

## ЛЕКЦИЯ 2

### ГЛАВА 2. ПРОБЛЕМЫ, НЕ РЕШЕННЫЕ КЛАССИЧЕСКОЙ ФИЗИКОЙ

Обратимся теперь к истории открытия постоянной Планка [1]. Интересно проследить появление и триумфальный путь этой константы в физике. Нам следует вернуться к началу нашего века и рассмотреть некоторые не решенные в то время проблемы:

- 1) проблема излучения черного тела;
- 2) проблема фотоэлектрического эффекта;
- 3) проблема стабильности и размера атомов.

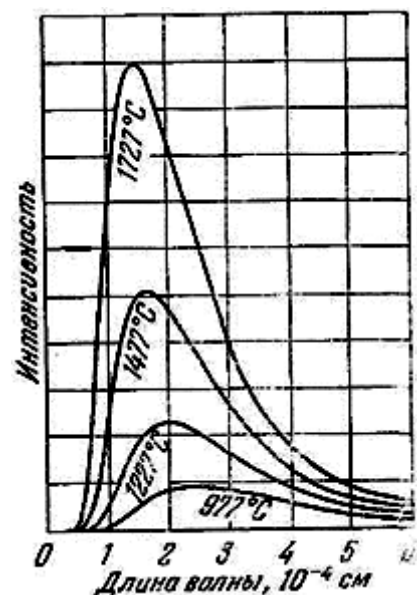
Это далеко не единственные проблемы, занимавшие физиков той эпохи, но в них наиболее отчетливо проявились противоречия классической физики.

С исторической точки зрения наш обзор более чем схематичен. Вопрос о развитии квантовой механики невозможно уложить в несколько страниц. Рассматривая ситуацию начала века из сегодняшнего дня, мы понимаем, что три перечисленные задачи были ключевыми.

#### § 2.1. Излучение абсолютно черного тела

После краткого обзора основных констант можно рассмотреть проблему излучения абсолютно черного тела [1]. Сперва изложим основные эмпирические факты. Поверхность любого тела, находящегося при высокой температуре, испускает излучение в огромном интервале частот или длин волн. Построив график, где по оси ординат отложено количество излученной энергии (за единицу времени с единицы поверхности тела и в единичном интервале длин волн), а по оси абсцисс – длина волны, мы получим кривую, которая «уходит в нуль» как для малых, так и для больших длин волн. Эта кривая имеет максимум при определенном значении длины волны  $\lambda_{\max}$ . Величина  $\lambda_{\max}$  зависит от температуры тела, но при данной температуре величина  $\lambda_{\max}$  и полное количество испущенного излучения *приблизительно постоянны* для любой поверхности. Вместо того чтобы исследовать излучение *с поверхности*, можно изучать излучение *из щели* в некоторой замкнутой поверхности данного вещества, находящегося при фиксированной температуре. Иными словами, мы имеем дело с оболочкой, или «печкой», из подходящего материала, в которой сделана небольшая щель (ее линейные размеры малы по сравнению с линейными размерами полости). Мы направляем наш прибор на щель и измеряем излучение, исходящее из полости.

**Рис. 16.** Зависимость интенсивности излучения черного тела от длины волны (для четырех различных температур). Полная интенсивность излучения, пропорциональная четвертой степени термодинамической температуры, определяется площадью под кривыми. Заметьте, что с повышением температуры максимум кривых смещается в сторону коротких волн; точная зависимость положения максимума от температуры выражается законом Вина



В такого рода измерениях получены следующие результаты:

1. Зависимость интенсивности излучения из щели от длины волны изображается непрерывной кривой (**рис. 16**), обращающейся в нуль при малых и больших длинах волн и проходящей через максимум при значениях  $\lambda_{\max}$ , которое зависит от температуры стенок следующим образом:

$$\lambda_{\max} T = C_0 = 0,2898 \text{ см}\cdot\text{К}. \quad (2.1)$$

Эта связь между  $\lambda_{\max}$  и  $T$  называется *законом смещения Вина*.

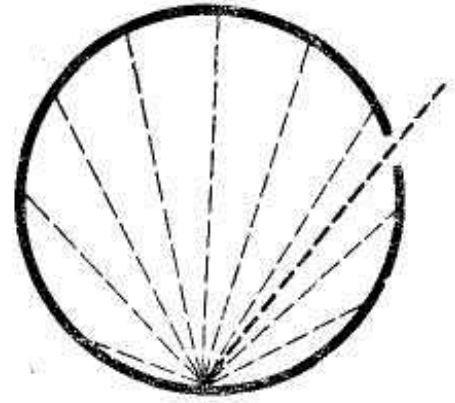
2. Спектральное распределение испущенного излучения (т. е. форма кривой на **рис. 16**) не зависит ни от формы полости, ни от материала стенок. Постоянная  $C_0$  в законе Вина (2.1) является, таким образом, универсальной постоянной, описывающей это замечательное *общее* свойство полостей.

3. Для заданной длины волны интенсивность излучения из щели всегда больше интенсивности излучения с поверхности данного материала, находящейся при температуре стенок полости. Порядок величины интенсивности в обоих случаях одинаков.

Поверхность, поглощающая все падающее на нее излучение, называется *черной поверхностью*. Для *внешнего* наблюдателя небольшая щель в стенках полости представляется почти черной поверхностью, особенно если внутренние стенки полости не полированы и зачернены. Объясняется это тем, что любое излучение, попавшее извне в полость, полностью поглощается при многократных отражениях внутри полости, даже если ее внутренние поверхности не будут полностью поглощающими.

Благодаря этому можно считать излучение, исходящее из щели в полости, *излучением черного тела*. Г. Кирхгоф на основании весьма общих термодинамических законов показал, что для любой длины волны и данной температуры отношение энергии, испущенной данной поверхностью, к энергии, испущенной поверхностью черного тела, равно коэффициенту поглощения материала стенок. Таким образом, поверхность черного тела является стандартным излучателем, и мы можем ограничить наше рассмотрение излучением абсолютно черного тела, т. е. излучением из щели в стенках полости.

**Рис. 17.** Для внешнего наблюдателя небольшая щель в стенке полости с (частично) поглощающими стенками является поверхностью почти абсолютно черного тела. Луч света, попадающий в полость через щель, частично поглощается, а частично рассеивается стенкой. Только очень малая часть попавшего в полость извне излучения сможет выйти обратно через щель. Этим методом легко получить черное тело. Выкрасите черной краской внутренность небольшой картонной коробки и сделайте в ней отверстие. Рассматривая его снаружи, вы обнаружите, что оно значительно «чернее» любого «черного» вещества



В конце XIX века излучение черного тела было тщательно измерено, и одним из результатов этих измерений явился закон Вина (2.1). Возникла теоретическая проблема получения закона излучения на основании некоторых общих принципов термодинамики. Тот факт, что щель в полости представляет собой источник излучения, понять нетрудно. Мы знаем, что вещество стенок состоит из заряженных частиц и их тепловое движение, естественно, приводит к излучению энергии в полость. Это излучение может также поглощаться стенками, и, если их температура фиксирована, в конце концов устанавливается некоторое равновесие между энергией в полости и стенками, иначе говоря, равновесная энергия, поглощенная стенками из полости, будет равна энергии, испущенной ими в полость. Таким образом, задача состоит в том, чтобы получить выражение для плотности энергии в полости как функции длины волны и температуры.

Обратим внимание на одну сторону этой проблемы, выражаемую равенством (2.1). Чтобы понять его смысл, перепишем (2.1) в виде

$$\frac{\lambda_{\max}}{c} kT = X_1 = \frac{C_0 k}{c}, \quad (2.2)$$

здесь  $c$  – скорость света;  $k$  – постоянная Больцмана;  $X_1$  – новая постоянная.

Левая часть (2.2) имеет размерность:

$$(\text{время}) \times (\text{энергия}) = (\text{действие}),$$

и такова же размерность постоянной  $X_1$ . Как получить теоретическое выражение для  $X_1$ ? Можно ли из известных нам констант образовать величину, имеющую размерность действия? Это, несомненно, трудная задача, поскольку нам совершенно не ясно, каким образом константы  $m$ ,  $M_H$  и  $e$  должны входить в выражение для  $X_1$ . Физическая ситуация кажется чрезвычайно ясной; излучение в полости находится в тепловом равновесии со стенками. Испущенное из полости излучение, однако, совершенно *не зависит от размера и формы полости и от вещества стенок*. Каковы при этом могут значения таких констант, как  $m$  и  $e$ , имеющих отношение к свойствам стенки? Мы начинаем подозревать, что константа  $X_1$  не может быть получена из известных констант. Более того, выражение (2.2) невозможно понять в рамках классической физики. В 1900 г., до открытия, сделанного Планком, ситуация казалась весьма обескураживающей. Статистическая механика, основанная на законах классической физики, давала

абсурдные выражения для закона излучения черного тела. Из этого закона следовало, например, что интенсивность излучения монотонно растет с частотой, так что полное излучение становилось бесконечно большим, а это означало, что при любой температуре тепловое равновесие между излучением и веществом невозможно! (§ 2.6)

14 декабря 1900 г. на съезде Немецкого физического общества в Берлине Макс Планк сообщил, что ему удалось вывести закон излучения черного тела. Этот день может считаться днем рождения квантовой теории. Для получения теоретического выражения зависимости интенсивности излучения от длины волны и температуры Планк должен был отказаться от классических представлений и сделать специальное предположение, смысл которого в следующем. Осциллятор, совершающий свободные колебания с частотой  $\nu$ , может получать или отдавать энергию порциями, величина которых равна  $E = h\nu$ . В этом равенстве постоянная  $h$  представляет собой новую фундаментальную константу природы. Тогда Планк оказался в состоянии получить выражение для константы  $X_1$ :

$$\frac{\lambda_{\max}}{c} kT = X_1 = \frac{C_0 k}{c} = 0,2014h. \quad (2.3)$$

Такова история появления постоянной Планка.

Сам Планк с большим трудом примирился с таким отказом от классических представлений и, совершив свое великое открытие, ряд лет посвятил тому, чтобы понять излучение черного тела на базе чисто классических представлений. Об этих безуспешных попытках он впоследствии говорил, что они не были для него бесполезными; повторные неудачи привели его к окончательному выводу, что в рамках классической физики излучение черного тела понять невозможно.

В полном виде закон излучения Планка выглядит так:

$$E(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda kT) - 1}, \quad (2.4)$$

где  $E(\lambda, T)$  – плотность энергии в полости на единичный интервал длин волн для данных значений длины волны  $\lambda$  и температуры  $T$ ;  $k$  – постоянная Больцмана;  $c$  – скорость света.

Интенсивность излучения, выходящего из малой щели в стенках полости, пропорциональна плотности энергии внутри полости. Таким образом, выражение (2.4) дает математическую зависимость, показанную графически на **рис. 16**.

Чтобы найти положение максимума функции  $E(\lambda, T)$  при данном  $T$ , возьмем производную  $E$  по  $\lambda$ , приравняем ее нулю и решим полученное уравнение относительно  $\lambda_{\max}$ . Таким способом мы получим уравнение (2.3) или эквивалентное ему:

$$\lambda_{\max} T = C_0 = 0,2014 hc/k. \quad (2.5)$$

Величины  $\lambda_{\max}$  и  $T$  могут быть измерены, скорость света  $c$  известна, и, таким образом, уравнение (2.5) позволяет экспериментально определить отношение  $h/k$ . Кроме того, непосредственным сравнением измеренного распределения  $E(\lambda, T)$  с его теоретическим значением (2.4) может быть определена постоянная  $h$ . После этого можно вычислить значение постоянной Больцмана и, воспользовавшись

соотношением  $N_0 = R/k$ , величину  $N_0$ . Планк получил этим методом значение величины  $k$ , которое оказалось всего на 2,5% меньше лучшего современного значения.

## § 2.2. Фотоэлектрический эффект

В конце прошлого века было экспериментально обнаружено, что при падении света из видимой области или из ультрафиолетовой части спектра на поверхность металла из последней испускаются электроны [1]. Сам по себе этот эффект не удивителен, поскольку известно, что свет представляет собой электромагнитные колебания. Таким образом, мы вправе ожидать, что электрическое поле световой волны вызывает силу, действующую на электроны металла. При этом некоторые из электронов могут покинуть поверхность. Неожиданно здесь то, что кинетическая энергия выброшенных из поверхности электронов, как оказалось, не зависит от *интенсивности* света, а зависит только от его *частоты*, причем очень простым образом: кинетическая энергия электронов линейно растет с частотой света. Увеличение интенсивности света вызывает лишь возрастание числа испущенных в единицу времени электронов, но не влияет на их энергию. Это очень трудно понять с классической точки зрения, согласно которой увеличение интенсивности означает возрастание амплитуды электромагнитной волны и, следовательно, ускорение электронов до больших скоростей.

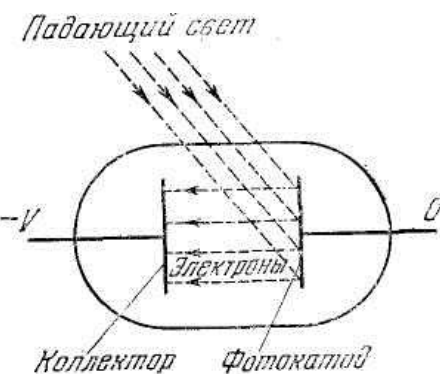
В 1905 г. Эйнштейну удалось объяснить явление фотоэффекта. Он предположил, что энергия в пучке монохроматического света состоит из порций, величина которых равна  $h\nu$ , где  $\nu$  – частота. Эти *кванты* энергии могут быть полностью поглощены электроном. Иными словами, электрон, еще находящийся в металле, поглотив такую порцию энергии, приобретает энергию  $E = h\nu$ . Предположим, что для вырывания электрона из металла нужно затратить работу  $W$ . Тогда кинетическая энергия такого электрона будет равна  $E_k = E - W$ , или

$$E_k = h\nu - W. \quad (2.6)$$

Величина  $W$ , называемая *работой выхода* данного вещества, представляет собой константу, не зависящую от частоты  $\nu$ .

