

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ГОУ ВПО «КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В. П. АСТАФЬЕВА»

А. С. Чиганов

ВВЕДЕНИЕ В АТОМНУЮ (КВАНТОВУЮ) ФИЗИКУ

Курс лекций

КРАСНОЯРСК 2020

ББК 22.3я
73
Ч 586

Рецензенты:

А. И. Лямкин,
д-р физ.-мат. наук, профессор
А. В. Сорокин,
канд. физ.-мат. наук, доцент

Чиганов А. С.

Ч 586 Введение в атомную (квантовую) физику: курс лекций / Краснояр.
гос. пед. ун-т им. В. П. Астафьева. – Красноярск, 2020. - 180 с.

Аннотация

Курс лекций «Введение в атомную (квантовую) физику» предназначен для студентов III-IV курса Института математики, физики, информатики, Красноярского государственного педагогического университета им. В.П.Астафьева.

ББК 22.3я 73

© Красноярский
государственный
педагогический
университет
им.В.П.
Астафьева, 2020
© Чиганов А. С.

ВВЕДЕНИЕ

Курс лекций «Введение в атомную (квантовую) физику» предназначен для студентов III-IV курса факультета физики, информатики и вычислительной техники Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева.

Физические явления, происходящие с микрообъектами и в микросистемах, зачастую не поддаются прямому наблюдению. Экспериментальные факты в этой области физики не всегда легко интерпретировать и объяснить студентам и школьникам. Для понимания большинства процессов, происходящих в микросистемах, приходится использовать модели и аналогии, нередко несовершенные и ограниченные.

Данный курс лекций носит вводный характер и предназначен для преодоления устоявшегося мнения, что квантовые процессы сложны и непонятны при изучении. Логика, сформировавшаяся у студентов на основе классической физики, мешает им правильно воспринимать и объяснять экспериментальные факты квантовой физики. Лекции содержат большое количество экспериментов и объясняющих их моделей и аналогий.

Модели специально подбирались так, чтобы быть простыми и доступными для понимания студентами, были максимально наглядными и воспринимались без привлечения сложной математики. Они должны помочь перекинуть мостик понимания наблюдаемых экспериментальных фактов при переходе от представлений классической физики к квантовым процессам. Более сложные для понимания и математически нагруженные вопросы вынесены в обширные приложения, предназначенные для детального и самостоятельного разбора заинтересованными в предмете студентами.

Будущие преподаватели и учителя должны уметь использовать такого рода моделирование для привлечения внимания и возбуждения любопытства школьников к современным физическим экспериментам.

Представляется важным, чтобы у студентов и школьников не возникало психологических препятствий и предубеждений в понимании достаточно сложных квантовых явлений и их заинтересованность и любопытство не угасали по мере усложнения учебного материала и вследствие недостаточного понимания фундаментальных физических основ.

Материал лекций сознательно сделан несколько избыточным и предполагает выбор преподавателя в расстановке акцентов.

Материал лекций соответствует Государственному стандарту высшего образования для студентов педагогических вузов и может быть полезным студентам технических вузов и классических университетов.

ЛЕКЦИЯ 1

ГЛАВА 1. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСТВЕ И МАГНЕТИЗМЕ.

§ 1.1. Обзор квантовой физики

В этой части курса мы будем изучать физику атомов, ядер и элементарных частиц [1]. При этом познакомимся с еще неизвестными нам свойствами природы, а именно с *квантовыми явлениями*.

«Квантовую физику» не следует считать изолированной частью физики, не связанной с макроскопическим миром. В действительности она охватывает всю физику, и ее законы в том виде, как они известны теперь, являются наиболее общими законами природы.

До настоящего времени мы изучали физические явления макромира. Законы природы, с которыми мы познакомились, относятся к *классической физике*. В общем, можно сказать, что классическая физика имеет дело с явлениями, где вопрос о микростроении вещества не играет большой роли. Здесь мы займемся изучением элементарных частиц и рассмотрим законы, объясняющие их свойства. Наше внимание мы, естественно, обратим к тем явлениям, в которых действие этих законов выявлено наиболее ясно. Это означает, что мы будем рассматривать лишь ситуации, в которых участвует небольшое число частиц.

Таким образом, большая часть рассматриваемых в этой книге явлений относится к *микрופизике*.

Когда мы применяем законы классической физики к макроскопическим системам, то пытаемся описать лишь глобальные свойства таких систем. Нас интересует, например, движение твердого тела как целого, но мы отвлекаемся от движения элементарных частиц, из которых оно состоит. Такова характерная особенность классических теорий: применяя их к макросистемам, мы игнорируем тонкие детали поведения последних и не делаем попыток рассмотреть все аспекты ситуации.

Таким образом, законы классической физики имеют приближенный характер. Они являются предельным случаем более мощных и общих законов квантовой физики.

Иными словами, классические теории являются *феноменологическими теориями*. Они описывают и обобщают экспериментальные данные в определенных областях физики. Феноменологические теории не претендуют на объяснение всех явлений в физике, но хорошая феноменологическая теория должна очень точно объяснить все явления в своей ограниченной области применения. Философски настроенный читатель, возможно, скажет, что, в сущности, *любая* физическая теория является «феноменологической» и различие между «фундаментальной» и «феноменологической» теориями есть всего лишь вопрос подхода. Как физики, мы ясно ощущаем, однако, различие между обоими типами теорий. *Фундаментальные* законы природы отличаются большой общностью, их

применимость не знает исключений. Мы рассматриваем их как универсальные и точные, пока эксперимент не докажет нам противного. Что касается законов, полученных из феноменологической теории, то мы с самого начала не считаем их универсальными; мы знаем, что они годятся (т. е. достаточно точны) лишь для ограниченной области явлений и за ее пределами могут полностью потерять свое значение.

§ 1.2. Атомы и элементарные частицы

Перейдем к идее элементарных частиц [1]. Греческим философам принадлежит заслуга введения в теорию вещества идеи об атомах. (Не исключено, что аналогичные соображения развивались другими народами гораздо раньше.) Следует сразу же отметить, что «атомы» древних сильно отличаются от атомов, с которыми имеем дело мы. Нелегко точно понять, что подразумевали греческие философы под этим термином, но основной проблемой, интересовавшей их, был вопрос о том, бесконечна ли делимость вещества. Если вещество нельзя дробить бесконечно, то в конце концов мы приходим к идее об элементарной частице вещества, т. е. об «атоме». Возьмем некоторое вещество и будем делить его на всё более мелкие части. Настанет предел, когда дальнейшее деление невозможно. Слово «атом» как раз означает «неделимый».

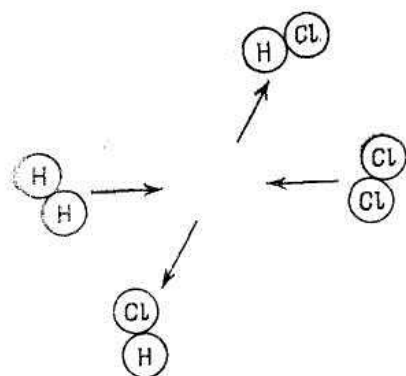


Рис. 1. Схематическое представление химической реакции $H_2 + Cl_2 \rightarrow 2HCl$, показывающее, что она заключается в перераспределении исходных «элементов». В действительности процессы, происходящие при «сгорании» газообразного водорода в атмосфере хлора, очень сложны: происходит выделение энергии в форме света и кинетической энергии продуктов реакции, газы нагреваются, и молекулы H_2 и Cl_2 диссоциируют на атомы, которые соединяются в молекулы HCl . Игруют роль и другие процессы, которые заключаются в возбуждении атомов и молекул светом или через столкновение

Греческие атомисты верили, что любое вещество построено из «атомов», и, вероятно, чувствовали, что бесконечное многообразие свойств вещества должно быть объяснено конфигурацией (и движением?) «атомов». Эти идеи довольно близки к современным, но существует огромное различие между нашими количественными теориями, основанными на опыте, и туманными размышлениями древних.

Как доказать, что электрон действительно элементарен? Окажется ли объект, представляющийся сегодня элементарным, завтра сложным? В конце концов, то, что мы сегодня считаем атомами, в прошлом столетии было элементарными частицами. Не может ли история повториться?

Существует большое число экспериментальных фактов, показывающих, что история не повторится: частицы, подобные электрону, протону или нейтрону,

никогда не окажутся сложными в том же смысле, в каком сложен атом водорода. Попытаемся понять смысл этих фактов.

Если два кусочка мрамора, направленные навстречу друг другу с большой скоростью, столкнутся, то они разлетятся на более мелкие осколки. Аналогично, две молекулы водорода, если их энергия достаточно велика, сталкиваясь, образуют осколки. Если энергия не была *слишком* велика, то среди осколков мы обнаружим атомы водорода, протоны, электроны, иными словами - объекты, из которых построены молекулы водорода. То, что произошло в этих случаях, может быть описано следующим образом. При столкновении действовали силы, превосходящие силы сцепления, удерживающие отдельные части как мрамора, так и молекулы водорода, и эти объекты развалились. Аналогичным образом можно интерпретировать множество ядерных реакций. Ядра состоят из протонов и нейтронов, и если протон, обладающий большой энергией, попадает в ядро, он может выбить из него несколько протонов и нейтронов.

Однако если мы изучаем столкновения двух элементарных частиц, например двух протонов, при достаточно большой энергии, то обнаружим явления, *качественно отличные* от рассмотренных выше. Например, если протон очень большой энергии сталкивается с другим протоном, то после столкновения оба протона останутся протонами, но мы обнаружим также среди продуктов реакции одну или несколько новых элементарных частиц, например π -мезоны. Мы говорим, что в такой реакции *родились* π -мезоны (их называют также пионами).

Чтобы выяснить экспериментально, является ли частица элементарной или сложной, мы создаем условия для столкновения двух частиц и исследуем продукты реакции. Действуя этим методом, нам удастся расщепить молекулу на отдельные атомы, а атомы - на электроны и ядра. Именно поэтому можно утверждать, что молекулы состоят из атомов, которые, в свою очередь, построены из электронов и ядер. Физики XIX столетия ошибались, полагая, что атомы неразрушимы и неделимы. Оказалось, что атом можно разрушить. То же следует сказать и о ядре. Его разрушение требует, однако, затраты гораздо большей энергии, чем разрушение атома. В этом смысле ядро несравненно более устойчиво, чем атом.

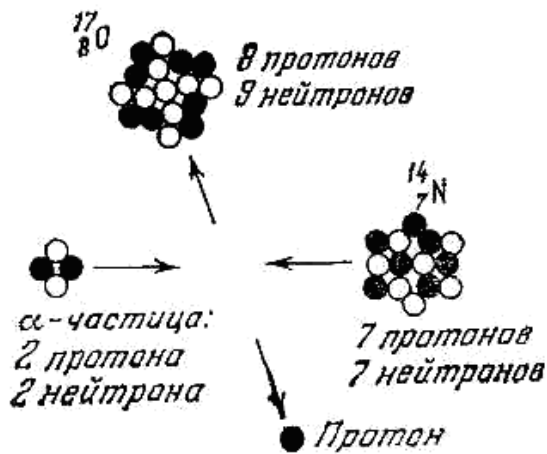


Рис. 2

Схематическое представление ядерной реакции: α-частица (ядро гелия) сталкивается с ядром азота, в результате образуется ядро кислорода и протон. Именно эта реакция, открытая Резерфордом в 1919 г., была первым наблюдением превращения одних стабильных ядер в другие. В опыте Резерфорда азот бомбардировался α-частицами радиоактивного источника, а реакция идентифицировалась по наблюдению испущенных протонов. Этот рисунок показывает, что ядра состоят из протонов и нейтронов, а ядерная реакция заключается (при малых энергиях) в перераспределении этих частиц между ядрами. Такой рисунок не следует понимать буквально: ядра «не похожи» на то, что показано на рисунке.

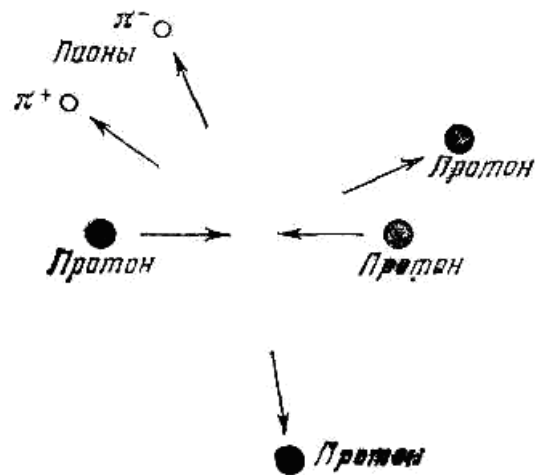


Рис. 3

Схема, иллюстрирующая рождение двух пионов при столкновении двух протонов большой энергии. Заряд одного пиона равен $+e$, второго $-e$ (e - элементарный заряд). Полный заряд в рассматриваемой реакции, конечно, сохраняется. После столкновения оба протона продолжают существовать и возникают две новые частицы. Очевидно, что наивные модели, подобные показанным на рис. 1 и 2, здесь не годятся: явление нельзя рассматривать как «перегруппировку» неких элементов, из которых «состоят» протоны.

Современные ускорители дают пучки частиц, обладающих огромной энергией. Таким образом, мы располагаем подходящими средствами, чтобы попытаться разрушить электроны, протоны или нейтроны. Оказывается, однако, что, в отличие от атомов или ядер, эти частицы разрушить невозможно. Происходит нечто совсем иное.

В наше время никто не станет пытаться создать теорию вещества, основанную на предположении о его бесконечной делимости. Такая теория не может быть верной. Допустим, однако, что такая теория существует, и рассмотрим одну ее характерную особенность. Возьмем кусок меди и будем делить его на всё меньшие и меньшие кусочки. Как бы малы эти кусочки не были, они все же остаются медью. Что это значит? Лишь то, что физические законы, определяющие свойства *больших* кусков меди, не отличаются от законов, управляющих поведением *малых* кусков меди; наша физическая система беспредельно уменьшается, но при этом остается подобной себе.

«Сохранение формы физических законов» при изменении масштаба представляет собой естественное свойство бесконечно делимого вещества. Но оно отсутствует, если вещество построено из элементарных частиц. Атом меди ни в каком отношении не похож на макроскопический кусок меди. Это нечто совершенно другое, и нет никаких оснований предполагать, что физические законы, описывающие поведение макроскопических систем, будут пригодны для описания атомов и элементарных частиц.

Нетрудно принять в качестве абстрактного принципа, что классические идеи могут оказаться неприменимыми к атому и что электрон действительно есть элементарная частица. Однако гораздо труднее совместить в сознании классические и новые идеи. Обычно мы с большим трудом расстаемся с привычными идеями. Начав изучение физики с явлений в макроскопических системах, мы приобрели ряд «классических предрассудков», которые придется преодолеть, чтобы понять квантовую физику.

§ 1.3. Пределы применимости классической теории

В специальной теории относительности скорость света, равная $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с $= 3 \cdot 10^8$ м/с, имеет первостепенное значение [1]. Это верхний предел для скорости любой материальной частицы и для скорости распространения энергии или любой информации в физическом пространстве. Скорость света сдает нам простой и естественный критерий, с помощью которого можно решить, каково физическое явление - «нерелятивистское» или «релятивистское». Грубо говоря, нерелятивистский подход справедлив, т. е. дает достаточно точные результаты, в тех случаях, когда все относящиеся к задаче скорости малы по сравнению со скоростью света.

Можно спросить, существует ли аналогичный критерий, показывающий, в каких случаях надо использовать квантовую механику и когда можно ограничиться классическими теориями, т. е. существует ли другая мировая постоянная, «аналогичная» скорости света, с помощью которой можно сформулировать этот критерий? Такая постоянная существует и называется *постоянной Планка*. Значение постоянной Планка (ее обозначают буквой h) равно

$$h = 6,626 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Физическая размерность постоянной Планка равна

$$(\text{время}) \times (\text{энергия}) = (\text{длина}) \times (\text{импульс}) = (\text{момент импульса}).$$

Величина с такой размерностью называется *действием*, и постоянную Планка называют также элементарным *квантом действия*.

Интересующий нас грубый критерий заключается в следующем. Если в данной физической системе численное значение некоторой «естественной» динамической переменной* с размерностью действия сравнимо с постоянной Планка h , то поведение этой системы описывается в рамках квантовой механики. С другой стороны, если все переменные, имеющие размерность действия, очень велики по сравнению с h , то систему с достаточной точностью описывают законы классической физики.

Целью настоящих лекций является рассмотрение важнейших экспериментальных данных, на которых основаны наши современные понятия о строении атома. Атом следует рассматривать не как статическое образование, состоящее из частиц в фиксированных положениях, а скорее как динамическое образование, изменяющееся в соответствии с внешними воздействиями. Такая система, подвергаясь воздействию внешних агентов, сама оказывает на них влияние. Изучая явления, происходящие при этих воздействиях, мы получаем сведения как о строении атома, так и о природе тех причин, которые вызывают эти изменения или являются результатом их. Имеющиеся экспериментальные данные, особенно в области электрохимии и электрического разряда в газах, ясно показывают электрическую природу атома. Поэтому следует коротко рассмотреть те основные понятия электричества и магнетизма, которые играют существенную роль при изучении строения атома.

§ 1.4. Открытие постоянной Планка

Обратимся теперь к истории открытия постоянной Планка [1]. Интересно проследить появление и триумфальный путь этой константы в физике. Нам следует вернуться к началу нашего века и рассмотреть некоторые не решенные в то время проблемы:

- 1) проблема излучения черного тела;
- 2) проблема фотоэлектрического эффекта;
- 3) проблема стабильности и размера атомов.

Это далеко не единственные проблемы, занимавшие физиков той эпохи, но в них наиболее отчетливо проявились противоречия классической физики.

С исторической точки зрения наш обзор более чем схематичен. Вопрос о развитии квантовой механики невозможно уложить в несколько страниц. Рассматривая ситуацию начала века из сегодняшнего дня, мы понимаем, что три перечисленные задачи были ключевыми.

Под «потерянной константой» мы подразумеваем, конечно, постоянную Планка h . В чисто классической теории такой константы не существует. Рассмотрим поэтому некоторые основные физические константы, играющие важную роль при классическом описании явлений.

1. Скорость света $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с. К 1900 г. эта константа была известна с большой точностью.

2. Постоянная Авогадро $N_0 = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹, представляющая собой число молекул в моле любого газа. В 1900 г. было известно *грубое* значение этой величины, полученное из кинетической теории газов.

3. Масса атома водорода $M_H = 1,67 \cdot 10^{-24}$ г. С погрешностью до 1/2000 эта величина равна массе протона M_p . Поскольку масса моля водорода (H₂) очень близка к 2 г, то

* *Динамической переменной* называется любая переменная, характеризующая состояние системы, например координата, составляющая импульса или момента импульса, составляющая скорости, полная энергия и т. п.

$$N_0 M_H \approx N_0 M_p \approx 1 \text{ г/моль.} \quad (1.1)$$

Таким образом, зная постоянную Авогадро, мы знаем и величину M_H .

4. Элементарный заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл = $4,8 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ_q. Заряд электрона равен $-e$, а заряд протона равен $+e$. Заряд, переносимый молекул однократно заряженных ионов (каждый ион переносит заряд e), носит название *постоянной Фарадея*. Таким образом,

$$F = N_0 e = 96\,487 \text{ Кл/моль.} \quad (1.2)$$

Постоянная Фарадея F легко измеряется в опытах по электролизу. Она равна, например, заряду, который должен пройти через электролит, чтобы на электроде выделился моль серебра (т. е. 107,88 г серебра, так как относительная атомная масса серебра равна 107,88).

5. Отношение заряда электрона к его массе $e/m = 1,76 \cdot 10^8$ Кл/г, и то же отношение для протона $e/M_p = 9,6 \cdot 10^4$ Кл/г. Эти постоянные можно измерить в опытах по отклонению электронных и протонных пучков в электрических и магнитных полях. Таким методом Томсон получил в 1897 г. значение e/m . Заметим, что

$$\frac{e}{M_p} = \frac{F}{N_0 M_p} \quad (1.3)$$

и эта константа зависит от констант, рассмотренных выше.

Следует также отметить, что, имея точные значения e/m и e/M_p , мы получаем точное значение величины

$$\frac{M_p}{m} = \frac{e/m}{e/M_p} \quad (1.4)$$

даже не имея точного значения элементарного заряда e . При этом мы предполагали, разумеется, что заряд протона равен по модулю заряду электрона.

6. Масса электрона $m = 9,11 \cdot 10^{-28}$ г. Эта константа может быть получена из e и e/m .

Постоянная Авогадро N_0 служит звеном, соединяющим макро- и микрофизику. Огромная величина этой постоянной показывает, сколь в действительности малы атомы и молекулы и почему зернистая структура вещества не проявляет себя в макроскопическом мире. Как мы уже упоминали, в конце прошлого века постоянная Авогадро была известна с малой точностью. Постоянные F , e/m и m/M_p были измерены намного точнее. Независимые и точные измерения N_0 или e должны были бы дать точные значения таких основных констант, как e , m и M_p . Важной особенностью планковской теории излучения абсолютно черного тела как раз и является, как мы увидим дальше, возможность независимого и точного определения N_0 .

Примерно через 10 лет Милликен в своих знаменитых опытах с каплями масла, помещенными между обкладками конденсатора, измерил заряд электрона e непосредственно. Идея метода заключалась в наблюдении за падением в воздухе наэлектризованных капель масла, находящихся под действием сил тяжести и электрического поля. Этот опыт не мог дать очень точного значения заряда e , но играл, однако, большую роль как независимый и идейно очень простой метод измерения элементарного заряда.

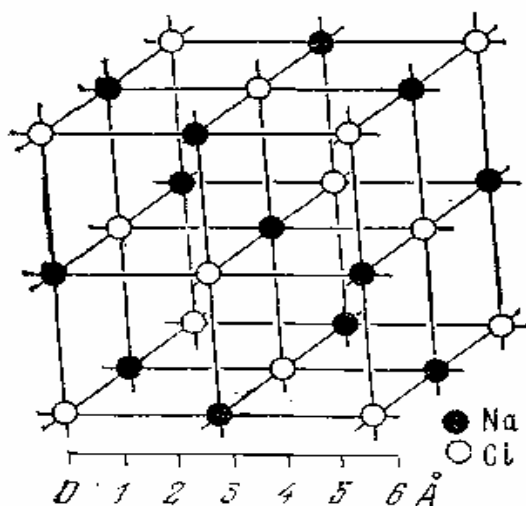


Рис. 4

Строение кристаллов NaCl. Решетка кристалла кубическая, в вершинах куба попеременно помещены атомы Na и Cl. Центры малых сфер, показанных на рисунке, соответствуют средним положениям атомов. Размеры сфер даны, разумеется, не в масштабе, и по ним невозможно судить о размерах атомов или ядер

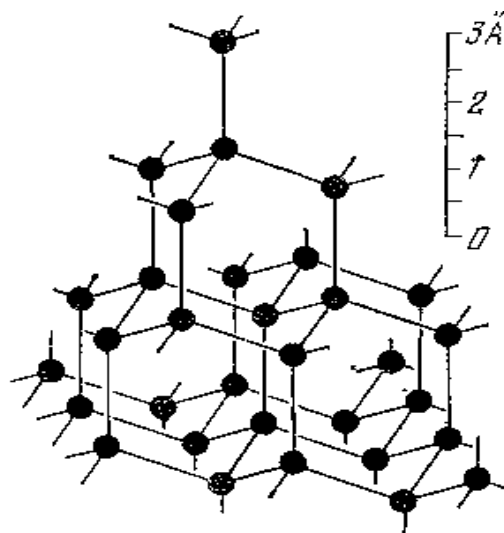


Рис. 5

Строение кристаллов алмаза. Каждый атом углерода имеет четырех ближайших соседей, расположенных в вершинах тетраэдра (к ближайшим соседям проведены черточки)

Продолжим наш исторический обзор и заметим, что существует прямой метод измерения постоянной Авогадро N_0 . Он заключается в подсчете числа атомов в кристалле. Атомы кристалла образуют регулярную решетку, которая в некоторых случаях имеет, например, кубическую форму. Если мы сможем определить так называемую *постоянную решетки*, т. е. расстояние между соседними атомами, то легко найдем N_0 . Постоянная решетки может быть измерена по дифракции рентгеновских лучей при условии, что их длина волны нам известна из независимых опытов, например, по их дифракции на механически сделанной «макроскопической» решетке. Величина N_0 действительно была определена этим методом.

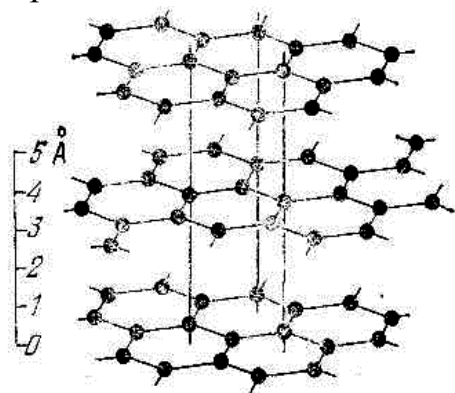


Рис. 6. Строение кристаллов графита. Алмаз и графит построены из одних атомов углерода. Огромное различие свойств этих двух веществ объясняется различным строением кристаллической решетки. Решетка графита состоит из параллельных плоскостей. Расстояние между смежными плоскостями одно и то же, и в каждой плоскости атомы углерода расположены в вершинах шестиугольника. Сравните эту решетку с показанной на Рис. 5 решеткой алмаза

Великолепная идея, что сама природа снабдила нас готовыми дифракционными решетками в форме кристаллов, принадлежит М. Лауэ. По его предложению В. Фридрих и П. Книппинг в 1912 г. впервые получили картину дифракционного рассеяния рентгеновских лучей на кристаллах и тем подтвердили

волновую природу рентгеновского излучения.

Чтобы понять идеи, связанные с излучением абсолютно черного тела, следует рассмотреть понятия тепла и температуры, необходимые для описания поведения вещества в целом, при тепловом равновесии.

Тепловой энергией называется энергия, связанная с беспорядочным движением частиц макроскопического тела. Тепло - это переданная (от одного тела другому) тепловая энергия. Что такое температура?

Дать краткое, но точное определение температуры не так-то просто. Казалось бы, мы «знаем», что такое температура, и даже можем ее измерить с помощью термометра. Термометром может служить любое тело или система тел, для которых данному изменению температуры отвечает измеримое изменение длины, или объема, или электрического сопротивления, или других параметров. Рассмотрим в качестве примера ртутный термометр. Чтобы определить по нему температуру, необходимо засечь уровень ртути в капиллярной трубке постоянного сечения. Чтобы установить температурную шкалу, за 0° можно принять температуру тающего льда, а за 100° — температуру кипящей воды, промежуточные же значения температуры можно определить, разделив расстояние между этими реперными уровнями ртути в капилляре на 100 равных частей. Хотя таким способом мы действительно можем измерять температуру, однако он имеет существенный дефект (с точки зрения физической теории), ибо наша шкала температуры зависит от свойств произвольно выбранного вещества, в данном случае - ртути.

Для целей физики важно иметь температурную шкалу, которая не зависела бы от свойств любого данного вещества. Такая шкала называется *термодинамической шкалой* температуры. В ней температура измеряется в кельвинах и обозначается К. Нуль термодинамической шкалы (0 К) представляет собой самую низкую из возможных температур. Она соответствует приблизительно - 273°C . Для удобства размер кельвина выбран так, чтобы данная *разность* температур в обеих шкалах выражалась одинаковым числом. Таким образом, по определению:

$$(\text{температура в К}) = (\text{температура в } ^\circ\text{C}) + 273,15.$$

Постараемся понять, хотя бы качественно, что значит «температура» с точки зрения микрофизики. Основная идея заключается в следующем. По мере роста температуры увеличивается средняя энергия, связанная с хаотическим движением элементарных составных частиц макроскопического тела. При температуре 0 К всякое *хаотическое* движение прекращается, и физически это значит - достигнута наинизшая возможная температура. (Подчеркиваем слово *хаотическое*.)

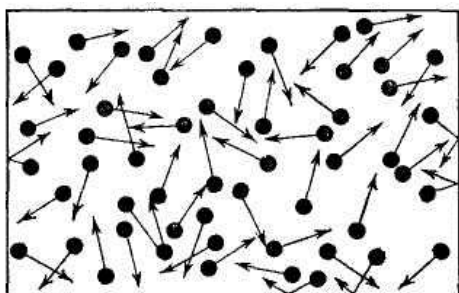


Рис. 7. Объяснение уравнения $PV=(2/3)N_0E_k$. Пусть в сосуде объемом V находится N_0 молекул. Предположим, что все молекулы имеют скорость v и движутся вправо. Число молекул, сталкивающихся с единичной поверхностью стенки в единицу времени, равно в этом случае $v(N_0/V)$. Каждая молекула передает стенке импульс, равный $2mv$. Давление P' равно импульсу, переданному за единицу

времени единице поверхности стенки, и мы имеем $P' = 2m\bar{v}^2 (N_0/V) = 4E_k(N_0/V)$. В действительности все направления скорости равновероятны истинное давление $P = (1/6) P'$, что приводит к уравнению (1.5). Чтобы понять происхождение коэффициента 1/6, предположим, что молекулы движутся в шести определенных направлениях, совпадающих с направлениями (положительными и отрицательными) координатных осей. Тогда только 1/6 часть молекул примет участие в столкновениях с правой стенкой

В статистической физике вместо реального газа часто рассматривают в качестве модели идеальный газ. Мы предполагаем, что молекулы идеального газа движутся хаотически и практически не взаимодействуют друг с другом. Такая модель может быть хорошим описанием *разреженного* реального газа. Если наш газ состоит из атомов, мы говорим об идеальном одноатомном газе. Легко показать, что для 1 моля идеального газа справедливо уравнение

$$PV = (2/3) N_0 E_k, \quad (1.5)$$

где P - давление; V - объем сосуда; E_k - среднее значение кинетической энергии атома.

В рамках этой модели термодинамическая температура связана со средней кинетической энергией E_k простым соотношением:

$$E_k = (3/2) kT. \quad (1.6)$$

Коэффициент пропорциональности k носит название *постоянной Больцмана*. Мы можем теперь записать (1.5) в виде

$$PV = N_0 kT = RT. \quad (1.7)$$

Постоянная $R = N_0 k$ называется *универсальной газовой постоянной*.

Этот закон, как показывает опыт, приближенно справедлив для всех достаточно разреженных газов. Любой реальный газ тем лучше удовлетворяет уравнению (1.48), чем больше он разрежен. Мы можем воспользоваться этим экспериментальным фактом, чтобы построить газовый термометр, показывающий термодинамическую температуру.

Универсальная газовая постоянная равна:

$$R = N_0 k = 8,314 \cdot 10^7 \text{ эрг}/(\text{моль} \cdot \text{К}) = 1,986 \text{ кал}/(\text{моль} \cdot \text{К}). \quad (1.8)$$

Эту макроскопическую константу легко измерить, зная уравнение (1.7).

Постоянная Больцмана $k = R/N_0$ представляет собой газовую постоянную, приходящуюся на одну молекулу. Ее легко вычислить, если N_0 известно:

$$k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ эрг}/\text{К} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}. \quad (1.9)$$

Постоянная Больцмана является множителем перехода от температуры к энергии.

* Параграфы, отмеченные звездочкой, предназначены для самостоятельного изучения.

ЛЕКЦИЯ 2

ГЛАВА 2. ПРОБЛЕМЫ, НЕ РЕШЕННЫЕ КЛАССИЧЕСКОЙ ФИЗИКОЙ

Обратимся теперь к истории открытия постоянной Планка [1]. Интересно проследить появление и триумфальный путь этой константы в физике. Нам следует вернуться к началу нашего века и рассмотреть некоторые не решенные в то время проблемы:

- 1) проблема излучения черного тела;
- 2) проблема фотоэлектрического эффекта;
- 3) проблема стабильности и размера атомов.

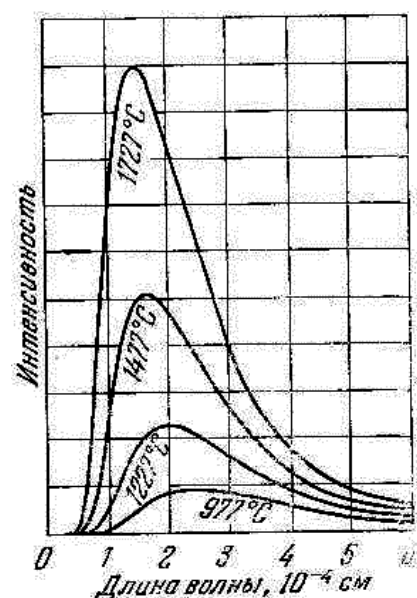
Это далеко не единственные проблемы, занимавшие физиков той эпохи, но в них наиболее отчетливо проявились противоречия классической физики.

С исторической точки зрения наш обзор более чем схематичен. Вопрос о развитии квантовой механики невозможно уложить в несколько страниц. Рассматривая ситуацию начала века из сегодняшнего дня, мы понимаем, что три перечисленные задачи были ключевыми.

§ 2.1. Излучение абсолютно черного тела

После краткого обзора основных констант можно рассмотреть проблему излучения абсолютно черного тела [1]. Сперва изложим основные эмпирические факты. Поверхность любого тела, находящегося при высокой температуре, испускает излучение в огромном интервале частот или длин волн. Построив график, где по оси ординат отложено количество излученной энергии (за единицу времени с единицы поверхности тела и в единичном интервале длин волн), а по оси абсцисс – длина волны, мы получим кривую, которая «уходит в нуль» как для малых, так и для больших длин волн. Эта кривая имеет максимум при определенном значении длины волны λ_{\max} . Величина λ_{\max} зависит от температуры тела, но при данной температуре величина λ_{\max} и полное количество испущенного излучения *приблизительно постоянны* для любой поверхности. Вместо того чтобы исследовать излучение *с поверхности*, можно изучать излучение *из щели* в некоторой замкнутой поверхности данного вещества, находящегося при фиксированной температуре. Иными словами, мы имеем дело с оболочкой, или «печкой», из подходящего материала, в которой сделана небольшая щель (ее линейные размеры малы по сравнению с линейными размерами полости). Мы направляем наш прибор на щель и измеряем излучение, исходящее из полости.

Рис. 16. Зависимость интенсивности излучения черного тела от длины волны (для четырех различных температур). Полная интенсивность излучения, пропорциональная четвертой степени термодинамической температуры, определяется площадью под кривыми. Заметьте, что с повышением температуры максимум кривых смещается в сторону коротких волн; точная зависимость положения максимума от температуры выражается законом Вина



В такого рода измерениях получены следующие результаты:

1. Зависимость интенсивности излучения из щели от длины волны изображается непрерывной кривой (**рис. 16**), обращающейся в нуль при малых и больших длинах волн и проходящей через максимум при значениях λ_{\max} , которое зависит от температуры стенок следующим образом:

$$\lambda_{\max} T = C_0 = 0,2898 \text{ см}\cdot\text{К}. \quad (2.1)$$

Эта связь между λ_{\max} и T называется *законом смещения Вина*.

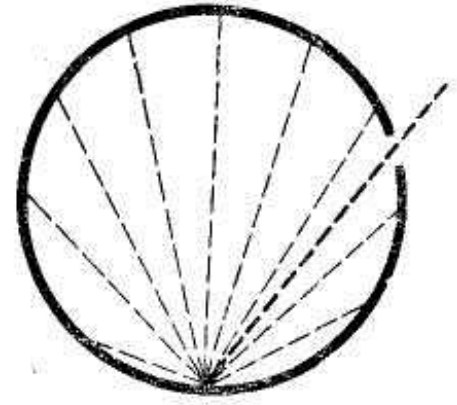
2. Спектральное распределение испущенного излучения (т. е. форма кривой на **рис. 16**) не зависит ни от формы полости, ни от материала стенок. Постоянная C_0 в законе Вина (2.1) является, таким образом, универсальной постоянной, описывающей это замечательное *общее* свойство полостей.

3. Для заданной длины волны интенсивность излучения из щели всегда больше интенсивности излучения с поверхности данного материала, находящейся при температуре стенок полости. Порядок величины интенсивности в обоих случаях одинаков.

Поверхность, поглощающая все падающее на нее излучение, называется *черной поверхностью*. Для *внешнего* наблюдателя небольшая щель в стенках полости представляется почти черной поверхностью, особенно если внутренние стенки полости не полированы и зачернены. Объясняется это тем, что любое излучение, попавшее извне в полость, полностью поглощается при многократных отражениях внутри полости, даже если ее внутренние поверхности не будут полностью поглощающими.

Благодаря этому можно считать излучение, исходящее из щели в полости, *излучением черного тела*. Г. Кирхгоф на основании весьма общих термодинамических законов показал, что для любой длины волны и данной температуры отношение энергии, испущенной данной поверхностью, к энергии, испущенной поверхностью черного тела, равно коэффициенту поглощения материала стенок. Таким образом, поверхность черного тела является стандартным излучателем, и мы можем ограничить наше рассмотрение излучением абсолютно черного тела, т. е. излучением из щели в стенках полости.

