее время одной из педагогических задач в обучении математике является повышение уровня заинтересованности ученика. В связи с этим, учитывая большую и серьезную заинтересованность обучающихся информационными технологиями, можно использовать эту возможность в качестве мощного инструмента развития мотивации на уроках математики, что повысит эффективность усвоения изученного материала.

В наши дни каждый школьный учитель, в том числе и учитель математики, информатики, убеждается в важности разработки и внедрения в педагогическую практику более совершенных методик обучения, способствующих развитию и активации познавательной деятельности, обеспечивающих повышение качества учебного процесса, развитие умственных способностей обучающихся. Для решения этой проблемы отдельная роль отводится формированию у них умений и навыков самостоятельного мышления и практического применения знаний [1, с. 90].

Одна из задач учителя – умение сформировать навык самостоятельного умственного труда. Данный навык является важнейшим для обучаемого, так как какие бы знания и в каком объеме они ни получали, эти знания имеют необратимую тенденцию устаревать, отставать от потребностей жизни. Выход из сложившейся ситуации состоит в решении задачи научить обучающихся учиться самостоятельно, самосовершенствоваться, приобретать знания из различных источников информации самостоятельным путем [1].

При выполнении обучающимися самостоятельных работ любого вида руководящая роль в любом случае принадлежит учителю.

Использование электронных ресурсов придает новый статус самостоятельной работе обучающихся, при котором обучение по форме становится индивидуальным и самостоятельным, а по сути – контролируемым и управляемым. Только электронная образовательная среда способна осуществить столь разнообразную по форме и содержанию связь с обучаемым (информативную, результативную, вербальную, невербальную – графика, цвет).

Распространенной является классификация методов обучения по основным дидактическим целям. В соответствии с таким подходом различают методы приобретения знаний, методы формирования умений и навыков, методы применения знаний, методы контроля знаний – методы закрепления и проверки знаний, умений и навыков (М.А. Данилов, Б.П. Есипов) [3, с. 332]. Различные типы методов, используемые при обучении с электронной образовательной средой, взаимодействуют друг с другом. Они образуют целостную систему, выступая как звенья единого процесса. Таким образом, можно говорить о комбинированных методах обучения.

Информационная технология обучения предполагает использование наряду с компьютерной техникой специализированных программных средств. Зарекомендовавшие себя цифровые образовательные ресурсы, которые отвечают требованиям Министерства образования и науки РФ, такие как «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов», «Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов» (ФЦИОР), «Etudes.ru» – на сайте представлены этюды, выполненные с использованием современной компьютерной 3D-графики, рассказывающие о математике и ее приложениях. GeoGebra — приложение, специально разработанное как средство изучения и обучения геометрии и алгебре. Comp-science.ru — сайт с дидактическими материалами по математике, а также тренажер для подготовки к ЕГЭ [2].

Использование электронной образовательной среды на уроках математики при организации самостоятельной работы обучающихся позволяет разнообразить их деятельность, активизировать внимание, повышать творческий потенциал.

Таким образом, основное назначение применения электронной среды – создание оптимальных условий для индивидуализации учебных действий, ориентация на самообразование, увеличение доли самостоятельности и меры участия каждого в учебном процессе, обеспечение его более свободной ориентировки в содержании курса и лучшего усвоения материала, развития познавательного интереса, повышения мотивации.

Библиографический список

1. Рябцева Е.В. Организация самостоятельной деятельности обучающихся на уроках математики, информатики // Актуальные задачи педагогики: материалы VII Междунар. науч. конф. (г. Чита, апрель 2016 г.). Чита: Молодой ученый, 2016. С. 90–94. URL: https://moluch.ru/conf/ped/archive/189/10059/ (дата обращения: 11.03.2020).
2. Сайт корпорации Российский учебник. URL: https://rosuchebnik.ru/material/sayty-po-matematike/(дата обращения: 11.03.2020).
3. Сластенин В.А., Исаев И.Ф., Шиянов Е.Н. Педагогика: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / под ред. В.А. Сластенина. М.: Академия, 2002. 576 с.

МОБИЛЬНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ И СТАРШЕЙ ШКОЛЫ

Г.Н. Гиматдинова
Научный руководитель ***Л.В. Шкерина,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье поднимается актуальный на сегодняшний день вопрос о мобильном обучении. Приводятся примеры мобильных приложений по математике для обучающихся, способствующих тренировке памяти, пространственному мышлению, логики, вычислительных навыков и др.
Ключевые слова: ***мобильное обучение, «Пифагория», «Euclidea», «XSection», «Математические хитрости».***

Жизнь большинства современных школьников не обходится без различных гаджетов и Интернета. К числу мобильных средств относятся планшетные компьютеры, смартфоны, электронные ридеры и другие устройства, обеспечивающие работу с информацией [1, с. 91]. Стоит отметить, что наибольшую пользу мобильные устройства приносят благодаря мобильным приложениям. Мобильное обучение на сегодняшний день внедряется в образовательную сферу и становится технологией, обеспечивающей доступное, персонализированное и индивидуальное обучение [4, с. 103].

Под мобильным обучением понимается «электронное обучение с помощью мобильных устройств, неограниченное местоположением или изменением местоположения учащегося» [2, с. 11], т. е. одним из основных преимуществ мобильного обучения является то, что можно учиться в любое время и в любом месте.

Сервисы Google Play и Apple Store предлагают огромное количество мобильных приложений, которые способны облегчить работу учителя (например, при использовании приложений на уроке или внеурочной познавательной деятельности обучающихся).

В статье мы рассмотрим примеры нескольких мобильных приложений по математике для обучающихся, которые целесообразно использовать для тренировки памяти, пространственного мышления, логики, вычислительных навыков, а также для формирования регулятивных универсальных учебных действий. Их можно использовать не только в урочное время, но и во внеурочное, причем не только детям, но и взрослым, которые интересуются математикой.

Приложение «Пифагория» представляет собой коллекцию геометрических задач разной тематики, которые можно решить без сложных построений и вычислений (https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil_hk.pythagorea&hl=ru) Уровни в «Пифагории» можно проходить не только с использованием теорем, но и применяя геометрическую интуицию, закономерности и симметрию.

Достаточно интересным игровым приложением является «Euclidea» (https://www.euclidea.xyz/). Используя базовый инструментарий (линейку и циркуль), требуется выполнить геометрические построения за минимальное количество шагов. Таким образом, обучающиеся не просто учатся выполнять построения, а делать это рационально и обдуманно.

Приложение «XSection» является интерактивным тренажером (https://play.google.com/store/apps/details?id=com.hil_hk.xsection&hl=ru) по стереометрическим задачам. У обучающихся есть возможность потренироваться в построении сечений. Данное приложение прекрасно подойдет для обучающихся 10–11 классов при изучении курса стереометрии, а также тем, кому любопытен этот раздел математики.

Указанные выше приложения имеют одного разработчика, одну и ту же концепцию решения заданий для пользователя. Все начинается с постановки конкретной цели, далее продумывается и реализуется план деятельности. В случае неудачи, пользователь корректирует свои действия и в итоге приходит к решению данного задания. Таким образом, у обучающегося в игровой форме будут формироваться универсальные учебные действия, в частности регулятивные.

Хотелось бы отметить еще одно занимательное, на наш взгляд, приложение – «Математические хитрости» (https://play.google.com/store/apps/details?id=example.matharithmetics&hl=ru), способствующее формированию вычислительных навыков, тренировке быстрого счета. Приложение позволяет не только осваивать сложение, вычитание, умножение и деление чисел, но и возведение в n-ю степень, а также извлечение корня n-й степени, нахождение процентов. Обучающиеся могут играть как поодиночке, так и устраивать соревнования друг с другом.

Таким образом, эти и другие мобильные приложения могут стать серьезным помощником для преподавателей и обучающихся в образовательном процессе, поскольку организуется не только самостоятельная работа в режиме «здесь и сейчас», но и повышаются интерес и мотивация обучающихся основной и старшей школы за счет элементов игры [3, с. 35].

Библиографический список

1. Горюнова М.А., Лебедева М.Б. Мобильное обучение в контексте ФГОС // Человек и образование. 2016. № 4 (49). С. 91–95.
2. Информационно-коммуникационные технологии в образовании. Термины и определения: ГОСТ Р 52653-2006. Введ. 2008-07-01. М.: Стандартинформ, 2007.
3. Лебедева Е. Использование мобильных приложений на уроках математики // Математика. 2019. № 4. С. 33–35.
4. Татаринов К.А. Мобильное обучение поколения «Z» // Балтийский гуманитарный журнал. 2019. Т. 8, № 2(27). С. 103–105.

РЕАЛИЗАЦИЯ ТРЕБОВАНИЙ ПРИМЕРНОЙ ПРОГРАММЫ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ К ИСТОРИЧЕСКОМУ МАТЕРИАЛУ В УЧЕБНИКАХ ГЕОМЕТРИИ 7–9 КЛАССОВ

М.В. Глаголева
Научный руководитель ***Т.С. Полякова,***
доктор педагогических наук, профессор
Южный федеральный университет

В статье проведен сравнительный анализ учебников геометрии 7–9 классов, включенных в федеральный перечень, с точки зрения наличия в них исторического материала, рекомендованного Примерной основной образовательной программой основного общего образования для этой группы классов. Приведены примеры такого рода материала.
Ключевые слова: ***содержательно-методическая линия «История математики», учебники геометрии 7–9 классов, старинные задачи, биографии математиков, история возникновения математических понятий.***

Одной из содержательно-методических линий школьного курса математики является линия «История математики». Включение исторического материала в процесс обучения в значительной степени способствует формированию мировоззрения, познавательного интереса к изучению математики, многих личностных качеств обучаемых и др.

Проанализируем учебники геометрии 7–9 классов на наличие исторического материала, рекомендованного Примерной основной образовательной программой основного общего образования [3, с. 358]. Из всего федерального перечня учебников [4] нами выбрана пара учебно-методических комплексов (УМК) 7–9 классов по геометрии авторов С.А. Козловой и др. [1] и И.М. и В.А. Смирновых [2].

Проведем анализ содержания исторического материала, рекомендованного Примерной программой и разбитой нами на 44 логические части (подтемы). В первом комплекте [1] 9 фрагментов историко-математических сведений, во втором [2] – 20 фрагментов. В количественном отношении комплект И.М. и В.А. Смирновых предпочтительнее комплекта С.А. Козловой и др. В обоих комплектах не затронуты 22 темы, что свидетельствует о недостаточном количестве исторического материала, необходимого для расширения кругозора учащихся. В УМК И.М. и В.А. Смирновых исторические сведения включены в большом объеме в начале каждой главы. УМК С.А. Козловой и др. содержит краткие исторические справки об изучаемом понятии или о биографии ученого.

Рассмотрим УМК И.М. и В.А. Смирновых [2]. Исторический материал в этом учебнике начинается с первых страниц. Изложение теоретического материала выстроено таким образом, что многие понятия, теоремы подкреплены исторической справкой. Включение таких рубрик полезно, т. к. фокусирует внимание учащихся на основных положениях темы и разбавляет порой сложный для восприятия текст. Начиная с 7 класса это в основном факты из истории возникновения понятий, некоторые старинные задачи.

Пример. «Свойство 1. (Ледяная гора). В 1696 г. И. Бернулли поставил задачу о нахождении кривой наискорейшего спуска, или, иначе говоря, задачу о том, какова должна быть форма ледяной горки, чтобы, скатываясь по ней, совершить путь из начальной точки A в конечную точку B за кратчайшее время. Искомую кривую назвали «брахистохроной», т. е. кривой кратчайшего времени» [2, с. 220].

Чем ближе к 9 классу, тем материал становится объемнее и сложнее: многие темы рассматриваются углубленно и детально, чаще используется научная терминология, при разборе решения / доказательства задач / теорем проводят параллель с историей, показывая разные способы.

Пример. «Среди прикладных задач, решаемых с помощью математики, выделяют задачи оптимизации. Несмотря на различные содержательные ситуации в этих задачах, математические модели, их описывающие, имеют много общего, и все они решаются одним и тем же методом, разработанным отечественным математиком Л. В. Канторовичем (1912–1986)» [2, с. 287].

Перейдем к рассмотрению УМК С.А. Козловой и др. [1]. Авторы комплекта указывают во Введении, что исторические сведения помогут учащимся более детально и глубоко разобраться в темах, узнать об интересных открытиях. Каждую главу предваряет цитата ученого-математика. Учебник содержит исторический материал, касающийся только зарождения и развития геометрии как науки, жизни ученых-математиков.

Пример. «Познакомимся с одной из великих теорем – теоремой Эйлера. Леонард Эйлер (1707–1783) – гений XVIII века, академик Санкт-Петербургской академии наук, один из величайших математиков мира. Теорема Эйлера, рассматриваемая в этом параграфе, и ряд других работ ученого легли в основу топологии – одной из ветвей современной геометрической науки» [1, с. 50].

Результаты, полученные в процессе сравнения УМК геометрии 7–9 классов И.М. и В.А. Смирновых [2] и С. А. Козловой и др. [1], указывают на то, что в первом комплекте больше внимания уделено историко-математическому материалу; с увеличением сложности теоретического материала происходит углубление в исторический материал, что позволяет обучающимся постоянно находиться в режиме работы с историческими фактами. Правильная подача материала вызывает интерес и способствует расширению кругозора, а также развитию историко-математической компетентности обучающихся.

Библиографический список

1. Геометрия. 7–9 классы: учеб. для организаций, осуществляющих образовательную деятельность / С.А. Козлова, А.Г. Рубин, В.А. Гусев. М.: Баласс, 2015. 320 с.
2. Геометрия. 7–9 классы: учебник для общеобразовательных организаций / И.М. Смирнов, В.А. Смирнова. М.: Мнемозина, 2015. 356 с.
3. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. URL: http://fgosreestr.ru/registry/ primernaya-osnovnayaobrazovatelnaya-programma-osnovnogo-obshhego-obrazovaniya-3/ (дата обращения: 11.03.19).
4. Федеральный перечень учебников на 2019–2020 уч.г. URL: https://toipkro.ru/index.php?act=news&id=2719/ (дата обращения: 22.10.19).

ПРОБЛЕМА МОТИВАЦИИ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

У.С. Гондарюк, Н.А. Шаленко
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассмотрена проблема мотивации учебной деятельности, а также представлены современные способы повышения учебной мотивации на уроках математики.
Ключевые слова: ***мотивация, формирование учебной мотивации, методы обучения.***

Одна из наиболее значимых проблем в области обучения и воспитания связана с отсутствием мотивации при изучении математики у основной массы учащихся, следствием чего является снижение базовых показателей образованности и воспитанности выпускников. В первую очередь учителя сталкиваются с нежеланием детей учится. Поэтому одной из важнейших задач учителя является создание психолого-педагогических условий для развития мотивации учебной деятельности.

Что же в образовательной среде понимается под мотивацией? Что такое формирование учебной мотивации? *Мотивация* – это динамический психофизиологический процесс, который управляет поведением человека и определяет его организованность, направленность, устойчивость и активность. В образовательной среде под мотивацией понимают процесс, побуждающий учащихся к продуктивной познавательной деятельности и активному освоению предмета изучения. *Формирование учебной мотивации* – это основная проблема обучения, поэтому уровень сформированности мотивов учения – это основной показатель в работе над этой проблемой. Мотивация учебной деятельности формируется в процессе самой учебной деятельности, поэтому важно знать, как эта деятельность осуществляется [2].

В современном мире постоянно совершенствуется содержание структуры системы обучения, что приводит к трудностям при изучении математики. В связи с этим перед учителем стоит задача мотивировать обучающегося в изучении предмета, то есть выявлять интерес и желание учиться [1]. Существует несколько современных методов обучения, которые максимально повышают уровень мотивации к изучению математики [3].

Информационные технологии. Применение компьютерных программных средств на уроках математики позволяет учителю разнообразить традиционные формы обучения, заметно повышать наглядность обучения за счет визуализации изучаемых объектов и процессов, автоматизировать контроль знаний обучающихся, повышать интерес к предмету.

Дистанционное обучение. Под дистанционным обучением понимается применение в педагогическом процессе телекоммуникационных средств, позволяющих педагогу обучать учеников, находясь от них на большом расстоянии. Положительными характеристиками метода являются возможность вовлечения большого числа обучающихся, возможность обучения на дому, возможность выбора наиболее подходящего времени для занятий и возможность переносить результаты процесса обучения на различные электронные носители.

Использование дидактических игр. Игры на уроках используются для решения комплексных задач: усвоения нового материала, формирования необходимых умений и навыков, развития творческих способностей.

Мозговой штурм – это прием, который позволяет решать образовательные задачи с помощью стимулирования творческой активности обучающихся.

Ученик в роли учителя. Такой метод обучения способен повысить усваиваемость учебного материала, если применять его правильно. Продукт труда ученика – его урок или фрагмент урока. Совмещение различных субъектных позиций в обучении способствует активизации учебной деятельности, повышению мотивации обучающихся.

Проектный метод. В основе метода проектов лежат развитие творческих способностей обучающихся, умение свободно ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического мышления. Индивидуальная или групповая деятельность в процессе выполнения проектного задания способствует формированию различных личностных качеств обучающихся.

Модульно-рейтинговая технология. Организация учебного процесса, в которой содержание обучения представляется в виде самостоятельных, законченных модулей, несущих в себе одновременно информацию и методическое руководство по ее применению, а оценивание успеваемости осуществляется с помощью рейтинговой системы оценивания знаний. Основные принципы данного обучения заключаются в мобильности, структуризации содержания обучения, динамичности, гибкости, осознании перспектив. Технология повышает заинтересованность обучающихся в достижении образовательных целей, мотивирует к учебным достижениям.

В заключение отметим, что мотивация является важнейшим компонентом структуры учебной деятельности. Поэтому учителю необходимо мотивировать обучающихся, грамотно обосновывать значимость математики в повседневной жизни.

Библиографический список

1. Беспалько В.П. Основы теории педагогических систем. Воронеж, 2009. С. 304.
2. Ломов Б.Ф. Методические и теоретические проблемы психологии. М.: Просвещение, 2010. С. 205.
3. Маркова А.К., Матис Т.А., Орлова А.Б. Формирование мотивации учения: книга для учителя. М.: Просвещение, 2010. С. 192.

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ В КУРСЕ ПЛАНИМЕТРИИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

Я.В. Гоменюк

Научный руководитель ***О.А. Тыщенко,***

кандидат педагогических наук, доцент

Алтайский государственный педагогический университет

В статье обсуждается одна из возможных причин низких результатов обучения геометрии школьников, связанная с начальными этапами формирования геометрических понятий. Предложены примеры упражнений по теме «Виды треугольников», направленные на неформальное усвоение обучающимися соответствующих понятий.

Ключевые слова: ***понятия, геометрические понятия, этапы формирования понятий, подведение под понятие, формулирование следствий, конструирование примеров.***

Усвоение геометрического материала вызывает у многих современных школьников большие трудности, наличие которых при изучении геометрии противоречит естественному интересу человека к окружающему его пространству и может быть объяснено недостатками в преподавании, в частности в методике формирования геометрических понятий.

В современной науке понятия рассматриваются как ведущие компоненты учебно-познавательной деятельности и как структурные компоненты мышления. Математические понятия, в отличие от понятий других наук, имеют высокую степень абстракции и обобщения. В связи с этим требуются специальные методические усилия для того, чтобы при формировании математических понятий нашли отражение их происхождение и развитие, смыслы и значения, возможные интерпретации, образы, были учтены элементы субъектного опыта учащихся. В противном случае трудно избежать формализма, о котором предупреждает Н.Ф. Талызина [6].

Математическое понятие формируется в несколько этапов. Это актуализация субъектного опыта, связанного с изучаемым понятием; мотивация введения и изучения нового понятия; выявление существенных свойств понятия; формулировка определения понятия и его усвоение; установление связи введенного понятия с ранее изученными понятиями; применение понятия внутри изучаемой темы, в других темах [4; 5]. Заметные проблемы возникают, как правило, на этапе применения понятия. Часто учащиеся, правильно воспроизводя определение понятия, то есть осознавая его содержание, не умеют пользоваться им при решении задач на применение этого понятия [6]. Авторы В.И. Зыкова и Е.Н. Кабанова-Меллер показали, что неумение решать геометрические задачи связано с недостатками формирования понятий [2; 3].

Обучение понятиям происходит в процессе организации деятельности, адекватной формированию понятия, и осуществляется посредством специальных упражнений. Для качественного усвоения понятий обязательными являются упражнения на распознавание объектов, принадлежащих понятию (подведение под понятие), конструирование объектов, относящихся к объему понятия, формулирование следствий [4; 5]. Знакомство с содержанием понятия и запоминание определения происходят на первых этапах формирования понятия. Если эти этапы пройдены формально, реализация этапа применения понятия при решении задач будет затруднена. Анализ действующего учебника геометрии [1] показал, что именно для начальных этапов формирования понятия упражнений недостаточно.

Предлагаем некоторые упражнения-вопросы о видах треугольников, обсуждение которых направлено на выявление существенных свойств понятий остроугольного, тупоугольного и прямоугольного треугольников, усвоение определений этих понятий, установление связи введенных понятий с ранее изученными понятиями равнобедренного и равностороннего треугольников.

1. Треугольник – тупоугольный. Какой вывод о величине его углов можно сделать?В треугольнике есть острый угол. Достаточно ли этой информации для того, чтобы отнести его к одному из видов?

2. Сколько прямых (тупых, острых) углов может быть в треугольнике?

3. К какому виду относится равносторонний треугольник?

4. Может ли равнобедренный треугольник быть прямоугольным? Тупоугольным? Остроугольным?

5. Треугольник – равнобедренный. Достаточно ли этой информации для того, чтобы отнести его к одному из видов?

6. Треугольник – равнобедренный. Какой вывод можно сделать о величине углов при основании?

7. Можно ли определить вид равнобедренного треугольника, если известно, что в нем есть: а) тупой угол; б) прямой угол; в) острый угол?

8. Постройте равнобедренный остроугольный треугольник; равнобедренный тупоугольный треугольник; равнобедренный прямоугольный треугольник.

Библиографический список

1. Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Л.С.Атанасян, Б.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. 3-е изд. М.: Просвещение, 2014. 383 с.
2. Зыкова В.И. Очерки психологии усвоения начальных геометрических понятий. М.: Учпедгиз, 1953. 164 с.
3. Кабанова-Меллер Е.Н. Роль чертежа в применении геометрических теорем // Известия АПН РСФСР. 1950. Вып. 28. С. 195.
4. Методика обучения математике: учебник для академического бакалавриата: в 2 ч. / под ред. Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой. М.: Издательство Юрайт, 2019. Ч. 1. 274 с.
5. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов мат. спец. педвузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. М.: Просвещение, 2002. 224 с.
6. Педагогическая психология: учебник для студентов учебных заведений среднего профессионального образования / Н.Ф. Талызина. М.: Академия, 1999. 288 с.

КРУЖОК ПО КОМБИНАТОРИКЕ КАК СПОСОБ ФОРМИРОВАНИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

О.С. Гуленцова, Д.Р. Жвакина
Научный руководитель ***Л.В. Шкерина,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе изучаются возможности кружка по комбинаторике для формирования алгоритмических умений обучающихся 6–7 классов. Рассматривается тип задач по комбинаторике, решение которых на занятиях кружка способствует сформированию алгоритмических умений обучающихся 6–7 классов.
Ключевые слова: ***кружок, комбинаторика, алгоритмические умения, решение задач, составление алгоритмов.***

Одной из дидактических задач современного общего образования является формирование алгоритмических умений обучающихся как базовых умений их учебной деятельности в процессе обучения математике.

Алгоритмическое мышление способствует развитию особого стиля культуры человека, который состоит из сосредоточенности, объективности, целеустремленности и точности [3]. Логичность и последовательность в планировании и выполнении своих действий, умение четко и лаконично выражать свои мысли, правильно ставить задачу и находить окончательные пути ее решения, быстро ориентироваться в стремительном потоке информации – все то, чем владеют обучающиеся благодаря развитию алгоритмических умений [2]. Организованные внеурочные мероприятия по математике дают реальные предпосылки для формирования алгоритмических умений.

Решение любой задачи невозможно без создания алгоритма. Об уровне развития алгоритмических умений обучающихся говорит их способность решать задачи, разрабатывать стратегию их решения, выдвигать и доказывать гипотезы опытным путем, прогнозировать результаты своей деятельности, анализировать и находить рациональные способы решения путем оптимизации, детализации созданного алгоритма. Поэтому необходимо особое внимание уделять формированию и развитию алгоритмических умений обучающихся в условиях внеурочных форм обучения [1].

Понятие алгоритма является одним из основных при формировании начальной грамотности в решении комбинаторных задач.

Так как способность выполнять и разрабатывать алгоритмы занимает одно из центральных мест при обработке информации и решении задач, то кружок по комбинаторике имеет потенциал для формирования алгоритмических умений.

Приведем пример такой задачи.

Разместите три квадрата, три треугольника, три кружочка и три звездочки в четырех клетках так, чтобы в каждой клетке было по три различных фигуры и не было повторений.

Комментарий. В ходе решения таких задач формируются логические умения и развивается логическое мышление, например, чтобы решить первую задачу, нужно понять, что один из кружков, который больший по диаметру, нужно разместить внутрь прямоугольника, а два меньших – по бокам прямоугольника. Таким образом, большой кружок, находящийся внутри, будет касаться двух сторон и меньшие по размеру кружки тоже касаются оставшиеся две стороны.

В ходе решения задачи идеально было бы воспользоваться знаниями курса комбинаторики (размещения, перестановки). Предложим такой вариант ответа к рассмотренной задаче.

квадрат	звезда	треугольник
квадрат	кружок	треугольник
квадрат	кружок	звезда
кружок	звезда	треугольник

Следует воспользоваться алгоритмом размещения фигур в клетках со сдвигом: сначала разместить в клетках 1, 2, 3 квадраты, затем в клетках 2, 3, 4 круги, потом в клетках 3, 4, 1 звезды, последними разместить треугольники в клетках 4, 1, 2.

Таким образом, можно сделать вывод, что кружок по комбинаторике при определенном наборе задач может рассматриваться как способ формирования не только алгоритмических умений, но и развития алгоритмического мышления, памяти, внимания.

Библиографический список

1. Григорьев Д.В., Степанов П.В. Внеурочная деятельность школьников. Методический конструктор: пособие для учителя. М.: Просвещение, 2010.
2. Кочергина А.В., Гайдина Л.И. Учим математику с увлечением. М.: 5 за знание, 2007.
3. Скибина Н.Г., Солощенко М.Ю. Формирование личностных универсальных учебных действий на уроках математики с помощью дидактических игр // Наука в современном мире: теория и практика. 2015. №. 1. С. 44–46.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

А.О. Дмитриева, В.В. Пооль
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматриваются метапредметные задания и их использование в процессе обучения математике. Обосновывается потребность усиления внимания к развитию метапредметности. Представляются пути развития метапредметной грамотности в процессе обучения математике с помощью различного рода заданий.
Ключевые слова: ***метапредметные задания, математика, обучение, развитие.***

В настоящее время отечественное образование переживает переломный момент. В соответствии с мировыми трендами и требованиями нормативных документов (ФГОС) особую актуальность приобретает формирование в процессе обучения метапредметных результатов, которые позволят обучающимся реализовать себя за пределами образовательного учреждения [3]. Каждая учебная дисциплина должна внести свой вклад в процесс формирования метапредметных образовательных результатов. Ключевую роль в данном случае приобретают так называемые *метапредметные задания*, в процессе выполнения которых на некотором предметном содержании предполагается выполнение некоторых обобщенных, метапредметных действий. В действующих школьных учебниках по математике подобных заданий практически нет, в то время как предметная область «Математика» имеет богатый дидактический потенциал, т. к. ее содержание предполагает наличие ситуаций, в которых обучающийся выстраивает логические рассуждения, делает выводы, обосновывает, устанавливает причинно-следственные связи [2].

Представим пример задания на формирование метапредметных образовательных результатов, которое может быть использовано в процессе обучения математике в 5–7 классах. Обучающимся предлагается для анализа текст из научно-популярной литературы, после текста – несколько вопросов и упражнений.

Каждое число есть полусумма стоящих по обе стороны от него, и полусумма следующих за ними в обоих направлениях, и полусумма следующих, покуда это следование возможно. Одна только единица, поскольку она не имеет двух соседей по обе стороны от себя, является половиной от прилежа-щего к ней; ведь единица по природе есть начало всего. Четные числа подразделяются на четно-четные, нечетно-четные и четно-нечетные: четно-четные и нечетно-четные противоположны друг другу, а четно-нечетное является общим для них обоих как среднее между ними. Четно-четное число есть такое, которое и само способно делиться на два равных, согласно природе своего рода, и получившие-

ся доли также делятся пополам, и доли этих долей также делятся пополам, и это деление идет тем же самым образом далее, вплоть до неделимой по природе единицы. Возьмем для примера 64: его половина есть 32, а у него 16, а у него 8, а у него 4, а у него 2, а половиной последнего служит завершающая единица, по своей природной сути неделимая и не допускающая наличия половины. И всякая доля, получающаяся в этой последовательности делений, всегда будет сама и четно-четной по имени, и четно-четной по значению; и ни одно число из другого рода не имеет с ними ничего общего. Оно потому и называется четно-четным, что и само оно четное, и все его доли и доли его долей вплоть до единицы четны по имени и по значению. Иными словами, всякая его доля четно-четна по имени и четно-четна по значению. Способ последовательного порождения четно-четных чисел, из которого ни одно такое число не выпадает, состоит в следующем. Нужно шагать от единицы как от корня в двойном отношении до бесконечности, и все числа, которые при этом получатся, будут четно-четными, и никакие другие числа среди них не встретятся; а получатся при этом числа 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 и так далее [1, с. 107–108].

1. Используя информацию из текста, выберите из предложенных формулировок ту, которая наиболее точно отражает суть понятия «четно-четное число» (в ответе укажите номер формулировки):

1) четно-четное число – это число, которое делится на 2 и частное от деления которого тоже делится на два;

2) четно-четное число – это число, которое можно делить на 2 столько раз, пока частным не будет являться 1;

3) четно-четное число – это число, которое является четным;

4) информации в тексте не достаточно.

2. Установите соответствие между числами и их видом:

1) 57	A) четное число
2) 8	B) нечетное число
3) 100	C) четно-четное число

3. Какие из предложенных утверждений верны (в ответе укажите последовательность цифр без знаков препинания):

1) любое четное число является четно-четным;

2) любое четно-четное число является четным;

3) нечетно-четные и четно-нечетные числа являются противоположными;

4) нечетно-четные и четно-нечетные числа являются нечетными.

4. Какое предложение из текста содержит утверждение о делении четных чисел на категории? (Приведите точную цитату из текста, не используя лишние слова, все слова записать строчными буквами, между словами один пробел.)

5. Из предложенных вариантов названий выберите то, которое, на ваш взгляд, наиболее точно отражает основную мысль текста (в ответе укажите номер выбранного варианта):

1) «четно-четные числа»; 2) «четные числа»;

3) «неделимая единица»; 4) «что есть четно-четное число».

Использование заданий подобного типа будет способствовать формированию метапредметных результатов обучающихся, стимулировать развитие их читательской грамотности или умения смыслового чтения.

Библиографический список

1. Никомах Герасский. Введение в арифметику. М.: АНТ, 2006.
2. Тумашева О.В., Шашкина М.Б. Средства формирования и оценивания метапредметных результатов обучающихся поколения Z // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2020. Т. 9, № 1 (30). С. 285–290.
3. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. URL: http://минобрнауки.рф/документы/938 (дата обращения: 20.03.2020).

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ ПО ВЫБОРУ «ЖИВАЯ ГЕОМЕТРИЯ» В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

М.С. Дудник
Научный руководитель ***В.Р. Майер,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается авторская программа вузовской дисциплины по выбору, посвященной изучению возможностей среды Живая математика.
Ключевые слова: ***дисциплина по выбору, Живая математика, геометрия, образование.***

В связи с введением Концепции профильного обучения появилось понятие «дисциплина по выбору» – обязательный курс по выбору обучающегося [2]. И если к общеобразовательным учреждениям выдвигаются строгие требования по организации дисциплины по выбору (ДВ), то менее остро этот вопрос стоит в высших учебных заведениях. При этом ДВ в системе высшего образования решают, в том числе, такие задачи, как углубленное изучение одной из дисциплин по выбранному студентом направлению подготовки и формирование профессиональных компетенций.

Назначение ДВ в системе высшего образования состоит в расширении и углублении знаний студентов по различным разделам образовательной программы. Эффективное внедрение ДВ создает условия для многопрофильной дифференциации содержания обучения, обеспечения гибких возможностей для построения индивидуальных образовательных траекторий в соответствии с изменяющимися условиями современного мира [1].

В настоящее время в педагогических вузах происходит чрезмерная теоретизация дисциплины «Геометрия» и, как следствие, снижение визуальной составляющей ее обучения. Для того чтобы абстрактное изложение геометрии не повлияло на качество подготовки будущих учителей математики, считаем целесообразным включить в учебные планы направления подготовки Педагогическое образование дисциплину по выбору «Живая геометрия».

Согласно рабочей программе дисциплины «Геометрия» в КГПУ им. В.П. Астафьева студент в результате изучения дисциплины должен уметь применять интерактивные геометрические системы при решении задач школьного курса геометрии. В соответствии с этим нами была разработана примерная программа ДВ «Живая геометрия», рассчитанная на 38 часов (табл.).

Молодые учителя часто сталкиваются с проблемой обучения решению задач на построение циркулем и линейкой. Эта тема в школьном курсе математики, начиная с 7 класса, проходит красной нитью до окончания изучения геометрии, тогда как на ее освоение в педагогическом вузе при очной форме обучения отводится лишь 12 часов. При изучении этой темы студентам целесообразно дополнительно познакомиться с возможностями среды Живая математика, которая минимизирует временные ресурсы, в чем им может помочь ДВ «Живая геометрия».

Содержание ДВ «Живая геометрия»

Раздел РПД	Кол-во часов	Содержание ДВ
Геометрия на плоскости. Построение фигур на плоскости. Метрические соотношения. Площади плоских фигур	16	Знакомство с инструментами среды Живая математика: панели «Вид», «Построение», «Измерения», «Числа». Построение геометрических фигур, изучение их свойств в динамике положений и размеров. Решение элементарных задач на построение циркулем и линейкой. Измерение длины, расстояния, периметра, углов, площадей плоских фигур, использование программного калькулятора. Построение линейных движков для управления объектами, кнопок и анимации. Создание собственных инструментов
Прямая на плоскости. Линии второго порядка. Плоские кривые. Разрешимость задач на построение циркулем и линейкой	10	Работа с панелью «Графики», координатной плоскостью программы, построение графиков, решение параметрических задач. Построение эллипса, использование кнопки «Геометрическое место точек». Работа с векторами
Геометрия в пространстве. Изображение пространственных фигур. Правильные многогранники	6	Построение многогранников
Геометрические преобразования. Движения. Симметрии фигур. Подобия. Решение задач на применение геометрических преобразований	6	Работа с панелью «Преобразования»: симметрия, перенос, поворот, гомотетия

За одно занятие ДВ студент сможет под руководством педагога рассмотреть решение примерно 10 задач на построение циркулем и линейкой, за восемь – навык использования среды будет полностью закреплен. Помимо формирования знаний и умений в области применения среды на ДВ, студент также сможет наполнять свою методическую копилку уже созданными моделями для работы на последующих уроках. Слайд одной из них представлен на рис. Создание подобных моделей можно использовать в качестве формы контроля по ДВ.

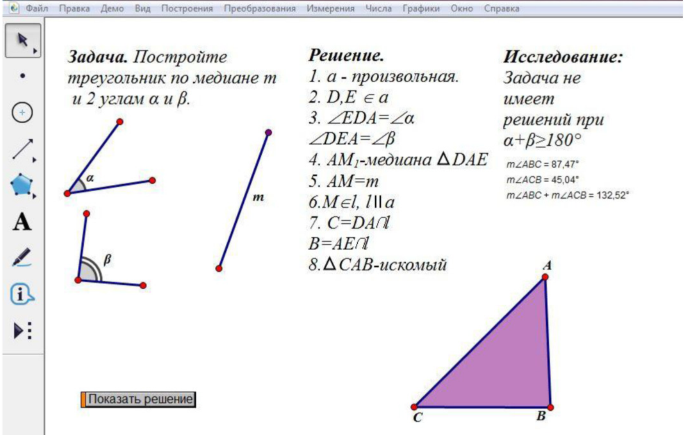


Рис. Модель для использования в ДВ

Подводя итог, отметим, что, по мнению экспертов и нашему глубокому убеждению, ДВ «Живая геометрия» будет способствовать более качественному усвоению курса геометрии в педагогических вузах. Также ее можно с успехом реализовать в школе, скорректировав содержание под школьный курс математики.

Библиографический список

1. Дадобоева Б.Э., Юсупова Д.М. Проблема профильного обучения в современной системе образования // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Гуманитарные науки. 2018. № 2 (55).
2. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/kontseptsiya-profilnogo-obucheniya-na-starshey-stupeni-obschego-obrazovaniya-ministerstvo-obrazovaniya-rossiyskoy-federatsii-i (дата обращения: 30.03.2020).

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5–6 КЛАССОВ

Д.Р. Жвакина, О.С. Гуленцова
Научный руководитель ***Л.В. Шкерина,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассмотрены некоторые типы задач, направленных на формирование логических умений обучающихся на уроках математики.
Ключевые слова: ***логические умения, формирование, обучение математике, задачи регионального содержания, сюжетные задачи.***

Одна из главных задач обучения состоит в развитии логических умений обучающихся. Очевидно, что эта задача достижима средствами всех школьных дисциплин, но особая роль принадлежит математике.

Логические умения – одни из основных умений человека. Их развитие способствует успешному усвоению логических основ, содержанию учебного материала и реализации метапредметной связи математики с другими науками. Развитие этих умений должно реализовываться в процессе обучения математике на всех уровнях общего образования.

Анализ планируемых результатов обучения, определенных в федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования, показал, что для успешного усвоения учебного материала разных предметных областей необходим определенный уровень развития логических умений обучающихся 5–6 классов. Результативным средством развития логических умений обучающихся являются определенные типы задач [3].

Сюжетно-логические задачи являются результативным средством развития логических умений обучающихся, так как не только направлены на развитие логических умений, но и наиболее интересны обучающимся. В них отражена связь математики с жизнью человека.

Пример 1. Сюжетные задачи

На компьютере обрабатывали три задачи в течение 30 минут. На первую и вторую задачи было затрачено $24\frac{14}{15}$ мин, а на вторую и третью $18\frac{19}{45}$ мин. Сколько минут было затрачено на обработку каждой задачи?

С помощью данной задачи, помимо развития логического мышления, реализуется также межпредметная связь с информатикой, что немаловажно в информационном обществе.

Пример 2. Задачи регионального содержания

Математическая задача регионального содержания – это задача, в которой условие и требование сформулированы в рамках сюжета, который отражает особенности региона [1].

При решении региональных задач обучающийся активно использует логические умения: устанавливает причинно-следственные связи, пользуется синтезом и анализом, формулирует гипотезы. Это позволяет развивать логическое мышление.

1. На 2020 г. в Красноярске насчитывается 138 школ, а в Красноярском крае в общем – 1148 школ. Какая часть всех школ Красноярского края находится в Красноярске? Ответ округлите до целых (5 класс).

2. В 1893 г. 75 жителей Енисейской губернии приехали в верховья р. Качи на сбор кедровых орехов. Сколько пудов орехов было ими заготовлено, если 6 человек собрали по 80 пудов каждый, 5 – по 60 пудов, по 43 пуда – 25 человек и по 37 пудов – столько же; семеро собрали по 48 пудов, а оставшиеся – по 32 пуда? [2].

В заключение подчеркнем, что решение подобных задач будет способствовать не только успешному формированию логических умений, но и формированию целостного представления обучающихся об окружающем мире и связи математики с другими науками и учебными предметами.

Библиографический список

1. Раздымаха Н.Д. Использование задач регионального содержания на уроках математики 5–6 классов. URL: http://elib.kspu.ru/document/31006 (дата обращения: 25.03.2020).
2. Сборник задач регионального содержания по математике. URL: https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2012/11/07/sbornik-zadach-regionalnogo-soderzhaniya-po-matematike (дата обращения: 24.03.2020).
3. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. М.: Просвещение, 2017. 64 с.

ФОРМИРОВАНИЕ ПРИЕМОВ СХЕМАТИЗАЦИИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 6 КЛАССЕ

Н.И. Жердева
Научный руководитель ***Э.К. Брейтигам,***
доктор педагогических наук, профессор
Алтайский государственный педагогический университет

В статье рассматриваются различные приемы, направленные на формирование знаково-символических УУД в процессе решения текстовых задач. Применение знаково-символических средств позволяет адаптировать учебную информацию в доступные для учащихся формы.
Ключевые слова: ***универсальные учебные действия, знаково-символические универсальные учебные действия, схематизация, моделирование, текстовая задача.***

Для успешного обучения математике в основной школе должны быть сформированы познавательные универсальные учебные действия (УУД), включая знаково-символические, логические и действия постановки и решения проблем [1].

В нашей работе при рассмотрении знаково-символических универсальных учебных действий большее внимание нами было уделено таким приемам формирования знаково-символических УУД, как моделирование и схематизация при обучении математике в 6 классе. Например, эти приемы могут быть использованы в процессе решения задач. При создании модели решения задачи применяются средства математической символики. Это не только формулы и схемы, но и знаково-символическая запись самого сюжета задачи [2].

Рассмотрим пример работы над задачей, демонстрирующий применение схематизации и моделирования: «Из пунктов A и B, расстояние между которыми 6 км, одновременно навстречу друг другу вышли 2 пешехода. Пешеход, шедший из пункта A, пришел в B через 24 минуты после встречи пешеходов, а пешеход, вышедший из пункта B, пришел в A через 54 минуты после встречи. Через какое время после выхода пешеходов состоялась их встреча и на каком расстоянии от пункта A?»

Анализ текста ведется под руководством учителя посредством диалога (табл.).

Анализ текста задачи

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
1	2
О ком идет речь в задаче?	О двух пешеходах
Что известно о движении первого пешехода?	Он вышел из пункта A, прошел 6 км, встретился с другим пешеходом и после этого еще был в пути 24 мин.
Что известно о движении второго пешехода?	Он вышел из пункта B, прошел 6 км, после встречи с другим пешеходом был в пути 54 мин.

Окончание табл.

1	2
Что требуется найти в задаче?	Время и расстояние от пункта *A* до места встречи пешеходов
Можно ли утверждать, что скорость пешеходов была одинаковой?	Нет, в противном случае они одновременно пришли бы каждый в свой пункт
Какой из пешеходов шел быстрее?	Быстрее шел второй пешеход, т. к. он был в пути на 30 мин. меньше

Работа над текстом задачи по составлению схемы под руководством учителя может выглядеть следующим образом.