Уравнение (2.6) является ясным предсказанием, которое дает теория, и его можно с большой точностью проверить на опыте. Более того, если идеи Эйнштейна верны, то это уравнение открывает возможность нового измерения постоянной Планка. Как мы упоминали выше, эти крайне важные проблемы были исследованы Миллиkenом в ряде прекрасных и тщательно выполненных опытов, которые полностью подтвердили уравнение Эйнштейна (2.6).

**Рис. 18.** Схема, иллюстрирующая принцип опыта Милликена. Электроны, испущенные фотокатодом, имеют энергию  $h\nu - W$ , где  $W$  – работа выхода, характеризующая свойства вещества катода. Ток электронов на коллектор исчезает, если задерживающий потенциал  $V > (h\nu - W)/e$ . Измерение критического значения задерживающего потенциала  $V_0 = (h\nu - W)/e$  для различных значений  $V$  дает отношение  $h/e$  (см. рис. 19)



Метод Милликена схематически показан на **рис. 17**. Монохроматический свет падает на поверхность металла (обычно в этих опытах использовали щелочные металлы) и вырывает из нее фотоэлектроны. Собирающий электрод (коллектор) может находиться при определенном потенциале  $-V$  по отношению к фотокатоду, в непосредственной близости от которого он расположен. В опыте измеряется ток фотоэлектронов. Допустим, что все электроны покидают поверхность металла, имея одну и ту же кинетическую энергию  $E_k$ , определенную уравнением (2.6). Тогда ясно, что ни один электрон не сможет достичь коллектора, если  $eV > E_k$ . Если измерять ток, меняя задерживающий потенциал  $V$ , то при некотором значении  $V = V_0$  ток прекратится. Значение  $V_0$  равно

$$V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}. \quad (2.7)$$

График, изображающий зависимость задерживающего потенциала от частоты  $\nu$ , будет прямой линией, как это видно из **рис. 19**, заимствованного из статьи Милликена. По наклону этой прямой находится отношение  $h/e$ , а точка ее пересечения с осью  $V_0$  дает величину  $W/e$ , характеризующую работу выхода для металла.

Замечательные свойства фотоэффекта были в общих чертах известны еще до 1905 г., но понадобился гений Эйнштейна, чтобы извлечь из известных качественных закономерностей новые физические концепции. (см. § 2.9.)

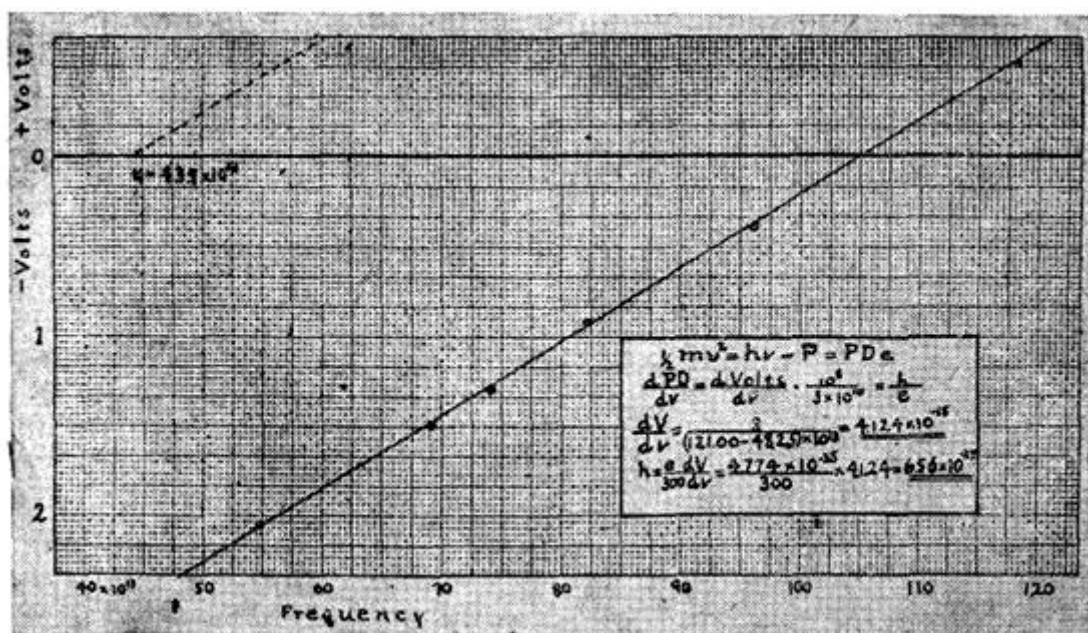


Рис. 19. График из работы: Millikan R. A. – Phys. Rev., 1916. V. 7. P. 355, показывающий линейную зависимость критического значения задерживающего потенциала от частоты света для фоточувствительной поверхности натрия. Внизу справа приведены вычисления отношения  $h/e$ , сделанные Милликеном по этому графику

### § 2.3. Проблема стабильности и размера атомов

Обратимся теперь к третьей проблеме, а именно – к вопросам о стабильности и размерах атомов [1]. Остановимся в особенности на последнем вопросе. Мы можем определить «размер» атома как расстояние между двумя соседними атомами твердого тела или жидкости. Из опыта известно, что эта величина имеет порядок  $1 \text{ \AA} = 10^{-8}$  см. Очевидно, что порядок этой величины определяется постоянной Авогадро  $N_0$ . Действительно, масса  $1 \text{ см}^3$  жидкости или твердого тела имеет порядок 1 г. Весьма приблизительно можно считать, что в этом объеме содержится  $N_0$  атомов, и тогда линейные размеры атомов имеют порядок  $(1/N_0)^{1/3} \text{ см} = 1 \text{ \AA}$ . Мы отмечали уже, что *точные* измерения межатомных расстояний в кристаллах дают значение постоянной Авогадро.

Вопрос теперь в том, можно ли в рамках классической физики объяснить размеры атомов, иными словами, можно ли вычислить «радиус» атома, опираясь на основные константы классической физики.

В 1910 г. Г. Гейгер и Е. Марсден выполнили опыты по рассеянию  $\alpha$ -частиц. Анализ этих опытов привел Резерфорда к выводу, что атом состоит из очень малого центрального ядра, окруженного электронами, и что большая часть массы атома заключена в его ядре. Из этих опытов следовало также, что размеры ядра и электронов очень малы по сравнению с размером всего атома, они меньше  $10^{-11}$  см. После работ по рассеянию  $\alpha$ -частиц ядрами естественно было представлять себе атом как нечто подобное Солнечной системе, где ядро играет роль Солнца, а электроны – роль планет. Эти частицы движутся под действием электростатических сил, и большая часть атома представляет собой

«пустое пространство». Размер атома определяется радиусом орбит внешних электронов.

Мы можем назвать нашу проблему «тайной потерянной константы». Предположим, что эта тайна связана с рассмотренной выше и что в описании строения атома должна играть какую-то роль постоянная Планка. Она имеет размерность момента импульса, и мы можем сделать специальное предположение, что в природе осуществляются лишь такие решения уравнений движения, для которых полный момент импульса атома является целым, кратным  $h$ . Теперь момент импульса определен. Это означает, что у нас имеются выделенные решения и, таким образом, мы обладаем принципом, который позволяет определить размеры атома.

В 1913 г. Нильс Бор предложил теорию атома водорода, основанную на следующих соображениях. В своей простейшей форме теория считает, что движение электрона в атоме водорода происходит по круговой орбите радиуса  $a_0$  вокруг протона. Эта орбита определяется уравнением движения

$$m\nu^2/a_0 = e^2/a_0^2 \quad (2.8)$$

и квантовым условием Бора

$$J = m\nu a_0 = h/2\pi, \quad (2.9)$$

Здесь  $\nu$  – скорость электрона, а  $J$  – его момент импульса. Квантовое условие означает, что момент импульса должен быть равен  $h/2\pi$ . Устранив  $\nu$  из написанных уравнений, получаем

$$a_0 = h^2 / (2\pi)^2 m e^2 = 5,29 \cdot 10^{-9} \text{ см}, \quad (2.10)$$

что имеет верный порядок величины. Следует заметить, что размер атома имеет непосредственное отношение к вопросу о его энергии связи. Если расстояние от электрона до ядра известно, то можно оценить работу, необходимую для разделения атома на составные части.

Читатель, вероятно, знает, что теория атома Бора позволила продвинуться гораздо дальше. Она дала количественное объяснение спектра атома водорода, и это было большим успехом новых идей. Квантовые условия этой теории совершенно чужды классической физике. Кроме того, Бор предположил, что электрон, находясь в основном состоянии атома водорода, не излучает электромагнитной энергии. В противном случае, согласно классической электромагнитной теории, электрон должен был бы падать на ядро, двигаясь по спирали, и такое падение произошло бы за очень малое время (порядка  $10^{-9}$  с).

Эту планетарную теорию атома нельзя считать серьезной теорией. Она просто неверна. Тот факт, что она приводит к очень хорошим результатам в случае атома водорода, к счастью (или к несчастью), случаен. Этот успех явился для Бора и других теоретиков мощным толчком к развитию квантовой теории атома, но сам Бор никогда не обманывался, он не считал, что атом подобен планетной системе. Он рассматривал свою теорию как промежуточный этап в поисках более верной теории.

Три рассмотренные проблемы – это три аспекта существования постоянной Планка. Последняя проблема с особенной ясностью показывает, что появление этой постоянной в ряду известных фундаментальных констант должно иметь далеко идущие последствия. Теперь можно надеяться, что мы способны понять



не только такие проблемы, как размеры атома и его энергия связи, но и свойства молекул, и нам будет открыт путь к количественной атомной теории вещества в целом.

Следует подчеркнуть, что во всех трех проблемах *существенным* было то, что для разрешения трудностей необходимо было отказаться от классических законов макроскопической физики. Таким образом, *рассмотрение этих проблем приводит к большему, нежели только открытие новой константы, – к открытию новых законов физики.*

## § 2.4. Испускание и поглощение света. Тепловое излучение\*

Если на какое-либо тело падает поток излучения  $\Phi_0$  (рис. 20), то часть потока  $\Phi_{отр} < \Phi_0$  отражается от поверхности тела обратно: от гладкой поверхности зеркально, а от матовой – диффузно во все стороны [3]. При не слишком большой толщине тела часть падающего света пройдет насквозь и за телом будет наблюдаться поток излучения  $\Phi_{прох} < \Phi_0$ . Наконец, часть потока, проникающего в тело, будет поглощаться частицами последнего и превращаться в другие формы энергии, в конечном счете – в тепло. Обозначая эту часть через  $\Phi_{погл}$ , можно составить общий баланс энергии:

$$\Phi_0 = \Phi_{отр} + \Phi_{погл} + \Phi_{прох}. \quad (2.11)$$

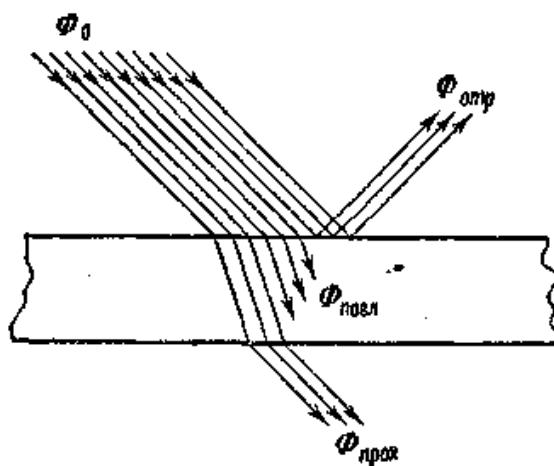


Рис. 20. Падение потока излучения на плоскопараллельную пластинку

Разделив обе части этого равенства на  $\Phi_0$ , получим:

$$1 = \frac{\Phi_{отр}}{\Phi_0} + \frac{\Phi_{погл}}{\Phi_0} + \frac{\Phi_{прох}}{\Phi_0}. \quad (2.12)$$

Безразмерное отношение  $\rho = \frac{\Phi_{отр}}{\Phi_0}$  называется лучеотражательной или просто отражательной способностью тела (коэффициент отражения). Отношение  $a = \frac{\Phi_{погл}}{\Phi_0}$  называется лучепоглощательной способностью тела. Наконец, отношение  $D = \frac{\Phi_{прох}}{\Phi_0}$  можно назвать лучепропускательной способностью тела. Согласно (2.12), эти

три коэффициента связаны между собой соотношением

$$1 = \rho + a + D. \quad (2.13)$$

Величина  $D$ , характеризующая прозрачность тела, зависит от толщины последнего. При достаточной толщине любое тело практически непрозрачно. Большинство твердых тел непрозрачно уже при сравнительно небольшой толщине. В этом случае можно считать, что  $D = 0$  и

$$1 = \rho + a. \quad (2.14)$$

Отражательная способность  $\rho$  такого тела зависит от его строения и состояния и от характера обработки поверхности (гладкая или матовая). Из уравнения связи следует, что лучепоглощательная способность тела  $a$  однозначно связана с  $\rho$  и определяется теми же факторами.

Если частота колебаний падающей электромагнитной волны  $\nu$  совпадает с одной из собственных частот колебаний электрических зарядов, составляющих тело  $\nu_i$ , то наступит резонанс и амплитуда колебаний этих зарядов сильно возрастет. С увеличением амплитуды колебаний возрастает вероятность перехода их энергии в тепловую при столкновениях. Поэтому в области, близкой к резонансу, увеличивается коэффициент объемного поглощения  $K$ , и такие волны проникают в тело на очень малую глубину.