Рис. 17. Для внешнего наблюдателя небольшая щель в стенке полости с (частично) поглощающими стенками является поверхностью почти абсолютно черного тела. Луч света, попадающий в полость через щель, частично поглощается, а частично рассеивается стенкой. Только очень малая часть попавшего в полость извне излучения сможет выйти обратно через щель. Этим методом легко получить черное тело. Выкрасите черной краской внутренность небольшой картонной коробки и сделайте в ней отверстие. Рассматривая его снаружи, вы обнаружите, что оно значительно «чернее» любого «черного» вещества



В конце XIX века излучение черного тела было тщательно измерено, и одним из результатов этих измерений явился закон Вина (2.1). Возникла теоретическая проблема получения закона излучения на основании некоторых общих принципов термодинамики. Тот факт, что щель в полости представляет собой источник излучения, понять нетрудно. Мы знаем, что вещество стенок состоит из заряженных частиц и их тепловое движение, естественно, приводит к излучению энергии в полость. Это излучение может также поглощаться стенками, и, если их температура фиксирована, в конце концов устанавливается некоторое равновесие между энергией в полости и стенками, иначе говоря, равновесная энергия, поглощенная стенками из полости, будет равна энергии, испущенной ими в полость. Таким образом, задача состоит в том, чтобы получить выражение для плотности энергии в полости как функции длины волны и температуры.

Обратим внимание на одну сторону этой проблемы, выражаемую равенством (2.1). Чтобы понять его смысл, перепишем (2.1) в виде

$$\frac{\lambda_{\max}}{c} kT = X_1 = \frac{C_0 k}{c}, \quad (2.2)$$

здесь c – скорость света; k – постоянная Больцмана; X_1 – новая постоянная.

Левая часть (2.2) имеет размерность:

$$(\text{время}) \times (\text{энергия}) = (\text{действие}),$$

и такова же размерность постоянной X_1 . Как получить теоретическое выражение для X_1 ? Можно ли из известных нам констант образовать величину, имеющую размерность действия? Это, несомненно, трудная задача, поскольку нам совершенно не ясно, каким образом константы m , M_H и e должны входить в выражение для X_1 . Физическая ситуация кажется чрезвычайно ясной; излучение в полости находится в тепловом равновесии со стенками. Испущенное из полости излучение, однако, совершенно *не зависит от размера и формы полости и от вещества стенок*. Каковы при этом могут значения таких констант, как m и e , имеющих отношение к свойствам стенки? Мы начинаем подозревать, что константа X_1 не может быть получена из известных констант. Более того, выражение (2.2) невозможно понять в рамках классической физики. В 1900 г., до открытия, сделанного Планком, ситуация казалась весьма обескураживающей. Статистическая механика, основанная на законах классической физики, давала

абсурдные выражения для закона излучения черного тела. Из этого закона следовало, например, что интенсивность излучения монотонно растет с частотой, так что полное излучение становилось бесконечно большим, а это означало, что при любой температуре тепловое равновесие между излучением и веществом невозможно! (§ 2.6)

14 декабря 1900 г. на съезде Немецкого физического общества в Берлине Макс Планк сообщил, что ему удалось вывести закон излучения черного тела. Этот день может считаться днем рождения квантовой теории. Для получения теоретического выражения зависимости интенсивности излучения от длины волны и температуры Планк должен был отказаться от классических представлений и сделать специальное предположение, смысл которого в следующем. Осциллятор, совершающий свободные колебания с частотой ν , может получать или отдавать энергию порциями, величина которых равна $E = h\nu$. В этом равенстве постоянная h представляет собой новую фундаментальную константу природы. Тогда Планк оказался в состоянии получить выражение для константы X_1 :

$$\frac{\lambda_{\max}}{c} kT = X_1 = \frac{C_0 k}{c} = 0,2014h. \quad (2.3)$$

Такова история появления постоянной Планка.

Сам Планк с большим трудом примирился с таким отказом от классических представлений и, совершив свое великое открытие, ряд лет посвятил тому, чтобы понять излучение черного тела на базе чисто классических представлений. Об этих безуспешных попытках он впоследствии говорил, что они не были для него бесполезными; повторные неудачи привели его к окончательному выводу, что в рамках классической физики излучение черного тела понять невозможно.

В полном виде закон излучения Планка выглядит так:

$$E(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc / \lambda kT) - 1}, \quad (2.4)$$

где $E(\lambda, T)$ – плотность энергии в полости на единичный интервал длин волн для данных значений длины волны λ и температуры T ; k – постоянная Больцмана; c – скорость света.

Интенсивность излучения, выходящего из малой щели в стенках полости, пропорциональна плотности энергии внутри полости. Таким образом, выражение (2.4) дает математическую зависимость, показанную графически на **рис. 16**.

Чтобы найти положение максимума функции $E(\lambda, T)$ при данном T , возьмем производную E по λ , приравняем ее нулю и решим полученное уравнение относительно λ_{\max} . Таким способом мы получим уравнение (2.3) или эквивалентное ему:

$$\lambda_{\max} T = C_0 = 0,2014 hc/k. \quad (2.5)$$

Величины λ_{\max} и T могут быть измерены, скорость света c известна, и, таким образом, уравнение (2.5) позволяет экспериментально определить отношение h/k . Кроме того, непосредственным сравнением измеренного распределения $E(\lambda, T)$ с его теоретическим значением (2.4) может быть определена постоянная h . После этого можно вычислить значение постоянной Больцмана и, воспользовавшись

соотношением $N_0 = R/k$, величину N_0 . Планк получил этим методом значение величины k , которое оказалось всего на 2,5% меньше лучшего современного значения.

§ 2.2. Фотоэлектрический эффект

В конце прошлого века было экспериментально обнаружено, что при падении света из видимой области или из ультрафиолетовой части спектра на поверхность металла из последней испускаются электроны [1]. Сам по себе этот эффект не удивителен, поскольку известно, что свет представляет собой электромагнитные колебания. Таким образом, мы вправе ожидать, что электрическое поле световой волны вызывает силу, действующую на электроны металла. При этом некоторые из электронов могут покинуть поверхность. Неожиданно здесь то, что кинетическая энергия выброшенных из поверхности электронов, как оказалось, не зависит от *интенсивности* света, а зависит только от его *частоты*, причем очень простым образом: кинетическая энергия электронов линейно растет с частотой света. Увеличение интенсивности света вызывает лишь возрастание числа испущенных в единицу времени электронов, но не влияет на их энергию. Это очень трудно понять с классической точки зрения, согласно которой увеличение интенсивности означает возрастание амплитуды электромагнитной волны и, следовательно, ускорение электронов до больших скоростей.

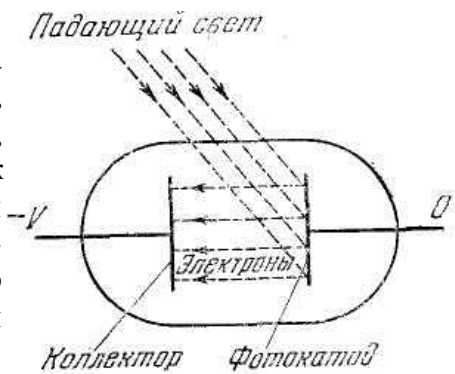
В 1905 г. Эйнштейну удалось объяснить явление фотоэффекта. Он предположил, что энергия в пучке монохроматического света состоит из порций, величина которых равна $h\nu$, где ν – частота. Эти *кванты* энергии могут быть полностью поглощены электроном. Иными словами, электрон, еще находящийся в металле, поглотив такую порцию энергии, приобретает энергию $E = h\nu$. Предположим, что для вырывания электрона из металла нужно затратить работу W . Тогда кинетическая энергия такого электрона будет равна $E_h = E - W$, или

$$E_k = h\nu - W. \quad (2.6)$$

Величина W , называемая *работой выхода* данного вещества, представляет собой константу, не зависящую от частоты ν .

Уравнение (2.6) является ясным предсказанием, которое дает теория, и его можно с большой точностью проверить на опыте. Более того, если идеи Эйнштейна верны, то это уравнение открывает возможность нового измерения постоянной Планка. Как мы упоминали выше, эти крайне важные проблемы были исследованы Милликеном в ряде прекрасных и тщательно выполненных опытов, которые полностью подтвердили уравнение Эйнштейна (2.6).

Рис. 18. Схема, иллюстрирующая принцип опыта Милликена. Электроны, испущенные фотокатодом, имеют энергию $h\nu - W$, где W – работа выхода, характеризующая свойства вещества катода. Ток электронов на коллектор исчезает, если задерживающий потенциал $V > (h\nu - W)/e$. Измерение критического значения задерживающего потенциала $V_0 = (h\nu - W)/e$ для различных значений V дает отношение h/e (см. рис. 19)



Метод Милликена схематически показан на **рис. 17**. Монохроматический свет падает на поверхность металла (обычно в этих опытах использовали щелочные металлы) и вырывает из нее фотоэлектроны. Собирающий электрод (коллектор) может находиться при определенном потенциале $-V$ по отношению к фотокатоду, в непосредственной близости от которого он расположен. В опыте измеряется ток фотоэлектронов. Допустим, что все электроны покидают поверхность металла, имея одну и ту же кинетическую энергию E_k , определенную уравнением (2.6). Тогда ясно, что ни один электрон не сможет достичь коллектора, если $eV > E_k$. Если измерять ток, меняя задерживающий потенциал V , то при некотором значении $V - V_0$ ток прекратится. Значение V_0 равно

$$V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{W}{e}. \quad (2.7)$$

График, изображающий зависимость задерживающего потенциала от частоты ν , будет прямой линией, как это видно из **рис. 19**, заимствованного из статьи Милликена. По наклону этой прямой находится отношение h/e , а точка ее пересечения с осью V_0 дает величину W/e , характеризующую работу выхода для металла.

Замечательные свойства фотоэффекта были в общих чертах известны еще до 1905 г., но понадобился гений Эйнштейна, чтобы извлечь из известных качественных закономерностей новые физические концепции. (см. § 2.9.)

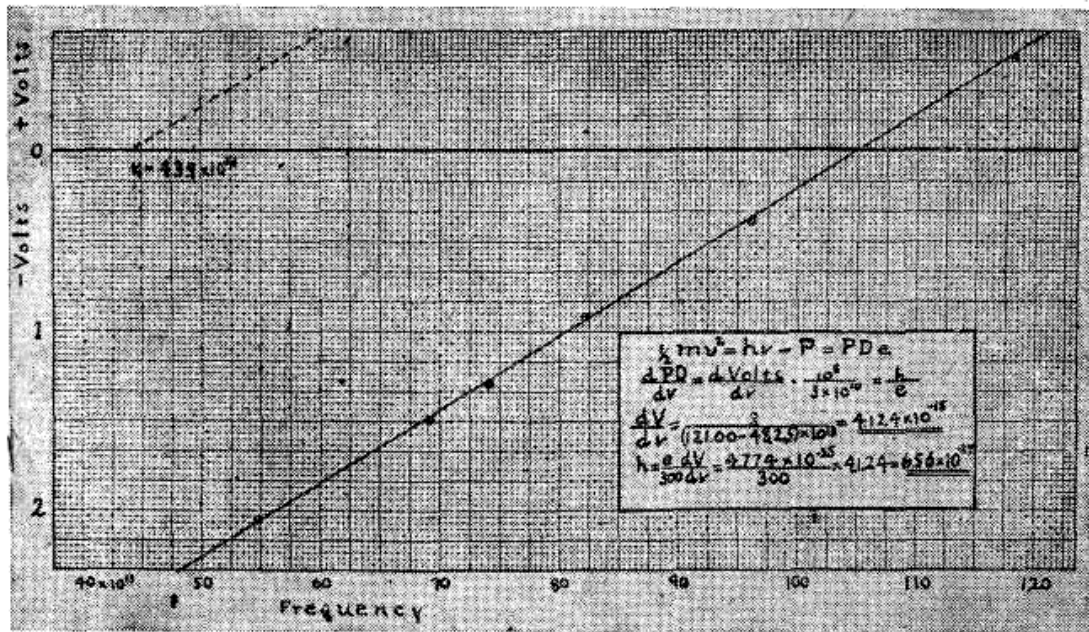


Рис. 19. График из работы: Millikan R. A.— Phys. Rev., 1916. V. 7. P. 355, показывающий линейную зависимость критического значения задерживающего потенциала от частоты света для фоточувствительной поверхности натрия. Внизу справа приведены вычисления отношения h/e , сделанные Милликеном по этому графику

§ 2.3. Проблема стабильности и размера атомов

Обратимся теперь к третьей проблеме, а именно – к вопросам о стабильности и размерах атомов [1]. Остановимся в особенности на последнем вопросе. Мы можем определить «размер» атома как расстояние между двумя соседними атомами твердого тела или жидкости. Из опыта известно, что эта величина имеет порядок $1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ см}$. Очевидно, что порядок этой величины определяется постоянной Авогадро N_0 . Действительно, масса 1 см^3 жидкости или твердого тела имеет порядок 1 г. Весьма приблизительно можно считать, что в этом объеме содержится N_0 атомов, и тогда линейные размеры атомов имеют порядок $(1/N_0)^{1/3} \text{ см} = 1 \text{ \AA}$. Мы отмечали уже, что *точные* измерения межатомных расстояний в кристаллах дают значение постоянной Авогадро.

Вопрос теперь в том, можно ли в рамках классической физики объяснить размеры атомов, иными словами, можно ли вычислить «радиус» атома, опираясь на основные константы классической физики.

В 1910 г. Г. Гейгер и Е. Марсден выполнили опыты по рассеянию α -частиц. Анализ этих опытов привел Резерфорда к выводу, что атом состоит из очень малого центрального ядра, окруженного электронами, и что большая часть массы атома заключена в его ядре. Из этих опытов следовало также, что размеры ядра и электронов очень малы по сравнению с размером всего атома, они меньше 10^{-11} см . После работ по рассеянию α -частиц ядрами естественно было представлять себе атом как нечто подобное Солнечной системе, где ядро играет роль Солнца, а электроны – роль планет. Эти частицы движутся под действием электростатических сил, и большая часть атома представляет собой

«пустое пространство». Размер атома определяется радиусом орбит внешних электронов.

Мы можем назвать нашу проблему «тайной потерянной константы». Предположим, что эта тайна связана с рассмотренной выше и что в описании строения атома должна играть какую-то роль постоянная Планка. Она имеет размерность момента импульса, и мы можем сделать специальное предположение, что в природе осуществляются лишь такие решения уравнений движения, для которых полный момент импульса атома является целым, кратным h . Теперь момент импульса определен. Это означает, что у нас имеются выделенные решения и, таким образом, мы обладаем принципом, который позволяет определить размеры атома.

В 1913 г. Нильс Бор предложил теорию атома водорода, основанную на следующих соображениях. В своей простейшей форме теория считает, что движение электрона в атоме водорода происходит по круговой орбите радиуса a_0 вокруг протона. Эта орбита определяется уравнением движения

$$m v^2 / a_0 = e^2 / a_0^2 \quad (2.8)$$

и квантовым условием Бора

$$J = m v a_0 = h / 2\pi, \quad (2.9)$$

Здесь v – скорость электрона, а J – его момент импульса. Квантовое условие означает, что момент импульса должен быть равен $h/2\pi$. Устранив v из написанных уравнений, получаем

$$a_0 = h^2 / (2\pi)^2 m e^2 = 5,29 \cdot 10^{-9} \text{ см}, \quad (2.10)$$

что имеет верный порядок величины. Следует заметить, что размер атома имеет непосредственное отношение к вопросу о его энергии связи. Если расстояние от электрона до ядра известно, то можно оценить работу, необходимую для разделения атома на составные части.

Читатель, вероятно, знает, что теория атома Бора позволила продвинуться гораздо дальше. Она дала количественное объяснение спектра атома водорода, и это было большим успехом новых идей. Квантовые условия этой теории совершенно чужды классической физике. Кроме того, Бор предположил, что электрон, находясь в основном состоянии атома водорода, не излучает электромагнитной энергии. В противном случае, согласно классической электромагнитной теории, электрон должен был бы падать на ядро, двигаясь по спирали, и такое падение произошло бы за очень малое время (порядка 10^{-9} с).

Эту планетарную теорию атома нельзя считать серьезной теорией. Она просто неверна. Тот факт, что она приводит к очень хорошим результатам в случае атома водорода, к счастью (или к несчастью), случаен. Этот успех явился для Бора и других теоретиков мощным толчком к развитию квантовой теории атома, но сам Бор никогда не обманывался, он не считал, что атом подобен планетной системе. Он рассматривал свою теорию как промежуточный этап в поисках более верной теории.

Три рассмотренные проблемы – это три аспекта существования постоянной Планка. Последняя проблема с особенной ясностью показывает, что появление этой постоянной в ряду известных фундаментальных констант должно иметь далеко идущие последствия. Теперь можно надеяться, что мы способны понять

не только такие проблемы, как размеры атома и его энергия связи, но и свойства молекул, и нам будет открыт путь к количественной атомной теории вещества в целом.

Следует подчеркнуть, что во всех трех проблемах *существенным* было то, что для разрешения трудностей необходимо было отказаться от классических законов макроскопической физики. Таким образом, *рассмотрение этих проблем приводит к большему, нежели только открытие новой константы, – к открытию новых законов физики.*

§ 2.4. Испускание и поглощение света. Тепловое излучение*

Если на какое-либо тело падает поток излучения Φ_0 (рис. 20), то часть потока $\Phi_{отр} < \Phi_0$ отражается от поверхности тела обратно: от гладкой поверхности зеркально, а от матовой – диффузно во все стороны [3]. При не слишком большой толщине тела часть падающего света пройдет насквозь и за телом будет наблюдаться поток излучения $\Phi_{прох} < \Phi_0$. Наконец, часть потока, проникающего в тело, будет поглощаться частицами последнего и превращаться в другие формы энергии, в конечном счете – в тепло. Обозначая эту часть через $\Phi_{погл}$, можно составить общий баланс энергии:

$$\Phi_0 = \Phi_{отр} + \Phi_{погл} + \Phi_{прох}. \quad (2.11)$$

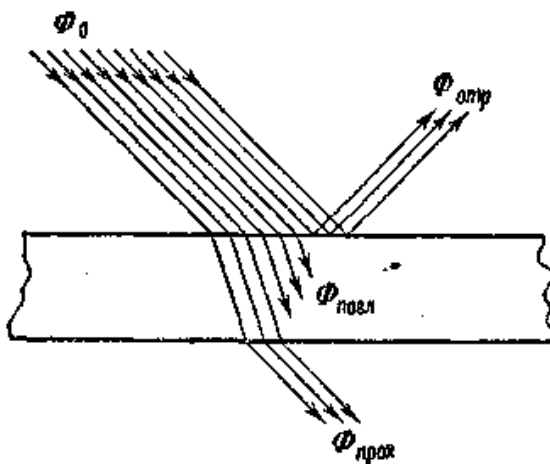


Рис. 20. Падение потока излучения на плоскопараллельную пластинку

Разделив обе части этого равенства на Φ_0 , получим:

$$1 = \frac{\Phi_{отр}}{\Phi_0} + \frac{\Phi_{погл}}{\Phi_0} + \frac{\Phi_{прох}}{\Phi_0}. \quad (2.12)$$

Безразмерное отношение $\rho = \frac{\Phi_{отр}}{\Phi_0}$ называется лучеотражательной или просто отражательной способностью тела (коэффициент отражения). Отношение $a = \frac{\Phi_{погл}}{\Phi_0}$ называется лучепоглощательной способностью тела. Наконец, отношение $D = \frac{\Phi_{прох}}{\Phi_0}$ можно назвать лучепропускательной способностью тела. Согласно (2.12), эти

три коэффициента связаны между собой соотношением

$$1 = \rho + a + D. \quad (2.13)$$

Величина D , характеризующая прозрачность тела, зависит от толщины последнего. При достаточной толщине любое тело практически непрозрачно. Большинство твердых тел непрозрачно уже при сравнительно небольшой толщине. В этом случае можно считать, что $D = 0$ и

$$1 = \rho + a. \quad (2.14)$$

Отражательная способность ρ такого тела зависит от его строения и состояния и от характера обработки поверхности (гладкая или матовая). Из уравнения связи следует, что лучепоглощательная способность тела a однозначно связана с ρ и определяется теми же факторами.

Если частота колебаний падающей электромагнитной волны ν совпадает с одной из собственных частот колебаний электрических зарядов, составляющих тело ν_i , то наступит резонанс и амплитуда колебаний этих зарядов сильно возрастет. С увеличением амплитуды колебаний возрастает вероятность перехода их энергии в тепловую при столкновениях. Поэтому в области, близкой к резонансу, увеличивается коэффициент объемного поглощения K , и такие волны проникают в тело на очень малую глубину.

С другой стороны, увеличение амплитуды приводит к усиленному излучению колеблющимися зарядами электромагнитных волн той же частоты во все стороны и, в частности, в направлениях, противоположных распространению падающей волны. Поэтому в резонансной области увеличивается коэффициент отражения ρ и полное поглощение поверхностью тела, т. е. лучепоглощательная способность a может снижаться. Так, при отражении электромагнитных волн, обладающих непрерывным спектром, от поверхности какого-либо ионного кристалла преимущественно отражаются волны резонансных частот. При многократном отражении от одного и того же кристалла выходящий пучок содержит практически только эти частоты (остаточные лучи).

Приведенный пример показывает физическое различие между объемным коэффициентом поглощения K и лучепоглощательной способностью поверхности тела a . Кроме того, из него видно, что лучепоглощательная способность тела зависит от частоты ν падающего излучения или от его длины волны $\lambda = \frac{c}{\nu}$.

Обозначим через $a_{\lambda, T}$ лучепоглощательную способность тела для излучения данной длины волны λ при температуре T , характеризующей состояние тела. Отражательную способность тела при той же температуре и для той же длины волны обозначим соответственно через $\rho_{\lambda, T}$. Тогда соотношение (2.14) можно переписать в виде:

$$\rho_{\lambda, T} = 1 - a_{\lambda, T}. \quad (2.15)$$

Зависимость $a_{\lambda, T}$ и $\rho_{\lambda, T}$ от длины волны λ обуславливает окраску освещаемых тел. Если какое-либо тело интенсивно поглощает все падающие на него лучи, кроме, например, зеленых ($\lambda_{зел} \approx 500 \text{ нм}$), то при освещении его белым светом оно будет отражать только зеленые лучи, т. е. иметь зеленую окраску. Следует отметить, что при освещении такого тела монохроматическим, но не зеленым

светом, такое тело ничего не отражает и будет представляться просто черным.

Тело, которое абсолютно не поглощало бы излучение и полностью отражало все падающие на него лучи

$$a_{\lambda,T} = 0 \quad \text{и} \quad \rho_{\lambda,T} = 1, \quad (2.16)$$

называется абсолютно белым телом. Наблюдаемый цвет такого тела полностью определяется спектральным составом освещающего его излучения.

Тело, полностью поглощающее все падающее на него излучение, называется абсолютно черным телом. Для абсолютно черного тела

$$a_{\lambda,T} = 1 \quad \text{и} \quad \rho_{\lambda,T} = 0. \quad (2.17)$$

При освещении такого тела посторонним источником света оно не будет ничего отражать и представится нам черным. Например, для сажи в видимой области $a_{\lambda,T} \gg 0,99$, что и обуславливает черный цвет последней. Все же сажу нельзя считать абсолютно черным телом вообще, так как в инфракрасной области спектра ее поглощательная способность уменьшается.

Тело, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех длин волн:

$$a_{\lambda,T} = \text{const} < 1, \quad (2.18)$$

называется серым телом.

Наряду с отражением и поглощением падающего на них излучения все тела сами способны испускать электромагнитные волны – светиться. Причины такого свечения многообразны. Кусок сахара слабо светится при раскалывании. При расчесывании волос в темной комнате наблюдаются светящиеся искорки. Газ в разрядной трубке светится при прохождении электрического тока. Стеклянная стенка этой трубки испускает зеленое свечение под действием ударов электронов. Кусочек фосфора, окисляющийся на воздухе, светится вследствие протекающей химической реакции и т. п. Все эти случаи свечения тел при различном внешнем воздействии мы объединяем под общим названием люминесценции.

В отличие от явлений люминесценции, свечение тел при их нагревании называется *температурным*, или *тепловым*, излучением. В этом случае энергия внутренних хаотических тепловых движений частиц тела (при $T > 0$ К) непрерывно переходит в энергию испускаемого электромагнитного излучения. В настоящей главе мы рассмотрим законы этого теплового излучения.

Основной количественной характеристикой теплового излучения тела является его лучеиспускательная способность e_T , т. е. лучистая энергия, испускаемая единицей поверхности тела за единицу времени ($\text{эрг}/\text{см}^2 \cdot \text{сек}$ или $\text{дж}/\text{м}^2 \cdot \text{сек} = \text{вт}/\text{м}^2$) при температуре тела T . Эта энергия уносится с электромагнитными волнами различной длины ($0 \leq \lambda \leq \infty$), и для излучения целесообразно полную лучеиспускательную способность тела e_T расчленить на составные части по отношению к различным λ :

$$de_T = e_{\lambda,T} d\lambda. \quad (2.19)$$

Коэффициент пропорциональности $e_{\lambda,T}$ есть лучеиспускательная способность тела при данной температуре T и для данной длины волны λ , и имеет размерность $\text{вт}/\text{м}^2 \cdot \text{м} = \text{вт}/\text{м}^3$ (т. е. рассчитывается на единицу интервала длин волн $d\lambda = 1$).

Полная лучеиспускательная способность тела e_T складывается из элементарных de_T , т. е.

$$e_T = \int de_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} e_{\lambda,T} d\lambda, \quad (2.20)$$

где интеграл распространен на весь бесконечный интервал всевозможных длин волн.

Примерный вид спектральной характеристики теплового излучения $e_{\lambda,T}$ при некоторой температуре T изображен на **рис. 21**. Заштрихованная накрест полоска имеет площадь $e_{\lambda,T} d\lambda$ и представляет собой энергию de_T , излучаемую в данном интервале длин волн $d\lambda$. Полная лучеиспускательная способность e_T изображается на **рис. 21** всей заштрихованной площадью.

С ростом температуры увеличивается интенсивность теплового движения частиц тела и возрастает энергия, излучаемая телом с электромагнитными волнами любых λ . Поэтому при $T' > T$ вся спектральная характеристика теплового излучения поднимается, как это изображено на **рис. 21** пунктиром. Возрастает при этом и площадь под кривой $e_{\lambda,T}$, т. е. полная лучеиспускательная способность тела e_T . При абсолютном нуле температуры ($T = 0$ К) тепловое движение отсутствует и

$$e_{\lambda,T} = 0, \quad (2.21)$$

т. е. тело не может далее уменьшать своей энергии и его тепловое излучение прекращается.

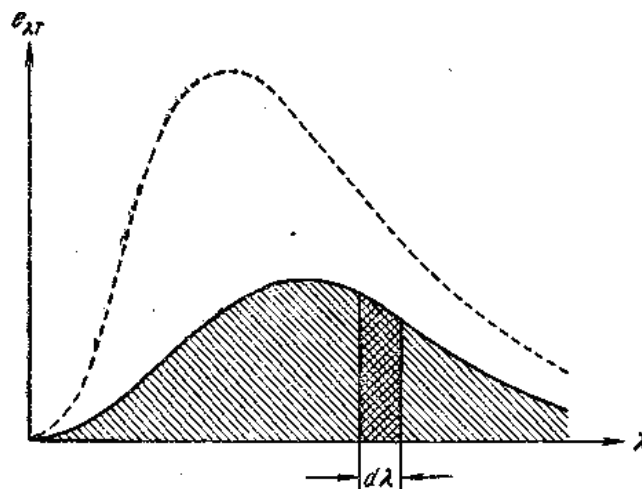


Рис. 21. Кривая лучеиспускательной способности абсолютно черного тела для различных температур

Каждое тело при данной температуре характеризуется своей кривой лучеиспускательной способности в различных частях спектра $e_{\lambda,T}$ и своим значением полной (или интегральной) лучеиспускательной способности e_T . Жидкости и твердые тела дают сплошной спектр испускания, аналогично изображенному на **рис. 21**, а нагретые газы и пары испускают линейчатые и полосатые спектры.

§ 2.5. Закон Кирхгофа. Излучение абсолютно черного тела

При тепловом излучении энергия теплового движения в теле переходит в энергию испускаемых электромагнитных волн [3]. При поглощении света происходит обратный процесс перехода лучистой энергии в тепловую энергию тела. В обоих случаях взаимные превращения тепловой и лучистой энергии протекают через промежуточную стадию колебания электрических зарядов в теле. Поэтому лучеиспускательная и лучепоглощательная способности тела обусловлены одними и теми же деталями его строения и тесно связаны друг с другом. Для установления этой связи применимы термодинамические методы исследования.

Представим себе произвольное тело в виде бесконечной однородной пластины 1 (рис. 22). Расположим параллельно ему такую же пластину 2, вырезанную из абсолютно черного тела. При данной температуре T нечерное тело характеризуется определенной лучеиспускательной способностью e_T и соответственно полной лучепоглощательной способностью a_T . Для абсолютно черного тела $a = 1$, а его лучеиспускательную способность, в отличие от всех других тел, обозначим большой буквой E_T .

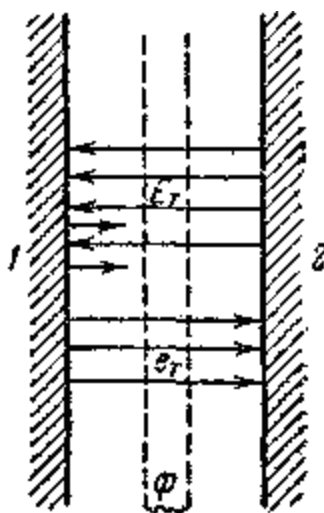


Рис. 22. Модель излучения и поглощения бесконечных однородных пластин

Если в пространстве между пластинами 1 и 2 создать абсолютный вакуум, то они будут обмениваться энергией только с помощью излучения. При таком чисто лучистом теплообмене оба тела через некоторое время придут в термодинамическое равновесие и их температуры сравняются. В дальнейшем лучистая энергия, испускаемая каждым телом, должна в точности равняться энергии, поглощаемой им за то же время. Если бы при одинаковых температурах тел испускание не равнялось поглощению, то одно из этих тел начало бы нагреваться, а другое – остывать. В этом случае поток тепла переходил бы от более холодного тела к более горячему. Такой процесс связан с уменьшением энтропии системы и самопроизвольно происходить не может.

Заметим, что наличие между пластинами газа может за счет теплопроводности ускорить достижение равновесного состояния, но никак не

скажется на окончательном равновесии. Температура газа в конце процесса станет равной температуре обеих пластин, и его наличие никак не изменит условий теплового баланса.

Составим при равновесии ($T_1 = T_2 = T$) баланс лучистой энергии для каждой из пластин. В силу полной симметрии их расположения можно для упрощения выкладок считать, что каждая единица площади одной из пластин находится в равновесии с расположенной непосредственно против нее единичной площадкой второй пластины.

Для нечерной пластины поток лучистой энергии, испускаемой единицей площади за единицу времени, равен e_T . За то же время на эту площадку падает лучистая энергия E_T , испущенная единицей площади абсолютно черного тела. Из этой величины, однако, лишь доля $a_T E_T$ поглощается нечерной пластиной 1, а остальная часть $(1 - a_T)E_T$ отражается обратно. Следовательно,

$$E_T = a_T E_T. \quad (2.22)$$

Единица площади абсолютно черной пластины 2 испускает за единицу времени поток лучистой энергии E_T . За это же время на эту площадку со стороны нечерной пластины приходит излученная последней энергия e_T и отраженная от нее энергия $(1 - a_T)E_T$. Вся эта пришедшая энергия полностью поглощается абсолютно черным телом ($a = 1$) и, следовательно,

$$E_T = e_T + (1 - a_T)E_T. \quad (2.23)$$

Из уравнений (2.22) и (2.23) вытекает одно и то же соотношение:

$$\frac{e_T}{a_T} = \frac{E_T}{1} = E_T. \quad (2.24)$$

Отношение полной лучеиспускательной способности любого тела к его лучепоглощательной способности при данной температуре есть величина постоянная, равная лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при той же самой температуре.

Это соотношение было теоретически выведено в 1860 г. Кирхгофом и прекрасно подтвердилось на опыте. Если поместить между рассматриваемыми пластинами светофильтр, пропускающий лишь узкий участок длин волн $d\lambda$ и полностью отражающий все остальные, то можно точно таким же путем доказать справедливость закона Кирхгофа не только для интегральных величин, но и для дифференциальных, т. е. установить соотношение

$$\frac{e_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = \frac{E_{\lambda,T}}{1} = E_{\lambda,T} \quad (2.25)$$

Отношение лучеиспускательной и поглощательной способности для любых тел при одинаковой их температуре T и для одной и той же длины волны λ одинаково и не зависит от природы этих тел. Это отношение является универсальной функцией длины волны и температуры и равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела $E_{\lambda,T}$.

Поскольку для абсолютно черного тела $a = 1$, а для других тел $a_{\lambda,T} < 1$, то из (2.25) вытекает весьма важное утверждение: излучение, которое тело сильнее поглощает, сильнее и испускается. При данной температуре

$$e_{\lambda,T} = a_{\lambda,T} E_{\lambda,T} < E_{\lambda,T}, \quad (2.26)$$

т. е. тепловое излучение абсолютно черного тела во всех частях спектра интенсивнее, чем для нечерного тела, нагретого до той же самой температуры.

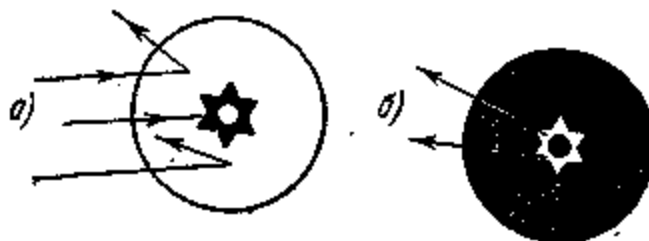


Рис. 23. Излучение фарфоровой тарелки при комнатной и высокой ($\sim 1000^\circ\text{C}$) температуре

Возьмем белую фарфоровую тарелку и нанесем на нее какой-либо узор, зачернив отдельные участки ее поверхности сажей. При комнатной температуре собственное тепловое излучение тарелки будет пренебрежимо слабым. Чтобы видеть эту тарелку, нам придется осветить ее светом от какого-либо постороннего горячего источника света (электрическая лампочка, Солнце). Тогда покрытые сажей участки будут сильнее всего поглощать падающий свет, и мы увидим черный узор на белом фоне (**рис. 23 а**). Нагреем эту тарелку до температуры $\sim 1000^\circ\text{C}$ и перенесем ее в темную комнату, пока она не остыла. В отсутствие посторонних источников света мы увидим собственное тепловое излучение тарелки. Тогда, по закону Кирхгофа, зачерненные участки будут сильнее всего излучать, и мы увидим яркий светящийся узор на более тусклом фоне остальной части тарелки (**рис. 23 б**). При данной температуре T абсолютно черное тело является наиболее сильным излучателем на любой длине волны и суммарно. Для проверки этого утверждения и экспериментального исследования универсальной функции $E_{\lambda T}$. В.А. Михельсон предложил весьма простую и остроумную модель абсолютно черного тела. Такой моделью является маленькое отверстие в стенке полости, сделанной из любого материала (**рис. 24**). Луч, падающий извне на отверстие, попадет внутрь полости и, прежде чем выйти обратно наружу, испытает многократное отражение от стенок. Из чего бы не были сделаны внутренние стенки полости, при каждом отражении луча всегда будет происходить частичное поглощение его энергии. Поэтому после многократного отражения интенсивность выходящего обратно луча будет практически равна нулю. Таким образом, это отверстие будет практически полностью поглощать все падающие на него лучи и является абсолютно черным телом.

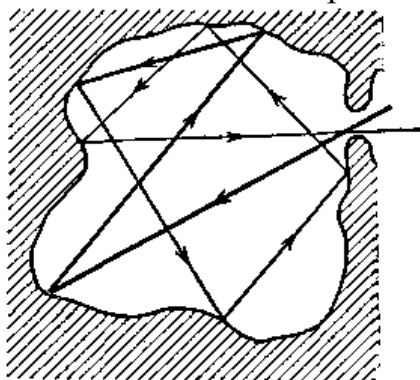


Рис. 24. Модель абсолютно черного тела

Это отверстие может излучать. Если мы нагреем стенки полости до некоторой температуры T , то они начнут испускать электромагнитное излучение. Это излучение будет распространяться внутри полости, частично отражаясь от стенок, частично поглощаясь последними. В результате внутри полости установится равновесие между испусканием и поглощением, и она заполнится электромагнитными волнами разной длины, поляризации и интенсивности, хаотически движущимися во все стороны.

Свойства этого равновесного излучения будут разобраны подробнее в следующем параграфе. Здесь же отметим, что, выходя через малое отверстие, оно будет определять спектральную характеристику последнего, т. е. лучеиспускательную способность $E_{\lambda T}$ этого абсолютно черного тела.

Сконструировав описанную выше модель, можно измерить излучение, выходящее из отверстия в полости. Направляя это излучение на чувствительный термоэлемент или болометр, можно измерить интегральное излучение E_T . Разлагая предварительно, с помощью призмы или дифракционной решетки, это излучение в спектр (рис. 25), можно детальнее изучить спектральный состав теплового излучения и найти на опыте функцию $E_{\lambda T}$.

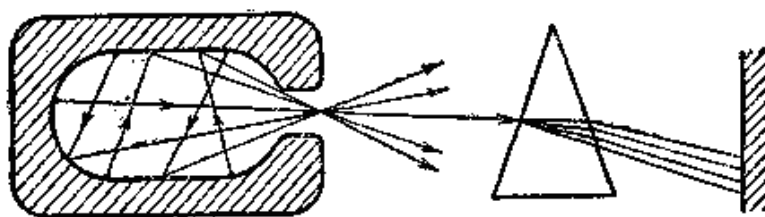


Рис. 25. Получение спектра теплового излучения

Сопоставление этих теоретических выводов с результатами прямых измерений позволило, как мы увидим в следующем параграфе, произвести детальную проверку законов распространения света и взаимодействия его с веществом. При этом выяснился целый ряд новых, ранее не известных нам свойств света.