Учитель дает указания ученикам:

– Прочитайте задачу. Изобразите схематично расстояние от пункта *A* до пункта *B*, отметьте место встречи пешеходов буквой *C*.

– Вспомните, какими величинами характеризуется процесс движения, как они связаны между собой.

– Прочитайте условие еще раз, выясните, какие из этих величин известны. Нанесите их на схему.

– Прочитав требование задачи, подумайте, какие величины в задаче можно выразить через известные данные и введенную переменную x?

– Просмотрите каждый из отрезков пути пешеходов, подумайте, сможете ли вы назвать длину пути, скорость и время движения пешеходов на каждом отрезке пути. Проверьте, все ли данные задачи вы рассмотрели.

– Подумайте над следующими вопросами: Одинакова ли скорость пешеходов? Кто из пешеходов шел быстрее? Какими данными это подтверждается?

– Какой пешеход был дольше в пути? На сколько минут второй пешеход был дольше в пути?

Итогом такого обсуждения будут схема и таблица.

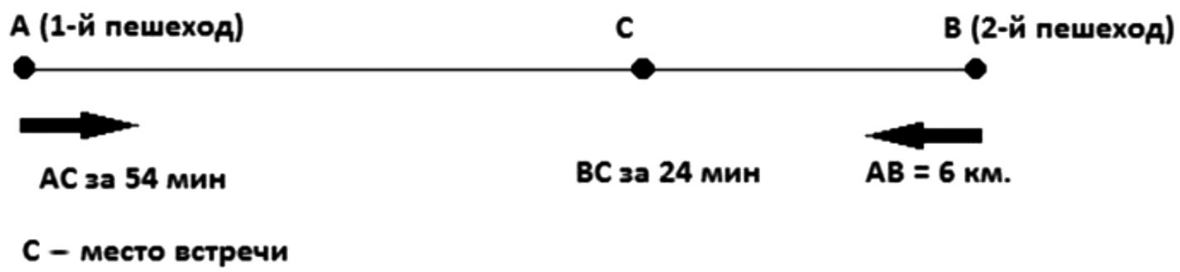


Рис. 1. Краткая запись задачи, представленная в виде схемы

	S	v	t
Отрезок AC (2-й пешеход)	x	54	$x/54$
Отрезок BC (1-й пешеход)	$6-x$	24	$(6-x)/24$

Рис. 2. Таблица по тексту задачи

Так как второй пешеход был в пути на 30 мин. дольше, чем первый, то получим уравнение:

$$\frac{x}{54} - \frac{6 - x}{24} = 30.$$

Конечно, для того чтобы учащиеся научились решать более сложные задачи, они должны уверенно решать стандартные, пример которой рассмотрен выше. Оформление таблицы по условию задачи делает ее решение понятным ученикам. Не стоит увлекаться подробными обоснованиями составления уравнения, достаточно, например, оформить таблицу по условию задачи. Это позволит на уроке и дома решать большее количество задач.

Библиографический список

1. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.В., Карабанова О.А., Салмина Н.Г., Молчанов С.В. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя. 2-е изд. М.: Просвещение, 2011. С. 159.
2. Богомолова Е.В., Васильева Е.А. Применение метода моделирования для формирования знаково-символических универсальных учебных действий // Вопросы современной науки и практики. 2012. № 3 (41). С. 80–84.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СМЕШАННОГО ОБУЧЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ В СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ КЛАССАХ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

И.Р. Идиатулин
Научный руководитель ***А.В. Багачук,***
кандидат физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается модель смешанного обучения, ее особенности в математической подготовке физико-математических классов.
Ключевые слова: ***смешанное обучение, физико-математические классы, математика.***

Начало XXI в. характеризуется массовым внедрением ИКТ в процесс обучения. Связано это с тем, что традиционная классно-урочная система не соответствует требованиям зарождающегося постиндустриального общества. Результатом интеграции и взаимного дополнения технологий традиционного и электронного образования является модель смешанного обучения.

Коллектив авторов института Клейтона Кристенсена определяют термин «смешанное обучение» (МСО) следующим образом: «образовательный подход, совмещающий обучение с участием педагога (лицом к лицу) с *online*-обучением и предполагающий элементы самостоятельного контроля учеником пути, времени, места и темы обучения, а также интеграцию опыта обучения с учителем и *online*» [3, с. 12].

С начала 2000-х гг. в РФ реализуется профилизация основного образования [2]. Процесс обучения математике является достаточно трудозатратным в силу сложности и объемности учебного материала. Зачастую предметные цели урока превалируют над остальными, а значит, говорить о всестороннем развитии личности согласно ФГОС не приходится. Возможным решением данной проблемы может служить широкое и целесообразное использование модели смешанного обучения.

Модель смешанного обучения позволяет отводить до 80 % усвоения дисциплины на самостоятельное изучение в процессе работы в электронной среде, например LMS MOODLE. В данном случае электронная среда становится ключевым компонентом учебного процесса: чем грамотнее спроектирован электронный курс, тем эффективнее процесс обучения.

Анализ отечественного и зарубежного опыта [1; 3 и др.] позволят выделить особенности использования МСО в математической подготовке.

Условие персонализации является превалирующим при реализации МСО в физико-математическом профиле. Принципиально предполагается возможность создания индивидуальной траектории изучения дисциплины в соответствии с профилем, уровнем предметной подготовленности, когнитивных особенностей.

Важную роль в смешанном обучении математике играет *проектная практико-ориентированная работа*: индивидуальная и (преимущественно) коллективная. Тем самым реализуются принципы:

– актуализации результатов обучения (предполагается применение на практике в рамках курса приобретенных универсальных учебных действий обучающихся);

– приоритетности самостоятельного обучения (самостоятельная деятельность обучающихся является на данном этапе основным видом учебной деятельности);

– принцип совместной деятельности обучающихся по планированию, реализации, оцениванию и коррекции процесса обучения.

Особенностью математики как учебного предмета является выделение большого объема времени на формирование основных математических навыков. В рамках реализации МСО наиболее гуманно будет передать часть данной нагрузки на самостоятельную работу. При этом классно-урочное время посвятить более глубокому изучению теоретических аспектов, тем самым реализуя принцип педагогической целесообразности применения МСО.

Кроме этого, при проектировании курса должна быть продумана «среда высоких достижений». Для каждого обучающегося она также индивидуальна (согласно вышеописанному принципу). Мотивацией должна служить цель, для достижения которой он может ставить определенные задачи и фиксировать их в собственный маршрут. Одним из средств формирования мотивации может служить принцип геймификации обучения. Особенно это эффективно в рамках формирования электронного курса.

При самостоятельной работе обучающиеся, как правило, списывают. При реализации МСО в случае затруднений обучающийся за неимением ответов на свои вопросы чаще всего обратится к базе ГДЗ. Во избежание этого, необходимо учитывать принцип перманентной поддержки самостоятельной учебной деятельности, реализуемый в виде online-консультаций и т. п.

Предложенная модель обучения позволяет коренным образом перестроить учебный процесс в соответствии с особенностями нового поколения обучающихся. Она предоставляет дополнительные возможности построения обучения без потери качества.

Библиографический список

1. Андреева Н.В., Рождественская Л.В., Ярмахов Б.Б. Шаг школы в смешанное обучение. М.: Буки Веди, 2016. С. 282.
2. Терешин Д.А. Развитие математического мышления учащихся в процессе обучения курсу стереометрии в классах физико-математического профиля // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2013. №. 4 (132).
3. Christensen C.M., Horn M.B., Staker H. Is K-12 Blended Learning Disruptive? An Introduction to the Theory of Hybrids. Clayton Christensen Institute for Disruptive Innovation. 2013.

РАЗВИТИЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА ЗАНЯТИЯХ ИНТЕГРИРОВАННОГО КУРСА «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ»

Н.А. Измайлова
Научный руководитель ***Н.А. Журавлева,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается формирование метапредметных результатов у обучающихся в старшей школе при изучении интегрированного курса по математике и физике «Производная и ее приложения» для 10 класса.
Ключевые слова: ***метапредметные результаты, универсальные учебные действия, междисциплинарные связи, математика.***

Развитие информационных технологий, глобализация всех процессов – ключевые аспекты современной жизни. Человек нового поколения должен быть гибким и мобильным, поэтому согласно современным требованиям меняется и современное образование. В связи с новыми требованиями меняются образовательные стандарты и программы: принят новый закон об образовании, разработаны стандарты для всех ступеней обучения. ФГОС требует высокого уровня сформированности комплекса метапредметных умений у обучающегося.

Понятие «метапредметность» имеет несколько смыслов. В дидактике чаще всего оно употребляется в значении «надпредметности», т. е. объема знаний, который формируется и используется не в процессе преподавания какого-то определенного школьного предмета, а в ходе всего обучения. Метапредметные знания необходимы для решения как образовательных задач, так и различных жизненных ситуаций [2, с. 3].

Одним из критериев метапредметных компетенций является умение осуществлять познавательные действия (определять суть понятий, обобщать объекты; устанавливать причинно-следственные связи; выстраивать логические рассуждения; осуществлять смысловое чтение и т. д.).

Обучающиеся очень часто на уроках математики задаются вопросами: Зачем мне эти знания? Где они могут пригодиться? Особенно часто этот вопрос возникает в 10–11 классах. Обучающиеся не осознают, зачем им нужна та или иная информация. При изучении производной большинство из них не улавливают основной сути и просто решают задания по алгоритмам. Перед учителем математики стоит задача, как осуществить реализацию метапредметных результатов на уроках, не упустить основную суть производной и показать ее применение в различных жизненных ситуациях.

Для решения данной проблемы был разработан интегрированный курс по математике и физике «Производная и ее приложения» для 10 класса.

Программа курса: 1. Понятие производной. Правила вычисления производной: 1.1. Кинематика (2 ч); 1.2. Динамика (2 ч); 1.3. Термодинамика (3 ч); 1.4. Электричество (4 ч). 2. Признаки возрастания и убывания функции. Точки экстремума функции: 2.1. Кинематика (2 ч); 2.2. Динамика (2 ч); 2.3. Термодинамика (3 ч); 2.4 Электричество (4 ч).

Разработанный курс позволяет показать учащимся неразрывную связь этих двух наук, продемонстрировать, что рассмотрение даже самых элементарных физических вопросов требует знания математики.

Концепция развития универсальных учебных действий (УУД) разработана группой авторов: А.Г. Асмоловым, Г.В. Бурменской, И.А. Володарской, О.А. Карабановой, Н.Г. Салминой и С.В. Молчановым под руководством А.Г. Асмолова.

Были выделены основные виды универсальных учебных действий: регулятивные (целеобразование, планирование, контроль, коррекция, оценка, прогнозирование), познавательные (общеучебные, логические и знаково символические) и коммуникативные универсальные учебные действия [1, с. 105].

Задания, направленные на развитие познавательных УУД: определить формулу, с помощью которой можно решить задание; составить схему решения задачи; провести анализ задачи; поиск информации в Интернете и т. д.

Задания, направленные на развитие регулятивных УУД: описать алгоритм решения задачи; разбить решение большой задачи на подзадачи; исправить ошибки в решенной задаче; взаимопроверка заданий и т. д.

Задания, направленные на развитие коммуникативных УУД: объяснение хода решения партнеру; выступление с докладами; выполнение заданий в группах и т. д.

Метапредметные результаты имеют ключевое значение для формирования необходимых навыков у школьников любого возраста. На уроках математики самое трудное для учителя – изменить ход и структуру урока, чтобы во время занятия обучающийся не только запоминал ключевые определения и понятия, а снова открывал их для себя, представлял, как они применяются на практике и используются в других предметах.

Интегрированный курс по математике и физике «Производная и ее приложения» формирует у обучающихся осознанное отношение не к какому-то определению или понятию, а к способу своей познавательной деятельности.

Библиографический список

1. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др. Проектирование универсальных учебных действий в старшей школе // Национальный психологический журнал. 2011. № 1(5). С. 104–110.
2. Черных Л.А. Метапредметные результаты обучения – важнейшее средство достижения качества образования в свете реализации ФГОС. URL: https://nsportal.ru/shkola/administrirovanie-shkoly/library/2018/10/09/metapredmetnye-rezultaty-obucheniya (дата обращения: 9.03.2020).

СОЗДАНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЯ СМЫСЛОВОГО ЧТЕНИЯ

С.А. Кичигина
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье предлагается классификация текстовых заданий, приводятся обзор источников, содержащих текстовые задания, и алгоритм для создания метапредметных заданий, в том числе текстовых. Обсуждается необходимость конструирования текстовых заданий учителем для создания каталога подобных заданий, применяемых им в своей работе.
Ключевые слова: ***смысловое чтение, текст, задание, метапредметные результаты, обучение математике.***

Смысловое чтение является метапредметным результатом освоения образовательной программы основного общего образования, а также универсальным учебным действием. Под смысловым чтением понимается вид чтения, которое нацелено на понимание читающим смыслового содержания текста. Для смыслового понимания недостаточно просто прочесть текст, необходимо дать оценку информации, откликнуться на содержание.

Составляющие смыслового чтения входят в структуру всех универсальных учебных действий (УУД). Например, одним из предметных УУД, формируемых математикой, является «развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений» [5]. Таким образом, развитие математической грамотности обучающихся напрямую связано с развитием навыков смыслового чтения.

В образовательной практике наблюдается большое количество ошибок, допускаемых обучающимися, связанных именно с невнимательным чтением текста задания или вопроса к заданию. С учетом требований современных реалий учителю необходимо выстраивать свои занятия таким образом, чтобы обязательно была включена работа с текстом (текстовой задачей). Одним из этапов работы учителя при подготовке к уроку являются поиск и подбор материала, нужных текстов. Для удобства мы разделили тексты на следующие группы.

Готовый текст. Это работа с параграфами учебника, учебными пособиями и другими текстами из разных источников. Но просто прочитать текст недостаточно, нужно уметь анализировать его содержание, находить нужную информацию, выделять главное и второстепенное и т. д. Готовый текст может быть разным, например, математическая сказка или притча. С примерами математических сказок можно познакомиться на интернет-ресурсе «Мудрый гном» [2], и хотя задания здесь ориентированы на начальную школу, некоторые сказки подходят и для работы в 5–6 классах. Притчи эффективно использовать на этапе мотивации. Обучающиеся, читая притчу, анализируют ее и отвечают на поставленные учителем вопросы.

Конструирование текстовых заданий. Работа с обычным параграфом иногда превращается в конструирование текстов-заданий, когда мы, например, берем обычное определение из учебника, заменяем ключевые слова пропусками и предлагаем обучающимся заполнить пропуски. Иногда для создания текстовых заданий или задач, помогают исторические тексты. Например, история про Гаусса. В 5 классе при изучении свойств сложения, учитель рассказывает историю про маленького Гаусса и разбирает решение задачи, затем предлагает несколько аналогичных заданий на применение метода Гаусса. Периодически на уроках в качестве разминки даются задания на этот метод.

Другой пример. На основе материалов из книги нашего земляка П.Н. Солдатова [3] было разработано внеурочное мероприятие с региональным контекстом для 7–9 классов «История деревни Калы в цифрах» [1]. Все задания этого мероприятия основаны на текстах, исторических фактах и цифрах, приведенных в данной книге.

Создание авторских текстовых заданий. Иногда необходимо создать текстовое задание под определенные образовательные задачи, но такового задания либо нет, либо подходящий текст труден для восприятия обучающимися, а хочется его сделать более доступным и интересным. Тогда задания приходится придумывать с нуля. В качестве алгоритма для создания таких текстов-задач можно использовать конструктор, который предлагают в монографии О.В. Тумашева и О.В. Берсенева [4].

Используя на уроке разные текстовые задания и приемы смыслового чтения, учитель дает обучающимся возможность самостоятельно усваивать новые знания, умения и способы деятельности. Кроме того, при переходе от одного приема к другому меняется активность разных зон головного мозга, что позволяет предупреждать утомляемость и приводит к развитию когнитивных способностей обучающихся.

Библиографический список

1. Внеурочные мероприятия // Внеурочное мероприятие «История деревни Калы в цифрах» [Персональная страница Кичигиной С.А.] / учитель математики. URL: https://sites.google.com/view/kichiginasa (дата обращения: 24.03.2020).
2. Мудрый гном. Математические сказки. URL: http://мудрый-гном.рф/load/skazochnaja_matematika/matematicheskie_skazki/53 (дата обращения: 30.04.20).
3. Солдатов П.Н. Уголок России – отчий дом. Абакан: Бригантина, 2015.
4. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Обучение математике с позиций системно-деятельностного подхода: монография / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2016.
5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5–9 кл.). URL: http://минобрнауки.рф/документы/938 (дата обращения: 01.09.2017).

НУЖНЫ ЛИ ШКОЛЬНИКАМ ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ?

В.С. Кобычева
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье рассматривается вопрос о целесообразности изучения основ высшей математики в школе. Приведены исторические данные и показано, к каким результатам привело намеренное усложнение школьных программ по техническим наукам.
Ключевые слова: ***высшая математика, основы математического анализа, школьный курс математики.***

История возникновения элементов математического анализа и аналитической геометрии в школьном курсе математики разворачивалась на протяжении XX в. Неудачный опыт, связанный с введением этих дисциплин в школьную программу в 20-х гг. предыдущего столетия и повлекший «полное незнание основ математики» [2, с. 20] среди обучающихся, не остановил реформаторов.

В 1968 г. Министерство просвещения утверждает окончательный вариант программы, предусматривающей изучение основ высшей математики, пределов, производной, определенного и неопределенного интегралов, простейших дифференциальных уравнений, в качестве дополнительных глав вводятся элементы комбинаторики и теории вероятности. Разделы, содержащие элементы теории множеств и математическую логику, становятся не только новым материалом, которому уделяется немало внимания, но и языком, на котором излагаются многие, в том числе традиционные понятия [1]. Последствия этих грандиозных изменений весьма предсказуемы: в 1978 г. во время проведения вступительных испытаний в вузах преподаватели констатируют, что «математические знания выпускников страдают формализмом, навыки вычислений, элементарных алгебраических преобразований, решения уравнений фактически отсутствуют» [2, с. 241]. Стремление ввести в программу элементы высшей математики обернулось «неподъемностью» материала для основной массы школьников, не только не усваивавших новые для школьного курса понятия, но и хуже справляющихся с понятиями базовыми, время на изучение которых существенно сократилось.

Появление основ математического анализа на страницах школьных учебников внесло серьезный дисбаланс в учебный процесс и стало одной из главных причин снижения качества не только математического, но и инженерно-технического (!) образования в России. Учителя в силу нехватки времени вынуждены были сосредоточить основное внимание учеников старшей школы на изучении элементов математического анализа в ущерб традиционным разделам математики. Более того, они (по понятным причинам) не могли грамотно разъяснить материал, содержащийся в новых учебниках. Малопонятно, зачем дублировать курс дифференциального и интегрального исчисления из высшей школы в среднюю, если те, кто продолжит свое обучение в вузах с технической направленностью, вынуждены будут изучать все это заново (а старые представления, как известно, искажают восприятие нового). Другие же и вовсе не получат ничего ценного и забудут «ненужную» информацию в течение самого короткого времени. На протяжении многих десятилетий реформаторы допускают одну и ту же непростительную ошибку: они не учитывают возрастные особенности мышления обучающихся. В результате школьники не усваивают не только разделы школьного курса математического анализа, но и не получают фундаментальных знаний о науке, «не знают многих традиционных понятий элементарной математики, формул сокращенного умножения, графиков и свойств элементарных функций, тригонометрических и почти всех геометрических формул» [3].

В настоящее время элементы математического анализа в школе изучаются поверхностно и формально. Прямым тому доказательством служат результаты единого государственного экзамена (к содержанию которого тоже немало вопросов, но это уже другая тема): решаемость задания 7 на производную и ее геометрический смысл в 2019 г. составила всего 52,47 % (2018 г. – 49,72 %), а задания 12 (нахождение наибольшего (наименьшего) значения либо точки экстремума функции) – 63,82 %, (2018 г. – 39,42 %). Но и те, кто с заданием справился, в большинстве своем выполнили его благодаря заученным алгоритмам, а не глубокому пониманию темы. Вряд ли среднестатистический старшеклассник адекватно усвоил понятие предела, на основе которого базируется определение производной. Все это наталкивает на мысли об уместности изучения данного раздела в школе.

На сегодняшний день можно привести лишь один весомый аргумент в пользу изучения начал анализа в школьном курсе высшей математики, но и он недостаточно силен. Все дело в том, что если без интеграла прохождение современной программы по физике представить вполне возможно, то без производной сделать это вряд ли получится. Однако ранее, во время расцвета образования в России (речь о 1930–1950 гг.), ни дифференцирование, ни тем более интегрирование в школьном курсе физики задействованы не были, а научно-технический прогресс был. Вслед за обновленным курсом математики изменилась и система преподавания физики, «большинство законов которой преподается теперь на основе математических обоснований, а эксперимент и лабораторные работы почти полностью исключены» [3, с. 5], что, в свою очередь, повлекло существенное снижение престижа и падение качества инженерного образования.

Библиографический список

1. Добудько Т.В., Тюжина И.В. Развитие школьной математики в СССР как предпосылка современного состояния российского математического образования // Теория и практика общественного развития. 2013. № 10. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/razvitie-shkolnoy-matematiki-v-sssr-kak-predposylka-sovremennogo-sostoyaniya-rossiyskogo-matematicheskogo-obrazovaniya/viewer (дата обращения: 15.03.2020).
2. Костенко И.П. Проблема качества математического образования в свете исторической ретроспективы: монография / ФГБОУ ВПО РГУПС (филиал в Краснодаре). М., 2013. 502 с.
3. Подуфалов Н.Д., Дураков Б.К. Математическое образование в контексте методологических проблем развития российской системы образования // Педагогика. 2018. № 7. С. 3–12.

ПОТЕНЦИАЛ МАЛОКОМПЛЕКТНОЙ ШКОЛЫ ДЛЯ РАЗВИТИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

К.П. Коковихина
Научный руководитель ***О.В. Тумашева,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается потенциал малокомплектной школы для развития метапредметных результатов обучающихся в процессе обучения математике. Рассматриваются особенности обучения в малокомплектной школе. Приводится пример задания, которое может способствовать развитию метапредметных результатов обучения.
Ключевые слова: ***малокомплектная школа, метапредметные результаты, потенциал малокомплектной школы.***

Проектирование и организация образовательного процесса должны осуществляться с учетом требований ФГОС, в том числе требований к результатам освоения основной образовательной программы. В ФГОС обозначены три вида образовательных результатов, среди которых особое место занимают метапредметные. Данный вид результатов имеет принципиальные отличия от того, что было раньше. Эффективному их формированию способствует учет реальной образовательной ситуации. В частности реалией современного образования являются малокомплектные школы.

Вопросы формирования метапредметных результатов по математике исследовались в работах Н.Н. Гареевой, О.Г. Селивановой, Н.В. Гасниковой [1; 4]. Особенностями обучения математике в малокомплектных школах занимались М.В. Корзик, С.И. Кара, Э.Г. Гельфман [2; 3]. Несмотря на значимость полученных результатов, в работах этих авторов не раскрывается потенциал малокомплектных школ в формировании метапредметных результатов.

Процесс обучения в таких школах имеет существенные отличия от городских школ. Преподаватель вынужден работать сразу в двух классах с разными учебными программами и разными уровнями знаний. Существует ряд условий, которые необходимо учитывать при совместном обучении математике нескольких классов:

– совместное обучение возможно только при изучении пересекающихся вопросов, при которых возможно углубление, расширение знаний;

– следует учитывать уровень математической подготовки обучающихся;

– возраст обучающихся и количество обучающихся в классе – не менее важное условие. От возраста и количества обучающихся зависит, какие формы работы целесообразнее применять в ходе проведения урока.

Несмотря на очевидные трудности в организации образовательного процесса, малокомплектные школы за счет совместных уроков нескольких классов имеют потенциал для развития таких метапредметных умений обучающихся, как: умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований; владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности; умение работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; умение формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение; умение передавать информацию в сжатом или развернутом виде и др.

Например, для развития умения формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение на совмещенном уроке в 5–6 классах по теме «Обыкновенные дроби» можно организовать совместное обсуждение обучающимися по теме «Дроби в нашей жизни», в ходе которого каждый обучающийся сможет высказать свое мнение, где люди встречаются с дробями, для чего они нужны и что он уже знает о дробях. Результатом обсуждения станут постановка учебной задачи на основе выявленного «незнания» и планирование парного сотрудничества обучающихся 5 и 6 классов.

Таким образом, при правильной организации процесса обучения и подборе соответствующих заданий потенциал малокомплектных школ для развития метапредметных умений у обучающихся в процессе обучения математики выше, чем в городских.

Библиографический список

1. Гареева Н.Н. Особенности метапредметных результатов в процессе обучения математике и средств их диагностики // Вестник Костромского государственного университета. 2018. № 2. С. 160–164.
2. Кара С.И., Гельфман Э.Г. Развитие самостоятельной образовательной деятельности учащихся на уроках математики в малокомплектной сельской школе // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2009. № 12 (90). С. 77–82.
3. Кара С.И., Корзик М.В. Конструирование урока математики в разновозрастной группе учащихся малокомплектной школы // Вестник Томского государственного педагогического университет. 2010. № 11 (101). С. 117–120.
4. Селиванова О.Г., Гасникова Н.В. Особенности метапредметных результатов в процессе обучения математике и средств их диагностики // Вестник Вятского государственного университета. 2018. № 4. С. 119–129.

РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА ОБУЧАЮЩИХСЯ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

А.А. Колесниченко
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина****,*
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный
педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье актуализируется проблема развития познавательного интереса обучающихся. Описаны способы стимуляции познавательного интереса. Представлены особенности использования информационных технологий для развития познавательного интереса обучающихся.
Ключевые слова: ***информационные технологии, познавательный интерес, особенности развития, дистанционные образовательные технологии, электронное обучение.***

Одной из проблем современной педагогики можно считать активизацию и развитие учебной познавательной деятельности обучающихся. На качество и результат обучения влияют активность школьника, его заинтересованность в обучении. На основе этого возникает необходимость организации и методического обеспечения обучения, которое позволит достичь требований ФГОС к уровню и качеству сформированности учебных действий.

Анализ специальной литературы и образовательных практик говорит о недостаточной изученности вопросов развития познавательного интереса к изучению математики на основе использования современных информационных технологий. В то время как эпоха цифровизации представляет большое количество возможностей для оснащения образовательного процесса различными средствами и инструментами цифрового обучения. Это позволяет сформулировать проблему: «Как развить познавательный интерес обучающихся к изучению математики на основе использования информационных технологий?»

В.А. Далингером выделены три вида стимуляции познавательного интереса обучающихся за счет: содержания учебного материала, общения в учебном процессе между обучающимися, между обучающимися и преподавателем; организации учебной деятельности [1]. Особое внимание уделяется стимуляции, связанной с организацией учебной деятельности, и в основном это стимулы познавательной самостоятельности. Стимулировать познавательный интерес обучающихся может применение различных форм самостоятельной работы, исследовательский подход, творческая и практическая работы.

Наряду с традиционными средствами, которые бы повышали эффективность развития познавательного интереса обучающихся, приоритетным признается использование средств информационно-коммуникационных технологий (ИКТ).

Е.С. Кондратьева считает, что использование информационных технологий на уроке способствует активизации внимания, воображения, памяти, восприятия, мышления, творческих способностей и познавательных интересов. Возможности мультимедиа позволяют сделать урок насыщеннее, продуктивнее, эмоционально богаче. Информационно-коммуникационные технологии предоставляют возможность реализации принципа индивидуальности, наглядного предъявления материала, моментальной обратной связи, объективной оценки действий обучающихся. Помимо этого, поскольку нет отрицательного эмоционального воздействия, вызываемого возможными негативными эмоциями преподавателя или одноклассников, то обучающиеся оказываются в условиях большего эмоционального комфорта [2].

Особенностями использования информационных технологий является то, что они позволяют проводить занятия на высоком эстетическом и эмоциональном уровне, обеспечивают наглядность, повышают объем выполняемой работы на занятии в 1,5–2 раза, совершенствуют контроль знаний. С внедрением ИКТ в образовательный процесс у педагога возникают возможности по дифференциации учебного процесса, а также перенаправление его на развитие заинтересованности к учебному процессу через новизну и актуальность используемых средств ИКТ. Помимо этого, применение ИКТ позволяет подготовить новое поколение к жизни в современных информационных условиях [3].

Актуальным является внедрение в образовательный процесс дистанционных образовательных технологий (ДОТ) и электронного обучения (ЭО). Самостоятельная познавательная деятельность, лежащая в основе обучения с ДОТ, позволяет стимулировать познавательный интерес обучающихся.

Таким образом, актуальными являются вопросы развития познавательного интереса обучающихся к изучению математики; использование ИКТ в обучении математике повышает эффективность урока; ИКТ обеспечивают высокую степень дифференциации обучения, т. е. реализуется индивидуальный подход, который является важным при развитии познавательного интереса. Помимо этого, мультимедиа-возможности информационных технологий позволяют сделать урок насыщеннее, продуктивнее, эмоционально богаче и визуализировать изучаемый материал, что очень важно для урока математики.

Библиографический список

1. Далингер В.А. Познавательный интерес учащихся и его развитие в процессе обучения математике // Вестник Вятского государственного университета. 2011. № 3. С. 131.
2. Кондратьева Е.С. Развитие познавательного интереса у младших школьников через использование информационных технологий на уроках математики // Проблемы педагогики. 2015. № 1. С. 20–23.
3. Митенев Ю.А. Использование информационно-коммуникационных технологий в обучении математике // Среднее профессиональное образование. 2011. № 6. С. 19.

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ТВОРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ 5–6 КЛАССОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Е.Ю. Кузнецова
Научный руководитель ***Н.Н. Белокопытова,***
кандидат физико-математических наук, доцент
Хакасский государственный университет
им. Н.Ф. Катанова

В статье рассматривается один из способов развития творческой деятельности учащихся с помощью занимательных задач логического содержания.
Ключевые слова: ***творческая деятельность, занимательные задачи, логические задачи.***

Основной задачей современного образования является формирование всесторонне развитой личности, которая имеет возможность реализации творческого потенциала в условиях социально-экономических изменений как для личностных целей, так и для общественных. Обучение в школе направлено на усвоение учебных программ, стандартизируя личность обучающегося, не уделяя должного внимания индивидуальному развитию его мышления. Занимательные задачи на уроках математики в 5–6 классах способствуют поддержанию творческой активности, формированию навыков математического мышления и активизации познавательной деятельности [1, с. 219].

Творческой деятельностью называют процесс формирования новых материальных и духовных ценностей с их дальнейшей интерпретацией. Ученые-психологи утверждают, что благоприятным периодом развития творческой деятельности является 11–13-летний возраст. К этому моменту у детей развивается эвристическое мышление. Им называют мышление, позволяющее решать сложные, проблемные задачи с опорой на критерии избирательного поиска. Логические и эвристические способы мышления обладают тесной взаимосвязью. В связи с этим логическое мышление помогает формированию эвристического, и наоборот. При помощи занимательных задач обучающиеся получают полезный толчок для развития логического мышления и математической культуры. Одним из типов занимательных задач являются задачи логического содержания, которые активизируют творческую деятельность обучающихся [2, с. 34].

Полезнее всего не изучать методично все новые типы логических задач, а решать разнообразные задачи понемногу в течение всего курса. Можно предложить учащимся решить задачу в парах или сыграть маленькую ролевую игру по сюжету задачи. Эти формы работы нравятся обучающимся 5–6 классов и стимулируют их интерес к математике.

Приведем типологию логических задач:

1) задачи, решаемые методом «здравых рассуждений»;
2) задачи, решаемые с помощью таблиц;
3) задачи, решаемые с помощью алгебры высказываний;
4) задачи, решаемые построением графов.

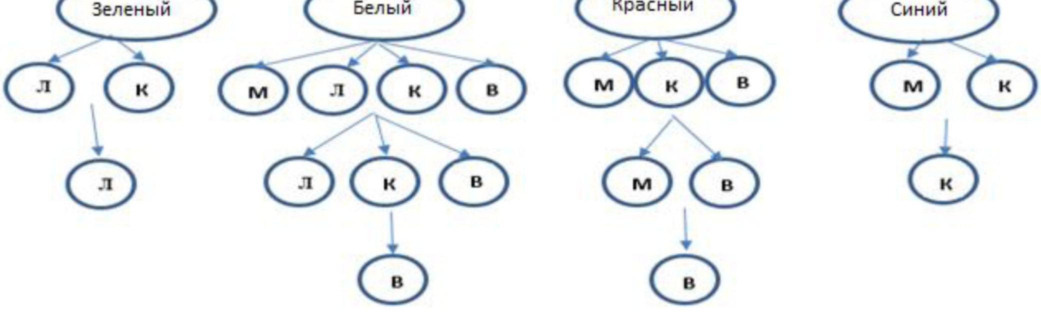
Заметим, что эта классификация весьма условна, потому что многие задачи могут решаться несколькими способами одновременно. Ниже рассмотрим пример задачи, решить которую можно с помощью построения таблицы и графа.

Пример. В зеленом, белом, красном и синем сосудах находятся напитки: молоко, квас, вода и лимонад. Известны 4 условия: 1) вода и молоко не в зеленом сосуде; 2) сосуд с лимонадом стоит между сосудами красного цвета и квасом; 3) в синем сосуде не лимонад и не вода; 4) белый сосуд стоит рядом с синим и с сосудом с молоком. В каком сосуде какой напиток?

Решение. Рассмотрим два множества – множество сосудов и множество напитков. Приведем два способа решения данной задачи: при помощи таблицы и графа. Строим таблицу, в которой по условию 1) ставим в первой и четвертой клетках первого столбца знак «–». Условие 2) позволяет понять, что в красном сосуде не лимонад и не квас, значит, во второй и третьей клетках третьего столбца нужно ставить знак «–». По условию 3) во второй и четвертой клетках четвертого столбца ставим знак «–». Условие 4) говорит о том, что молоко не в белом и не в синем сосудах, потому в первых клетках второго и четвертого столбцов ставим знак «–». Можно увидеть, что молоко находится в красном сосуде, квас – в синем. Следовательно, в первой клетке второго столбца и в третьей клетке четвертого столбца нужно поставить знак «+». Но при этом очевидно, что вода не в красном, а квас не в зеленом и не в белом. Значит, в соответствующих клетках ставим знак «–». Таким образом, вода может быть только в белом, а лимонад – только в зеленом сосудах. Заполненная таким способом таблица будет выглядеть следующим образом:

	Зеленый	Белый	Красный	Синий
Молоко	–	–	+	–
Лимонад	+	–	–	–
Квас	–	–	–	+
Вода	–	+	–	–

Решая вторым способом, логическим путем строим граф:



Таким образом, занимательные задания способствуют развитию гибкости ума, освобождению мышления от шаблонов, формированию творческой деятельности учащихся.

Библиографический список

1. Гусев В.А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы. М.: Бином, 2013. 456 с.
2. Левитес В.В. Задания для развития логического мышления: учебное пособие. Мурманск: Полиграфист, 2016. 64 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ» В 9 КЛАССЕ

А.В. Липская
Научный руководитель ***И.Г. Кулешова,***
кандидат педагогических наук, доцент
Алтайский государственный педагогический университет

В статье рассматриваются сущность понятия технологии проблемного обучения, методические приемы создания проблемных ситуаций на уроке на примере изучения темы «Системы уравнений» в 9 классе.
Ключевые слова: ***проблемное обучение, проблемная ситуация, проблема, активизация, самостоятельная деятельность.***

В условиях современного этапа модернизации образования главной задачей школы является развитие личности ребенка в условиях реализации системно-деятельностного подхода, который лежит в основе федерального государственного образовательного стандарта второго поколения. Согласно стандарту основным видом деятельности обучающихся должна стать творческая деятельность, т. е. большую часть знаний они должны усваивать в процессе самостоятельного поиска информации и способов решения задач. Таким образом, становится актуальным применение технологий обучения математике, которые направлены на активизацию учебной деятельности. Одна из таких технологий – технология проблемного обучения.

Суть технологии проблемного обучения состоит в организации педагогом процесса, который предполагает создание под руководством учителя проблемных ситуаций и активную самостоятельную деятельность учащихся по их разрешению, в результате чего происходят овладение предметными знаниями, умениями, навыками и развитие творческих способностей [3, с. 61].

Основным понятием проблемного обучения является проблемная ситуация – учебная ситуация затруднения, возникающая когда ученик принимает задачу, пытается ее решить, но не может из-за недостаточности своих знаний [2, с. 59]. Для успешного создания проблемных ситуаций учителю необходимо, чтобы каждое задание основывалось на том, что ученик знает и умеет; то неизвестное, которое нужно «открыть» ученику, должно способствовать формированию важных знаний и умений; выполнение проблемного задания должно вызывать у ученика интерес [1, с. 181].

Чтобы создать проблемную ситуацию, от педагога требуется владение специальными методическими приемами. Рассмотрим некоторые из них.

1. Предварительные домашние задания. Такие задания позволяют поставить учебные проблемы на уроке, к которым учащиеся подошли самостоятельно,

столкнувшись с реальными познавательными затруднениями в процессе выполнения домашнего задания.

Пример. Перед изучением темы «Решение систем уравнений методом подстановки» предложить учащимся в качестве домашнего задания решить систему уравнений графически: $\begin{cases} xy = -2 \\ x + y = -4 \end{cases}$.

В классе при проверке ответов у многих учащихся получились разные ответы. В чем проблема? При графическом способе не всегда удается получить точное решение системы уравнений. Тогда учитель предлагает решить систему уравнений другим способом и подводит учащихся к новой теме урока «Решение уравнений методом подстановки».

2. Создание проблемной ситуации при помощи задания с элементами исследования. Такие задания позволяют отрабатывать отдельные этапы поиска и приобщают учащихся к методам научного исследования. Пример. На рисунке изображены графики функций $y = -x^2 + 7$ и $y = -x$. Вычислите координаты точки *A*.

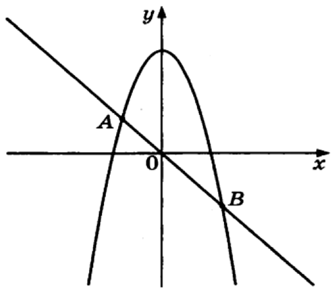


Рис. Иллюстрация задачи

3. Создание ситуации выбора. Такая ситуация возникает в результате столкновения различных точек зрения, выбора из нескольких способов наиболее рациональных.

Пример. Тема урока: Методы решения систем уравнений. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 + y^2 = 12 \end{cases}$.

Предложить учащимся самостоятельно решить систему уравнений, но при этом не уточнять, каким именно способом. Каждый учащийся выберет для себя самый рациональный способ решения для данной системы.

Проблемное обучение, в отличие от любого другого, способствует достижению высокого уровня умственного развития, формированию у учащихся способности к самообучению, самообразованию, поскольку усвоение учебного материала происходит в ходе активной поисковой деятельности учащихся, в процессе решения ими системы проблемно-познавательных задач.

Библиографический список

1. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. М.: Педагогика, 1972. 206 с.
2. Махмутов М.И. Проблемное обучение: основные вопросы теории. М.: Педагогика, 1975. 367 с.
3. Селевко Г.К. Проблемное обучение // Школьные технологии. 2006. № 2. С. 61–65.

ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ ОБУЧАЮЩИХСЯ И ЕЕ ОЦЕНКА В РАМКАХ МЕЖДУНАРОДНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ PISA

А.В. Малашонок
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье рассматривается понятие финансовой грамотности обучающихся. Представлены результаты анализа международного исследования PISA. Приведены некоторые рекомендации для повышения уровня финансовой грамотности обучающихся.
Ключевые слова: ***финансовая грамотность, международное исследование PISA.***

Система образования не может быть настроена на одни и те же результаты для всех поколений обучающихся. Для того чтобы ей соответствовать актуальному состоянию развития различных сфер общественной жизни, необходимо оценивать качество образования в мире. Для этого регулярно проводятся международные исследования, такие как TIMSS, PISA, ICILS, PIRLS, ICCS, позволяющие не только оценить уровень образования, но и сравнить его в разных странах.

Для оценки эффективности изменений и образовательных решений каждые три года проводится международное исследование PISA. Россия участвует в нем с 2000 г. По итогам тестирования корректируется направление развития российского образования для повышения конкурентоспособности выпускников школ.

Тест PISA адаптируется под изменения в общественной жизни, в частности, в сфере образования. Каждый цикл в нем появляется некоторая новая составляющая, каждое исследование имеет приоритетное направление оценивания. Так, в 2012 г. участники решали задачи «интерактивного типа», в которых нужно было виртуально обследовать какой-то предмет и после этого ответить на вопросы о принципах его работы. В 2015 г. впервые проверяли финансовую грамотность школьников. В исследовании 2018 г. основное внимание уделялось читательской грамотности и выявлению тенденций развития читательского образования в мире за последние годы [4].

Главный вопрос исследования PISA в области финансовой грамотности – *«Насколько 15-летние учащиеся готовы к принятию эффективных решений в разнообразных финансовых ситуациях, к адаптации и использованию новых финансовых систем?»* [3].

Что же такое финансовая грамотность? Это набор компетенций человека, которые образуют основу для разумного принятия финансовых решений. Финансовая грамотность включает знание и понимание финансовых терминов, понятий и финансовых рисков, а также навыки, мотивацию и уверенность, необходимые для принятии эффективных решений в различных финансовых ситуациях, способствующих улучшению финансового благополучия личности и общества, а также возможности участия в экономической жизни [1]. Это очень актуальное качество для современного образованного человека, и развитие составляющих его знаний, умений должно происходить в том числе на уроках математики, которая дает базовую основу для формирования финансовой грамотности.

По итогам тестирования 2012 и 2015 гг. наблюдается улучшение показателей финансовой грамотности российских обучающихся на 26 баллов. Произошел переход с 10 на 4 место рейтинга [2].

Задания на определение уровня финансовой грамотности имеют ряд особенностей. Они не требуют дополнительной подготовки, а основываются на тех знаниях, которые обучающиеся уже имеют. Условия заданий максимально приближены к ситуациям из реальной жизни. Ситуация требует осознанного выбора модели поведения. Информация предоставляется обучающимся в различной форме (текстовая, графическая и т. д.). Вопросы, на которые необходимо ответить, не перегружены лишней информацией, изложены простым, ясным языком. Исследование уровня финансовой грамотности проводят полностью в электронном формате. Используют задания нового типа, например, работа с калькуляторами. Также происходит расширение спектра умений, которые подвергаются оцениванию.

Основные ошибки, которые допускают российские обучающиеся, заключаются в записи ответа. Часто записываются ответы не на поставленные вопросы или используются оценочные суждения. Наблюдаются сложности при записи развернутого ответа или происходит цитирование фраз из условия задания.