С другой стороны, увеличение амплитуды приводит к усиленному излучению колеблющимися зарядами электромагнитных волн той же частоты во все стороны и, в частности, в направлениях, противоположных распространению падающей волны. Поэтому в резонансной области увеличивается коэффициент отражения  $\rho$  и полное поглощение поверхностью тела, т. е. лучепоглощательная способность  $a$  может снижаться. Так, при отражении электромагнитных волн, обладающих непрерывным спектром, от поверхности какого-либо ионного кристалла преимущественно отражаются волны резонансных частот. При многократном отражении от одного и того же кристалла выходящий пучок содержит практически только эти частоты (остаточные лучи).

Приведенный пример показывает физическое различие между объемным коэффициентом поглощения  $K$  и лучепоглощательной способностью поверхности тела  $a$ . Кроме того, из него видно, что лучепоглощательная способность тела зависит от частоты  $\nu$  падающего излучения или от его длины волны  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ .

Обозначим через  $a_{\lambda,T}$  лучепоглощательную способность тела для излучения данной длины волны  $\lambda$  при температуре  $T$ , характеризующей состояние тела. Отражательную способность тела при той же температуре и для той же длины волны обозначим соответственно через  $\rho_{\lambda,T}$ . Тогда соотношение (2.14) можно переписать в виде:

$$\rho_{\lambda,T} = 1 - a_{\lambda,T}. \quad (2.15)$$

Зависимость  $a_{\lambda,T}$  и  $\rho_{\lambda,T}$  от длины волны  $\lambda$  обуславливает окраску освещаемых тел. Если какое-либо тело интенсивно поглощает все падающие на него лучи, кроме, например, зеленых ( $\lambda_{зел} \approx 500 \text{ нм}$ ), то при освещении его белым светом оно будет отражать только зеленые лучи, т. е. иметь зеленую окраску. Следует отметить, что при освещении такого тела монохроматическим, но не зеленым

светом, такое тело ничего не отражает и будет представляться просто черным.

Тело, которое абсолютно не поглощало бы излучение и полностью отражало все падающие на него лучи

$$a_{\lambda,T} = 0 \quad \text{и} \quad \rho_{\lambda,T} = 1, \quad (2.16)$$

называется абсолютно белым телом. Наблюдаемый цвет такого тела полностью определяется спектральным составом освещающего его излучения.

Тело, полностью поглощающее все падающее на него излучение, называется абсолютно черным телом. Для абсолютно черного тела

$$a_{\lambda,T} = 1 \quad \text{и} \quad \rho_{\lambda,T} = 0. \quad (2.17)$$

При освещении такого тела посторонним источником света оно не будет ничего отражать и представится нам черным. Например, для сажи в видимой области  $a_{\lambda,T} \gg 0,99$ , что и обуславливает черный цвет последней. Все же сажу нельзя считать абсолютно черным телом вообще, так как в инфракрасной области спектра ее поглощательная способность уменьшается.

Тело, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех длин волн:

$$a_{\lambda,T} = \text{const} < 1, \quad (2.18)$$

называется серым телом.

Наряду с отражением и поглощением падающего на них излучения все тела сами способны испускать электромагнитные волны – светиться. Причины такого свечения многообразны. Кусок сахара слабо светится при раскалывании. При расчесывании волос в темной комнате наблюдаются светящиеся искорки. Газ в разрядной трубке светится при прохождении электрического тока. Стеклянная стенка этой трубки испускает зеленое свечение под действием ударов электронов. Кусочек фосфора, окисляющийся на воздухе, светится вследствие протекающей химической реакции и т. п. Все эти случаи свечения тел при различном внешнем воздействии мы объединяем под общим названием люминесценции.

В отличие от явлений люминесценции, свечение тел при их нагревании называется *температурным*, или *тепловым*, излучением. В этом случае энергия внутренних хаотических тепловых движений частиц тела (при  $T > 0$  К) непрерывно переходит в энергию испускаемого электромагнитного излучения. В настоящей главе мы рассмотрим законы этого теплового излучения.

Основной количественной характеристикой теплового излучения тела является его лучеиспускательная способность  $e_T$ , т. е. лучистая энергия, испускаемая единицей поверхности тела за единицу времени ( $\text{эрг}/\text{см}^2 \cdot \text{сек}$  или  $\text{дж}/\text{м}^2 \cdot \text{сек} = \text{вт}/\text{м}^2$ ) при температуре тела  $T$ . Эта энергия уносится с электромагнитными волнами различной длины ( $0 \leq \lambda \leq \infty$ ), и для излучения целесообразно полную лучеиспускательную способность тела  $e_T$  расчленить на составные части по отношению к различным  $\lambda$ :

$$de_T = e_{\lambda,T} d\lambda. \quad (2.19)$$

Коэффициент пропорциональности  $e_{\lambda,T}$  есть лучеиспускательная способность тела при данной температуре  $T$  и для данной длины волны  $\lambda$ , и имеет размерность  $\text{вт}/\text{м}^2 \cdot \text{м} = \text{вт}/\text{м}^3$  (т. е. рассчитывается на единицу интервала длин волн  $d\lambda = 1$ ).

Полная лучеиспускательная способность тела  $e_T$  складывается из элементарных  $de_T$ , т. е.

$$e_T = \int de_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} e_{\lambda,T} d\lambda, \quad (2.20)$$

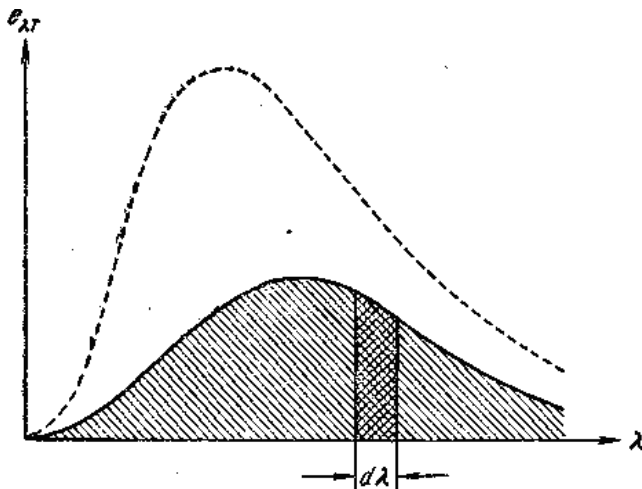
где интеграл распространен на весь бесконечный интервал всевозможных длин волн.

Примерный вид спектральной характеристики теплового излучения  $e_{\lambda,T}$  при некоторой температуре  $T$  изображен на **рис. 21**. Заштрихованная накрест полоска имеет площадь  $e_{\lambda,T} d\lambda$  и представляет собой энергию  $de_T$ , излучаемую в данном интервале длин волн  $d\lambda$ . Полная лучеиспускательная способность  $e_T$  изображается на **рис. 21** всей заштрихованной площадью.

С ростом температуры увеличивается интенсивность теплового движения частиц тела и возрастает энергия, излучаемая телом с электромагнитными волнами любых  $\lambda$ . Поэтому при  $T' > T$  вся спектральная характеристика теплового излучения поднимается, как это изображено на **рис. 21** пунктиром. Возрастает при этом и площадь под кривой  $e_{\lambda,T}$ , т. е. полная лучеиспускательная способность тела  $e_T$ . При абсолютном нуле температуры ( $T = 0$  К) тепловое движение отсутствует и

$$e_{\lambda,T} = 0, \quad (2.21)$$

т. е. тело не может далее уменьшать своей энергии и его тепловое излучение прекращается.



**Рис. 21.** Кривая лучеиспускательной способности абсолютно черного тела для различных температур

Каждое тело при данной температуре характеризуется своей кривой лучеиспускательной способности в различных частях спектра  $e_{\lambda,T}$  и своим значением полной (или интегральной) лучеиспускательной способности  $e_T$ . Жидкости и твердые тела дают сплошной спектр испускания, аналогично изображенному на **рис. 21**, а нагретые газы и пары испускают линейчатые и полосатые спектры.

## § 2.5. Закон Кирхгофа. Излучение абсолютно черного тела

При тепловом излучении энергия теплового движения в теле переходит в энергию испускаемых электромагнитных волн [3]. При поглощении света происходит обратный процесс перехода лучистой энергии в тепловую энергию тела. В обоих случаях взаимные превращения тепловой и лучистой энергии протекают через промежуточную стадию колебания электрических зарядов в теле. Поэтому лучеиспускательная и лучепоглощательная способности тела обусловлены одними и теми же деталями его строения и тесно связаны друг с другом. Для установления этой связи применимы термодинамические методы исследования.

Представим себе произвольное тело в виде бесконечной однородной пластины 1 (рис. 22). Расположим параллельно ему такую же пластину 2, вырезанную из абсолютно черного тела. При данной температуре  $T$  нечерное тело характеризуется определенной лучеиспускательной способностью  $e_T$  и соответственно полной лучепоглощательной способностью  $a_T$ . Для абсолютно черного тела  $a = 1$ , а его лучеиспускательную способность, в отличие от всех других тел, обозначим большой буквой  $E_T$ .

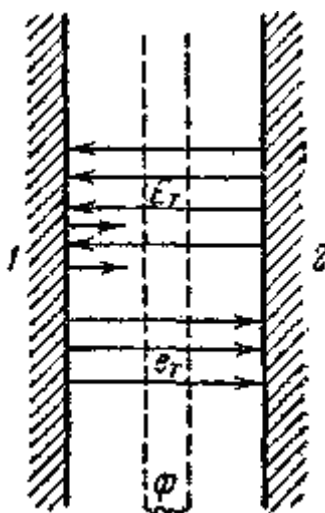


Рис. 22. Модель излучения и поглощения бесконечных однородных пластин

Если в пространстве между пластинами 1 и 2 создать абсолютный вакуум, то они будут обмениваться энергией только с помощью излучения. При таком чисто лучистом теплообмене оба тела через некоторое время придут в термодинамическое равновесие и их температуры сравняются. В дальнейшем лучистая энергия, испускаемая каждым телом, должна в точности равняться энергии, поглощаемой им за то же время. Если бы при одинаковых температурах тел испускание не равнялось поглощению, то одно из этих тел начало бы нагреваться, а другое – остывать. В этом случае поток тепла переходил бы от более холодного тела к более горячему. Такой процесс связан с уменьшением энтропии системы и самопроизвольно происходить не может.

Заметим, что наличие между пластинами газа может за счет теплопроводности ускорить достижение равновесного состояния, но никак не

скажется на окончательном равновесии. Температура газа в конце процесса станет равной температуре обеих пластин, и его наличие никак не изменит условий теплового баланса.

Составим при равновесии ( $T_1 = T_2 = T$ ) баланс лучистой энергии для каждой из пластин. В силу полной симметрии их расположения можно для упрощения выкладок считать, что каждая единица площади одной из пластин находится в равновесии с расположенной непосредственно против нее единичной площадкой второй пластины.

Для нечерной пластины поток лучистой энергии, испускаемой единицей площади за единицу времени, равен  $e_T$ . За то же время на эту площадку падает лучистая энергия  $E_T$ , испущенная единицей площади абсолютно черного тела. Из этой величины, однако, лишь доля  $a_T E_T$  поглощается нечерной пластиной 1, а остальная часть  $(1 - a_T)E_T$  отражается обратно. Следовательно,

$$E_T = a_T E_T. \quad (2.22)$$

Единица площади абсолютно черной пластины 2 испускает за единицу времени поток лучистой энергии  $E_T$ . За это же время на эту площадку со стороны нечерной пластины приходит излученная последней энергия  $e_T$  и отраженная от нее энергия  $(1 - a_T)E_T$ . Вся эта пришедшая энергия полностью поглощается абсолютно черным телом ( $a = 1$ ) и, следовательно,

$$E_T = e_T + (1 - a_T)E_T. \quad (2.23)$$

Из уравнений (2.22) и (2.23) вытекает одно и то же соотношение:

$$\frac{e_T}{a_T} = \frac{E_T}{1} = E_T. \quad (2.24)$$

Отношение полной лучеиспускательной способности любого тела к его лучепоглощательной способности при данной температуре есть величина постоянная, равная лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же самой температуре.

Это соотношение было теоретически выведено в 1860 г. Кирхгофом и прекрасно подтвердилось на опыте. Если поместить между рассматриваемыми пластинами светофильтр, пропускающий лишь узкий участок длин волн  $d\lambda$  и полностью отражающий все остальные, то можно точно таким же путем доказать справедливость закона Кирхгофа не только для интегральных величин, но и для дифференциальных, т. е. установить соотношение

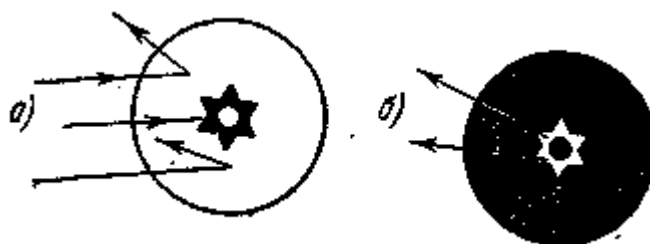
$$\frac{e_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = \frac{E_{\lambda,T}}{1} = E_{\lambda,T} \quad (2.25)$$

*Отношение лучеиспускательной и поглощательной способности для любых тел при одинаковой их температуре  $T$  и для одной и той же длины волны  $\lambda$  одинаково и не зависит от природы этих тел. Это отношение является универсальной функцией длины волны и температуры и равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела  $E_{\lambda,T}$ .*

Поскольку для абсолютно черного тела  $a = 1$ , а для других тел  $a_{\lambda,T} < 1$ , то из (2.25) вытекает весьма важное утверждение: излучение, которое тело сильнее поглощает, сильнее и испускается. При данной температуре

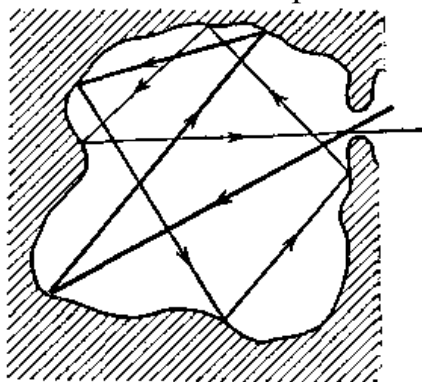
$$e_{\lambda,T} = a_{\lambda,T} E_{\lambda,T} < E_{\lambda,T}, \quad (2.26)$$

т. е. тепловое излучение абсолютно черного тела во всех частях спектра интенсивнее, чем для нечерного тела, нагретого до той же самой температуры.