Настоятельная необходимость теоретического и экспериментального изучения функции $E_{\lambda T}$ выдвигалась и потребностями практики. В 1872 г. А.Н. Лодыгин сконструировал лампу накаливания в стеклянном баллоне с угольным стерженьком. В 1876 г. П.Н. Яблочков изобрел свою дуговую лампу. В 1894 г. А.Н. Лодыгин получил патент на лампу накаливания с вольфрамовой нитью. Широкое применение этих тепловых источников света и развитие спектрального анализа потребовали от физиков создания правильных расчетных формул и указаний правильных и перспективных путей развития осветительной техники.

§ 2.6. Равновесное излучение. Формула Планка и ее следствия*

Рассмотрим замкнутую полость внутри твердого тела, нагретого до некоторой температуры T [3]. Стенки полости будут излучать, отражать и поглощать электромагнитные волны, и в результате внутри полости установится

вполне определенное равновесное излучение. Это излучение будет характеризоваться средней объемной плотностью энергии $\omega(T)$ дж/м³ и определенным спектральным составом. Средняя плотность энергии электромагнитных волн в интервале от λ до $\lambda + d\lambda$ будет пропорциональна этому интервалу:

$$d\omega = \omega(\lambda, T)d\lambda, \quad (2.27)$$

и полная плотность энергии получается интегрированием:

$$\omega(T) = \int_0^{\infty} \omega(\lambda, T)d\lambda. \quad (2.28)$$

Характеристики равновесного излучения $\omega(\lambda, T)$ и $\omega(T)$ не зависят от материала и свойств стенок полости. По закону Кирхгофа, если какой-нибудь участок стенки имел повышенную (или пониженную) лучеиспускательную способность $e_{\lambda T}$ для некоторой длины волны λ , то он соответственно сильнее (или слабее) поглощал бы тот же самый участок спектра. В результате равновесие между этим участком и излучением устанавливалось бы при той же самой спектральной плотности излучения, как если бы стенка была сделана из абсолютно черного тела.

Действительно, лучистый поток данной длины волны $\Phi(\lambda, T)$, падающий на стенку, поглощается частично в соответствии с ее поглощательной способностью $a_{\lambda T}$. При равновесии поглощенный поток $a_{\lambda T} \Phi(\lambda, T)$ должен в точности равняться лучистому потоку, испускаемому стенкой, т. е.

$$a_{\lambda T} \Phi(\lambda, T) = e_{\lambda T}. \quad (2.29)$$

Отсюда

$$\Phi(\lambda, T) = \frac{e_{\lambda T}}{a_{\lambda T}} = E_{\lambda T}, \quad (2.30)$$

т. е. спектральный состав равновесного излучения не зависит от материала и оптических характеристик стенки. Любые тела, помещаемые внутрь полости и достигшие вследствие лучистого теплообмена равновесной температуры T , не меняют и состава равновесного излучения в полости. В частности, таким телом может быть и любой газ, заполняющий полость.

Поместим внутрь полости белую тарелку с зачерненным узором, рассматривавшуюся в предыдущем параграфе. Зачерненные и незачерненные участки будут обладать различной поглощательной и испускательной способностью. Лучистый поток, идущий от каждого участка поверхности, будет складываться из собственного излучения $e_{\lambda T}$ и отраженной доли $(1 - a_{\lambda T})$ падающего на поверхность равновесного излучения $E_{\lambda T}$. Используя (2.30), можно показать, что суммарный поток, идущий от каждого участка, равен

$$e_{\lambda T} + (1 - a_{\lambda T}) E_{\lambda T} = a_{\lambda T} E_{\lambda T} + (1 - a_{\lambda T}) E_{\lambda T} = E_{\lambda T}, \quad (2.31)$$

и не зависит от лучеиспускательной и поглощательной способности этого участка. Зачерненные участки будут сильнее поглощать падающее излучение, чем незачерненные, и меньше его отражать, зато будут давать более интенсивное собственное излучение $e_{\lambda T}$. В результате если посмотреть через отверстие в полость, то ни узоры на фоне тарелки, ни сама тарелка на фоне стенок полости не

будут видны; все участки поверхности будут представляться одинаково светлыми.

Примеры с тарелкой, рассмотренные в данном и предыдущем параграфах, показывают, что мы имеем возможность различать предметы, только если пользоваться неравновесным излучением. Так, при наблюдении в обычных условиях мы имеем дело с телами, температура которых колеблется в пределах 250–300 К, в то время как температура излучающей поверхности Солнца равна примерно 6000 К, а раскаленной нити электрической лампы – около 2000 К.

Равновесное излучение в полости представляет собой материальную систему электромагнитных волн, движущихся хаотически и в этом смысле до некоторой степени напоминающих идеальный газ. То обстоятельство, что волны, падающие на стенку, частично поглощаются, вновь испускаются и отражаются, не меняет свойств равновесного излучения и его основной характеристики – плотности энергии на единицу интервала длин волн. Поэтому для анализа свойств равновесного излучения можно применять статистические и термодинамические методы, аналогичные применявшимся при анализе идеального газа.

Сделаем в стенке полости небольшое отверстие площадью dS . Излучение данного интервала длин волн $d\lambda$ движется во все стороны хаотически. Для упрощения расчета будем считать (как и для идеального газа), что в направлении, перпендикулярном к отверстию, будет двигаться $1/3$ этих волн, причем половина из них будет двигаться от отверстия внутрь полости, а остальная часть – выходить наружу. За время dt через отверстие площадью dS тогда выйдут все волны, заключенные в цилиндре с площадью основания dS и высотой cdt (где c – скорость света), движущиеся по направлению к площадке. Эти волны несут с собой энергию, которая излучается отверстием наружу:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \omega(\lambda, T) dS c dt. \quad (2.32)$$

Более точное интегрирование по всем направлениям распространения излучения дает результат, несколько отличающийся численным множителем. Поток энергии через площадку оказывается равным

$$\frac{1}{4} c \omega(\lambda, T) dS dt. \quad (2.33)$$

С другой стороны, это отверстие является абсолютно черным телом и за время dt с площади dS должно излучаться $E_{\lambda T} dS dt$.

Приравнявая эти два выражения для энергии, излучаемой отверстием, и сокращая на произведение $dS dt$, получаем:

$$E_{\lambda T} = \frac{c}{4} \omega(\lambda, T), \quad (2.34)$$

т. е. лучеиспускательная способность абсолютно черного тела однозначно связана с плотностью энергии равновесного излучения и отличается от последней лишь постоянным размерным множителем $c/4$. Интегрируя обе части равенства (2.34) по λ , можно получить аналогичное соотношение между полной лучеиспускательной способностью абсолютно черного тела и полной плотностью энергии равновесного излучения:

$$E_T = \frac{c}{4} \omega(T). \quad (2.35)$$

Таким образом, задача о нахождении универсальной функции $E_{\lambda T}$ свелась к задаче статистической физики – нахождению спектрального распределения энергии равновесного излучения $\omega(\lambda, T)$. Однако многочисленные попытки вывести теоретически эти зависимости вплоть до 1900 г. оканчивались неудачами, хотя ряд качественных соотношений удалось при этом получить, исходя из законов классической физики – термодинамики, электродинамики. Так, исходя из соотношения между плотностью энергии электромагнитных волн и давлением света, вытекавшего из электродинамики, Больцман в 1884 г. чисто термодинамическим путем доказал пропорциональность полной лучеиспускательной способности абсолютно черного тела четвертой степени его абсолютной температуры, т. е.

$$E_T = \sigma T^4. \quad (2.36)$$

Несколько ранее, в 1878 г., это соотношение было получено из опыта Стефаном и поэтому (2.36) получило название закона Стефана – Больцмана. При этом Стефан ошибочно полагал, что это соотношение справедливо для любых тел, а не только для абсолютно черного тела, с которым он, кстати, и не экспериментировал.

Термодинамический вывод не смог дать величину постоянного множителя в законе Стефана – Больцмана, и ее пришлось определять на опыте.

Еще меньше смогла дать термодинамика для определения спектрального распределения равновесного излучения. Из чисто термодинамических соображений Вин показал, что должно выполняться соотношение

$$E_{\lambda T} = \frac{f(\lambda \cdot T)}{\lambda^5}, \quad (2.37)$$

где $f(\lambda \cdot T)$ есть некоторая функция произведения длины волны на абсолютную температуру, определить вид которой с помощью одной лишь термодинамики нельзя. Из (2.37) вытекало, что максимум лучеиспускательной способности $\frac{dE_{\lambda T}}{d\lambda} = 0$ находится при некоторой длине волны $\lambda_{\text{макс}}$, которая связана с абсолютной температурой T соотношением

$$\lambda_{\text{макс}} \cdot T = \text{const.} \quad (2.38)$$

Таким образом, с ростом температуры максимум лучеиспускательной способности абсолютно черного тела смещается в сторону более коротких длин волн. Равенство (2.38) получило название закона смещения Вина. Величина константы в законе Вина из термодинамики также не могла быть определена, и ее определили из опыта.

В 1887 г. В. А. Михельсон применил методы статистической физики к тому массовому коллективу элементарных излучателей, которым является нагретое тело. Сделав допущение, что интенсивность излучения атомов в данном спектральном интервале пропорциональна квадрату частоты колебания (аналогично энергии гармонически колеблющейся точки, Михельсон получил формулу, которая в общих чертах отвечала виду кривой $E_{\lambda T}$ однако не совпадала с последней.

Вин предложил интерполяционную формулу вида

$$E_{\lambda T} = \frac{\alpha}{\lambda^5} e^{-\frac{\beta}{\lambda T}}, \quad (2.39)$$

удовлетворяющую термодинамическому условию (2.38). Эта формула при должном выборе постоянных α и β приводила к хорошему совпадению в области коротких волн, но давала преуменьшенные значения в области больших λ .

Более строгая попытка теоретического вывода $E_{\lambda T}$ была сделана Рэлеем. Он исходил из рассмотрения стоячих электромагнитных волн в замкнутой полости. Определялось число независимых волн в данном интервале $d\lambda$, а затем к этим волнам применялся классический закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Каждой независимой волне приписывались степень свободы и средняя энергия, равная $\frac{1}{2}kT$. В результате им было получено выражение:

$$E_{\lambda T} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}, \quad (2.40)$$

т. е. неизвестная функция в (2.39) имеет вид

$$f(\lambda \cdot T) = 2\pi ck\lambda \cdot T. \quad (2.41)$$

Кривая Рэля изображена на **рис. 26** линией 1. Интерполяционная кривая Вина – линией 2 (используется логарифмический масштаб). Кружочками на том же рисунке нанесены экспериментальные точки для той же температуры. Из рисунка видно, что применение к равновесному излучению законов классической электродинамики и статистики дает правильное значение для $E_{\lambda T}$ лишь в области больших длин волн. Для коротких волн в ультрафиолетовой области и далее лучеиспускательная способность абсолютно черного тела не возрастает до бесконечности, а, напротив, убывает до нуля.

Формула Рэля приводит к абсурдному результату и для полной лучеиспускательной способности. Интегрируя выражение (2.40) по λ , получаем:

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda, T} d\lambda = 2\pi ckT \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \infty, \quad (2.42)$$

т. е. полная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела должна быть бесконечно большой!?

Все эти затруднения, получившие в науке образное наименование «ультрафиолетовой катастрофы», указывали на наличие в теории каких-то коренных дефектов. Очевидно, электромагнитная теория света становится неприменимой для излучения с короткими длинами волн, и какие-то ее принципиальные положения должны быть пересмотрены.

Этот пересмотр был произведен М. Планком. В 1900 г. Планк показал, что правильное выражение для $E_{\lambda T}$ можно получить, лишь предположив, что излучение испускается телами не непрерывно, но в виде отдельных порций. Энергия каждой такой

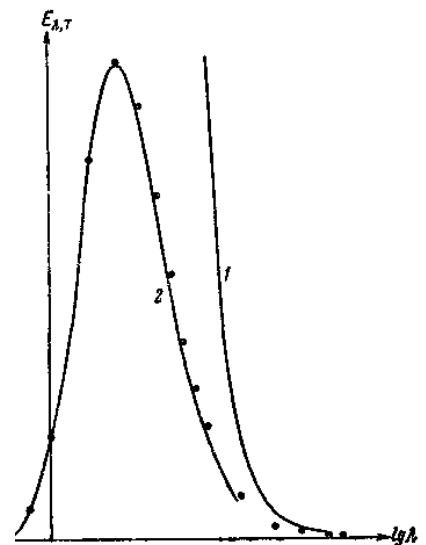


Рис. 26. Ультрафиолетовая катастрофа

порции – кванта излучения – пропорциональна его частоте:

$$\varepsilon = h \nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (2.43)$$

где h – универсальная постоянная, одинаковая по всему спектру, получившая впоследствии название постоянной Планка.

Из (2.43) можно определить размерность постоянной Планка:

$$[h] = \frac{[\varepsilon]}{[\nu]} = \text{дж} \cdot \text{сек}.$$

Величины такой размерности – энергиях и время – носят название «действия».

Предположение Планка находится в резком противоречии с законами классической физики. В классической физике все величины – энергия, импульс, действие – могут иметь произвольные, сколь угодно малые значения, могут меняться плавно, непрерывно. Согласно этим представлениям, и тепловое излучение должно испускаться телами непрерывно, пополняться любыми порциями. Однако из этих представлений вытекает формула Рэля (2.40), пришедшая в противоречие с опытом в области коротких волн и высоких частот, когда величина кванта (2.43) становится большой и нельзя пренебрегать дискретностью порций излучения. Естественно, что для очень коротких волн всей энергии теплового движения тела недостаточно, чтобы оно могло испустить хотя бы один такой квант. Таково, во всяком случае, качественное объяснение падения интенсивности излучения при $\lambda \rightarrow 0$ и разрешение ультрафиолетовой катастрофы классической физики.

Исходя из предположения (2.43) о дискретности испускаемого излучения и пользуясь статистическими методами, Планк теоретически вывел выражение для $E_{\lambda, T}$, полностью совпадающее с опытом.

Приведем более простой вывод этого выражения, данный впоследствии Эйнштейном.

При поглощении и испускании атомами стенки кванта $h\nu$ меняется скачком энергия атома от некоторого значения E_1 до E_2 и обратно, так что

$$E_2 - E_1 = h\nu. \quad (2.44)$$

Обозначим через N_1 число атомов в данном участке стенки полости, заполненной излучением, обладающих энергией E_1 , а через N_2 – число атомов, обладающих энергией E_2 . Величина E_2 больше, чем E_1 , и N_2 есть число атомов, энергетически возбужденных по отношению к N_1 .

При статистическом равновесии число атомов, обладающих данным значением энергии E , зависит от последней по экспоненциальному закону Больцмана, т. е.

$$\begin{aligned} N_1 &= N_0 e^{-\frac{E_1}{kT}} \\ N_2 &= N_0 e^{-\frac{E_2}{kT}} \end{aligned} \quad (2.45)$$

и

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{+\frac{E_2 - E_1}{kT}} = e^{\frac{h\nu}{kT}} = e^{\frac{hc}{kT\lambda}}. \quad (2.46)$$

Наличие равновесного излучения с той же температурой T не нарушает динамического равновесия между атомами, находящимися на различных энергетических уровнях E_1 и E_2 . Число атомов, переходящих с верхнего уровня на нижний с испусканием квантов излучения данной частоты ν (или длины волны $\lambda = \frac{c}{\nu}$), должно равняться числу атомов, переходящих с нижнего уровня на верхний с поглощением таких же квантов за то же время.

Подсчитаем количество этих противоположных актов в отдельности. При этом следует учитывать, что, согласно законам электродинамики, электромагнитная волна, падающая на колеблющийся диполь, в зависимости от соотношения фаз их колебаний может как усиливать колебания диполя, так и тормозить их. Иными словами, излучение, падающее на атом, может заставлять последний не только поглощать, но и испускать соответствующие кванты энергии. Это обстоятельство приводит к тому, что возбужденные атомы с энергией E_2 переходят под действием падающего на них излучения на нижний уровень E_1 .

Кроме того, как впервые указал Эйнштейн, возбужденные атомы могут испускать фотоны и самопроизвольно, или «спонтанно», без всякого воздействия извне. Переход на верхний энергетический уровень без поглощения фотона, т. е. спонтанно, конечно, невозможен.

Количество возбужденных атомов, переходящих за единицу времени с верхнего уровня на нижний спонтанно, пропорционально их наличному числу N_2 и равно AN_2 , где A – соответствующий коэффициент пропорциональности. Количество атомов, переходящих с верхнего уровня на нижний под воздействием излучения, очевидно, пропорционально и числу возбужденных атомов N_2 , и плотности энергии падающего излучения $\omega(\lambda, T)$. Согласно (2.34) величина $\omega(\lambda, T)$ пропорциональна $E_{\lambda T}$ и число вынужденных переходов возбужденных атомов на нижние уровни за единицу времени равно $B_{2,1}N_2E_{\lambda T}$, где $B_{2,1}$ – соответствующий коэффициент вероятности перехода. Полное число самопроизвольных и вынужденных переходов и тем самым полное число испускаемых в единицу времени фотонов равно:

$$AN_2 + B_{2,1}N_2E_{\lambda T}. \quad (2.47)$$

Атомы, находящиеся на нижнем энергетическом уровне E_1 , могут переходить на верхний E_2 только за счет энергии падающего излучения. Поэтому количество таких переходов и число квантов, поглощаемых в единицу времени тем же участком стенки, равно:

$$B_{1,2}N_1E_{\lambda T}, \quad (2.48)$$

где $B_{1,2}$ – соответствующий коэффициент вероятности перехода с уровня E_1 на уровень E_2 .

При установившемся равновесии между излучением и стенкой количество поглощаемых (2.47) и испускаемых (2.48) за единицу времени фотонов равно друг другу, т.е.

$$AN_2 + B_{2,1}N_2E_{\lambda T} = B_{1,2}N_1E_{\lambda T}. \quad (2.49)$$

Решая уравнение (2.49) относительно $E_{\lambda T}$ и учитывая (2.46), получаем:

$$E_{\lambda T} = \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{B_{1,2}N_1}{B_{2,1}N_2} - 1} = \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}} e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (2.50)$$

Коэффициенты вероятности самопроизвольных и вынужденных переходов A , $B_{1,2}$ и $B_{2,1}$ могут быть точно рассчитаны лишь при полном знании законов взаимодействия электромагнитных волн с атомами. Однако входящие в (2.50) отношения этих коэффициентов могут быть определены из простых общих соображений:

1. В предельном случае бесконечно высоких температур $T \rightarrow \infty$, $e^{\frac{hc}{\lambda kT}} \rightarrow e^{\frac{1}{\infty}} = e^0 = 1$, и формула (2.50) принимает вид:

$$E_{\lambda, \infty} \rightarrow \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}} - 1}. \quad (2.51)$$

С другой стороны, при бесконечно высокой температуре атомы тела должны обладать бесконечно большой энергией и их лучеиспускательная способность должна быть бесконечно велика, т. е. $E_{\lambda, \infty} \rightarrow \infty$. Последнее, однако, возможно лишь, если знаменатель выражения (2.51) равен нулю, т. е. $\frac{B_{1,2}}{B_{2,1}} = 1$ (т. е. $B_{1,2} = B_{2,1}$). Подставляя это значение в (2.50), получаем:

$$E_{\lambda, T} = \frac{\frac{A}{B_{2,1}}}{\frac{hc}{\lambda kT} - 1}. \quad (2.52)$$

2. В области очень длинных волн энергия отдельного кванта $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ очень мала по сравнению с энергией теплового движения kT . В этом случае в единицу времени излучается и поглощается такое большое число квантов, что излучение можно практически считать непрерывным. Следовательно, для длинных волн уравнение (2.51) должно переходить в классическую формулу Рэлея (2.40) – $E_{\lambda T} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4}$.

При больших λ показатель степени $\frac{hc}{\lambda kT} \gg 1$, и можно, разлагая экспоненциальную функцию в ряд, ограничиться двумя первыми членами:

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT} + \dots \approx 1 + \frac{hc}{\lambda kT}.$$

Подставляя это разложение в (2.52) и сопоставляя с (2.40), получаем:

$$E_{\lambda T} \approx \frac{A}{B_{2,1}} \frac{\lambda kT}{hc} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^4}.$$

Отсюда

$$\frac{A}{B_{2,1}} = \frac{2\pi hc}{\lambda^5},$$

и окончательно:

$$E_{\lambda T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (2.53)$$

Это выражение носит название формулы Планка для лучеиспускательной способности абсолютно черного тела. Из (2.41) и (2.40) можно найти и спектральную плотность энергии равновесного излучения $\omega(k, T)$. В предельном случае длинных волн, как было показано выше, формула Планка переходит в формулу Рэлея (2.40), совпадающую в этом случае с опытом. В противоположном предельном случае коротких волн можно пренебречь единицей в знаменателе, и мы получаем:

$$E_{\lambda T} \approx \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}, \quad (2.54)$$

что совпадает с интерполяционной формулой Вина (2.33), также хорошо оправдывающейся на опыте в этой области. Сопоставляя выведенную им теоретически формулу (2.53) с опытом, Планк определил численное значение универсальной постоянной h . По уточненным современным данным,

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ дж} \cdot \text{сек} = 6,62 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}.$$

Блестящие результаты, достигнутые при применении гипотезы Планка, были первым серьезным указанием на то, что к явлениям лучеиспускания законы классической физики уже неприменимы. Не вытекая из какой-либо законченной теории, не являясь, тем более, теорией, сама по себе гипотеза Планка показывала, что должна быть создана новая теория. В этой новой теории должно быть существенно отражено, что некоторые физические величины способны принимать не непрерывный, но дискретный ряд значений. К этим вопросам мы вернемся в последующих главах. Сейчас же обратимся к формуле Планка, вытекающим из нее следствиям и практическим применениям законов теплового излучения.

§ 2.7. Законы теплового излучения*

На **рис. 27** изображена серия кривых $E_{\lambda T}$ для различных температур излучающего абсолютно черного тела [3]. Согласно формуле Планка,

$$E_{\lambda T} = \frac{2\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \quad (2.55)$$

для каждой данной длины волны λ с ростом температуры показатель $\frac{hc}{\lambda kT}$ и

величина, стоящая в знаменателе, $e^{\frac{hc}{\lambda kT}}$, убывают, а сама дробь возрастает. Следовательно, с ростом температуры возрастает лучеиспускательная способность во всех участках спектра, но в различной степени.

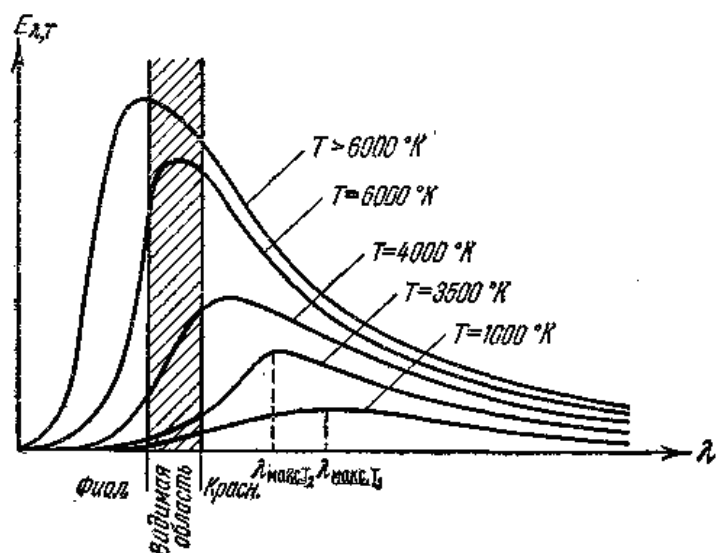


Рис. 27. Интегральные кривые излучение абсолютно черного тела

Из формулы Планка вытекают и все остальные законы теплового излучения. Рассчитаем полную лучеиспускательную способность абсолютно черного тела, интегрируя выражение (2.55) по всем длинам волн. При вычислении введем вспомогательную переменную:

$$z = \frac{\lambda k T}{hc}, \quad \lambda = \frac{hc}{kT} z \quad \text{и} \quad d\lambda = \frac{hc}{kT} dz. \quad (2.56)$$

Подставим эту замену в (2.55) и произведем интегрирование:

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda,T} d\lambda = 2\pi h c^2 \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda k T}} - 1 \right)} = 2\pi h c^2 \left(\frac{kT}{hc} \right)^4 \int_0^{\infty} \frac{dz}{z^5 \left(e^z - 1 \right)}.$$

Интеграл, стоящий в правой части, равен $\frac{\pi^4}{15}$. Следовательно,

$$E_T = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4. \quad (2.57)$$

Таким образом, из формулы Планка вытекает закон Стефана – Больцмана (2.36). Подставляя численные значения универсальных постоянных, находим величину константы в законе Стефана – Больцмана:

$$\sigma = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}^4.$$

Лучистый поток с единицы площади абсолютно черного тела равен:

$$\frac{q}{S} = E_T = 5,7 \left(\frac{T}{100^\circ} \right)^4 \text{ вт/м}^2. \quad (2.58)$$

При теплообмене излучением между двумя телами, нагретыми до температур, равных соответственно T_1 и T_2 , тепловой поток на единицу площади равен разности двух противоположных лучистых потоков. В общем случае следует учитывать, что реальные тела не являются абсолютно черными ($a < 1$) и, кроме того, в теплообмене участвует лишь некоторая доля φ всей поверхности, зависящая от геометрии их взаимного расположения. Следовательно,

$$\frac{q_{1,2}}{S} = \varphi\alpha \cdot 5,7 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (2.59)$$

Геометрический коэффициент φ вычислен для ряда типичных взаимных расположений теплообменивающихся поверхностей, и эти значения приводятся в курсах строительной теплотехники.

При малых разностях температур равенство (2.59) упрощается. С достаточной для практических расчетов степенью точности можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{q_{1,2}}{S} &= \varphi\alpha \cdot 5,7 \left[\frac{T_1}{100} - \frac{T_2}{100} \right] \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^3 + \left(\frac{T_1}{100} \right)^2 \left(\frac{T_2}{100} \right) + \left(\frac{T_1}{100} \right) \left(\frac{T_2}{100} \right)^2 + \left(\frac{T_2}{100} \right)^3 \right] \approx \varphi\alpha \cdot 4 \left(\frac{\bar{T}}{100} \right)^3 \frac{T_1 - T_2}{100} = \\ &= 0,227 \cdot \varphi\alpha \left(\frac{\bar{T}}{100} \right)^3 (T_1 - T_2). \end{aligned} \quad (2.60)$$

Величина

$$T_1 - T_2 = \Delta T \quad (2.61)$$

представляет собой перепад температуры между обменивающимися лучистым теплом поверхностями. Множитель

$$0,227\varphi\alpha \left(\frac{\bar{T}}{100} \right)^3 = \alpha_{\text{л}} \quad (2.62)$$

называется коэффициентом теплопередачи при лучеиспускании. Учитывая (2.61) и (2.62), можно переписать выражение (2.60) в форме, принятой в теплотехнике:

$$q_{1,2} = \alpha_{\text{л}} S \Delta T \text{ дж/сек.} \quad (2.63)$$

В реальных условиях наряду с излучением теплообмен осуществляется теплопроводностью через промежуточную среду и главным образом конвекцией. В последнем случае тепло, переданное конвекцией, определяется выражением, аналогичным (2.63), с соответствующим коэффициентом теплопередачи $\alpha_{\text{к}}$. Таким образом, полный поток тепла равен:

$$q_{1,2 \text{ полн}} = (\alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}) S \Delta T = \alpha S \Delta T, \quad (2.64)$$

где $\alpha = \alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}$ есть суммарный коэффициент теплопередачи.

Из (2.62) следует, что, согласно законам теплового излучения, коэффициент теплопередачи излучением $\alpha_{\text{л}}$ возрастает с нагреванием примерно пропорционально третьей степени абсолютной температуры. Поэтому при невысоких температурах теплотери от нагретых тел обусловлены главным образом конвекцией, а при высоких – лучеиспусканием. Так, в топках печей $\alpha_{\text{л}} \gg \alpha_{\text{к}}$ и теплопередача от раскаленных топочных газов к поверхностям нагрева происходит в основном за счет лучеиспускания.

При температурах, близких к комнатной, $T \approx 300 \text{ К}$, коэффициент лучистого теплообмена

$$\alpha_{\text{л}} \approx 0,2\varphi\alpha \cdot 3^3 \approx 2 - 5 \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град.}$$

Для батарей центрального отопления в жилых помещениях величина $\alpha_{\text{к}}$ за счет слабой естественной конвекции имеет тот же порядок величины, и нагрев воздуха в помещении происходит до 50 % за счет лучистого теплообмена, причем главную роль в последнем играют инфракрасные («тепловые») лучи, испускаемые батареями.

Из формулы Планка (2.55) автоматически вытекает и закон спектрального смещения Вина (2.38). Для этого надо найти положение максимума лучеиспускательной способности $E_{\lambda,T}$ по длинам волн обычными методами дифференциального исчисления, т. е. решить уравнение

$$\frac{dE_{\lambda,T}}{d\lambda} = 0.$$

Для сокращения расчетов введем подстановку (2.56) непосредственно в формулу Планка (2.55), перепишем ее в виде

$$\frac{h^4 c^3}{2\pi(kT)^5} E_{\lambda,T} = \frac{z^{-5}}{e^z - 1} \quad (2.65)$$

и продифференцируем правую часть этого равенства по z :

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{z^{-5}}{e^z - 1} \right) = \frac{1}{\left(e^z - 1 \right)^2} \left[-5z^{-6} \left(e^z - 1 \right) - z^{-5} e^z \left(-\frac{1}{z^2} \right) \right] = \frac{e^z}{z^6 \left(e^z - 1 \right)^2} \left[\frac{1}{z} - 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{z}} \right) \right].$$

Максимуму кривой внутри интервала $0 \leq \lambda \leq \infty$ соответствует значение z , обращающее в нуль выражение, стоящее в квадратных скобках, т. е.

$$\frac{1}{z_m} = 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{z_m}} \right). \quad (2.66)$$

В первом приближении решение этого трансцендентного уравнения будет:

$$\frac{1}{z_m} = 5. \quad (2.67)$$

Степень точности этого решения определяется величиной отброшенного члена $e^{-\frac{1}{z_m}} \approx e^{-5} \approx 0,01$ по сравнению с единицей.

В следующем приближении:

$$\frac{1}{z_m} \approx 5(1 - e^{-5}) \approx 4,97.$$

Третье приближение:

$$\frac{1}{z_m} \approx 5(1 - e^{-4,97})$$

– практически не отличается от предыдущего.

Возвращаясь от безразмерного вспомогательного переменного z_m к размерным величинам, находим:

$$\lambda_m = \frac{hc}{kT} z_m = \frac{hc}{4,97kT}$$

или
$$\lambda_m T = \frac{hc}{4,97k} = 0,00289 \text{ м} \cdot \text{град}. \quad (2.68)$$

На **рис. 27** показано смещение максимума лучеиспускательной способности с нагреванием абсолютно черного тела в сторону все более коротких длин волн.

Вместо распределения энергии $E_{\lambda,T}$ по интервалам длин волн $d\lambda$ можно пользоваться распределением энергии $E_{\nu,T}$ по интервалам частот $d\nu$. Однако следует помнить, что эти интервалы не пропорциональны друг другу. Из

$\lambda = \frac{c}{\nu}$ следует, что $d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$. Энергия, испускаемая в данном интервале длин волн или частот, будет:

$$dE = E_{\lambda,T} d\lambda = E_{\nu,T} d\nu.$$

Отсюда следует, что $E_{\lambda,T}$ и $E_{\nu,T}$ не получаются одно из другого простой заменой λ на ν , а связаны более сложной зависимостью. Отбрасывая знак (связанный с тем, что при возрастании длины волны частота убывает, и наоборот), имеем:

$$E_{\nu,T} = E_{\lambda,T} \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{c}{\nu^2} E_{\lambda,T}.$$

Поскольку $E_{\lambda,T}$ и $E_{\nu,T}$ – разные функции (отличающиеся множителем $\frac{c}{\nu^2}$), то положения их максимумов не совпадают, т. е. $\nu_m \neq \frac{c}{\lambda_m}$.

В оптике удобнее пользоваться функцией $E_{\lambda,T}$, поскольку при практическом разложении в спектр с помощью дифракционной решетки пространственное расщепление лучей на экране пропорционально длинам волн λ и воспроизводит ось абсцисс (**рис. 27**). По формуле (2.68) вычисляются длины волн (Табл. 1), которые наглядно показывают это смещение.

Таблица 1

T К	287	1000	2000	3000	4000	5000	5200	5900	7000	10 000	10^7
λ_m	10 мк	2,89 мк	1,44 мк	0,962 мк	721 нм	577 нм	555 нм	490 нм	413 нм	289 нм	$2,89 \times 10^{-10}$ м

При комнатной температуре максимум излучения лежит в далекой инфракрасной области, излучение в видимой области практически отсутствует. При температуре, приближающейся к 1000 К, максимум по-прежнему в инфракрасной области, однако и излучение в видимой части спектра становится заметным (**рис. 27**). В силу того что интенсивность от длинных волн – красных, к коротким – фиолетовым, падает, наибольшая интенсивность излучения приходится на красную часть спектра – это температура «красного каления». По мере роста температуры различие в интенсивностях падает, излучение приобретает желтый, а затем – белый цвет. При температуре между 5000 и 6000 К максимум проходит через область спектра, к которой человеческий глаз наиболее чувствителен. Температуре 5900 К отвечает температура поверхности Солнца, лучеиспускательная способность которого близка к лучеиспускательной способности абсолютно черного тела. Такое излучение воспринимается глазом как белый, дневной свет. При более высоких температурах максимум смещается в ультрафиолетовую область, а интенсивность в фиолетово-голубой области становится большей, чем в красной. Излучение приобретает голубой оттенок.

Разворачивая излучение в спектр и определяя длину волны, которой отвечает наибольшая энергия излучения, можно определить температуру излучающего абсолютно черного тела или близких к нему по свойствам тел. Так, очевидно, что Солнце и звезды по своим лучеиспускательным свойствам должны быть близки к абсолютно черным телам. Действительно, толстая газовая оболочка звезд не

может обладать большой отражательной способностью. Следовательно, поглощательная способность звезд должна быть близка к единице. Фотографируя спектр звезды и определяя по почернению пластинки длину волны, отвечающую наибольшей отдаче энергии, определяем достаточно точно температуру звезды. При определении температуры по формуле Вина можно воспользоваться термоэлементом, отыскивая с его помощью то место спектра, в котором излучение несет наибольшую энергию.

§ 2.8. Пирометры. Тепловые источники света*

Для определения высоких температур с помощью законов Стефана – Больцмана или Вина пользуются приборами, получившими название пирометров [3].

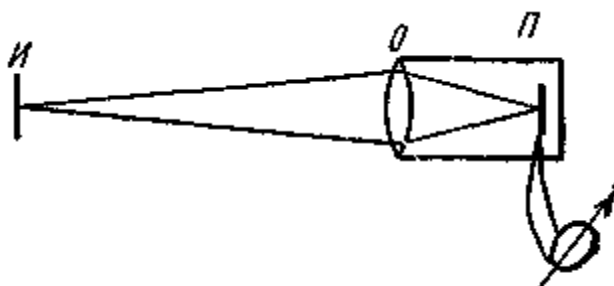


Рис. 28. Схема пирометра

На рис. 28 приведена схема радиационного пирометра. При измерениях прибор, расположенный достаточно далеко от источника излучения, наводят на него так, чтобы объектив О дал на приемнике П резкое изображение источника И. При этом изображение обязательно должно перекрыть весь приемник. Оптические системы изменяют линейные и угловые размеры изображения, но при этом его яркость всегда равна яркости источника. Таким образом, если площадь приемника равна s , то он поглощает ровно столько же энергии, сколько испускает такая же площадка s излучателя (пренебрегая, конечно, потерями в линзах, которые можно достаточно точно учесть).

В качестве приемника в радиационных пирометрах употребляются чаще всего термопары или болометры. Иногда употребляется и биметаллическая спираль, изгибающаяся при нагревании. Определяя энергию, поглощаемую пирометром, находят по закону Стефана – Больцмана температуру абсолютно черного излучателя.

Точность метода определяется тем, что энергия пропорциональна высокой степени температуры. Логарифмируя и дифференцируя равенство (2.57), получаем:

$$\frac{dE}{E} = 4 \frac{dT}{T}. \quad (2.69)$$

Следовательно, при измерении энергии с относительной точностью $\frac{dE}{E}$ до 4 %, можно определить температуру с точностью $\frac{dT}{T}$ до 1 %.

§ 2.9. Фотоэлектрический эффект. Уравнение Эйнштейна*

Наряду с законами теплового излучения в конце XIX в. было открыто и изучено оптическое явление, не укладывавшееся в рамки законов классической физики. Это — явление фотоэлектрического эффекта, или, короче, фотоэффекта [3].