Для перехода обучающихся на новый уровень финансовой грамотности необходимо прикладывать целенаправленные усилия для формирования базовых знаний и умений в этой области, основываясь на международных стандартах. Для этого дидактическую ценность имеют задачи с экономической фабулой, проектные и ситуационные задания с экономическим контекстом. Авторами исследования также рекомендуется формировать положительное отношение к обучению, что тоже влияет на его качество. Для детей из семей с низким уровнем дохода или живущих в сельской местности необходимо создавать равные возможности в получении финансового образования. Не стоит забывать и о расширении региональных и национальных исследований в области финансовой грамотности и финансового образования.

Библиографический список

1. Результаты исследования PISA-2012. URL: http://www.centeroko.ru/pisa12/pisa12_pub.html (дата обращения: 31.03.2020).
2. Результаты исследования PISA-2015. URL: http://www.centeroko.ru/pisa15/pisa15_pub.html (дата обращения: 31.03.2020).
3. Результаты исследования PISA-2018. URL: http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_pub.html (дата обращения: 31.03.2020).
4. PIRLS, TIMSS, PISA: что это за исследования, в которых участвуют школьники из России? URL: https://mel.fm/issledovaniye/9058732-all_tests (дата обращения: 31.03.2020).

ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ ВО ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

С.С. Манаенко

Научный руководитель ***Е.А. Михалкина,***

кандидат педагогических наук, доцент

Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова

Статья посвящена проблеме обучения решению оптимизационных задач в школьном курсе математики.

Ключевые слова: ***образование, математика, оптимизационные задачи, внеурочная деятельность.***

В современном мире процесс математизации затронул различные науки, что делает обучение математике особенно важным. Анализ требований федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования по математике позволяет сделать вывод, что одной из главных целей обучения математике становятся развитие школьника средствами самого предмета и подготовка его к практической жизни. Тем самым повышается необходимость усиления прикладной направленности обучения математике.

Одним из средств подобного усиления могут выступать оптимизационные задачи, их сюжетное содержание имеет большую практическую и прикладную направленность. Решение таких задач требуется в экономике, электроэнергетике, генетике, а также в других различных областях науки и техники. Кроме того, в целом действия любого человека в условиях неоднозначности выбора определяются некоторой целью, которую он стремится достичь наилучшим образом. Тем самым человеческая деятельность связана с постоянным решением оптимизационных задач. Под оптимизационными математическими задачами следует понимать задачи, цель которых состоит в нахождении наилучшего, то есть оптимального с точки зрения одного или нескольких критериев варианта [3, с. 537].

Большинство оптимизационных задач, рассматриваемых в школе, связаны с экономикой: транспортная задача, задача об оптимальном использовании ресурсов, задача о смесях и мн. др. Математическое решение задач оптимизации сводится к составлению целевой функции и нахождению ее экстремального значения по условию задачи. В различных программах для общеобразовательных учреждений по математике в разделе «Требования к уровню математической подготовки учащихся» впервые о наибольшем и наименьшем значениях некоторой величины упоминается лишь в теме «Функция» в 10–11 классах. В тематическом планировании к различным действующим учебникам по математике изучение тем «Наибольшее и наименьшее значения функции» и «Применение производной к нахождению наибольшего и наименьшего значений функции» также отнесены к 10–11 классам. Следовательно, у обучающихся возможность решения оптимизационных задач появляется только в старших классах.

В разделе «Тематическое планирование учебного материала» впервые предполагается рассмотрение наибольшего и наименьшего значений квадратичной функции в 8 классе, если преподавание ведется по учебным комплектам под редакцией А.Г. Мордковича, Ш.А. Алимова, С.М. Никольского. При этом в учебниках Ш.А. Алимова, С.М. Никольского эта тема не входит в число обязательных для базового уровня освоения школьного курса математики (обязательна лишь для профильного уровня) [2, с. 85]. Судя по тематическому планированию для других учебников (под редакцией Н.Я. Виленкина, под редакцией С.А. Теляковского) рассмотрение оптимизационных задач в 5–9 классах не предполагается. В 10 же классе предлагается решать такие задачи с помощью производной. Таким образом, программой для общеобразовательных учреждений не предусмотрено исследование функций на наибольшее и наименьшее значения элементарными приемами. Стоит отметить, что некоторые из этих приемов доступны для понимания школьников 5–9 классов.

В школе учителя математики рассматривают на своих уроках узкий класс оптимизационных задач: в основном решаются задачи на нахождение экстремума функции на некотором промежутке и наибольшего (наименьшего) значения функции. Теперь к оптимизационным задачам, рассматриваемым на уроках математики, добавились задачи с экономическим содержанием, как правило, аналоги задания № 17 (в 2015 г. № 19) профильного ЕГЭ по математике [3, с. 539]. Методы решения оптимизационных задач также не отличаются разнообразием. В основном, это методы дифференциального исчисления, изредка используются различного рода графические иллюстрации. Итак, очевидна проблема недостаточно глубокого изучения данной темы в школьном курсе на обычных уроках, а между тем ряд педагогов отмечают значимость оптимизационных задач в школьном математическом образовании.

В силу названных причин расширить представление учеников об оптимизационных задачах может внеурочная деятельность. С 9 класса учащимся вполне по силам освоить основные элементарные приемы решения задач оптимизации разных типов. В итоге у учеников появится возможность решать задачи оптимизации разными методами, а также усилить в целом интерес к предмету в виду богатого практико-ориентированного сюжетного содержания задач.

Библиографический список

1. Бурмистрова Т.А. Алгебра и начала математического анализа. Сборник рабочих программ. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровни: учеб. пособие для учителей общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни. М.: Просвещение, 2016. 128 с.
2. Бурмистрова Т.А. Алгебра. Сборник рабочих программ. 7-9 классы: пособие для учителей общеобразоват. организаций. 2-е изд., доп. М.: Просвещение, 2014. – 96 с.
3. Жмурова И.Ю., Генералова А.А. Оптимизационные задачи в школьном курсе математики // Молодой ученый. 2016. № 14. С. 537–539. URL.: https://moluch.ru/archive/118/32649/ (дата обращения: 22.03.2020).

РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Е.Н. Мартынова
Научный руководитель ***О.В. Тумашева,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье рассмотрена реализация системно-деятельностного подхода при изучении одной из основных тем школьного курса алгебры. Предложены конкретные методические рекомендации.
Ключевые слова: ***системно-деятельностный подход, квадратные уравнения, инсерт.***

В основе стандарта нового поколения лежит системно-деятельностный подход (СДП), предусматривающий развитие личности ребенка как субъекта жизнедеятельности. Главной целью СДП является пробуждение интереса обучающегося к предмету и процессу обучения через включение его в разнообразные виды деятельности, позволяющие получить системные знания об изучаемом объекте и / или явлении. Данное обстоятельство выступает основным ориентиром при проектировании и организации процесса обучения любой учебной дисциплины, в том числе и математики. При этом следует отметить, что на реализацию основных положений СДП должны быть направлены все компоненты процесса обучения математике.

Содержание обучения математике с позиций СДП представляет собой движения от поставленных целей к конкретным результатам путем обеспечения целостности процесса обучения [2, с.19]. При системно-деятельностном обучении считается необходимым наполнить содержание универсальными средствами, методами и формами преобразующей деятельности (проектной, исследовательской, поисковой и т. д.). В этом случае формируется системное видение окружающего мира, его объектов и явлений. Этому также способствует обеспечение реализации в процессе обучения математике принципа единства теории и практики. Через собственную деятельность, через эксперимент и поиск обучающиеся открывают и осваивают новое для них знание, знание, которое будет выступать базой для их дальнейшего развития.

В качестве примера можно привести общую схему реализации СДП при изучении темы «Квадратные уравнения».

В начале урока обучающимся предлагается практико-ориентированная ситуация, решение которой приводит к новому виду уравнений: «Дмитрий Иванович решил сделать перегородку и разбить большую комнату на две одинаковой ширины. Длина первой комнаты в 2 раза больше ее ширины, а длина второй комнаты 6,4 м. Определите, какой ширины должны быть комнаты, если общая их площадь может быть 51,06 м^2?». В ходе обсуждения, рассмотрения различных точек зрения обучающиеся приходят к названию нового вида уравнений и выделяют его характеристические свойства.

Для дальнейшего их изучения обучающимся предлагается самостоятельно проверить правоту своих предположений и расширить представления о квадратных уравнениях и их видах. В качестве основного метода обучения целесообразно, на наш взгляд, использовать метод «Insert» (чтение с пометками), ориентированный на организацию самостоятельной работы обучающихся с текстом: ребята читают параграф, выделяют в тексте то, что считают главным, и отвечают на вопросы с помощью карточки-инструкции, в которой могут быть представлены следующие вопросы:

Какое уравнение называют квадратным?

Как называются числа *a*, *b*, *c*?

Какие квадратные уравнения называются приведенными?

Какие квадратные уравнения называются неполными?

Какие виды неполных квадратных уравнений вы знаете?

Придумайте и запишите неполное уравнение каждого вида?

После проработки теории полезно предложить обучающимся изучить историю возникновения квадратных уравнений. Стоит также акцентировать внимание обучающихся на том что, используя способы решения квадратных уравнений, можно найти ответы на различные вопросы из науки и техники (транспорт), сельского хозяйства, промышленности, связи и т. д. Поэтому целесообразно рассмотреть решение прикладных задач, сводящихся к необходимости решать квадратные уравнения. Например, имеется водоем со стороной 10 чи. В центре его растет камыш, который выступает над водой на 1 чи. Если потянуть камыш к берегу, то он как раз коснется его. Определите, какова глубина воды и какова длина камыша? Решение таких задач развивает логическое мышление и творческую деятельность обучающегося [1].

Практика преподавания показала, что изучение квадратных уравнений на основе требований СДП развивает у обучающихся чувство уверенности в собственных силах, интерес к самостоятельной теоретической работе. Кроме того, такой подход позволяет обучающимся получить системные знания о квадратных уравнениях, изучить их с различных сторон, увидеть их приложения на практике и т. п.

Библиографический список

1. Реализация требований ФГОС ООО при обучении учащихся 8 класса по теме «Решение квадратных уравнений». URL: https://www.metod-kopilka.ru/realizaciya_trebovaniy_fgos_ooo_pri_obuchenii_uchaschihsya_8_klassa_po_teme_reshenie_kvadratnyh-26531.htm (дата обращения: 16.03.2020).
2. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода: технологический аспект / Краснояр. гос. пед. ун-т им В.П. Астафьева. Красноярск, 2018. 99 с.

РИСКИ ВНЕДРЕНИЯ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ

А.Б. Медведева
Научный руководитель М.Б. Шашкина,
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Цифровые технологии активно внедряются в учебный процесс. Все чаще уроки математики проходят с применением цифровых средств обучения, но достаточно ли изучены риски использования этих средств обучения на уроках математики? Каковы при этом последствия внедрения цифровых технологий в образование? В статье описаны основные риски использования цифровых технологий на уроках математики, проанализированы некоторые последствия внедрения цифровых технологий в обучение.
Ключевые слова: ***цифровизация, современное образование, цифровые средства обучения, обучение математике, интерактивная динамическая среда.***

Современное образование не стоит на месте, оно активно развивается, а вместе с ним развиваются технологии обучения. Большинство школ сегодня активно используют цифровые технологии, внедряя их в образовательный процесс. Все чаще уроки математики проходят с применением цифровых средств обучения – это могут быть динамическая среда GeoGebra, Живая математика, Mathcad и т.д. Данные средства обучения созданы для повышения уровня успеваемости обучающихся. Но достаточно ли изучены последствия использования цифровых технологий в учебной деятельности? Каковы риски внедрения цифровых технологий в образование?

По мнению педагогов, использование интернет-технологий, интерактивных средств обучения при изучении математики в учреждениях общего среднего образования может стать эффективным средством повышения уровня и качества знаний обучающихся [2].

Процесс внедрения компьютерного моделирования не стоит начинать с решения трудных задач. Об этом говорится в монографии М.В. Шабановой, Р.П. Овчинникова, А.В. Ястребова. Обучение компьютерному моделированию не должно подменять обучение использованию классических конструктивных инструментов, так как в основе использования инструментов среды лежат принципы построения циркулем и линейкой [4].

Однако не стоит забывать, что представители цифрового поколения имеют клиповое мышление, которое проявляется в краткости восприятия окружающей действительности. Для них привычнее мини-новости, формат твитов и статусов в социальных сетях, позволяющие вместить сжатый объем информации о событиях разной степени значимости, отражающие только знаковые моменты. Они предпочитают визуальную информацию смысловому чтению текстов. Именно из визуальной информации выделяют главные мысли, идеи. Поэтому визуализация, наглядность и представление учебного материала отдельными фрагментами должны стать основными критериями при организации усвоения нового учебного материала [3].

По наблюдениям психологов и преподавателей у представителей цифрового поколения снижается собственная познавательная активность, сокращается объем рабочей памяти, отмечается фрагментарность и бессистемность наличных знаний, отсутствие четких представлений о границах собственного знания, неумение отличать значимую и второстепенную информацию, фиксация внимания на внешних сторонах проблемы, отсутствие потребности понять представленный материал и т. п. [1].

Прежде чем вводить цифровые технологии в обучение математике, необходимо подготовить обучающихся к новым средствам обучения, при этом они должны иметь опыт «ручного» вычисления, хорошо ориентироваться в теоретическом материале. И только после этого можно переходить к использованию интерактивных компьютерных инструментов. Предпочтение следует отдавать задачам, при решении которых учащемуся вначале требуется самостоятельно найти решение, опираясь на хорошее знание теоретического материала, и только после этого выполнить трудоемкие и громоздкие вычисления. Также не стоит забывать о том, что системы компьютерной математики созданы для дополнения и расширения исследовательской деятельности, но не для того, чтобы заменять ее.

Таким образом, цифровые технологии не способны полностью заменить традиционное обучение, но не стоит отказываться от внедрения цифровых технологий в обучение математике из-за опасения негативных последствий. Поэтому их следует вводить не как замену традиционного обучения, а добиваться гармоничного сочетания с другими видами обучения.

Библиографический список

1. Клековкин Г.А. Проблемы обучения в условиях открытого информационного пространства // Образование и наука. 2014. № 7. С. 4–23.
2. Патаракин Е.Д. Социальные сервисы Веб 2.0 в помощь учителю. М.: Интуит.ру, 2007. 64 с.
3. Тумашева О.В., Шашкина М.Б. Средства формирования и оценивания метапредметных результатов обучающихся поколения Z // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2020. Т. 9, № 1 (30). С. 285–290.
4. Шабанова М.В., Овчинникова Р.П., Ястребов А.В. и др. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография. М.: Академия естествознания, 2016. 300 с.

ЗАДАЧИ С КОНТЕКСТОМ ПОВСЕДНЕВНОЙ ЖИЗНИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ: ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

А.С. Наболь
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В статье рассматриваются значимость решения задач с контекстом повседневной жизни в школьном курсе математики, проблемы и перспективы их использования.
Ключевые слова: ***обучение математике, задача, контекст повседневной жизни, практическое значение математики.***

В ряде исследований было показано, что использование учителями контекста повседневной жизни в обучении развивает у обучающихся общие навыки решения проблем, помогает им в применении изученного материала для решения задач в повседневной жизни, а также повышает их мотивацию к обучению [3]. Кроме того, размышляя над решением задач в контексте повседневной жизни, обучающиеся привыкают к символике, абстрактности и перестают «бояться» даже громоздких формул, начинают понимать их, разбираться и применять в задачах и практического, и теоретического плана, применяя при этом предметные умения, навыки, способы мышления.

В.В. Давыдов выделяет в структуре учебной деятельности, направленной на решение учебной задачи, следующие учебные действия:

– преобразование ситуации для обнаружения всеобщего отношения рассматриваемой системы;

– моделирование выделенного отношения в предметной, графической и знаковой форме;

– преобразование модели отношения для изучения его свойств в чистом виде;

– контроль за выполнением действий;

– выделение и построение серии конкретно-частичных задач, решаемых общим способом;

– оценка усвоения общего способа как результат решения данной задачи [2, с. 15].

Каждое из указанных действий представляет собой совокупность операций, адекватных условиям той или иной учебной задачи. Эти учебные действия можно взять за основу решения математических задач с контекстом повседневной жизни.

Смысл этих действий состоит в том, что человек просто использует объективно существующую закономерность: мыслительная деятельность облегчается, если она сопровождается моторной, практической деятельностью.

Сугубо интеллектуальные задачи с помощью предметно-практических действий становятся более доступными, легко решаемыми. С другой стороны, подключение практической деятельности позволяет значительно повысить степень сложности заданий, предлагаемых учащимся, и тем самым активизировать их умственное развитие.

Однако для многих учителей как раз и является проблемой перевод учебных задач из теории в практику, то есть из абстрактно-логической сферы в предметно-практическую, на что указывают В.А. Болотов и др. [1]

Во-первых, в учебниках математики отсутствуют текстовые задачи с контекстом повседневной жизни. Кроме того, учителя обычно обращают внимание свое и обучающихся на общую структуру задачи, ее тип и использование известного алгоритма решения (парадигмальный подход). При этом исследование контекста в условиях задачи (нарративный подход) учителями вообще исключается. В результате смысл контекста повседневной жизни вовсе не получает дидактического потенциала.

Во-вторых, учителя математики не рассматривают как значимую и самостоятельную роль контекста задачи вообще и задачи в контексте повседневной жизни в частности. Задачи прикладного характера рассматриваются только для закрепления теории либо в качестве развлечения. При этом прикладных задач, дидактического материала и пособий в арсенале учителей недостаточно, что приводит к игнорированию задач в контексте повседневной жизни либо к затрате больших ресурсов на их поиск или разработку. Понятно, что к этому учителя не склонны в связи с большим объемом имеющейся работы.

В-третьих, учителя больше внимания уделяют заданиям репродуктивного характера, ведь проще рассказать, как решать задачу и тут же проконтролировать, как был понят алгоритм решения обучающимися. Гораздо сложнее дать возможность обучающимся самостоятельно решить задачу, помочь при затруднении, подождать, пока они сами догадаются до ее полного решения, повторить ранее изложенное. Все это чревато большими затратами времени и моральных сил.

Итак, для того чтобы обучающиеся научились решать задачи в контексте повседневной жизни, необходимо прежде подготовить в этом направлении педагогов, ведь они содержанию задач в контексте повседневной жизни внимания практически не уделяют, иногда даже считая, что это само собой разумеется.

Таким образом, сущность понятия задач в контексте повседневной жизни заключается в том, что они действительно являются эффективным инструментом для развития мышления. Но важно делать это не от случая к случаю, а целенаправленно и систематически.

Решение подобных задач предполагает сложный мыслительный процесс. Это последовательное совершение определенных действий, работа с понятиями, использование различных конструкций, построение цепочек точных рассуждений с промежуточными и итоговыми умозаключениями по поводу жизненных ситуаций.

Библиографический список

1. Болотов В.А., Седова Е.А., Ковалева Г.С. Состояние математического образования в РФ: общее среднее образование (аналитический обзор) // Проблемы современного образования. 2012. № 6. С. 32–47.
2. Давыдов В.В. Содержание и структура учебной деятельности школьников // Формирование учебной деятельности школьников. М.: Педагогика, 2018. С. 10–21.
3. Ларина Г.С. Использование контекста повседневной жизни при обучении математике в основной школе: международная перспектива: дис. … канд. пед. наук. М., 2018.

РАЗВИТИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

А.Ф. Некрасова, М.В. Рябова
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается функциональная грамотность как тренд современного образования. Приводятся примеры заданий на развитие функциональной грамотности на уроках математики.
Ключевые слова: ***функциональная грамотность, математическая грамотность, образование, развитие, обучение математике.***

Ежедневно общество претерпевает ряд изменений и вынуждено адаптироваться для успешного развития. Известный американский футуролог Элвин Тоффлер отмечает: «Новым мощным дополнительным аспектом образования может стать инструктаж школьников о том, как учиться, как разучиться и как переучиться» [1, с. 450]. Это означает, что уровень образованности в современном обществе зависит от способности людей к обучению, усвоению новой информации, т. к. базовых знаний недостаточно.

Функциональная грамотность – это индикатор общественного благополучия. В ближайшем будущем функциональная грамотность станет показателем развитости цивилизации, государства, нации, социальной группы, отдельной личности. 7 мая 2018 г. Президентом издан указ, в котором Правительству РФ поручено обеспечить глобальную конкурентоспособность российского образования, вхождение России в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования. Развитие функциональной грамотности основано, прежде всего, на освоении предметных знаний, понятий, ведущих идей. На концепции функциональной грамотности основаны международные оценочные исследования (PIRLS, TIMSS, PISA), которые оценивают способности обучающихся использовать знания, умения и навыки, приобретенные в школе для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, а также в межличностном общении и социальных отношениях. Государственная программа РФ «Развитие образования» на 2018–2025 гг. также ставит своей целью повышение позиций РФ в вышеупомянутых международных исследованиях.

К сожалению, образовательный процесс в школе в основном организуется так, что многие обучающиеся нацелены на заучивание материала, выполнение действий по шаблону, реализацию простых алгоритмов, что не способствует развитию креативного мышления и приводит к тому, что даже эти простые алгоритмы обучающийся оказывается не в состоянии повторить. Специфика задач PISA заключается в том, что условия и вопросы заданы как самостоятельные и на первый взгляд никак не связаны друг с другом. Связать условия и вопросы – задача обучающегося [2].

В реалиях современной школы все участники процесса обучения заинтересованы в подготовке к ОГЭ и ЕГЭ. Составители экзаменов, следуя государственной программе образования, учли текущее положение и добавили задачи практической направленности в тесты. Таким образом, в ходе подготовки к экзаменам обучающиеся приобретают и навык решения практико-ориентированных задач, что способствует развитию функциональной и математической грамотности. Развитию функциональной грамотности в школе на уроках математики способствует готовность обучающихся к самообразованию посредством составления задач на основе ситуаций, встречаемых в жизни каждого человека. Составляя эти задачи, обучающиеся узнают, как применять математические знания в жизни.

Один из способов развития функциональной грамотности на уроках математики мы видим в проекте серии уроков «Математика – средство достижения успеха». Каждый из уроков имеет свою тематику: «Банк», «Магазин», «Семейный бюджет», «ЖКХ», «Профессии» и т. д. На каждом из уроков обучающиеся, разделившись на группы, должны решить задания, с которыми сталкивается каждый из нас в повседневной жизни.

Примеры задач для решения на уроках

1. В банке можно совершить обмен валют. Переведите в рубли 13 долларов. В каком банке вашего города наиболее выгодно совершить покупку валюты? В какой из этих банков наиболее удобно добраться из вашего дома?

2. В квартире Виктора установлен прибор учета расхода холодной воды (счетчик). 1 января счетчик показывал расход 107 куб.м воды, а 1 февраля – 118 куб.м. Какую сумму должен заплатить Виктор за холодную воду за январь, если цена 1 куб.м холодной воды составляет 19 руб. 20 коп.? Ответ дайте в рублях.

Таким образом, действуя по принципу «от противного», обучающиеся увидят математику в реальной жизни, а задачи, составленные в формате PISA, уже не вызывают непонимания и страха.

Таким образом, российское образование медленно двигается в верном направлении. Ускорить процесс интеграции математики в бытовую жизнь, на наш взгляд, поможет включение бытовой жизни в математику. Другими словами, решение нестандартных задач практического применения на уроках математики в школе заложит фундамент для развития нового поколения, способного полноценно функционировать в современном обществе.

Библиографический список

1. Тоффлер Э. Шок будущего: пер. с англ. М.: АСТ, 2002. С. 557.
2. Павперова Ю.А. Эффективность использования тестовых заданий типа PISA на уроках математики // Педагогическая наука и практика. 2015. № 4 (10). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/effektivnost-ispolzovaniya-testovyh-zadaniy-tipa-pisa-na-urokah-matematiki (дата обращения: 19.03.2020).

СОЗДАНИЕ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ КОММУНИКАТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ

В.В. Пучнина, Т.Ю. Левена

Научный руководитель ***О.А. Тыщенко****,*

кандидат педагогических наук,

Алтайский государственный педагогический университет

В статье обсуждается одна из возможностей формирования коммуникативных универсальных учебных действий – создание проблемных ситуаций – при изучении математики в 5 классе. Анализируется личный педагогический опыт преподавания математики в Ильинской СОШ Хабарского района Алтайского края. Представлена попытка теоретического обоснования выявленной зависимости между уровнем развития коммуникативных УУД и уровнем предметной подготовки учащихся 5 класса.

Ключевые слова: ***универсальные учебные действия, коммуникативные универсальные учебные действия, предметная подготовка, проблемное обучение, проблемная ситуация, теория поэтапного формирования умственных действий, этап громкой речи, интериоризация.***

Одним из средств формирования коммуникативных универсальных учебных действий (УУД) является технология проблемного обучения. Столкновение с противоречием в ходе решения задачи затрагивает внутреннюю мотивацию обучающегося. Последующий поиск решения учебной проблемы стимулирует развитие коммуникативных УУД и таких компонентов познавательных УУД, как переработка информации, работа с научными понятиями, освоение общего приема доказательства и др.

Приведем примеры проблемных заданий по математике для 5 класса по теме «Площадь прямоугольника». Обучающимся предлагается, работая в группах, выяснить, сколько денег понадобится на покраску пола в классе, если 1 банка краски стоит 320 рублей и ее хватает, чтобы покрасить 35 квадратных метров поверхности. Для решения этой задачи необходимо найти длину и ширину класса, используя подходящие инструменты. Введение в задачу дополнительной информации о стоимости краски в различных магазинах, о возможности доставки, о наличии / отсутствии подручных инструментов для измерения длины позволяет получить различные по сложности варианты задания.

На завершающем этапе изучения темы «Площадь прямоугольника» полезна задача «на опережение»: найти площадь прямоугольного треугольника.

Опыт преподавания математики показал, что использование элементов проблемного обучения в 5 классах возможно. Технология проблемного обучения значительно активизирует коммуникативную и познавательную деятельность учащихся этого возраста. Анализ эмпирического материала позволил сформулировать гипотезу: создание проблемных ситуаций, соответствующих текущему содержанию и возрастным возможностям, повышает не только уровень сформированности коммуникативных УУД, но и уровень владения обучающимися 5 класса предметным содержанием.

В экспериментальной проверке гипотезы участвовали 11 учащихся 5 класса Ильинской СОШ Хабарского района Алтайского края. На констатирующем и контрольных этапах эксперимента уровень сформированности коммуникативных УУД определялся по методике М. Ступницкой «Диагностика уровня сформированности общеучебных умений и навыков школьников» [2]. Предметные умения оценивались по текущим контрольным работам. Сравнительные результаты эксперимента представлены на рисунках 1 и 2.

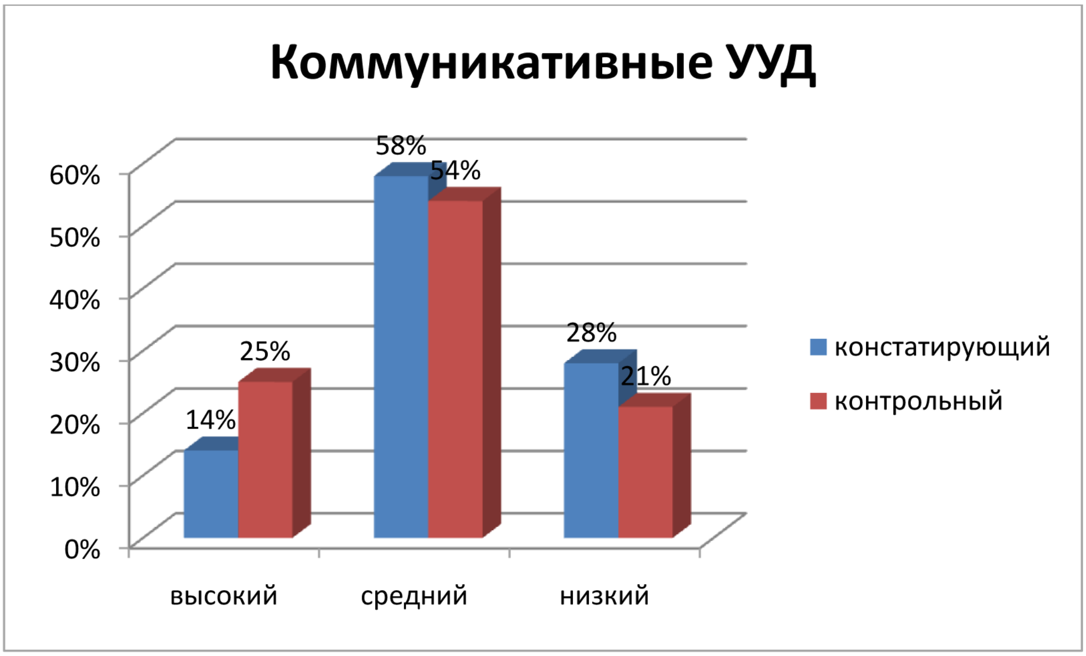


Рис. 1. Результаты сформированности коммуникативных УУД

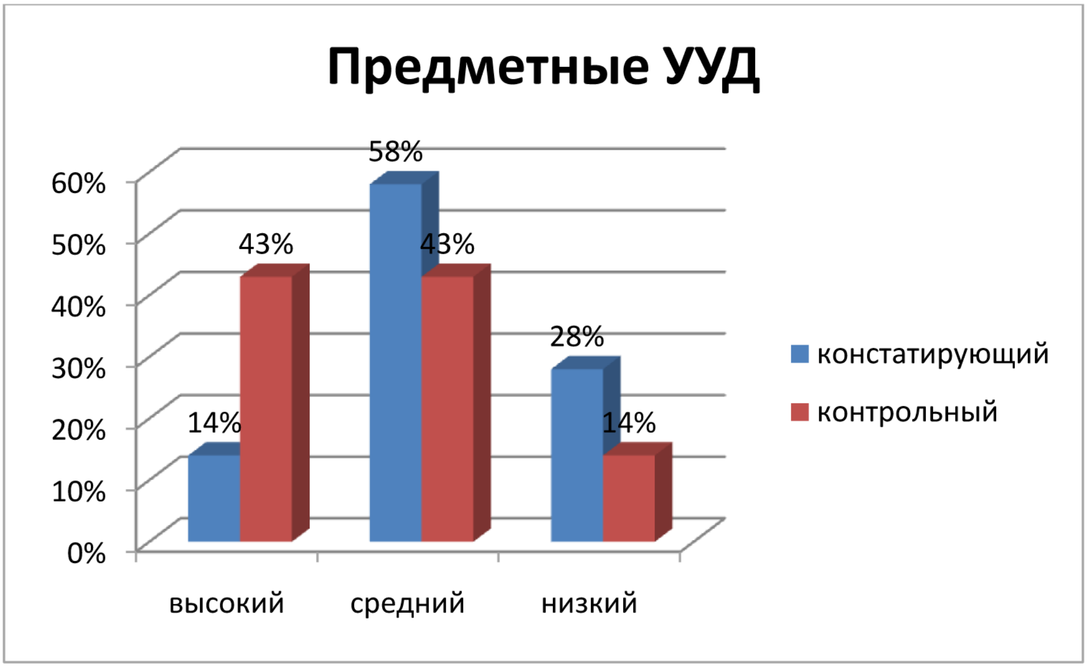


Рис. 2. Результаты сформированности предметных УУД

Результаты проведенного эксперимента согласуются с теорией поэтапного формировании умственных действий П.Я. Гальперина, согласно которой, перенесение действия во внутренний план происходит постепенно. Прежде чем определенное умственное действие будет сформировано в свернутой форме, оно должно быть проговорено [1, с. 195]. Делая акцент на формировании коммуникативных УУД, мы тщательнее организуем так называемый этап громкой речи, что благотворно сказывается на результатах обучения в целом. Именно на этом этапе начинается процесс интериоризации. Перенос действия в речевой план означает не просто его озвучивание. Происходит его речевое выполнение. По своей функции громкая речь – это речь, обращенная к другому человеку. Это одновременно и речевое действие, и сообщение об этом действии активному слушателю. Кроме того, на этапе громкой речи действие впервые объективно принимает форму мысли. Происходит скачок от предметного действия к мысли об этом действии [1, с. 205].

Библиографический список

1. Гальперин П.Я. Лекции по психологии: учебное пособие для студентов вузов. М.: Университет: Высшая школа, 2002. 400 с.
2. Ступницкая М. Диагностика уровня сформированности общеучебных умений и навыков школьников // Школьный психолог. 2016. № 7. С. 14–20.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ДЕЛОВОЙ ИГРЫ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Ю.А. Риккер
Научный руководитель ***Г.С. Шилинг,***
кандидат физико-математических наук, доцент
Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет им В.М. Шукшина

В работе обсуждается применение активных методов обучения, а именно метод деловой игры при изучении раздела математики «Теория вероятностей и математическая статистика». Описаны этапы для подготовки урока с применением метода деловой игры. В работе представлено авторское видение на применение данного метода для обучения школьников.
Ключевые слова: ***метод, обучение, деловая игра, образование, активные методы обучения.***

Изучение вероятностно-статистического материала должно быть направлено на развитие личности школьника, расширять возможности его общения с современными источниками информации, анализировать ситуации и принимать обоснованные решения.

В настоящее время большая часть учителей математики преподает данные темы традиционными методами. Учебная деятельность ученика при обучении традиционными методами репродуктивна, развивающий эффект весьма низок, т. к. нет активной деятельности учеников.

Представление о вероятности, которое усвоено в процессе организованного, систематического изучения, отличается от житейского тем, что является носителем представлений об устойчивости, закономерности в мире случайного, позволяет наиболее полно и правильно делать выводы из имеющейся информации. Именно поэтому наиболее перспективными методами изучения данной темы являются методы активного обучения. Одним из таких методов является метод деловой игры.

Деловая игра – метод имитации ситуаций, моделирующих профессиональную или иную деятельность путем игры, по заданным правилам [1, с. 252].

Этот метод может быть успешно применен при изучении темы «Теория вероятностей и основы математической статистики». Он позволяет ученикам не просто знакомиться с материалами, но и учиться применять его в реальной жизни, что повышает интерес к данным темам.

На наш взгляд, данный метод обучения является весьма перспективным в условиях новой образовательной практики и в общеобразовательной школе.

В деловых играх на основе игрового замысла моделируются жизненные ситуации: игра предоставляет участнику возможность побывать в роли экскурсовода, учителя, судьи, директора и т. п. [2, с. 63].

Основная идея игры состоит в том, чтобы создать производственную ситуацию, в которой учащиеся, смогут увидеть и оценить значение математических знаний в производственном труде, самостоятельно овладеть необходимым теоретическим материалом и применить полученные знания на практике.

Как показывает опыт преподавания, разумное использование в образовательном процессе деловых игр позволяет обучающимся сократить время на приобретение, обогащение субъектного опыта средствами предметной области «Математика», который лежит в основе овладения метапредметными умениями и саморазвития личности, на что и ориентированы основные требования ФГОС.

Для того чтобы провести деловую игру, учителю необходимо подготовить весь материал [1, с. 253]:

– разработать сценарий игры, который будет максимально похож на реальную ситуацию, чтобы ученики осознали применение изучаемой темы в реальной жизни;

– разработать четкий план игры, который состоит из 3–4 этапов:

1) вступление – объяснение условий, правил игры, темы игры (предыстории) и т.д. На этом этапе (если это необходимо) нужно разделить класс на группы;

2) групповая работа учеников над заданием;

3) обсуждение результатов. Данный этап проходит в форме дискуссии, обсуждаются полученные результаты, проверяется их правильность;

4) подведение итогов;

– разработать методическое обеспечение игры.

Целесообразно проводить данный тип урока в качестве обобщения материала по разделу, давая задание ученикам повторить все материалы раздела, чтобы подготовиться к игре.

Игра организуется в соответствии с выделенными выше этапами проведения. Критерии и показатели оценки деятельности обучающихся, направленной на решение игровой задачи, выбираются в соответствии с ожидаемыми образовательными результатами. В качестве основных критериев можно предложить: наличие целеполагания и планирования деятельности, исполнение ролевых обязанностей, взаимодействие членов группы, презентация продукта.

Библиографический список

1. Болтаева М.Л. Деловая игра в обучении // Молодой ученый. 2012. № 2. С. 252–254.
2. Гинзбург Я.С. Социально-психологическое сопровождение деловых игр // Игровое моделирование: методология и практика. Новосибирск: Наука, 2017. С. 61–77.

ИНТЕГРИРОВАННЫЙ УРОК КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ ПО МАТЕМАТИКЕ В 7–9 КЛАССАХ

К.О. Рощик

Научный руководитель ***Э.К. Брейтигам,***
доктор педагогических наук, профессор
Алтайский государственный педагогический университет

В статье рассматривается одна из актуальных тем – интегрированный урок как средство реализации межпредметных связей по математике в 7-9 классах. Обозначено отличие структуры интегрированного урока от обычного. Выделены задачи, которые могут быть решены с помощью интегрированных уроков, а также методы на выявление у школьников познавательного интереса к математике и личной мотивации.
Ключевые слова: ***интегрированный урок, математика, межпредметные связи.***

В психолого-педагогической литературе [2] интеграция рассматривается как средство и цель обучения. В качестве цели интеграции выступает создание целостного представления об окружающем мире, а в качестве средства – нахождение общей опоры для сближения предметных знаний, реализация межпредметных связей, то есть интеграция помогает учащимся систематизировать знания.

Одним из средств реализации межпредметных связей может выступать интегрированный урок [1]. Такой тип урока позволяет решать целый ряд задач, которые трудно реализовать в рамках традиционных подходов.

Структура интегрированных уроков отличается от обычных уроков: предельной четкостью, компактностью, сжатостью учебного материала; логической взаимообусловленностью; взаимосвязанностью материала интегрируемых предметов на каждом этапе урока; большой информативной емкостью учебного материала, используемого на уроке.

Задачи, которые могут быть решены с помощью интегрированных уроков:

– информационная (поиск, анализ и отбор необходимой информации, ее преобразование, сохранение и передача; владение современными информационными технологиями);

– коммуникативная (знание языков, способов взаимодействия с окружающими и удаленными событиями и людьми; навыки работы в группе, коллективе, владение различными социальными ролями);

– социокультурная (познание и опыт деятельности в области национальной и общечеловеческой культуры; духовно-нравственные основы жизни человека и человечества, отдельных народов);

– учебно-познавательная (элементы логической, методологической, общеучебной деятельности, планирование, анализ, рефлексия, самооценка).

В процессе опытно-экспериментальной работы нами были разработаны и проведены два интегрированных урока:

– урок алгебры и информатики по теме «Решение линейных уравнений с реализацией на языке программирования Pascal». В ходе проведения урока ученикам удалось: повторить и обобщить знания по теме «Линейные уравнения», научиться анализировать линейные уравнения и решать их с помощью программ, на примере выражения одной переменной через другую из формулы заметить интеграцию математики, информатики и физики, повысить интерес к предметам смежных дисциплин;

– урок по математике и биологии по теме «В мире животных» помог учащимся ориентироваться в своей системе знаний; осуществлять анализ объектов; находить ответы на вопросы в знаковых записях; преобразовывать информацию из одной формы в другую; составлять ответы на вопросы.

После проведения интегрированных уроков в 8 классе мы проверяли у обучающихся уровень познавательного интереса к математике и смежной дисциплине, а через некоторое время выявляли уровень личной мотивации. В работе мы использовали методики Г.И. Щукиной и Л.М. Фридмана. Методика Г.И. Щукиной [4] позволяет выявить у детей стремление самостоятельно преодолевать трудности. Для выявления направленности и уровня развития внутренней мотивации к учебной деятельности обучающихся при изучении ими конкретных предметов мы использовали методику Л.М. Фридмана [3]. Методика может использоваться в работе со всеми категориями обучающихся, способных к самоанализу и самоотчету, начиная примерно с 15-летнего возраста.

Исходя из результатов анкетирования, отметим, что интегрированное обучение побуждает обучающихся к познанию окружающей действительности, развитию логики, мышления, коммуникативных способностей, что, в свою очередь, развивает познавательный интерес. Именно такая подготовка обеспечит комфорт обучающемуся в интегрированном информационном пространстве современного общества.

Библиографический список

1. Брейтигам Э.К., Тевс Д.П. Интегрированные уроки математики и информатики // Информатика и образование. 2002. № 2. С. 89–94.
2. Колягин Ю.М. Об интеграции обучения и воспитания в начальной школе // Начальная школа. 1989. № 3. С. 18.
3. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: учителю математики о педагогической психологии. М.: Просвещение, 1983. 160 с.
4. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. М.: Педагогика, 1988. 208 с.

ИНТЕРАКТИВНЫЕ МЕТОДЫ И ОНЛАЙН-СРЕДСТВА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ И ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Н.Д. Рыбкина
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье рассмотрены некоторые дидактические возможности использования интерактивных методов и онлайн-средств. Приведены примеры использования данных средств при изучении темы «Показательные и логарифмические неравенства».
Ключевые слова: ***интерактивные методы, онлайн-средства, логарифмические и показательные неравенства.***

В настоящее время многие учителя до сих пор придерживаются традиционных методов обучения. И поэтому встречаются с некоторыми трудностями на своих уроках: невысокая активность, низкий уровень усвоения изучаемого материала, отсутствие заинтересованности и мотивации у обучающихся [1].

Для достижения хороших результатов на уроке можно использовать интерактивные методы и онлайн-средства.

Интерактивные методы – это методы, которые основаны на взаимодействии обучающихся друг с другом, а также с учителем. Они способствуют развитию коммуникативных навыков, умений работать в группе, а также формируют навыки поиска информации для решения какой-либо проблемы [2]. Учитель на таких занятиях направляет деятельность обучающихся для достижения цели урока.

Онлайн-средства – это сайты или приложения, которые можно использовать при обучении. Обучающиеся очень много времени проводят в телефоне и Интернете, поэтому такая работа может их заинтересовать.

Логарифмические и показательные неравенства являются одной из самых непростых тем школьного курса математики. Опишем некоторые интерактивные методы и онлайн-средства, которые можно использовать при обучении методам решения данной темы.