**Рис. 23.** Излучение фарфоровой тарелки при комнатной и высокой ( $\sim 1000^\circ \text{C}$ ) температуре

Возьмем белую фарфоровую тарелку и нанесем на нее какой-либо узор, зачернив отдельные участки ее поверхности сажей. При комнатной температуре собственное тепловое излучение тарелки будет пренебрежимо слабым. Чтобы видеть эту тарелку, нам придется осветить ее светом от какого-либо постороннего горячего источника света (электрическая лампочка, Солнце). Тогда покрытые сажей участки будут сильнее всего поглощать падающий свет, и мы увидим черный узор на белом фоне (**рис. 23 а**). Нагреем эту тарелку до температуры  $\sim 1000^\circ \text{C}$  и перенесем ее в темную комнату, пока она не остыла. В отсутствие посторонних источников света мы увидим собственное тепловое излучение тарелки. Тогда, по закону Кирхгофа, зачерненные участки будут сильнее всего излучать, и мы увидим яркий светящийся узор на более тусклом фоне остальной части тарелки (**рис. 23 б**). При данной температуре  $T$  абсолютно черное тело является наиболее сильным излучателем на любой длине волны и суммарно. Для проверки этого утверждения и экспериментального исследования универсальной функции  $E_{\lambda T}$ . В.А. Михельсон предложил весьма простую и остроумную модель абсолютно черного тела. Такой моделью является маленькое отверстие в стенке полости, сделанной из любого материала (**рис. 24**). Луч, падающий извне на отверстие, попадет внутрь полости и, прежде чем выйти обратно наружу, испытает многократное отражение от стенок. Из чего бы не были сделаны внутренние стенки полости, при каждом отражении луча всегда будет происходить частичное поглощение его энергии. Поэтому после многократного отражения интенсивность выходящего обратно луча будет практически равна нулю. Таким образом, это отверстие будет практически полностью поглощать все падающие на него лучи и является абсолютно черным телом.



**Рис. 24.** Модель абсолютно черного тела

Это отверстие может излучать. Если мы нагреем стенки полости до некоторой температуры  $T$ , то они начнут испускать электромагнитное излучение. Это излучение будет распространяться внутри полости, частично отражаясь от стенок, частично поглощаясь последними. В результате внутри полости установится равновесие между испусканием и поглощением, и она заполнится электромагнитными волнами разной длины, поляризации и интенсивности, хаотически движущимися во все стороны.

Свойства этого равновесного излучения будут разобраны подробнее в следующем параграфе. Здесь же отметим, что, выходя через малое отверстие, оно будет определять спектральную характеристику последнего, т. е. лучеиспускательную способность  $E_{\lambda T}$  этого абсолютно черного тела.

Сконструировав описанную выше модель, можно измерить излучение, выходящее из отверстия в полости. Направляя это излучение на чувствительный термоэлемент или болометр, можно измерить интегральное излучение  $E_T$ . Разлагая предварительно, с помощью призмы или дифракционной решетки, это излучение в спектр (рис. 25), можно детальнее изучить спектральный состав теплового излучения и найти на опыте функцию  $E_{\lambda T}$ .

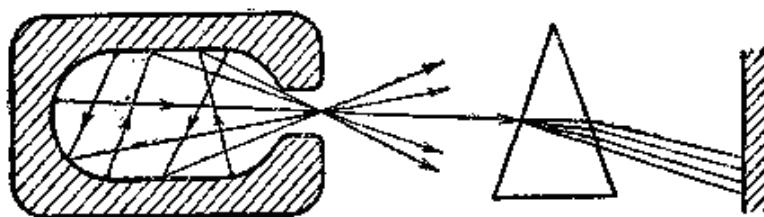


Рис. 25. Получение спектра теплового излучения

Сопоставление этих теоретических выводов с результатами прямых измерений позволило, как мы увидим в следующем параграфе, произвести детальную проверку законов распространения света и взаимодействия его с веществом. При этом выяснился целый ряд новых, ранее не известных нам свойств света.

Настоятельная необходимость теоретического и экспериментального изучения функции  $E_{\lambda T}$  выдвигалась и потребностями практики. В 1872 г. А.Н. Лодыгин сконструировал лампу накаливания в стеклянном баллоне с угольным стерженьком. В 1876 г. П.Н. Яблочков изобрел свою дуговую лампу. В 1894 г. А.Н. Лодыгин получил патент на лампу накаливания с вольфрамовой нитью. Широкое применение этих тепловых источников света и развитие спектрального анализа потребовали от физиков создания правильных расчетных формул и указаний правильных и перспективных путей развития осветительной техники.

## § 2.6. Равновесное излучение. Формула Планка и ее следствия\*

Рассмотрим замкнутую полость внутри твердого тела, нагретого до некоторой температуры  $T$  [3]. Стенки полости будут излучать, отражать и поглощать электромагнитные волны, и в результате внутри полости установится



вполне определенное равновесное излучение. Это излучение будет характеризоваться средней объемной плотностью энергии  $\omega(T)$  дж/м<sup>3</sup> и определенным спектральным составом. Средняя плотность энергии электромагнитных волн в интервале от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$  будет пропорциональна этому интервалу:

$$d\omega = \omega(\lambda, T)d\lambda, \quad (2.27)$$

и полная плотность энергии получается интегрированием:

$$\omega(T) = \int_0^{\infty} \omega(\lambda, T)d\lambda. \quad (2.28)$$

Характеристики равновесного излучения  $\omega(\lambda, T)$  и  $\omega(T)$  не зависят от материала и свойств стенок полости. По закону Кирхгофа, если какой-нибудь участок стенки имел повышенную (или пониженную) лучеиспускательную способность  $e_{\lambda T}$  для некоторой длины волны  $\lambda$ , то он соответственно сильнее (или слабее) поглощал бы тот же самый участок спектра. В результате равновесие между этим участком и излучением устанавливалось бы при той же самой спектральной плотности излучения, как если бы стенка была сделана из абсолютно черного тела.

Действительно, лучистый поток данной длины волны  $\Phi(\lambda, T)$ , падающий на стенку, поглощается частично в соответствии с ее поглощательной способностью  $a_{\lambda T}$ . При равновесии поглощенный поток  $a_{\lambda T} \Phi(\lambda, T)$  должен в точности равняться лучистому потоку, испускаемому стенкой, т. е.

$$a_{\lambda T} \Phi(\lambda, T) = e_{\lambda T}. \quad (2.29)$$

Отсюда

$$\Phi(\lambda, T) = \frac{e_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} = E_{\lambda T}, \quad (2.30)$$

т. е. спектральный состав равновесного излучения не зависит от материала и оптических характеристик стенки. Любые тела, помещаемые внутрь полости и достигшие вследствие лучистого теплообмена равновесной температуры  $T$ , не меняют и состава равновесного излучения в полости. В частности, таким телом может быть и любой газ, заполняющий полость.

Поместим внутрь полости белую тарелку с зачерненным узором, рассматривавшуюся в предыдущем параграфе. Зачерненные и незачерненные участки будут обладать различной поглощательной и испускательной способностью. Лучистый поток, идущий от каждого участка поверхности, будет складываться из собственного излучения  $e_{\lambda T}$  и отраженной доли  $(1 - a_{\lambda T})$  падающего на поверхность равновесного излучения  $E_{\lambda T}$ . Используя (32.3), можно показать, что суммарный поток, идущий от каждого участка, равен

$$e_{\lambda T} + (1 - a_{\lambda T}) E_{\lambda T} = a_{\lambda T} E_{\lambda T} + (1 - a_{\lambda T}) E_{\lambda T} = E_{\lambda T}, \quad (2.31)$$

и не зависит от лучеиспускательной и поглощательной способности этого участка. Зачерненные участки будут сильнее поглощать падающее излучение, чем незачерненные, и меньше его отражать, зато будут давать более интенсивное собственное излучение  $e_{\lambda T}$ . В результате если посмотреть через отверстие в полость, то ни узоры на фоне тарелки, ни сама тарелка на фоне стенок полости не

будут видны; все участки поверхности будут представляться одинаково светлыми.

Примеры с тарелкой, рассмотренные в данном и предыдущем параграфах, показывают, что мы имеем возможность различать предметы, только если пользоваться неравновесным излучением. Так, при наблюдении в обычных условиях мы имеем дело с телами, температура которых колеблется в пределах 250–300 К, в то время как температура излучающей поверхности Солнца равна примерно 6000 К, а раскаленной нити электрической лампы – около 2000 К.

Равновесное излучение в полости представляет собой материальную систему электромагнитных волн, движущихся хаотически и в этом смысле до некоторой степени напоминающих идеальный газ. То обстоятельство, что волны, падающие на стенку, частично поглощаются, вновь испускаются и отражаются, не меняет свойств равновесного излучения и его основной характеристики – плотности энергии на единицу интервала длин волн. Поэтому для анализа свойств равновесного излучения можно применять статистические и термодинамические методы, аналогичные применявшимся при анализе идеального газа.

Сделаем в стенке полости небольшое отверстие площадью  $dS$ . Излучение данного интервала длин волн  $d\lambda$  движется во все стороны хаотически. Для упрощения расчета будем считать (как и для идеального газа), что в направлении, перпендикулярном к отверстию, будет двигаться  $1/3$  этих волн, причем половина из них будет двигаться от отверстия внутрь полости, а остальная часть – выходить наружу. За время  $dt$  через отверстие площадью  $dS$  тогда выйдут все волны, заключенные в цилиндре с площадью основания  $dS$  и высотой  $cdt$  (где  $c$  – скорость света), движущиеся по направлению к площадке. Эти волны несут с собой энергию, которая излучается отверстием наружу:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \omega(\lambda, T) dS c dt. \quad (2.32)$$

Более точное интегрирование по всем направлениям распространения излучения дает результат, несколько отличающийся численным множителем. Поток энергии через площадку оказывается равным

$$\frac{1}{4} c \omega(\lambda, T) dS dt. \quad (2.33)$$

С другой стороны, это отверстие является абсолютно черным телом и за время  $dt$  с площади  $dS$  должно излучаться  $E_{\lambda T} dS dt$ .

Приравнявая эти два выражения для энергии, излучаемой отверстием, и сокращая на произведение  $dS dt$ , получаем:

$$E_{\lambda T} = \frac{c}{4} \omega(\lambda, T), \quad (2.34)$$

т. е. лучеиспускательная способность абсолютно черного тела однозначно связана с плотностью энергии равновесного излучения и отличается от последней лишь постоянным размерным множителем  $c/4$ . Интегрируя обе части равенства (2.34) по  $\lambda$ , можно получить аналогичное соотношение между полной лучеиспускательной способностью абсолютно черного тела и полной плотностью энергии равновесного излучения:

$$E_T = \frac{c}{4} \omega(T). \quad (2.35)$$

Таким образом, задача о нахождении универсальной функции  $E_{\lambda T}$  свелась к задаче статистической физики – нахождению спектрального распределения энергии равновесного излучения  $\omega(\lambda, T)$ . Однако многочисленные попытки вывести теоретически эти зависимости вплоть до 1900 г. оканчивались неудачами, хотя ряд качественных соотношений удалось при этом получить, исходя из законов классической физики – термодинамики, электродинамики. Так, исходя из соотношения между плотностью энергии электромагнитных волн и давлением света, вытекавшего из электродинамики, Больцман в 1884 г. чисто термодинамическим путем доказал пропорциональность полной лучеиспускательной способности абсолютно черного тела четвертой степени его абсолютной температуры, т. е.

$$E_T = \sigma T^4. \quad (2.36)$$

Несколько ранее, в 1878 г., это соотношение было получено из опыта Стефаном и поэтому (2.36) получило название закона Стефана – Больцмана. При этом Стефан ошибочно полагал, что это соотношение справедливо для любых тел, а не только для абсолютно черного тела, с которым он, кстати, и не экспериментировал.

Термодинамический вывод не смог дать величину постоянного множителя в законе Стефана – Больцмана, и ее пришлось определять на опыте.

Еще меньше смогла дать термодинамика для определения спектрального распределения равновесного излучения. Из чисто термодинамических соображений Вин показал, что должно выполняться соотношение

$$E_{\lambda T} = \frac{f(\lambda \cdot T)}{\lambda^5}, \quad (2.37)$$

где  $f(\lambda \cdot T)$  есть некоторая функция произведения длины волны на абсолютную температуру, определить вид которой с помощью одной лишь термодинамики нельзя. Из (2.37) вытекало, что максимум лучеиспускательной способности  $\frac{dE_{\lambda, T}}{d\lambda} = 0$  находится при некоторой длине волны  $\lambda_{\text{макс}}$ , которая связана с абсолютной температурой  $T$  соотношением

$$\lambda_{\text{макс}} \cdot T = \text{const}. \quad (2.38)$$

Таким образом, с ростом температуры максимум лучеиспускательной способности абсолютно черного тела смещается в сторону более коротких длин волн. Равенство (2.38) получило название закона смещения Вина. Величина константы в законе Вина из термодинамики также не могла быть определена, и ее определили из опыта.