В 1887 г. Герц замечает, что ультрафиолетовое излучение в области искрового промежутка облегчает разряд. В 1888 г. Гальвакс устанавливает, что причиной этого является появление при облучении свободных зарядов. В 1888 г. он обнаружил, что при падении ультрафиолетового света на отрицательно заряженную поверхность цинка последняя быстро теряет свой заряд. Если поверхность была положительно заряжена, то потери заряда под действием света не наблюдалось. Нейтральная поверхность становилась положительно заряженной при освещении ультрафиолетовым светом. Очевидно, что под действием ультрафиолетового света поверхность теряет только отрицательные заряды. Измерения e/m для этих отрицательных зарядов, произведенные обычными методами электрического и магнитного отклонений, показывают, что эти заряды представляют собой электроны

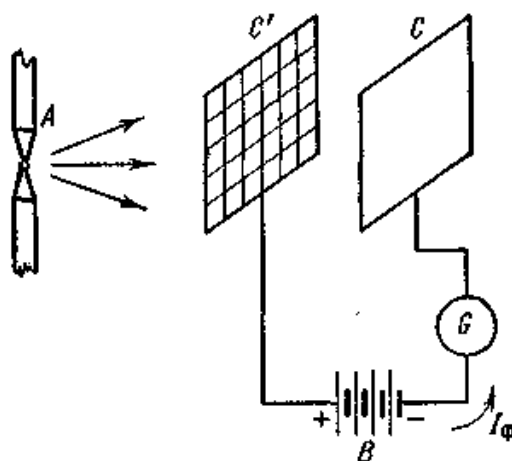


Рис. 29. Установка для изучения внешнего фотоэффекта на воздухе

В 1888–1890 гг. А. Г. Столетов проводит подробное изучение действий света на заряженные тела, называя первоначально эти действия актиноэлектрическими явлениями. Освещая дугой металлическую пластинку, он установил, что при этом пластинка теряет заряд только в тех случаях, когда она предварительно была заряжена отрицательно. Схема основного опыта Столетова изображена на рис. 29. Между обкладками конденсатора, состоящего из полированной цинковой пластинки C и металлической сетки C', создавалась разность потенциалов с помощью батареи B. Ток I_{ϕ} , возникающий при освещении пластинки C дугой A, мог измеряться гальванометром G.

На основании своих измерений Столетов установил следующие закономерности фотоэффекта: а) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды; б) явление вызывается преимущественно ультрафиолетовыми лучами; в) разряжающее действие лучей пропорционально мощности падающего излучения; г) разряжающее действие лучей обнаруживается

даже при весьма кратковременном освещении, причем между моментом освещения и началом разряда не протекает заметного времени. Фотоэффект практически безынерционен.

В отсутствие искажающих факторов (наличие воздуха между электродами, недостаточно высокие разности потенциалов, не препятствующие возвращению вырванных зарядов обратно на катод) закономерность (в), найденная Столетовым, фактически означает прямую пропорциональность фототока падающему лучистому потоку:

$$I_{\Phi} = c\Phi. \quad (2.70)$$

Вырывание светом электронов из металлов наружу получило название внешнего фотоэффекта [5].

Для вырывания электронов из металла необходимо затратить вполне определенную работу выхода eP , где P – контактный потенциал металла. При термоэлектронной эмиссии электрон приобретает энергию, достаточную для преодоления работы выхода, за счет повышенной интенсивности теплового движения. Эту энергию можно сообщить электронам, не только нагревая вещество, но и освещая его.

На рис. 30 показана типичная схема опыта, используемая при исследовании фотоэффекта (Милликен). В стеклянную трубку впаяно кварцевое окошечко W , через которое в нее проникает ультрафиолетовый свет.

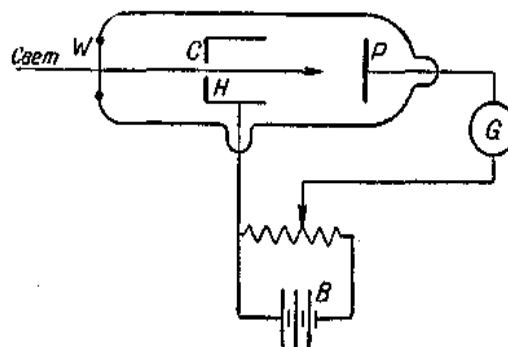


Рис. 30. Установка Милликена

P – исследуемая поверхность, C – полый цилиндр, собирающий электроны, испущенные поверхностью P . Небольшое отверстие в основании цилиндра позволяет свету достигнуть пластины P .

В этом опыте очень важно, чтобы поверхность пластины P была как можно чище. Если результаты опыта нужно интерпретировать количественно, то необходимо весьма тщательно откачивать трубку, причем во время откачки для удаления газов, окклюдированных в стенках, трубку необходимо прокалывать. Далее, чтобы быть уверенным, что под действием рассеянного света не вырываются фотоэлектроны из цилиндра C , его обычно покрывают окисью меди или каким-нибудь другим веществом, сравнительно не чувствительным к фотоэффекту. Однако если C и P сделаны из различных материалов, между ними существует контактная разность потенциалов, которая может быть порядка одного-двух вольт. Если контактная разность потенциалов между C и P такова, что C становится отрицательным по отношению к P , то она противодействует движению электронов.

Во все опыты с фотоэффектом должна быть внесена поправка на эту контактную разность потенциалов. В нашем примере эта поправка на контактную разность потенциалов между C и P уже внесена. Когда свет от какого-либо источника, например от кварцево-ртутной дуговой лампы, падает на пластину P , то электроны, испущенные пластиной, собираются цилиндром C . При помощи потенциометрического устройства между P и C поддерживается разность потен-

циалов, а фотоэлектрический ток измеряется чувствительным гальванометром О. Было обнаружено, что фотоэлектрический ток зависит от двух факторов: интенсивности падающего света и длины волн падающего света.

Для определения влияния каждого из этих факторов следует использовать монохроматический пучок света с известной длиной волны. В фотоэлектрическом эффекте представляют особый интерес два момента: скорость, с которой электроны покидают поверхность, и число электронов, испущенное при известных условиях.

§ 2.10. Скорость фотоэлектронов*

Рассмотрим следующий опыт [5]. На поверхность P падает монохроматический пучок света с длиной волны λ и интенсивностью I . Электроны, испущенные поверхностью, будут подвержены действию разности потенциалов, приложенной между пластиной P и собирающим цилиндром C . Изменяя с помощью потенциометрического устройства

разность потенциалов, можно изменять электрическое поле в пространстве между P и C . Если C заряжено положительно по отношению к пластине, то электроны будут ускоряться по направлению к C , если же C заряжено отрицательно, то электроны будут тормозиться. Ток, регистрируемый гальванометром, пропорционален числу электронов, достигающих цилиндра за секунду. Если фотоэлектрический ток i отложить в зависимости от разности потенциалов V между C и P (рис. 31), то оказывается, что для всех положительных значений V ток постоянен, а при V , отрицательном по отношению к P , ток уменьшается и становится равным нулю при некотором значении V_0 . Если увеличить интенсивность монохроматического пучка света от I_1 до I_2 и повторить опыт, то для всех положительных значений V фотоэлектрический ток увеличится в том же отношении. При V отрицательном фотоэлектрический ток резко уменьшается и становится равным нулю при том же значении V_0 . Для данной длины волны V_0 называется запирающим потенциалом. В этом опыте были получены два очень важных результата. Прямая пропорциональность, существующая между максимальным током и интенсивностью падающего света, показывает, что число электронов, испущенных поверхностью P , прямо пропорционально интенсивности падающего пучка света. Тот факт, что запирающий потенциал V_0 не зависит от интенсивности пучка, можно объяснить только, предположив, что кинетическая энергия электронов, испущенных поверхностью, не превышает некоторой максимальной величины, определяемой соотношением:

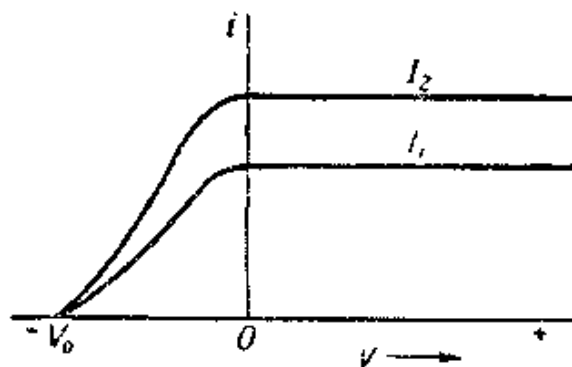


Рис. 31. Ток насыщения при фотоэффекте

$$V_0 e = \frac{1}{2} m v_{\text{макс}}^2 .$$

Те электроны, которые покидают поверхность с кинетической энергией, меньшей этой максимальной величины, задерживаются при меньших значениях разности потенциалов. Это объясняет уменьшение тока в том случае, когда разность потенциалов между *C* и *P* становится отрицательной. Зависимость запирающего потенциала от длины волны падающего света была исследована Милликеном в серии очень тщательно выполненных опытов. В качестве фотоэлектрических поверхностей были использованы поверхности калия и натрия. Поверхности освещались светом различной длины волны. V_0 определялось для каждой отдельной длины волны.

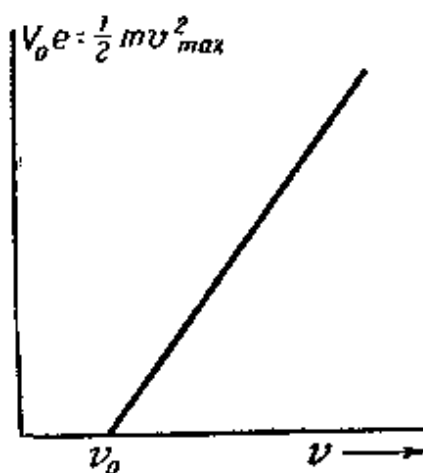


Рис. 32. Зависимость задерживающего потенциала от частоты падающего напряжения

Результаты опытов Милликена лучше всего могут быть представлены на **рис. 32**, где $V_0 e$ отложено в зависимости от частоты ν света, падающего на данную поверхность. График представляет собой прямую линию, определяемую уравнением:

$$V_0 e = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h(\nu - \nu_0) = h\nu - h\nu_0,$$

где h характеризует наклон прямой, а ν_0 — наименьшая частота, при которой может произойти испускание электрона поверхностью. Эта частота известна под названием красной границы фотоэффекта и зависит от природы поверхности. Тангенс угла наклона прямой является, однако, постоянной величиной, не зависящей от природы поверхности. Эта постоянная h известна под названием постоянной Планка и играет чрезвычайно важную роль в атомной физике. Значение постоянной Планка h , определенной из опытов по фотоэффекту, зависит от величины заряда электрона. Используя первоначально полученное значение $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$ CGSE, Милликен нашел, что $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ эрг·секунд. Если использовать значение $e = 4,802 \cdot 10^{-10}$ CGSE, принятое в настоящее время, то h оказывается равной $6,59 \cdot 10^{-27}$ эрг·секунд. Более поздние определения постоянной Планка, в частности из измерений коротковолновой границы непрерывного спектра рентгеновских лучей, дали более точное значение. Принятое в настоящее время значение равно:

$$h = 6,624 \cdot 10^{-27} \text{ эрг·секунд.}$$

С точки зрения классической физики совершенно безразлично, какого типа излучение поглощается веществом [3]. Эффект, казалось бы, должен определяться сортом вещества и количеством энергии, поглощенной единицей

поверхности вещества в единицу времени.

Действительно, от сорта вещества эффект зависит. Но (и с классической точки зрения это необъяснимо) он зависит, и притом существенно, и от спектрального состава излучения. Эта удивительная зависимость проявляется особенно наглядно, если облучать вещество монохроматическим излучением.

Цезий испускает электроны при освещении излучением, лежащим в любом участке видимого спектра. Калий не дает фотоэффекта при освещении красным светом и начинает отдавать электроны при длине волны, меньшей 6200 Å, т. е. начиная с оранжевых лучей; натрий – при 5900 Å (желтые), литий – 5160 Å (зеленые). Такие металлы, как платина или вольфрам, вообще не испускают электронов при облучении видимым светом, начиная отдавать их только при воздействии ультрафиолетовыми лучами, для вольфрама – начиная с 2750 Å, а для платины – с 967 Å. Для вырывания электронов наружу из диэлектриков требуется излучение с еще меньшими длинами волн.

Излучение может вырывать электроны и из одиночных атомов в газе. Это явление также называется фотоэффектом и также имеет свою длинноволновую границу, различную для различных атомов. Для каждого вещества и отдельного атома существует вполне определенная длина волны $\lambda_{\text{макс}}$, такая, что при

$$\lambda > \lambda_{\text{макс}} \text{ (или } \nu < \nu_{\text{мин}} \text{)} \quad (2.71)$$

фотоэффект отсутствует. Такая зависимость возникновения фотоэлектрического эффекта от частоты излучения не могла найти объяснения в рамках классической теории.

Объяснение механизма фотоэлектрического эффекта было впервые дано Эйнштейном в 1905 г. Он предложил рассматривать излучение как поток материальных частиц, «квантов излучения» или «фотонов». Энергия каждого фотона излучения данной частоты ν равна

$$\varepsilon = h\nu, \quad (2.72)$$

где h – та же самая постоянная, которая входила в соотношение Планка (2.43).

Формула (2.72) по виду тождественна (2.43), но смысл ее совершенно иной. Планк полагал, что излучение отдается излучающими системами порциями $h\nu$ (т. е. (2.43) есть свойство излучающих систем), но само может иметь любую энергию и поглощаться в любых количествах непрерывно. Эйнштейн пошел значительно дальше. Корпускулярные свойства он приписал самому излучению, и отдача энергии $h\nu$ при излучении объясняется тем простым фактом, что никаких других порций излучения (частоты ν !) существовать в природе не может.

Монохроматическое излучение частоты ν состоит всегда из целого числа фотонов, энергия каждого из них равна $h\nu$. Такое излучение испускается и поглощается только порциями энергии $h\nu$. При поглощении излучения частоты ν веществом каждый из электронов может поглотить один фотон, приобретая при этом энергию $h\nu$ (и никакую другую!).

Если эта энергия достаточна, чтобы электрон мог совершить работу выхода, будет наблюдаться фотоэффект. Если этой энергии недостаточно, фотоэффект наблюдаться не будет: электрон гораздо раньше потеряет приобретенную им энергию (сталкиваясь с ионами и другими электронами и обмениваясь при этом с

ними энергией), чем поглотит еще один фотон.

При работе выхода, равной eP , фотоэффект будет иметь место (в случае облучения вещества монохроматическим светом частоты ν) при

$$h\nu > eP. \quad (2.73)$$

Энергия вылетающих фотоэлектронов различна. Наибольшей скоростью $v_{\text{макс}}$ и кинетической энергией $\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}$ будут обладать электроны, вырванные с самого верхнего энергетического уровня в металле. По закону сохранения энергии для этих электронов:

$$h\nu = eP + \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}. \quad (2.74)$$

Уравнение (2.74) называют уравнением Эйнштейна. Электроны, вырванные с более глубоких энергетических уровней или претерпевшие еще до выхода столкновения внутри вещества, будут иметь, очевидно, меньшую энергию.

Приведенная квантовая теория фотоэффекта позволяет понять необъяснимый, с точки зрения классической теории, результат:

Распределение по скоростям фотоэлектронов, как и значение $\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}$ зависит только от частоты излучения и не зависит от его интенсивности. Каждый акт поглощения фотона электроном происходит независимо от других. Увеличение интенсивности излучения означает увеличение числа падающих на вещество и поглощаемых им фотонов. Условия же вырывания электронов, сообщаемая каждому из них энергия, следовательно, и распределение фотоэлектронов по скоростям при этом не меняются.

Закон сохранения энергии в элементарном акте (2.74) может быть проверен на опыте, если определять максимальную кинетическую энергию вырываемых фотоэлектронов $\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}$. Последняя может быть найдена по величине задерживающей разности потенциалов U_3 , при которой фототок $I_{\text{ф}}$ между анодом и освещаемым монохроматическим светом катодом обращается в нуль. Для этого должно выполняться условие:

$$\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2} = eU_3. \quad (2.75)$$

Фотоэффект вызывается всем спектром электромагнитных волн, начиная от очень коротких гамма- и рентгеновских лучей и кончая инфракрасной областью длин волн [5]. Величина p должна давать ценные сведения о возникновении фотоэлектронов. Например, в случае поверхностного фотоэффекта в проводниках принято считать p равным работе, которую совершает электрон, выходя из поверхности металла. Однако, согласно современной теории электронной проводимости в металлах, электроны проводимости, находясь в металле, обладают широким спектром энергии. Этот спектр энергии лишь незначительно зависит от температуры металла. Если W_i представляет собой энергию электрона в металле, а W_s – работу, необходимую для того, чтобы электрон прошел через поверхность металла, то

$$eP = W_s - W_i.$$

Для электрона, который проходит через поверхность металла с максимальной кинетической энергией,

$$eP = W_s - W_m = h\nu_0,$$

поэтому

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - (W_s - W_m).$$

W_s называется работой выхода для данной поверхности, а W_m , согласно теории приводимости определяется соотношением

$$W_m = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}},$$

где h – постоянная Планка, m – масса электрона и n – число электронов в единице объема. Результаты определений работы выхода W из фотоэлектрических измерений находятся в согласии с данными по термоионной эмиссии электронов и данными по преломлению электронов в кристаллах.

Наиболее точная проверка закона (2.74) была выполнена П.И. Лукирским и О.С. Прилежаевым, заменившими плоский конденсатор, которым пользовались все экспериментаторы, начиная со Столетова (рис. 29), на сферический [3]. Схема установки Лукирского и Прилежаева изображена на рис. 33.

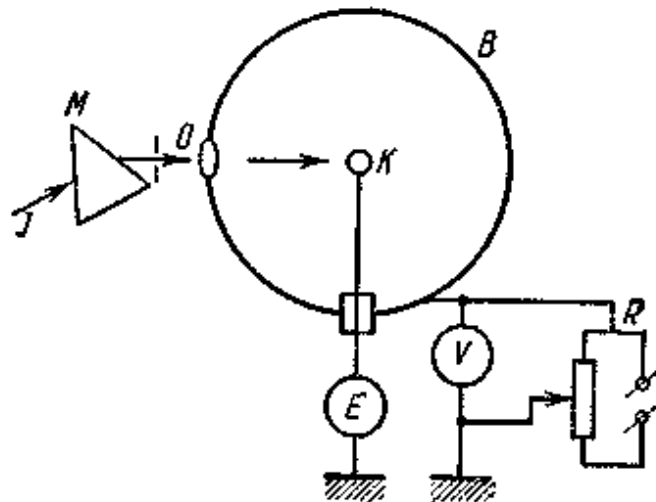


Рис. 33. Установка Лукирского и Прилежаева

Стеклянный шар B , посеребренный изнутри, служит внешним электродом сферического конденсатора. Внутренним электродом является шарик K , сделанный из исследуемого металла. Этот шарик освещается через кварцевое окошко O светом от источника J , проходящим предварительно через монохроматор M с кварцевой призмой. Чтобы вырванные из K фотоэлектроны не сталкивались на своем пути с молекулами воздуха и не теряли при этом свою энергию, пространство внутри конденсатора откачивалось с помощью высоковакуумного насоса. Шарик K соединен с электрометром E .

С помощью потенциометра R между шариком K и сферой B создавалась

разность потенциалов разного знака и величины, измеряемая с помощью вольтметра V . Благодаря тому, что электрод B со всех сторон окружает шарик K , и малым размерам шарика, все фотоэлектроны движутся практически вдоль линий поля по радиусам.

Если B является анодом, то приложенное поле дополнительно ускоряет фотоэлектроны, они все доходят до анода и заряжают электромметр E . Электромметр будет заряжаться и при отсутствии ускоряющего поля. При переключении батареи шарик K становится анодом и электрическое поле тормозит фотоэлектроны, так что часть из них со скоростями, меньшими $v_{\text{макс}}$, возвращается обратно. По мере возрастания тормозящего поля фототок уменьшается, и при некотором значении разности потенциалов U_3 , соответствующем условию (2.75), зарядка электромметра прекращается.

В случае сферического конденсатора спад фототока с возрастанием тормозящего потенциала получается очень резким. Это позволило очень точно определять U_3 для каждой данной частоты ν .

Из (2.74) и (2.75) следует, что U_3 является линейной функцией частоты ν падающего света:

$$U_3 = \frac{h}{e} \nu - P \quad (2.76)$$

(рис. 1.34). Точка пересечения прямой $U_3 = f(\nu)$ с осью абсцисс ($U_3 = 0$) дает значение граничной частоты $\nu_{\text{гир}} = \frac{\tilde{n}}{\lambda_{\text{гир}}}$, ниже которой (при $\nu < \nu_{\text{мин}}$ или $\lambda > \lambda_{\text{макс}}$) фотоэффект прекращается. Отсюда можно найти работу вырывания электрона из металла

$$eP = h\nu_{\text{мин}} \quad (2.77)$$

Экстраполируя прямую до пересечения с осью ординат, получаем также значение $-P$. На рис. 34 приведен график зависимости U_3 от ν , полученной Лукирским для одного из металлов. Экспериментальные точки прекрасно укладываются на прямую. Тангенс угла наклона прямой, согласно (2.76), равен:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\Delta U_3}{\Delta \nu} = \frac{h}{e} \quad (2.78)$$

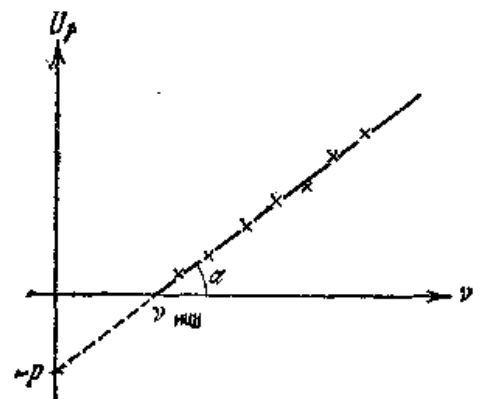


Рис. 34. Зависимость запирающего напряжения от частоты

Зная e , можно, таким образом, определить h . В целом экспериментальная зависимость $U_3 = f(\nu)$ подтверждает справедливость закона сохранения энергии (2.74) в элементарном акте фотоэффекта.

Зависимость, изображенная на **рис. 35**, противоречит обычным классическим представлениям не менее резко, чем обсуждавшееся выше отсутствие связи между кинетической энергией фотоэлектронов и интенсивностью света [2]. Если считать электроны в металле свободными, то их кинетическая энергия (при данной интенсивности света) с увеличением частоты должна не расти, а падать. В самом деле, уравнение движения свободного электрона под действием электрического вектора световой волны $E \cos \omega t$ записывается в виде



Рис. 35. Зависимость запирающего напряжения от частоты

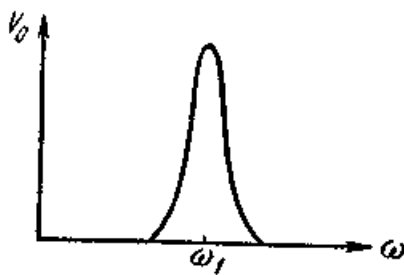


Рис. 36. Запирающее напряжение в классическом случае

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = eE \cos \omega t .$$

Интегрируя это уравнение, найдем $mv = \frac{eE}{\omega} \sin \omega t$,

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2m} (mv)^2 = \frac{1}{2m} \left(\frac{eE}{\omega} \right)^2 \sin^2 \omega t .$$

Таким образом, по классической физике кинетическая энергия свободных электронов с увеличением частоты света должна не возрастать, а падать. Не является ли этот результат указанием на то, что ответственные за фотоэффект электроны на самом

деле не являются свободными? Для такого вывода нет серьезных оснований. Из опыта хорошо известно, что наиболее оптически активными являются именно свободные электроны металлов, обуславливающие их непрозрачность для света и высокий коэффициент отражения. Покажем, однако, что взаимодействие световой волны со связанными в атомах электронами также не может объяснить хода кривой на **рис. 35**. При воздействии гармонически меняющегося со временем электрического поля с упруго связанными электронами должна наблюдаться резонансная зависимость амплитуды колебаний от частоты света. Следует поэтому ожидать, что зависимость запирающего потенциала от частоты также будет иметь резонансный характер, как это изображено на **рис. 36**. Таким образом, наблюдающаяся на опыте зависимость V_0 от ω (**рис.35**) не имеет ничего общего с предсказаниями классической физики как для свободных, так и для связанных электронов.

ЛЕКЦИЯ 3

ГЛАВА 3. МОДЕЛИ СТРОЕНИЯ АТОМА

§ 3.1. Атомные единицы энергии и массы

Прежде чем переходить к строению атома, остановимся на применяемых в атомной и ядерной физике единицах [3].

Ничтожно малые размеры и массы атомных систем делают целесообразным применение в атомной и ядерной физике, наряду с системой СИ, специальных, «практических» для данной области единиц измерения различных встречающихся величин.

В технике единицей измерения малых длин служит м и к р о н (мк):

$$1 \text{ мк} = 10^{-3} \text{ мм} = 10^{-4} \text{ см} = 10^{-6} \text{ м}.$$

Длины волн видимого света меньше микрона, и для их измерения в оптике применялась единица, в тысячу раз меньшая, называвшаяся миллимикрон, или, по современной номенклатуре, нанометр (нм):

$$1 \text{ нм} = 10^{-3} \text{ мк} = 10^{-9} \text{ м}.$$

Радиусы атомов и длины волн рентгеновских лучей еще меньше, и для их измерения применяется в десять раз меньшая единица – а н г с т р е м (Å), которой пользуются и в оптике:

$$1 \text{ Å} = 10^{-8} \text{ см} = 10^{-10} \text{ м}.$$

Для измерения еще более коротких длин волн γ -лучей используется X (икс)-единица:

$$1 \text{ X} = 10^{-3} \text{ Å} = 10^{-13} \text{ м} \text{ (встречается редко)}.$$

Наконец, для измерения размеров атомных ядер предложена еще меньшая единица:

$$1 \text{ фермий} = 10^{-8} \text{ Å} = 10^{-13} \text{ см} = 10^{-15} \text{ м},$$

а в качестве единицы поперечного сечения

$$1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2 = 10^{-28} \text{ м} \text{ (встречается редко)}.$$

Электрически заряженные частицы, элементарные или сложные, имеют заряд, по величине равный или кратный заряду электрона. Им сообщается энергия путем ускорения в электрическом поле. Поэтому для измерения энергий заряженных (и незаряженных) частиц в атомной и ядерной физике применяется единица, носящая название электронвольт. 1 э л е к т р о н в о л ь т (эв) есть энергия, которую приобретает частица с зарядом, равным заряду электрона ($e = 1,601 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$), при прохождении разности потенциалов в 1 в:

$$1 \text{ эв} = 1,601 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ в} = 1,601 \cdot 10^{-19} \text{ дж} = 1,601 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}.$$

С помощью соответствующих приставок можно ввести производные от этой единицы:

$$1 \text{ кэв} = 10^3 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ дж},$$

$$1 \text{ Мэв} = 10^6 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ дж}.$$

$$1 \text{ Гэв} (1 \text{ Бэв}) = 10^9 \text{ эв} = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ дж}.$$

Посмотрим, числами какого порядка выражаются в этих единицах энергии

различных микроскопических частиц.

1. Средняя энергия теплового движения атомов при $T = 300$ К составляет:

$$\varepsilon_T = \frac{3}{2}kT = \frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \left[\frac{(\text{дж} / \text{град}) \cdot \text{град}}{\text{дж} / \text{эв}} \right] = 0,0388 \text{ эв} \approx 0,04 \text{ эв}.$$

2. Энергия фотона видимых лучей, например, для длины волны $\lambda = 500 \text{ нм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, соответствующей зеленой области спектра, составляет:

$$\varepsilon_{\text{зел}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \left[\frac{\text{дж} \cdot \text{сек} \cdot \text{м} / \text{сек}}{\text{м} \cdot \text{дж} / \text{эв}} \right] = 2,48 \text{ эв}.$$

3. Тепловые эффекты химических реакций составляют обычно 200000–400000 кдж/кмоль. При среднем значении $3 \cdot 10^8$ дж/кмоль энергия, выделяемая на одну реагирующую частицу, равна:

$$\varepsilon_{\text{хим}} = \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{26} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \left[\frac{\text{дж}}{\text{дж} / \text{эв}} \right] \approx 3,5 \text{ эв}.$$

4. Фотон рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$ обладает энергией:

$$\varepsilon_{\phi} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-5} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \left[\frac{\text{дж} \cdot \text{сек} \cdot \text{м} / \text{сек}}{\text{м} \cdot \text{дж} / \text{эв}} \right] = 12\,400 \text{ эв} = 12,4 \text{ кэв}.$$

5. Еще большей энергией порядка мегаэлектронвольт обладают фотоны γ -лучей, излучаемых радиоактивными веществами. На синхрофазотроне Объединенного института ядерных исследований в Дубне ядра водорода (протоны) ускоряются до энергий в 10 миллиардов электронвольт (10 Гэв). Наконец, приходящие на Землю частицы космических лучей имеют энергии, доходящие до 10^{18} эв.

В качестве атомной единицы массы (1 аем) естественно было бы выбрать массу самого легкого атома – водорода (H). Фактически удобнее оказалось в качестве эталона сравнения выбрать атом углерода:

$$1 \text{ а.е.м.} = \frac{1}{12} m_c.$$

Соотношение Эйнштейна

$$\varepsilon = mc^2 \quad (3.1)$$

позволяет по известной энергии частицы ε рассчитать ее массу m и обратно. «Переводным множителем» при этом является квадрат скорости света:

$$c^2 = 9 \cdot 10^{16} (\text{м/сек})^2 \text{ или } (\text{дж/кг}).$$

Рассчитаем с помощью (3.1) величину «переводного множителя» от массы данной частицы к ее энергии в атомных единицах. Энергия частицы с массой в 1 аем будет равна:

$$\varepsilon_{\text{аем}} = \frac{1,660 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1,601 \cdot 10^{-19}} \text{ эв} = 9,315 \cdot 10^8 \text{ эв} = 931,5 \text{ Мэв}.$$

Пользуясь этим переводным множителем, рассчитаем массу кванта рентгеновского излучения, энергия которого составляет, например, $30\,000 \text{ эв} = 30 \text{ кэв} = 0,03 \text{ Мэв}$.

Зная массу покоящегося электрона, можно определить его энергию покоя:

$$\varepsilon_{0e} = 5,488 \cdot 10^{-4} \cdot 931 \left[\frac{a_{em}}{Mэв / a_{em}} \right] = 0,511 \text{ Мэв.}$$

Импульс (количество движения) летящей частицы равен произведению ее массы m (с учетом зависимости последней от скорости) на скорость v . Запишем его в виде

$$P = m v = \frac{m c v}{c} = \frac{m c^2 \frac{v}{c}}{c}. \quad (3.2)$$

Числитель этого выражения представляет собой полную энергию частицы $m c^2$, умноженную на «безразмерную скорость» $\frac{v}{c}$, и имеет, следовательно, размерность энергии. Для сильно релятивистских частиц $\frac{v}{c} \rightarrow 1$, и этот числитель практически равен энергии. В качестве единицы скорости в атомных и ядерных процессах естественно выбрать скорость света c . Тогда единица измерения импульса будет

$$1 \frac{эв}{c} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} \left[\frac{дж}{м / сек} \right] = 5,33 \cdot 10^{-28} \text{ кг} \cdot \text{м / сек}. \quad (3.3)$$

Фотон с энергией 30 кэв движется со скоростью c и обладает импульсом $p = m = 30 \text{ кэв} / c$.

Частица с полной энергией 20 Мэв, движущаяся с относительной скоростью $\beta = \frac{v}{c} = 0,9$, обладает импульсом

$$p = \frac{э\beta}{c} = \frac{20 \cdot 0,9}{c} \left[\frac{Мэв}{c} \right] = 18 \text{ Мэв} / c. \quad (3.4)$$

§ 3.2. Модели атомов Томсона и Резерфорда

В течение длительного времени, вплоть до конца XIX в., в науке господствовало убеждение, что мельчайшие частицы химических простых тел – атомы – являются неделимыми частицами материи, «кирпичиками мироздания» [3]. Движение материи понималось как механическое перемещение этих частиц. Изменение химического состава сложных веществ представлялось в виде взаимозамещения таких неизменных атомов, переходящих от одних соединений – молекул – к другим.

Такая картина строения материи, совокупности неизменных корпускул – «атомов», взаимодействующих при помощи сил, «действующих на расстоянии» (без материального носителя взаимодействия), была механистической. Это метафизическая картина, так как она основывалась на неизменности, косности, непревращаемости основных элементов материи — атомов, в которых ученые видели «последнюю сущность» материи. В правильности этой картины сомневался уже в прошлом веке Д. И. Менделеев, полагавший, что атомы являются сложными частицами материи, не делимыми лишь известными в то время химическими методами.

К концу XIX в. начали накапливаться сведения о свойствах атомов,

указывавшие на сложную структуру последних.

Кинетическая теория газов связала величины коэффициентов переноса (диффузии, теплопроводности, внутреннего трения) с длиной свободного пробега и диаметром молекул. Измеряя эти коэффициенты на опыте, можно было оценить с помощью формул, что диаметры молекул порядка $10^{-8} \text{ см} = 1 \text{ \AA}$.

При электрическом разряде в газе были обнаружены и исследованы катодные лучи, представлявшие собой потоки отрицательно заряженных частиц, получивших название электронов. Было установлено, что электроны вырываются из атомов, которые при этом становятся положительно заряженными ионами. Измерения удельного заряда e/m электронов и ионов показали, что масса электрона в тысячи раз меньше массы атомов.

Первые экспериментальные результаты, из которых можно было сделать вывод о существовании внутри атомов электрических зарядов, были получены М. Фарадеем в 1833 г. при изучении электролиза [4]. Фарадей установил, что электрический ток в растворе электролита – это упорядоченное движение ионов; на один атом данного химического элемента в среднем приходится одинаковый электрический заряд. Минимальный заряд иона назвали *элементарным электрическим зарядом*, его приближенное значение равно:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Заряды ионов при электролизе различных веществ оказываются целочисленно кратными элементарному заряду, т. е. равными $2e$, $3e$ и т. д.

В опытах Фарадея не измерялись заряды отдельных ионов, поэтому утверждение о существовании внутри атомов положительных и отрицательных элементарных электрических зарядов долгое время оставалось гипотезой.

В 1897 г. Дж. Дж. Томсон выполнил ряд экспериментов по изучению электрического разряда в разреженных газах, термоэлектронной эмиссии и фотоэффекта. В результате этих опытов он установил, что при пропускании электрического тока через газы, при нагревании вещества и при его освещении ультрафиолетовым светом из атомов любого химического элемента вырываются совершенно одинаковые отрицательно заряженные частицы. Эти частицы позже были названы *электронами*.

Электрический заряд отдельных электронов впервые измерил Р. Милликен в 1909 г. Заряд у всех электронов оказался равным по модулю значению элементарного заряда, полученному в опытах по электролизу. Масса электрона оказалась примерно в 2000 раз меньше массы атома самого легкого из веществ – атома водорода. Она равна примерно

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг.}$$

Открытие электрона и обнаружение электронов в составе всех атомов было первым доказательством сложности их строения.

Периодический закон Д.И. Менделеева. Открытие Д.И. Менделеевым в 1869 г. периодического закона поставило перед физикой вопрос о причинах повторяемости химических свойств элементов, расположенных в порядке возрастания атомной массы. Естественно было предположить, что увеличение массы атомов обусловлено увеличением числа частиц, входящих в их состав. Периодическую повторяемость химических свойств элементов в таблице Д. И.

Менделеева можно рассматривать как свидетельство периодической повторяемости основных особенностей внутренней структуры атомов по мере увеличения числа частиц, входящих в их состав. Физикам предстояло выяснить, из каких частиц состоят атомы химических элементов, объяснить основные химические свойства атомов на основе сведений об их внутренней структуре и законах взаимодействия их составных частей.

Линейчатые спектры. Важным фактом, свидетельствующим о сложной внутренней структуре атомов, было открытие линейчатых спектров. Исследования показали, что при нагревании до высокой температуры пары любого химического элемента испускают свет, узкий пучок которого разлагается призмой на несколько пучков света различного цвета. Совокупность наблюдаемых при этом разноцветных линий называется *линейчатым спектром испускания* (рис. 37).

Линейчатый спектр испускания любого химического элемента не совпадает со спектром испускания все других химических элементов.

Каждая отдельная линия в линейчатом спектре образуется светом с определенной длиной волны (определенной частотой). Следовательно, источник света, представляющий собой разреженный газ, испускает электромагнитные волны не со всевозможными, а только с несколькими вполне определенными частотами $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots, \nu_n$.

При пропускании белого света через пары вещества наблюдается возникновение темных линий на фоне сплошного спектра. Темные линии расположены точно в тех местах, где наблюдались бы светлые линии спектра испускания данного химического элемента.