Одним из интерактивных методов является мозговой штурм. В результате группового обсуждения решается поставленная проблема [3]. На уроке алгебры при изучении показательных неравенств можно провести следующую работу. Класс делится на группы, каждой из которых дается список неравенств. Всем группам необходимо предложить идеи оптимальных методов решения неравенств, проанализировать их и сделать выводы. Список показательных неравенств для мозгового штурма:

1. $2^x \geq 8$
2. $2^{2x-1} - 7 \cdot 2^{x-1} + 5 \leq 0$
3. $25^x - 5 \cdot 10^x - 6 \cdot 4^x \leq 0$

4. $9^{x-3} - 9^{x} \cdot 9^{-2} + 9^{x} \cdot 9^{-1} > 511$

5. $5^{x+6} - 3^{x+7} \geq 43 \cdot 5^{x+4} - 19 \cdot 3^{x+5}$

При мозговом штурме лучше записывать свои идеи. Это можно сделать с помощью сайта Scrumblr. Он представляет собой доску, на которую крепятся стикеры с надписями. В результате у учащихся должна получиться следующая доска (рис. 1):

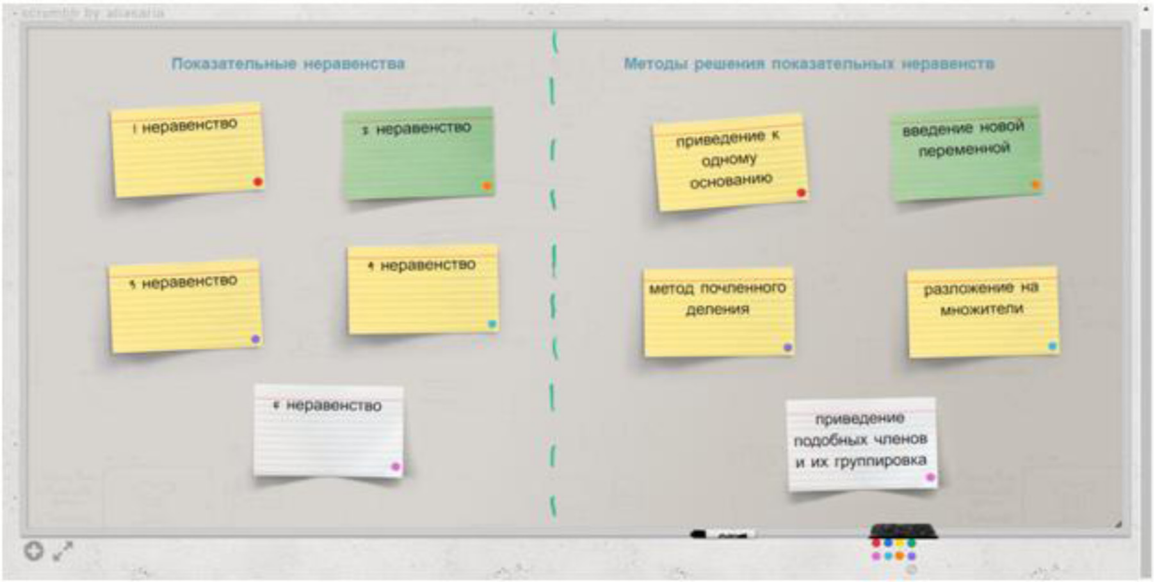


Рис. 1. Стикеры с надписями

Еще одним интерактивным методом является «дерево решений». При изучении логарифмических неравенств можно составить дерево по теме «Методы решения логарифмических неравенств», отразив последовательность действий при использовании метода. Для этого необходимо решить неравенства и проанализировать их. При создании дерева решений можно использовать сервис Mindomo, который позволяет создавать карты, схемы. В результате у обучающихся может получиться следующая схема (рис. 2).

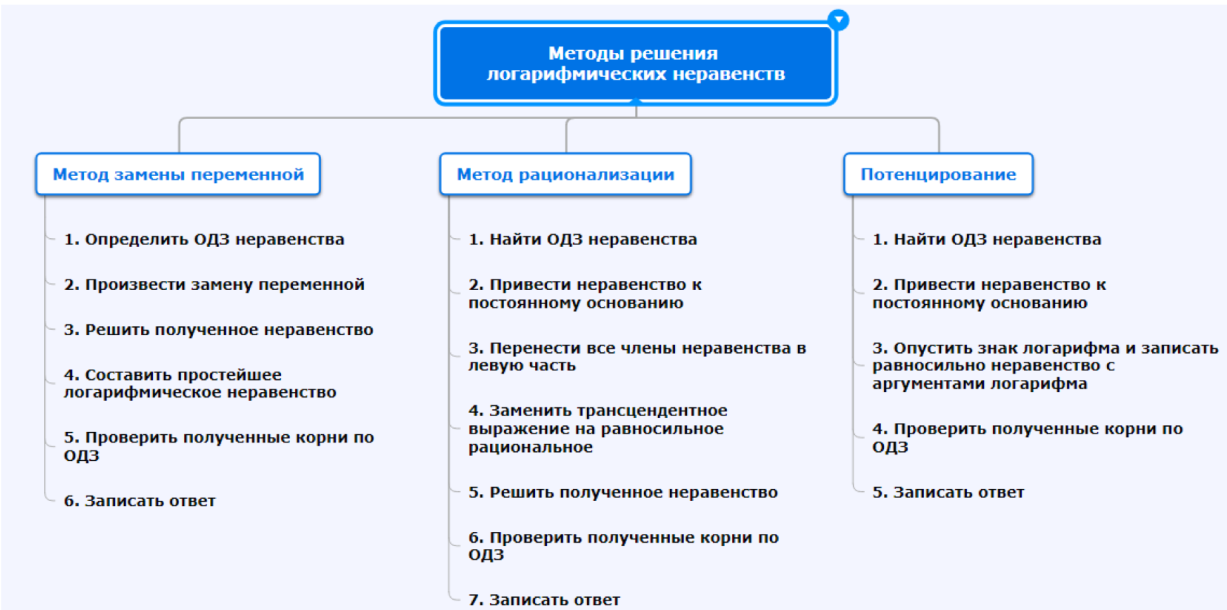


Рис. 2. Дерево решений по теме «Логарифмические неравенства»

Таким образом, интерактивные методы и онлайн-средства можно использовать при изучении неравенств. С их помощью можно активизировать и заинтересовывать обучающихся, создавать коллективные кейсы по темам, которые в будущем будут полезны, например, на уроках повторения и обобщения материала, во время подготовки к ЕГЭ.

Библиографический список

1. Кравченко Н.В. Проблемы современного учителя: причины и пути их решения // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2015. Т. 3. С. 21–25.
2. Шутова Г. Активные и интерактивные методы обучения: обзор, классификации и примеры. Что такое активные и интерактивные методы обучения на уроке? URL: http://pedsovet.su/ (дата обращения: 29.03.2020).
3. Беляева Н.Г., Сизова Ю.С. Использование мозгового штурма на уроках английского языка в неязыковом вузе // Педагогические науки. 2016. № 8. С. 10–13.

ИНТЕРАКТИВНАЯ ОБУЧАЮЩАЯ ИГРА «РЕМОНТ» КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Д.В. Рязанова

*Научный руководитель **О.В. Тумашева,***

кандидат педагогических наук, доцент

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье описываются возможности авторского средства обучения математике – интерактивной обучающей игры «Ремонт» – для формирования регулятивных универсальных учебных действий обучающихся.

Ключевые слова: ***регулятивные универсальные учебные действия, практико-ориентированная ситуация, интерактивное средство.***

Тенденции развития российского общества диктуют свои требования к будущим выпускникам школ и к системе образования в целом. Если пару лет назад главной ценностью был огромный багаж знаний учеников, то сейчас на первый план выходит умение учиться. Выпускник современной школы должен уметь: самостоятельно выстраивать и оценивать свою деятельность, определять способы действий для конкретной цели, при необходимости корректировать их [3]. Но на сегодняшний день существует проблема копирования действий учителя при выполнении учебной задачи. Обучающийся не может в полной мере проявить самостоятельность, значит, перед учителем встает вопрос о том, как организовать процесс обучения так, чтобы сформировать у него умение самостоятельно организовывать учебную деятельность, т.е. формировать регулятивные универсальные учебные действия (РУУД).

В настоящее время вопросы формирования РУУД достаточно изучены: психологические аспекты формирования РУУД рассмотрены в работах В.В. Давыдова, А.В. Захаровой и др., методические аспекты формирования РУУД младших школьников исследовались Е.Л Анфаловой, Н.Ю. Гребенщиковой и др. Особенностям обучения поколения центениалов посвящены исследования М.В Воробьева, А. Б. Кулаковой и др. Несмотря на всю значимость результатов проведенных исследований, следует отметить, что до сих пор открытым остается вопрос подбора средств обучения для формирования и диагностики РУУД на уроках математики в основной школе.

Учитывая особенности поколения Z, перспективным средством обучения является интерактивная игра [2], а так как РУУД – это способность самостоятельно справляться с жизненными задачами, целесообразно за основу игры взять практико-ориентированные ситуации в математике, под которыми будем понимать, совокупность условий и обстоятельств из окружающей нас действительности, которые связаны с формированием умения использовать математический аппарат в реальной жизни [1]. Разработанная игра представлена в виде интерактивной презентации, с помощью которой обучающиеся погружаются в «реальный» ремонт, для которого необходимо составить смету, не превышающую денежный лимит.

В ходе решения бытовых проблем обучающимся предстоит решать задания, цель которых – формирование следующих умений: умение контролировать процесс и результат своей деятельности (решение основного задания); умение планировать и оценивать свою деятельность (постановка целей и рефлексия на онлайн-доске); умение составлять план (по доске расставлены действия, которые человек должен выполнить для того, чтобы установить натяжной потолок и потолочную плитку); умение работать по готовому плану (прописаны шаги нахождения площади стола); умение определять способы действий в рамках предложенных условий (нужно решить задачу, используя данные из видео и текста); умение вносить исправления (проверять расчеты).

Разработанное средство целесообразно применять на уроке рефлексивного контроля знаний по теме «Площадь фигур», также оно может использоваться для организации самостоятельной деятельности обучающихся при выполнении домашнего задания. Для применения описанной игры необходимо поделить класс на группы по 4–5 человек и обеспечить обучающихся компьютерами.

Преимущество этой игры заключается в том, что в ней собраны задания, которые формируют не одно какое-то определенное умение, а комплекс умений. Интерактив настроен таким образом, что обучающиеся могут в произвольном порядке решать «бытовые» проблемы и в любой момент возвращаться к ним, что позволяет самостоятельно строить свою деятельность и ее корректировать. Тем самым интерактивная игра «Ремонт» позволяет решить проблему копирования действий учителя, так как обучающимся предоставляется возможность проявлять самостоятельность. Помимо этого, данное средство можно использовать не только для формирования, но и для диагностики РУУД, так как рефлексивный анализ позволит выявить трудности обучающихся при решении бытовых проблем, а каждая задача содержит в себе конкретное умение, таким образом учитель сможет диагностировать пробелы в сформированности РУУД.

Работая с этим средством, обучающиеся погружаются в реальные бытовые проблемы и учатся самостоятельно выбирать способы действий, планировать, корректировать и анализировать свою деятельность. В дальнейшем средство можно совершенствовать, добавлять помещения, изменять источники информации, а также добавлять больше интерактивности.

Библиографический список

1. Рязанова Д.В. Практико-ориентированные ситуации в математике: понятие, классификация, требования // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 80-летию профессора Ларина Сергея Васильевича. Красноярск, 13–14 ноября 2019 г.: в 2 ч. Красноярск, 2019. Ч. 2. С. 136–141.Сапа А.В. Поколение Z – Поколение ФГОС // Инновационные проекты и программы в образовании. 2014. № 2. С. 24–30.
2. Федеральные государственные образовательные стандарты. URL: https://fgos.ru (дата обращения: 01.03.2020).

ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В КАДЕТСКОМ КОРПУСЕ

А.А. Сильченко
Научный руководитель ***О.В. Тумашева,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье рассмотрены особенности интернатного обучения в кадетском корпусе. Установлены связи междисциплинарного подхода с другими подходами. На основе теоретического анализа психолого-педагогической и методической литературы рассматриваются особенности обучения математике в кадетском корпусе.
Ключевые слова: ***кадетский корпус, кадет, образовательный процесс, обучение математике.***

Первый корпус был открыт в России 17 февраля 1732 г. для молодых дворян. Дворяне, которые были обязаны перед государством получить образование и пройти военную службу, ходившие в школы при Петре I, получали образование, направленное на прикладные науки, и его было недостаточно для военной службы. Особенность данного заведения в том, что там обучаются только мальчики [1, с. 106–109].

Данную проблему рассматривали отечественные ученые А.В. Баранников, А.А. Кузнецов, О.Б. Логинова, А.А. Пинский, М.В. Рыжаков и др. Математика в кадетских корпусах – один из ведущих предметов, так как большинство выпускников выбирают технические профессии. Система обучения в кадетских корпусах должна быть направлена на физическое и нравственное воспитание, а усилия учителей и воспитателей – на поддержание в каждом из кадет силы и бодрости тела и духа, строгой дисциплины ума и воли, любознательности, усилия обучаться, стремления к самостоятельности [2].

С появлением корпусов в корне меняется не только система воспитания детей, но и особенности обучения и организации образовательного процесса в целом, и в предметной области «Математика» в частности. Для того чтобы обучать в кадетском корпусе, учителю математики необходимо изменить подход к проектированию и организации обучения, учесть ряд условий при подготовке к уроку, а также обладать такими качествами, как уравновешенность, готовность к трудным ситуациям, сдержанность, дисциплинированность, уверенность в себе [3, с. 247–254]. Поэтому для успешного обучения кадет предметной области «Математика» необходимо выполнить несколько методических задач.

1. Осуществлять отбор задачного материала так, чтобы в него входили комплексные и оригинальные задания, через которые у воспитанников кадетского корпуса будут формироваться чувство патриотизма, уважения и любви к Родине, дружелюбное отношение к товарищам, честность, справедливость.

2. Подбирать индивидуальный маршрут обучения на начальном этапе, так как обучающимся необходимо пройти социализацию, у детей меняются условия, окружение, домой они ходят только на выходные, поэтому им необходимо привыкнуть к данному распорядку.

3. Организовывать образовательный процесс так, чтобы в ходе работы обучающиеся учились использовать имеющиеся у них компетенции и знания для самостоятельного усвоения новых знаний, поиска новой информации.

4. Применять в процессе обучения математике доступные современные технологии, которыми обучающимся предстоит пользоваться и во взрослой жизни.

5. В процессе обучения математике осуществлять контроль и поддержку обучающихся, обсуждать с ними успехи и неудачи, планировать образовательный маршрут.

Учителю также необходимо в процессе обучения математике для воспитанников кадетского корпуса применять различные приемы и методы обучения. На основе анализа литературы нам удалось выделить наиболее эффективные методы обучения для заведений интернатного характера.

Самообучение. Например, чтение литературы, самостоятельное изучение материала (конспекта), видео-уроки. Обучающимся в процессе обучения математики по теме «Сложение и вычитание рациональных чисел» можно предложить видеофрагмент по данной теме, где учитель по другую сторону экрана объясняет учебный материал.

Поиск обратной связи. Например, на этапе актуализации по теме «Нахождение НОК» предложить обучающимся работу в парах, где обучающимся необходимо выполнить задания по нахождению НОК.

Обучение на опыте других. Например, при решении группового задания при изучении темы обыкновенные дроби, сформировать группы так, чтобы в них были лидеры, которые бы являлись примером для остальных обучающихся.

Решение математических кейсов. Например, при изучении темы «Площадь фигур» в 6 классе можно предложить обучающимся математических классов кейс «Ремонт», в котором нужно определить площадь комнат и рассчитать материал, необходимый для ремонта.

Обучение через развертывание сюжетных линий. Например, при изучении темы «Решение задач на нахождение дроби от числа» на этапе изучения нового материала можно предложить обучающимся такую задачу: «Обезьянке Маше на обед в зоопарке дали связку из 8 бананов, она съела 2/3 этой связки. Сколько бананов съела обезьянка Маша?»

Обучение и воспитание в кадетском корпусе имеет главной целью подготовить воспитанников к служению отечеству на военном и гражданском поле деятельности посредством постепенной выработки согласованных с общими началами российского государственного устройства верных понятий и стремлений, служащих прочной основой искренней преданности Родине. Обучение математике в кадетском корпусе является необходимой частью образовательного процесса.

Библиографический список

1. Самохин В.Ф., Ланских Е.А. Пропедевтика военной службы в кадетских классах средних общеобразовательных школ: сущность и педагогические условия реализации // Историческая и социально-образовательная мысль. 2016. № 6 . С. 106–109.
2. Положение о кадетских корпусах: «Высочайше утверждено» 14 февраля 1886 г. Общенациональный кадетский сервер. М., 2003–2009. URL: http://cadetcorp.ru/news/2251/ (дата обращения: 24.02.2020).
3. Юдин В.В. Кадетское образование: понятие, содержание, значение // Вестник Ориенбургского государственного университета. 2011. № 11 (130). С. 247–254.

ЗАДАЧИ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ ЕГЭ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Ю.В. Фаут
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический
университет им В.П. Астафьева

В статье представлены к рассмотрению основные проблемы, которые встают перед учителем при подготовке обучающихся к решению заданий высокого уровня сложности ЕГЭ по математике профильного уровня. Кроме этого, выделены факторы, влияющие на низкие показатели математической грамотности школьников, и проанализирована взаимосвязь уровня математической грамотности и решения заданий высокого уровня сложности.
Ключевые слова: ***математическая грамотность, задания высокого уровня сложности, ЕГЭ по математике, профильный уровень, PISA, обучающиеся.***

В математическом образовании в современной школе за последнее время произошло немало изменений, достигнуты определенные результаты. Но с решением одних проблем возникают другие, бурное развитие технологий и общества подразумевает более высокие требования к качеству подготовки выпускников. Если говорить о тех обучающихся, которые заинтересованы в получении высоких баллов на экзамене по математике профильного уровня, то, безусловно, следует обратить особое внимание на задания высокого уровня сложности: а именно 18 и 19.

Заметим, что содержание ЕГЭ подразумевает испытание, направленное на оценку качества математической подготовки обучающихся за весь курс математики средней школы. Задания с развернутым ответом (13–19), особенно задания высокого уровня сложности, которые обеспечивают дифференцирующую способность экзамена, проверяют владение обучающимися самым высоким уровнем математических компетенций. Зададимся вопросом: почему результаты выполнения данных заданий очень низкие? Ведь в стране достаточно много обучающихся, изучающих математику на профильном уровне по 10–12 часов в неделю, победителей олимпиад, претендующих на высокий уровень подготовки по предмету.

По статистике, в 2019 г. средний процент выполнения заданий 18 и 19 оказался меньше 5 % (4,2 и 3,2 % соответственно) [3]. Причиной послужил ряд обстоятельств, которые из года в год фиксируют школьные учителя, проверяющие эксперты и сами экзаменующиеся [1].

Что, если на эту проблему посмотреть с точки зрения новых обстоятельств, которые возникли в современной школе? А именно, ввести в рассмотрение уровень математической грамотности обучающихся и проследить взаимосвязь проблем математической подготовки обучающихся и уровня их математической грамотности. Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Это качество помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в XXI в. [2].

Хотелось бы отметить, что по результатам исследования PISA, которое проводится каждые три года (последнее было в 2018 г.), в сравнении с 2015 г. результаты российских обучающихся ухудшились. В концепции предстоящего исследования PISA-2021 ключевой составляющей понятия «математическая грамотность» является математическое рассуждение.

Если вернуться к заданиям высокого уровня сложности, то, на наш взгляд, именно рассуждение является ключевой задачей, которая стоит перед обучающимися и вызывает наибольшие затруднения при выполнении данных заданий. Следовательно, при подготовке к ЕГЭ профильного уровня по математике, а именно к заданиям 18 и 19, следует обратить внимание на систематическое и целенаправленное развитие математической грамотности в процессе обучения.

Решение данных заданий поможет повысить уровень математической грамотности школьников, и наоборот, развитие математической грамотности обучающихся позволит повысить уровень их математической подготовки. Безусловно, необходимо решать подготовительные задачи, начиная с 8–9 классов. У обучающихся не должно возникать чувства ужаса, когда они видят подобные задания. Кроме этого, многие 19 задания не требуют знаний курса математики 10–11 классов, поэтому их смело можно предлагать в 8 или 9 классе. Еще стоит отметить, что есть определенная группа старших школьников, которые мотивированы для рассмотрения данных задач, но уже в средней школе следует заострить на этом внимание. Мотивационный аспект играет высокую роль в успешности выполнения заданий.

В заключение хотелось бы отметить, что уровень математической грамотности необходимо повышать не только для высоких результатов на экзамене, но и для общего интеллектуального роста обучающихся. Необходимо заложить крепкий фундамент для реализации дальнейшего потенциала школьников.

Библиографический список

1. Журавлева Н.А., Шашкина М.Б. Итоги профильного ЕГЭ 2018 г. по математике: кто виноват и что делать? // Математика в школе. 2018. № 8. С. 25–35.
2. Рослова Л.О., Краснянская К.А., Квитко Е.С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т. 1, № 4 (61).
3. Ященко И.В., Семенов А.В., Высоцкий И.Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2019 г. по математике. М.: ФИПИ, 2019.

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5–6 КЛАССАХ

Ю.А. Харинина
Научный руководитель ***Л.В. Шкерина,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается проблема формирования регулятивных универсальных учебных действий и обосновывается целесообразность использования нестандартных задач для формирования этих действий. Приводятся примеры нестандартных задач как средства развития регулятивных универсальных учебных действий обучающихся при изучении школьного курса математики в 5–6 классах.
Ключевые слова: ***регулятивные универсальные учебные действия, развитие, обучение математике, нестандартные задачи.***

Настоящее время характеризуется значительным ростом информации и разнообразия источников ее получения. Это актуализирует способность обучающихся к самостоятельному получению знаний, организации своей образовательной деятельности. Для этого необходимо владеть регулятивными универсальными умениями. Однако в настоящее время констатируется недостаточность владения этими умениями, что определяет проблему формирования и развития регулятивных универсальных учебных действий (РУУД) обучающихся в процессе обучения, в том числе математике.

Цель: определить специфику нестандартных задач, направленных на развитие РУУД обучающихся 5–6 классов на уроках математики, и привести их примеры.

Несмотря на большое количество исследований в области развития РУУД, данную проблему нельзя считать решенной. Из-за новизны данной концепции еще не до конца исследованы средства, которые помогают ее реализации. В частности мало исследовано такое средство развития РУУД, как нестандартные задачи. Проблема исследования заключается в поиске результативных средств обучения математике, ориентированных на формирование РУУД обучающихся 5–6 классов.

Есть исследования, посвященные проблеме формирования РУУД на уроках математики. В статье И.И. Богдановой, А.А. Богданова рассматривается проблема формирования РУУД, выделяются типы учебных заданий, способствующих их формированию. Приводятся примеры учебных заданий, которые создают условия для формирования РУУД обучающихся при изучении школьного курса математики в 5–6 классах [1]. В.А. Корниенко обосновывает значимость РУУД в формировании личности школьника, подробно описывает условия формирования и развития регулятивных действий, выделяет критерии и показатели сформированности РУУД обучающихся [3].

Анализ содержания курса математики 5–6 классов позволяет сделать вывод о том, что специально подобранные математические задания могут результативно использоваться для развития универсальных учебных действий, в частности регулятивных. Одной из основных составляющих математических заданий является задача, способ и процесс ее решения как средство формирования РУУД.

В математике – множество различных задач, но наиболее интересными и познавательными являются нестандартные задачи. Нестандартные задачи – это такие задачи, для которых в курсе математики не имеется общих правил и алгоритмов, определяющих точную программу их решения [2]. Нестандартные задачи обладают развивающим потенциалом. Они способствуют развитию мышления обучающихся, приучают к анализу воспринимаемой информации, ее разносторонней оценке, повышают интерес к математическим знаниям [4].

Рассмотрим на конкретных примерах, как в процессе решения нестандартных задач развиваются РУУД.

Задание 1. *Какое число, кратное 3, следует сразу за числом 412?* Для решения данной задачи обучающийся должен составить план ответов на вопросы: Какое число следует сразу за числом 412? Делится ли число 413 на 3? При ответе на эти вопросы обучающийся сделает вывод, что такого числа не существует. При решении данной задачи основной деятельностью обучающегося является построение правильного плана ответа на вопросы, которые приведут к верному решению. Это поможет в развитии РУУД – прогнозирование, планирование и контроль.

Задание 2. *Какое из чисел 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999 делится на 3?* Для решения данной задачи обучающийся должен вспомнить правило деления на три: «Если сумма цифр числа делится на три, то и само число делится на три». Затем проверить каждое из чисел на делимость на три. После чего делается вывод, что все данные числа делятся на три. Данная задача может применяться при изучении правила делимости на три и использоваться как постановка проблемной ситуации. Она поможет правильно поставить цель изучения данной темы на основе тех знаний, которые уже были изучены, и поможет мотивировать обучающихся на изучение нового, более рационального способа решения задачи. В процессе решения данной задачи развиваются такие РУУД, как целеполагание, контроль, оценка.

На основании приведенных примеров задач и анализа их решения можно сделать вывод, что нестандартные задачи могут помочь обучающимся развить свои регулятивные универсальные учебные умения. Они могут поспособствовать формированию таких видов действий, как контроль, прогнозирование, коррекция, оценка, планирование.

Библиографический список

1. Богданова И.И., Богданов А.А. Формирование регулятивных УУД при обучении математике учащихся 5–6 классов. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=25948105 (дата обращения: 15.11.2019).
2. Еньшина О.А. Характеристики понятий «стандартная задача» и «нестандартная задача». URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=23509140 (дата обращения: 10.12.2019).
3. Корниенко В.А. Формирование регулятивных универсальных учебных действий. URL: https://moluch.ru/archive/82/14986/ (дата обращения: 12.11.2019).
4. Саканян А.В. Нестандартные задачи как средство развития логического мышления. URL: https://infourok.ru/statya-po-matematike-na-temu-nestandartnie-zadachi-kak-sredstvo-razvitiya-logicheskogo-mishleniya-1753665.html (дата обращения: 13.12.2019).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ

Е.Г. Чепеленкова
Научный руководитель ***Г.С. Шилинг,***
кандидат физико-математических наук, доцент
Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет им. В.М. Шукшина

В работе обсуждаются использование электронных образовательных ресурсов в обучении геометрии, различные сервисы, которые облегчают работу при дистанционном обучении, а также положительное влияние средств обучения, разработанных и реализуемых на базе компьютерных технологий.
Ключевые слова: ***электронная образовательная среда, образование, обучение, геометрия, образовательные ресурсы.***

Навыки владения компьютером, умение использовать информационные технологии в повседневной работе, владение навыками работы в сети Интернет, умение создавать и использовать информационные ресурсы, находящиеся в распоряжении человечества, – приоритеты нашего времени. В основе информационных технологий обучения лежит применение компьютера. Использование компьютера как средства обучения способствует оптимизации учебного процесса [1].

В связи с последними тенденциями педагог должен быть готов перейти на использование различных электронных образовательных ресурсов, в том числе позволяющих работать с учащимися дистанционно. Следовательно, необходимо использовать различные средства работы.

Важнейшим компонентом дистанционного курса являются информационные ресурсы, т. к. в них сосредоточена содержательная часть – контент (включает учебный материал, дополнительные информационные материалы, программу обучения). Средства общения обеспечивают процесс взаимодействия обучаемого с преподавателем и с другими обучающимися; система тестирования должна обеспечивать текущий контроль знаний, а на завершающей стадии дать объективную оценку обучаемому [3].

Электронные образовательные ресурсы (ЭОР) – это наиболее общий термин, объединяющий средства обучения, разработанные и реализуемые на базе компьютерных технологий. Использование компьютера и ЭОР позволяет стимулировать интерес и пытливость ребенка, облегчает процесс обучения через реализацию наглядности, оптимально задействуя и зрение, и слух. А иногда это является единственным средством связи с учащимся [4].

Широкие возможности для организации образовательного пространства могут предоставить, например, сервисы Google. Они предоставляют широкие возможности: от проведения видеоконференций до организации виртуальных классов.

В любом случае, конечно, сами предъявляемые учащимся материалы должны соответствовать некоторым техническим и методическим требованиям. В первую очередь широкое распространение получили презентации. Применение электронной презентации на уроке геометрии должно быть методически обосновано. Это не простая демонстрация слайдов. Нужно соединить методику работы с презентацией с методикой работы по предмету. Возможность ЭОР позволяет одновременно использовать аудио-видеоматериалы, с помощью которых преподаватель может визуально показать фигуры по какой-либо теме.

Привлечение разных видов деятельности на уроке – мыслить, спорить, рассуждать – облегчает деятельность педагога и создает эффективную обратную связь, что помогает лучше усвоить материал.

Глубокое погружение в материал урока помогает лучше понять задачи и их построение. Также домашние задания в зависимости от индивидуальных целей обучения геометрии для выполнения в режиме самостоятельной работы и оцениваемых учителем дают хороший результат по изучаемой теме. В этом случае можно использовать образовательные среды сайтов по подготовке учащихся. Их множество. Стоит особо выделить удобный и бесплатный сервис сайтов РешуЕГЭ и СдамГИА. Для учителя предоставлена возможность создавать как контрольные, так и домашние работы. Ученики выполняют работу, а результаты приходят к учителю удобной сводкой. Есть возможность составить работы индивидуально или для всего класса.

ЭОР позволяет повысить мотивацию к предмету и раскрыть потенциал ребенка, активизирует познавательный интерес учащихся, развивает мышление, формирует информационную культуру и умение осуществлять обработку информации, развивает творческие способности, стимулирует умственную деятельность, а иногда и является единственно возможным средством связи учителя и ученика [2, с. 30].

Педагогу необходимо иметь средства, позволяющие отслеживать процесс взаимодействия с учебными материалами дистанционного ресурса и соответствующие знания.

Библиографический список

1. Акамова Н.В. Обучение математике студентов средних специальных учебных заведений с использованием информационных технологий. URL: https://www.dissercat.com/content/obuchenie-matematike-studentov-srednikh-spetsialnykh-uchebnykh-zavedenii-s-ispolzovaniem-inf (дата обращения: 11.03.20).
2. Башмаков М.И. Уровень и профиль школьного математического образования // Математика в школе. 1993. № 2.
3. Дистанционное образование «Лекция3». URL: https://tsput.ru/res/informat/aosit/Lection3.htm (дата обращения: 11.03.20).
4. Российский учебник «Что такое ЭОР»?. URL: https://rosuchebnik.ru/material/chto-takoe-eor/ (дата обращения: 11.03.20).

СИНКВЕЙН КАК ОДИН ИЗ ПРИЕМОВ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5–6 КЛАССОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

А.П. Яровая

Научный руководитель ***Н.А. Журавлева,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе описываются приемы формирования познавательных универсальных учебных действий. Более подробно описан такой прием, как синквейн. Приведены примеры использования синквейна на конкретных темах математики в 5–6 классах.
Ключевые слова: ***познавательные универсальные учебные действия, синквейн, приемы, обучение, математика.***

В связи с переходом на федеральный государственный образовательный стандарт второго поколения учителям необходимо отойти от традиционного обучения, то есть от передачи учителем ученикам готового знания. В настоящее время главной задачей педагога является вовлечение абсолютно каждого обучающегося в процесс учебной деятельности [1]. При этом важнейшую роль играет самостоятельное овладение учениками новыми знаниями, а также возможность использования этих знаний в жизненных, учебно-практических и познавательных проблемах [2].

Непосредственной технологией обучения для развития познавательных универсальных учебных действий (ПУУД) выступает технология критического мышления. В процессе формирования познавательных универсальных действий, значительное влияние на этот процесс имеет реализация применения определенных приемов, которых существует тысячи, например, таких как синквейн, кластер, «Верные-неверные утверждения»; общеучебных – инсерт, знаково-символических – кластер, постановки и решения проблемы – «Знаю-хочу знать-узнал», граф-схема, «Толстые и тонкие вопросы» и т. д.

Отдельно рассмотрим один из них. Изначально синквейн возник в США как стихотворная форма. Но учителей-предметников будет интересовать дидактический синквейн – прием технологии критического мышления через чтение и письмо. Итак, что же из себя представляет дидактический синквейн:

1 строка. Тема синквейна. Одно слово – о чем пойдет речь.

2 строка. Два слова, описывающих признаки и свойства предмета.

3 строка. Три слова, которые описывают характерные свойства объекта.

4 строка. Четыре слова, выражающие личное отношение автора к предмету.

5 строка. Одно слово, которое характеризует суть предмета или объекта.

Приведем примеры синквейна по темам 5 и 6 классов в таблице.

Примеры синквейна для 5–6 классов

5 класс	6 класс
1. Треугольник 2. Равнобедренный, равносторонний 3. Строится, измеряется, называется 4. Сумма сторон треугольника – периметр. 5. Фигура	1. Дроби 2. Правильные, неправильные 3. Делили, переворачивали, умножали 4. Делимое умножить на дробь, обратную делителю 5. Правила

Синквейн выступает эффективным и быстрым инструментом для анализа, синтеза и обобщения информации. Формирует у обучающихся умение осмысленно использовать понятия и определять личное отношение к существующей проблеме всего за пять строк.

Перечислим достоинства использования синквейна. В первую очередь составление синквейна может быть организовано как индивидуально, так и в парах, и даже в группах. Использование данного приема подходит как для анализа достаточно узкого понятия, так и для достаточно объемного материала – целого раздела. Также можно придумать огромное количество способов работы с готовым синквейном. Например, можно составить краткий рассказ на заданную тему, используя подготовленный дома синквейн как подсказку.

В свою очередь, приемы, указанные выше, развивают различные ПУУД: развитие способностей к краткому изложению мыслей как в письменной, так и в устной форме; составление таблиц, схем; развитие умения принимать и обрабатывать информацию различного характера; способность к рефлексии. Подобные задания повышают мотивацию к изучению материала, а также формируют познавательные умения.

Сегодня очень важно научить детей не только правильно говорить, но и мыслить. Используя синквейн, учитель создает условия для развития личности, способной мыслить критически, т. е. выделять главное, исключать лишнее, обобщать и классифицировать – составляющих ПУУД. В составлении синквейна каждый ребенок может реализовать свои творческие, интеллектуальные возможности. Синквейн является игровым приемом, поэтому он будет интересен обучающимся.

С переходом в 5 класс изменяется учебная деятельность школьника, требующая более организованной умственной деятельности. Поэтому наиболее благоприятный возраст для осуществления направленного поиска или обработки информации – 11–12 лет. Главной задачей при изучении математики в 5–6 классах является подкрепление всех достоинств данного возраста и учет его особенностей для формирования ПУУД.

Библиографический список

1. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли: пособие для учителя. М.: Просвещение, 2011. 51 с.
2. Фундаментальное ядро содержания общего образования. М.: Просвещение, 2011. 79 с.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ И МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ОПТИМИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЯ ТРАНСПОРТА В ПРОМЫШЛЕННЫХ ЦЕЛЯХ

П.С. Багачук
Научный руководитель ***Т.А. Пономарева,***
учитель математики
Лицей № 6 «Перспектива», г. Красноярск

В работе описаны возможности оптимизации движения транспорта в промышленных целях с использованием авторского алгоритма движения, полученного с применением математического аппарата.
Ключевые слова: ***схема движения, пропускная способность, оптимизационная задача.***

Решая проблему улучшения подъезда к зданиям лицея с помощью авторской схемы движения транспорта [1], нам удалось вычислить пропускную способность движения. Оказалось, что разработанный алгоритм движения значительно экономит время водителям и сокращает риски возникновения аварийных ситуаций.

Предложенная схема движения, разработанная на основании решения логической задачи о переправах [2], может быть эффективно использована и в условиях Крайнего Севера. В нашем регионе в условиях вечной мерзлоты, конечно, не наблюдается столь активное движение транспорта. Однако в этих районах сосредоточена горнодобывающая и металлургическая промышленность. В силу достаточно продолжительного срока функционирования места разработок полезных ископаемых все более удалены от непосредственных мест их переработки. Для доставки руды на предприятия приходится пользоваться грузовым автомобильным транспортом. Строительство же широкого полотна для движения тяжелых грузовых машин в такой местности оказывается экономически невыгодным.

В этой связи схема движения, описанная в работе [3] (рис. 1) оказывается весьма выгодной с точки зрения затрат на строительство дороги.

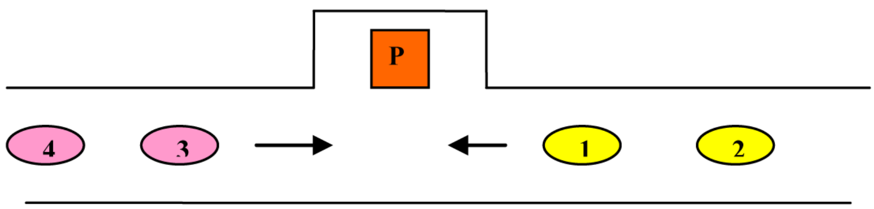


Рис 1. Схема расположения автомобилей на дороге, прилегающей к лицею

Полученные результаты были представлены автором на фестивале «Наука 0+» (рис. 2).

Рис 2. Представление результатов на «Наука 0+»

В перспективе планируется продолжить данное исследование с точки зрения решения оптимизационной задачи экономического содержания.

Библиографический список

1. Багачук П.С. Как сделать безопасным подъезд к зданию лицея? // Россия. Мир. Мы: материалы Школьной Всероссийской конференции. №1/2019. С.-Петербург: Нацразвитие, 2019. С. 38–44.
2. Малый мехмат МГУ. URL: http://mmmf.msu.ru/circles/z5_2019-20/ (дата обращения: 3.03.2020).
3. Багачук А.В. Как увеличить пропускную способность подъезда к зданию лицея? // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы IV Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 29 апреля 2019 г. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2019. С. 172–175.
4. Отраслевой дорожный методический документ. [Электронный ресурс]. URL: http://docs.cntd.ru/document/1200092512 (дата обращения: 31.03.2020).

ОБОБЩЕНИЕ ПРИЗНАКОВ ДЕЛИМОСТИ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

В.В. Балахонов
Научный руководитель ***Г.А. Атаманская,***
учитель математики
Красноярский кадетский корпус имени А.И. Лебедя

В работе рассматриваются утверждения (теоремы), сформулированные автором статьи, которые помогают определить делители чисел в n-ичных системах счисления.
Ключевые слова: ***n-ичные системы счисления, делитель, признаки делимости.***

Современный человек в повседневной жизни постоянно сталкивается с числами и цифрами. Понятие «число» является ключевым как для математики, так и для информатики. Сегодня человечество для записи чисел использует в основном десятичную систему счисления. Мы умеем производить арифметические действия с такими числами, а также по признакам умеем определять некоторые делители почти каждого числа.

Однако не во все времена и не везде люди пользовались десятичной системой. С точки зрения чисто математической она не имеет специальных преимуществ перед другими системами счисления. В последнее время с десятичной системой серьезно конкурируют двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы, которыми «предпочитают» пользоваться современные вычислительные машины. В школьном курсе информатики мы научились переводить числа из одной системы счисления в другую, производить арифметические действия с числами в определенной системе счисления. Заинтересовало нас то, что мы не умеем определять некоторые делители чисел так же, как в десятичной системе счисления. Таким образом, цель нашей статьи – сформулировать и доказать признаки делимости в *n*-ичных системах счисления.

Определим понятия, которые будем использовать.

Признак делимости – это правило, позволяющее быстро определить, является ли число кратным заданному числу, без необходимости выполнять деление. Признаки делимости будем рассматривать для позиционной системы счисления с основанием *n*, которая называется *n*-ичной (двоичной, троичной и так далее). Вспомним, что позиционная система счисления – это совокупность определений и правил, позволяющих записывать любое натуральное число с помощью некоторых символов, каждый из которых имеет определенный смысл в зависимости от его места в записи числа (от его позиции). Систематической записью натурального числа *N* по основанию *n* называют представление этого числа в виде суммы $a_m n^m + \dots + a_2 n^2 + a_1 n^1 + a_0 n^0$, где $a_m, \dots, a_2, a_1, a_0$ – числа, принимающие значения 0, 1, ..., *n*–1, причем $a_m \neq 0$. На основе несложных рассуждений и выводов мы заметили некоторые закономерности в записи чисел *n*-ичной системы счисления. Сформулируем и докажем теоремы, определяющие делители в *n*-ичной системе счисления.

Теорема 1. Если число k записать в n-ичной системе счисления и число, образованное последними g цифрами, делится на z, где z – натуральный делитель числа $n^g n^g$, то и все число n делится на z.

Доказательство. Представим число в виде суммы старших разрядов и «хвостика»: $a_m n^m + \dots + a_{g+2} n^{g+2} + a_{g+1} n^{g+1} + a_g n^g + \overline{a_{g-1} \dots a_2 a_1 a_0}$, m + 1 – g первых слагаемых кратны z ($a_i n^i \ \vdots\ n^g$, т.к. $i \geq g$, $n^g \ \vdots\ z$ => $a_i n^i \ \vdots\ z$). Если «хвостик» окажется кратен z, то все число кратно z. ЧТД

Пример 1. 304435_7 не делится на 7 (10_7) (z = 7, g = 1), т. к. $3 * 7^5 + 4 * 7^3 + 4 * 7^2 + 3 * 7^1 \vdots 7$, а $5 \equiv 5 (mod\ 7)$.

Теорема 2. Если число k записать в n-ичной системе счисления и сумма всех цифр кратна s, где s – натуральный делитель числа n–1, то и все число k кратно s.

Доказательство.

$n - 1 \ \vdots\ s => n \equiv 1\ (mod\ s) => n^t \equiv 1^t\ (mod\ s) = 1 => n^t - 1 \ \vdots\ s$.

Тогда представим число, длины m, в виде выражения $a_m(n^m - 1) + a_m + \dots + a_2(n^2 - 1) + a_2 + a_1(n^1 - 1) + a_1 + a_0$, уберем все слагаемые, кратные s ($a_i(n^i - 1)$), тогда получим $a_m + \dots + a_2 + a_1 + a_0$ – это сумма всех цифр числа. Таким образом, если она кратна s, то и все число будет кратно s. ЧТД

Пример 2. $33A018_{16}$ делится на 5, но не делится на 3, т. к.

$3 + 3 + A + 1 + 8 = 19_{16} \equiv 1 + 9 (mod\ 5) = A$, $A \vdots 5$,

$3 + 3 + A + 1 + 8 = 19_{16} \equiv 1 + 9 (mod\ 3) = A$, A некратная 3.

Теорема 3. Если число k записать в n-ичной системе счисления, разность суммы всех цифр, стоящих на четных разрядах, и суммы всех цифр, стоящих на нечетных разрядах, кратна h, где h – натуральный делитель числа n+1, то и все число k кратно h.

Доказательство.

$$n^2 = (n + 1)n - n \equiv -n\ (mod\ h) \equiv -n + (n + 1)(mod\ h) = 1$$

$$n^{2k} = (n^2)^k \equiv 1\ (mod\ h) => n^{2k} - 1 \vdots h$$

$$n^{2k+1} = n * n^{2k} \equiv n * 1\ (mod\ h) \equiv n - (n + 1)(mod\ h) = -1 => n^{2k+1} + 1 \vdots h$$

Тогда представим число, длины 2e, в виде выражения $a_{2e}(n^{2e} - 1) + a_{2e} + a_{2e-1}(n^{2e-1} + 1) - a_{2e-1} + \dots + a_2(n^2 - 1) + a_2 + {}$ $+ a_1(n^1 + 1) - a_1 + a_0$, уберем все слагаемые, кратные s ($a_{2i}(n^{2i} - 1)$ и $a_{2i+1}(n^{2i+1} + 1)$), тогда получим: $a_{2e} - a_{2e-1} + \dots + a_2 - a_1 + a_0$ – это есть разность суммы всех цифр, стоящих на четных разрядах, и суммы всех цифр, стоящих на нечетных разрядах. Таким образом, если она кратна h, то и все число будет кратно h.