В 1887 г. В. А. Михельсон применил методы статистической физики к тому массовому коллективу элементарных излучателей, которым является нагретое тело. Сделав допущение, что интенсивность излучения атомов в данном спектральном интервале пропорциональна квадрату частоты колебания (аналогично энергии гармонически колеблющейся точки, Михельсон получил формулу, которая в общих чертах отвечала виду кривой  $E_{\lambda T}$  однако не совпадала с последней.

Вин предложил интерполяционную формулу вида

$$E_{\lambda T} = \frac{\alpha}{\lambda^5} e^{-\frac{\beta}{\lambda T}}, \quad (2.39)$$

удовлетворяющую термодинамическому условию (2.38). Эта формула при должном выборе постоянных  $\alpha$  и  $\beta$  приводила к хорошему совпадению в области коротких волн, но давала преуменьшенные значения в области больших  $\lambda$ .

Более строгая попытка теоретического вывода  $E_{\lambda T}$  была сделана Рэлеем. Он исходил из рассмотрения стоячих электромагнитных волн в замкнутой полости. Определялось число независимых волн в данном интервале  $d\lambda$ , а затем к этим волнам применялся классический закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Каждой независимой волне приписывались степень свободы и средняя энергия, равная  $\frac{1}{2}kT$ . В результате им было получено выражение:

$$E_{\lambda T} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}, \quad (2.40)$$

т. е. неизвестная функция в (2.39) имеет вид

$$f(\lambda \cdot T) = 2\pi ck\lambda \cdot T. \quad (2.41)$$

Кривая Рэля изображена на **рис. 26** линией 1. Интерполяционная кривая Вина – линией 2 (используется логарифмический масштаб). Кружочками на том же рисунке нанесены экспериментальные точки для той же температуры. Из рисунка видно, что применение к равновесному излучению законов классической электродинамики и статистики дает правильное значение для  $E_{\lambda T}$  лишь в области больших длин волн. Для коротких волн в ультрафиолетовой области и далее лучеиспускательная способность абсолютно черного тела не возрастает до бесконечности, а, напротив, убывает до нуля.

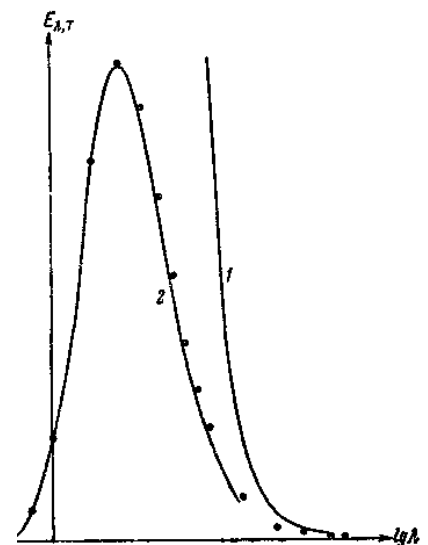
Формула Рэля приводит к абсурдному результату и для полной лучеиспускательной способности. Интегрируя выражение (2.40) по  $\lambda$ , получаем:

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda T} d\lambda = 2\pi ckT \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \infty, \quad (2.42)$$

т. е. полная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела должна быть бесконечно большой!?

Все эти затруднения, получившие в науке образное наименование «ультрафиолетовой катастрофы», указывали на наличие в теории каких-то коренных дефектов. Очевидно, электромагнитная теория света становится неприменимой для излучения с короткими длинами волн, и какие-то ее принципиальные положения должны быть пересмотрены.

Этот пересмотр был произведен М. Планком. В 1900 г. Планк показал, что правильное выражение для  $E_{\lambda T}$  можно получить, лишь предположив, что излучение испускается телами не непрерывно, но в виде отдельных порций. Энергия каждой такой



**Рис. 26.** Ультрафиолетовая катастрофа

порции – кванта излучения – пропорциональна его частоте:

$$\varepsilon = h \nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (2.43)$$

где  $h$  – универсальная постоянная, одинаковая по всему спектру, получившая впоследствии название постоянной Планка.

Из (2.43) можно определить размерность постоянной Планка:

$$[h] = \frac{[\varepsilon]}{[\nu]} = \text{дж} \cdot \text{сек}.$$

Величины такой размерности – энергиях и время – носят название «действия».

Предположение Планка находится в резком противоречии с законами классической физики. В классической физике все величины – энергия, импульс, действие – могут иметь произвольные, сколь угодно малые значения, могут меняться плавно, непрерывно. Согласно этим представлениям, и тепловое излучение должно испускаться телами непрерывно, пополняться любыми порциями. Однако из этих представлений вытекает формула Рэля (2.40), пришедшая в противоречие с опытом в области коротких волн и высоких частот, когда величина кванта (2.43) становится большой и нельзя пренебрегать дискретностью порций излучения. Естественно, что для очень коротких волн всей энергии теплового движения тела недостаточно, чтобы оно могло испустить хотя бы один такой квант. Таково, во всяком случае, качественное объяснение падения интенсивности излучения при  $\lambda \rightarrow 0$  и разрешение ультрафиолетовой катастрофы классической физики.

Исходя из предположения (2.43) о дискретности испускаемого излучения и пользуясь статистическими методами, Планк теоретически вывел выражение для  $E_{\lambda T}$ , полностью совпадающее с опытом.

Приведем более простой вывод этого выражения, данный впоследствии Эйнштейном.

При поглощении и испускании атомами стенки кванта  $h\nu$  меняется скачком энергия атома от некоторого значения  $E_1$  до  $E_2$  и обратно, так что

$$E_2 - E_1 = h\nu. \quad (2.44)$$

Обозначим через  $N_1$  число атомов в данном участке стенки полости, заполненной излучением, обладающих энергией  $E_1$ , а через  $N_2$  – число атомов, обладающих энергией  $E_2$ . Величина  $E_2$  больше, чем  $E_1$ , и  $N_2$  есть число атомов, энергетически возбужденных по отношению к  $N_1$ .

При статистическом равновесии число атомов, обладающих данным значением энергии  $E$ , зависит от последней по экспоненциальному закону Больцмана, т. е.

$$\begin{aligned} N_1 &= N_0 e^{-\frac{E_1}{kT}} \\ N_2 &= N_0 e^{-\frac{E_2}{kT}} \end{aligned} \quad (2.45)$$

и

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{+\frac{E_2 - E_1}{kT}} = e^{\frac{h\nu}{kT}} = e^{\frac{hc}{kT\lambda}}. \quad (2.46)$$

Наличие равновесного излучения с той же температурой  $T$  не нарушает динамического равновесия между атомами, находящимися на различных энергетических уровнях  $E_1$  и  $E_2$ . Число атомов, переходящих с верхнего уровня на нижний с испусканием квантов излучения данной частоты  $\nu$  (или длины волны  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ ), должно равняться числу атомов, переходящих с нижнего уровня на верхний с поглощением таких же квантов за то же время.

Подсчитаем количество этих противоположных актов в отдельности. При этом следует учитывать, что, согласно законам электродинамики, электромагнитная волна, падающая на колеблющийся диполь, в зависимости от соотношения фаз их колебаний может как усиливать колебания диполя, так и тормозить их. Иными словами, излучение, падающее на атом, может заставлять последний не только поглощать, но и испускать соответствующие кванты энергии. Это обстоятельство приводит к тому, что возбужденные атомы с энергией  $E_2$  переходят под действием падающего на них излучения на нижний уровень  $E_1$ .

Кроме того, как впервые указал Эйнштейн, возбужденные атомы могут испускать фотоны и самопроизвольно, или «спонтанно», без всякого воздействия извне. Переход на верхний энергетический уровень без поглощения фотона, т. е. спонтанно, конечно, невозможен.

Количество возбужденных атомов, переходящих за единицу времени с верхнего уровня на нижний спонтанно, пропорционально их наличному числу  $N_2$  и равно  $AN_2$ , где  $A$  – соответствующий коэффициент пропорциональности. Количество атомов, переходящих с верхнего уровня на нижний под воздействием излучения, очевидно, пропорционально и числу возбужденных атомов  $N_2$ , и плотности энергии падающего излучения  $\omega(\lambda, T)$ . Согласно (2.34) величина  $\omega(\lambda, T)$  пропорциональна  $E_{\lambda T}$  и число вынужденных переходов возбужденных атомов на нижние уровни за единицу времени равно  $B_{2,1}N_2E_{\lambda T}$ , где  $B_{2,1}$  – соответствующий коэффициент вероятности перехода. Полное число самопроизвольных и вынужденных переходов и тем самым полное число испускаемых в единицу времени фотонов равно:

$$AN_2 + B_{2,1}N_2E_{\lambda T}. \quad (2.47)$$

Атомы, находящиеся на нижнем энергетическом уровне  $E_1$ , могут переходить на верхний  $E_2$  только за счет энергии падающего излучения. Поэтому количество таких переходов и число квантов, поглощаемых в единицу времени тем же участком стенки, равно:

$$B_{1,2}N_1E_{\lambda T}, \quad (2.48)$$

где  $B_{1,2}$  – соответствующий коэффициент вероятности перехода с уровня  $E_1$  на уровень  $E_2$ .

При установившемся равновесии между излучением и стенкой количество поглощаемых (2.47) и испускаемых (2.48) за единицу времени фотонов равно друг другу, т.е.

$$AN_2 + B_{2,1}N_2E_{\lambda T} = B_{1,2}N_1E_{\lambda T}. \quad (2.49)$$

Решая уравнение (2.49) относительно  $E_{\lambda T}$  и учитывая (2.46), получаем:

$$E_{\lambda T} = \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{B_{1,2}N_1}{B_{2,1}N_2} - 1} = \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}} e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (2.50)$$

Коэффициенты вероятности самопроизвольных и вынужденных переходов  $A$ ,  $B_{1,2}$  и  $B_{2,1}$  могут быть точно рассчитаны лишь при полном знании законов взаимодействия электромагнитных волн с атомами. Однако входящие в (2.50) отношения этих коэффициентов могут быть определены из простых общих соображений:

1. В предельном случае бесконечно высоких температур  $T \rightarrow \infty$ ,  $e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \rightarrow e^0 = 1$ , и формула (2.50) принимает вид:

$$E_{\lambda, \infty} \rightarrow \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}} - 1}. \quad (2.51)$$

С другой стороны, при бесконечно высокой температуре атомы тела должны обладать бесконечно большой энергией и их лучеиспускательная способность должна быть бесконечно велика, т. е.  $E_{\lambda, \infty} \rightarrow \infty$ . Последнее, однако, возможно лишь, если знаменатель выражения (2.51) равен нулю, т. е.  $\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}} = 1$  (т. е.  $B_{1,2} = B_{2,1}$ ). Подставляя это значение в (2.50), получаем:

$$E_{\lambda, T} = \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{hc}{\lambda kT} - 1}. \quad (2.52)$$

2. В области очень длинных волн энергия отдельного кванта  $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$  очень мала по сравнению с энергией теплового движения  $kT$ . В этом случае в единицу времени излучается и поглощается такое большое число квантов, что излучение можно практически считать непрерывным. Следовательно, для длинных волн уравнение (2.52) должно переходить в классическую формулу Рэлея (2.40) –  $E_{\lambda T} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}$ .

При больших  $\lambda$  показатель степени  $\frac{hc}{\lambda kT} \gg 1$ , и можно, разлагая экспоненциальную функцию в ряд, ограничиться двумя первыми членами:

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT} + \dots \approx 1 + \frac{hc}{\lambda kT}.$$

Подставляя это разложение в (2.52) и сопоставляя с (2.40), получаем:

$$E_{\lambda T} \approx \frac{A}{B_{2,1}} \frac{\lambda kT}{hc} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^4}.$$

Отсюда

$$\frac{A}{B_{2,1}} = \frac{2\pi hc}{\lambda^5},$$

и окончательно:

$$E_{\lambda T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (2.53)$$

Это выражение носит название формулы Планка для лучеиспускательной способности абсолютно черного тела. Из (2.41) и (2.40) можно найти и спектральную плотность энергии равновесного излучения  $\omega(k, T)$ . В предельном случае длинных волн, как было показано выше, формула Планка переходит в формулу Рэля (2.40), совпадающую в этом случае с опытом. В противоположном предельном случае коротких волн можно пренебречь единицей в знаменателе, и мы получаем:

$$E_{\lambda T} \approx \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}, \quad (2.54)$$

что совпадает с интерполяционной формулой Вина (2.33), также хорошо оправдывающейся на опыте в этой области. Сопоставляя выведенную им теоретически формулу (2.53) с опытом, Планк определил численное значение универсальной постоянной  $h$ . По уточненным современным данным,

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек} = 6,62 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}.$$

Блестящие результаты, достигнутые при применении гипотезы Планка, были первым серьезным указанием на то, что к явлениям лучеиспускания законы классической физики уже неприменимы. Не вытекая из какой-либо законченной теории, не являясь, тем более, теорией, сама по себе гипотеза Планка показывала, что должна быть создана новая теория. В этой новой теории должно быть существенно отражено, что некоторые физические величины способны принимать не непрерывный, но дискретный ряд значений. К этим вопросам мы вернемся в последующих главах. Сейчас же обратимся к формуле Планка, вытекающим из нее следствиям и практическим применениям законов теплового излучения.

## § 2.7. Законы теплового излучения\*

На **рис. 27** изображена серия кривых  $E_{\lambda T}$  для различных температур излучающего абсолютно черного тела [3]. Согласно формуле Планка,

$$E_{\lambda T} = \frac{2\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \quad (2.55)$$

для каждой данной длины волны  $\lambda$  с ростом температуры показатель  $\frac{hc}{\lambda kT}$  и

величина, стоящая в знаменателе,  $e^{\frac{hc}{\lambda kT}}$ , убывают, а сама дробь возрастает. Следовательно, с ростом температуры возрастает лучеиспускательная способность во всех участках спектра, но в различной степени.