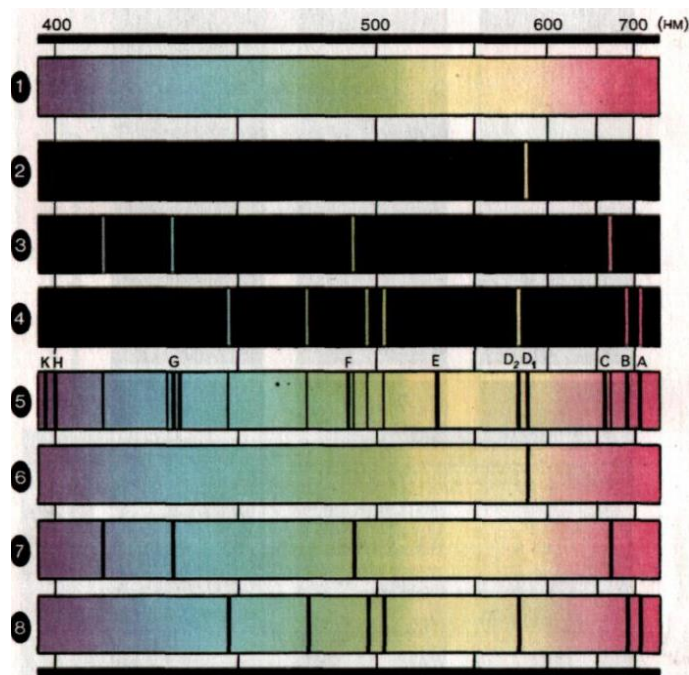


Рис. 37. Типы спектров: 1 – сплошной; 2 – спектр испускания натрия; 3 – спектр испускания водорода; 4 – спектр испускания гелия; 5 – спектр солнца с фраунгоферовыми линиями; 6 – спектр поглощения натрия; 7 – спектр поглощения водорода; 8 – спектр поглощения гелия

Такой спектр называется *линейчатым спектром поглощения* (рис. 37). Возникновение линейчатых спектров поглощения свидетельствует о том, что вещество в газообразном состоянии способно поглощать электромагнитное излучение только с такими же частотами $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n$, какие содержатся в излучении данного вещества.

Излучение, раскладываемое в линейчатый спектр, дают вещества в газообразном атомарном состоянии при невысоких давлениях, т. е. когда атомы слабо взаимодействуют друг с другом. При таких условиях испускание квантов электромагнитного излучения является результатом процессов, происходящих внутри отдельных атомов.

После открытия электрона стала очевидной связь явлений излучения и поглощения света атомами с наличием в них электронов. Действительно, свет – это электромагнитные волны. Излучение электромагнитных волн происходит при ускоренном движении электрических зарядов. Можно предположить, что при соударениях атомов электроны, имеющиеся внутри атомов, приобретают избыток энергии и затем излучают электромагнитные волны, совершая гармонические колебания внутри атомов. Различным частотам излучаемого света соответствуют различные частоты колебаний электронов внутри атомов. Следовательно, теория строения атома должна дать способы расчета длин волн в спектре любого химического элемента.

Таким образом, было установлено, что нейтральные атомы на самом деле являются сложными системами электрически заряженных частиц, причем во всех атомах имеются совершенно одинаковые по свойствам частицы вещества, несущие отрицательные электрические заряды – электроны [3]. Положительный заряд оказался связанным с основной массой атома, но о распределении этого заряда внутри атома сведений не было.

Наличие внутри атомов электрических зарядов подтверждалось и тем, что атомы способны испускать и поглощать электромагнитные волны – свет – отдельных, характерных для каждого элемента частот. Подробные систематические исследования, преимущественно швейцарских физиков (Бальмера, Лаймана и др.), показали, что атомы испускают линейчатые спектры, и различные испускаемые атомом частоты находятся между собой в определенных соотношениях.

Первая попытка создания на основе накопленных сведений «модели» атома, т. е. представления о его структуре, принадлежит Д.Д. Томсону (1910 г.). Он полагал, что атом представляет собой сферу, заполненную положительно заряженной материей, в которой «плавают» отрицательно заряженные корпункулы – электроны (рис. 38).

Дж. Дж. Томсон считал, что периодическая повторяемость химических свойств атомов и спектральные закономерности получают свое объяснение, если будут найдены радиусы концентрических электронных оболочек внутри положительно заряженного шара, число электронов на каждой оболочке и закономерности их заполнения.

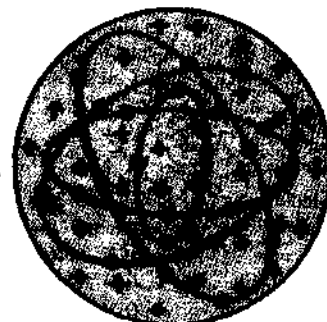


Рис. 38. Модель Томсона

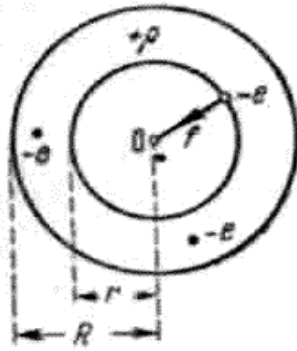


Рис. 39. Шаровые слои в модели Томсона

Рассмотрим сферу радиуса R , заполненную заряженным веществом с объемной плотностью заряда $+\rho$ (рис. 39).

На расстоянии r от центра находится электрон – точечный заряд $-e$. Разделим весь объем сферы на тонкие концентрические шаровые слои. Напряженность поля каждого такого слоя внутри него равна нулю, а снаружи такова, как если бы весь электрический заряд слоя был сконцентрирован в центре сферы. Таким образом, на электрон $-e$ будет действовать заряд $q(r)$, находящийся в сфере радиуса r , причем испытываемая им сила f будет такова, как если бы этот заряд находился в точке 0. Имеем:

$$q(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho, \quad (3.5)$$

$$f = \frac{-eq}{r^2} = -\frac{4}{3} \pi \rho r = -\alpha r. \quad (3.6)$$

Таким образом, электрон будет двигаться под действием квазиупругой силы (если трение отсутствует), т. е. совершать гармонические колебания около точки 0.

При этом он должен испускать монохроматическое излучение с частотой $\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{m}}$,

где m – масса электрона. Этим путем Томсон пытался объяснить линейчатый спектр атомов. Однако получить таким образом линейчатый спектр, а не одну линию, невозможно. Эта модель не могла также объяснить таблицы Менделеева – периодичности свойств атомов. Таким образом, было очевидно, что модель Томсона неудовлетворительна. Вопрос о структуре атомов оставался открытым. Требовались новые идеи и эксперименты. Особенно существенными в этом смысле оказались опыты по рассеянию α -частиц в веществе.

В 1909 г. прямыми опытами было доказано, что α -частицы, возникающие при радиоактивных превращениях, представляют собой дважды ионизованные атомы гелия.

Опыты Резерфорда. Новая модель атома была предложена Э. Резерфордом в результате проделанных им и его сотрудниками опытов по изучению рассеяния быстрых заряженных частиц при прохождении через тонкие слои вещества [4]. В этих опытах в свинцовый контейнер 1 помещают крупицу радия 2. Узкий пучок α -частиц 3 – ионов гелия, испускаемых радиоактивным веществом, – направлялся на тонкую металлическую фольгу 4. За ней помещался экран 5, покрытый слоем

кристаллов сульфида цинка, способных светиться под ударами быстрых заряженных частиц (рис. 40). Вспышки на экране наблюдались глазом 7 с помощью микроскопа 6. Было обнаружено, что α -частицы проникают через тонкие металлические пластины почти без отклонения от прямолинейного пути. Так, при прохождении через слой золота толщиной $4 \cdot 10^{-7}$ м большинство α -частиц отклоняется от прямолинейного пути на углы φ не более $1-2^\circ$.

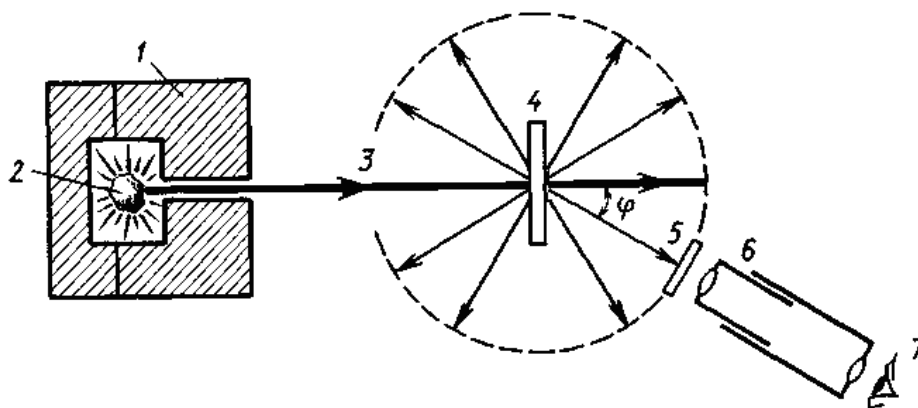


Рис. 40. Схема установки Резерфорда

Вместе с тем небольшая часть альфа-частиц испытывала отклонение на значительно большие углы. Сотрудники Резерфорда Э. Марсден и Х. Гейгер обнаружили, что в среднем одна из 8000 альфа-частиц рассеивается в направлении, обратном направлению первоначального движения. (Подробнее рассеяние α -частиц см. в § 4.3).

Ядерная модель атома. Резерфорд предположил, что рассеяние α -частиц на большие углы объясняется тем, что положительный заряд в атоме не распределен равномерно в шаре радиусом 10^{-10} м, а сосредоточен в центральной части атома в области значительно меньших размеров.

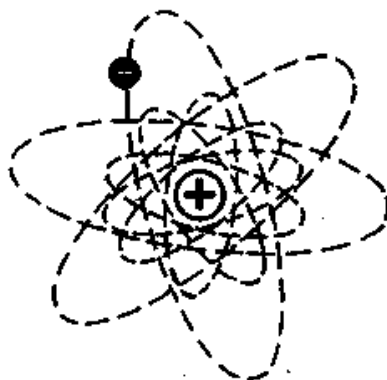


Рис. 41. Планетарная модель атома

В этой центральной положительно заряженной части атома – атомном ядре – сосредоточена почти вся масса атома. Расчеты Резерфорда показали, что для объяснения опытов по рассеянию альфа-частиц нужно принять радиус ядра равным примерно 10^{-15} м. Если радиус атомного ядра меньше радиуса атома примерно в 10^5 раз, то напряженность электрического поля вблизи атомного ядра по модели Резерфорда должна быть примерно в 10^{10} раз больше напряженности поля у поверхности атома по модели Томсона. Такое возрастание напряженности

электрического поля и делало возможным рассеяние альфа-частиц на большие углы, в том числе и в обратном направлении. После обнаружения в опытах Резерфорда положительно заряженного ядра необходимо было ответить на вопросы о том, где же в атоме находятся электроны и чем занято в нем остальное пространство. Резерфорд предположил, что атом устроен подобно планетной системе. Как вокруг Солнца на больших расстояниях от него обращаются планеты, так вокруг ядерного ядра в атоме обращаются электроны (**рис. 41**). Радиус орбиты самого удаленного от ядра электрона и есть радиус атома. Такая модель строения атома была названа *планетарной*, или *ядерной*, моделью.

Однако атомные системы отличаются от планетарных физической природой сил, удерживающих планеты и электроны на их орбитах: планеты притягиваются к звездам силами всемирного тяготения, а во взаимодействии электронов с атомным ядром основную роль играют силы кулоновского притяжения разноименных электрических зарядов. Силы гравитационного притяжения между электроном и атомным ядром ничтожно малы по сравнению с электромагнитными.

Ядерная модель атома хорошо объясняет основные закономерности рассеяния заряженных частиц. Так как большая часть пространства между атомным ядром и обращающимися вокруг него электронами пуста, то быстрые заряженные частицы могут почти свободно проникать через слои вещества, содержащие несколько тысяч слоев атомов.

При столкновении с электроном альфа-частица практически не рассеивается, так как ее масса примерно в 8000 раз больше массы электрона. Однако в том случае, когда альфа-частица пролетает вблизи одного из атомных ядер, под действием электрического поля атомного ядра может произойти ее рассеяние на любой угол до 180° . Но из-за малых размеров ядра по сравнению с размерами атома такие события происходят весьма редко.

§ 3.3. Квантовые постулаты Бора

Неустойчивость атома Резерфорда. Ядерная модель атома позволила объяснить результаты опытов по рассеянию альфа-частиц в веществе, но встретила с другой принципиальной трудностью: законы движения электронов в атоме Резерфорда противоречили законам электродинамики [4].

Как известно, любое ускоренное движение электрических зарядов сопровождается излучением электромагнитных волн. Движение по окружности является ускоренным, поэтому электрон в атоме должен излучать электромагнитные волны с частотой, равной частоте его обращения вокруг ядра. Это должно приводить к уменьшению энергии электрона, постепенному его приближению к атомному ядру и падению на ядро (**рис. 42**).

Таким образом, атом, состоящий из атомного ядра и обращающихся вокруг него электронов, согласно законам классической физики, неустойчив. Он может существовать лишь короткое время, за которое электроны израсходуют

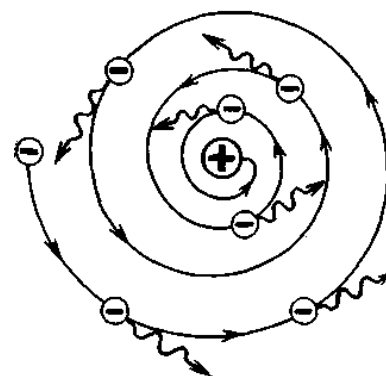


Рис. 42. Падение электрона на ядро

всю свою энергию на излучение и упадут на ядро. Но в действительности атомы устойчивы и в невозбужденном состоянии не излучают свет.

Квантовые постулаты Бора. Первый шаг на пути разрешения противоречий между теорией и результатами эксперимента в физике атома был сделан в 1913 г. Н. Бором. Свои представления о механизме излучения и поглощения света атомом он сформулировал в виде следующих постулатов.

Первый постулат (постулат стационарных состояний): атомная система может находиться только в некоторых состояниях, в которых не происходит излучения, хотя при этом заряженные частицы в атоме движутся с ускорением. Такие состояния называются *стационарными состояниями* атома.

Второй постулат (правило частот): любое испускание или поглощение энергии атомов происходит при переходе атома из одного стационарного состояния в другое. При переходе атома из стационарного состояния с энергией E_n в состояние с энергией E_m излучается или поглощается квант, частота которого определяется уравнением:

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (3.7)$$

где h – постоянная Планка ($h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с).

Для наглядного представления возможных энергетических состояний атомов используются *энергетические диаграммы*, на которых каждое стационарное состояние атома отмечается горизонтальной линией, называемой *энергетическим уровнем*.

§ 3.4. Спектр атома водорода

Серия Бальмера. Линейчатые спектры были открыты еще в начале XIX в., однако их закономерности и происхождение долго не удавалось установить [4].

Первые успехи были получены при изучении спектра водорода. В 1885 г. И. Бальмер показал, что длины волн, соответствующие спектральным линиям видимого участка спектра водорода, определяются формулой:

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4}, \quad n = 3, 4, 5, 6, \quad (3.8)$$

где $B = 364,56$ нм – некоторая постоянная.

Спектральные линии, определяемые этой формулой, называли *серией Бальмера*. Экспериментальные значения длин волн спектра водорода в видимом участке спектра, обозначаемые H_α , H_β , H_γ и H_δ , и результаты расчета по формуле Бальмера представлены в таблице 2.

Таблица 2.

Обозначение линий	Длина волны, нм	
	по формуле Бальмера	по измерениям
H_α	656,208	656,210
H_β	486,080	486,074
H_γ	434,000	434,010
H_δ	410,130	410,120

В 1890 г. И. Ридберг получил формулу для частот, соответствующих спектральным линиям водорода, применяемую в настоящее время:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (3.9)$$

где для серии Бальмера $m = 2$, $n = 3, 4, 5, 6$. Постоянная $R = 3,29 \cdot 10^{15}$ Гц называется *постоянной Ридберга*.

Серия Пашена. В 1908 г. В. Ритц высказал предположение, что если найти разность двух частот серии Бальмера, то получится линия, принадлежащая инфракрасному участку спектра. В самом деле, пусть

$$\nu_1 = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \text{ и } \nu_2 = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right), \quad (3.10)$$

тогда

$$\nu = \nu_2 - \nu_1 = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right). \quad (3.11)$$

В общем виде получим серию:

$$\nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } n = 4, 5, 6, \dots \quad (3.12)$$

В том же году Ф. Пашен обнаружил две первые линии этого участка спектра. Далее были обнаружены и все другие линии этой серии, названной *серией Пашена*.

Аналогичные формулы были получены для других спектральных серий водорода и многих других элементов. Но механизм возникновения линейчатых спектров и смысл целых чисел, входящих в формулы спектральных серий, оставались непонятными. Решить эту проблему удалось только Бору.

Согласно представлениям Бора, движение электронов вокруг ядра в стационарных состояниях определяется законами обычной механики. Для описания же процессов перехода атома из одного стационарного состояния в другое эти законы не применимы, и следует воспользоваться квантовыми представлениями.

Возможные стационарные состояния атома, состоящего из атомного ядра и электрона, согласно Бору, квантованы по значениям орбитального момента импульса электрона. Минимальное возможное значение орбитального момента импульса электрона равно $m_e \nu r = \hbar$, где $\hbar = h/2\pi = 1,05457266 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, m_e – масса электрона, ν – его скорость, r – радиус круговой орбиты.

Изменение орбитального момента импульса электрона может происходить только на целое число значений постоянной Планка h (**рис. 43**).

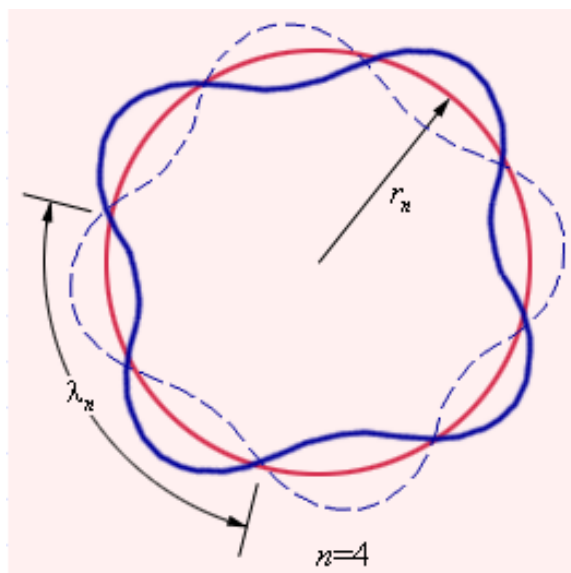


Рис. 43. Стоячие волны

Следовательно, орбитальный момент импульса электрона в атоме может принимать дискретный ряд значений:

$$m_e v r = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (3.13)$$

Квантование орбитального момента импульса электрона для случая круговых орбит приводит к квантованию значений радиуса возможных стационарных круговых орбит. Действительно, если в стационарном состоянии движение электрона по круговой орбите вокруг ядра определяется обычными законами механики, то можно найти связь между скоростью движения электрона и радиусом круговой орбиты стационарного состояния. Центроостремительное ускорение при движении электрона по одной из стационарных круговых орбит в атоме водорода равно отношению кулоновской силы притяжения к массе электрона:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r},$$

откуда

$$v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r}. \quad (3.14)$$

С другой стороны, скорость движения электрона и радиус его круговой орбиты связаны условием (3.13). Из этих двух формул следует, что возможно движение электрона в атоме лишь по стационарным круговым орбитам, радиусы которых определяются выражением:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{m_e e^2}. \quad (3.15)$$

Подставляя в последнее выражение значения $n = 1$, $n = 2$ и т. д., можно вычислить радиусы первой, второй и всех последующих стационарных круговых орбит электронов в атоме. Радиус первой орбиты, называемый радиусом Бора, равен:

$$r_1 = a_0 = r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м},$$

что хорошо согласуется со значениями размеров атомов, полученными на основе

молекулярно-кинетической теории.

Потенциальная энергия E_p электростатического взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода определяется формулой:

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.16)$$

Кинетическая энергия электрона при движении по круговой орбите равна:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Подставив значение v из (3.14), получаем:

$$E_k = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.17)$$

Полная энергия E системы из атомного ядра и электрона, обращающегося по круговой орбите радиусом r , равна:

$$E = E_p + E_k = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.18)$$

Подставляя значение радиуса (3.15), получаем значение полной энергии атома водорода в стационарном состоянии:

$$E = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (3.19)$$

Целое число $n = 1, 2, 3, \dots$ называется *главным квантовым числом*.

При переходе электрона со стационарной круговой орбиты радиусом r_n на стационарную круговую орбиту радиусом r_m изменение энергии атома равно:

$$\Delta E = E_n - E_m = \frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (3.20)$$

Частота кванта ν_{mn} , соответствующего этому переходу, равна:

$$\nu_{mn} = \frac{\Delta E}{h} = \frac{\Delta E}{2\pi\hbar} = \frac{m_e e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (3.21)$$

Величина

$$R = \frac{m_e e^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ Гц} \quad (3.22)$$

равна постоянной Ридберга. С учетом этого формула (3.21) принимает вид:

$$\nu_{mn} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (3.23)$$

Эту формулу называют *обобщенной формулой Бальмера*. Подставив значение $m = 2$, получим формулу Бальмера для видимого участка спектра; при $m = 3$ получим формулу Пашена для инфракрасного участка спектра; при $m = 1$ получим серию в далеком ультрафиолетовом участке спектра, которая называется *Серией Лаймана*.

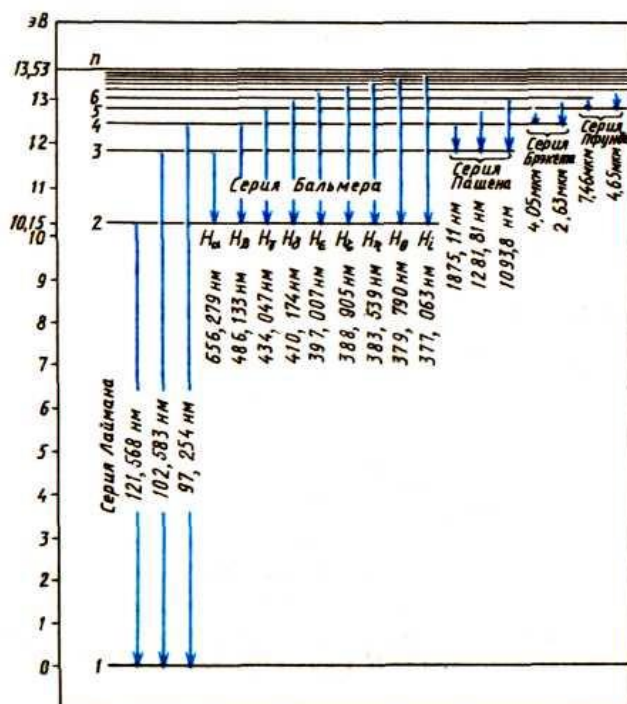


Рис. 44. Уровни энергии атома водорода

§ 3.5. Опыт Франка и Герца

Согласие результатов расчета спектра водорода с экспериментальными результатами было большим успехом теории Бора, но не являлось прямым доказательством существования стационарных состояний атома, квантования энергии атома [4]. Первым экспериментом, в котором был установлен факт дискретности энергетических состояний атома, был опыт Дж. Франка и Г. Герца. В этом опыте, выполненном в 1913 г., исследовались столкновения электронов с атомами ртути.

В стеклянной трубке находились пары ртути (рис. 45). Электроны, вылетевшие из катода *K*, нагреваемого электрическим током, ускоряются электрическим полем между катодом *K* и сеткой *C*. Их кинетическая энергия $\frac{mv^2}{2}$ при достижении сетки равна работе электрического поля eU (e – заряд электрона, U – ускоряющее напряжение). Между сеткой *C* и анодом *A* электроны тормозятся электрическим полем, создаваемым батареей *G2*. Напряжение между сеткой *C* и анодом *A* равно 0,5 В.

Исследовалась зависимость силы тока в цепи анода от напряжения между катодом и сеткой. Результаты, полученные в одном из опытов, представлены на рис. 46. Оказалось, что пока напряжение между сеткой и катодом не превосходит 4,9 В, возрастание напряжения сопровождается увеличением силы тока в цепи. Объясняется это тем, что с увеличением напряженности поля все большая часть электронов, вылетающих из катода, преодолевает область, где электрическое поле объемного заряда, создаваемого электронным облаком вблизи катода, препятствует движению вновь вылетающих электронов от катода к аноду.

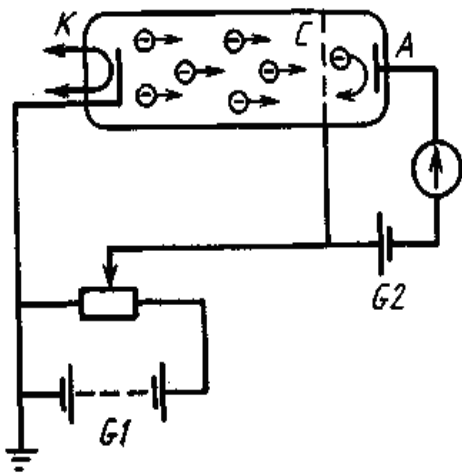


Рис. 45. Схема установки Франка и Герца

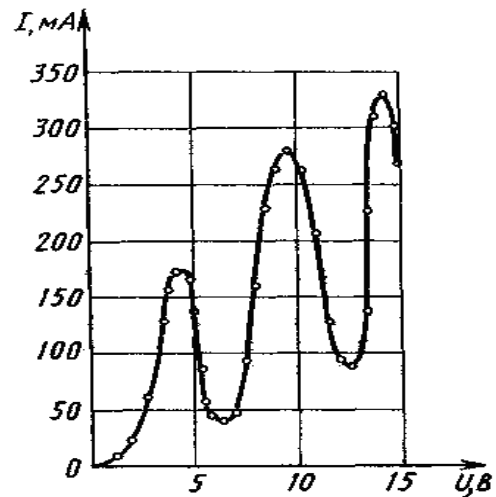


Рис. 46. Зависимость тока от напряжения

Резкое уменьшение силы тока в цепи анода при достижении напряжения 4,9 В между катодом и сеткой заставляет сделать вывод о том, что электроны, обладающие кинетической энергией 4,9 эВ, полностью теряют ее в результате столкновений с атомами ртути.

Взаимодействие атома с электроном или другой частицей, в результате которого часть кинетической энергии превращается в энергию возбуждения атома, называется *неупругим столкновением*. Кинетическая энергия электронов после такого соударения оказывается близкой к нулю, поэтому даже слабое встречное поле между сеткой и анодом не пропускает их к аноду и сила тока в цепи анода уменьшается. Таким образом, передача энергии от электронов к атомам ртути наблюдается при достижении энергии 4,9 эВ. При меньших значениях энергии происходят только упругие столкновения электронов с атомами ртути, при которых электроны не передают им энергию.

Исходя из этих результатов можно сделать вывод, что разность энергий первого возбужденного стационарного состояния атома ртути E_2 и основного стационарного состояния E_1 равна 4,9 эВ:

$$E_2 - E_1 = 4,9 \text{ эВ.}$$

Этот вывод подтверждается еще одним эффектом. Атомы ртути, переведенные в результате неупругого столкновения с электронами из основного состояния в первое возбужденное состояние, должны через короткое время самопроизвольно возвратиться в основное состояние с излучением фотона с частотой

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{4,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,625 \cdot 10^{-34}} \text{ Гц} = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

Наблюдения показали, что пока напряжение между катодом и сеткой меньше 4,9 В, пары ртути не излучают. При достижении напряжения 4,9 В пары ртути испускают ультрафиолетовое излучение с указанной частотой. Таким образом, опыты Франка и Герца явились экспериментальным подтверждением правильности основных положений теории Бора.

§ 3.6. Эффект Комптона

Фотоны и волны [4]. Несмотря на то что Эйнштейн еще в 1905 г. ввел понятие о квантах света (позднее названных фотонами), большинство физиков в начале XX в. отнеслись к этой идее достаточно скептически. Такое отношение объяснялось двумя причинами. Во-первых, в XIX в. было твердо обосновано положение, что свет является электромагнитной волной. Поэтому многим физикам принятие идеи о квантовой структуре излучения представлялось шагом назад, возвратом к ньютоновским представлениям о свете. Во-вторых, все известные к этому времени явления, связанные с распространением излучения и его взаимодействием с веществом, в основном хорошо объяснялись на основе волновых представлений о свете.

Правда, когда Планк попытался вывести законы излучения абсолютно черного тела, ему пришлось ввести идею квантования. Но он полагал, что квантована не электромагнитная волна, а вещество, что частицы вещества (осцилляторы) поглощают из непрерывной электромагнитной волны с частотой ν дискретные порции энергии $e = nh\nu$, где n – целое число. Световое давление вполне удовлетворительно объясняется на основе волновой теории, и использование здесь квантовых представлений не диктовалось необходимостью. Что же касается фотоэффекта и закона Стокса, то объяснение Эйнштейна, конечно, было воспринято с интересом, но считалось, что эти явления можно будет разъяснить и на основе волновой теории, не используя понятие о квантах излучения.

Опыт Комптона. Ситуация совершенно изменилась, когда в 1922 г. А. Комpton при изучении рассеяния рентгеновского излучения в веществе обнаружил возрастание длины волны у рассеянного излучения. Схематически установка Комптона изображена на рис. 47.

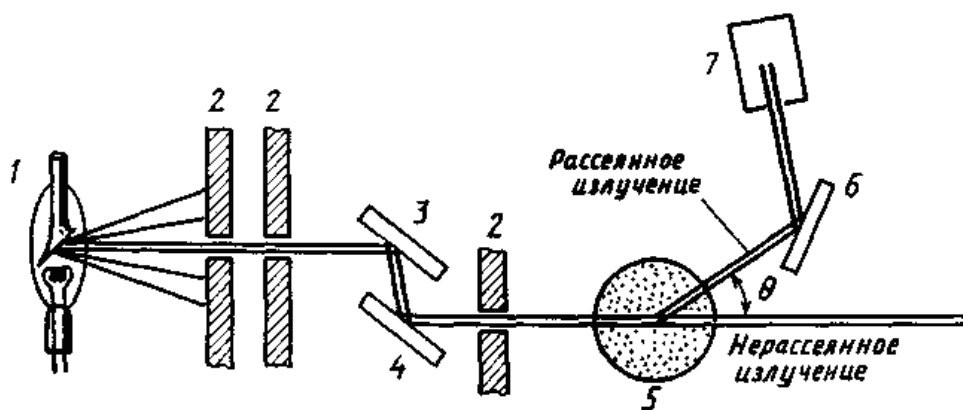


Рис. 47. Схема эксперимента Комптона.

Здесь 1 – рентгеновская трубка; 2 – свинцовые экраны с диафрагмой, пропускающие узкий пучок рентгеновского излучения; 3, 4 – кристаллы, выполняющие функции дифракционной решетки и выделяющие за счет дифракции монохроматический пучок с длиной волны λ_0' ; 5 – рассеивающее вещество – углерод, алюминий и т.п.; 6 – кристалл, выполняющий функцию измерительной дифракционной решетки; 7 – ионизационная камера, регистрирующая интенсивность рентгеновского излучения. Кристалл 6 и ионизационная камера 7 могут перемещаться вокруг рассеивающего образца, что позволяет измерять интенсивность излучения и длину волны при разных углах рассеяния.

Рассмотрим сущность результатов эксперимента.

Согласно классической электромагнитной теории, рассеянное излучение должно иметь ту же частоту (и ту же длину волны), что и падающее на вещество излучение. Действительно, излучение, падая на вещество, вызывает вынужденные колебания электронов, которые за счет этого излучают электромагнитные волны. Но при этом частота волны меняться не должна, ибо частота вынужденных колебаний равна частоте вынуждающей силы, в данном случае – частоте падающей на вещество электромагнитной волны. Конечно, из-за эффекта Доплера произойдет уширение спектральной линии, но наблюдался совсем другой эффект.

Комптон обнаружил, что если рентгеновское излучение с длиной волны λ_0 рассеивается веществом (например, углеродом или металлами), то в рассеянном потоке наряду с излучением с той же длиной волны λ_0 наблюдается излучение с большей длиной волны (рис. 48); изменение длины волны:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\Lambda \sin^2(\vartheta/2), \quad (3.24)$$

где ϑ – угол рассеяния, а $\Lambda = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м = $2,43 \cdot 10^{-3}$ нм (эта величина, называемая *комптоновской длиной волны*, не зависит от свойств рассеивающего вещества).

Квантовая теория эффекта Комптона. Эффект Комптона качественно можно объяснить, рассматривая упругое соударение фотона с неподвижным свободным (или слабо связанным) электроном (рис. 49). При соударении фотон передает электрону часть своего импульса. По закону сохранения импульса, $\vec{p}_{0\gamma} = \vec{p}_e + \vec{p}_\gamma$, тогда $p_\gamma < p_{0\gamma}$, или $h/\lambda < h/\lambda_0$, следовательно $\lambda > \lambda_0$, что и наблюдается в эксперименте. А поскольку электроны у всех веществ одинаковые, то и изменение длины волны не зависит от свойств вещества, а зависит только от угла рассеяния. Количественный расчет эффекта Комптона (вывод формулы (3.24)) выполнили в 1923 г. Комптон и независимо от него П. Дебай.

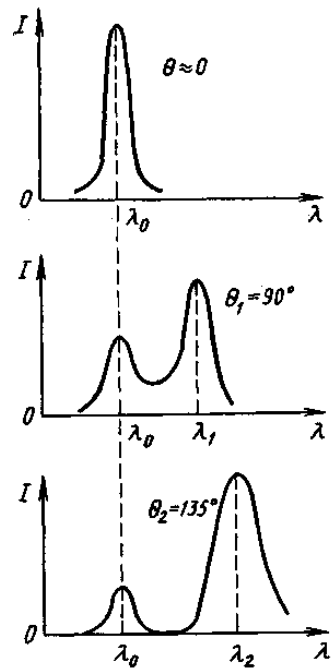


Рис. 48. Комптоновское смещение

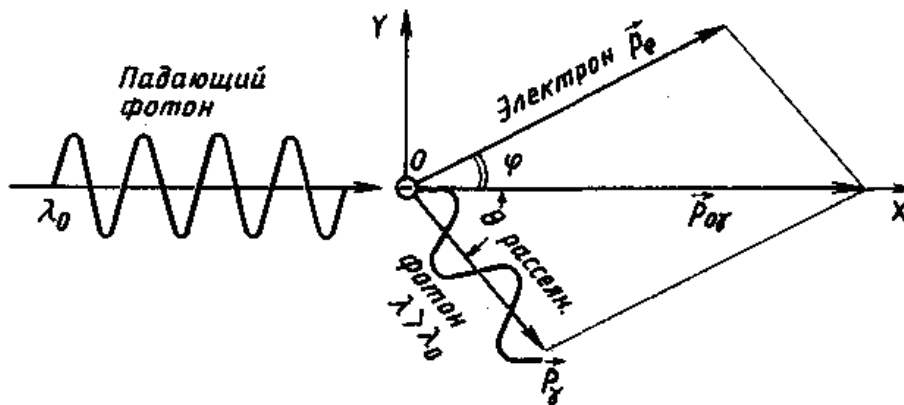


Рис. 49. Упругое соударение фотона со свободным электроном

Вывод этой формулы связан с громоздкими выкладками, поэтому в общем виде мы предлагать его не будем. Рассмотрим простейший случай, когда фотон сталкивается с неподвижным электроном и отражается в обратном направлении, т. е. $\Theta = \pi$ (рис. 50). Энергией связи электрона с ядром здесь можно пренебречь, поскольку она в сотни раз меньше энергии рентгеновского фотона. Заметим, что при энергиях в сотни тысяч электронвольт необходим учет релятивистских эффектов.

До соударения фотон имел энергию $\varepsilon_{0\gamma} = h\nu_0 = hc/\lambda_0$, электрон – энергию покоя $E_0 = mc^2$. После соударения энергия фотона уменьшится: $\varepsilon_\gamma = h\nu = hc/\lambda$, а энергия электрона возрастет

и станет равной $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$.

Из закона сохранения энергии имеем:

$$\varepsilon_{0\gamma} + E_0 = \varepsilon_\gamma + E, \text{ или } hc/\lambda_0 + mc^2 = hc/\lambda + mc^2/\sqrt{1-v^2/c^2}. \quad (3.25)$$

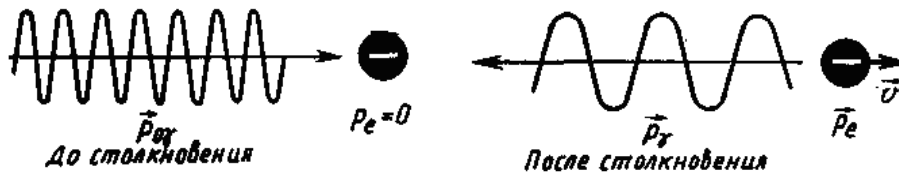


Рис. 50. Законы сохранения в модели Комптона

До соударения фотон имел импульс, проекция которого на направление движения равна $p_{0\gamma} = h/\lambda_0$, импульс покоящегося электрона был равен нулю.

После соударения фотон отражается в обратном направлении, и проекция его импульса будет равна $p_\gamma = -h/\lambda$, а электрон приобретает импульс $p_e = m\nu/\sqrt{1-v^2/c^2}$. По закону сохранения импульса имеем:

$$p_{0\gamma} = p_\gamma + p_e \text{ или } h/\lambda_0 = -h/\lambda + m\nu/\sqrt{1-v^2/c^2}. \quad (3.26)$$

Умножив второе равенство на c , сложим его с первым и вычтем его из первого равенства. Получим:

$$\begin{aligned} \frac{2hc}{\lambda_0} + mc^2 &= \frac{mc(c+v)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, & \text{или} & & \frac{2hc}{\lambda_0} + mc^2 &= \frac{mc^2(c+v)}{\sqrt{c^2-v^2}} \\ mc^2 &= \frac{2hc}{\lambda} + \frac{mc(c-v)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} & & & -\frac{2hc}{\lambda} + mc^2 &= \frac{mc^2(c-v)}{\sqrt{c^2-v^2}} \end{aligned}$$

Перемножив эти равенства, будем иметь:

$$-\frac{4h^2c^2}{\lambda\lambda_0} + \frac{2hmc^3}{\lambda_0} - \frac{2hmc^3}{\lambda} + m^2c^4 = \frac{m^2c^4(c^2-v^2)}{c^2-v^2} = m^2c^4,$$

что позволяет сократить в предшествующем выражении равные слагаемые.