Пример 3. 537724_8 делится на 9 (очевидно, и на 3 тоже), т. к. $4 + 7 + 3 - 2 - 7 - 5 = 0, => 537724_8 \vdots 11_8$.

Таким образом, мы рассмотрели три теоремы, используя которые, можно определять делители чисел в n-ичных системах счисления.

Библиографический список

1. Тостихин А.А. Признаки делимости в разных системах счисления [Электронный ресурс]. URL: https://project.1sept.ru/works/587694

ЕГИПЕТСКИЕ ДРОБИ

М.Е. Дьяченко, П.К. Кузнецов
Научный руководитель ***В.А. Масленкова,***
учитель математики
Лицей № 2, г. Красноярск

В работе рассматривается понятие аликвотных дробей. Изучается вопрос о представлении любых обыкновенных дробей в виде суммы аликвотных дробей.
Ключевые слова: ***дроби, аликвотные дроби, египетские дроби.***

На одном из уроков математики нам было предложено следующее задание: «Представьте дробь $\frac{43}{90}$ в виде суммы трех дробей, у каждой из которых числитель равен 1». При выполнении данного задания мы пришли к выводу, что необходимо представить число 43 в виде суммы каких-то трех делителей числа 90, тогда можно будет сократить числитель и знаменатель всех трех дробей на числитель. Например, числа 3, 10 и 30 являются делителями числа 90 и в сумме образуют число 43. Следовательно:

$$\frac{3+10+30}{90} = \frac{3}{90} + \frac{10}{90} + \frac{30}{90} = \frac{1}{30} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3}.$$

Возникает вопрос, можно ли представить любую обыкновенную дробь в виде суммы дробей, у каждой из которых числитель равен 1? Пытаясь найти ответ в Интернете, столкнулись с таким понятием, как «аликвотные дроби».

Аликвотная дробь – дробь, числитель которой равен единице: $\frac{1}{n}$, где n – натуральное число и $n \neq 0$. В Древнем Египте только аликвотные дроби считались «настоящими дробями». И даже сами аликвотные дроби они часто стремились представить в виде суммы меньших аликвотных дробей.

Например: $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$.

Такие дроби использовались вместе с другими формами записи египетских дробей для того, чтобы поделить *«хекат»* – основную меру объема в Древнем Египте, т. е. аликвотные дроби нужны были египтянам в практических целях.

Рассмотрим такую задачу: «Необходимо разделить 7 хлебов между 8 людьми». Если разрезать каждый хлеб на 8 частей, то придется провести 49 разрезов. А по-египетски эта задача решалась следующим образом: представим дробь $\frac{7}{8}$ в виде суммы аликвотных дробей: $\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$. Значит, каждому человеку необходимо отрезать полхлеба $\left(\frac{1}{2}\right)$, четверть хлеба $\left(\frac{1}{4}\right)$ и «восьмушку» хлеба $\left(\frac{1}{8}\right)$. При таком делении хлеба придется сделать почти в три раза меньше разрезов.

Чтобы представить дробь в виде суммы аликвотных дробей, порой приходится проявлять незаурядную изобретательность. Например, число $\frac{2}{43} = \frac{1}{42} + \frac{1}{86} + \frac{1}{129} + \frac{1}{301}$. Производить арифметические действия над дробями, раскладывая их в сумму долей единицы, не рационально.

В процессе решения задач для разложения аликвотных дробей в виде суммы меньших аликвотных дробей возникла идея систематизировать разложение дробей в виде формулы. Эта формула действует, если требуется разложение аликвотной дроби на две аликвотные дроби.

Формула выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n\cdot(n+1)}. \qquad (1)$$

Приведем примеры разложения аликвотных дробей на сумму меньших аликвотных дробей с помощью формулы (1):

1) $\frac{1}{3}=\frac{1}{3+1}+\frac{1}{3\cdot(3+1)}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$;

2) $\frac{1}{131}=\frac{1}{131+1}+\frac{1}{131\cdot(131+1)}=\frac{1}{132}+\frac{1}{17\,292}$.

Первый дошедший до нас алгоритм разложения произвольной дроби на египетские составляющие описал крупный математик средневековой Европы Леонардо Пизанский (Фибоначчи) (2):

$$\frac{m}{n}=\frac{1}{\frac{n}{m}}+\frac{(-n)\ mod\ m}{n\frac{n}{m}}, \qquad (2)$$

где $\frac{n}{m}$ – частное от деления n на m, округленное в большую сторону, а $(-n)\ mod\ m$ – положительный остаток от деления $-n$ на m.

Рассмотрим применение этого алгоритма на примере. Требуется представить дробь $\frac{7}{15}$ в виде суммы аликвотных дробей.

$$\frac{7}{15}=\frac{1}{3}+\frac{-15(mod\ 7)}{15\cdot 3}=\frac{1}{3}+\frac{6}{45}=\frac{1}{3}+\frac{2}{15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{-8(mod1)}{8\cdot 15}=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{120}.$$

Метод Фибоначчи всегда сходится после конечного числа шагов и дает искомое разложение.

Собирая информацию по теме «Египетские дроби», нами случайно была найдена следующая задача для подготовки к единому государственному экзамену: «Решите в натуральных числах уравнение: $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{25}$, где $m<n$». К данной задаче было представлено достаточно емкое и сложное решение, но мы предлагаем решить задачу с помощью формулы (1).

Если знаменатель исходной дроби составное число, то количество возможных вариантов замены исходной аликвотной дроби суммой двух аликвотных дробей равно числу пар взаимно простых делителей знаменателя исходной дроби. У знаменателя дроби $\frac{1}{25}$ две пары взаимно простых делителей: 1 и 5, 1 и 25. Следовательно, данная дробь может быть представлена суммой двух аликвотных дробей двумя способами:

$$\frac{1}{25}=\frac{1}{25+1}+\frac{1}{25\cdot(25+1)}=\frac{1}{26}+\frac{1}{650}$$

и

$$\frac{1}{25}=\frac{5+1}{25(5+1)}=\frac{5+1}{25\cdot 6}=\frac{5+1}{150}=\frac{5}{150}+\frac{1}{150}=\frac{1}{30}+\frac{1}{150}.$$

Получаем ответ: $m=26,\ n=650$ или $m=30,\ n=150$.

Оказывается, что аликвотные дроби, используемые много лет назад, актуальны и сейчас, даже облегчают решение экзаменационных и олимпиадных задач.

Таким образом, мы узнали, что первыми дробями, которыми оперировали люди, были аликвотные дроби. Выяснили, что каждое рациональное число вида $\frac{m}{n}$ может быть представлено в виде суммы аликвотных дробей. Задачи с использованием аликвотных дробей составляют обширный класс нестандартных задач (применяются, когда необходимо разделить что-то на несколько частей с наименьшим количеством действий для этого).

Библиографический список

1. Виленкин Н.Я. Из истории дробей // Научно-популярный физико-математический журнал Академии наук СССР и Академии педагогических наук СССР. 1987. № 5.

GEOGEBRA КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ МЕЖПРЕДМЕНЫХ СВЯЗЕЙ ШКОЛЬНОГО КУРСА АЛГЕБРЫ И ИНФОРМАТИКИ

И.А. Жуков
Средняя школа № 149, г. Красноярск
Научный руководитель ***М.Н. Сомова***
Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва, г. Красноярск

Анализируются и систематизируются задания школьного курса алгебры, рекомендованные к решению с использованием компьютера, и предлагаются способы реализации решений с помощью среды GeoGebra.
Ключевые слова: ***межпредметные связи, школьный курс алгебры, среда GeoGebra.***

Межпредметные связи в обучении школьников являются логичным следствием интеграционных процессов в науке и обществе. Осуществление межпредметных связей способствует формированию у обучающихся метапредметных умений, таких как умение самостоятельно планировать пути достижения целей, выбирать наиболее эффективные способы решения, корректировать свои действия и другие [2, с. 7].

Информационные технологии занимают все более важное место в обучении школьников. Так, в учебник школьного курса алгебры под редакцией А.Г. Мерзляка включены задачи, которые рекомендуется решать с помощью компьютера, но не предлагаются средства решения таких задач.

Цель статьи: проанализировать и систематизировать задачи школьного курса алгебры 8 класса, которые рекомендуется решать с помощью компьютера, и рассмотреть возможности решения таких задач в среде.

Актуальность исследования состоит в том, что в наши дни при изучении математики механический счет при наличии вычислительных приборов уходит на второй план, на первое место выносится способность анализировать задачи.

Проанализировав учебник [1], мы выделили следующие типы задач, которые авторы рекомендуют решать с помощью компьютера: 1) задания на вычисление и нахождение значений выражений с переменными (№ 2,3,4,74,75, 160, 161, 194,195,222,276, 307, 316, 357, 358, 359, 360, 475, 476, 508, 771); 2) задачи на анализ данных таблиц и диаграмм (№ 263,358, 359, 360); 3) задачи на построение графиков функций, нахождение значений функции в точке (№ 63, 357, 358, 359, 360); 4) комбинированные задачи (№ 307, 668, 669).

Для решения задач на вычисление в среде GeoGebra можно использовать встроенную систему компьютерной алгебры (CAS – Computer Algebra System). Приведем пример решения задачи № 2 [1, с. 7]. Для решения можно, например, подставив значение переменной, вести полученное выражение в строке ввода.

Инструмент позволяет находить значение выражений (рис. 1а). Можно использовать инструмент Ползунок, в этом случае можно найти значение выражение не только при указанном значении переменной, но и при любом значении выбранного диапазона (рис. 1б).

а) б)

Рис. 1. Вычисления в среде GeoGebra

Для решения задач второго типа можно использовать режим Таблица (Spreadsheet) – табличный редактор, аналогичный Excel, который позволяет, в частности, сравнивать величины и получать оценку неравенств (True/False). Эта возможность программы подойдет для наглядной демонстрации данных. Приведем пример решения задачи № 264 [1, с. 66].

Для построения графика функции достаточно в строке ввода ввести аналитическое описание функции (рис. 3а). Если функция задана кусочно-заданная, например, № 357 [1, с. 92], то в строке ввода записываем: $f(x) = If[x \leq -2, 4]$, затем в новой строке $f(x) = If[-2 < x < 1, x^2]$ и $f(x) = If[x \geq 1, 2x - 1]$. Для нахождения значений функции в указанной точке можно использовать инструмент Точка. Закрепив точку на графике функции и перемещая ее вдоль графика, можно найти значения функции в любой точке из области определения функции.

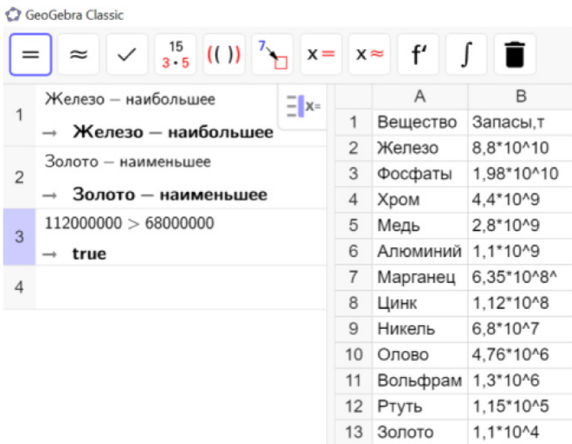
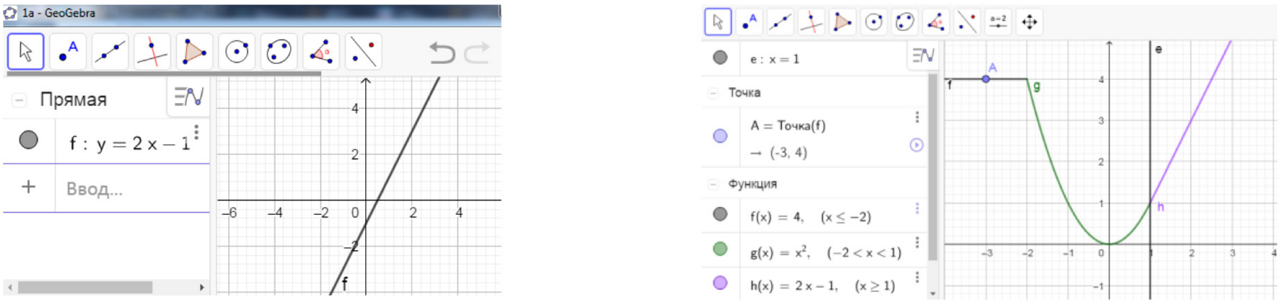


Рис. 2. Решение задачи на анализ данных таблиц и диаграмм

Значение функции можно найти как ординату точки пересечения графика функции с прямой $x = a$ (рис. 3б).



а) б)

Рис. 3. Построение графиков функций

Рассмотренные примеры решения задач с помощью среды GeoGebra убедительно доказывают, что данная программа очень подходит для сопровождения школьного курса математики, позволяет выполнять различные задачи по алгебре, анализировать данные и представлять их наглядно.

Библиографический список

1. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра: 8 класс: учебник. М.: Вентана-Граф, 2019. 255 с.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. URL: https://fgos.ru (дата обращения: 26.03.2020).

ГРАФЫ И ЗИМНЯЯ УНИВЕРСИАДА 2019

И.А. Иванов
Научный руководитель Н.В. ***Власова,***
учитель математики
Средняя школа № 149, г. Красноярск

В статье приведен пример использования графов в практической деятельности человека.
Ключевые слова: ***графы, Универсиада, Л. Эйлер, карта города.***

Зимняя Универсиада 2019 – всемирные студенческие молодежные спортивные соревнования, проходили со 2 по 12 марта 2019 г. в Красноярске. В наш город приехали участники и гости из 66 стран мира. Показать Красноярск во всей красе стало одной из задач красноярцев. Для проведения Универсиады построено или реконструировано 34 объекта.

Мы решили предложить гостям нашего города оптимальные маршруты передвижения между местом их проживания, объектами Универсиады и достопримечательностями Красноярска. Для решения данной задачи использовались графы.

Родоначальником теории графов считается Леонард Эйлер. В 1736 году в одном из писем итальянскому математику и инженеру Марионі Эйлер [2, с. 339] он сформулировал и предложил решение задачи о семи кенигсбергских мостах, ставшей впоследствии одной из классических задач теории графов. Задача заключалась в том, чтобы пройти по всем мостам города, при этом не проходя по одному мосту дважды (рис. 1).

Леонард Эйлер нашел правило, используя которое, можно было легко и просто получить ответ на данную задачу. В случае с Кенигсбергом и его мостами это оказалось невозможно. Таким образом, Эйлер заложил основы своей знаменитой теории графов.

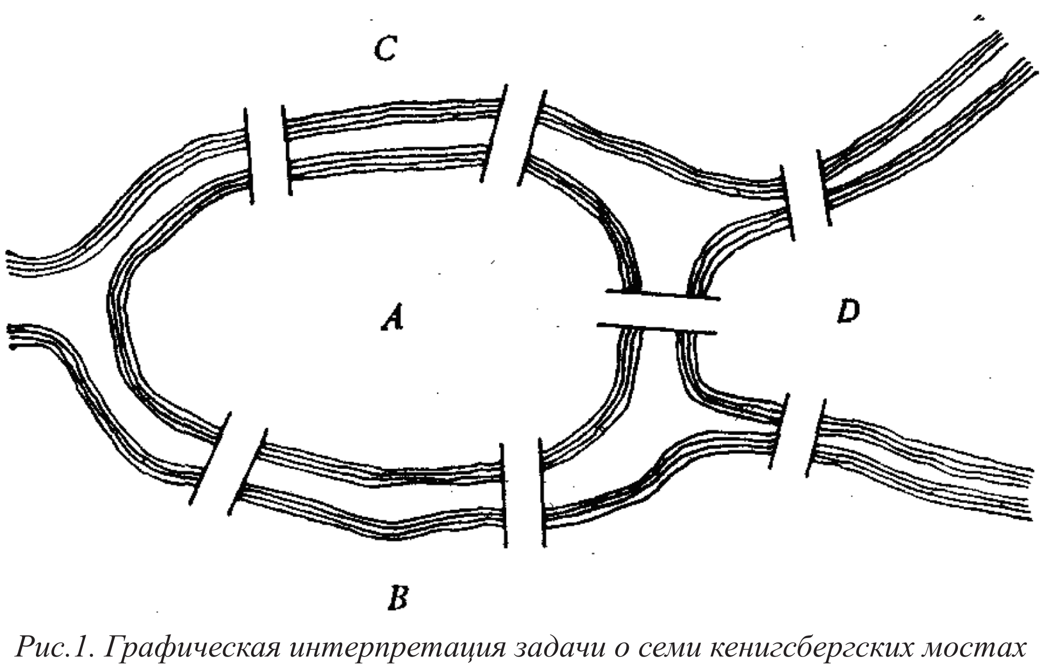


Рис.1. Графическая интерпретация задачи о семи кенигсбергских мостах

Так что же такое граф? Граф представляет собой непустое множество точек и множество отрезков, оба конца которых принадлежат заданному множеству точек. Точки называют вершинами, отрезки – ребрами графа [1, с. 9]. Множество вещей в мире создано при помощи графов, например, схемы метро (рис. 2).

Рис. 2. Схема Московского метрополитена

Как видно, это тоже граф, где станции – вершины графа, а ветки – ребра графа. Теория графов, созданная Леонардом Эйлером, легла в основу проектирования коммуникационных и транспортных систем, она используется в программировании и информатике, в физике, химии и многих других науках и областях. Практическое применение решения задачи о семи кенигсбергских мостах с помощью графов нас очень заинтересовало и мы решили показать практическое применение графов в жизни.

С помощью карты Красноярска мы создали несколько графов, позволяющих туристам дойти от штаба Универсиады до какого-либо объекта Универсиады и при этом посмотреть на достопримечательности (рис. 3–5). При решении этой задачи мы поступили так же, как Л. Эйлер при решении задачи о семи кенигсбергских мостах: превратили карту в граф, вершинами этого графа стали объекты, а ребрами – пути, их соединяющие.

Наши разработки были оформлены в буклеты и розданы гостям нашего города.

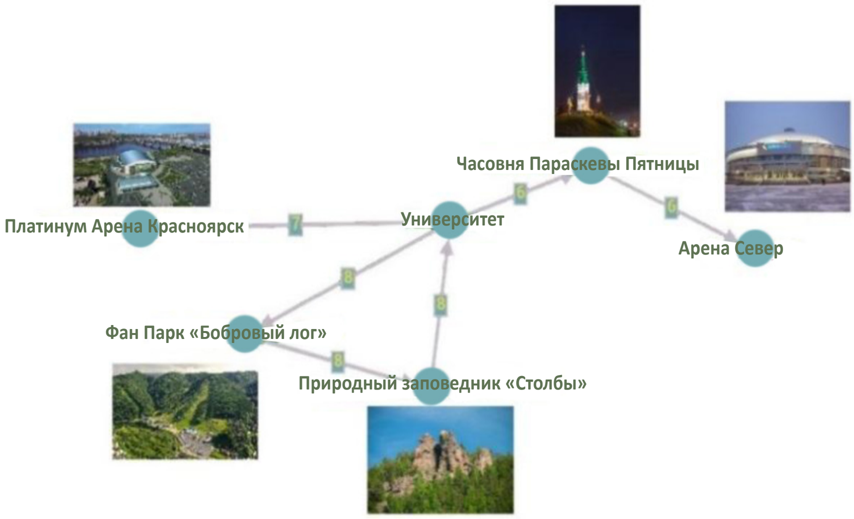


Рис. 3. Граф 1 «Путешествие по Красноярску»

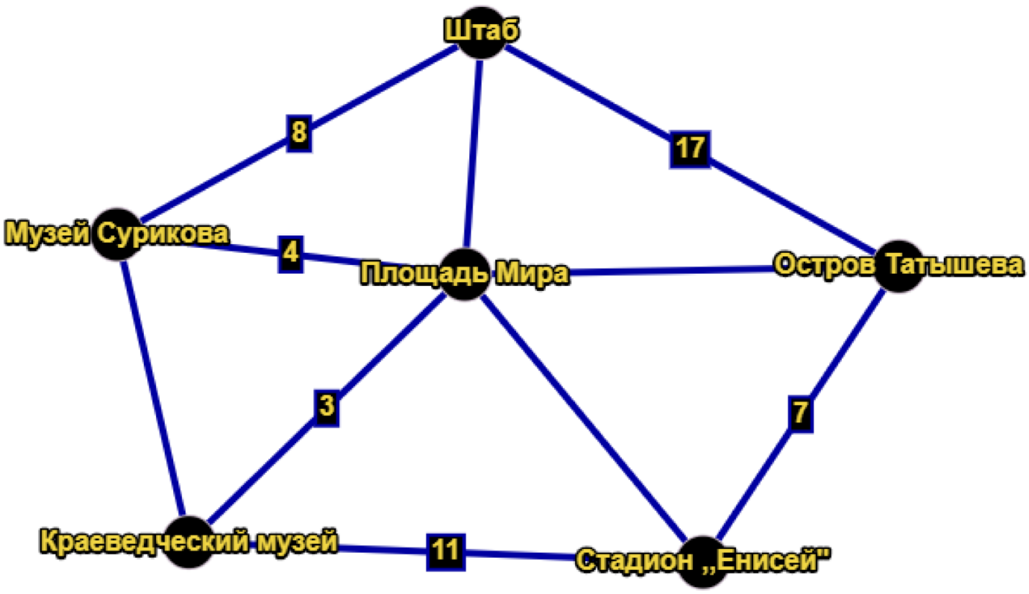


Рис. 4. Граф 2 «Путешествие по Красноярску»

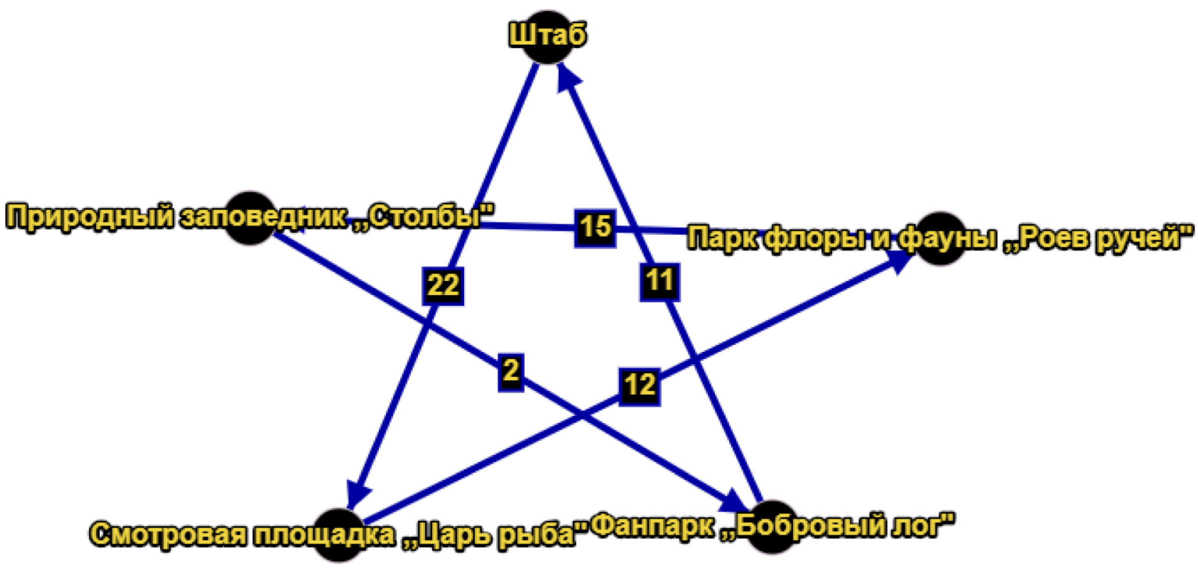


Рис. 5. Граф 3. «Путешествие по Красноярску»

На рис. 5 вы видите граф, который показывает путь от штаба до смотровой площадки «Царь-рыба», далее до Роева ручья, потом до заповедника «Столбы», до Бобрового лога и оттуда до штаба. На ребрах графа указано расстояние между объектами в километрах. Для составления графов использовались программы Google maps и Grafonline.

Изучая теорию графов, мы поняли, что лучший способ освоить что-то – это понять, как и где оно применяется и что графы – хороший выбор для визуализации задачи.

Библиографический список

1. Березина Л.Ю. Графы и их применение. М.: Просвещение, 1979.
2. Леонард Эйлер. Письма к ученым. М.: Издательство АН СССР, 1963.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ ЧИСЕЛ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

А.Г. Ильков
Научный руководитель ***Н.А. Матвеева,***
учитель математики
Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя

В работе рассматриваются различные признаки делимости натуральных чисел, а также приводятся примеры задач ЕГЭ с их применением.
Ключевые слова: ***признаки делимости натуральных чисел, последние цифры, сумма цифр, сумма граней, задачи ЕГЭ.***

На уроках математики мы часто встречаемся с задачами, в которых необходимо найти НОД или НОК двух натуральных чисел, сократить дробь, определить общий множитель, выяснить, кратно ли выражение какому-либо числу, и т. п. При делении натуральных чисел, мы можем допустить ошибки, тем самым теряем время. Возникает необходимость заранее знать, делится ли одно число на другое.

С признаками делимости мы впервые познакомились на уроках математики в 6 классе. Тогда мы изучили признаки делимости на 2, 3, 5, 9 и 10. В 7 классе, перед нами периодически появлялась необходимость использовать другие признаки делимости, которые не входят в школьный курс алгебры. Изучив различные источники, мы убедились, что существуют и другие признаки делимости натуральных чисел:

– число делится на 11, если разность суммы чисел, стоящих на нечетных местах, и суммы чисел, стоящих на четных местах, кратна 11;

– чтобы проверить делимость числа на 6, надо: число сотен умножить на 2, полученный результат вычесть из числа стоящего после числа сотен. Если полученный результат делится на 6, то и все число делится на 6;

– если последнюю цифру числа умножить на 2 и вычесть из «числа, оставшегося без последней цифры». Если получившееся число делится на 7, то и само число делится на 7;

– если число, образованное двумя последними цифрами данного числа, делится на 4(8), то и само число делится на 4(8);

– если взять последнюю цифру числа, умножить ее на 4 и прибавить к «числу, оставшемуся без последней цифры», то получившееся число делится на 13, то и само число делится на 13;

– если последнюю цифру числа умножить на 12 и сложить с «числом, оставшимся без последней цифры», то и получившееся число делится на 17, то и само число делится на 17 [2].

Пример 1. Вычеркните в числе 181615121 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число [1].

Решение: Раскладываем делитель – число 12 на простые множители:

$$12 = 3 \times 4 = 3 \times 2 \times 2.$$

Следовательно, заданное число после вычеркивания чисел должно делиться на 3 и 4 или на 2, еще раз на 2 и, наконец, на 3. На 2 делятся четные числа, поэтому 1 в конце вычеркиваем сразу. Останется 18161512. Но нам нужно, чтобы оно делилось на 2 дважды, т. е. делилось на 4. Признак делимости на 4 утверждает, что для этого на 4 должно делиться двузначное число, образованное последними двумя цифрами. 12:4 = 3, поэтому две последние цифры числа 18161512 вычеркивать нельзя. Они гарантируют делимость числа на 4 (на обе двойки). Чтобы число делилось на 3, нужно чтобы на 3 делилась сумма его цифр:

$$1 + 8 + 1 + 6 + 1 + 5 + 1 + 2 = 25.$$

$25 = 3 \times 8 + 1$ – можно вычеркнуть одну из единиц, но, по условию задачи, нужно вычеркнуть еще две цифры; $25 = 3 \times 7 + 4$ – нет двух цифр для вычеркивания, сумма которых равнялась бы 4, т. к. последние цифры 1 и 2 трогать нельзя; $25 = 3 \times 6 + 7$ – сумма двух вычеркнутых цифр будет равна 7, если вычеркнуть 6 и любую из единиц, кроме последней. Итак, возможные ответы: 811512 или 181512. Выбираем один из них.

Пример 2. Приведите пример трехзначного числа, кратного 15, произведение цифр которого равно 30. В ответе укажите ровно одно такое число [1].

Решение. Разложим число 30 на простые множители: $30 = 2 \times 3 \times 5$.

Таких множителей три, нам нужно составить трехзначное число, которое делится на 15, т. е. удовлетворяет признакам делимости на 3 и на 5, так как $15 = 3 \times 5$. Чтобы число делилось на 5, оно должно оканчиваться цифрой 5.

Проверим сумму цифр $2 + 3 + 5 = 10$. Сумма цифр не делится на 3, поэтому наше число не будет делиться на 3 при любых перестановках цифр.

Представим 30 как $2 \times 3 \times 5 \times 1$.

Теперь возможных цифр для составления трехзначного числа больше, чем нужно. Поэтому сгруппируем некоторые простые сомножители в составные: $2 \times 5 = 10$ *и* $3 \times 5 = 15$ – это не цифры, а двузначные числа. $2 \times 3 = 6$ Число 6 обозначается цифрой 6.

Представим 30 как $6 \times 5 \times 1$.

Проверим сумму цифр $6 + 5 + 1 = 12$. 12 делится на 3. Таким образом, число в ответе можно составить из цифр: 6,5,1. Последней цифрой должна быть 5. Возможные ответы: 615, 165.

Знание и использование вышеперечисленных признаков делимости натуральных чисел значительно упрощает многие вычисления, тем самым экономя время, исключая вычислительные ошибки, которые можно допустить при выполнении действия деления.

Библиографический список

1. Гущин Д.Д. Решу ЕГЭ. URL: https://ege.sdamgia.ru/ (дата обращения: 21.12.2019).
2. Признаки делимости чисел. URL: http://mathematichka.ru/ege/problems_base2015/problem19BL_2015.html (дата обращения: 13.02.2020).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ПЛАНИРОВАНИИ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

П.В. Кейв

*Научный руководитель **Ж.А. Гришутина,***
учитель начальных классов МБОУ СШ № 42
г. Красноярск

В работе рассматриваются возможности использования обучающимися математических моделей в ходе планирования учебной деятельности. Описываются математические модели для наглядного представления этапов работы над учебным проектом.

Ключевые слова: ***математическая модель, граф, схема, таблица, учебный проект, планирование учебной деятельности, этапы работы над проектом.***

В чем секрет универсальности математического языка?

Ответ очевиден: ключ к решению многих задач – их удачный перевод на язык математики, то есть язык формул, уравнений, неравенств, функций, графиков и т. д. Результат такого перевода – математическая модель.

Нередко в повседневной жизни мы используем математические модели графического представления различной информации. Так, например, для структурирования и упорядочивания данных составляем таблицы или для наглядного представления некоторого явления, процесса, ситуации рисуем картинки, используя схемы, графы, математические фигуры.

Основная цель статьи – описание возможностей использования математических моделей в ходе планирования учебной деятельности.

Одной из таких моделей являются таблицы.

Так, например, для представления и рационального использования учебного времени можно представить весь учебный период обучения в школе в виде таблицы с ячейками. Одна ячейка иллюстрирует одну учебную неделю. В среднем в учебном году 34 недели. Расположим их по вертикали, а школьные годы (с 1 по 11 класс) по горизонтали (табл.).

Модель визуального представления периода обучения в общеобразовательной школе

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
1																																		
2																																		
3																																		
4																																		
5																																		
6																																		
7																																		
8																																		
9																																		
10																																		

Построенная модель показывает, что период обучения в школе конечен и не такой уж большой, как думают некоторые школьники. Данная модель побуждает задуматься о рациональном использовании этого времени и планировать учебную деятельность.

Так, например, для планирования работы над учебным проектом мы предлагаем использовать граф-схемы как модели графического представления основных этапов работы над проектом.

Теория графов предлагает модели для всякой системы с бинарными отношениями – отношениями между парой элементов [3]. Если в изучаемом явлении выделить непустое множество элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве, то, как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а ребрам – отношения между ними, полученный граф становится математической моделью изучаемого явления [2].

Одной из особенностей теории графов является возможность представить граф геометрический – в виде рисунка: вершины отождествляются с точками на плоскости, а ребра – с линиями, соединяющими вершины. При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием [1].

С помощью граф-схем можно описать план работы над учебным проектом (рис.).

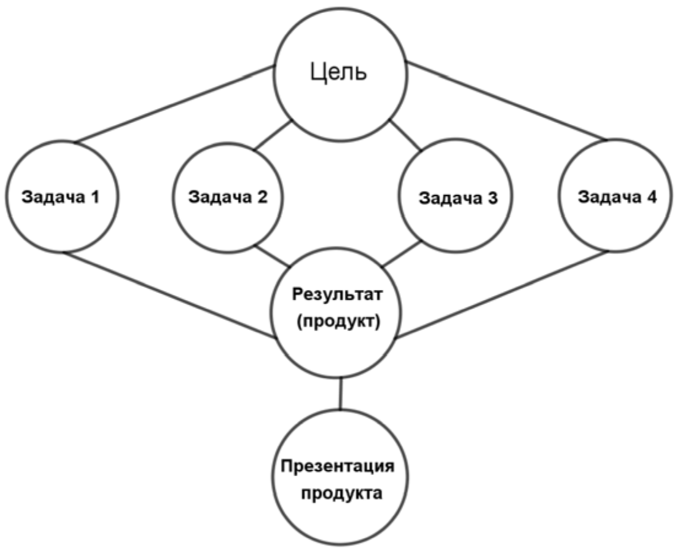


Рис. Граф-схема планирования работы над учебным проектом

Такая модель визуального представления плана работы над учебным проектом позволяет: обозначить основную цель проекта; выделить основные задачи, направленные на достижение цели; определить результат и продумать форму представления результатов работы над проектом. В такой модели можно фиксировать процесс выполнения учебного проекта с помощью закрашивания вершин графа, соответствующих определенному этапу работы над проектом.

Библиографический список

1. Мельников О.И. Незнайка в стране графов: пособие для учащихся. М.: КомКнига, 2007. 160 с.
2. Мир математики: в 40 т. Клауди Альсина. Карты метро и нейронные сети. Теория графов: пер. с исп. М.: Де Агостини, 2014. Т. 11. 144 с.
3. Энциклопедия для детей. Математика / М. Аксенова, В. Володин, М. Самсонов. М.: Мир энциклопедий Аванта+, Астрель, 2011. Т. 11. 621 с.

КОГДА ЧИСЛО ДЕЛИТСЯ НА 7?

Г.В. Коленчуков
Научный руководитель ***М.А. Кейв,***
кандидат педагогических наук, доцент
Лицей № 2, г. Красноярск

В работе рассматривается вопрос о делимости целых чисел на 7. Описываются и обосновываются некоторые признаки делимости целых чисел на 7, которые не изучаются в школьном курсе математики.
Ключевые слова: ***целое число, делимость, признаки делимости, делимость на 7.***

Вопрос делимости целых чисел – не простой вопрос!

Целое число a делится на целое число $b, b \neq 0$, если остаток при делении a на число b равен нулю. Другими словами, число a делится на целое число $b, b \neq 0$, если существуют два таких целых числа q и r, $0 \leq r < |b|$, что имеет место равенство $a = b \cdot q + r$, где $r = 0 \Rightarrow a = b \cdot q$. В этом случае, про число a говорят, что оно кратно b, а про число b – что оно является делителем числа a [2].

В некоторых ситуациях быстро сообразить «Делится ли одно число на другое?» не так-то просто.

Например, рассмотрим следующую ситуацию: «Покупатель в кондитерской взял бисквит стоимостью 210 рублей, 7 кексов и 14 эклеров. Когда кассир предъявил ему чек на сумму 586 рублей, покупатель потребовал проверить расчет и исправить ошибку. Как определил покупатель, что счет неверен?». Вероятно, покупатель легко сообразил, что стоимость приобретенных товаров каждого вида выражается числом, кратным 7, а значит: если каждое слагаемое делится на 7, то и сумма должна делиться на 7. Но как ему так быстро удалось сообразить, что число 586 не кратно 7?

Для подсчета без калькулятора можно использовать признаки делимости.

Признак делимости – правило, позволяющее сравнительно быстро определить, является ли число кратным заранее заданному числу, без необходимости выполнять фактическое деление [1].

Большой вклад в изучение признаков делимости чисел внес французский ученый Блез Паскаль (1623–1662). Он сформулировал общий признак делимости, который носит его имя: «Натуральное число a делится на натуральное число b тогда, когда сумма произведений цифр этого числа a на соответствующие остатки, получаемые при делении разрядных единиц на число b, делится на это число» [2].

Рассмотрим как с помощью этого общего признака делимости можно проверить, делится ли число 586 на 7.

Сначала найдем на языке числовых сравнений остатки при делении разрядных единиц на 7: $100 \equiv 2 \pmod 7$, $10 \equiv 3 \pmod 7$, $1 \equiv 1 \pmod 7$. Затем рассмотрим сумму: $5 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 6 \cdot 1$ = 10 + 24 + 6 = 40. Число 40 не делится на 7. Следовательно, согласно общему признаку Паскаля, число 586 не делится на 7.

Существуют ли другие признаки делимости числа на 7?

Остановимся на рассмотрении и доказательстве признаков делимости на 7, которые не изучаются в школьном курсе математики, и, по нашему мнению, являются более простыми в применении.

Первый признак делимости на 7: «Число делится на 7 тогда, когда утроенное число его десятков, сложенное с числом единиц, делится на 7» [3].

Доказательство. Пусть x – количество десятков числа a; y $(0 \leq y < 10)$ – количество единиц числа a. Тогда любое многозначное число a можно представить в виде: $a = 10x + y = (3x + y) + 7x$. В полученной сумме второе слагаемое $7x$ кратно 7, тогда для того чтобы вся сумма делилась на 7, необходимо, чтобы первое слагаемое $(3x + y)$ делилось на 7. Таким образом, число a делится на 7 тогда, когда утроенное число его десятков, сложенное с числом единиц, делится на 7. Что и требовалось доказать.

Второй признак делимости на 7: «Число делится на 7 тогда, когда результат вычитания удвоенного числа единиц из числа десятков делится на 7» [1, с. 43].

Доказательство. Пусть x – количество десятков числа a; y $(0 \leq y < 10)$ –количество единиц числа a. Тогда любое многозначное число a можно представить в виде: $a = 10x + y = 3(x - 2y) + 7(x + y)$. Второе слагаемое $7(x + y)$ кратно 7, тогда для того чтобы вся сумма была кратна 7, необходимо, чтобы первое слагаемое $3(x - 2y)$ делилось на 7. Так как 3 и 7 взаимно простые числа, то произведение $3(x - 2y)$ делится на 7 тогда, когда множитель $(x - 2y)$ делится на 7. Таким образом, число делится на 7, когда результат вычитания удвоенного числа единиц из числа десятков делится на 7. Что и требовалось доказать.

Воспользуемся данными признаками в ситуации с покупателем в кондитерской.

Согласно первому признаку, для ответа на вопрос о делимости числа 586 на 7 необходимо рассмотреть следующую сумму: $58 \cdot 3 + 6 = 174 + 6 = 180$. Так как число 180 не делится на 7, то и число 586 не делится на 7.

Согласно второму признаку, для ответа на вопрос о делимости числа 586 на 7, необходимо рассмотреть следующую разность: $58 - 2 \cdot 6 = 58 - 12 = 46$. Так как число 46 не делится на 7, то и число 586 не делится на 7.

Таким образом, рассмотренные признаки делимости на 7, с одной стороны, не изучаются в школьном курсе математики, а с другой – являются наиболее удобными для быстрого ответа на вопрос о делимости числа на 7.

Библиографический список

1. Воробьев К.Н. Признаки делимости. М.: Наука, 1988. 94 с.
2. Мерзляк А.Г., Поляков В.М. Алгебра: 8 класс: учебник для углубленного изучения математики. М.: Вентана-Граф, 2019. 384 с.
3. Признаки делимости: правила и примеры. URL: https://www.matematicus.ru/matematika/arifmetika/priznaki-delimosti-pravilo-i-primery (дата обращения: 29.03.2020).

НЕСТАНДАРТНЫЕ ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

И.Д. Куслин
Научный руководитель ***Н.А. Матвеева,***
учитель математики
Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя

В работе рассматриваются нестандартные признаки равенства треугольников, а также приводятся доказательства некоторых из них.
Ключевые слова: ***треугольник, признаки равенства треугольников, нестандартные признаки равенства треугольников.***

У треугольника выделяют три признака равенства треугольников. Проведя комплексный анализ, мы выяснили, что существуют и другие нестандартные признаки равенства треугольников [1, с. 277].

По двум сторонам и высоте, проведенной к одной из них: если две стороны и высота, проведенная к одной из них, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и высоте, приведенной к одной из них, другого треугольника, то такие треугольники равны.

Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AK = A_1K_1$ (высоты) (рис. 1).

Доказать: $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$

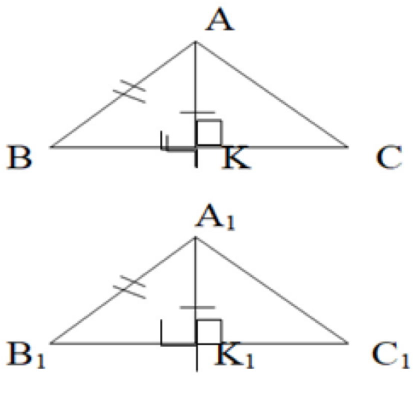


Рис. 1. ΔABC *и* $\Delta A_1B_1C_1$

Доказательство. Рассмотрим треугольники ΔABK и $\Delta A_1B_1K_1$:

$AB=A_1B_1$

$AK= A_1K_1$

$\angle K=\angle K_1$ (по условию), следовательно $\Delta ABK=\Delta A_1B_1K_1$ (по гипотенузе и катету), тогда $\angle B=\angle B_1$. Следовательно, $\Delta ABC =\Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними. ЧТД

По двум сторонам и медиане, проведенной к одной из них: если две стороны и медиана, проведенная к одной из них, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и медиане, приведенной к одной из них, другого треугольника, то такие треугольники равны.

Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AK = A_1K_1$ (медианы) (рис. 2).

Доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

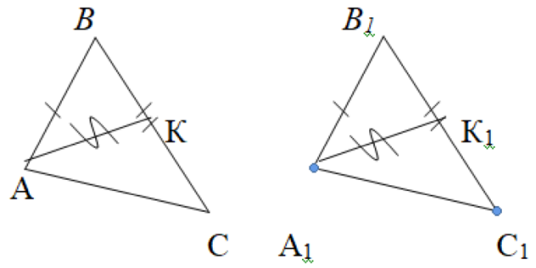


Рис. 2. ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$

Доказательство. Рассмотрим треугольники ΔABK и $\Delta A_1B_1K_1$:

$AB=A_1B_1$

$AK= A_1K_1$

$BK=BK_1$ (по условию), следовательно, $\Delta ABK=\Delta A_1B_1K_1$ по трем сторонам, тогда $\angle B=\angle B_1$. Следовательно, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними. ЧТД

По двум углам и высоте, проведенной из третьего угла: если два угла и высота, проведенная из третьего угла, одного треугольника соответственно равны двум углам и высоте, проведенной из третьего угла, другого треугольника, то такие треугольники равны.

Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$ $\angle B=\angle B_1$, $\angle C=\angle C_1$, $AK = A_1K_1$ (высоты) (рис. 3).

Доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

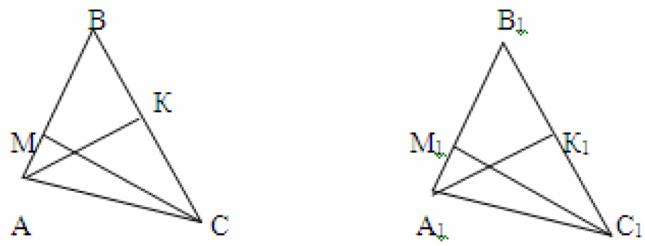


Рис. 3. ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$

Доказательство. Рассмотрим треугольники ΔABK и $\Delta A_1B_1K_1$:

$\angle K=\angle K_1$

$AK= A_1K_1$

$\angle B=\angle B_1$ (по условию), следовательно, $\Delta ABK=\Delta A_1B_1K_1$ (по катету и острому углу), тогда $BK=B_1K_1$; $\Delta ACK=\Delta A_1C_1K_1$ (по катету и острому углу), значит, $KC=K_1C_1$, следовательно, $BC=B_1C_1$, а $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по стороне и двум прилежащим к ней углам. ЧТД

Работая с разными источниками, мы убедились в том, что существуют другие признаки равенства треугольников. Например: по стороне и двум высотам, проведенным из углов, прилежащих к этой стороне; по двум сторонам и высоте, проведенной к третьей стороне; по стороне, одному из углов, прилежащих к этой стороне, и биссектрисе из этого угла [2].

Знание и использование вышеперечисленных признаков равенства треугольников значительно упрощают многие задачи, тем самым экономя время и исключая ошибки при доказательствах.

Библиографический список

1. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. М.: Астрель, 2014. 512 с.
2. Нестандартные признаки равенства треугольников. URL: https://multiurok.ru/files/nauchno-issliedovatiel-skaia-rabota-po-matiematikie-tiema-niestandartnyie-priznaki-ravienstva-trieughol-nikov.html (дата обращения: 13.12.2019).

ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ СРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

В.М. Лупашкова
Научный руководитель ***М.А. Кейв,***
кандидат педагогических наук, доцент,
Лицей № 2, г. Красноярск

В работе рассматриваются приложения теории сравнений для решения неопределенных линейных уравнений с двумя переменными в целых числах. Отмечается, что подобные уравнения возникают в ходе решения разнообразных задач в целых числах. Описывается метод решения неопределенных линейных уравнений с помощью сравнений.
Ключевые слова: ***числовые сравнения, приложения теории сравнений, неопределенные уравнения, уравнения с двумя переменными, решение уравнений в целых числах.***

Неопределенные уравнения довольно часто встречаются в ходе решения разнообразных задач.

Рассмотрим одну из таких задач: «В транспортной компании для перевозки груза имеются контейнеры, вместимостью 5 тонн и 8 тонн. Требуется определить минимальное количество контейнеров, которое понадобится для перевозки 98 тонн груза».

На первый взгляд кажется, что в задаче не хватает данных. Если, например, через x обозначить количество контейнеров вместимостью 5 тонн, а через y – количество контейнеров вместимостью 8 тонн, то, по условию задачи, получим одно уравнение с двумя неизвестными: $5x+8y=98$, причем $x \in N_0$ и $y \in N_0$.Такие уравнения называют линейными неопределенными уравнениями с двумя переменными [3].

Для решения подобных уравнений можно воспользоваться простым перебором, что не всегда удобно в задачах с большими числовыми данными, а можно воспользоваться «общим методом, который древнеиндийские математики называли методом рассеивания или методом спуска» [3, с. 161–162].

Рассмотрим еще один метод решения линейных неопределенных уравнений с двумя целочисленными переменными на основе приложений теории сравнений.

Один из аспектов приложений теории сравнений заключается в эквивалентности утверждений 1) и 2):

1) $a \equiv b (\mathrm{mod}\, m)$;

2) существует $q \in Z$, что $a = b + mq$ (a отличается от b на число, кратное m) [1].

Эквивалентность утверждений 1) и 2) позволяет применить теорию сравнений для решения линейных неопределенных уравнений с двумя целочисленными переменными [2].

На примере решения задачи о грузоперевозках рассмотрим, как можно применить теорию сравнений к решению уравнения $5x+8y=98$, где $x \in N_0$, $y \in N_0$.

На основе эквивалентности утверждений 1) и 2) перейдем к решению сравнения: $8y \equiv 98 (\bmod 5)$, $8y \equiv 98 - 10 (\bmod 5)$, $8y \equiv 8 \ (\bmod 5)$, $y \equiv 11 (\bmod 5)$.

Получаем $y = 5n+1$, $n \in Z$, тогда

$$x = \frac{98-8y}{5} = \frac{98-8(5n+11)}{5} = \frac{10-40n}{5} = 2-8n$$

Так как $x \in N_0$, $y \in N_0$, то необходимо, чтобы выполнялись условия:

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2-8n \geq 0, \\ 5n+11 \geq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n \leq \dfrac{1}{4}, \\ n \geq -\dfrac{11}{5}; \end{cases} \Rightarrow -2\frac{1}{5} \leq n \leq \frac{1}{4}, n \in Z \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n=-2, \\ n=-1, \\ n=0. \end{array} \right.$$

Следовательно, задача имеет три решения:

1) При $n=-2$, $\begin{cases} x=18, \\ y=1; \end{cases}$

2) При $n=-1$, $\begin{cases} x=10, \\ y=6; \end{cases}$

3) При $n=0$, $\begin{cases} x=2, \\ y=11. \end{cases}$

Наименьшее возможное число контейнеров при $n=0$: $x+y=2+11=13$.

Ответ: 13 контейнеров.

Представленное решение иллюстрирует приложения теории сравнений для решения линейных неопределенных уравнений с двумя целочисленными переменными, которые встречаются в ходе решения разнообразных практических задач.

Библиографический список

1. Мерзляк А.Г., Поляков В.М. Алгебра: 8 класс: учебник для углубленного изучения математики. М.: Вентана-Граф, 2019. 384 с.
2. Тимофеенко Г.В., Астахова Е.Т., Латынцева Л.Г. Лекции по теории чисел: учебное пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева, 2008.
3. Энциклопедия для детей. Математика / М. Аксенова, В. Володин, М. Самсонов. М.: Мир энциклопедий Аванта+, Астрель, 2011. Т. 11. 621 с.

РЕШЕНИЕ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ДЕКАРТОВОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

И.В. Месилов
Научный руководитель ***Н.А. Матвеева,***
учитель математики
Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя

В работе рассматриваются проблема и актуальность понимания стереометрических задач учащимися, методика решения задач методом координат в пространстве, подтверждающая необходимость их качественного углубленного изучения для сдачи ЕГЭ, поступления в вуз.
Ключевые слова: ***метод координат, система координат, плоскость, вектор, определитель третьего порядка, вектор нормали.***

Метод координат – весьма эффективный и универсальный способ нахождения любых углов или расстояний между стереометрическими объектами в пространстве.

Данный метод решения заключается во введении (привязке к исследуемым фигурам) декартовой системы координат, а затем – исчислении образующихся векторов (их длин и углов между ними).

Достоинство метода координат состоит в том, что его применение избавляет от необходимости прибегать к наглядному представлению сложных пространственных конфигураций.

Задача 1. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AD_1 и CE_1, где D_1 и E_1 – соответственно середины ребер A_1C_1 и B_1C_1 (рис. 1).

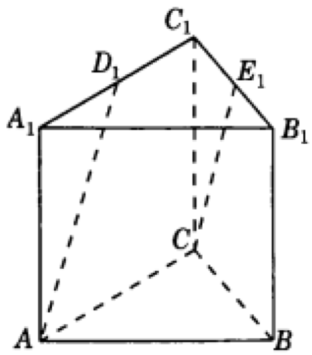


Рис. 1. Правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$

Решение

1. Координаты точек, задающих прямые, указаны в условии задачи: $A(0;0;0)$, $D_1\left(\frac{1}{4};\frac{\sqrt{3}}{3};1\right)$, $C\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $E\left(\frac{3}{4};\frac{\sqrt{3}}{4};1\right)$.

2. Найдем координаты векторов: $\overrightarrow{AD_1}\left(\frac{1}{4};\frac{\sqrt{3}}{4};1\right)$ *и* $\overrightarrow{CE_1}\left(\frac{1}{4};-\frac{\sqrt{3}}{4};1\right)$.

3. Найдем косинус угла между вектором: $\cos\alpha = \dfrac{\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{4}+1\times1}{\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+1}\times\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+1}} = 0{,}7.$

Ответ: 0,7.

Задача 2. В правильной четырехугольной призме *ABCDA’ D’B’D’* сторона основания *AB* равна 6, а боковое ребро *AA’* равно 3. На ребре *AB* отмечена точка *K* так, что *AK* = 1. Точки *M* и *L* – середины ребер *A’B’* и *B’C’* соответственно. Плоскость γ параллельна прямой *AC* и содержит точки *K* и *L*. а) Докажите, что прямая *BM* перпендикулярна плоскости. б) Найдите расстояние от точки до плоскости γ.

Введем систему координат, как показано на рис. 2.

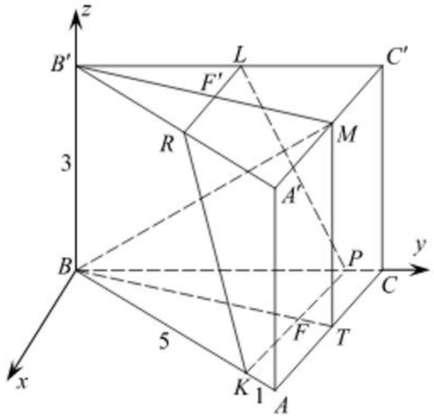


Рис. 2. Четырехугольная призма ABCDA’ D’B’D’ в системе координат

В этой системе координат: $B\,(0;\ 0;\ 0)$, $C\,(0;\ 6;\ 0)$, $B’(0;\ 0;3)$, $C’(0;6;3)$, $A(3\sqrt{3};3;0)$, $A’(3\sqrt{3};3;3)$, $P(0;5;0)$, $T\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{9}{2};3\right)$, $M\left(\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{9}{2};3\right)$, $K\left(\frac{5\sqrt{3}}{2};\frac{5}{2};0\right)$.

Легко проверить, что уравнение плоскости $\sqrt{3}x+3y+2z-15=0$ удовлетворяет условиям задачи. Вектор нормали нашей плоскости $\vec{n}(\sqrt{3};3;2)$ параллелен вектору $\overrightarrow{BM}\ (\frac{3\sqrt{3}}{2};\frac{9}{2};3)$. Что и требовалось доказать.

$$C(0;\ 6;\ 0), \sqrt{3}x+3y+2z-15=0; \underset{\rho}{\to} = \left|\frac{ax_0+by_0+cz_0+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right| = \left|\frac{\sqrt{3}\cdot0+3\cdot6+2\cdot0-15}{\sqrt{3+9+4}}\right| = \frac{3}{4}.$$

Ответ: $\frac{3}{4}$.

Задача 3. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 3) найдите угол между плоскостью A_1BD и плоскостью, проходящей через середины его ребер *AB*, BB_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1D, *DA*.

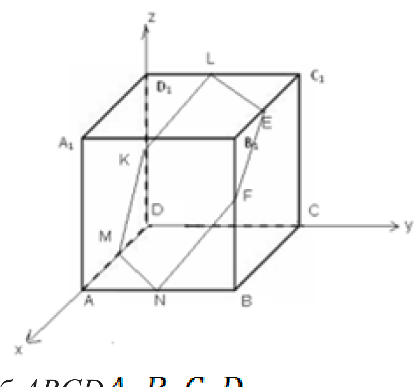


Рис. 3. Куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ в системе координат

Введем систему координат с началом в точке D. Находим координаты точек, необходимых для составления уравнения плоскостей: $B(1;\ 1;\ 0)$, $A_1(1;\ 0;\ 1)$, $D(0;\ 0;\ 0)$, $K(0;\ 0;\ 0{,}5)$, $M(0{,}5;\ 0;\ 0)$, $N(1;\ 0{,}5;\ 0)$.

Составляем уравнение плоскости *(A_1BD)*:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -x + y + z = 0 \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -x + y + z = 0.$$

Составим уравнение плоскости *(KMN):*

$$\begin{vmatrix} x & y & z - 0{,}5 \\ 1 & 0{,}5 & -0{,}5 \\ 0{,}5 & 0 & -0{,}5 \end{vmatrix} = -0{,}25x + 0{,}25y + (-0{,}25z) = 0.$$

Тогда $\overrightarrow{n_1}(-1;\ 1;\ 1)$, $\overrightarrow{n_2}(-0{,}25;\ 0{,}25;\ -0{,}25)$. Следовательно:

$$\cos\alpha = \frac{0{,}25+0{,}25-0{,}25}{\sqrt{3\cdot\frac{3}{16}}} = \frac{0{,}25}{0{,}75} = \frac{1}{3};\ \sin\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3};\ tg\,\alpha = 2\sqrt{2}.$$

Ответ: $arctg\ 2\sqrt{2}$.

Библиографический список

1. Гущин Д.Д. Сдам ГИА. URL: https://ege.sdamgia.ru (дата обращения: 19.03.2020).
2. Леваков В.В. URL: http://kolosshcola.edusite.ru/DswMedia/s223maya.pdf (дата обращения: 19.03.2020).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦИФР И ЧИСЕЛ В УПРАЖНЕНИЯХ, СПОСОБСТВУЮЩИХ ПОВЫШЕНИЮ ТЕХНИКИ ЧТЕНИЯ

И.А. Никонов
Научный руководитель ***Т.А. Шпедт,***
учитель начальных классов, методист
Лицей № 6 «Перспектива», г. Красноярск

В работе описывается роль математики в различных сферах деятельности человека, представлены упражнения, способствующие повышению техники чтения, в которых используются арабские цифры и числа. Представлены результаты исследовательской работы «Как повысить технику чтения?»
Ключевые слова: ***цифры, скорочтение, исследовательская работа.***

Математика никогда не была «узкой» наукой. С момента появления она проникла во все сферы деятельности. Нам трудно представить без математики повседневную жизнь. Ежедневно мы сталкиваемся с ситуациями, когда нам необходимо что-то посчитать, а цифры вы сможете увидеть даже сейчас, оглянувшись по сторонам: это и часы, и нумерация столбцов, цифры на дисплее телефона, цифрового градусника и т. д.

Представим упражнения с использованием цифр и чисел, которые в процессе исследовательской работы помогли в области, совсем не связанной на первый взгляд с математикой, а точнее – в скорочтении.

Современным школьникам для того, чтобы успешно учиться в школе, успевать заниматься спортом и посещать творческие кружки по интересам, просто необходимо уметь быстро читать.

Скорочтение – это навык быстрого усвоения текстовой информации. Очень важный навык, овладение которым позволяет преуспеть в учебе [2, с. 26]. С каждым годом нам приходится обрабатывать все большие объемы информации. Большинство предметов, таких как история, природоведение, литература, требуют быстрого чтения, понимания, запоминания и дальнейшего пересказа полученной информации. Поэтому этот навык просто необходим каждому школьнику для сокращения времени подготовки к урокам и улучшения понимания текстов разных объемов. Мы предположили, что можно подобрать комплекс упражнений, при систематическом выполнении которого повышается скорость чтения за 2 недели примерно на 20–30 слов.

В ходе исследовательской работы была изучена доступная литература о влиянии скорости чтения на развитие школьника, выбраны две методики, по которым проведены занятия по увеличению скорости чтения в нашем классе. Обучающиеся разделились на две группы: участники и контрольная группу. Совместно с научным руководителем мы подобрали, а с участниками апробировали упражнения, способствующие эффективному развитию скорости чтения. Пять из девяти упражнений были непосредственно связаны с цифрами. Была проведена сначала стартовая, а затем итоговая диагностика по выявлению первоначальной и конечной скорости чтения у участников исследования и контрольной группы.

За 14 дней занятий обучающимся необходимо было побороть четыре «врага» быстрого чтения [1, с. 35] – артикуляцию, регрессии, малое пятно ясного видения, слабое внимание – и увеличить скорость чтения на 20–30 слов.

В процессе работы использовались 5 видов упражнений, содержащих цифры и числа. «Лабиринт» (рис. 1), «Черные-белые числа» (рис. 2), «Большие и малые числа» (рис. 3) – упражнения на тренировку внимания. «Таблицы Шульте» (рис. 4) и «Клиновидные таблицы» (рис. 5) – на расширение поля зрения.

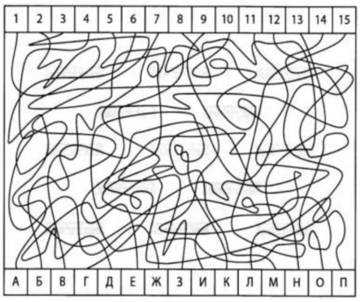


Рис. 1. Лабиринт

Рис. 2. Черные-белые числа

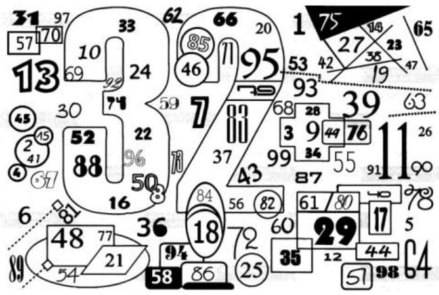


Рис. 3. Большие и малые числа

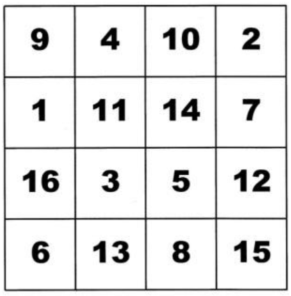


Рис. 4. Таблица Шульте

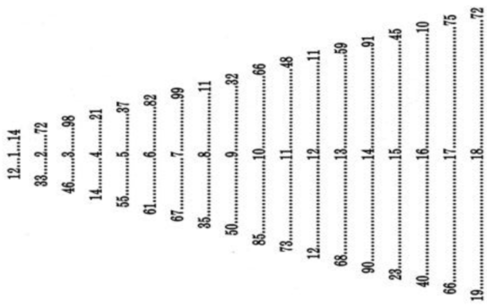


Рис. 5. Клиновидная таблица

В работе использовались следующие методики: «Струп-тест», «Алфавит», «Синхронизация полушарий» и «Чтение с указкой».

Исследование показало впечатляющие результаты. За 14 дней скорость чтения участников исследования возросло с 18 до 59 слов в минуту и в среднем составила 148 слов в минуту (рис. 6).

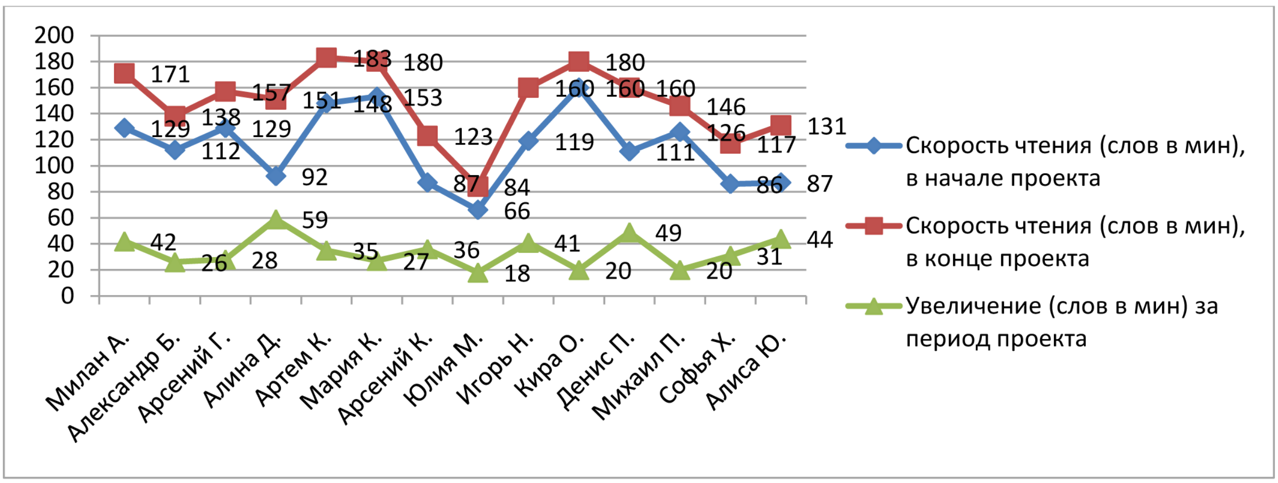


Рис. 6. Сравнение результатов стартовой и итоговой диагностики участников исследования

Так, с помощью математики мы смогли подтвердить гипотезу исследования и добиться весомых результатов в увеличении скорости чтения. Не зря говорят: «Математика – царица наук».

Библиографический список

1. Ахмадуллина Ш. Скорочтение для детей. Как научить ребенка правильно читать и понимать прочитанное. М.: Билингва, 2015.
2. Андреева О. Техника быстрого чтения. М.: Smart Book, 2011.

МАТЕМАТИКА В МУЛЬТФИЛЬМЕ «ФУТУРАМА»

К.К. Остапчук
Научный руководитель ***Н.А. Матвеева,***
учитель математики
Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя

В работе рассматриваются различные математические аспекты в мультфильме «Футурама», раскрываются их смысл и задумка.
Ключевые слова: ***современная мультипликация, Футурама, математические аспекты, число Рамануджана-Харди.***

Современная мультипликация – это инструмент, с помощью которого можно не только разнообразить процесс обучения, но и помочь детям и подросткам развить навыки коммуникации, социализации, критического и медиамышления.

Образовательная анимация способна помочь научить обучающихся управлять своими эмоциями в повседневной жизни. Мультфильмы нравятся детям и взрослым, в частности и мультсериал «Футурама».

Сатирический сериал «Футурама» отличается юмором особого свойства: юмором, в который зашифрованы коды, понятные людям определенного склада ума: точного, научно-технического, с завидной долей самоиронии и критичного отношения к реальности. Так, в мультсериале спрятано множество математических аспектов, а именно:

Разморозка Фрая

Фрай, как мы помним, был заморожен 1 января 2000 г. в полночь. При этом счетчик был установлен ровно на 1000 лет. Как же получилось, что его разморозка произошла до полуночи? Дело в том, что длительность года в разных календарях (юлианском, грегорианском, звездном) несколько различна. Наиболее логично использовать продолжительность года из грегорианского календаря (на котором и основано большинство нынешних календарей), согласно которому год длится 365,2425 суток. Таким образом:

$$365{,}2425 * 1000 = 365242{,}5$$

$$365242{,}5 : 7 = 52177{,}5$$

$$0{,}5 * 7 = 3{,}5$$

$$0{,}5 * 24 = 12$$

Какой сегодня день?

В первом эпизоде Бендер упоминает, что в Музей голов можно пройти бесплатно, потому что сегодня вторник. Действительно, 31 декабря 2999 г. будет вторником. Как мы уже знаем, с 1 января 2000 г. (который был субботой) прошло 365242 дня, т. е. 52177 недель и 3 дня. Если этот расчет вас не убеждает, можете просто заглянуть в календарь на 2999 год.

Число Рамануджана-Харди

Число 1729 называется числом Рамануджана. Бендер был сыном № 1729 (эпизод 2ACV04). Это же самое число написано на корабле Зеппа Браннигана «Нимбус» (впервые появляется в эпизоде 1ACV04), а в эпизоде 4ACV15 фигурирует «Вселенная 1729».

Харди и является наименьшим из так называемых «номеров такси», то есть *наименьшим числом, которое может быть выражено суммами кубов положительных целых чисел двумя различными способами*:

$1729 = Ta(2) = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$.

Также известны следующие «номера такси»:

Ta(1) = 2

Ta(2) = 1729

Ta(3) = 87539319

Ta(4) = 6963472309248

Ta(5) = 48988659276962496

El Ta(6) Шестой «номер такси» пока неизвестен. Но с 99 %-ной вероятностью он равен 24153319581254312065344 [1].

Фрай-миллиардер

Состояние, которое получил Фрай в эпизоде 1ACV06, было подсчитано также довольно точно. При начальной сумме в 93 цента и 2,25 % годовой прибыли итоговая сумма должна была составить $0{,}93 \cdot 1{,}0225^{1000} = 4283508449{,}71$ доллар. Что довольно близко к озвученной сумме в 4,3 миллиарда долларов.

Серийные номера

Серийные номера Бендера и Флексо (2ACV06) могут быть представлены в виде сумм кубов: Флексо: $3370318 = 119^3 + 119^3$; Бендер: $2716057 = 952^3 + (-951)^3$.

Двоичный зверь

В эпизоде 2ACV18 на стене замка, где ночуют герои, появляется кровавая надпись, выглядящая в отражении как 1010011010. Несложно подсчитать, что в двоичной системе это число равняется 666.

$$101001101 = 1 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + $$
$$+ 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 512 + 128 + 16 + 8 + 2 = 666$$ [2].

Также в мультсериале встречаются иррациональные числа, лента Мебиуса, бесконечные счетные числа и пр.

Поначалу может показаться, что в мультфильме очень поверхностный и скудный смысл, но стоит присмотреться и можно открыть для себя много нового и полезного. Мультфильм заиграет новыми красками, и откроется множество тайн.

Библиографический список

1. «Футурама»: путеводитель по научному юмору. URL: https://newtonew.com/science/futurama-vaudeville-and-science (дата обращения: 13.12.2019).
2. Математика футурамы. URL: https://ucrazy.ru/interesting/1178400309-matematika_futuramy.html/ (дата обращения: 12.01.2020).

МЕТОДЫ УМНОЖЕНИЯ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

И.А. Сомов
Научные руководители: ***Е.Ю. Неверко, М.Н. Сомова***
Средняя школа № 149, г. Красноярск

Рассматриваются и систематизируются методы умножения многозначных чисел. Приводятся примеры умножения рассмотренными методами. Проводится анализ представленных методов.
Ключевые слова: ***умножение, методы умножения.***

Каждый человек в повседневной жизни сталкивается с вычислениями. Поэтому в школе на уроках математики нас прежде всего учат считать. Нам, привыкшим к определенному способу умножения многозначных чисел, странно, что существуют другие способы.

Цель работы – изучить и систематизировать альтернативные методы умножения многозначных чисел.

Актуальность работы заключается в том, что многие современные школьники считают математику скучной и непонятной, не могут хорошо запомнить таблицу умножения и алгоритм действий при умножении многозначных чисел. Поэтому важно показать альтернативные методы умножения для развития интереса к математике и лучшего усвоения алгоритма умножения многозначных чисел.

Изучив литературные источники, мы выявили большое количество методов умножения. Проанализировав и обобщив полученную информацию, выделим следующие методы умножения многозначных чисел.

Первым методом назовем традиционный способ умножения «в столбик», автором которого считается Адам Рязе, немецкий педагог XVI в. [1, с. 72]. Главная особенность такого способа заключается в том, что разряды умножаемых чисел и результатов умножения записываются один под другим в одном вертикальном столбце. При такой записи видно, какому разряду принадлежит цифра, что позволяет не сбиться (рис. 1а). Этот способ является обобщением предшествующих ему итальянского способа «per castellucio» (от итал. «маленький замок») и методов немецких математиков Петценштейнера и Кебеля [1, с. 74].

Второй метод назовем методом «решетки» и отнесем к нему итальянский (от итал. «per quadrilatero») способ четырехугольника [1, с. 74]. Этот способ отличается от традиционного оформлением решения. Решение записывается в ячейках «решетки», при этом крайние правые цифры пишутся друг под другом. Сложение разрядов идет наискосок (рис. 1б). Предполагается, что за основу этого способа взята запись индуса Баскары (XII в.), в которой используется такая же решетка, но с полным результатом умножения (рис. 1в) [1, с. 82].

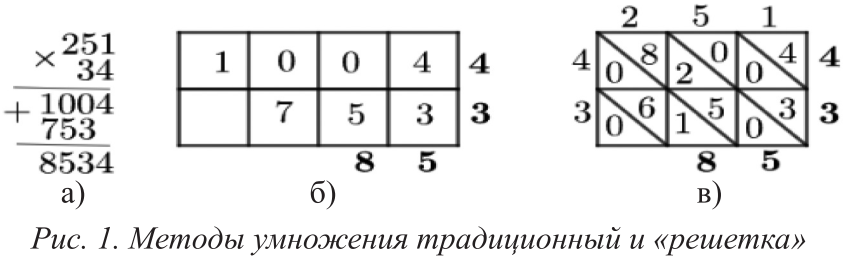
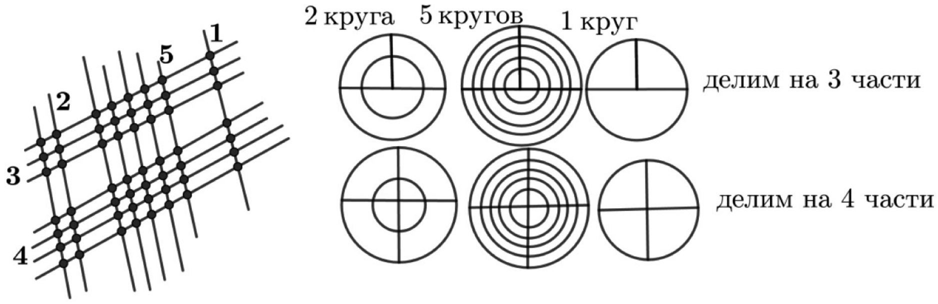


Рис. 1. Методы умножения традиционный и «решетка»

Третий метод графический, к нему отнесем китайский и японский способы умножения. Для умножения чисел на листе рисуют столько параллельных линий, сколько в первом множителе единиц, выше, через некоторое расстояние, еще столько линий, сколько в первом множителе десятков, и т. д. Для второго множителя линии рисуют так, чтобы они пересекали прямые первого множителя (рис. 2а). Далее считаются точки пересечения чисел, которые соответствуют количеству цифр каждого разряда множителей. Японский способ умножения, помимо прямых, использует круги (рис. 2б) [4].

Может показаться, что графический способ слишком сложен, но это не так. Именно визуализация, то есть изображение всех точек пересечения прямых (кругов), дает нам зрительную поддержку. Также можно отметить, что при таком способе умножения не обязательно знание таблицы умножения.

В рассмотренных выше методах, несмотря на их разнообразие, порядок действий остается один и тот же: один множитель умножается так или иначе на отдельные разряды другого множителя, а результаты суммируются по разрядам.



а) б)

Рис. 2. Графический метод умножения многозначных чисел

Четвертый метод принято называть «русский крестьянский метод» [2, с. 90; 3]. Этот метод не опирается на разрядную запись числа, а требует лишь умения делить и умножать на 2. Чтобы перемножить два числа, их записывают рядом, а затем левое число делят на 2, а правое умножают на 2. Действия проводятся до тех пор, пока слева не останется 1. Те строки, в которых слева стоят четные числа, вычеркиваются, а оставшиеся числа в правом столбце – складываются (рис. 3а).

Удвоение числа и деление пополам еще с времен древних египтян вплоть до XVI столетия считалось не видом умножения и деления, а особым действием [1, с. 87]. На этом действии был основан способ умножения, получивший название «египетский» (рис. 3б).

÷2	×2
~~**34**~~	~~**251**~~
17	502
~~8~~	~~1004~~
~~4~~	~~2008~~
~~2~~	~~4016~~
1	8032
	8534

а)

$$251\cdot 34 = 251\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 + 251\cdot 2 = 8534$$

б)

Рис. 3. Крестьянский и египетский способы умножения

После изучения и систематизации способов умножения многозначных чисел были проведены внеклассное занятие «Увлечение умножением» и анкетирование, которые показали, что с традиционным способом умножения знакомы все, а об альтернативных способах умножения не знал никто. После презентации обучающиеся самым трудоемким назвали японский способ умножения, а самым необычным – крестьянский.

Библиографический список

1. Беллюстин В.К. Как постепенно дошли люди до настоящей арифметики. М.; Ленинград: Государственное издательство, 1923. 204 с.
2. Депман И.Я. Рассказы о математике. 2-е изд., испр. и доп. Ленинград: Детгиз, 1954. 144 с.
3. Корнеев А.А. Феномен русского умножения. История. URL: http://www.numbernautics.ru/chislonautics/278-2011-09-26-11-04-13.html (дата обращения: 20.03.2020).
4. Китайское или японское умножение. URL: https://u-teti-soni.blogspot.com/2017/02/blog-post_55.html (дата обращения: 20.03.2020).

ЗАМКНУТЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ НА ПОВЕРХНОСТИ ПРЯМОЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

Е.М. Степнов,
Алтайский краевой педагогический лицей-интернат
Научный руководитель ***К.О. Кизбикенов,***
кандидат физико-математических наук
Алтайский государственный педагогический университет

В работе найдены все виды неизоморфных замкнутых несамопересекающихся шестизвенных геодезических на поверхности прямой призмы, основанием которой является равнобедренная трапеция. Семейства геодезических заданы уравнениями вида y=kx+b в декартовой системе координат. Для каждого случая выведены условия, при выполнении которых геодезические существуют. Вычислены длины этих геодезических.
Ключевые слова: ***геодезическая на поверхности многогранника, изоморфные геодезические, несамопересекающаяся геодезическая, прямая призма, равнобедренная трапеция.***

С самых древних времен у людей возникала потребность в измерении расстояний. Ввиду их представлений о том, что земля плоская, они использовали для этих целей отрезки прямых. Однако уже в VI в. до н. э. Пифагор считал, что Земля имеет шарообразную форму. Таким образом, мнение о том, что кратчайшей мерой расстояния на Земле является отрезок прямой, утратило свою актуальность.

В начале XX в. А. Пуанкаре выдвинул гипотезу о существовании трех замкнутых несамопересекающихся геодезических на гладкой выпуклой поверхности в Евклидовом пространстве. А.Д. Александров и А.В. Погорелов исследовали отдельные случаи расположения геодезических на негладких поверхностях и доказали существование одной геодезической. В.Ю. Протасов и другие рассматривали в качестве поверхностей выпуклые многогранники [2], в частности, прямоугольный параллелепипед [1] и прямую треугольную призму.

В известной нам литературе не было найдено описание неизоморфных замкнутых несамопересекающихся шестизвенных геодезических на поверхности прямой призмы, основанием которой является равнобедренная трапеция.

Геодезическая на поверхности многогранника – ломаная с вершинами на ребрах многогранника. Геодезические называются изоморфными, если они пересекают одни и те же ребра в одинаковой последовательности [2]. Геодезическая называется несамопересекающейся, если все ее звенья не имеют общих точек с другими звеньями, кроме концов.

Исследования построенных разверток прямой призмы с равнобедренной трапецией в основании выделили два случая, когда геодезические будут замкнутыми несамопересекающимися шестизвенными. На рис. 1 и 2 приведены все найденные неизоморфные замкнутые несамопересекающиеся геодезические, а на рис. 3 и 4 представлены соответствующие развертки призмы с проведенной геодезической в декартовой системе координат (*a* – большее основание трапеции,

c – ее боковая сторона, d – меньшее основание, φ – угол при большем основании, b – высота призмы).

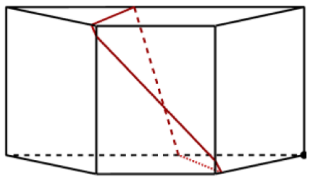


Рис. 1

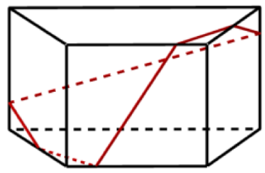


Рис. 2

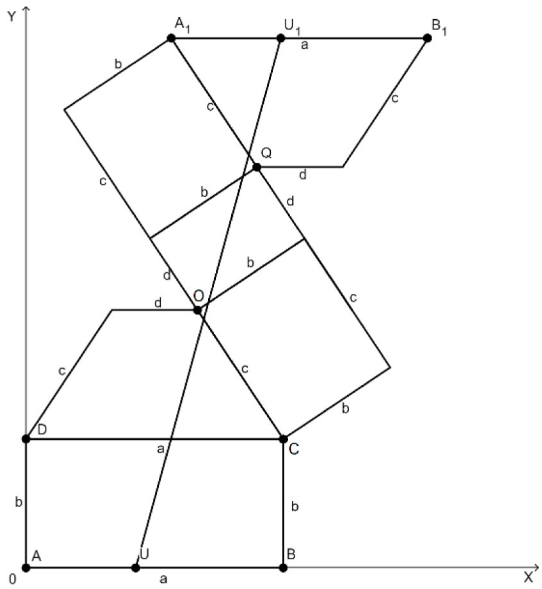


Рис. 3

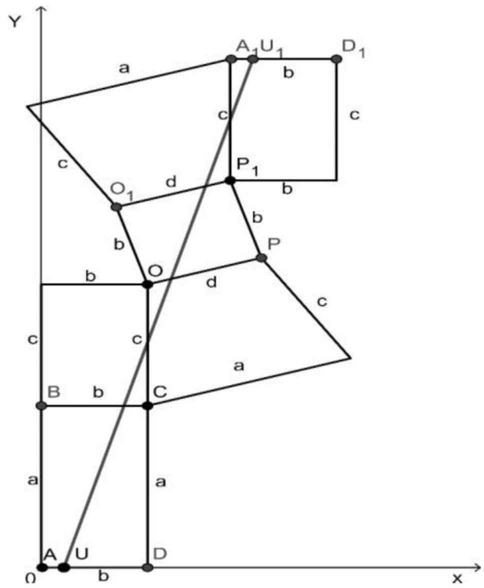


Рис. 4

Уравнения геодезических и их длины для первого случая в декартовой системе координат будут записаны следующим образом.

При всех $a > b$ или $\begin{cases} a = b \\ a \geq c \end{cases}$ геодезическую можно задать уравнением вида:

$$y = \frac{b(cos\varphi+1)+(a-d)tg\varphi+dsin\varphi}{d(1-cos\varphi)+bsin\varphi}x + m,$$

где $$\begin{cases} m > b(1 + cos\varphi) + \dfrac{a-d}{2}tg\varphi + dsin\varphi - k(d + \dfrac{a-d}{2} + sin\varphi b - dcos\varphi) \\ m < b + \dfrac{a-d}{2}tg\varphi - k\left(a - \dfrac{a-d}{2\cos\varphi}\right). \end{cases}$$

При всех $a < b$ или $\begin{cases} a = b \\ a < c \end{cases}$ геодезическую можно задать уравнением вида:

$$y = \frac{b(cos\varphi+1)+(a-d)tg\varphi+dsin\varphi}{d(1-cos\varphi)+bsin\varphi}x + m,$$

где $$\begin{cases} m < 0 \\ m > b - k\left(a - \frac{a-d}{2}\right). \end{cases}$$

$$L = \sqrt{(d(1-cos\varphi) + bsin\varphi)^2 + (b(cos\varphi + 1) + sin\varphi(\frac{a-d}{\cos\varphi} + d))^2}.$$

Уравнения геодезических и их длины для второго случая:

$$y = \frac{b(cos\varphi + 1) + (a - d)tg\varphi + dsin\varphi}{d(1 - cos\varphi) + bsin\varphi}x + m.$$

На коэффициент m в этом случае наложено следующее ограничение:

$$\begin{cases} m > a + \dfrac{a - d}{2cos\varphi} + (d - bctg\varphi)cos\varphi + \dfrac{b}{sin\varphi} - k(dsin\varphi + b(1 - cos\varphi)) \\ m < a + \dfrac{a - d}{2cos\varphi} - kb \end{cases}.$$

Когда же множество геодезических в данной развертке ограничено полосой между прямыми, параллельными геодезической и проходящей через точки A и C, то $y = \frac{b(cos\varphi+1)+(a-d)tg\varphi+dsin\varphi}{d(1-cos\varphi)+bsin\varphi}x + m$, где $\begin{cases} m < 0 \\ m > a - kb \end{cases}$.

Это утверждение справедливо для тех случаев, при которых коэффициент наклона геодезической меньше коэффициента наклона прямой CP_1. Условие, при выполнении которого геодезическая в данной развертке существует:

$$\begin{cases} k > \dfrac{a}{b} \\ k < \dfrac{a(2cos\varphi + 1) - d}{2bcos\varphi} \end{cases}.$$

Тогда формула для нахождения длины такой геодезической во второй развертке:

$$L = \sqrt{\left(a + \frac{a-d}{cos\varphi} + (d - bctg\varphi)cos\varphi + \frac{b}{sin\varphi}\right)^2 + (d(1 - cos\varphi) + bsin\varphi)^2}.$$

Библиографический список

1. Кизбикенов К.О., Попов А.А. Шестизвенные замкнутые геодезические на прямоугольном параллелепипеде // Известия Алтайского государственного университета. 2013. № 1-1 (77). С. 45–49.
2. Протасов В.Ю. Замкнутые геодезические на поверхности симплекса // Математический сборник. 2007. Т. 198, № 2. С. 103–120.

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ ПРИ РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Ш.Ш. Файзиев

*Научный руководитель **Г.Н. Гиматдинова,***
учитель математики
Средняя школа № 150 им. В.С. Молокова, г. Красноярск

В работе рассматриваются примеры применения комплексных чисел при решении уравнений второй и третьей степени, при доказательстве тригонометрических тождеств.
Ключевые слова: *комплексные числа, мнимая единица, формула Муавра, формула Кардано, синус и косинус тройного угла.*

Число в математике является одним из важных понятий. В разные периоды развития человечества это понятие включало в себя многообразное содержание. Постепенно появлялись натуральные, целые, рациональные и иррациональные числа, и наконец, действительные числа. Многие математики крайне неохотно признавали существование комплексных чисел. Достаточно остро возник вопрос о комплексных числах в XVI в., когда математики занимались решением кубических уравнений. Большой вклад в это дело внес Леонард Эйлер, который доказал существование мнимых чисел и распространил вычисления с ними на все разделы математики. Также он предположил, а в 1799 г. Карл Фридрих Гаусс доказал, что над комплексными числами можно совершать все математические операции, не выходя при этом за рамки этих чисел. Таким образом, комплексные числа стали теми объектами, без которых нельзя обойтись не только в математике, но и в картографии, электротехнике, гидродинамике, теории фильтрации почв, теоретической физике, квантовой механике и других. Под комплексными числами понимаются числа вида $a + bi$, где a и b – действительные числа, i – мнимая единица, квадрат которой равен минус единице [1, с. 243]. В настоящее время комплексные числа в математике используются гораздо шире, чем действительные. Действительные числа – это только часть множества комплексных чисел. Анализ научной литературы показал, что комплексные числа применяются как при решении алгебраических заданий, так и при решении геометрических задач [2, с. 6].

Рассмотрим примеры применения комплексных чисел при решении уравнений второй и третьей степени, а также при доказательстве тригонометрических тождеств.