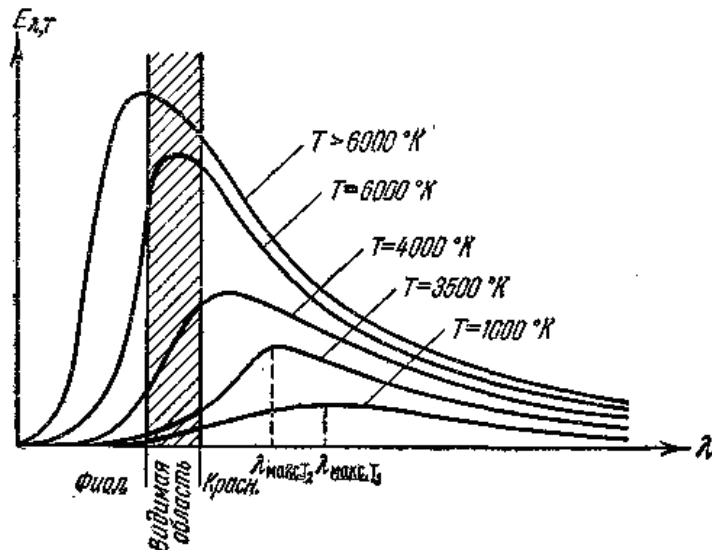


Рис. 27. Интегральные кривые излучение абсолютно черного тела

Из формулы Планка вытекают и все остальные законы теплового излучения. Рассчитаем полную лучеиспускательную способность абсолютно черного тела, интегрируя выражение (2.55) по всем длинам волн. При вычислении введем вспомогательную переменную:

$$z = \frac{\lambda kT}{hc}, \quad \lambda = \frac{hc}{kT} z \quad \text{и} \quad d\lambda = \frac{hc}{kT} dz. \quad (2.56)$$

Подставим эту замену в (2.55) и произведем интегрирование:

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda,T} d\lambda = 2\pi hc^2 \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^5 \left( e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)} = 2\pi hc^2 \left( \frac{kT}{hc} \right)^4 \int_0^{\infty} \frac{dz}{z^5 \left( e^z - 1 \right)}.$$

Интеграл, стоящий в правой части, равен  $\frac{\pi^4}{15}$ . Следовательно,

$$E_T = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4. \quad (2.57)$$

Таким образом, из формулы Планка вытекает закон Стефана – Больцмана (2.36). Подставляя численные значения универсальных постоянных, находим величину константы в законе Стефана – Больцмана:

$$\sigma = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}^4.$$

Лучистый поток с единицы площади абсолютно черного тела равен:

$$\frac{q}{S} = E_T = 5,7 \left( \frac{T}{100^\circ} \right)^4 \text{ вт/м}^2. \quad (2.58)$$

При теплообмене излучением между двумя телами, нагретыми до температур, равных соответственно  $T_1$  и  $T_2$ , тепловой поток на единицу площади равен разности двух противоположных лучистых потоков. В общем случае следует учитывать, что реальные тела не являются абсолютно черными ( $a < 1$ ) и, кроме того, в теплообмене участвует лишь некоторая доля  $\varphi$  всей поверхности, зависящая от геометрии их взаимного расположения. Следовательно,

$$\frac{q_{1,2}}{S} = \varphi\alpha \cdot 5,7 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (2.59)$$

Геометрический коэффициент  $\varphi$  вычислен для ряда типичных взаимных расположений теплообменивающихся поверхностей, и эти значения приводятся в курсах строительной теплотехники.

При малых разностях температур равенство (2.59) упрощается. С достаточной для практических расчетов степенью точности можно записать:

$$\frac{q_{1,2}}{S} = \varphi\alpha \cdot 5,7 \left[ \frac{T_1}{100} - \frac{T_2}{100} \right] \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^3 + \left( \frac{T_1}{100} \right)^2 \left( \frac{T_2}{100} \right) + \left( \frac{T_1}{100} \right) \left( \frac{T_2}{100} \right)^2 + \left( \frac{T_2}{100} \right)^3 \right] \approx \varphi\alpha \cdot 4 \left( \frac{\bar{T}}{100} \right)^3 \frac{T_1 - T_2}{100} =$$

$$0,227 \cdot \varphi\alpha \left( \frac{\bar{T}}{100} \right)^3 (T_1 - T_2). \quad (2.60)$$

Величина

$$T_1 - T_2 = \Delta T \quad (2.61)$$

представляет собой перепад температуры между обменивающимися лучистым теплом поверхностями. Множитель

$$0,227 \varphi\alpha \left( \frac{\bar{T}}{100} \right)^3 = \alpha_{\text{л}} \quad (2.62)$$

называется коэффициентом теплопередачи при лучеиспускании. Учитывая (2.61) и (2.62), можно переписать выражение (2.60) в форме, принятой в теплотехнике:

$$q_{1,2} = \alpha_{\text{л}} S \Delta T \text{ дж/сек.} \quad (2.63)$$

В реальных условиях наряду с излучением теплообмен осуществляется теплопроводностью через промежуточную среду и главным образом конвекцией. В последнем случае тепло, переданное конвекцией, определяется выражением, аналогичным (2.63), с соответствующим коэффициентом теплопередачи  $\alpha_{\text{к}}$ . Таким образом, полный поток тепла равен:

$$q_{1,2 \text{ полн}} = (\alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}) S \Delta T = \alpha S \Delta T, \quad (2.64)$$

где  $\alpha = \alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}$  есть суммарный коэффициент теплопередачи.

Из (2.62) следует, что, согласно законам теплового излучения, коэффициент теплопередачи излучением  $\alpha_{\text{л}}$  возрастает с нагреванием примерно пропорционально третьей степени абсолютной температуры. Поэтому при невысоких температурах теплотери от нагретых тел обусловлены главным образом конвекцией, а при высоких – лучеиспусканием. Так, в топках печей  $\alpha_{\text{л}} \gg \alpha_{\text{к}}$  и теплопередача от раскаленных топочных газов к поверхностям нагрева происходит в основном за счет лучеиспускания.

При температурах, близких к комнатной,  $T \approx 300 \text{ К}$ , коэффициент лучистого теплообмена

$$\alpha_{\text{л}} \approx 0,2\varphi\alpha \cdot 3^3 \approx 2 - 5 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Для батарей центрального отопления в жилых помещениях величина  $\alpha_{\text{к}}$  за счет слабой естественной конвекции имеет тот же порядок величины, и нагрев воздуха в помещении происходит до 50 % за счет лучистого теплообмена, причем главную роль в последнем играют инфракрасные («тепловые») лучи, испускаемые батареями.

Из формулы Планка (2.55) автоматически вытекает и закон спектрального смещения Вина (2.38). Для этого надо найти положение максимума лучеиспускательной способности  $E_{\lambda,T}$  по длинам волн обычными методами дифференциального исчисления, т. е. решить уравнение

$$\frac{dE_{\lambda,T}}{d\lambda} = 0.$$

Для сокращения расчетов введем подстановку (2.56) непосредственно в формулу Планка (2.55), перепишем ее в виде

$$\frac{h^4 c^3}{2\pi(kT)^5} E_{\lambda,T} = \frac{z^{-5}}{e^z - 1} \quad (2.65)$$

и продифференцируем правую часть этого равенства по  $z$ :

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{z^{-5}}{e^z - 1} \right) = \frac{1}{\left( e^z - 1 \right)^2} \left[ -5z^{-6} \left( e^z - 1 \right) - z^{-5} e^z \left( -\frac{1}{z^2} \right) \right] = \frac{e^z}{z^6 \left( e^z - 1 \right)^2} \left[ \frac{1}{z} - 5 \left( 1 - e^{-\frac{1}{z}} \right) \right].$$

Максимуму кривой внутри интервала  $0 \leq \lambda \leq \infty$  соответствует значение  $z$ , обращающее в нуль выражение, стоящее в квадратных скобках, т. е.

$$\frac{1}{z_m} = 5 \left( 1 - e^{-\frac{1}{z_m}} \right). \quad (2.66)$$

В первом приближении решение этого трансцендентного уравнения будет:

$$\frac{1}{z_m} = 5. \quad (2.67)$$

Степень точности этого решения определяется величиной отброшенного члена  $e^{-\frac{1}{z_m}} \approx e^{-5} \approx 0,01$  по сравнению с единицей.

В следующем приближении:

$$\frac{1}{z_m} \approx 5(1 - e^{-5}) \approx 4,97.$$

Третье приближение:

$$\frac{1}{z_m} \approx 5(1 - e^{-4,97})$$

– практически не отличается от предыдущего.

Возвращаясь от безразмерного вспомогательного переменного  $z_m$  к размерным величинам, находим:

$$\lambda_m = \frac{hc}{kT} z_m = \frac{hc}{4,97kT}$$

или 
$$\lambda_m T = \frac{hc}{4,97k} = 0,00289 \text{ м} \cdot \text{град}. \quad (2.68)$$

На **рис. 27** показано смещение максимума лучеиспускательной способности с нагреванием абсолютно черного тела в сторону все более коротких длин волн.

Вместо распределения энергии  $E_{\lambda,T}$  по интервалам длин волн  $d\lambda$  можно пользоваться распределением энергии  $E_{\nu,T}$  по интервалам частот  $d\nu$ . Однако следует помнить, что эти интервалы не пропорциональны друг другу. Из

$\lambda = \frac{c}{\nu}$  следует, что  $d\lambda = -\frac{c}{\nu^2}d\nu$ . Энергия, испускаемая в данном интервале длин волн или частот, будет:

$$dE = E_{\lambda,T}d\lambda = E_{\nu,T}d\nu.$$

Отсюда следует, что  $E_{\lambda,T}$  и  $E_{\nu,T}$  не получаются одно из другого простой заменой  $\lambda$  на  $\nu$ , а связаны более сложной зависимостью. Отбрасывая знак (связанный с тем, что при возрастании длины волны частота убывает, и наоборот), имеем:

$$E_{\nu,T} = E_{\lambda,T} \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{c}{\nu^2} E_{\lambda,T}.$$

Поскольку  $E_{\lambda,T}$  и  $E_{\nu,T}$  – разные функции (отличающиеся множителем  $\frac{c}{\nu^2}$ ), то положения их максимумов не совпадают, т. е.  $\nu_m \neq \frac{c}{\lambda_m}$ .

В оптике удобнее пользоваться функцией  $E_{\lambda,T}$ , поскольку при практическом разложении в спектр с помощью дифракционной решетки пространственное расщепление лучей на экране пропорционально длинам волн  $\lambda$  и воспроизводит ось абсцисс (**рис. 27**). По формуле (2.68) вычисляются длины волн (Табл. 1), которые наглядно показывают это смещение.

Таблица 1

$T$ К	287	1000	2000	3000	4000	5000	5200	5900	7000	10 000	$10^7$
$\lambda_m$	10 мк	2,89 мк	1,44 мк	0,962 мк	721 нм	577 нм	555 нм	490 нм	413 нм	289 нм	$2,89 \times 10^{-10}$ м

При комнатной температуре максимум излучения лежит в далекой инфракрасной области, излучение в видимой области практически отсутствует. При температуре, приближающейся к 1000 К, максимум по-прежнему в инфракрасной области, однако и излучение в видимой части спектра становится заметным (**рис. 27**). В силу того что интенсивность от длинных волн – красных, к коротким – фиолетовым, падает, наибольшая интенсивность излучения приходится на красную часть спектра – это температура «красного каления». По мере роста температуры различие в интенсивностях падает, излучение приобретает желтый, а затем – белый цвет. При температуре между 5000 и 6000 К максимум проходит через область спектра, к которой человеческий глаз наиболее чувствителен. Температуре 5900 К отвечает температура поверхности Солнца, лучеиспускательная способность которого близка к лучеиспускательной способности абсолютно черного тела. Такое излучение воспринимается глазом как белый, дневной свет. При более высоких температурах максимум смещается в ультрафиолетовую область, а интенсивность в фиолетово-голубой области становится большей, чем в красной. Излучение приобретает голубой оттенок.

Разворачивая излучение в спектр и определяя длину волны, которой отвечает наибольшая энергия излучения, можно определить температуру излучающего абсолютно черного тела или близких к нему по свойствам тел. Так, очевидно, что Солнце и звезды по своим лучеиспускательным свойствам должны быть близки к абсолютно черным телам. Действительно, толстая газовая оболочка звезд не

может обладать большой отражательной способностью. Следовательно, поглощательная способность звезд должна быть близка к единице. Фотографируя спектр звезды и определяя по почернению пластинки длину волны, отвечающую наибольшей отдаче энергии, определяем достаточно точно температуру звезды. При определении температуры по формуле Вина можно воспользоваться термоэлементом, отыскивая с его помощью то место спектра, в котором излучение несет наибольшую энергию.

## § 2.8. Пирометры. Тепловые источники света\*

Для определения высоких температур с помощью законов Стефана – Больцмана или Вина пользуются приборами, получившими название пирометров [3].

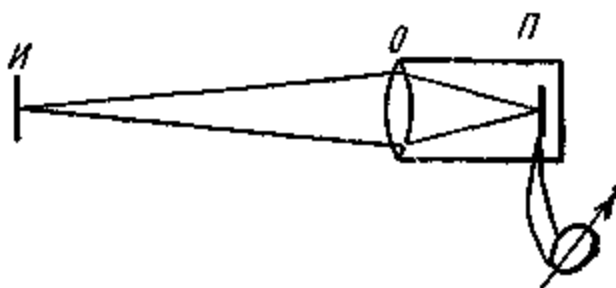


Рис. 28. Схема пирометра

На рис. 28 приведена схема радиационного пирометра. При измерениях прибор, расположенный достаточно далеко от источника излучения, наводят на него так, чтобы объектив О дал на приемнике П резкое изображение источника И. При этом изображение обязательно должно перекрыть весь приемник. Оптические системы изменяют линейные и угловые размеры изображения, но при этом его яркость всегда равна яркости источника. Таким образом, если площадь приемника равна  $s$ , то он поглощает ровно столько же энергии, сколько испускает такая же площадка  $s$  излучателя (пренебрегая, конечно, потерями в линзах, которые можно достаточно точно учесть).