Итак, $2hmc^3\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) = \frac{4h^2c^2}{\lambda\lambda_0}$, следовательно,

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2h/(mc). \quad (3.27)$$

Этот результат совпадает с выражением (3.24) при $\Theta = \pi$. Комптоновская

длина волны

$$\Lambda = \frac{h}{mc} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} \text{ м} = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 2,42 \cdot 10^{-3} \text{ нм},$$

что согласуется с экспериментальными данными.

Таким образом, эффект Комптона убедительно свидетельствует о существовании фотонов и наличии у них энергии и импульса.

В заключение обратим внимание на следующие особенности этого явления:

1. В рассеянном излучении наряду с компонентой, длина волны которой возрастает, наблюдается компонента и с неизменной длиной волны.

2. Увеличение длины волны при рассеянии наблюдается у рентгеновского и гамма-излучений и не наблюдается у видимого света, ультрафиолетового и инфракрасного излучений.

Для объяснения первой особенности следует учесть, что фотоны рассеиваются при столкновениях не только с электронами, но и с атомами, массы которых в десятки тысяч раз больше массы электронов. Из выражения для комптоновской длины волны $\Lambda = h / (mc)$ ясно, что при рассеянии фотонов на атомах модуль их импульса практически не меняется.

Чтобы объяснить вторую особенность, нужно иметь в виду, что энергия связи валентных электронов с атомами по сравнению с энергией рентгеновского фотона ничтожна мала и эти электроны можно считать свободными. В случае же фотонов оптического диапазона их энергия оказывается по порядку равной энергии связи. Поэтому фотоны взаимодействуют не со свободными, а со связанными электронами и в балансе энергий следует учесть энергию связи электрона с атомом (работу выхода), т. е. рассматривать фотоэффект, а не эффект Комптона.

ЛЕКЦИЯ 4

ГЛАВА 4. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

§ 4.1. Дифракция электронов. Волны де Бройля

Затруднения с созданием модели строения атома, объясняющей все его наблюдаемые свойства, не могли быть преодолены в течение примерно 10 лет [3]. Прямые опыты Резерфорда и его сотрудников доказали «ажурное» строение атома. Положительный заряд и основная масса атома сосредоточены в его ядре диаметром порядка $10^{-12} - 10^{-13}$ см. Сравнительно легкие отрицательно заряженные электроны заполняют основной объем атома диаметром порядка 10^{-8} см. Можно доказать в общем случае, что статическая система электрических зарядов (при отсутствии неэлектрических сил) не может быть устойчивой. Атом, как система разноименно электрически заряженных частиц, может быть устойчив только при условии, что эти заряды движутся друг относительно друга. Однако заряд, движущийся по замкнутой криволинейной траектории, имеет нормальное ускорение и, как всякий ускоренный заряд, должен непрерывно терять свою энергию, испуская электромагнитные волны. Теряя энергию, электрон должен непрерывно приближаться к ядру, т. е. такая система в принципе не может находиться в стационарном состоянии. Опыт же показывает, что атом является весьма устойчивой системой.

Изложенные обстоятельства приводили к выводу, что электроны в атомах движутся по законам, отличным от законов классической механики и электродинамики, установленных на опыте с макроскопическими телами. Как и в случае теории относительности, эти законы и вытекающие из них следствия должны в предельном случае макроскопических тел переходить в законы классической механики. Этот принцип соответствия являлся путеводной нитью в многочисленных попытках решения проблемы строения атома. Правильный путь решения был найден де Бройлем в 1924 г.

В 1922–1923 гг. прямые опыты Иоффе и Кемптона подтвердили правильность идеи Эйнштейна о двойственности корпускулярно-волновой природы излучения. Де Бройль сделал смелое предположение об аналогичной двойственной природе электронов, а затем и других частиц. Это значит, что с движением электрона, как и с движением фотона, следует сопоставить волновой процесс. Какую же волну следует приписать электрону?

Де Бройль использовал установленную в работах Ферма, Эйлера, Лагранжа, Гамильтона аналогию между законами оптики и механики. В классической оптике наряду с волновыми поверхностями (поверхностями равной фазы колебаний) можно рассматривать распространение света происходящим вдоль лучей – линий, ортогональных этим поверхностям. В классической аналитической механике оказалось целесообразным наряду с возможными траекториями движущихся частиц рассматривать распространение перпендикулярных к ним поверхностей равной фазы некоторой «функции действия». Нахождение этой функции действия позволяет полностью решить поставленную механическую задачу.

Де Бройль предположил, что между корпускулярными и волновыми характеристиками электрона существует точно такая же связь, как между соответствующими характеристиками фотона. Связь импульса фотона с длиной волны излучения:

$$p = m_{\phi}c = \frac{m_0 c^2}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (4.1)$$

или

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (4.2)$$

Де Бройль постулировал, что соотношение (4.2) справедливо не только для фотонов, но и для электронов. Впоследствии оказалось, что это соотношение верно для любых микрочастиц и систем, состоящих из них.

Электрон движется со скоростью $v < c$ и его импульс

$$p = m_e v, \quad \text{где} \quad m_e = \frac{m_{0e}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (4.3)$$

Таким образом, соотношение де Бройля сопоставляет электрону с импульсом p длину волны

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v}. \quad (4.4)$$

При ускорении электрона в электрическом поле с разностью потенциалов U , не превышающей 10^4 в, масса электрона m_e практически не отличается от массы покоя m_{0e} . Кинетическая энергия, приобретаемая электроном в ускоряющем поле, равна

$$\frac{1}{2} m_{0e} v^2 = eU$$

и скорость

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_{0e}}}. \quad (4.5)$$

Из (4.4) и (4.5) следует (переходя для U к вольтам):

$$\lambda = \frac{h}{m_{0e}} \sqrt{\frac{m_{0e}}{2eU}} = \frac{h}{\sqrt{2em_{0e}U}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-27}}{\sqrt{(U/300) \cdot 2 \cdot 4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 9,11 \cdot 10^{-28}}} = \frac{1,23 \cdot 10^{-7}}{\sqrt{U}} \text{ нм}$$

или

$$\lambda = \frac{12,3}{\sqrt{U}} \text{ \AA}. \quad (4.6)$$

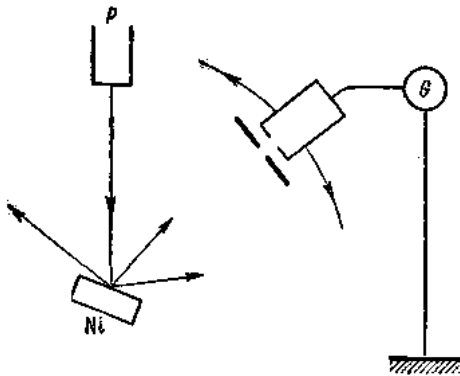


Рис. 51. Опыт Левиса и Лжермера

Ускоряющие поля в обычных электронных приборах лежат в интервале $1 \div 10^4$ в. Соответствующие длины волн летящих электронов составляют $10 \div 0,1 \text{ \AA}$, т. е. меняются в диапазоне длин волн обычных рентгеновских лучей. При размерах электронных приборов $l \approx 10 \text{ см}$

$$\lambda \ll l$$

и волновые свойства для электронного пучка практически не проявляются. Волновые свойства, в частности дифракция электронов, могут наблюдаться на дифракционной решетке с постоянной порядка $\sim \lambda$. Так же как и для рентгеновских лучей, дифракцию электронов можно пытаться обнаружить с помощью естественной – кристаллической – решетки. Такие опыты были поставлены в 1927 г. Дэвисоном и Джермером.

Пучок монохроматических электронов из электронной пушки P падал на поверхность кристалла никеля (**рис. 51**), структура которого была хорошо известна из данных рентгеноструктурного анализа. Рассеянные от кристалла электроны улавливались специальным электродом, присоединенным к чувствительному гальванометру. Приемник электронов мог перемещаться так, чтобы улавливать электроны, рассеиваемые под различными углами. В частности, при энергии электронов в 54 эв получался острый максимум для угла отражения $\vartheta = 50^\circ$, что отвечает по формуле Вульфа – Брэгга ($2d \sin\vartheta = k\lambda$, где $k = 1, 2, 3, \dots$) длине волны 1,67 А. Из уравнения (4.6) также следует:

$$\lambda = \frac{12,3}{\sqrt{54}} = 1,67 \text{ А.}$$

Результат представляет собой прекрасное доказательство правильности идеи де Бройля. Формула де Бройля проверялась неоднократно, причем всегда получалось полное соответствие теории опыту. Так, советский ученый П. С. Тартаковский исследовал прохождение быстрых электронов через тонкие металлические пленки. При этом получается дифракционная картина, в точности такая же, как и при прохождении рентгеновских лучей через кристаллические порошки. Это показывает, что такие пленки имеют микрокристаллическую структуру.

Итак, электроны, как и фотоны, обладают волновыми свойствами наряду со свойствами корпускулярными. Следует ясно представлять соотношение этих двух сторон природы электрона.

Не присущи ли волновые свойства только потоку большой совокупности электронов? Такое предположение высказывалось и в отношении фотонов, но оно опровергается работами С. И. Вавилова, Яноши и др. Для электронов аналогичная задача была решена В. Фабрикантом и его сотрудниками.

В 1948 г. В. Фабрикант, Л. Биберман и Н. Сушкин осуществили опыт по дифракции электронов со столь малой силой тока в приборе, что каждый электрон проходил через прибор независимо от других. Среднее время между прохождениями двух электронов через прибор примерно в 30 000 раз превышало время прохождения электрона через прибор. При длительной экспозиции была получена такая же дифракционная картина, как и при короткой экспозиции электронного потока большой плотности. Этот опыт показывает, что *волновые свойства присущи каждому электрону в отдельности*.

Как и в случае фотонов, дифракция одного электрона не дает всей системы точек, которая получается в результате дифракции потока электронов. След от одного электрона, прошедшего дифракционную решетку-кристалл, окажется лишь в одной из тех точек, которые разрешаются условиями дифракции. Этим проявляется корпускулярная сторона природы электрона – он не может «рас-

плыться» по всем направлениям, для которых удовлетворяются условия дифракции, его действие проявляется лишь в одном месте. В каком именно из возможных направлений проявится это действие, сказать нельзя. Современная теория позволяет лишь вычислить, какова вероятность того, что действие электрона проявится в той или иной точке пластинки. Это делает возможным достаточно точно судить о поведении большой совокупности электронов.

Таким образом, мы приходим к следующим заключениям о природе электрона:

1. Волновая природа электрона, проявляющаяся, в частности, в том, что электроны обнаруживают дифракцию, свидетельствует о невозможности представить электрон в виде «материальной точки» – маленькой дробинки, корпускулы. Электрон является сложным материальным образованием, сложной структурой, обладающей волновыми свойствами. Эта структура, очевидно, меняется в зависимости от условий, в которых находится электрон, т. е. в зависимости от характера его взаимодействия с окружающей материей. Так, очевидно, что области локализации электрона (т. е. области, в которых отлична от нуля амплитуда волны де Бройля) различны, когда электрон находится в атоме или проходит кристалл, взаимодействуя одновременно с тысячами атомов решетки. О том, что электрон взаимодействует при прохождении решетки одновременно со множеством атомов, свидетельствует острота дифракционных максимумов.

2. Корпускулярная сторона природы электрона проявляется в том, что он действует всегда как единое целое, никогда не дробясь на части. Его неделимость не обусловлена его «точечностью» (так как он – не материальная точка), имеет гораздо более сложную природу, разгадка которой – дело будущего.

И по сей день нет единой точки зрения в понимании природы соотношения корпускулярного и волнового аспектов. Рассмотрение этой проблемы выходит далеко за пределы общего курса физики. Сказанное выше должно лишь пояснить, почему наличие корпускулярно-волновых свойств приводит к статистичности описания, возможности судить о поведении электрона лишь вероятностно.

Следует также иметь в виду, что волна де Бройля описывает движение материальной частицы, но не дает никаких сведений о том, что принято называть «структурой» частицы. Знание структуры электронов (как и других частиц) должно объяснить тождество их зарядов, масс покоя, спинов, характера взаимодействия с себе подобными частицами и частицами другой природы и т. д.

Что касается макроскопических частиц материи, то их дифракцию наблюдать невозможно.

Так, например, пылинка с массой $m = 10^{-12}$ г, линейных размеров $\sim 10^{-4}$ см и скоростью всего 1 см/сек имеет длину волны

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-27}}{10^{-12} \cdot 1} = 6,62 \cdot 10^{-15} \text{ см} = 6,62 \cdot 10^{-7} \text{ \AA}.$$

При такой длине волны невозможно реализовать условия, с помощью которых можно было бы наблюдать дифракцию, т. е. макроскопические частицы проявляют явно только одну сторону своей природы – корпускулярную.

Таким образом, новая теория, трактующая материальные частицы как

объекты двойственной корпускулярно-волновой природы, не отбрасывает старых корпускулярных представлений о макроскопических частицах материи, но, обосновывая эти представления с новой точки зрения, одновременно определяет и пределы их применимости.

§ 4.2. Волновая функция. «Соотношения неопределенностей»

Прямые опыты по дифракции подтвердили, что электрон не является материальной точкой, а представляет собой сложный материальный объект, обладающий волновыми свойствами [3]. Каковы же размеры электрона и какую область пространства он заполняет – как говорят, какова же «локализация» (от лат. locus – место) электрона? В отличие от фотона, электрон обладает электрическим зарядом. От положения и распределения этого заряда в пространстве зависит взаимодействие электрона с другими частицами, например, с атомным ядром, – обстоятельство, по существу, определяющее все свойства атомов.

Уточним сначала, чем характеризуется пространственная локализация точечного объекта. Пусть материальная точка с массой m движется вдоль оси x . В некоторый момент времени она занимает положение M , характеризуемое координатой x , и обладает определенной скоростью движения v или соответствующим импульсом $p_x = mv$. Спустя некоторое время точка m займет положение M' с координатой x' и будет двигаться с импульсом p_x . Совокупность последовательных положений движущейся точки: M , M' и т. д., образует траекторию ее движения, в общем случае – криволинейную. Если известны силы F_x , действующие на материальную точку m , то по законам классической механики (второму закону Ньютона) можно рассчитать все последовательные значения координаты x и импульса p_x движущейся частицы.

Используя очевидные дифференциальные соотношения:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad \omega_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2},$$

можно переписать второй закон динамики

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x \quad (4.7)$$

в виде двух уравнений:

$$\frac{dp_x}{dt} = F_x \quad \text{и} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{m} p_x. \quad (4.8)$$

Эти уравнения представляют собой математическую формулировку принципа причинности в классической механике: если известны силы F_x , действующие на материальную точку, то из (4.8) можно определить приращения ее координаты (dx) и импульса (dp_x) в последовательные промежутки времени (dt) и тем самым рассчитать все ее движение.

Таким образом, для точечного объекта характерны следующие свойства:

1. Материальная точка обладает одновременно определенными значениями координаты x и импульса p_x .
2. Совокупность последовательных положений движущейся точки образует определенную линию в пространстве – траекторию движения.

3. Принцип причинности (4.8) позволяет определить положение и импульс движущейся точки на ее траектории в любой последовательный момент времени.

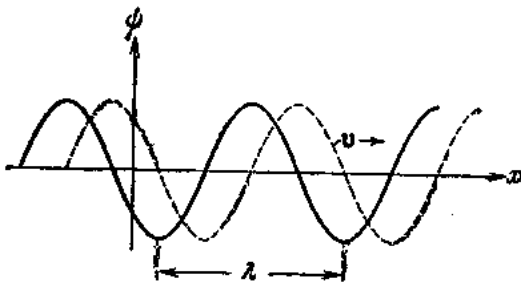
Принципиально иначе обстоит дело с локализацией волновых объектов. Во-первых, волна представляет собой протяженный объект, заполняющий определенную область пространства, а не сосредоточенный в одной точке с координатой x . Для упрощения расчетов рассмотрим, как и выше, при анализе движения точечной частицы, одномерное распространение волны вдоль оси Ox . Любая волна, независимо от ее природы (акустическая, электромагнитная или волна де Бройля), характеризуется некоторой волновой функцией (например, плотность и давление в акустической волне или векторы E и H в электромагнитной), которую мы обозначим греческой буквой ψ . Значения величины ψ различны в точках с разными координатами x и изменяются с течением времени t , т. е. ψ есть функция от двух переменных:

$$\psi(x, t). \quad (4.9)$$

Локализация ψ -функции в пространстве может быть различной. Простейшая монохроматическая волна, распространяющаяся вдоль оси Ox , описывается волновой функцией

$$\psi = A \sin 2\pi \frac{vt - x}{\lambda}, \quad (4.10)$$

где λ – длина волны, а v – скорость ее распространения. Мгновенный снимок



отрезка такой волны изображен на **рис. 52**. Пунктиром показан тот же отрезок волны спустя некоторый промежуток времени. Такая монохроматическая волна заполняет все бесконечное пространство. Интервал координат Δx , в котором заключен волновой объект, равен бесконечности.

Рис. 52. Распространение волны

Для электромагнитных и электронных волн импульс частицы, связанной с волной (фотона или соответственно электрона), равен:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (4.11)$$

Так как волна монохроматическая, $\lambda = \text{const}$, то ей отвечает вполне определенное значение импульса частицы p . Иными словами, интервал Δp , в котором заключены возможные значения импульса частицы, равен нулю. Следовательно, чисто монохроматическая волна, изображенная на **рис. 52**, характеризуется соотношениями:

$$\Delta x = \infty \quad \text{и} \quad \Delta p = 0, \quad (4.12)$$

т. е. такой волновой объект имеет вполне определенный импульс и совершенно неограниченную область локализации.

Рассмотрим другой пример – волна, локализованная в некотором интервале Δx . Для того чтобы волновая функция была отлична от нуля внутри этого интервала и практически равнялась нулю вне его, эта функция должна представлять суперпозицию монохроматических волн (4.10) с различными значениями λ .

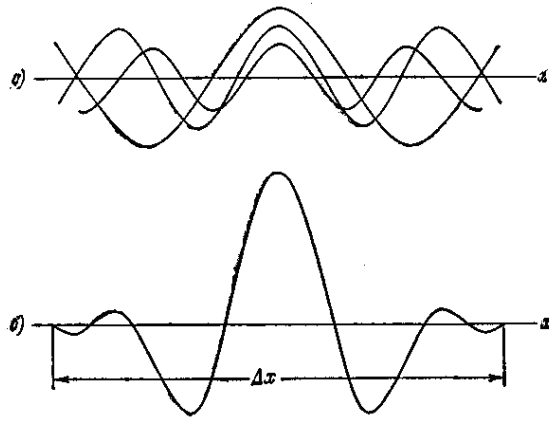


Рис. 53. Волновой пакет

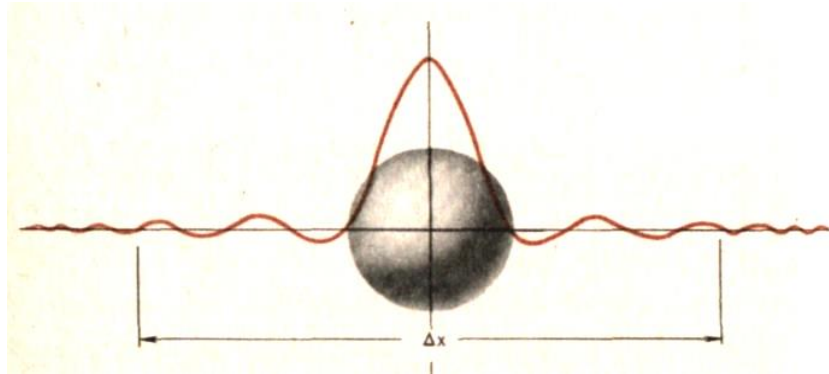


Рис. 54. Частица, вписанная в волновой пакет

На рис. 53 а показан набор таких волн различных амплитуд с длинами волн в интервале от λ до $\lambda + \Delta\lambda$, а на рис. 53 б – результат их сложения – в о л н о в о й п а к е т. Результирующая волновая функция ψ практически отлична от нуля в некотором интервале Δx . Однако при такой пространственной локализации волны начинают терять определенность понятия длины волны λ , а значит, и импульса p частицы, связанной с волной. Волновой пакет представляет собой набор монохроматических волн, импульсы которых заключены в интервале:

$$\Delta p = \Delta \left(\frac{h}{\lambda} \right) = \frac{h}{\lambda^2} |\Delta \lambda|.$$

Чем в более узком интервале Δx локализована волна, тем более широкий интервал длин интерферирующих волн $\Delta \lambda$ (а следовательно, и интервал импульсов Δp) входит в пакет, представляющий эту волну. Следовательно, увеличение определенности в локализации волны (уменьшение Δx) связано с одновременным возрастанием в неопределенности импульса Δp . В пределе

$$\text{при } \Delta x \rightarrow 0 \text{ имеем } \Delta p \rightarrow \infty. \quad (4.13)$$

Такой волновой объект имеет вполне определенную координату (как материальная точка), но зато совершенно неопределенный импульс.

Следовательно, волновая природа таких квантовых объектов, как фотон и электрон, приводит к тому, что, в отличие от материальной частицы классической физики, которую мы в дальнейшем будем называть корпускулой, *электрон, так же как и фотон, не может иметь одновременно определенную координату x и импульс p_x*

Соотношение между величинами Δx и Δp_x (и аналогичные им соотношения для

других осей) проанализировал впервые В. Гейзенберг. Он исходил из серии «мысленных опытов», из которых следовало, что положение и импульс частицы не могут быть определены одновременно сколь угодно точно. Рассмотрим один из мысленных опытов Гейзенберга.

Чтобы определить положение и импульс электрона, нужно «осветить» его и получить хотя бы один рассеянный при столкновении фотон. При этом, вследствие дифракции, точность в определении координаты электрона не может быть больше длины волны излучения: $\Delta x \approx \lambda$. Чем точнее нужно измерить положение электрона, тем меньше должно быть λ . Но при рассеянии фотона электрон получает отдачу и его импульс меняется на величину Δp_x порядка импульса фотона: $p_\phi = \frac{h}{\lambda}$, что и составит погрешность в определении его импульса. Следовательно,

$$\Delta x \Delta p_x \geq \lambda \frac{h}{\lambda} = h.$$

Это соотношение носит название «**соотношение неопределенностей**».

То же имеет место и для других координат, так что:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq h, \\ \Delta y \Delta p_y &\geq h, \\ \Delta z \Delta p_z &\geq h. \end{aligned} \tag{4.14}$$

Следовательно, «соотношения неопределенностей» Гейзенберга (4.14) (это неудачное название для указанных соотношений общепринято) характеризуют не границы возможностей познания человеком свойств мельчайших частиц вещества, но отражают объективно особенности их природы, обусловленные корпускулярно-волновой двойственностью.

Рассмотрим пример, показывающий, при каких условиях можно пользоваться приближенным понятием траектории и представлять себе электрон в виде корпускулы. Пусть речь идет об электроне, движущемся в электроннолучевой трубке. Рассмотрим волновой пакет, у которого неопределенность в импульсе не превышает 1 %, то есть

$$\Delta p \approx 0,01 p.$$

Из (4.14) тогда следует, что электрон в каждый данный момент локализован в области порядка

$$\Delta x \approx \frac{h}{\Delta p} \approx 100 \frac{h}{p} = 100 \lambda$$

при $v = 10^8$ см/сек, длине волны электрона $\lambda = \frac{h}{p} \approx 10^{-7}$ см, области локализации

$\Delta x \approx 10^{-8}$ см, что во много раз меньше размеров трубки. По отношению к прибору электрон – материальная точка. Здесь это – разумное приближение, в то время как представление об электроне-корпускуле в атоме совершенно бессмысленно.

Принципиально важно, что соотношение неопределенностей не связано с несовершенством применяемых измерительных приборов, а отображает особенности физической природы объектов микромира.

Наряду с выражением, связывающим неопределенности координат и импульса, можно получить выражение, связывающее неопределенности энергии

ΔE и времени Δt . Для фотона, излучаемого атомом, неопределенности его импульса Δp_x и его координаты Δx можно представить так:

$$\Delta p_x = \frac{\Delta E}{c}, \quad \Delta x = c \cdot \Delta t.$$

Перемножив эти равенства и учитывая предыдущее, получим:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h, \quad (4.15)$$

здесь ΔE – неопределенность значения энергии системы в некотором состоянии с энергией E , Δt – неопределенность времени t пребывания системы в данном состоянии.

§ 4.3. Рассеяние α -частиц*

При прохождении быстрых α -частиц в веществе большая часть их испытывает лишь небольшие отклонения, на углы в $2-3^\circ$ [3]. Однако незначительная часть, порядка 0,01 %, отклоняется весьма сильно на углы, достигающие почти 180° . Преимущество α -частиц перед другими видами излучения – в их высокой монохроматичности (все α -частицы, вылетающие из атомов данного сорта, имеют практически одну и ту же скорость) и в их большой массе (масса α -частицы превышает массу электрона в 7296 раз). Последнее обстоятельство имеет особое значение в том смысле, что α -частицы не могут отклоняться при столкновениях с электронами, содержащимися в атомах, и по их рассеянию в веществе можно судить о распределении положительно заряженной материи в атоме, масса которой практически совпадает с массой всего атома.

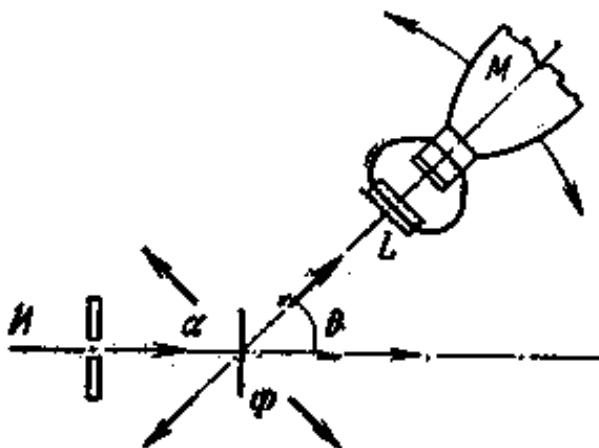


Рис. 55. Схема опыта по рассеянию α -частиц

Особенно интересными оказались опыты сотрудников Резерфорда — Гейгера и Марсдена, исследовавших рассеяние α -частиц в тончайшей металлической фольге. Толщина фольги Φ (золотой, платиновой, медной, серебряной) (рис. 55) составляла примерно 0,0004 см – десятки тысяч атомных слоев. Выделенный тонкий пучок α -частиц от источника И рассеивался. После прохождения фольги рассеянные α -частицы регистрировались по сцинтилляциям. При этом маленький экран, покрытый флуоресцирующим веществом L , на котором наблюдались

вспышки света – сцинтилляции, укреплялся неподвижно на объективе длиннофокусного микроскопа M с малым увеличением, с помощью которого велись наблюдения. Микроскоп поворачивался, для того чтобы можно было определить количество частиц, рассеянных под разными углами к направлению первичного пучка.

Как уже указывалось, подавляющая часть α -частиц отклонялась после прохождения фольги лишь на небольшой угол θ . На угол, превышающий 90° , рассеивалась примерно одна из $2 \cdot 10^4$ частиц. Некоторые, весьма немногие, частицы отклонялись почти на 180° .

Для того чтобы сделать правильные заключения из этих опытов, следовало, во-первых, выяснить, является ли рассеяние на большие углы результатом многократных столкновений α -частиц с атомами преграды или это результат однократного столкновения. Теоретическое исследование показало, что наблюдаемые большие отклонения не могут происходить в результате многократных отклонений на небольшие углы. Анализируя это, Резерфорд пришел к заключению, что отклонение на большой угол происходит в результате однократного взаимодействия α -частицы с положительным зарядом, связанным с большой массой, заключенной, что очень существенно, в объеме, очень малом по сравнению с объемом атома.

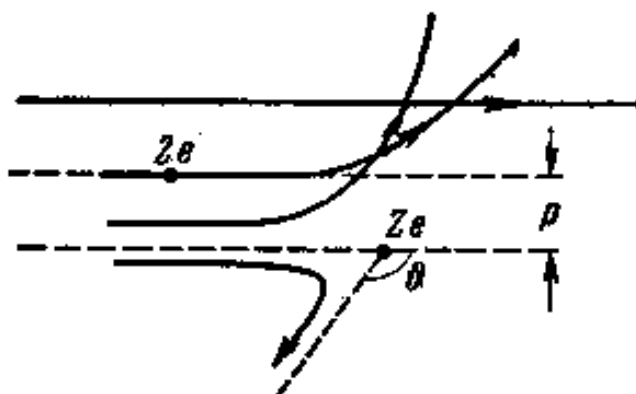


Рис. 56. Рассеяние α -частиц

В первом приближении отклонение α -частицы можно описать как результат ее электрического отталкивания от неподвижного (в этом и состоит приближение) положительного заряда, мимо которого пролетает α -частица. Угол отклонения ϑ тем больше, чем меньше величина p (рис. 56), называемая «параметром удара». Если обозначить величину положительного заряда ядра через Ze (e – заряд электрона), то заряд α -частицы будет равен $2e$. Обозначим далее массу α -частицы через M , скорость ее – через v , число рассеивающих зарядов, приходящихся на 1 см^2 рассеивающей поверхности (т. е. число атомов), – через n . Законы динамики позволяют рассчитать зависимость угла отклонения ϑ от параметра удара p , а методами теории вероятностей можно найти вероятность пролетания α -частицы на данном расстоянии p от ядра и тем самым вероятность ее отклонения на данный угол θ . Этот расчет показывает, что из общего числа рассеянных α -частиц N в телесном угле $d\Omega$, составляющем угол ϑ с исходным направлением их движения, рассеется

частица:

$$dN = nN \left(\frac{Ze2e}{mv^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}}. \quad (4.16)$$

Таким образом, согласно формуле (4.16), полученной Резерфордом для данного опыта,

$$\frac{dN}{d\Omega} \sin^4 \frac{\theta}{2} = const. \quad (4.17)$$

Эта закономерность была проверена для различных материалов, толщин листков и скоростей α -частиц, причем во всех случаях применения тяжелых металлов (когда предположение о неподвижности ядра, испытывающего отдачу, допустимо) получилось хорошее согласие с опытом. Так, при изменении $\sin^4 \frac{\theta}{2}$ примерно в 3500 раз произведение $\frac{dN}{d\Omega} \sin^4 \frac{\theta}{2}$ меняется в пределах 30 %. Это доказывает правильность сделанного предположения: рассеяние α -частиц в веществе есть результат их отклонения от тяжелых, положительно заряженных частиц. Дальнейшие опыты показали, что закон Кулона остается верным вплоть до расстояний между центрами α -частицы и рассеивающей частицы, по порядку величины равных 10^{-12} см. Это означает, что тяжелые положительно заряженные массы в атоме занимают ничтожный объем.

Исходя из этого Резерфорд предложил «ядерную» модель атома. В центре атома находится положительно заряженное «ядро», масса которого почти равна массе атома. Вокруг ядра под действием электрических сил движутся легкие электроны. Так как кулоновские силы убывают с расстоянием по тому же закону, что и силы ньютоновского тяготения (как $\frac{1}{r^2}$), то атом, по представлениям Резерфорда, подобен солнечной системе («Солнце» – ядро, «планеты» – электроны).

Так как атомы нейтральны, то при заряде ядра Ze вокруг ядра должно двигаться Z электронов.

Формула (4.16) позволяет по результатам рассеяния α -частиц определить заряд ядра. Таким путем для меди (атомный номер 29) было получено $Z = 29,3$, для платины (атомный номер 77 – 77,4, серебра (атомный номер 47) – 46,3. По смыслу Z может быть только целой величиной, дробные значения результат неточности опыта. Приведенный результат, как и другие, аналогичные, показывает, что число элементарных положительных зарядов, сосредоточенных в ядре атома, равно атомному номеру соответствующего элемента в таблице Менделеева. Этой величине равно и число электронов, вращающихся вокруг ядра. Приведенный результат, подтвержденный в дальнейшем самыми различными и очень точными методами, верен для всех элементов таблицы Менделеева без исключений.

При исследовании рассеяния α -частиц атомами с небольшими атомными номерами, т. е. малыми зарядами ядер, рассеяние на большие углы уже не описывается формулой Резерфорда. Анализ показал, что при приближении

α -частиц к ядрам на расстояние порядка 10^{-12} см и меньше между ядром и α -частицей начинают действовать очень большие силы притяжения. Вопрос о природе этих сил мы рассмотрим ниже.

Модель Резерфорда явилась существенным шагом вперед, поскольку она представляла атом как динамическую систему движущихся электрических зарядов. Для электрона, движущегося по определенной орбите вокруг ядра, так же как и для планеты, вращающейся вокруг Солнца, имеет место второй закон Ньютона: произведение массы на центростремительное ускорение равно силе (кулоновского) притяжения, т. е.

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze \cdot e}{r^2}, \quad (4.18)$$

где r – радиус орбиты, а v – скорость электрона на этой орбите. Однако и эта модель в таком виде, как ее предложил Резерфорд, не являлась удовлетворительной.

Во-первых, уравнение (4.18) содержит два неизвестных: v и r , и ему отвечает бесчисленное множество возможных орбит на различных расстояниях от ядра. Любому значению r соответствует вполне определенная скорость v и энергия E электрона на данной орбите. Величины r , v и E могут меняться непрерывно при переходе с одной орбиты на другую может испускаться любая, а не вполне определенная порция энергии. Согласно этой модели спектры атомов должны были бы быть не линейчатыми, а непрерывными.

Во-вторых, являясь, согласно (4.18), механически устойчивой, модель Резерфорда оказалась неустойчивой с точки зрения законов классической электродинамики. Электроны-корпускулы (крупинки вещества), несущие отрицательные заряды, движущиеся по круговым орбитам, обладают нормальным ускорением:

$$\omega_n = \frac{v^2}{r}.$$

При радиусе орбиты $r = 10^{-8}$ см из (4.18) можно оценить скорость электрона $v \sim 10^8$ см/сек, частоту обращения

$$\nu = \frac{v}{2\pi r} \approx 10^{15} \text{ сек}^{-1}$$

и ускорение $\frac{v^2}{r} \sim 10^{24}$ см/сек². При таких огромных ускорениях электроны должны интенсивно излучать электромагнитные волны. Их энергия будет быстро уменьшаться, вследствие чего они должны непрерывно приближаться к ядру. Атом – «солнечная система» – Резерфорда не может существовать дольше миллионных долей секунды.

ЛЕКЦИЯ 5

ГЛАВА 5. ЭЛЕКТРОН, ОГРАНИЧЕННЫЙ ВНЕШНИМИ УСЛОВИЯМИ

§ 5.1. Электрон внутри атома в квантовом случае

Попробуем разобраться, как следует представлять электрон внутри атома в квантовом случае [3].

Итак, прямые опыты по дифракции подтвердили, что электрон не является материальной точкой, а представляет собой сложный материальный объект, обладающий волновыми свойствами. Каковы же размеры электрона и какую область пространства он заполняет – как говорят, какова же «локализация» (от лат. locus – место) электрона? В отличие от фотона, электрон обладает электрическим зарядом. От положения и распределения этого заряда в пространстве зависит взаимодействие электрона с другими частицами, например, с атомным ядром, – обстоятельство, по существу, определяющее все свойства атомов.

Возвращаясь к материалу предыдущей лекции (4.7, 4.8), напомним математическую формулировку принципа причинности в классической механике.

Используя очевидные дифференциальные соотношения:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad \omega_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2},$$

запишем второй закон динамики

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x \quad (5.1)$$

в виде двух уравнений:

$$\frac{dp_x}{dt} = F_x \quad \text{и} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{m} p_x. \quad (5.2)$$

Эти уравнения представляют собой математическую формулировку принципа причинности в классической механике: если известны силы F_x , действующие на материальную точку, то из (5.2) можно определить приращения ее координаты (dx) и импульса (dp_x) в последовательные промежутки времени (dt) и тем самым рассчитать все ее движение.

Таким образом, для точечного объекта характерны следующие свойства:

1. Материальная точка обладает одновременно определенными значениями координаты x и импульса p_x .

2. Совокупность последовательных положений движущейся точки образует определенную линию в пространстве – траекторию движения.

3. Принцип причинности (5.2) позволяет определить положение и импульс движущейся точки на ее траектории в любой последовательный момент времени.

Принципиально иначе обстоит дело с локализацией волновых объектов. Волна представляет собой протяженный объект, заполняющий определенную область пространства, а не сосредоточенный в одной точке с координатой x .

Для того чтобы частица могла быть представлена как корпускула, недостаточно того, чтобы область локализаций описывающего ее волнового па-

кета была относительно мала. Необходимо, чтобы частица двигалась в соответствии с классическими законами для материальных точек. Для этого нужно, чтобы не только понятия координат и импульсов имели смысл, но чтобы можно было говорить столь же определенно о значении силы, действующей на частицу. Это можно сделать, если градиент потенциальной энергии частицы во внешнем поле – достаточно медленно меняющаяся функция своих аргументов, координат.