Так, при решении квадратного уравнения, в случае, если дискриминант отрицательный, действительных корней не имеется, а если выходить за рамки действительных чисел, то получается, что мы можем вычислить корни.

Пример 1. Решим квадратное уравнение $x^2 + 6x + 10 = 0$,

$$x_{1,\,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 * 1 * 10}}{2 * 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{-6 \pm 2i}{2} = -3 \pm i.$$

Пример 2. Решим уравнение третьей степени по формуле Кардано: $x^3 - 6x^2 + 57x - 196 = 0$. Пусть $b = -6$, $h = 3$, $x = y + 3$, тогда

$(y + 2)^3 - 6(y + 2)^2 + 57(y + 2) - 196 = 0$,

$y^3 + 6y^2 + 12y + 8 - 6y^2 - 24y - 24 + 57y + 114 - 196 = 0$,

$y^3 + 45y - 98 = 0$. Здесь $p = 45$, $q = -98$, поэтому $Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$,

$Q = \frac{45^3}{27} + \frac{(-98)^2}{4} = 3375 + 2401 = 5776$. Так как $Q > 0$, уравнение имеет один вещественный корень и 2 сопряженных комплексных корня:

$$\alpha = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}} = \sqrt[3]{-\frac{-98}{2} + \sqrt{5776}} = \sqrt[3]{49 + 76} = \sqrt[3]{125} = 5,$$

$$\beta = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}} = \sqrt[3]{-\frac{-98}{2} - \sqrt{5776}} = \sqrt[3]{49 - 76} = \sqrt[3]{-27} = -3.$$

$x_1 = 5 - 3 = 2$, $x_{2,3} = -\frac{5-3}{2} \pm i\frac{5+3}{2}\sqrt{3} = -1 \pm 4\sqrt{3}i$. Ответ: 2, $-1 \pm 4\sqrt{3}i$.

Пример 3. Применим формулу Муавра для доказательства тригонометрических тождеств: выразить $\cos 3x$ и $\sin 3x$ через $\cos x$ и $\sin x$.

Запишем формулу Муавра при $n = 3$: $(\cos x + i\sin x)^3 = \cos 3x + i\sin 3x$.

Левую часть раскроем по формуле куба суммы:

$$(\cos x + i\sin x)^3 = \cos^3 x + 3i\cos^2 x\sin x + 3\cos x\,(i\sin x)^2 + (i\sin x)^3 =$$
$$= \cos^3 x + 3i\cos^2 x\sin x + 3\cos x\, i^2\sin^2 x + i^3\sin^3 x =$$
$$= \cos^3 x + 3i\cos^2 x\sin x - 3\cos x\,\sin^2 x - i\sin^3 x =$$
$$= (\cos^3 x - 3\cos x\,\sin^2 x) + i\,(3\cos^2 x\sin x - \sin^3 x).$$

Итак, $(\cos^3 x - 3\cos x\,\sin^2 x) + i\,(3\cos^2 x\sin x - \sin^3 x) = \cos 3x + i\sin 3x$.

Используя условие равенства комплексных чисел, получаем:

$\cos^3 x - 3\cos x\,\sin^2 x = \cos 3x$, $\cos^3 x - 3\cos x\,(1 - \sin^2 x) = \cos 3x$,

$\mathbf{4\cos^3 x - 3\cos x = \cos 3x}$, $3\cos^2 x\sin x - \sin^3 x = \sin 3x$,

$3\,(1 - \sin^2 x)\sin x - \sin^3 x = \sin 3x$, $\mathbf{3\sin x - 4\sin^3 x = \sin 3x}$.

В этом примере мы вывели формулы тройного аргумента. Эти же формулы можно получить без использования комплексных чисел, применяя формулы косинуса и синуса суммы аргументов и далее используя формулы тригонометрических формул двойного аргумента [1, с. 214].

Синус тройного угла: $\sin 3x = \sin(2x + x) = \sin 2x\cos x + \cos 2x\sin x = = (2\sin x\cos x)\cos x + (\cos^2 x - \sin^2 x)\sin x = 2\sin x\cos^2 x + \cos^2 x\sin x - \sin^3 x = 3\cos^2 x\sin x - \sin^3 x = 3(1 - \sin^2 x)\sin x - \sin^3 x = 3\sin x - 4\sin^3 x$.

Косинус тройного угла:

$$\cos 3x = \cos(2x + x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x -$$
$$-2 \sin x \cos x * \sin x = \cos^3 x - \sin^2 x \cos x - 2\sin^2 x \cos x =$$
$$= \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3(1 - \cos^2 x) \cos x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x.$$

Таким образом, были сделаны первые шаги по изучению комплексных чисел и их использованию при решении практических задач. В дальнейшем применение чисел можно встретить не только в учебниках по математике, но и в специальной технической литературе, где отображается их реальный смысл.

Библиографический список

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). М.: Мнемозина, 2009. Ч. 1.
2. Понарин Я.П. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах: книга для учащихся математических классов школ, учителей и студентов педагогических вузов. М.: МЦНМО, 2004.

ДРУГИЕ ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

А.А. Шарифова
Научный руководитель ***Ю.Е. Зонненберг,***
учитель математики
Средняя школа № 144, г. Красноярск

В работе осуществлены поиск и доказательство новых признаков равенства треугольников, не изучаемых в школьном курсе геометрии. Приведены признаки равенства треугольников по трем элементам, включающим замечательные линии треугольника (медиана, высота).
Ключевые слова: ***треугольник, признаки равенства треугольников.***

Треугольники называются равными, если они имеют соответственно равные стороны и равные углы. Возможно установление равенства двух треугольников при использовании трех элементов. Но при этом возникает вопрос: «Какие именно три элемента нужно назвать для установления равенства двух треугольников»? В курсе геометрии 7 класса приводятся три признака равенства треугольников, которые используются при решении определенного типа задач. Эти признаки основаны на равенстве трех элементов треугольников (стороны и углы) в различной их комбинации.

В справочнике по элементарной математике М.Я. Выгодского [1] был предложен четвертый признак: если две стороны и угол, лежащий против большей из них, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу, лежащему против большей из них, другого треугольника, то такие треугольники равны.

В настоящей работе осуществлено расширение теоретической базы по признакам равенства треугольников путем «модернизирования» известных признаков, а также добавления к сторонам и углам, используемым в классических признаках равенства, других компонент: медианы и высоты треугольника.

Таким образом, нами были сформулированы и доказаны следующие признаки равенства треугольников:

– по стороне и двум углам, один из которых лежит напротив стороны, а другой прилежит к ней;
– по двум сторонам и высоте, проведенной к одной из них;
– по двум сторонам и высоте, проведенной к третьей стороне;
– по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из них;
– по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.

Приведем примеры доказательства нестандартных признаков равенства треугольников, нами рассмотренных.

Теорема 1. *Если сторона и два угла, один из которых лежит напротив стороны, а другой прилежит к ней, одного треугольника соответственно равны стороне и двум углам, один из которых лежит напротив стороны, а другой прилежит к ней, другого треугольника, то такие треугольники равны.*

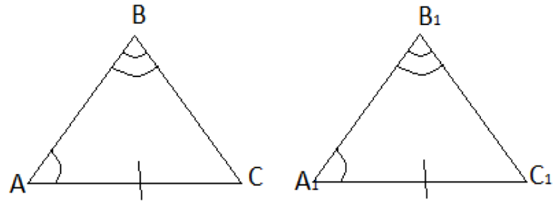


Рис. 1

Дано: $\Delta\ ABC$, $\Delta\ A_1B_1C_1$,
$\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $AC=A_1C_1$.
Доказать, что: $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$.

Доказательство:

1. $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$ (по условию), следовательно, по свойству углов треугольника, $\angle C=\angle C_1$.

2. Тогда $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ (по стороне и прилежащим к ней углам).

Что и требовалось доказать.

Теорема 2. *Если две стороны и медиана, проведенная к одной из них, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и медиане, проведенной к одной из них, другого треугольника, то такие треугольники равны.*

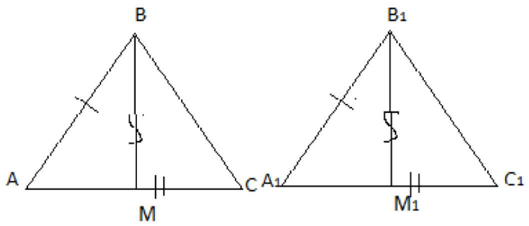


Рис. 2

Дано: $\Delta\ ABC$, $\Delta\ A_1B_1C_1$,
$AB = A_1B_1$, АС = A_1C_1,
$BM = B_1M_1$ – медианы.

Доказать, что: $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$.

Доказательство:

1. Т. к. BM и B_1M_1 – медианы, то $AM=MC$ и $A_1M_1=M_1C_1$ (по определению).

2. $AC= A_1C_1$ (по условию), следовательно, $AM=A_1M_1$ (см. пункт 1).

3. Тогда имеем: $\Delta ABM= \Delta A_1B_1M_1$ (по трем сторонам), следовательно, $\angle A=\angle A_1$.

4. Таким образом, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ (по двум сторонам и углу между ними).

Что и требовалось доказать.

В ходе исследования мы выяснили, что, помимо трех основных признаков равенства треугольников, можно указать немало других. Нами были сформулированы и доказаны признаки равенства треугольников по медиане, высоте, в сочетании со сторонами треугольника, модернизированный второй признак. В дальнейшем планируется рассмотреть признаки равенства треугольников, используя биссектрису угла в комбинации не только со сторонами и углами треугольника, но и с замечательными линиями, уже изученными. Кроме того, планируется осуществить поиск геометрических задач на построение, доказательство и вычисление, решение которых можно провести с помощью новых признаков равенства треугольников.

Библиографический список

1. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. М., 2006. 509 с.

НЕПРАВИЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ

Д.П. Шевелева
Научный руководитель ***В.А. Масленкова,***
учитель математики
Лицей № 2, г. Красноярск

В статье рассматриваются условия существования некоторых математических формул.
Ключевые слова: ***формула, математика, преобразования.***

Может ли неверная формула давать верный результат? Что вы скажете по поводу формулы:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a-c}{b-d}?$$

Скажите, она не верна? А как же:

$$\frac{5}{3}-\frac{9}{9}=\frac{5-9}{3-9}?$$

Случайность? Еще один пример:

$$\frac{9}{2}-\frac{12}{4}=\frac{9-12}{2-4}.$$

Но так, конечно, будет не всегда. При каких положительных *a, d, c, d* будет верна эта формула? Преобразуем левую часть формулы:

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-cb}{bd}.$$

Получим:

$$\frac{ad-cb}{bd}=\frac{a-c}{b-d}.$$

По свойству пропорции:

$$(a-c)bd=(ad-cb)(b-d),$$

$$abd-bcd=abd-ad^2-cb^2+cbd.$$

Следовательно,

$$ad^2=2bcd-cb^2. \qquad (*)$$

Разделим на cd^2:

$$\frac{a}{c}=2\frac{b}{d}-\left(\frac{b}{d}\right)^2,$$

или

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\left(2-\frac{b}{d}\right).$$

Теперь мы можем взять любые положительные неравные числа b и d и найти подходящие a и c.

Например, возьмем $b = 2$, $d = 3$. Получим:

$$\frac{a}{c} = \frac{2}{3}\left(2 - \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}.$$

Следовательно, $a = 8$, $c = 9$. Проверим выполнение формулы

$$\frac{8}{2} - \frac{9}{3} = \frac{8-9}{2-3},$$

$$4 - 3 = \frac{-1}{-1}$$

верно.

Заметим, что в этом примере можно было взять $a = 16$, $c = 18$. Проверим выполнение формулы:

$$\frac{16}{2} - \frac{18}{3} = \frac{16-18}{2-3},$$

$$8 - 6 = \frac{-2}{-1}$$

верно.

Если аналогично поступить с b и d, то получим также верное равенство.

Сделаем вывод.

Из любого набора чисел *a, b, c, d*, подходящего в формулу, можно получить бесконечное количество подходящих наборов, умножая *a и c, b и d* на любые натуральные числа.

Заметим, что во всех приведенных примерах хотя бы одна из дробей $\frac{a}{b}$ или $\frac{c}{d}$ сократимая. Но, если заменить их на равные им несократимые дроби, то равенство нарушится. Например,

$$\frac{5}{3} - \frac{9}{9} = \frac{5-9}{3-9},$$

но

$$\frac{5}{3} - \frac{1}{1} \neq \frac{5-1}{3-1}.$$

Существует ли пример, в котором обе дроби несократимые?

Предположим, что НОД(a, b) = 1, НОД(c, d) = 1, НОД(b, d) = k, НОД(a, c) = m. Тогда, $b = kb_1, d = kd_1$, где $НОД(b_1, d_1) = 1$, $a = ma_1, c = mc_1$, где $НОД(a_1, c_1) = 1$. Подставим в формулу (*)

$$ma_1(kd_1)^2 = 2kb_1mc_1kd_1 - mc_1(kb_1)^2,$$

$$ma_1k^2d_1^2 = 2kb_1mc_1kd_1 - mc_1k^2b_1^2.$$

Разделим на mk^2

$$a_1 d_1^2 = 2b_1 c_1 d_1 - c_1 b_1^2,$$

или

$$a_1 d_1^2 = b_1 c_1 (2d_1 - b_1).$$

Правая часть делится на b_1, значит, и левая часть делится на b_1. Но множители левой части взаимно просты с b_1. Значит, $b_1 = 1$. Аналогично $c_1 = 1$. Тогда

$$a_1 d_1^2 = 2d_1 - 1,$$

или

$$2d_1 - a_1 d_1^2 = 1,$$

$$d_1(2 - a_1 d_1) = 1.$$

Отсюда $d_1 = 1$, значит, $d_1 = b_1$. Но в этом случае правая часть формулы не имеет смысла.

Сделаем вывод:

Существует бесконечное количество *a, b, c, d*, подходящих в формулу, но в любом случае хотя бы одна из дробей $\frac{a}{b}$ или $\frac{c}{d}$ – сократимая.

Интересно следующее: можно ли произвольные две несократимые дроби преобразовать в сократимые так, чтобы они удовлетворяли формуле?

Например,

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{4}{6} = \frac{3-4}{3-6} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}.$$

На этот вопрос мы пока не знаем ответ.

Библиографический список

1. Ярский А. С. О пользе математики для ковбоев // Квант. 1988. № 2.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

О ЦИФРОВОМ ПОДХОДЕ К ИЗУЧЕНИЮ СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ВЕКТОРОВ В 9 КЛАССЕ

А.А. Алексашов, М.С. Дудник
Научный руководитель ***В.Р. Майер,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В работе представлен подход к изучению в 9 классе темы «Скалярное произведение векторов» с использованием динамической среды Живая математика и созданных при участии обучающихся на базе этой среды собственных инструментов пользователя.
Ключевые слова: ***среда Живая математика, собственные инструменты пользователя, скалярное произведение векторов.***

При изучении планиметрического материала в 9 классе широко используется метод координат, основу которого составляют понятия вектора, операций над векторами, векторного метода. Освоить эти понятия удается далеко не всем. По нашему мнению, связано это, прежде всего, со спецификой векторного метода, который отличается от знакомого обучающимся классического подхода более высокой степенью абстрактности и дефицитом наглядности. К этому следует добавить и недостаточно развитое пространственное воображение большинства обучающихся, что не позволяет им свободно оперировать геометрическими понятиями и объектами.

Существует большое количество планиметрических задач на применение векторного метода, которые можно решить, используя в том числе и понятие скалярного произведения векторов. Для динамической визуализации процесса применения этого произведения к конкретным векторам нами в среде Живая математика [1] разработан собственный инструмент пользователя, техническое задание на разработку которого представлено ниже.

На рабочем поле должны быть изображены два вектора. Пользователь выбирает нужный инструмент и последовательно подсвечивает: а) начало и конец первого вектора; б) начало и конец второго вектора. На рабочем поле должен появиться динамический текстовый объект, содержащий числовое значение скалярного произведения векторов, величину угла между этими векторами и косинус этого угла. Динамическим мы называем такой текстовый объект, который содержит информацию об исследуемом чертеже, при условии, что эта информация постоянно и синхронно изменяется в зависимости от динамических изменений чертежа.

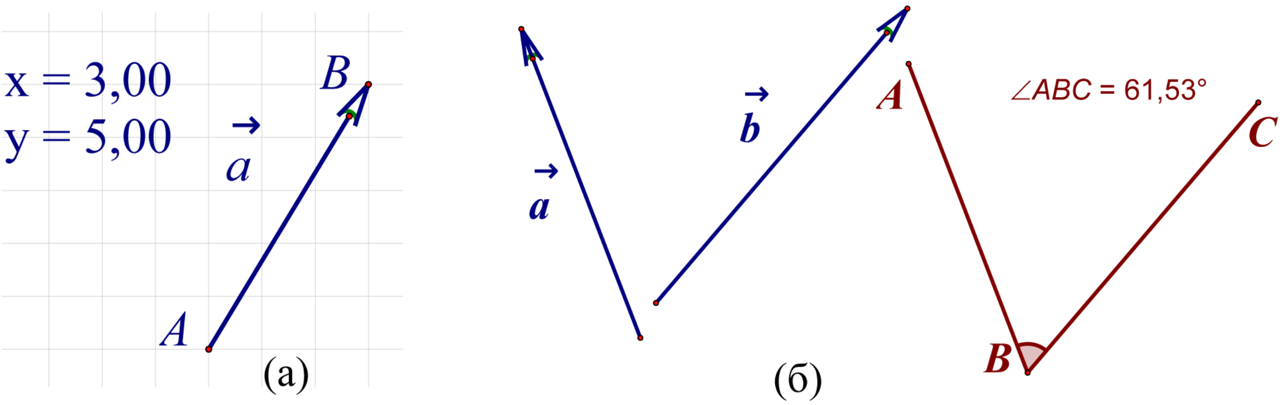


Рис. 1. Инструменты «Координаты вектора» и «Угол между векторами»

В процессе конструирования собственного инструмента «Скалярное произведение векторов» нам потребовалось создать вспомогательные инструменты. Так, на рис. 1 (а) и (б) представлены динамические чертежи, полученные в результате применения инструментов «Координаты вектора» и «Угол между векторами». В работе над инструментами принимали активное участие заинтересованные обучающиеся. Отметим, что при создании инструмента «Координаты вектора» проводятся (с помощью встроенного в среду Живая математика графического калькулятора) вычисления, которые обсуждались на уроках геометрии, а именно, от координат точки B вычитаются соответствующие координаты точки A. При создании инструмента «Угол между векторами» строились точки A, B и C (рис. 1 (б)) такие, что направленный отрезок BA задавал вектор, равный вектору $\vec{a}$, а направленный отрезок BC – вектор, равный вектору $\vec{b}$, т. е. изображался угол, точки на сторонах которого вместе с вершиной угла задают векторы, равные данным. Этот алгоритм неоднократно выполнялся обучающимися на уроках геометрии.

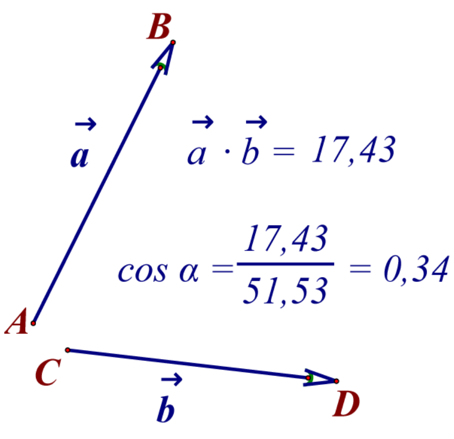


Рис. 2. Инструмент «Скалярное произведение векторов»

На рис. 2 визуализирован результат применения созданного нами инструмента «Скалярное произведение векторов». С помощью второго вспомогательного инструмента «Угол между векторами» можно изобразить не только искомый угол, но и вывести на экран текстовый объект, содержащий величину этого угла, который равен углу между исследуемыми векторами (рис. 1 (б)).

Какие дидактические преимущества при обучении векторному методу дает применение разработанных нами инструментов пользователя? В качестве основных отметим следующие два дидактических преимущества.

Во-первых, динамическая устойчивость чертежа, построенного с помощью инструмента, позволяет в режиме реального времени наблюдать за поведением «скалярного произведения» в результате изменения положения данных векторов. У обучающихся появляется возможность существенно пополнить объем нового для них понятия. Например, выяснить, как должны располагаться по отношению друг к другу данные векторы, чтобы скалярное произведение оказалось: равным нулю, отрицательным или положительным.

Во-вторых, с помощью разработанного нами инструмента, а именно благодаря тому, что на рабочем поле изображается не только чертеж, но и вычисленные значения, у обучающегося появляется возможность оперативно проверить результаты самостоятельно найденного скалярного произведения векторов, т. е. провести самопроверку (или верификацию) решения задачи.

Библиографический список

1. Живая Математика 5.0: Сборник методических материалов / сост.: Г.А. Аджемян, В.Н. Дубровский и др. М.: ИНТ, 2013. 205 с.

ОБ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОМ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ» В СТИЛЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

Т.Е. Боровцова, Д.Э. Исаева
Научный руководитель ***В.Р. Майер,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет В.П. Астафьева

В работе на примере изучения темы «Подобные треугольники» обсуждается экспериментальный подход к формированию исследовательских умений обучающихся 8 класса с использованием среды Живая математика. Приведены примеры заданий, выполнение которых предполагает проведение учебных компьютерных экспериментов.
Ключевые слова: ***Живая математика, исследовательский подход, экспериментальная математика, геометрия, подобные треугольники.***

Тема «Подобные треугольники» является важнейшей в школьном курсе геометрии. Понимание свойств и признаков подобных треугольников существенно влияет на умение решать задачи любой сложности, причем не только в геометрии, но и механике, оптике и даже астрономии. Аккуратное доказательство признаков подобия треугольников, в отличие от аналогичных признаков их равенства, не является легкой «прогулкой» по этой теме курса геометрии. Далеко не всем обучающимся удается разобраться во всех тонкостях и нюансах их дедуктивного обоснования.

Один из способов повысить мотивацию к изучению геометрии вообще и темы «Подобие треугольников» в частности – это проведение серии уроков в стиле экспериментальной математики. При этом в качестве одного из средств обучения целесообразно использовать среду Живая математика [1] или любой ее аналог. Можно предложить обучающимся, практически сразу после определения подобных треугольников, выяснить, а существуют ли такие треугольники вообще? Учитель изображает на рабочем поле среды Живая математика произвольный треугольник ABC и просит построить подобный ему треугольник.

Один из возможных вариантов построения: на стороне AB выбираются произвольные точки A_1 и B_1, через A_1 проводится прямая, параллельная AC, через B_1 – параллельная BC, точку пересечения построенных прямых обозначим C_1. Построим треугольник $A_1B_1C_1$ (рис. 1 (а)), измерим все стороны и углы треугольников ABC и $A_1B_1C_1$. Вычислим отношения соответственных сторон, сравним величины соответственных углов, выберем опцию «Заполнять таблицу». Меняя с помощью мыши расположение точек A_1 и B_1, проведем серию испытаний (рис. 1 (а), (б), (в)) с автоматическим заполнением таблицы (рис. 2), каждое из которых доказывает существование подобных треугольников с различными коэффициентами подобия.

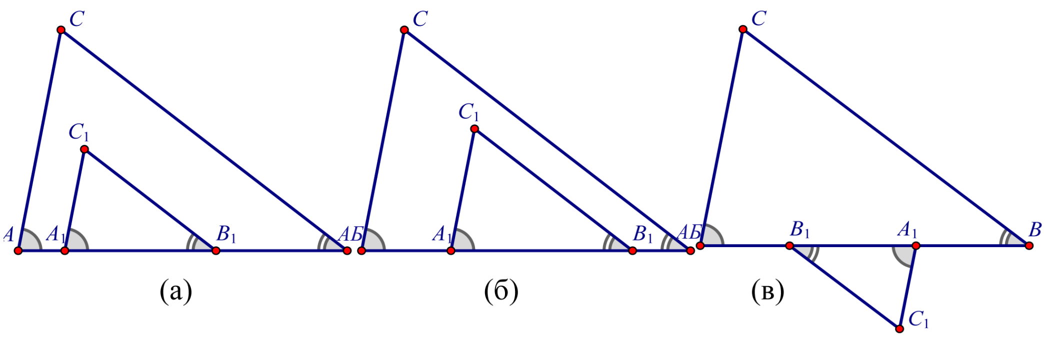


Рис. 1. Существование подобных треугольников

Следует отметить, что еще до начала испытаний обучающиеся не могут не заметить равенство углов при вершинах A и A_1, B и B_1 (соответственные углы при параллельных прямых и секущей AB). Но ведь пропорциональность трех пар соответственных сторон никто специально не создавал, и она не вытекает ни из каких известных обучающимся формул и теорем геометрии.

$\frac{AB}{A_1B_1}$	$\frac{AC}{A_1C_1}$	$\frac{BC}{B_1C_1}$	$\angle BAC$	$\angle B_1A_1C_1$	$\angle ABC$	$\angle A_1B_1C_1$	$\angle ACB$	$\angle A_1C_1B_1$
2,16	2,16	2,16	79,42°	79,42°	38,68°	38,68°	61,89°	61,89°
3,64	3,64	3,64	79,42°	79,42°	38,68°	38,68°	61,89°	61,89°
2,60	2,60	2,60	79,42°	79,42°	38,68°	38,68°	61,89°	61,89°

Рис. 2. Таблица с результатами испытаний

Таким образом, совокупность всех испытаний должна «подсказать» предположение (гипотезу) о подобии треугольников по равенству всего лишь двух пар соответственных углов (первый признак подобия треугольников).

Сформулируем еще одно задание по теме «Подобные треугольники», которое предполагает проведение учебного эксперимента.

Задание. Исследуйте, существует ли зависимость между значением отношения площадей двух подобных треугольников и коэффициентом подобия. Если такая зависимость имеет место, то сформулируйте гипотезу о том, какой вид имеет формула, выражающая эту зависимость. Подтвердите корректность гипотезы (формулы) компьютерным экспериментом. Логически обоснуйте эту формулу, доказав соответствующее утверждение.

Подводя итог, отметим, что в соответствии с нашими исследованиями можно сделать следующий вывод, который полностью согласуется с мнением ряда практикующих учителей и ученых (смотри, например, статью [2]): проведение компьютерных экспериментов с использованием среды Живая математика вызывает большой интерес у обучающихся и может стать отличным средством формирования исследовательских умений обучающихся.

Библиографический список

1. Живая математика: сборник методических материалов. М.: ИНТ, 2012. 176 с.
2. Суховиенко Е.А. Программная среда виртуального геометрического конструирования Живая математика в работе учителя математики // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2013. № 15. С. 370–373.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММЫ GEOGEBRA ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

Д.В. Бочкарева
Научный руководитель ***В.Р. Майер,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В настоящее время стало весьма актуальным применение динамических сред для повышения качества математического образования. В статье рассматривается использование системы динамической геометрии GeoGebra при изучении темы «Геометрический смысл определенного интеграла».
Ключевые слова: ***системы динамический геометрии, GeoGebra, определенный интеграл, геометрические приложения определенного интеграла.***

Для преподавателей математики далеко не секрет, что студенты часто имеют проблемы с пониманием определения определенного интеграла. Но в современном быстроразвивающемся мире на помощь обучающемуся и преподавателю приходят информационные технологии. Образовательные программные продукты способствуют развитию пространственного мышления, улучшают восприятие визуального материала, позволяют экономить время на выполнении арифметических расчетов, дают простор для интеллектуального творчества.

Одним из таких средств являются системы динамической геометрии (СДГ). Весьма популярной и доступной считается среда GeoGebra, ее бесплатно может приобрести любой желающий и легко установить на свой компьютер. Данная СДГ предоставляет возможность для создания динамических текстов и чертежей, при изменении одного из объектов которых остальные также изменяются, сохраняя заданные отношения.

Одним из важнейших понятий математического анализа является определенный интеграл. Для иллюстрации его геометрического смысла и приложений можно воспользоваться средой GeoGebra.

Рассмотрим такие приложения, как объем и площадь поверхности тела вращения. Во-первых, легко можно изобразить как график функции на декартовой плоскости (рис. 1), так и модель тела, образованного вращением графика функции вокруг заданной оси (рис. 2). Во-вторых, программа поможет автоматически выполнить любые вычисления. Например, в поле ввода можно ввести формулу для вычисления значения интеграла на заданном отрезке, тогда как концы отрезка могут менять свои значения [2, с. 74].

Также для наглядности можно совмещать 2D и 3D полотна (рис. 3). На тело вращения можно посмотреть с разных ракурсов, а меняя пределы интегрирования с помощью бегунков или передвижением точек, можно отследить, как будут меняться значения объема и площади поверхности. Получается, что теперь есть возможность заглянуть прямо внутрь всех тех объектов, на которые раньше можно было посмотреть только на статичных страницах учебника.

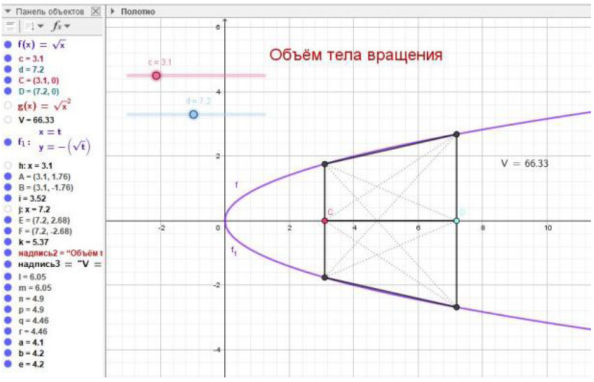


Рис. 1. Пример графика функции

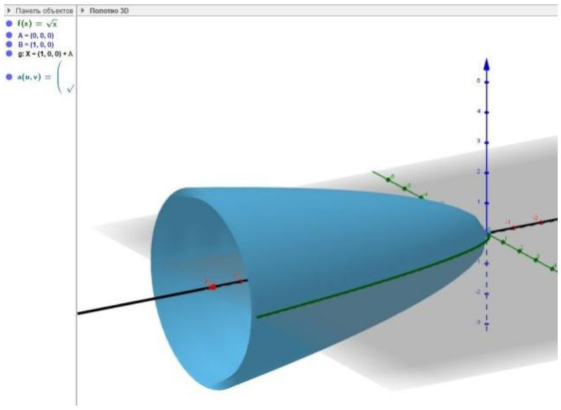


Рис. 2. Пример тела вращения

Системы динамической геометрии способствуют развитию экспериментальной составляющей на занятиях по математике, улучшению навыков построения геометрических интерпретаций математических объектов, созданию «живых» иллюстраций к изучаемому материалу [1].

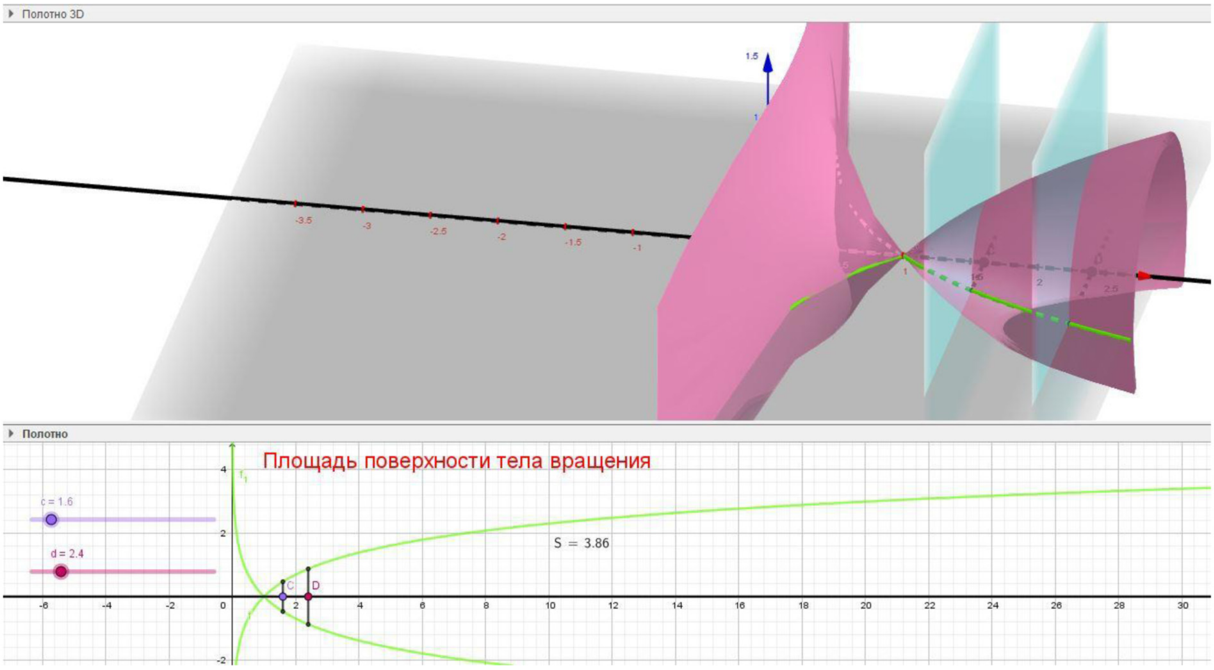


Рис. 3. Пример тела (сверху), образованного вращением графика функции (снизу) вокруг заданной оси

Таким образом, СДГ, в том числе GeoGebra, могу быть использованы как средства для проведения математических экспериментов. С ними в учебный процесс вводятся конструирование и творчество, стимулируется активность обучающихся, больше видна практическая значимость «сухих» математических объектов. Динамические модели способствуют более глубокому пониманию сложных, на первый взгляд абстрактных, тем. Несомненно, системы динамической геометрии повышают эффективность обучения: помогают обучающимся самостоятельно определять свойства объектов, ускорять процесс решения и находить новые для себя факты, то есть осуществляется проектно-исследовательская деятельность.

Библиографический список

1. Козырева Г.Ф. Использование среды GeoGebra для изучения понятия определенного интеграла // Использование современных информационных технологий в образовании: сборник трудов V Всероссийской заочной научно-методической конференции. Армавир, 20 февраля 2018 г. Армавир: Изд-во АГПУ, 2018. С. 71–76.
2. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики: учеб. пособие. Ростов н/Д: Легион, 2015. 192 с.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО РЕШЕНИЮ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНИМАЦИОННЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СРЕДЫ GEOGEBRA

Н.В. Занько
Научный руководитель ***С.В. Ларин****,*
кандидат физико-математических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В школе на уроках тригонометрии рассматриваются в основном тригонометрические уравнения, сводящиеся к простейшим. Статья посвящена решению тригонометрических уравнений, не сводящихся к простейшим, с использованием анимационных возможностей среды GeoGebra. Форма проведения занятий – лабораторная работа со всей ее атрибутикой. При этом осуществляется исследовательский стиль обучения математике в школе. В методическом отношении на школьных занятиях проверялась гипотеза об эффективности использования анимационных рисунков на уроках тригонометрии.
Ключевые слова: ***лабораторная работа, среда GeoGebra, анимационный рисунок, тригонометрические уравнения.***

О лабораторной работе как форме проведения занятий сказано в [1]. С компьютерной программой GeoGebra и ее анимационными возможностями можно познакомиться в [2]. В изложении учебного материала придерживаемся учебника [3] и задачника [4]. Используется Альбом анимационных рисунков по тригонометрии, созданный С.В. Лариным [5].

Решение тригонометрических уравнений, не сводящихся к простейшим, требует нестандартного подхода и может составить учебно-исследовательскую работу. Приведем пример двух лабораторных работ.

Лабораторная работа 1. Решение уравнения $x + \sin x = a$ (3, с. 96–97). Открываем анимационный рисунок из Альбома [5] (рис. 1).

Рис. 1. Анимационно-геометрическое решение уравнения $x + \sin x = a$

Трактуем x как величину дуги EE' единичной окружности. Она представляет собой результат наматывания некоторого отрезка OX на единичную окружность. Тогда отрезок DE' показывает $\sin x$. Геометрически равенство $x + \sin x = a$ означает, что сумма величины дуги x и величины отрезка $\sin x$ оказывается равной данной величине a. Для уточнения области изменения x преобразуем уравнение к виду $\sin x = a - x$. Поскольку $-1 \le \sin x \le 1$, то $-1 \le a - x \le 1$, откуда $a - 1 \le x \le a + 1$. Следовательно, x нужно искать на отрезке $[a-1, a+1]$. Включаем анимацию точки X и выключаем ее в тот момент, когда точка X' попадет в точку A, и если при этом $X = (x_0, 0)$, то $a = x_0 + \sin x_0$, то есть $x = x_0$ – искомый корень данного уравнения.

В конце занятия знакомим учащихся с построением анимационного рисунка 1.

Лабораторная работа 2. Решение уравнений вида $ax^2 + \sin x + b = 0$.

Используется авторский анимационный рисунок 2.

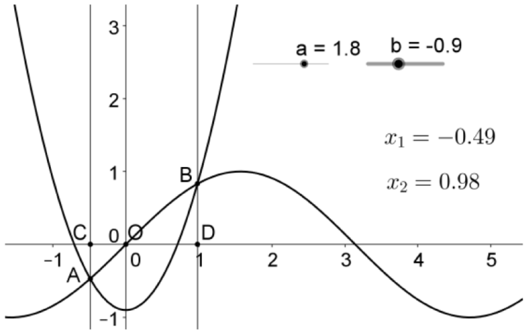


Рис. 2. Анимационно-геометрическое решение уравнения $ax^2 + \sin x = b = 0$

Решение уравнения на лабораторной работе 2 является учебно-исследовательской работой, т.к. предполагает исследование уравнения относительно параметров. К тому же содержащуюся в уравнении элементарную тригонометрическую функцию можно заменить любой другой.

Итоговое тестирование учащихся подтвердило высказанную в начале статьи гипотезу.

Библиографический список

1. Занько Н.В., Ларин С.В., Ларинчикова А.А. Лабораторные работы по алгебре комплексных чисел с использованием анимационных возможностей среды GeoGebra // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 80-летию профессора Ларина Сергея Васильевича. Красноярск, 13–14 ноября 2019 г.: в 2 ч. Красноярск, 2019. Ч. 1. С. 118–122.
2. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики. Ростов-на-Дону: Легион, 2015. 192 с.
3. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для учащихся общеобразоват. учреждений (профильный уровень). 5-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2008. 424 с.
4. Мордкович А.Г., Денищева Л.О., Звавич Л.И. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: в 2 ч. Задачник для учащихся общеобразоват. учреждений (профильный уровень). 5-е изд., доп. М.: Мнемозина, 2008. Ч. 2. 343 с. : ил.
5. GeoGebra: официальный сайт. URL: http://www.geogebra.org/m/nsn4h2sx (дата обращения: 20.03.2020).

ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА КАК СРЕДСТВО ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ К ТУРНИРНЫМ ИСПЫТАНИЯМ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Д.Э. Исаева, Е.Ю. Чепикова
*Научный руководитель **В.Р. Майер**,*
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается методика подготовки обучающихся основной школы к участию в региональных, всероссийских и международных конкурсах и турнирах, содержащих задания по экспериментальной математике. Представлен авторский подход, основой которого является самостоятельное изготовление обучающимися в среде Живая математика специальных динамических чертежей, позволяющих проводить экспериментальные испытания в соответствии с условием задания.
Ключевые слова: ***системы динамической геометрии, экспериментальная математика, Живая математика.***

В настоящее время во многих странах, в том числе и в России, проводятся различные конкурсы и турниры по математике, которые содержат задания экспериментального характера. Так, например, на базе Северного (Арктического) федерального университета им. М.Ф. Ломоносова (САФУ) вот уже шестой год подряд в середине февраля проходит турнир по экспериментальной математике [1]. Цель турнира – вовлечь любителей математики и учащихся всех возрастов в научное творчество, предоставить им, как отмечается М.В. Шабановой и М.А. Павловой в статье [2], «многообразие экспериментальных методов в математике, возможности компьютерных средств поддержки математической деятельности». В 2020 г. турнир получил статус международного, задания для 7, 8 и 9 классов пополнились заданиями и для 5–6 классов.

Для подготовки обучающихся 14 гимназии г. Красноярска к успешному выполнению заданий турнира нами была разработана и апробирована на практике методика, в основе которой лежит самостоятельное изготовление конкурсантами на базе системы динамической геометрии Живая математика динамических чертежей-тренажеров для большинства типов заданий. Поскольку требования к объему статьи не позволяют подробно описать эту методику, продемонстрируем ее реализацию при выполнении первого из шести заданий турнира по экспериментальной математике 2020 г. для 5–6 классов.

Задание 1 («одним росчерком»). На рис. 1 представлено шесть точек, которые необходимо соединить четырьмя отрезками, не отрывая ручки от листа бумаги, чтобы получилась замкнутая ломаная.

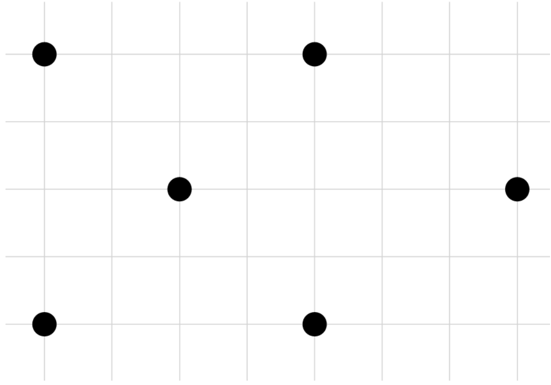


Рис. 1

В среде Живая математика обучающийся создает соответствующий динамический чертеж. Для этого на рабочем поле устанавливается встроенная в среду прямоугольная система координат с соответствующей координатной сеткой. По команде «Построить точку с координатами…» изображаются все заданные условием задачи точки. Выбирается опция «Привязывать точки к сетке», после этого с помощью команды «Отрезок» строится произвольный четырехугольник *ABCD*, вершины которого помещаются в узлы координатной сетки (рис. 2(а)). Стиль изображения вершин четырехугольника выбирается иным, чем данные шесть точек. Мы рекомендуем их делать более крупными и более яркими.

При проведении исследовательского эксперимента необходимо ухватиться мышкой за одну из вершин *A*, *B*, *C* или *D* и переместить ее так, чтобы одна или более одной из данных шести точек оказались на стороне четырехугольника. Рассматривая различные варианты, выбирается такой, чтобы все данные точки оказались на сторонах многоугольника (рис. 2(б)).