В качестве приемника в радиационных пирометрах употребляются чаще всего термопары или болометры. Иногда употребляется и биметаллическая спираль, изгибающаяся при нагревании. Определяя энергию, поглощаемую пирометром, находят по закону Стефана – Больцмана температуру абсолютно черного излучателя.

Точность метода определяется тем, что энергия пропорциональна высокой степени температуры. Логарифмируя и дифференцируя равенство (2.57), получаем:

$$\frac{dE}{E} = 4 \frac{dT}{T}. \quad (2.69)$$

Следовательно, при измерении энергии с относительной точностью  $\frac{dE}{E}$  до 4 %, можно определить температуру с точностью  $\frac{dT}{T}$  до 1 %.

## § 2.9. Фотоэлектрический эффект. Уравнение Эйнштейна\*

Наряду с законами теплового излучения в конце XIX в. было открыто и изучено оптическое явление, не укладывавшееся в рамки законов классической физики. Это — явление фотоэлектрического эффекта, или, короче, фотоэффекта [3].

В 1887 г. Герц замечает, что ультрафиолетовое излучение в области искрового промежутка облегчает разряд. В 1888 г. Гальвакс устанавливает, что причиной этого является появление при облучении свободных зарядов. В 1888 г. он обнаружил, что при падении ультрафиолетового света на отрицательно заряженную поверхность цинка последняя быстро теряет свой заряд. Если поверхность была положительно заряжена, то потери заряда под действием света не наблюдалось. Нейтральная поверхность становилась положительно заряженной при освещении ультрафиолетовым светом. Очевидно, что под действием ультрафиолетового света поверхность теряет только отрицательные заряды. Измерения  $e/m$  для этих отрицательных зарядов, произведенные обычными методами электрического и магнитного отклонений, показывают, что эти заряды представляют собой электроны

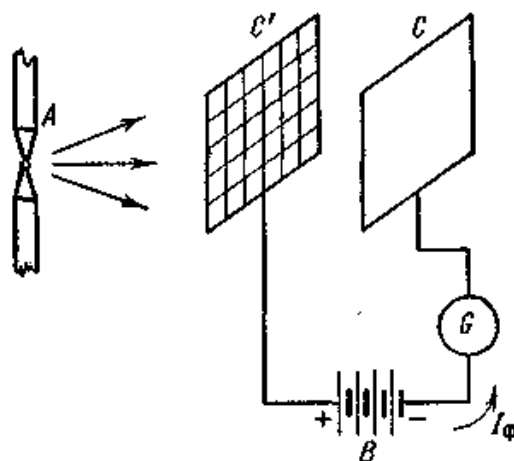


Рис. 29. Установка для изучения внешнего фотоэффекта на воздухе

В 1888–1890 гг. А. Г. Столетов проводит подробное изучение действий света на заряженные тела, называя первоначально эти действия актиноэлектрическими явлениями. Освещая дугой металлическую пластинку, он установил, что при этом пластинка теряет заряд только в тех случаях, когда она предварительно была заряжена отрицательно. Схема основного опыта Столетова изображена на рис. 29. Между обкладками конденсатора, состоящего из полированной цинковой пластинки  $C$  и металлической сетки  $C'$ , создавалась разность потенциалов с помощью батареи  $B$ . Ток  $I_{\phi}$ , возникающий при освещении пластинки  $C$  дугой  $A$ , мог измеряться гальванометром  $G$ .

На основании своих измерений Столетов установил следующие закономерности фотоэффекта: а) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды; б) явление вызывается преимущественно ультрафиолетовыми лучами; в) разряжающее действие лучей пропорционально мощности падающего излучения; г) разряжающее действие лучей обнаруживается

даже при весьма кратковременном освещении, причем между моментом освещения и началом разряда не протекает заметного времени. Фотоэффект практически безынерционен.

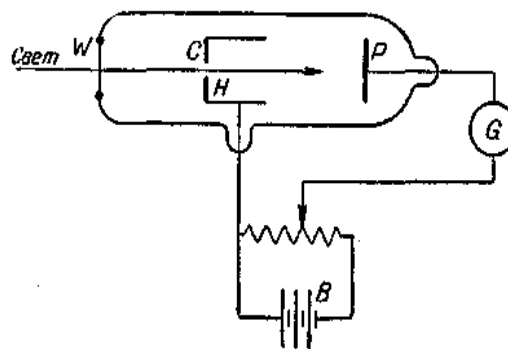
В отсутствие искажающих факторов (наличие воздуха между электродами, недостаточно высокие разности потенциалов, не препятствующие возвращению вырванных зарядов обратно на катод) закономерность (в), найденная Столетовым, фактически означает прямую пропорциональность фототока падающему лучистому потоку:

$$I_{\Phi} = c\Phi. \quad (2.70)$$

Вырывание светом электронов из металлов наружу получило название внешнего фотоэффекта [5].

Для вырывания электронов из металла необходимо затратить вполне определенную работу выхода  $eP$ , где  $P$  – контактный потенциал металла. При термоэлектронной эмиссии электрон приобретает энергию, достаточную для преодоления работы выхода, за счет повышенной интенсивности теплового движения. Эту энергию можно сообщить электронам, не только нагревая вещество, но и освещая его.

На **рис. 30** показана типичная схема опыта, используемая при исследовании фотоэффекта (Милликен). В стеклянную трубку впаяно кварцевое окошечко  $W$ , через которое в нее проникает ультрафиолетовый свет.  $P$  – исследуемая поверхность,  $C$  – полый цилиндр, собирающий электроны, испущенные поверхностью  $P$ . Небольшое отверстие в основании цилиндра позволяет свету достигнуть пластины  $P$ .



**Рис. 30.** Установка Милликена

В этом опыте очень важно, чтобы поверхность пластины  $P$  была как можно чище. Если результаты опыта нужно интерпретировать количественно, то необходимо весьма тщательно откачивать трубку, причем во время откачки для удаления газов, окклюдированных в стенках, трубку необходимо прокалывать. Далее, чтобы быть уверенным, что под действием рассеянного света не вырываются фотоэлектроны из цилиндра  $C$ , его обычно покрывают окисью меди или каким-нибудь другим веществом, сравнительно не чувствительным к фотоэффекту. Однако если  $C$  и  $P$  сделаны из различных материалов, между ними существует контактная разность потенциалов, которая может быть порядка одного-двух вольт. Если контактная разность потенциалов между  $C$  и  $P$  такова, что  $C$  становится отрицательным по отношению к  $P$ , то она противодействует движению электронов.

Во все опыты с фотоэффектом должна быть внесена поправка на эту контактную разность потенциалов. В нашем примере эта поправка на контактную разность потенциалов между  $C$  и  $P$  уже внесена. Когда свет от какого-либо источника, например от кварцево-ртутной дуговой лампы, падает на пластину  $P$ , то электроны, испущенные пластиной, собираются цилиндром  $C$ . При помощи потенциометрического устройства между  $P$  и  $C$  поддерживается разность потен-

циалов, а фотоэлектрический ток измеряется чувствительным гальванометром О. Было обнаружено, что фотоэлектрический ток зависит от двух факторов: интенсивности падающего света и длины волн падающего света.

Для определения влияния каждого из этих факторов следует использовать монохроматический пучок света с известной длиной волны. В фотоэлектрическом эффекте представляют особый интерес два момента: скорость, с которой электроны покидают поверхность, и число электронов, испущенное при известных условиях.

## § 2.10. Скорость фотоэлектронов\*

Рассмотрим следующий опыт [5]. На поверхность  $P$  падает монохроматический пучок света с длиной волны  $\lambda$  и интенсивностью  $I$ . Электроны, испущенные поверхностью, будут подвержены действию разности потенциалов, приложенной между пластиной  $P$  и собирающим цилиндром  $C$ . Изменяя с помощью потенциометрического устройства

разность потенциалов, можно изменять электрическое поле в пространстве между  $P$  и  $C$ . Если  $C$  заряжено положительно по отношению к пластине, то электроны будут ускоряться по направлению к  $C$ , если же  $C$  заряжено отрицательно, то электроны будут тормозиться. Ток, регистрируемый гальванометром, пропорционален числу электронов, достигающих цилиндра за секунду. Если фотоэлектрический ток  $i$  отложить в зависимости от разности потенциалов  $V$  между  $C$  и  $P$  (рис. 31), то оказывается, что для всех положительных значений  $V$  ток постоянен, а при  $V$ , отрицательном по отношению к  $P$ , ток уменьшается и становится равным нулю при некотором значении  $V_0$ . Если увеличить интенсивность монохроматического пучка света от  $I_1$  до  $I_2$  и повторить опыт, то для всех положительных значений  $V$  фотоэлектрический ток увеличится в том же отношении. При  $V$  отрицательном фотоэлектрический ток резко уменьшается и становится равным нулю при том же значении  $V_0$ . Для данной длины волны  $V_0$  называется запирающим потенциалом. В этом опыте были получены два очень важных результата. Прямая пропорциональность, существующая между максимальным током и интенсивностью падающего света, показывает, что число электронов, испущенных поверхностью  $P$ , прямо пропорционально интенсивности падающего пучка света. Тот факт, что запирающий потенциал  $V_0$  не зависит от интенсивности пучка, можно объяснить только, предположив, что кинетическая энергия электронов, испущенных поверхностью, не превышает некоторой максимальной величины, определяемой соотношением:

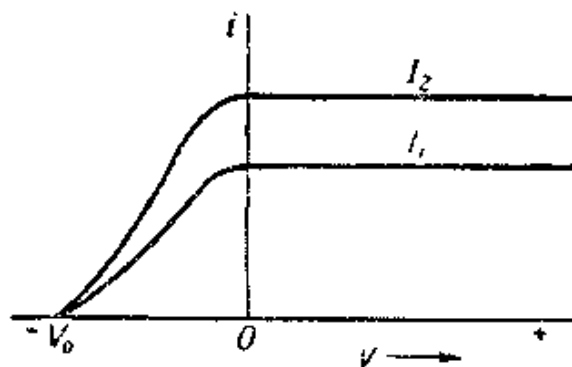


Рис. 31. Ток насыщения при фотоэффекте

$$V_0 e = \frac{1}{2} m v_{\text{макс}}^2 .$$



Те электроны, которые покидают поверхность с кинетической энергией, меньшей этой максимальной величины, задерживаются при меньших значениях разности потенциалов. Это объясняет уменьшение тока в том случае, когда разность потенциалов между *C* и *P* становится отрицательной. Зависимость запирающего потенциала от длины волны падающего света была исследована Милликеном в серии очень тщательно выполненных опытов. В качестве фотоэлектрических поверхностей были использованы поверхности калия и натрия. Поверхности освещались светом различной длины волны.  $V_0$  определялось для каждой отдельной длины волны.

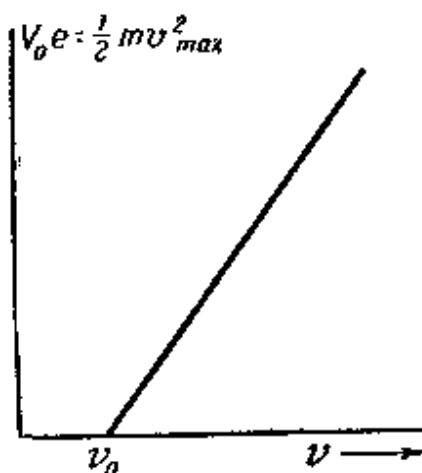


Рис. 32. Зависимость запирающего потенциала от частоты

Результаты опытов Милликена лучше всего могут быть представлены на **рис. 32**, где  $V_0 e$  отложено в зависимости от частоты  $\nu$  света, падающего на данную поверхность. График представляет собой прямую линию, определяемую уравнением:

$$V_0 e = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h(\nu - \nu_0) = h\nu - h\nu_0,$$

где  $h$  характеризует наклон прямой, а  $\nu_0$  – наименьшая частота, при которой может произойти испускание электрона поверхностью. Эта частота известна под названием красной границы фотоэффекта и зависит от природы поверхности. Тангенс угла наклона прямой является, однако, постоянной величиной, не зависящей от природы поверхности. Эта постоянная  $h$  известна под названием постоянной Планка и играет чрезвычайно важную роль в атомной физике. Значение постоянной Планка  $h$ , определенной из опытов по фотоэффекту, зависит от величины заряда электрона. Используя первоначально полученное значение  $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$  CGSE, Милликен нашел, что  $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$  эрг·секунд. Если использовать значение  $e = 4,802 \cdot 10^{-10}$  CGSE, принятое в настоящее время, то  $h$  оказывается равной  $6,59 \cdot 10^{-27}$  эрг·секунд. Более поздние определения постоянной Планка, в частности из измерений коротковолновой границы непрерывного спектра рентгеновских лучей, дали более точное значение. Принятое в настоящее время значение равно:

$$h = 6,624 \cdot 10^{-27} \text{ эрг·секунд.}$$

С точки зрения классической физики совершенно безразлично, какого типа излучение поглощается веществом [3]. Эффект, казалось бы, должен определяться сортом вещества и количеством энергии, поглощенной единицей поверхности

вещества в единицу времени.

Действительно, от сорта вещества эффект зависит. Но (и с классической точки зрения это необъяснимо) он зависит, и притом существенно, и от спектрального состава излучения. Эта удивительная зависимость проявляется особенно наглядно, если облучать вещество монохроматическим излучением.