В случае же движения электрона в атоме напряженность электрического поля атомного ядра сильно меняется на расстояниях порядка длины волны де Бройля λ электрона в атоме. В этом случае λ , Δx , диаметр атома – величины одного и того же порядка. Вследствие этого невозможно считать электрон локализованным в «точке» – малой области внутри атома. Область локализации электронов в атоме составляет весь объем атома. Именно это обстоятельство и делает неприменимыми законы классической механики и электродинамики к движению электронов в атоме. Все затруднения планетарной модели атома связаны с тем, что электрон представлялся как точечный заряд, движущийся по вполне определенной круговой или эллиптической орбите, как планеты вокруг Солнца. Основное условие применимости к электрону классических законов и представлений о траектории в атоме не соблюдено. Поэтому причину наличия в атоме определенных «разрешенных» энергетических уровней следует искать в волновых свойствах и закономерностях движения реальных, не «точечных» электронов. Именно в этих закономерностях и следует искать объяснение постулатов Бора.

Каковы же эти закономерности? Для классических объектов мы их формулировали в виде принципа причинности (5.2), позволяющего находить изменения координаты и импульса частицы с течением времени. Аналогичный принцип причинности в квантовой механике должен быть сформулирован для волновой функции ψ и позволять рассчитывать изменение этой функции со временем в любой точке, т. е. величину $\frac{d\psi}{dt}$. К формулировке этого волнового уравнения и определению динамических переменных мы вернемся в следующем параграфе. Здесь же остановимся еще на физическом смысле ψ -функции и ее связи с локализацией электрона, основанной на соотношении неопределенностей (4.14).

Значения величин, характеризующих состояние частицы, динамических переменных, т. е. координат, импульсов, энергии и т. д., должны находиться с помощью этой волновой функции. Это следует хотя бы из того, что ряд динамических переменных может не иметь определенных значений и задачу о движении частицы невозможно сформулировать в виде дифференциальных уравнений, связывающих эти величины. Следовательно, задача состоит, во-первых, в том, чтобы рассчитать изменение функции ψ в любой точке пространства с изменением времени и тем самым определить ее для любых значений x , y , z и t . Следующий шаг состоит в определении значений динамических переменных, если известна волновая функция ψ .

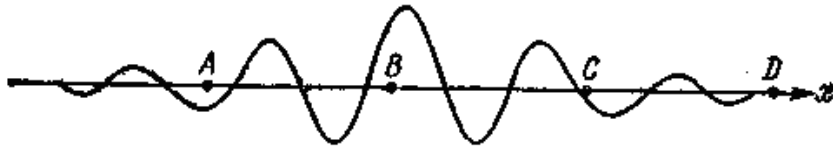


Рис. 57. Волновой пакет

Пусть, например, волновой пакет, изображенный на рис. 57, описывает движущийся электрон, а в точках A , B , C , D находятся ионы. Электрон может захватываться ионом, причем разность энергий свободного электрона и электрона на орбите отдается с излучением в момент захвата электрона. Каким же из ионов – A , B , C или D – будет захвачен электрон? В рассматриваемый момент времени захват ионом D исключен, так как в области D электронная волна равна нулю. Но ионы A , B , C могут претендовать на захват электрона, и вопрос о том, каким же ионом будет захвачен электрон, не решается однозначно. Квантовая механика на основании знания ψ -функции может указать лишь вероятность одного из возможных здесь процессов.

К толкованию ψ -функции можно подойти, сравнивая ее с толкованием электромагнитной волны. Плотность энергии (и массы) электромагнитной волны пропорциональна квадрату напряженности электрического и магнитного полей. Как уже указывалось, знание вида волны де Бройля, т. е. ψ -функции, еще не позволяет однозначно судить о направленности возможных процессов. Можно судить лишь о вероятности того или иного из возможных процессов. В соответствии с этим произведение квадрата модуля волновой функции ψ на dV

$$|\psi|^2 dV \quad (5.3)$$

физически толкуется как вероятность того, что действие электрона будет обнаружено в элементе объема dV . Следовательно, $|\psi|^2$ толкуется как плотность вероятности обнаружения электрона.

Сумма величин $|\psi|^2 dV$ по всему пространству (т. е. интеграл) есть вероятность обнаружения частицы где бы то ни было в пространстве. Но так как частица существует, то она обязательно где-либо обнаружится – это достоверно. А вероятность достоверного события есть единица. Следовательно, ψ -функция должна удовлетворять условию

$$\int |\psi|^2 dV = 1, \quad (5.4)$$

носящему название условия нормировки. Условие нормировки удовлетворяется подбором постоянного множителя. В дальнейшем мы будем считать, что все ψ -функции, описывающие частицу, нормированы, т. е. удовлетворяют (5.4).

Классическая механика позволяет найти в любой момент времени состояние системы, положения, скорости, энергии образующих ее тел в любой момент времени, если заданы начальные состояния этих тел (их положения и скорости) и силы, действующие между ними.

Аналогичные задачи определения состояния системы в произвольный момент времени по начальному состоянию решает и квантовая механика. Однако специфические особенности квантовомеханических объектов – микрочастиц –

приводят к тому, что методы теоретического анализа их поведения резко отличаются от классических методов анализа.

В чем основное различие задач, стоящих перед исследователем обычных, макроскопических объектов и исследователем мельчайших частичек вещества? *Более того, в чем принципиальные различия макро- и микро объектов?*

Существенным различием макромира и микромира является то, что в макромире все объекты одного сорта различны, а в микромире — одинаковы [6]. В самом деле, все дома различны, все люди разные, не бывает двух в точности одинаковых песчинок и т. д. И наоборот: опыт свидетельствует, что все электроны одинаковы, все протоны одинаковы и все атомы одного сорта тоже вполне одинаковы. В точности одинаковы и спектры, испускаемые атомами одного и того же сорта (например, атомами водорода или атомами гелия и т. д.).

Можно поставить общий вопрос: в каких условиях объекты могут оказаться в точности одинаковыми? Для выяснения этого вопроса вырежем из прямой несколько отрезков. Как бы мы ни старались сделать их одинаковыми, в конце концов всегда окажется, что длины отрезков все-таки несколько отличаются друг от друга: не во втором, так в пятом знаке, а если не в пятом, то в десятом, и т. д. Отрезки, длина которых может изменяться непрерывно, всегда имеют несколько различные длины и потому отличаются друг от друга. Если же мы возьмем набор целых чисел и выберем из него, например, все двойки, то эти двойки будут вполне и в точности одинаковы. Мы видим, таким образом, что точная одинаковость возникает в тех случаях, когда свойства объектов изменяются дискретно, и невозможна при их непрерывном изменении. Все атомы водорода оказываются одинаковыми между собой, потому что атом может иметь или один, или несколько электронов, но не может иметь дробного их числа, потому что заряд электрона не может принимать даже нескольких, а имеет всегда одно и то же строго определенное значение, и т. д.

И наоборот, дискретность микромира следует уже из одинаковости микрочастиц. Если бы квантовая механика не приводила к дискретности, можно было бы сразу утверждать, что она неверна!

Для уравнений движения материальной точки (5.2) характерно следующее: искомые величины, координаты x , y , z и импульсы p_x , p_y , p_z входят в уравнения «на равных правах», одновременно определяются для любого момента времени t [3]. Более того, определение одних без других попросту невозможно.

Совершенно иначе, как мы уже видели, обстоит дело в квантовой механике, а поэтому уравнения движения в квантовой механике должны отличаться от классических уравнений движения. В этом легко убедиться на примере основного закона классической динамики – второго закона Ньютона. Материальная точка движется в заданном поле $f = f(r)$. Второй закон Ньютона можно написать так:

$$dp = f(r)dt, \quad (5.5)$$

где

$$p = m \frac{dr}{dt}. \quad (5.6)$$

Задаваясь начальными значениями r_0 и p_0 , находим $r(t)$ и $p(t)$ с помощью этих уравнений для любого момента времени. В квантовой теории так поступать нельзя.

Пусть, например, в начальный момент задано точное значение p . Но тогда правая часть первого из уравнений теряет смысл: частица не локализована и сила $f(r)$ как функция положения частицы r теряет смысл. Не имеет смысла и второе уравнение – нельзя точно определенный импульс выразить в виде производной от совершенно неопределенной координаты. Стало быть, в принципе уравнения движения не могут иметь вид дифференциальных уравнений, связывающих все динамические переменные, ибо если половина их определена точно, то вторая половина остается неопределенной.

Поэтому математический аппарат квантовой механики резко отличается от аппарата классической физики. Вместо прямого определения динамических переменных x, y, z, p_x, p_y, p_z как функций времени t квантовая механика ставит себе задачей нахождение «волновой функции» ψ , описывающей состояние частицы. Состояние частицы, т. е. вид волновой функции, определяется ее движением и взаимодействием с другими частицами вещества. Уравнение для волновой функции ψ было найдено впервые Шредингером и носит его имя. Однако перед тем как перейти к обсуждению этого уравнения, позволяющего определить ψ -функцию, отметим следующее.

Нахождением ψ -функции вопрос о значении тех или иных динамических переменных еще не снимается. Как определить (зная уже ψ -функцию) величину какой-либо динамической переменной, например, составляющей импульса p_x ? Если окажется, что в данном состоянии динамическая переменная не имеет определенного значения, как определить вероятность обнаружения того или иного значения этой переменной и ее среднее значение? Такие задачи решаются своеобразным приемом.

Каждой динамической переменной сопоставляется определенная математическая операция над ψ -функцией, с помощью которой определяют значение этой переменной. Иными словами, каждой переменной соответствует свой оператор, с помощью которого находится значение этой динамической переменной. Что это означает, будет ясно из следующего примера.

Рассмотрим случай, когда частица движется вдоль оси x , причем ее импульс определен точно: $p_x = p$. При этом частица не локализована в какой-либо определенной области пространства, но занимает (в этом идеализированном случае) все пространство. Такая частица описывается монохроматической волной. Фаза этой волны имеет обычный вид:

$$\varphi = 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (5.7)$$

Используя выражение для энергии $E = h\nu$ и импульса $p = \frac{h}{\lambda}$, можно преобразовать его к виду:

$$\varphi = \frac{2\pi}{h} (Et - px) = \frac{1}{\hbar} (Et - px). \quad (5.8)$$

Волновая функция незаряженной частицы, например фотона, выражается тригонометрическими функциями $\cos \varphi$ или $\sin \varphi$. Для заряженных частиц (электронов) ψ -функция комплексна и имеет вид

$$\psi = a (\cos\varphi - i \sin\varphi) = ae^{-i\varphi} = ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} \quad (5.9)$$

где

$$i = \sqrt{-1}, \text{ т. е. } i^2 = -1.$$

Продифференцируем ψ -функцию по координате x :

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{i}{\hbar} p a e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} = \frac{i}{\hbar} p \psi = -\frac{1}{i\hbar} p \psi$$

или иначе:

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi = p \psi. \quad (5.10)$$

Таким образом, значение динамической переменной $p_x = p$ получается в виде множителя при ψ , если применить к этой волновой функции ψ математическую операцию $-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$. Будем называть $-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ оператором, представляющим динамическую переменную p_x и обозначать следующим образом:

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} = \hat{p}_x. \quad (5.11)$$

Значок над p_x показывает, что речь идет не о динамической переменной p_x , но о представляющем эту величину операторе.

Уравнение (5.10) может быть переписано так:

$$\hat{p}_x \psi = p \psi; \quad (5.12)$$

Применение оператора \hat{p}_x динамической переменной p_x к ψ ; дает численное значение этой переменной p , помноженное на ψ . Из равноправия осей следует, что операторы, соответствующие составляющим импульса по осям y и z , имеют вид

$$\hat{p}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} \quad \text{и} \quad \hat{p}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}. \quad (5.13)$$

Применим один из этих операторов к ψ -функции (5.9). Тогда

$$\hat{p}_y \psi = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} a e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} = 0 = 0\psi,$$

и аналогично

$$\hat{p}_z \psi = 0\psi.$$

Полученный результат показывает, что рассматриваемая ψ -функция (5.9) описывает состояние, в котором составляющие импульса имеют вполне определенные значения:

$$p_x = p, \quad p_y = 0 \text{ и } p_z = 0.$$

Такая ψ -функция (5.9), которая описывает состояние с определенным значением импульса p_x , называется собственной функцией импульса, а величина импульса в этом состоянии $p_x = p$ – его собственным значением.

Примем в качестве исходного постулата квантовой теории уравнение Шредингера, с помощью которого определяется волновая функция ψ и которое в развернутом виде пишется так:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \right\} \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (5.14)$$

В стационарном состоянии энергия частицы E должна оставаться неизменной с течением времени. Это значит, что волновая функция ψ должна быть собственной функцией оператора энергии \hat{E} , и применение этого оператора эквивалентно умножению ψ на постоянный множитель E , т. е.

$$\hat{E}\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E\psi, \quad (5.15)$$

и уравнение Шредингера для стационарных состояний имеет вид:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \right] \psi = E\psi. \quad (5.16)$$

Уравнения, вообще говоря, являются уравнениями в частных производных. Математика учит, что для однозначного решения таких уравнений нужны дополнительные ограничения, например, граничные и начальные условия. Условия, которые накладывает квантовая механика на решения уравнений, имеют несколько другой характер: физический смысл могут иметь лишь решения всюду конечные, однозначные, непрерывные и гладкие.

§ 5.2. Примеры. Электрон в «ящике». Осциллятор

Введенное в предыдущем параграфе уравнение Шредингера позволяет решать практические задачи и находить стационарные и нестационарные состояния движения частиц в различных внешних полях [3]. Отдельные важные примеры могут быть разобраны и без полного решения уравнения Шредингера, используя лишь представление о ψ -функции как о волне и учитывая ограничения, накладываемые на нее специфическими условиями данной задачи.

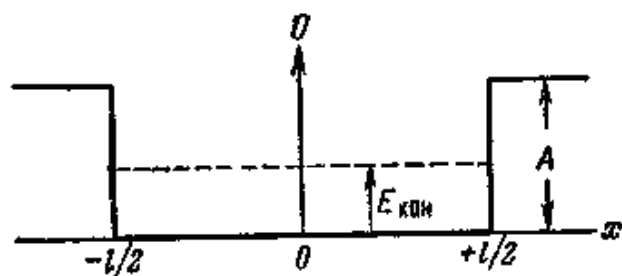


Рис. 58. Кинетическая и потенциальная энергия электрона

Пример 1. Электрон в «ящике». Электрические свойства металлов объясняются наличием в них свободных электронов. Результирующая сила, действующая на такой электрон со стороны ионов и всех остальных электронов, в среднем равна нулю. Следовательно, потенциальная энергия электрона внутри металла постоянна и ее можно выбрать за начало отсчета и положить равной нулю:

$$U_{внутр} = 0. \quad (5.17)$$

На границах металла расположен двойной электрический слой, для

преодоления которого нужно затратить работу выхода A . Поэтому потенциальная энергия электрона вне металла:

$$U_{\text{внешн}} = A > 0. \quad (5.18)$$

Для простоты начнем рассмотрение с одномерной задачи. Направим ось x перпендикулярно к границам бруска металла длиной l . Начало координат O помещено в центр бруска. Потенциальная энергия U как функция координаты x показана на рис. 58.

Пока кинетическая энергия электрона в металле мала по сравнению с высотой стенок «потенциальной ямы»:

$$E_{\text{кин}} \ll A, \quad (5.19)$$

электронные волны будут испытывать на границах потенциальной ямы полное внутреннее отражение и, аналогично световым волнам, практически не просачиваются наружу. В качестве первого приближения, дающего основные характеристики движения свободных электронов в металле, рассмотрим одномерный «ящик» с энергетически бесконечно высокими стенками ($A \rightarrow \infty$), изображенный схематически на рис. 58.

ψ -функция отлична от нуля внутри такого ящика и равна тождественно нулю за его пределами и на самой границе, т. е. там, где электрон не может быть обнаружен.

Двигаясь свободно внутри ящика ($U = 0$), электрон должен сохранять свой импульс $p_x = \text{const} = p$ и описываться плоской волной типа (5.9). Однако при столкновении со стенкой импульс должен изменить свой знак на обратный: $p_x = -p$. Вероятности обоих значений импульса $\pm p$ одинаковы, и в соответствии с правилами:

$\hat{p}_x \psi_i = p_i \psi_i$, а волновой пакет ψ будет иметь вид $\psi = \sum_i c_i \psi_i$, где ψ -функция электрона в ящике должна быть суперпозицией двух плоских волн типа (5.9) с противоположными знаками у p_x и одинаковыми квадратами амплитуд $|c_1|^2 = |c_2|^2$, т. е. $c_1 = \pm c_2$. Поэтому

суперпозицией двух плоских волн типа (5.9) с противоположными знаками у p_x и одинаковыми квадратами амплитуд $|c_1|^2 = |c_2|^2$, т. е. $c_1 = \pm c_2$. Поэтому

$$\psi = \psi_1 \pm \psi_2 = c \left\{ e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} \pm e^{\frac{i}{\hbar}(Et + px)} \right\} = ce^{-\frac{2\pi i}{h}Et} \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} \left(\frac{2\pi px}{h} \right) \quad (5.19)$$

Легко проверить прямой подстановкой, что это выражение ψ есть частное решение уравнения Шредингера (5.16) для рассматриваемого случая, т. е. когда в области, где $\psi \neq 0$, потенциальная энергия $U(x, y, z) = 0$.

Комплексный множитель $ce^{-\frac{2\pi i}{h}Et}$ показывает, что волновая функция ψ есть периодическая функция

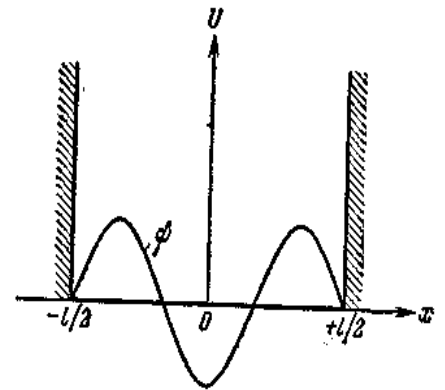


Рис. 59. ψ -функция в потенциальном ящике с бесконечно высокими стенками

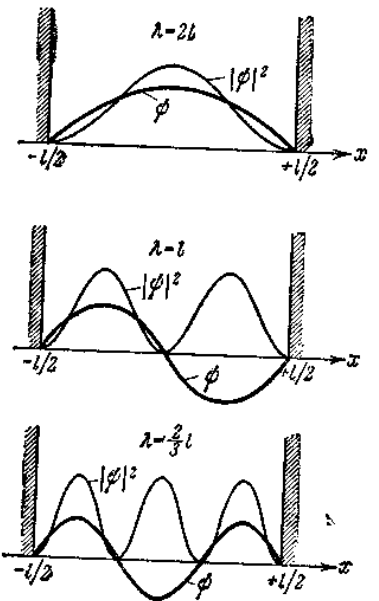


Рис. 60. Плотность вероятности

времени и частоты $\nu = \frac{E}{h}$.

Однако непосредственный физический смысл имеет не сама ψ -функция, а квадрат ее модуля $|\psi|^2$, дающий плотность вероятности обнаружения электрона ($|\psi|^2 dV$ есть вероятность его обнаружения в объеме dV). Квадрат модуля комплексного множителя есть постоянная, равная

$$ce^{-\frac{2\pi i Et}{h}} c^* e^{+\frac{2\pi i Et}{h}} = cc^* = |c|^2.$$

Следовательно, функция (5.19) описывает стационарное состояние, в котором распределение вероятности обнаружения электрона в разных участках внутри ящика $|\psi|^2$ остается неизменным с течением времени.

Второй сомножитель в (5.19), \cos или \sin от аргумента

$$\frac{2\pi px}{h} = 2\pi \frac{x}{\lambda},$$

характеризует стоячую волну с длиной $\lambda = \frac{h}{p}$, образовавшуюся в результате наложения двух противоположно направленных бегущих волн (5.9). На стенках ящика ψ -функция должна обращаться в нуль, т. е. эти точки должны быть узлами стоячей волны. Для того чтобы удовлетворить последнему условию, на длине ящика l должно укладываться целое число ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$) полувольт, т. е. $l = n \frac{\lambda_n}{2}$

или
$$\lambda_n = \frac{2l}{n}. \quad (5.20)$$

Числа n называются «квантовыми» числами. На рис. 60 изображены жирными линиями три волны, соответствующие состояниям с наименьшим числом узлов ψ -функции в ящике ($n = 1, n = 2$ и $n = 3$). Тонкими линиями на том же рисунке показана плотность вероятности обнаружения электрона, описываемого соответствующей ψ -функцией, в различных точках внутри ящика, т. е. функция $|\psi|^2$.

Каждой длине волны λ_n отвечает значение величины импульса

$$p_n = \frac{h}{\lambda_n} = n \frac{h}{2l} \quad (5.21)$$

и полная энергия электрона

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = n^2 \frac{h^2}{8ml^2}. \quad (5.22)$$

Схема этих энергетических уровней изображена на рис. 61. При малых n уровни расположены очень густо, но с ростом номера уровня расстояния между ними расширяются.

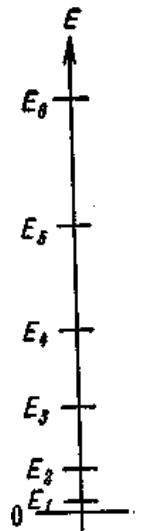


Рис. 61. Уровни энергии электрона

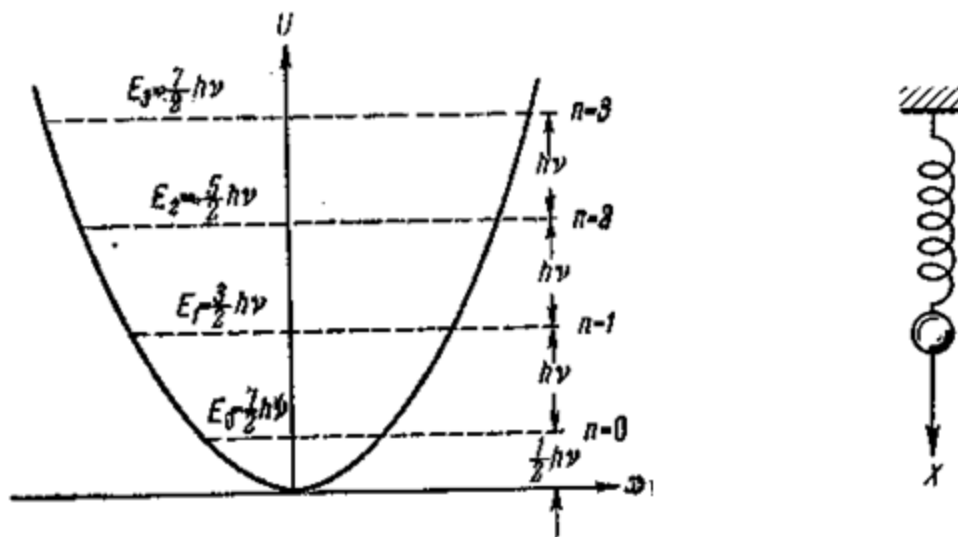


Рис. 62. Модель гармонического осциллятора и уровни его энергии

Пример 2. Одномерный осциллятор (рис. 62). Гармонический осциллятор с массой m , кроме кинетической энергии, обладает и потенциальной энергией. Для одномерного осциллятора эта потенциальная энергия является квадратичной функцией смещения x из положения равновесия:

$$U(x) = \frac{1}{2} kx^2. \quad (5.23)$$

Вид этой функции показан на рис. 62. Кинетическая энергия при одномерном движении

$$K = \frac{p_x^2}{2m}. \quad (5.24)$$

В классической механике такой осциллятор совершает гармонические колебания с собственной частотой:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (5.25)$$

Амплитуда колебаний A и полная энергия $E \sim A^2$ могут принимать любые значения от 0 до ∞ .

В квантовой механике ψ -функция и возможные значения энергии определяются из уравнения Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{2} kx^2\psi = E\psi. \quad (5.26)$$

Это уравнение необходимо решить точно, так как различные элементарные соображения использованные в предыдущих примерах, здесь оказываются несостоятельными из-за наличия переменной потенциальной энергии (5.23).

В классической механике осциллятор, обладающий энергией E_1 , имеет амплитуду $A_1 = \sqrt{\frac{2E_1}{k}}$ и координата колеблющейся частицы всегда заключена в интервале

$$-A_1 \leq x \leq +A_1.$$

В квантовой механике эти рассуждения несостоятельны из-за наличия

переменной ψ -функция осциллятора отлична от нуля и вне этих пределов. Единственным условием, наложенным на ψ -функцию, является достаточно быстрое убывание вероятности обнаружения осциллятора далеко от положения равновесия, т. е. при

$$x \rightarrow \pm \infty, \psi(x) \rightarrow 0. \quad (5.27)$$

В результате решения уравнения (5.26) с граничным условием (5.27) оказывается, что энергия осциллятора может принимать лишь дискретные значения:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu, \text{ где } n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.28)$$

Эти возможные уровни энергии показаны на **рис. 61** пунктиром. На **рис. 63** приведен вид волновых функций ψ_0, ψ_1 и ψ_2 для первых трех значений энергии.

Минимальная энергия осциллятора оказывается неравной нулю, как это получалось при классическом рассмотрении. Ее значение

$$E_0 = \frac{1}{2} h\nu.$$

Далее все энергетические ступеньки имеют одну и ту же высоту:

$$E_{n+1} - E_n = \left(n + 1 + \frac{1}{2}\right) h\nu - \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu = h\nu. \quad (5.29)$$

Как показывает дальнейший теоретический анализ, квантовый электрический осциллятор (диполь) может при взаимодействии с электромагнитным полем переходить лишь на соседние уровни – вверх (с поглощением фотона) или вниз (с испусканием). При этом частота фотона равна собственной частоте осциллятора ν , а его энергия равна разности энергий между двумя соседними уровнями осциллятора, т. е. $h\nu$. Таким образом, осциллятор частоты ν испускает излучение той же частоты ν , как и в классической теории. Существенное различие состоит в механизме излучения: классический осциллятор испускает излучение непрерывно, постепенно затухая при этом.

Квантовый осциллятор в стационарном состоянии совершает колебания, ничего не излучая. Излучение возникает лишь при переходе осциллятора из данного энергетического состояния в ближайшее нижнее. При этом вся энергия, теряемая осциллятором, отдается с одним единственным, возникающим в момент перехода фотоном. Будучи в состоянии с минимальной энергией $E_0 = \frac{1}{2} h\nu$, осциллятор колеблется, но излучения испустить не может.

То же относится к поглощению излучения. Классический осциллятор способен черпать энергию из поля излучения непрерывно, так же непрерывно увеличивая амплитуду колебаний. Квантовый осциллятор поглощает излучение (частоты ν) порциями, поднимаясь скачком на ближайший энергетический

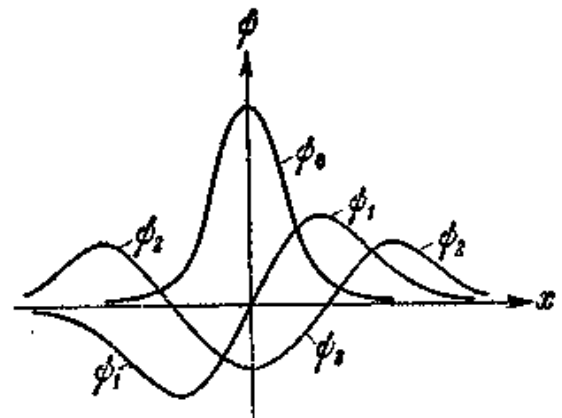


Рис. 63. Вид ψ -функции

уровень.

Пример 3. Другой вариант задачи об осцилляторе [2].

В атомной физике к осциллятору сводится задача о колебаниях молекул и многие другие важные задачи. При решении таких задач следует, конечно, применять не классическую, а квантовую механику.

Для решения задачи о квантово-механическом осцилляторе необходимо найти конечное, однозначное, непрерывное и гладкое решение уравнения Шредингера

при $U = \frac{kx^2}{2}$, т. е. уравнения

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{k}{2} x^2 \psi = E\psi. \quad (5.30)$$

Используя полученные выше выводы, мы можем предсказать, что решение будет удовлетворять всем необходимым условиям не при всех, а лишь при некоторых дискретных значениях энергии осциллятора, так как при удалении от положения равновесия потенциальная энергия быстро возрастает, и колеблющаяся частица не может «уйти в бесконечность». Точное решение уравнения (5.30) приводит к следующему выражению для спектра возможных значений энергии осциллятора (математические выкладки слишком длинны, и мы их опускаем):

$$E_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \hbar \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (5.31)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$

Как и следовало ожидать, наименьшее значение энергии осциллятора не равно нулю: при $n = 0$ $E_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{\hbar}{2}$.

Значение E_0 называется «нулевой энергией». Квантово-механическая частица не может «лежать» на дне параболической потенциальной ямы, точно так же как она не может лежать на дне прямоугольной или какой бы то ни было другой потенциальной ямы конечной ширины. Порядок величины для E_0 может быть оценен из соотношения неопределенности.

Сравним (5.31) с выражением (5.22) для возможных значений энергии в прямоугольной яме. В отличие от энергии уровней в прямоугольной яме, энергия осциллятора пропорциональна первой степени n , так что энергетические уровни оказываются равноотстоящими один от другого (эквидистантными). Эти энергетические уровни изображены на **рис. 61**. Осциллятор «может находиться» на любом из изображенных уровней энергии, но не может находиться между уровнями. Чтобы «раскачать» осциллятор, нужно добавить ему энергию, равную разности энергий соседних уровней:

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \hbar.$$

Если передача энергии осуществляется посредством фотона, то для частоты фотона имеем

$$\omega = \frac{\Delta E}{\hbar} = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (5.32)$$

Выражение (5.32) совпадает с выражением $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ для собственной частоты классического осциллятора.

Остановимся на некоторых особенностях классического и квантово-механического осциллятора. У классического осциллятора зависимость амплитуды колебаний от частоты раскачивающей силы имеет резко выраженный резонансный характер: осциллятор реагирует лишь на одну частоту, равную частоте собственных колебаний $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Квантово механический осциллятор на первый взгляд кажется способным поглощать целый набор частот, кратных частоте (5.32), и переходить при этом с нулевого на один из верхних уровней (пунктирные стрелки на **рис. 61**).

Чтобы выяснить, как обстоит дело с реальными микроскопическими осцилляторами, например с молекулами, необходимо изучить процесс взаимодействия света (фотонов) с молекулами и научиться писать и решать уравнения для систем, меняющих свое состояние во времени (в процессе взаимодействия). Такие задачи решаются, но находятся вне рамок данного курса. Точный расчет показывает, что у осциллятора, взаимодействующего со светом, должны осуществляться переходы только между соседними уровнями; остальные переходы «запрещены» и происходить не могут.

Этот результат можно понять и без расчета, с помощью принципа соответствия. Будем рассуждать так: при очень больших n квантово-механическое решение должно совпадать с классическим, а классический результат приводит к единственному значению резонансной

частоты $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Значит, по крайней мере для высоких уровней, должны существовать правила, запрещающие перескакивание через несколько уровней. Так как картина уровней от величины n не зависит, то следует ожидать, что это правило справедливо для любых n .

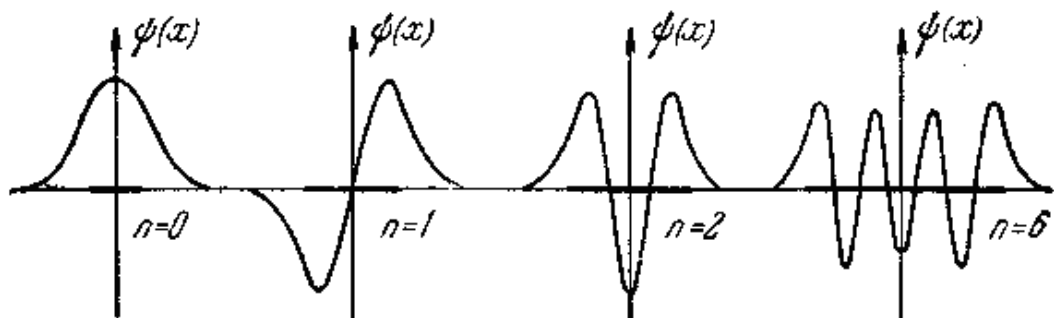


Рис. 64. Решение уравнения Шредингера

На **рис. 64** изображены графики ψ -функций, являющихся решениями уравнения (5.30) при $n = 0, 1, 2$ и 6 ; вдоль оси X отложены отрезки, равные удвоенным амплитудам колебаний классического осциллятора при E , равных E_n . На **рис. 65** сплошными кривыми изображены кривые распределения плотности вероятности

$|\psi(x)|^2$ для тех же состояний квантового осциллятора, а пунктиром – плотность вероятности найти классический осциллятор в окрестности точки x . Мы видим, что при малых квантовых числах n квантово-механический осциллятор ведет себя совершенно иначе, чем классический. Вероятность найти классический осциллятор всегда является наибольшей для точек поворота, так как в этих точках его скорость равна нулю, а для квантово-механического осциллятора вероятность оказывается максимальной в точках, соответствующих «пучностям» ψ -функции. Но при больших n усредненная кривая для распределения плотности вероятности квантово-механического осциллятора хорошо согласуется с кривой для классического осциллятора.

Отметим еще одну особенность квантово-механического осциллятора. Из **рис. 64** и **65** видно, что $\psi(x)$, а следовательно, и $|\psi(x)|^2$ не равны нулю за точками поворота (т. е. вне пределов, ограничивающих движение классического осциллятора). Такое поведение ψ -функции, как уже объяснялось в предыдущем параграфе, связано с тем, что она должна быть непрерывной и гладкой везде, в том числе у точек «поворота».

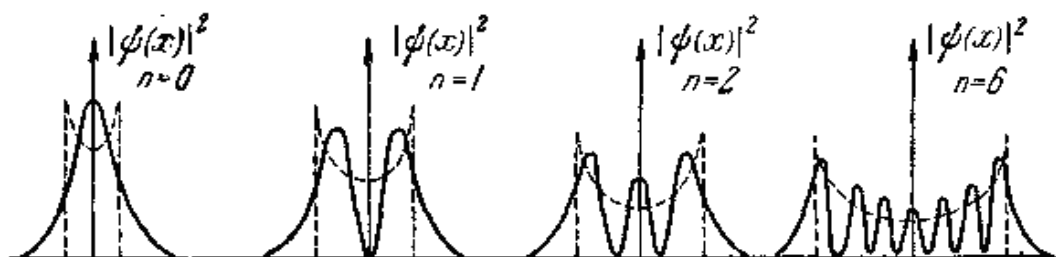


Рис. 65. Иллюстрация принципа

Применим полученные выводы к колебаниям молекул. Молекулы состоят из связанных между собой атомов. Связь осуществляется внешними (валентными) электронами атомов; внутренние электроны, расположенные наиболее близко к ядрам атомов, в образовании молекул не участвуют.

Различают два типа связи атомов в молекулах: ионную и ковалентную.

Ионная связь возникает в тех случаях, когда передача электрона (или нескольких электронов) от одного атома к другому оказывается энергетически выгодной. В этих случаях атомы превращаются в положительный и отрицательный ионы, и связь в молекуле возникает из-за кулоновского взаимодействия этих ионов. Ионная связь осуществляется в основном в неорганических молекулах. В качестве примера молекулы с чисто ионной связью рассмотрим молекулу NaCl. У атома Na единственный валентный электрон находится на внешней оболочке и с атомом связан очень слабо, а в атоме Cl на внешней оболочке не хватает одного электрона. Поэтому атомы Na «легко» отдают валентные электроны, а атомы Cl «охотно» присоединяют их. При этом получают два противоположно заряженных иона Na^+ и Cl^- , которые притягиваются друг к другу, в результате чего и образуется молекула NaCl. Отметим, что все ионные соединения диссоциируют и образуют электролиты.

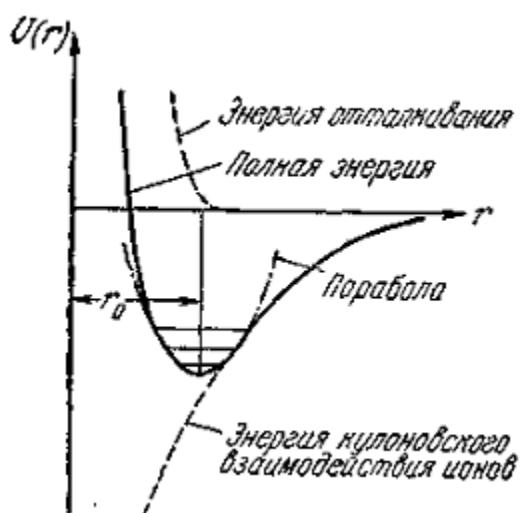


Рис. 66. Энергия взаимодействия молекул

На рис. 66 изображена потенциальная кривая для двухатомной молекулы с ионной связью. По оси абсцисс отложено r — расстояние между ядрами атомов. При больших r энергия взаимодействия ионов $U(r)$ равна нулю. При уменьшении r начинают действовать силы притяжения между ионами; при $r = r_0$ эти силы уравниваются отталкиванием электронных оболочек, и при дальнейшем уменьшении r энергия взаимодействия возрастает. Таким образом, потенциальная энергия молекул с ионной связью описывается «потенциальной ямой». В случае ковалентной связи происходит «обобществление» некоторых электронов, принадлежавших до образования молекулы

разным атомам. Покажем качественно, что такое «обобществление» энергетически выгодно. В очень грубом приближении можно считать, что электрон, связанный с атомом, находится в потенциальном ящике шириной a , равной диаметру атома. Энергия таких электронов может быть оценена с помощью формулы

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} k_1^2 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m \cdot a^2} \cdot n^2, \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots$$
 Из этой формулы видно, что энергия электрона обратно пропорциональна a^2 . Если происходит образование молекулы из атомов за счет «обобществления» электронов, то для каждого из электронов, участвующих в связи, расширяется пространство, в котором он может двигаться, а его энергия при этом уменьшается.