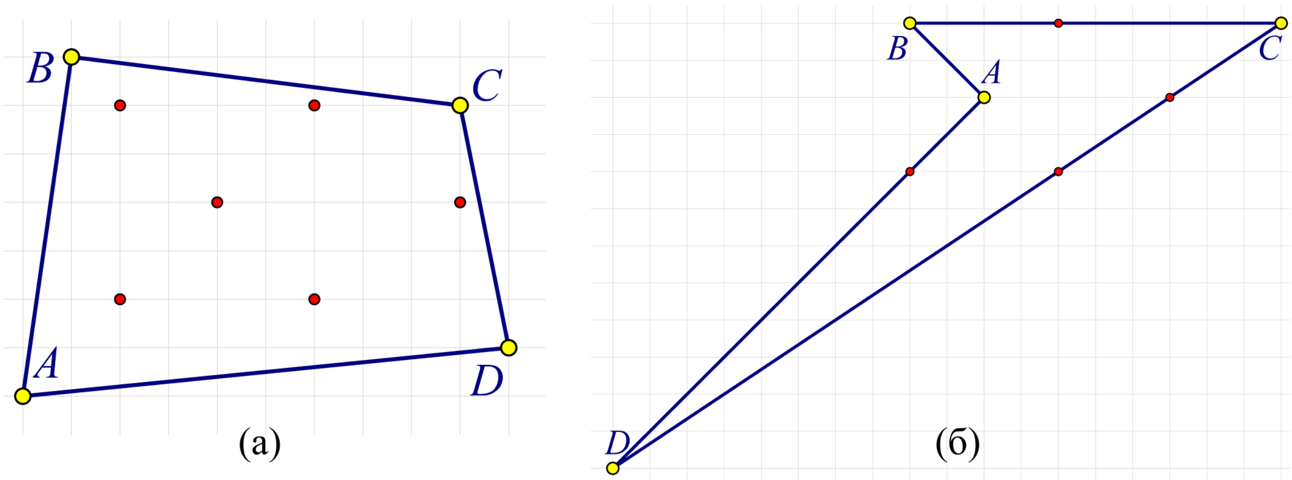


Рис. 2

Поскольку участники турнира ограничены по времени (3 часа), то некоторые динамические чертежи готовятся заранее. Так, например, для выполнения заданий на разрезание фигур, ограниченных многоугольниками, заранее готовятся инструменты пользователя, позволяющие буквально за несколько секунд «разрезать» фигуру на фрагменты и, перемещая их с помощью мыши, проверить реальность той или иной гипотезы.

Подводя итог, отметим, что результатом применения этой методики шестью учениками 6 класса гимназии №14 на VI Международном турнире по экспериментальной математике, проходившем 15 февраля 2020 года, стали одно первое, два вторых и три третьих места.

Библиографический список

1. Официальный сайт Турнира по экспериментальной математике. URL: http://itprojects.narfu.ru/turnir/index.php (дата обращения: 20.03.2020).
2. Павлова М.А., Шабанова М.В. Турнир по экспериментальной математике: опыт подготовки и проведения // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы IV Всероссийской научно-методической конференции с международным участием. Красноярск, 2015. С. 83–88.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

А.А. Ларинчикова
*Научный руководитель **С.В. Ларин**,*
кандидат физико-математических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Одной из форм занятий по физике являются лабораторные работы, основная характеристика которых – экспериментальные исследования. Одновременно это качество характеризует исследовательский стиль обучения математике. Исходя из этого, целесообразно лабораторные работы использовать как форму проведения уроков по математике, сохраняя всю ее атрибутику. На лабораторных работах по тригонометрии используются анимационные рисунки как средство визуализации и экспериментального открытия новых знаний. В статье с использованием анимационных рисунков рассматривается довольно трудная тема тригонометрии 10 класса «Преобразования тригонометрических функций», которая по содержанию требует наглядности и формирования геометрического видения алгебраических преобразований тригонометрических функций. Попутно обучаемый приобретает знания информационных технологий для будущего, приобщаясь к цифровому обучению.
Ключевые слова: ***лабораторная работа, среда GeoGebra, анимационный рисунок, преобразования тригонометрических функций.***

Умение добывать знания самостоятельно – важный аспект обучения детей XXI в. Для этого хорошо подходят уроки в форме лабораторных работ, которые широко применяются в преподавании естественнонаучных дисциплин. Основным технологическим инструментом лабораторных работ по математике, представленных в статье, являются анимационные рисунки, выполненные в среде GeoGebra. Это свободно распространяемая динамическая геометрическая система, которая может быть использована для анимационно-геометрического моделирования математики. Использование анимационных рисунков позволяет визуализировать математику, проводить эксперименты и исследования при решении математических задач. Статья является продолжением методических исследований публикации [1]. Первичные сведения об анимационных возможностях среды GeoGebra можно взять из [2]. Представленный в статье материал базируется на учебнике [3]. Используется интернет-ресурс [4].

Лабораторная работа «Преобразования синусоиды»

Открываем анимационный рисунок с изображением синусоиды (рис. 1). На ползунках установлены значения параметров $a=0$, $b=1$, $c=1$, $d=0$. На рисунке видим график функции $y=\sin x$. Изменяем параметр a и видим, что синусоида поднимается или опускается вдоль оси ординат на вектор $\vec{a}$ (рис. 2).

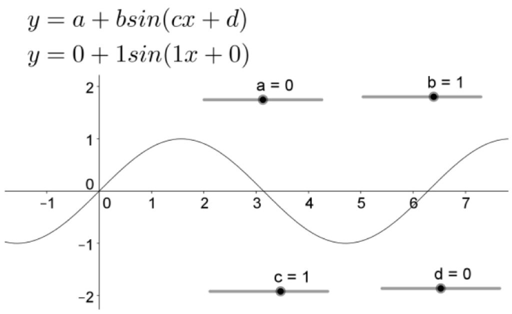


Рис. 1. Синусоида

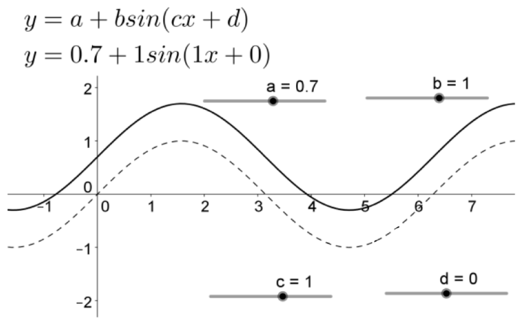


Рис. 2. Изменение параметра a

На анимационном рис. 3 возвращаем значение $a = 0$ и изменяем параметр b. Видим, как синусоида сжимается (растягивается) к оси абсцисс. Коэффициент сжатия (растяжения) равен $b \neq 0$. На анимационном рис. 4 возвращаем $b = 1$ и изменяем параметр c. Наблюдаем как синусоида сжимается (растягивается) к оси ординат. Коэффициент сжатия (растяжения) равен $c \neq 0$.

Наконец, возвращаем значение $c = 1$ и изменяем параметр d. Видим, что при этом синусоида смещается вдоль оси абсцисс на вектор $-\vec{d}$.

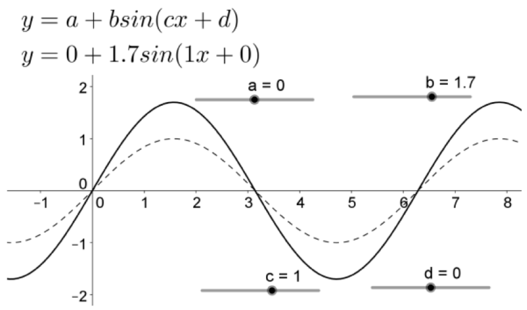


Рис. 3. Изменение параметра b

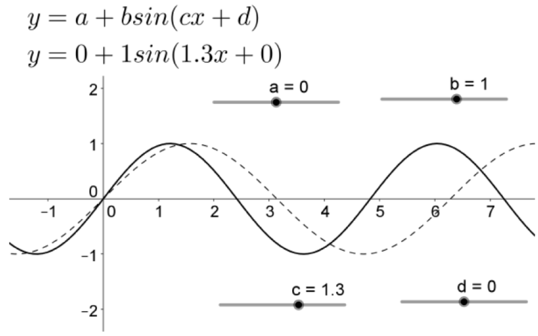


Рис. 4. Изменение параметра c

Практика использования анимационных рисунков показала, что учащиеся лучше усваивают преобразования тригонометрических функций. К тому же на анимационных рисунках можно экспериментировать, обеспечивая исследовательский стиль обучения. Можно направить учащихся на учебно-исследовательскую работу по созданию подобных анимационных рисунков.

Библиографический список

1. Занько Н.В., Ларин С.В., Ларинчикова А.А. Лабораторные работы по алгебре комплексных чисел с использованием анимационных возможностей среды GeoGebra // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 80-летию профессора Ларина Сергея Васильевича. Красноярск, 13–14 ноября 2019 г.: в 2 ч. Красноярск, 2019. Ч. 2. С. 118–122.
2. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики. Ростов-на-Дону: Легион, 2015. 192 с.
3. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для учащихся общеобразоват. учреждений (профильный уровень). 5-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2008. 424 с.
4. GeoGebra: официальный сайт. URL: http://www.geogebra.org/m/nsn4h2sx (дата обращения: 20.03.2020).

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕСТ ТОЧЕК В ДИНАМИЧЕСКОЙ СРЕДЕ GEOGEBRA И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ

О.В. Маслова
Научный руководитель ***Ю.Е. Зонненберг,***
учитель математики
Средняя школа № 144, г. Красноярск

В работе рассмотрен вопрос применения геометрических мест точек в решении задач на построение. Приведен пример решения задачи на построение методом геометрических мест точек, ее пошаговое построение и исследование в динамической среде GeoGebra.
Ключевые слова: ***геометрическое место точек, задача на построение, динамические чертежи.***

Геометрическое место точек (ГМТ) – термин, применяющийся в математике для обозначения множества точек, удовлетворяющих некоторому условию, как правило, геометрического характера. Название связано с представлением о линии как о «месте», на котором располагаются точки.

Проанализировав учебники геометрии, мы пришли к выводу, что теме «Геометрические места точек в курсе геометрии» уделяется недостаточно времени. В школьных учебниках представлена группа задач на применение метода ГМТ и несколько простейших задач на построение. Решение сложных задач по этой теме не предлагается. Однако задачи, решаемые методом ГМТ, являются прекрасным материалом для отработки простейших геометрических преобразований, которые используются в более сложных методах: симметрия, гомотетия и т. д. Задачи на ГМТ развивают логическое мышление, воображение, интуицию, чертежные навыки.

Нами было осуществлено анкетирование обучающихся седьмых классов МАОУ СШ № 144 г. Красноярска. Анкета представляла собой опросник, состоящий из 5 вопросов (форма ответов на вопросы была свободная): 1. Интересны ли вам задачи на построение? 2. Возникли у вас трудности при решении таких задач? 3. Встречались ли вы с понятием геометрические места точек? 4. Хотели бы вы узнать больше о таких задачах и методах их решения? 5. Считаете ли вы нужным научиться решать такие задачи?

По результатам проведенного анкетирования выяснили, что обучающиеся знакомы с элементарными задачами на построение, но затрудняются в ответе на вопросы о том, что такое ГМТ и как их применять в решении задач на построение. Кроме того, результаты анкетирования показали заинтересованность школьников в изучении ГМТ.

Нами рассмотрены не только ГМТ, которые встречаются в школьном учебнике геометрии (как, например, окружность, биссектриса угла и др.), но и некоторые ГМТ, выходящие за рамки школьной программы (например, геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом), а также их применение к решению задач на построение. Кроме того, осуществили динамическую визуализацию изученных ГМТ и задач на построение с их применением в динамической среде GeoGebra.

Приведем пример задачи на построение, решаемой методом ГМТ.

Постройте центр окружности радиуса k, проходящей через данную точку M и касающуюся данной прямой a.

Анализ: Пусть окр. (O, k) – искомая, тогда $M \in$ окр. (O, k), окружность касается прямой a. Так как по условию радиус искомой окружности равен k, то $OM = k$ и точка O принадлежит множеству точек, удаленных от данной точки M на данное расстояние k. А это есть окр. (M, k) – ГМТ1. Так как по условию искомая окружность касается прямой a, то расстояние от центра окружности O до этой прямой равно k и, следовательно, O принадлежит множеству точек, удаленных от данной прямой на данное расстояние. А это есть прямая m такая, что $m \parallel a$, $\rho\ (m,a) = k$ – ГМТ2. Итак, центр O искомой окружности получим как пересечение двух ГМТ: $O = m \cap$ окр. (M, k).

Осуществим пошаговое построение искомой окружности в среде GeoGebra (рис. 1–4).

Рис. 1

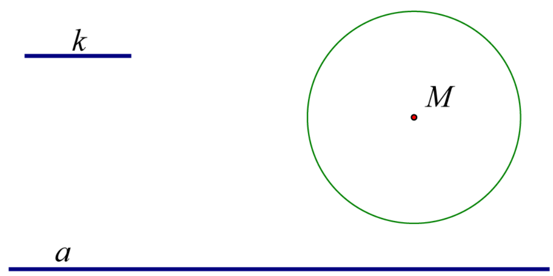


Рис. 2

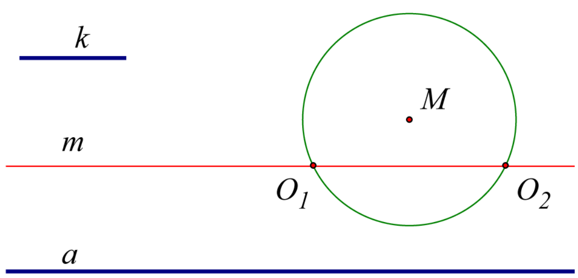


Рис. 3

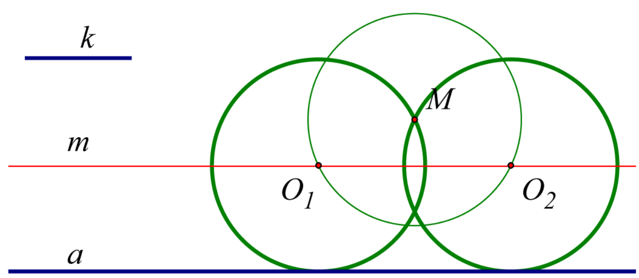


Рис. 4

Поиск ответа на вопрос «Сколько решений имеет данная задача и при каких условиях?» также осуществлялся в среде GeoGebra. На рис. 4–6 показано количество решений в зависимости от расположения вспомогательной окружности окр. (M, k) и длины фиксированного отрезка k.

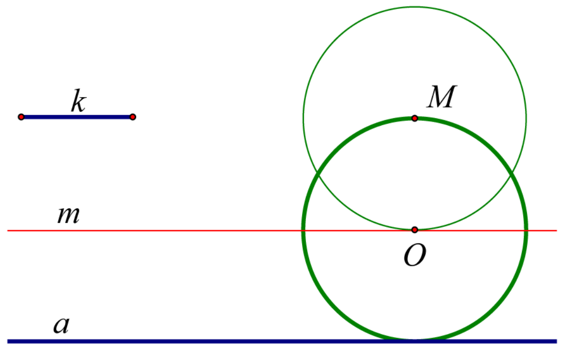


Рис. 5

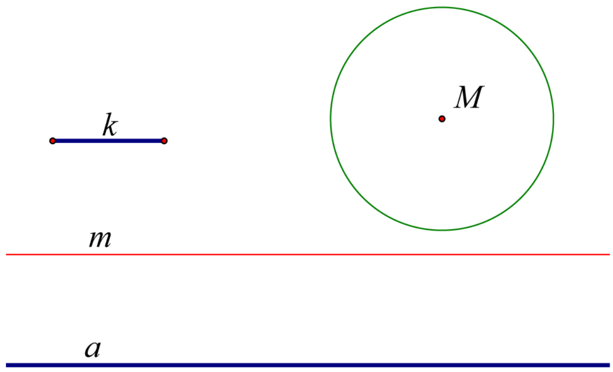


Рис. 6

При написании работы была изучена литература, включающая научные статьи, учебники по математике, рассмотрено практическое применение задач на построение в школьном курсе геометрии [1; 2]. В перспективе планируется изучение ГМТ более высокой сложности и особенностей их применения в решении задач.

Библиографический список

1. Корчажкина О.М. Интерактивные методы построения на плоскости: геометрическое место точек // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2018. Т. 14, № 4. С. 966–976.
2. Стражевский А.А. Задачи на геометрические места точек. М.: Вузовская книга, 2016. 174 с.

РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5 КЛАССОВ ПОСРЕДСТВОМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ В СРЕДЕ ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА

Е.Н. Мухутдинова
Научный руководитель ***В.Р. Майер,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается методика развития пространственного мышления обучающихся 5 класса средствами динамических заданий, созданных в среде Живая математика. Представлены стереометрические анимационные чертежи, созданные в СДГ, обладающие наибольшим потенциалом для формирования необходимого уровня пространственного мышления. Представлен анализ учебно-методической и научной литературы.
Ключевые слова: ***Пространственное мышление, обучение математике в 5 классах, динамические задания, среда Живая математика.***

Многолетний опыт нашей работы показывает снижение геометрической подготовленности обучающихся. Причиной этого, по мнению экспертов, является низкий уровень развития пространственных представлений обучающихся, точнее, пространственного мышления.

Наиболее подходящим периодом для развития образных компонентов мышления является школьный возраст до 12–13 лет. Исследования психологов показали, что представления о геометрических фигурах находятся в стадии прогрессивного развития до 15 лет. Проблема заключается в том, что именно с этого возраста обучающиеся начинают изучать стереометрию.

Обучение начальному курсу геометрии играет важную роль в развитии логического и пространственного мышления обучающихся 5–6 классов. В усвоении и накоплении знаний по основным геометрическим понятиям курс геометрии готовит обучающихся к активному и осмысленному восприятию систематического курса геометрии в средних и старших классах школы, ведь геометрический материал является одним из основных элементов математического образования.

Задача геометрической пропедевтики – развитие у обучающихся 5 классов пространственных представлений, ознакомление с некоторыми свойствами геометрических фигур, формирование практических умений, связанных с построением фигур и измерением геометрических величин. В 5 классах мы используем различные задания, направленные на развитие восприятия и воображения [1].

Проблеме развития пространственного мышления на уроках посвящены работы Л.А. Крутиковой, О.А. Лимоновой, Н.В. Торховой и др. В статье Л.А. Крутиковой, О.А. Лимоновой рассматривается проблема формирования пространственного мышления посредством решения задач с помощью геометрических моделей [1]. Н.В. Торхова в статье обосновывает значимость развития пространственного мышления у обучающихся посредством ИКТ-технологий [2].

Несмотря на большое число публикаций, в том числе связанных с ИКТ, проблема развития пространственного мышления на уроках математики не теряет своей актуальности. Для решения данной проблемы мы воспользовались появившейся на рынке образовательных услуг средой Живая математика и апробировали авторскую методику на ее базе в лицее № 12 г. Красноярска.

Изучение темы «Прямоугольный параллелепипед, пирамида» в 5 классе мы начали со знакомства с фигурами. Сначала они были нарисованы на доске. Обучающимся был выдан список вопросов, на которые они должны были дать ответ. Из 23 человек только 10 смогли ответить на поставленные вопросы.

Затем те же фигуры мы представили в среде «Живая математика», где все модели были анимированы и обучающиеся видели, что все фигуры имеют объем, форму (рис. 1; 2). Некоторые попробовали сами двигать фигуры. Урок прошел более оживленно. Дети с удовольствием называли элементы геометрических фигур. После чего мы дали тот же список вопросов. Из 23 человек справились 18.

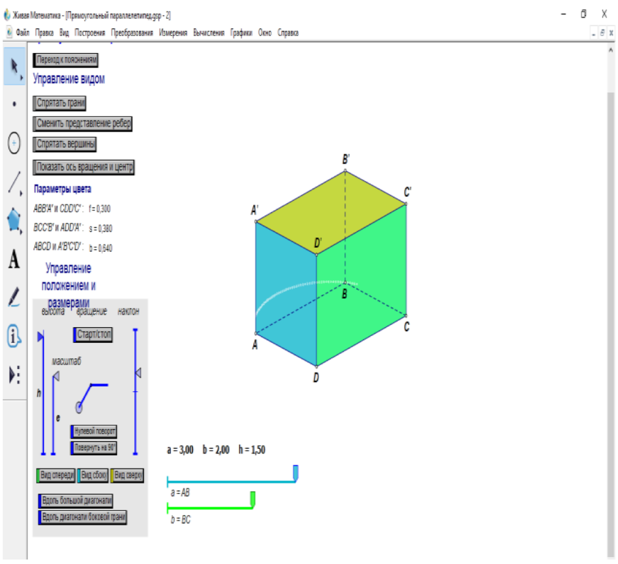


Рис. 1. Динамическая модель прямоугольного параллелепипеда

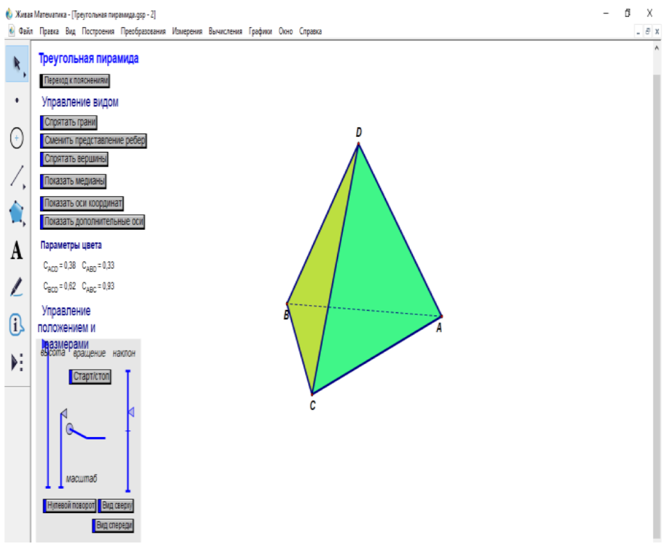


Рис. 2. Динамическая модель пирамиды

По результатам использования нашей методики, связанной с применением в обучении среды Живая математика, мы можем предположить, что уровень сформированности пространственного мышления у школьников стал выше.

Библиографический список

1. Крутикова Л.А., Лимонова О.А. Развитие пространственного мышления на уроках математики через визуализацию геометрических объектов. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_29113002_84747903.pdf (дата обращения: 23.03.2020).
2. Торхова Н.В. Развитие пространственного мышления через использование интерактивных средств обучения на уроках математики. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_35740192_60874612.pdf (дата обращения: 23.03.2020).

АНИМАЦИОННО-ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ВЫЧЕРЧИВАНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

Е.А. Сивухина
Научный руководитель ***С.В. Ларин,***
кандидат физико-математических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В школе рассматривается построение графика функции по точкам с использованием таблицы значений функции, а также с помощью исследования функции с использованием производной. В дополнение предлагаются новый анимационно-геометрический способ вычерчивания графика функции на основе геометрического моделирования операций и ряд тем для организации учебно-исследовательской деятельности учащихся.
Ключевые слова: ***программа GeoGebra, анимационный рисунок, функции, графики.***

Рассмотрим пример и построим график функции на основе геометрического моделирования операций над числами. Отличие от школьных заданий состоит в том, что вместо конкретных коэффициентов мы рассматриваем параметры, значения которых можно изменять перемещением соответствующих точек. В качестве инструментария используем программу GeoGebra [2]. Подробно о геометрическом моделировании операций над числами рассказывается в [1].

Пример 1. Постройте график функции $y = a\sqrt{x} + bx + c$.

Построение (рис. 1). Для построения $\sqrt{x}$ находим середину D отрезка E_1X, проводим окружность с центром в точке D, проходящую через точку X, и отмечаем точку пересечения F окружности с осью ординат. Получаем точку $F(0,\sqrt{x})$
.

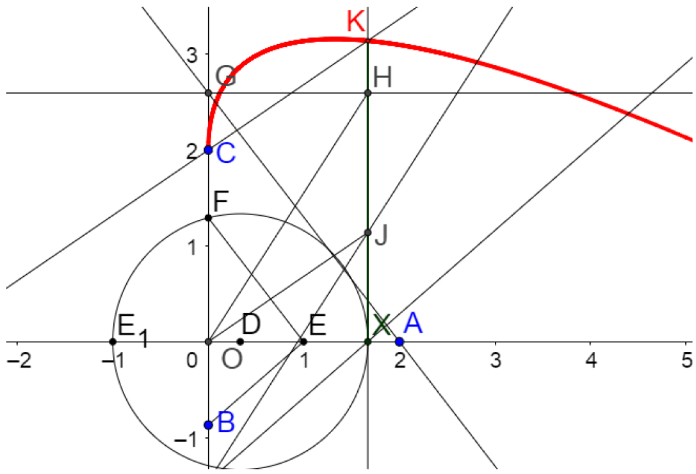


Рис. 1. График функции $y = a\sqrt{x} + bx + c$

Заметим, что рассмотренный пример построения графика функции на основе геометрического моделирования операций над числами можно рассматривать как частный случай так называемого алгебраического метода решения геометрических задач. Он заключается в том, что искомый отрезок строят по формуле, выражающей его через данный набор длин данных отрезков.

Отталкиваясь от геометрического моделирования операций над числами, определим соответствующие операции над функциями. Пусть даны функции $y = f(x)$ и $y = h(x)$. Определим функции $y = f(x) \pm h(x)$ $y = f(x) \cdot h(x)$ $y = \sqrt{f(x)}$. Каждую из этих новых функций назовем сложной. Рассмотрим построение графиков сложных функций. В качестве примера возьмем $f(x) = \dfrac{c}{x^2 + ax + b}$, $h(x) = a\sqrt{x} + bx + c$ [1].

На оси абсцисс строим точки a, b, c, изображающие коэффициенты (рис. 2). Строим графики данных функций $f(x)$ и $h(x)$. На оси абсцисс строим точку X, изображающую переменную x, и проводим через нее вертикаль. Отмечаем точки A и B пересечения вертикали с графиками $f(x)$ и $h(x)$. Затем выполняем геометрическое сложение с помощью вертикальной прямой для сложения.

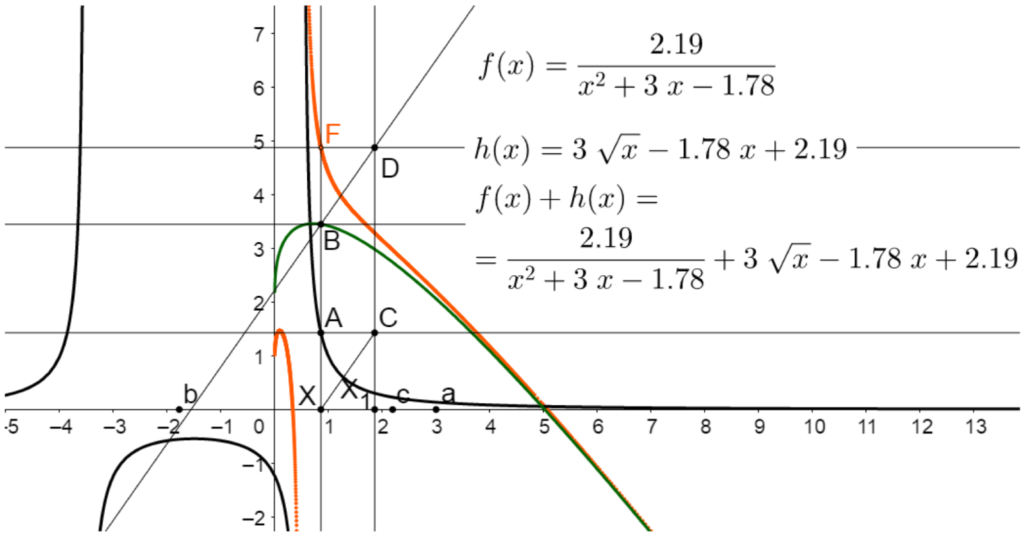


Рис. 2. График суммы функций

Заставляем точку F оставлять след и включаем анимацию точки X. Наблюдаем вычерчивание графика функции $y = f(x) + h(x)$.

В качестве самостоятельных учебно-исследовательских работ учащимся предлагается построить произведение и частное двух прямых, результат деления параболы на прямую, построить параболу на основе геометрического моделирования операций и исследовать ее график в зависимости от коэффициентов.

Библиографический список

1. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики. Ростов-на-Дону: Легион, 2015.
2. GeoGebra: официальный сайт. URL: https://www.geogebra.org/

Сведения об авторах

АЛЕКСАШОВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ, студент, II курс магистратуры? Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: alexizaltata@gmail.com

АЛЕКСЕЕНКО ДАРЬЯ ПЕТРОВНА, студентка, II курс магистратуры, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: darya.alekseenko.97@mail.ru

АЛИКИНА ВИКТОРИЯ АЛЕКСАНДРОВНА, студентка, II курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: alikina-2000@inbox.ru

БАБИН АНДРЕЙ СЕРГЕЕВИЧ, студент, IV курс, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, математический факультет; e-mail: andrejfmk120198@yandex.ru

БАГАЧУК ПРОХОР СЕРГЕЕВИЧ, обучающийся, 5 класс, лицей № 6 «Перспектива», г. Красноярск; e-mail: bagachuk@mail.ru

БАЛАХОНОВ ВАДИМ ВЛАДИМИРОВИЧ, обучающийся, 10 класс, Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя;
e-mail: galina07122009@gmail.com

БАЛЕВА АНАСТАСИЯ АЛЕКСАНДРОВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: baleva-nasty@mail.ru

БЕРИЧЕВА МАРИЯ АЛЕКСЕЕВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: bericheva1998@mail.ru

БЕРНАЦКАЯ ЯНА АНДРЕЕВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: Yana201196@ya.ru

БОГДАНОВА ОЛЬГА НИКОЛАЕВНА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: Lapochka-osipova.95@mail.ru

БОРИСОВА АЛЕНА ИГОРЕВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: alenushkaboris@gmail.com

БОРОВЦОВА ТАТЬЯНА ЕВГЕНЬЕВНА, студентка, III курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: CKChebest@yandex.ru

БОЧКАРЕВА ДАНИЭЛА ВЛАДИМИРОВНА, аспирант, I курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: danaloro13@gmail.com

ВАРЫГИНА АЛИНА ОЛЕГОВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: alinavarygina@gmail.com

ВАСИЛЬЕВ МАКСИМ АЛЕКСЕЕВИЧ, студент, I курс, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва, г. Красноярск, институт лесных технологий; e-mail: Vasiliev311@gmail.com

ВЕБЕР АЛЕКСАНДРА ВИКТОРОВНА, студентка, II курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: imfi18veberav@gmail.com

ВОРОБЬЕВА ДАРЬЯ ИГОРЕВНА, студентка, II курс, Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет им. В.М. Шукшина, г. Бийск, физико-математический факультет; e-mail: vorobeva.darya.-025@mail.ru

ГИМАТДИНОВА ГАЛИЯ НУРУЛЛОВНА, аспирант, III курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: frenchwomen_2014@mail.ru

ГЛАГОЛЕВА МАРИЯ ВЛАДИМИРОВНА, студентка, IV курс, Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича; e-mail: glagoleva.25@mail.ru

ГОНДАРЮК УЛЬЯНА СТАНИСЛАВОВНА, студентка, III курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: gondaryuk1999@mail.ru

ГОМЕНЮК ЯНА ВЯЧЕСЛАВОВНА, студентка, II курс, магистратура, Алтайский государственный педагогический университет, г. Барнаул, институт физико-математического образования; e-mail: yana23496@mail.ru

ГУЛЕНЦОВА ОЛЬГА СЕРГЕЕВНА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: Olgagulentsova1998@yandex.ru

ДМИТРИЕВА АННА ОЛЕГОВНА, студентка, II курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: annadmitrieva201@gmail.com

ДУДНИК МАРИНА СЕРГЕЕВНА, студентка, II курс, магистратура, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: Dudnik.mc@bk.ru

ДЬЯЧЕНКО МАКСИМ ЕВГЕНЬЕВИЧ, обучающийся, 7 класс, лицей № 2, г. Красноярск; e-mail: alfpupkin@mail.ru

ЖВАКИНА ДАРЬЯ РОМАНОВНА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: Zhvakinad.1079@mail.ru

ЖЕРДЕВА НАТАЛЬЯ ИГОРЕВНА, студентка, V курс, Алтайский государственный педагогический университет, г. Барнаул, институт физико-математического образования; e-mail: natasha.zherdeva.1997@mail.ru

ЖУКОВ ИВАН ЕВГЕНЬЕВИЧ, обучающийся, 8 класс, средняя школа № 149, г. Красноярск; e-mail: ilovejokes555@mail.ru

ЗАНЬКО НИНА ВЛАДИМИРОВНА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: nina_chernova_1999@mail.ru

ИВАНОВ ИВАН АЛЕКСЕЕВИЧ, обучающийся, 7 класс, средняя школа № 149, г. Красноярск; e-mail: neblagoquistel@gmail.com

ИДИАТУЛИН ИЛЬДАР РАШИДОВИЧ, студент, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: dar.290199@mail.ru

ИЗМАЙЛОВА НАТАЛЬЯ АЛЕКСАНДРОВНА, студентка, I курс магистратуры, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: literaturaby@mail.ru

ИЛЬКОВ АЛЕКСАНДР ГЕРМАНОВИЧ, обучающийся, 7 класс, Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя; e-mail: Sashka_ilkov.06@mail.ru

ИСАЕВА ДИАНА ЭДУАРДОВНА, студентка, III курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: Diana_isaev00@mail.ru

КЕЙВ ПЕТР ВИКТОРОВИЧ, обучающийся, IV класс, средняя школа № 42, г. Красноярск; e-mail: mkejv@yandex.ru

КИРНАСОВА СВЕТЛАНА ВАЛЕРЬЕВНА, студентка, II курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: kirnasovasvetlana@gmail.com

КИЧИГИНА СВЕТЛАНА АЛЕКСАНДРОВНА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: zvetik345@mail.ru

КОБЫЧЕВА ВАЛЕРИЯ СЕРГЕЕВНА, студентка, II курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: kobycheva.valery@mail.ru

КОКОВИХИНА КСЕНИЯ ПАВЛОВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: Xenia1997@mail.ru

КОЛЕНЧУКОВ ГЛЕБ ВЯЧЕСЛАВОВИЧ, обучающийся, 8 класс, лицей № 2, г. Красноярск; e-mail: Kalin-chyikov@mail.ru

КОЛЕСНИЧЕНКО АНАСТАСИЯ АЛЕКСАНДРОВНА, студентка, I курс, магистратура, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: 96one_nastya96@mail.ru

КУЗНЕЦОВ ПРОХОР КИРИЛЛОВИЧ, обучающийся, 7 класс, лицей № 2, г. Красноярск; e-mail: alfpupkin@mail.ru

КУЗНЕЦОВА ЕЛЕНА ЮРЬЕВНА, студентка, V курс, Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова, г. Абакан, институт естественных науки и математики; e-mail: kyznetco@rambler.ru

КУСЛИН ИЛЬЯ ДЕНИСОВИЧ, обучающийся, 7 класс, Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя; e-mail: crazytusik@mail.ru

ЛАПТЕВА ТАТЬЯНА ДМИТРИЕВНА, студентка, IV курс, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, математический факультет; e-mail: tanyal1998@mail.ru

ЛАРИОНЧИКОВА АННА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: lar2298@bk.ru

ЛЕВЕНА ТАТЬЯНА ЮРЬЕВНА, студентка, V курс, Алтайский государственный педагогический университет, г. Барнаул, институт физико-математического образования; e-mail: ttoksana@yandex.ru

ЛИПСКАЯ АЛЕНА ВАЛЕРЬЕВНА, студентка, V курс, Алтайский государственный педагогический университет, г. Барнаул, институт физико-математического образования; e-mail: alenalipsk1519@gmail.com

ЛОПАТИН АЛЕКСЕЙ ЮРЬЕВИЧ, студент, II курс, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва, г. Красноярск, институт лесных технологий; e-mail: 16alekseylopatin1999@mail.ru

ЛОПШАКОВА ДАРЬЯ АЛЕКСАНДРОВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: darua98@mail.ru

ЛУПАШКОВА ВАЛЕРИЯ МАКСИМОВНА, обучающийся, 8 класс, лицей № 2, г. Красноярск; e-mail: valerialupashkova@gmail.com

МАКАРОВА ОЛЬГА ВЛАДИМИРОВНА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: olga.makarova.07.11@mail.ru

МАЛАШОНОК АНАСТАСИЯ ВЯЧЕСЛАВОВНА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: anastasiya.malashonok@mail.ru

МАНАЕНКО СЕРГЕЙ САИДОВИЧ, студент, V курс, Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова, г. Абакан, институт естественных наук и математики; e-mail: riddik1111190@mail.ru

МАРТЫНОВ ВАСИЛИЙ ВАСИЛЬЕВИЧ, студент, II курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: vasya007.1997@yandex.ru

МАРТЫНОВА ЕВГЕНИЯ НИКОЛАЕВНА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: mz_110698@mail.ru

МАСЛОВА ОЛЬГА ВИКТОРОВНА, обучающаяся, 7 класс, средняя школа № 144, г. Красноярск; e-mail: julia_corovina@mail.ru

МЕДВЕДЕВА АННА БОРИСОВНА, студентка, I курс, магистратура, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики;
e-mail: Medvedeva.Anuyta@mail.ru

МЕСИЛОВ ИЛЬЯ ВИТАЛЬЕВИЧ, обучающийся, 11 класс, Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя; e-mail: crazytusik@mail.ru

МИХЕЕВА ВАЛЕРИЯ ЕВГЕНЬЕВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики;
e-mail: siberiave19@mail.ru

МОРОЗОВ МАТВЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ, студент, I курс, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва, г. Красноярск, институт лесных технологий; e-mail: Matmorz-55@mail.ru

МУТОВИНА ЮЛИЯ ВИТАЛЬЕВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики;
e-mail: mutovina_97@mail.ru

МУХУТДИНОВА ЕВГЕНИЯ НАИЛЕВНА, студентка, I курс, магистратура, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: Zhenya-muk@mail.ru

НАБОЛЬ АННА СЕРГЕЕВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики;
e-mail: Anna.teterina.98@mail.ru

НЕКРАСОВА АНАСТАСИЯ ФЕДОРОВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики;
e-mail: anekrasova92@mail.ru

НИКЗАД МЕАРАЮДДИН, студент, I курс, магистратура, Сибирский федеральный университет, г. Красноярск, институт математики и фундаментальной информатики;
e-mail: mearajuddin.nikzad3@gmail.com

НИКОНОВ ИГОРЬ АЛЕКСАНДРОВИЧ, обучающийся, 4 класс, лицей № 6 «Перспектива», г. Красноярск; e-mail: nata_2305@bk.ru

ОСТАПЧУК КИРИЛЛ КИРИЛЛОВИЧ, обучающийся, 7 класс, Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя;
e-mail: kiry.ostapchuk@mail.ru

ПООЛЬ ВИКТОРИЯ ВИКТОРОВНА, студентка, II курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики;
e-mail: poolviktoria@mail.ru

ПУЧНИНА ВИКТОРИЯ ВИКТОРОВНА, студентка, V курс, Алтайский государственный педагогический университет, г. Барнаул, институт физико-математического образования;
e-mail: puchninaviktoriya@ mail.ru

РИККЕР ЮЛИЯ АЛЕКСАНДРОВНА, студентка, II курс, Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет им. В.М. Шукшина, г. Бийск, физико-математический факультет;
e-mail: serrikker@mail.ru

РОЩИК КСЕНИЯ ОЛЕГОВНА, студентка, V курс, Алтайский государственный педагогический университет, г. Барнаул, институт физико-математического образования;
e-mail: kseniya080298@gmail.com

РЫБКИНА НАДЕЖДА ДМИТРИЕВНА, студентка, IV курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: nadezhdarybkina15@mail.ru

РЯБОВА МАРИЯ ВАЛЕРЬЕВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: ryabovamarya@mail.ru

РЯЗАНОВА ДИАНА ВАСИЛЬЕВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: diary_97@mail.ru

СИВУХИНА ЕЛЕНА АЛЕКСАНДРОВНА, студентка, II курс, магистратура, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: sivukhina08@gmail.com

СИЛЬЧЕНКО АНАСТАСИЯ АНДРЕЕВНА, студентка, I курс, магистратура, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики;
e-mail: silchenko_96anastas@mail.ru

СОМОВ ИВАН АЛЕКСАНДРОВИЧ, обучающийся, 4 класс, средняя школа № 149, г. Красноярск; e-mail: somov.ivan.09@mail.ru

СТЕПНОВ ЕГОР МАКСИМОВИЧ, обучающийся, 11 класс физики и информатики, Алтайский краевой педагогический лицей-интернат, г. Барнаул; e-mail: e-stepnov@mail.ru

ТЮМЕНЦЕВА АНАСТАСИЯ ЕВГЕНЬЕВНА, студентка, II курс, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнёва, г. Красноярск, институт лесных технологий;
e-mail: anastasiyatyumentsevaa@gmail.com

ФАЙЗИЕВ ШАХЗОД ШУХРАТЖОНОВИЧ, обучающийся, 9 класс, средняя школа 150 им. В.С. Молокова, г. Красноярск;
e-mail: shakhfayziev_04@mail.ru

ФАУТ ЮЛИЯ ВЛАДИМИРОВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: Faytj@mail.ru

ХАРИНИНА ЮЛИЯ АНДРЕЕВНА, студентка, I курс, магистратура, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики;
e-mail: yulyamiller1996@mail.ru

ЧЕПЕЛЕНКОВА ЕЛЕНА ГЕННАДЬЕВНА, студентка, II курс, Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет им. В.М. Шукшина, физико-математический факультет; e-mail: lenaca2013@mail.ru

ЧЕПИКОВА ЕЛЕНА ЮРЬЕВНА, студентка, V курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: chepikova.krsk@gmail.com

ШАЛЕНКО НАТАЛЬЯ АЛЕКСАНДРОВНА, студентка, III курс, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики; e-mail: shalenko2000@bkl.ru

ШАРИФОВА АИШЕ АЛИЕВНА, обучающаяся, 7 класс, средняя школа № 144, г. Красноярск; e-mail: julia_corovina@mail.ru

ШЕВЕЛЕВА ДАРЬЯ ПАВЛОВНА, обучающаяся, 7 класс, лицей № 2, г. Красноярск;
e-mail: alfpupkin@mail.ru

ЯРОВАЯ АНАСТАСИЯ ПАВЛОВНА, студентка, I курс, магистратура, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, институт математики, физики и информатики;
e-mail: nastya.yarovaya.1997@mail.ru

Молодежь и наука XXI века

XXI Международный научно-практический
форум студентов, аспирантов и молодых ученых

СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
В КОНТЕКСТЕ РАЗВИТИЯ КРАЯ:
ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ»

Сборник материалов
V Всероссийской научно-практической конференции
студентов, аспирантов и школьников

Красноярск, 28 апреля 2020 года

Электронное издание

Редактор *Ж.В. Козупица*
Корректор *М.А. Исакова*
Верстка *Н.С. Хасаншина*

660049, Красноярск, ул. А. Лебедевой, 89.
Редакционно-издательский отдел КГПУ им. В.П. Астафьева,
т. 217-17-52, 217-17-82

Подготовлено к изданию 24.04.20.
Формат 60x84 1/8.
Усл. печ. л. 23,5