Цезий испускает электроны при освещении излучением, лежащим в любом участке видимого спектра. Калий не дает фотоэффекта при освещении красным светом и начинает отдавать электроны при длине волны, меньшей 6200 Å, т. е. начиная с оранжевых лучей; натрий – при 5900 Å (желтые), литий – 5160 Å (зеленые). Такие металлы, как платина или вольфрам, вообще не испускают электронов при облучении видимым светом, начиная отдавать их только при воздействии ультрафиолетовыми лучами, для вольфрама – начиная с 2750 Å, а для платины – с 967 Å. Для вырывания электронов наружу из диэлектриков требуется излучение с еще меньшими длинами волн.

Излучение может вырывать электроны и из одиночных атомов в газе. Это явление также называется фотоэффектом и также имеет свою длинноволновую границу, различную для различных атомов. Для каждого вещества и отдельного атома существует вполне определенная длина волны  $\lambda_{\text{макс}}$ , такая, что при

$$\lambda > \lambda_{\text{макс}} \text{ (или } \nu < \nu_{\text{мин}}) \quad (2.71)$$

фотоэффект отсутствует. Такая зависимость возникновения фотоэлектрического эффекта от частоты излучения не могла найти объяснения в рамках классической теории.

Объяснение механизма фотоэлектрического эффекта было впервые дано Эйнштейном в 1905 г. Он предложил рассматривать излучение как поток материальных частиц, «квантов излучения» или «фотонов». Энергия каждого фотона излучения данной частоты  $\nu$  равна

$$\varepsilon = h\nu, \quad (2.72)$$

где  $h$  – та же самая постоянная, которая входила в соотношение Планка (2.43).

Формула (2.72) по виду тождественна (2.43), но смысл ее совершенно иной. Планк полагал, что излучение отдается излучающими системами порциями  $h\nu$  (т. е. (2.43) есть свойство излучающих систем), но само может иметь любую энергию и поглощаться в любых количествах непрерывно. Эйнштейн пошел значительно дальше. Корпускулярные свойства он приписал самому излучению, и отдача энергии  $h\nu$  при излучении объясняется тем простым фактом, что никаких других порций излучения (частоты  $\nu$ !) существовать в природе не может.

Монохроматическое излучение частоты  $\nu$  состоит всегда из целого числа фотонов, энергия каждого из них равна  $h\nu$ . Такое излучение испускается и поглощается только порциями энергии  $h\nu$ . При поглощении излучения частоты  $\nu$  веществом каждый из электронов может поглотить один фотон, приобретая при этом энергию  $h\nu$  (и никакую другую!).

Если эта энергия достаточна, чтобы электрон мог совершить работу выхода, будет наблюдаться фотоэффект. Если этой энергии недостаточно, фотоэффект наблюдаться не будет: электрон гораздо раньше потеряет приобретенную им энергию (сталкиваясь с ионами и другими электронами и обмениваясь при этом с

ними энергией), чем поглотит еще один фотон.

При работе выхода, равной  $eP$ , фотоэффект будет иметь место (в случае облучения вещества монохроматическим светом частоты  $\nu$ ) при

$$h\nu > eP. \quad (2.73)$$

Энергия вылетающих фотоэлектронов различна. Наибольшей скоростью  $v_{\text{макс}}$  и кинетической энергией  $\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}$  будут обладать электроны, вырванные с самого верхнего энергетического уровня в металле. По закону сохранения энергии для этих электронов:

$$h\nu = eP + \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}. \quad (2.74)$$

Уравнение (2.74) называют уравнением Эйнштейна. Электроны, вырванные с более глубоких энергетических уровней или претерпевшие еще до выхода столкновения внутри вещества, будут иметь, очевидно, меньшую энергию.

Приведенная квантовая теория фотоэффекта позволяет понять необъяснимый, с точки зрения классической теории, результат:

*Распределение по скоростям фотоэлектронов, как и значение  $\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}$  зависит только от частоты излучения и не зависит от его интенсивности. Каждый акт поглощения фотона электроном происходит независимо от других. Увеличение интенсивности излучения означает увеличение числа падающих на вещество и поглощаемых им фотонов. Условия же вырывания электронов, сообщаемая каждому из них энергия, следовательно, и распределение фотоэлектронов по скоростям при этом не меняются.*

Закон сохранения энергии в элементарном акте (2.74) может быть проверен на опыте, если определять максимальную кинетическую энергию вырываемых фотоэлектронов  $\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}$ . Последняя может быть найдена по величине задерживающей разности потенциалов  $U_3$ , при которой фототок  $I_{\text{ф}}$  между анодом и освещаемым монохроматическим светом катодом обращается в нуль. Для этого должно выполняться условие:

$$\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2} = eU_3. \quad (2.75)$$

Фотоэффект вызывается всем спектром электромагнитных волн, начиная от очень коротких гамма- и рентгеновских лучей и кончая инфракрасной областью длин волн [5]. Величина  $p$  должна давать ценные сведения о возникновении фотоэлектронов. Например, в случае поверхностного фотоэффекта в проводниках принято считать  $p$  равным работе, которую совершает электрон, выходя из поверхности металла. Однако, согласно современной теории электронной проводимости в металлах, электроны проводимости, находясь в металле, обладают широким спектром энергии. Этот спектр энергии лишь незначительно зависит от температуры металла. Если  $W_i$  представляет собой энергию электрона в металле, а  $W_s$  – работу, необходимую для того, чтобы электрон прошел через поверхность металла, то

$$eP = W_s - W_i.$$

Для электрона, который проходит через поверхность металла с максимальной кинетической энергией,

$$eP = W_s - W_m = h\nu_0,$$

поэтому

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - (W_s - W_m).$$

$W_s$  называется работой выхода для данной поверхности, а  $W_m$ , согласно теории приводимости определяется соотношением

$$W_m = \frac{h^2}{2m} \left( \frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}},$$

где  $h$  – постоянная Планка,  $m$  – масса электрона и  $n$  – число электронов в единице объема. Результаты определений работы выхода  $W$  из фотоэлектрических измерений находятся в согласии с данными по термоионной эмиссии электронов и данными по преломлению электронов в кристаллах.

Наиболее точная проверка закона (2.74) была выполнена П.И. Лукирским и О.С. Прилежаевым, заменившими плоский конденсатор, которым пользовались все экспериментаторы, начиная со Столетова (рис. 29), на сферический [3]. Схема установки Лукирского и Прилежаева изображена на рис. 33.

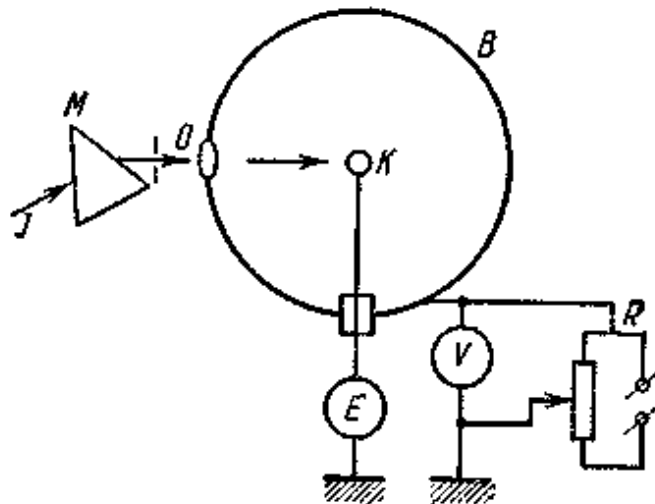


Рис. 33. Установка Лукирского и Прилежаева

Стеклянный шар  $B$ , посеребренный изнутри, служит внешним электродом сферического конденсатора. Внутренним электродом является шарик  $K$ , сделанный из исследуемого металла. Этот шарик освещается через кварцевое окошко  $O$  светом от источника  $J$ , проходящим предварительно через монохроматор  $M$  с кварцевой призмой. Чтобы вырванные из  $K$  фотоэлектроны не сталкивались на своем пути с молекулами воздуха и не теряли при этом свою энергию, пространство внутри конденсатора откачивалось с помощью высоковакуумного насоса. Шарик  $K$  соединен с электрометром  $E$ .

С помощью потенциометра  $R$  между шариком  $K$  и сферой  $B$  создавалась

разность потенциалов разного знака и величины, измеряемая с помощью вольтметра  $V$ . Благодаря тому, что электрод  $B$  со всех сторон окружает шарик  $K$ , и малым размерам шарика, все фотоэлектроны движутся практически вдоль линий поля по радиусам.

Если  $B$  является анодом, то приложенное поле дополнительно ускоряет фотоэлектроны, они все доходят до анода и заряжают электромметр  $E$ . Электромметр будет заряжаться и при отсутствии ускоряющего поля. При переключении батареи шарик  $K$  становится анодом и электрическое поле тормозит фотоэлектроны, так что часть из них со скоростями, меньшими  $v_{\text{макс}}$ , возвращается обратно. По мере возрастания тормозящего поля фототок уменьшается, и при некотором значении разности потенциалов  $U_3$ , соответствующем условию (2.75), зарядка электромметра прекращается.

В случае сферического конденсатора спад фототока с возрастанием тормозящего потенциала получается очень резким. Это позволило очень точно определять  $U_3$  для каждой данной частоты  $\nu$ .

Из (2.74) и (2.75) следует, что  $U_3$  является линейной функцией частоты  $\nu$  падающего света:

$$U_3 = \frac{h}{e}\nu - P \quad (2.76)$$

(рис. 1.34). Точка пересечения прямой  $U_3 = f(\nu)$  с осью абсцисс ( $U_3 = 0$ ) дает значение граничной частоты  $\nu_{\text{гир}} = \frac{\tilde{n}}{\lambda_{\text{гир}}}$ , ниже которой (при  $\nu < \nu_{\text{мин}}$  или  $\lambda > \lambda_{\text{макс}}$ ) фотоэффект прекращается. Отсюда можно найти работу вырывания электрона из металла

$$eP = h\nu_{\text{мин}} \quad (2.77)$$

Экстраполируя прямую до пересечения с осью ординат, получаем также значение  $-P$ . На рис. 34 приведен график зависимости  $U_3$  от  $\nu$ , полученной Лукирским для одного из металлов. Экспериментальные точки прекрасно укладываются на прямую. Тангенс угла наклона прямой, согласно (2.76), равен:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\Delta U_3}{\Delta \nu} = \frac{h}{e} \quad (2.78)$$

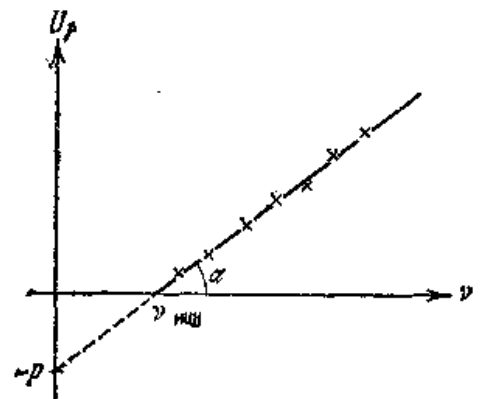
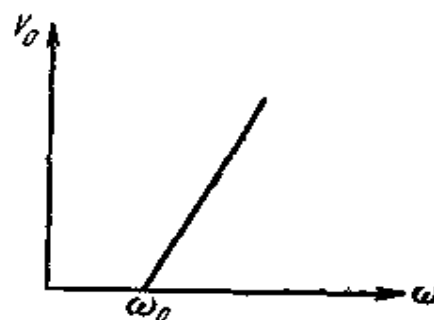


Рис. 34. Зависимость запирающего напряжения от частоты

Зная  $e$ , можно, таким образом, определить  $h$ . В целом экспериментальная зависимость  $U_3 = f(\nu)$  подтверждает справедливость закона сохранения энергии (2.74) в элементарном акте фотоэффекта.

Зависимость, изображенная на **рис. 35**, противоречит обычным классическим представлениям не менее резко, чем обсуждавшееся выше отсутствие связи между кинетической энергией фотоэлектронов и интенсивностью света [2]. Если считать электроны в металле свободными, то их кинетическая энергия (при данной интенсивности света) с увеличением частоты должна не расти, а падать. В самом деле, уравнение движения свободного электрона под действием электрического вектора световой волны  $E \cos \omega t$  записывается в виде



**Рис. 35.** Зависимость запирающего напряжения от частоты



**Рис. 36.** Запирающее напряжение в

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = eE \cos \omega t .$$

Интегрируя это уравнение, найдем  $m v = \frac{eE}{\omega} \sin \omega t$ ,

$$T = \frac{m v^2}{2} = \frac{1}{2m} (m v)^2 = \frac{1}{2m} \left( \frac{eE}{\omega} \right)^2 \sin^2 \omega t .$$

Таким образом, по классической физике кинетическая энергия свободных электронов с увеличением частоты света должна не возрастать, а падать. Не является ли этот результат указанием на то, что ответственные за фотоэффект электроны на самом

деле не являются свободными? Для такого вывода нет серьезных оснований. Из опыта хорошо известно, что наиболее оптически активными являются именно свободные электроны металлов, обуславливающие их непрозрачность для света и высокий коэффициент отражения. Покажем, однако, что взаимодействие световой волны со связанными в атомах электронами также не может объяснить хода кривой на **рис. 35**. При воздействии гармонически меняющегося со временем электрического поля с упруго связанными электронами должна наблюдаться резонансная зависимость амплитуды колебаний от частоты света. Следует поэтому ожидать, что зависимость запирающего потенциала от частоты также будет иметь резонансный характер, как это изображено на **рис. 36**. Таким образом, наблюдающаяся на опыте зависимость  $V_0$  от  $\omega$  (**рис.35**) не имеет ничего общего с предсказаниями классической физики как для свободных, так и для связанных электронов.