Типичной молекулой с ковалентной связью является молекула водорода H_2 . Во многих органических молекулах также осуществляется ковалентная связь. Часто встречается смешанная связь, например, почти ковалентная связь с небольшим процентом «ионности».

Наименьшей энергии молекул с ковалентной связью также соответствует некоторое равновесное состояние между атомами при $r = r_0$, и потенциальная кривая таких молекул имеет те же особенности, что и кривая на рис. 66. Из вида этой кривой следует, что атомы в молекуле могут совершать колебания относительно равновесного расстояния между атомами, и у молекулы, следовательно, должны существовать дискретные колебательные уровни энергии. Нижняя часть потенциальной кривой совпадает с параболой, поэтому при малых колебаниях молекулы ведут себя почти как идеальные гармонические осцилляторы, и их нижние колебательные уровни должны быть эквидистантными, как это изображено на рис. 66.

Наличие дискретных колебательных уровней у молекул приводит к появлению в молекулярных спектрах линий, связанных с переходами между этими уровнями. Мы уже отмечали, что правила отбора разрешают переходы только между соседними колебательными уровнями, и, таким образом, весь колебательный спектр слабо возбужденной молекулы должен состоять всего из одной линии. Так как расстояния между колебательными уровнями сравнительно невелики ($\sim 0,1$

$\div 1\text{эВ}$), то такие линии обнаруживаются в инфракрасных спектрах поглощения молекул ($\lambda = 0,5 \div 5 \text{ мк}$).

§ 5.3. Потенциальный барьер. Туннельный эффект

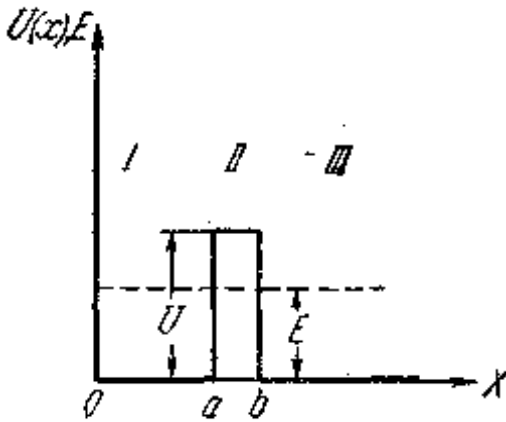


Рис. 67. Потенциальный барьер

Проникновение частиц в область, где потенциальная энергия оказывается больше полной, может проявляться в ряде важных физических явлений [2]. Рассмотрим потенциальную яму, изображенную на рис. 67. Область, в которой потенциальная энергия отлична от нуля, занимает не все полупространство $x > a$, а узкую область от a до b . Область $a < x < b$ называют в этом случае потенциальным барьером. Запрет в начале опыта серию частиц в области $0 < x < a$. Экспоненциальное решение в точке b будет мало,

но все-таки отлично от нуля. Наши частицы смогут поэтому проникнуть в область III, расположенную за потенциальным барьером, и уйти из потенциальной ямы. Попавшие в область III частицы будут беспрепятственно уходить в сторону больших x и обратно не вернуться. Через достаточно большой промежуток времени все частицы уйдут из области $0 < x < a$.

Просачивание частиц сквозь потенциальный барьер носит название туннельного эффекта.

Как ясно из предыдущего, задача о проникновении частиц сквозь потенциальный барьер является примером из квантовой механики нестационарных систем (систем, состояние которых зависит от времени). Рассмотрение таких задач, вообще говоря, выходит за рамки этой книги.

ψ -функция частиц за потенциальным барьером отличается от ψ -функции перед барьером множителем $e^{-k_2(b-a)}$.

Вероятность нахождения частицы определяется квадратом волновой функции. Плотность частиц за барьером поэтому отличается от плотности частиц до барьера множителем

$$D = e^{-2k_2(b-a)} = \exp \left[-2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U-E)} \cdot (b-a) \right]. \quad (5.33)$$

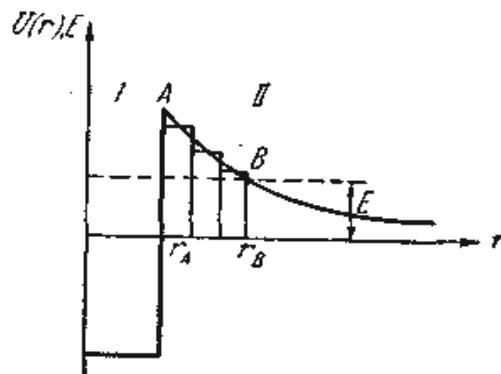


Рис. 68. Аппроксимация потенциального барьера прямыми ступеньками

Величина D называется проницаемостью барьера. Важным примером прохождения частиц сквозь потенциальный барьер является α -распад радиоактивных ядер. При α -распаде материнское ядро испускает α -частицу, состоящую из двух протонов и двух нейтронов. На **рис. 68** изображен график потенциальной энергии взаимодействия α -частицы с оставшимся дочерним ядром. При больших расстояниях между ядром и α -частицей их взаимодействие с хорошей точностью описывается законом Кулона

$$U_{\Pi}(r) = \frac{Ze \cdot ze}{r} \quad (5.34)$$

где Ze – заряд дочернего ядра, ze – заряд α -частицы ($z = 2$). Этот участок кривой обозначен на **рис. 68** римской цифрой *II*. При малых расстояниях между дочерним ядром и α -частицей начинают сказываться короткодействующие силы притяжения – ядерные силы. Поэтому при малых расстояниях потенциальная энергия меняет знак и становится отрицательной. Зависимость ядерных сил от расстояния плохо известна. Сколько-нибудь точно восстановить форму потенциальной ямы в области *I* не удастся. К счастью, результат расчета не очень к этому чувствителен, так что в области *I* яму просто считают прямоугольной. Ширина прямоугольной ямы близка к размерам ядра. Для тяжелых элементов, расположенных в конце периодической системы, r_A по порядку величины равно 10^{-12} см.

Рассмотрим в качестве примера α -распад Po^{210} – одного из наиболее часто применяемых радиоактивных изотопов. Заряд ядра полония равен 84 е. Полоний испускает α -частицы с энергией 5,30 Мэв; его период полураспада равен 138 дн. Дочернее ядро Pb^{206} имеет заряд, равный 82 е.

Вычислим высоту потенциального барьера – значение потенциальной энергии в точке *A* (**рис. 68**). С помощью формулы (5.34) найдем:

$$U_A = \frac{Ze \cdot ze}{r_A} \cong \frac{82 \cdot 2(4,8 \cdot 10^{-10})^2}{10^{-12}} = 3,7 \cdot 10^5 \text{ эрг} \cong 23 \text{ Мэв} .$$

Мы видим, что энергия α -частиц существенно меньше высоты барьера, так что α -распад возможен только в результате туннельного эффекта.

Формула (5.33) описывает вероятность прохождения частиц под прямоугольным барьером, в то время как форма барьера при α -распаде скорее треугольная, чем прямоугольная. Выражение для прозрачности барьера произвольной формы в общем виде получить не удастся. Приближенное же значение для проницаемости барьера можно получить, заменяя истинную форму барьера суммой прямоугольных участков, как это показано на **рис. 68**. Полная картина прохождения частицы сквозь такой барьер складывается из ослабления волновой функции при движении на отдельных участках и из последовательных отражений от границ участков. Если барьер достаточно плавлен (его высота мало меняется на расстоянии, равном длине волны), отражения не очень существенны и ослабление волновой функции в основном определяется ее затуханием при движении в областях с $E < U$. В этом случае коэффициент прозрачности всего барьера D равен произведению коэффициентов прозрачности D_i соответствующих участков. При перемножении показатели экспонент складываются так, что:

$$D = \exp \left(-2 \sum_i \Delta r_i \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (U_i - E)} \right) \rightarrow \exp \left(-2 \int_{r_A}^{r_B} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} [U(r) - E]} \cdot dr \right). \quad (5.35)$$

Можно оценить показатель экспоненты в формуле (5.35); он близок к 60. Таким образом, проницаемость кулоновского барьера для α -распада оказывается очень малой, а периоды полураспада радиоактивных ядер, которые обратно пропорциональны коэффициентам прозрачности, наоборот, очень велики.

ЛЕКЦИЯ 6

ГЛАВА 6. СТРОЕНИЕ И СПЕКТРЫ АТОМОВ

§ 6.1. Водородоподобный атом

Рассмотрим движение электрона с зарядом $-e$ в поле ядра [3]. Заряд ядра обозначим через $+Ze$. При $Z = 1$ будем иметь простейший атом водорода H . Значение $Z = 2$ соответствует однократно ионизованному иону гелия He^+ , значение $Z = 3$ – дважды ионизованному атому лития Li^{++} и т.д. Рассмотрение такого водородоподобного атома (с одним только электроном) представляет интерес и для качественного анализа поведения внешнего валентного электрона щелочных металлов и свойств самых внутренних, ближайших к ядру, электронов сложных атомов.

Благодаря очень большой по сравнению с электроном массе ядра последнее можно считать в первом приближении неподвижным. Размеры ядра ($\sim 10^{-12} - 10^{-13}$ см) во много раз меньше размеров атома ($\sim 10^{-8}$ см), и ядро можно при этом рассматривать как точечный заряд. Поместим начало координат в этой точке. Точечный заряд $+Ze$ будет создавать вокруг себя электрическое поле, потенциал которого φ на расстоянии r от ядра равен:

$$\varphi = \frac{Ze}{r}. \quad (6.1)$$

Электрон, находящийся в этой точке, имеет потенциальную энергию:

$$U(r) = -e\varphi = -\frac{Ze^2}{r}. \quad (6.2)$$

При этом произвольная постоянная выбрана так, чтобы потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром обращалась в нуль, когда расстояние между ними равно бесконечности ($U(\infty) = 0$).

Подставляя выражение для потенциальной энергии (6.2) в уравнение Шредингера и решая последнее, можно найти волновые функции и значения энергии в стационарных состояниях атома.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \right] \psi = E\psi. \quad (6.3)$$

Однако аналитическое решение получающегося дифференциального уравнения в частных производных весьма громоздко и выходит за пределы нашего курса. Сложный волновой процесс, представляющий пространственное движение электрона в поле ядра, не допускает простой наглядной интерпретации.

В силу этих причин мы ограничимся не претендующей на точность упрощенной картиной движения электрона в атоме. Истинную пространственную электронную волну заменим линейной волной вдоль замкнутой орбиты. Это приближение позволяет дать наглядное представление о причинах, в силу которых электрон в атоме может иметь лишь дискретный спектр значений энергии (первый постулат Бора). Кроме того, оно дает численные значения энергетических уровней водородоподобного атома и спектральных частот излучения с довольно большой точностью (за исключением так называемой тонкой структуры спектральных линий).

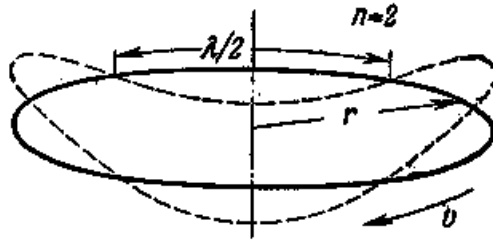


Рис. 69. Волна де Бройля в атоме

Ранее приводилась оценка, показывавшая, что электрон нельзя представлять в виде корпускулы, движущейся по определенной траектории – орбите. В качестве следующего, более разумного приближения будем считать областью локализации электрона всю окружность радиуса r с центром в ядре, изображенную на рис. 69. При круговой скорости электрона v по орбите движется волна де Бройля, показанная на том же рис. 69. Волновая функция изображена символически отклонением пунктирной линии от сплошной. Замкнутость траектории, вдоль которой распространяется волна, накладывает на волновое движение ограничения, подобные тем, которые накладываются закреплением концов струны. Концы струны должны быть узлами стоячей волны, возможной на закрепленной струне. Следовательно, вдоль струны должно укладываться целое число полуволен. Для того чтобы прийти к интересующему нас случаю, представим струну длины l не закрепленной на концах, а согнутой в кольцо с соединенными концами. Теперь концы струны, будучи связаны между собой, должны колебаться одинаково. Это значит, что фазы этих точек должны отличаться на целое число 2π , т.е. на $n \cdot 2\pi$. Следовательно, устойчивое волновое движение на кольцевой струне возможно, если вдоль струны укладывается целое число волн, т.е. $n\lambda$. Итак, в стационарном состоянии длина волны

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (6.4)$$

должна укладываться целое число раз ($n = 1, 2, 3, \dots$) вдоль орбиты длиной $2\pi r$. Следовательно,

$$2\pi r = n \frac{h}{mv}$$

или

$$mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (6.5)$$

Это условие тождественно первому постулату Бора. В это уравнение входят две неизвестные величины – v и r . Для их нахождения нужно еще одно условие. Вдоль всей орбиты $r = \text{const}$, значит, значение электрического потенциала одинаково. Следовательно, условие (сила, действующая на частицу, как целое, практически постоянна) соблюдено и можно воспользоваться классическим вторым законом динамики. При движении вдоль окружности со скоростью v центростремительное ускорение равно $\frac{v^2}{r}$. Произведение массы частицы m на это ускорение должно быть равно силе, испытываемой ею со стороны заряженного ядра: $\frac{Ze^2}{r^2}$. Стало быть, второе условие имеет вид

$$\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

или, после сокращения на r :

$$\frac{Ze^2}{r} = mv^2. \quad (6.6)$$

Таким образом, имеются необходимые два уравнения – (6.5) и (6.6) – для нахождения v и r . Для нахождения r исключим v из уравнений (6.5) и (6.6). Из (6.4) имеем:

$$v = \frac{n\hbar}{mr}. \quad (6.7)$$

Подставляя (6.7) в (6.6), находим:

$$\frac{Ze^2}{r} = m \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r^2},$$

откуда

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2}{mZe^2}, \quad (6.8)$$

где у r стоит индекс n , так как r есть функция только n (множитель при n^2 – постоянная величина), принимающего значения 1, 2, 3, ...

Получаем, таким образом, дискретный ряд возможных орбит, которые, по Бору, будем называть разрешенными. Найдем радиус первой, наименьшей разрешенной орбиты атома водорода ($Z = 1$):

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{me^2} = \frac{(1,054)^2 \cdot 10^{-54}}{9,1 \cdot 10^{-28} (4,80)^2 \cdot 10^{-20}} \left[\frac{(\hbar^2)^2}{\hbar^3 / \hbar^2} \right] = 0,529 \cdot 10^{-8} \text{ см} = 0,529 \text{ \AA}. \quad (6.9)$$

Из (6.8) следует, что для водорода

$$r_n = n^2 r_1 = n^2 \cdot 0,529 \text{ \AA}. \quad (6.10)$$

Таким образом, радиусы разрешенных орбит растут как квадраты целых чисел. Диаметр атома водорода при $n = 1$ составляет около 1 \AA, что совпадает с опытом.

Для определения значений энергий на разрешенных орбитах вернемся к уравнению (6.6). Величина, стоящая справа, mv^2 , есть удвоенная кинетическая энергия $K = \frac{mv^2}{2}$ электрона. Согласно (6.2) левая часть представляет собой

потенциальную энергию электрона $U(r)$ с обратным знаком: $\frac{Ze^2}{r} = -U(r)$. Таким образом, соотношение (6.6) можно представить в таком виде (для электрона на орбите!):

$$-U = 2K,$$

или

$$K = -\frac{1}{2}U. \quad (6.11)$$

Полная энергия электрона E есть сумма K и U . Учитывая (6.11), получаем:

$$E = K + U = -\frac{1}{2}U + U = \frac{1}{2}U. \quad (6.12)$$

Подставляя сюда значение U из (6.2), находим:

$$E = -\frac{Ze^2}{2r}. \quad (6.13)$$

Таким образом, важная для дальнейшего величина – энергия электрона, движущегося стационарно в поле ядра, – выражается через уже найденные значения радиуса его орбиты r .

Поскольку радиусы стационарных («разрешенных») орбит образуют дискретную последовательность, значения энергий электрона, движущегося стационарно в поле ядра, также образуют не непрерывную последовательность, но дискретный ряд (отвечающий ряду возможных значений r). Для определения этой энергии E_n можем воспользоваться выражением (6.8):

$$E_n = -\frac{Ze^2}{2r_n} = \frac{mZ^2e^4}{2n^2\hbar^2} = -\frac{1}{n^2}Z^2\frac{me^4}{2\hbar^2} = -\frac{1}{n^2}Z^213,598\text{эв}. \quad (6.14)$$

При учете движения ядра относительно центра тяжести системы «ядро – электрон» в формулу (6.14) должна входить приведенная масса электрона $\frac{m}{1+\frac{m}{M}}$, и числовой множитель оказывается равным 13,53 эв. Учет массы изотопов

атома водорода дает так называемый изотопический сдвиг.

При выбранной в (6.2) нормировке потенциальной энергии ($U = 0$, когда расстояние между частицами $r = \infty$) возможные значения полной энергии в стационарных состояниях атома E_n отрицательны. Наинижему значению энергии электрона E_1 отвечает орбита с минимальным радиусом r_1 , соответствующая невозбужденному состоянию атома. С ростом r_n (т. е. с ростом n), иначе – с переходом электрона на более далекие орбиты, его энергия возрастает. При $n \rightarrow \infty$ $r_n \rightarrow \infty$ и $E_n \rightarrow 0$. Но это означает состояние, в котором электрон бесконечно удален от ядра и перестал быть связанным с последним. Энергия, необходимая для того, чтобы оторвать электрон от атома, т. е. удалить его с первой орбиты на бесконечность, будет:

$$E_\infty - E_1 = -E_1 = Z^2 \cdot 13,53 \text{ эв}. \quad (6.15)$$

Для водорода ($Z = 1$) эта величина представляет собой энергию ионизации невозбужденного атома и равна 13,53 эв. В более сложных атомах величина $-E_1$ характеризует минимальную энергию, необходимую для того, чтобы оторвать от атома ближайший к ядру электрон (пренебрегая взаимодействием с другими электронами, малым для внутреннего электрона). При $Z = 26$ (железо) $E_1 = 9150$ эв, а при $Z = 92$ (уран) $E_1 = 114\,000$ эв.

Большой интерес представляет собой минимальная энергия, необходимая для того, чтобы привести атом в возбужденное состояние. Эта энергия называется энергией возбуждения. Формула (6.14) позволяет вычислить энергию возбуждения только для водорода и одноэлектронных ионов. Для водорода:

$$E_2 - E_1 = \left(1 - \frac{1}{4}\right) 13,53 \text{ эв} = 10,15 \text{ эв}. \quad (6.16)$$

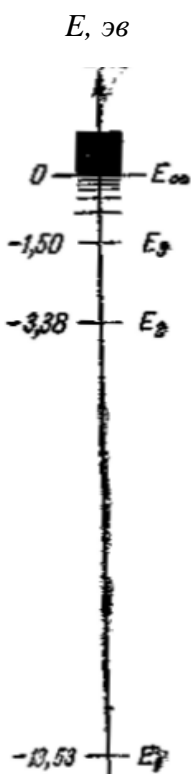


Рис. 70.
Спектр энергий для атома водорода

При столкновениях, в результате которых атом водорода получает энергию $< 10,15$ эв, его внутренняя энергия не может измениться: удар будет упругим. При комнатной температуре средняя кинетическая энергия движения частиц $\frac{3}{2}kT \approx 0,04$ эв. Эта величина много меньше не только энергии возбуждения водорода, но и других атомов. Следовательно, представление атомов в виде упругих шариков является при этой и других не слишком высоких температурах правильным. Величина $E_\infty = 0$ не является предельным значением возможной энергии системы «ядро – электрон». Оторванный от ядра электрон может иметь любую кинетическую энергию. Следовательно, за $E_\infty = 0$ энергия может иметь любое положительное значение. Получившийся спектр энергий для атома водорода показан на **рис. 70**. При $E < 0$ (отрицательных энергиях, отвечающих связанному электрону) — это дискретный спектр, в котором отдельные значения располагаются все гуще при приближении к границе $E_\infty = 0$, отвечающей бесконечно удаленной орбите. Далее следует непрерывный спектр положительных энергий свободного электрона.

Таким образом, дискретность состояний атома, дискретность его спектра энергий выясняются как следствия волновых свойств электрона. Легко представить себе также, почему электрон, находясь на разрешенной орбите, не излучает. Действительно, движению на разрешенной орбите отвечает стационарная волна, амплитуда которой остается со временем неизменной. Каким бы не было распределение заряда электрона в пространстве, т. е. как бы плотность заряда не была связана с амплитудой волны де Бройля, очевидно, что неизменной волне должно отвечать неизменное распределение заряда. Таким образом, движение электрона вдоль орбиты следует уподоблять не вращению заряженной дробинки, а замкнутому постоянному электрическому току I . Такой вращающийся заряженный «обруч» (**рис. 71**) обладает механическим моментом количества движения,

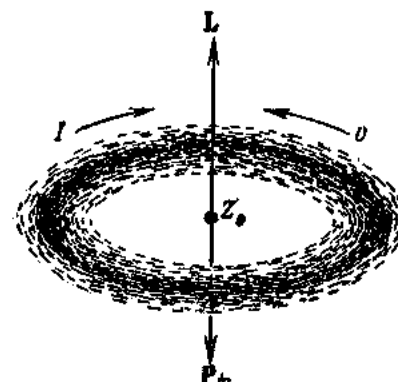


Рис. 71. «Обруч» тока

равным

$$L_{\text{мех}} = m v r = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar, \quad (6.17)$$

и направленным в противоположную сторону постоянным магнитным моментом (так как заряд электрона отрицательный)

$$p_m = \frac{e v r}{2c} = \frac{e}{2mc} L = n\hbar \frac{e}{2mc}, \quad (6.18)$$

кратным элементарному магнитному моменту

$$p_{m,1} = \frac{\hbar}{2mc} = 0,9273 \cdot 10^{-20} \text{ эс} \cdot \text{см}^3, \quad (6.19)$$

называемому «магнетон Бора». Такой микроскопический замкнутый ток создает вокруг себя постоянное магнитное поле. Отдельные заряженные элементы обруча de непрерывно вращаются, но распределение заряда в пространстве в целом остается неизменным, так что электрическое поле электрона также постоянно. Следовательно, электрон, находящийся на стационарной орбите, создает в пространстве постоянное, а не переменное электромагнитное поле, т. е. не излучает.

Приведенная в настоящем параграфе приближенная наглядная картина движения электрона в поле ядра нуждается в существенных уточнениях. Электрон, движущийся по круговой орбите, обладает лишь одной степенью свободы (угол поворота φ) и его состояние определяется одним квантовым числом n . Согласно первому постулату Бора, эта величина по формуле (6.17) характеризует момент количества движения электрона на орбите. В действительности такое представление совершенно неверно.

На самом деле ψ -функция, описывающая движение электрона в атоме, представляет собой не одномерную, а пространственную волну, соответствующую трем степеням свободы электрона в пространстве. Пространственная волна зависит от трех координат, например, радиуса r и двух углов φ и ϑ . Вместо системы узлов по окружности, изображенных на **рис. 69**, в общем случае в пространстве волновая функция характеризуется тремя системами

узловых поверхностей ($\psi(r, \varphi, \vartheta) = 0$). Таковыми, например, являются сферы постоянного радиуса $r_n = \text{const}$, конусы постоянного угла раствора $\vartheta_l = \text{const}$ и плоскости $\varphi_m = \text{const}$, показанные на **рис. 72**. Каждая из этих систем характеризуется своим квантовым числом n , l и m . Таким образом, и волновая функция $\psi_{n,l,m}(r, \vartheta, \varphi)$, и энергия $E_{n,l,m}$ электрона в поле ядра зависят не от одного квантового числа, а от трех.

Наличие трех степеней свободы и трех квантовых чисел учитывалось еще в теории Бора. Наряду с круговыми орбитами в этой теории рассматривались эллиптические орбиты (Зоммерфельд) и учитывалась возможность различной ориентации плоскости орбиты в пространстве. Главное квантовое число n характеризовало диаметр орбиты, азимутальное квантовое число l – степень ее выпянутости и магнитное квантовое число m – ориентацию нормали к плоскости орбиты и вектора ее магнитного момента p_m в пространстве. При данном радиусе и полной энергии E_n существовала целая группа орбит с различной степенью эллиптичности (разные l) и различной ориентацией в пространстве (разные m).

Квантовая механика уточнила физический смысл квантовых чисел, которые стали естественно вытекать из решения уравнения Шредингера без привлечения дополнительных постулатов. Стационарные состояния с постоянным распределением заряда в пространстве соответствуют пространственным стоячим волнам. Каждая стоячая волна имеет вполне определенную систему узловых поверхностей и характеризуется тремя квантовыми числами.

Остановимся коротко на физическом смысле квантовых чисел n , l , m . Главное квантовое число n характеризует не номера орбит, а номера слоев орбит, или, лучше, групп состояний, в каждом из которых остальные квантовые числа могут принимать различные значения. Энергия электрона определяется главным образом значением n . Состояния электрона с данным n , но различными l

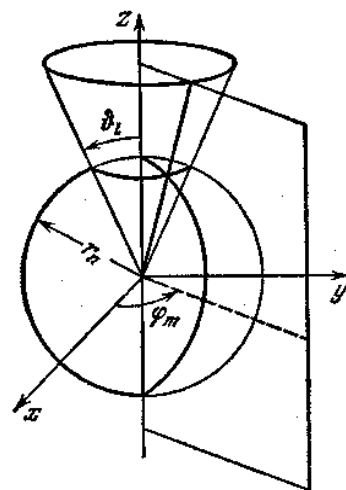


Рис. 72. Узловые поверхности

и m отвечают весьма близким значениям энергии. Пренебрегая зависимостью $E_{n,l,m}$ от последних двух квантовых чисел, имеем для одноэлектронного атома:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{me^4}{2\hbar^2}. \quad (6.20)$$

Азимутальное квантовое число l характеризует величину момента количества движения электрона L . Энергия вращательного движения пространственного ротатора равна:

$$E = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2J} = \frac{L^2}{2J}, \quad (6.21)$$

Из этого соотношения вытекают два важных вывода. Во-первых, подставляя в выражение для момента инерции $J = mr_n^2$ значение r_n из (6.5), получаем:

$$E_l = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m} \left(\frac{mv}{n\hbar} \right)^2 = \frac{mv_n^2}{2} \cdot \frac{l(l+1)}{n^2}. \quad (6.22)$$

Из решений уравнения Шредингера следует, что квантовые числа не независимые. Поскольку рассмотрение этих решений здесь невозможно, мы попытаемся установить эту важную для дальнейшего связь из наглядных полуклассических рассуждений. Электрон, движущийся по замкнутой траектории переменного радиуса, можно рассматривать как совершающий одновременно вращательное и колебательное движение. Кинетическая энергия вращения E_l есть часть суммарной кинетической энергии обоих движений – и не может превышать последнюю.

Значит, второй множитель справа в (6.22) не должен превышать единицы:

$$\frac{l(l+1)}{n^2} \leq 1.$$

Это значит, что при данном значении n квантовое число l не может быть больше $n - 1$ (при $l = n$ это выражение будет больше единицы, $\frac{n(n+1)}{n^2} > 1$). Следовательно, в слое орбит с данным n могут быть состояния, характеризуемые значениями l , равными:

$$l = 0, 1, 2, 3, \dots, n - 1. \quad (6.23)$$

Вторым следствием соотношения (6.21) является то, что момент количества движения электрона принимает значения

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad (6.24)$$

а не $n\hbar$, как это следовало из теории Бора. На самом нижнем энергетическом уровне $n=1$ имеем для l единственное возможное значение $l = 1 - 1 = 0$, т. е. электрон в этом состоянии не имеет ни механического, ни магнитного орбитального момента.

Момент количества движения частицы есть вектор. Однако три составляющих этого вектора по координатным осям не имеют одновременно точных значений (как, например, их не имеют одновременно x и p_x).

Квантовая механика (решение уравнения Шредингера) показывает, что в данном стационарном состоянии, кроме величины вектора L , имеет вполне определенное значение лишь проекция его на одно какое-нибудь направление в пространстве, например L_z . Численное значение этой проекции совпадает со значением момента количества движения одномерного ротатора и равно:

$$L_z = m\hbar. \quad (6.25)$$

Магнитное квантовое число m может принимать любые целые значения, не превышающие по абсолютной величине l :

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (6.26)$$

т. е. данному l отвечает всего $2l + 1$ различных значений m . Физический смысл ограничения m по величине состоит в том, что проекция вектора момента не может превышать длины самого вектора.

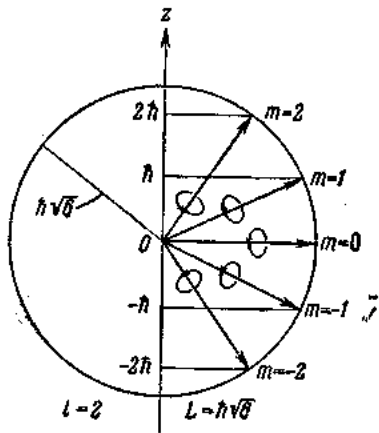


Рис. 73. Вектор момента импульса.

Величина и форма электронной волны $\psi_{n,l,m}$ (в той мере, в которой эти слова имеют смысл, так как границы этой волны не очерчены резко) определяются значениями квантовых чисел n и l . Квантовое число m характеризует ориентацию орбиты в пространстве (так называемое «пространственное квантование»). При сферически симметричном электрическом поле (ядра и других электронов) энергия электрона может зависеть только от n и l , определяющих форму электронного облака, но не от m . Зависимость энергии от m возникает, если атом находится во внешнем магнитном поле или если магнитное поле порождается ядром и другими электронами атома. Различные ориентации орбиты (т. е. вектора момента импульса относительно оси z) показаны на рис. 73 для случая $l = 2$. Возможные значения L показаны жирными стрелками, кружочками около них – ориентации соответствующих орбит. При вычислении энергии электрического взаимодействия электрона с ядром (и другими заряженными частицами) можно считать, что электрон, состояние которого описывается волновой функцией ψ , обладает распределенным в пространстве электрическим зарядом с плотностью заряда ρ , равной

$$\rho = -e|\psi|^2. \quad (6.27)$$

На рис. 74 графически представлены распределения заряда электрона ρ для некоторых значений квантовых чисел n , l и m .

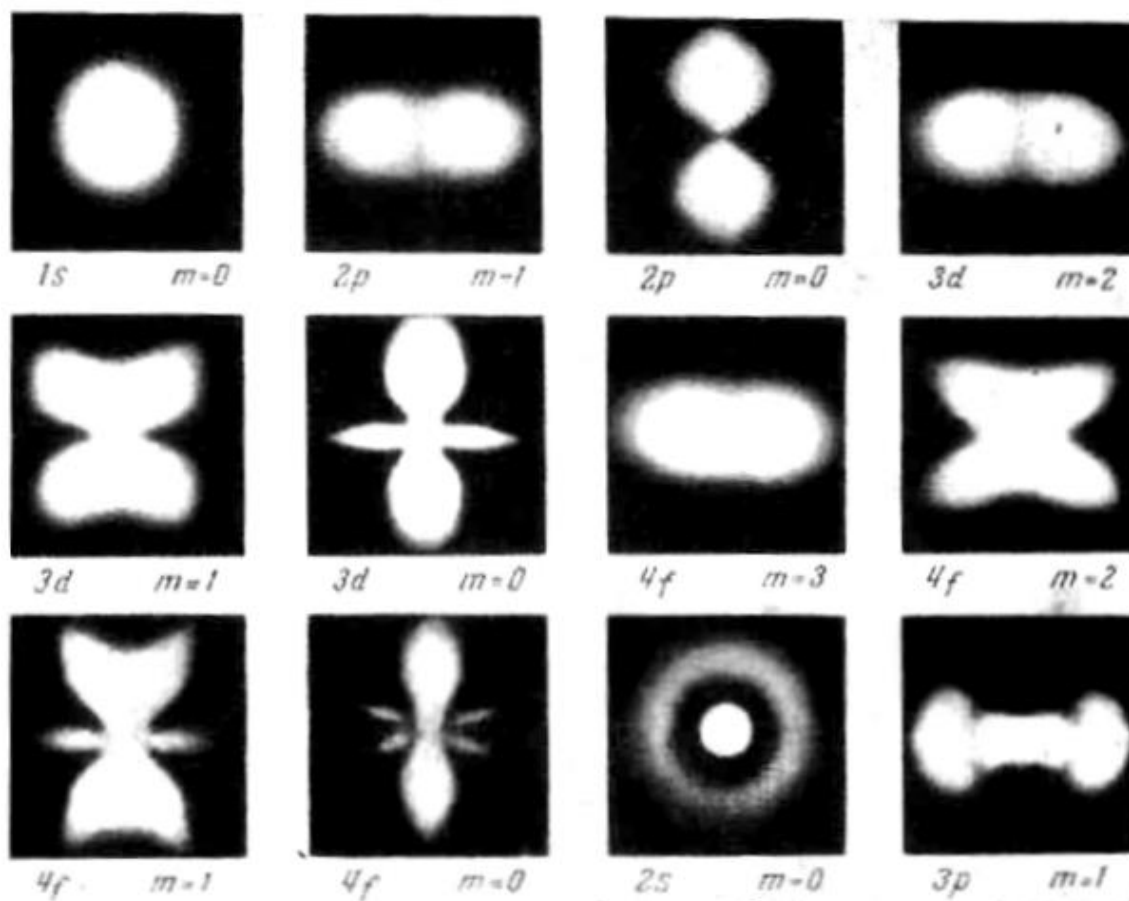


Рис. 74. Графическое представление распределения заряда электрона

Заметим, что вопрос о том, можно ли $\rho = -e|\psi|^2$ считать реальным распределением заряда электрона в пространстве, является весьма дискуссионным.

По вопросу о физическом смысле ψ -функции имеется почти столько же точек зрения, сколько имеется физиков, пытающихся дать такое толкование. Обсуждение этого вопроса выходит далеко за рамки книги. Вычисляя энергию электрического взаимодействия электрона с другими заряженными частицами (но не электронами, которые, образуя систему, описываются единой волновой функцией, что связано с дополнительным взаимодействием), мы всегда получим правильный результат, понимая под $-e|\psi|^2$ плотность электрического заряда электрона.

Рассеяние рентгеновских лучей зависит от распределения электрического заряда в атомах (или молекулах) кристаллов. То же относится и к рассеянию электронных лучей. Следовательно, по рентгенограммам и электронограммам можно судить о распределении электронного заряда в атомах и молекулах. Определенная, таким образом, на опыте плотность заряда всегда совпадает с теоретически вычисленной величиной $-e|\psi|^2$. Поэтому мы будем в дальнейшем пользоваться наглядным представлением об электроне как электронном облачке с распределенным зарядом, плотность которого равна $-e|\psi|^2$, отнюдь не претендуя на безукоризненность этой (впрочем, как и любой другой) наглядной модели.

ЛЕКЦИЯ 7

§ 6.2. Атом водорода

Вернемся к спектру атома водорода.

Запишем основные формулы и параметры для такой системы.

Формулы перехода от прямоугольных (Декартовых) координат к сферическим:

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi,$$

$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi,$$

$$z = r \cos \vartheta.$$

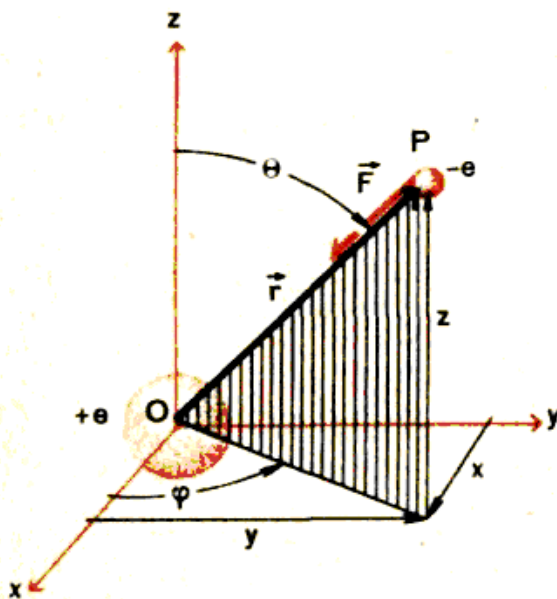


Рис. 75. Полярные координаты

Имеется система из трех квантовых чисел:

- Главное или (полное) квантовое число $n = 1, 2, 3 \dots$ характеризует диаметр орбиты;
- Азимутальное или (орбитальное) квантовое число $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$ – степень вытянутости орбиты;
- Магнитное квантовое число $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ – ориентацию нормали к плоскости орбиты и вектора ее магнитного момента p_m в пространстве.

Квантовая механика (решение уравнения Шредингера) показывает, что в данном стационарном состоянии, кроме величины вектора L , имеет вполне определенное значение лишь проекция его на одно какое-нибудь направление в пространстве, например L_z [4]. Численное значение этой проекции совпадает со значением момента количества движения одномерного ротатора и равно:

$$L_z = m\hbar. \quad (6.28)$$

Магнитное квантовое число m может принимать любые целые значения, не превышающие по абсолютной величине l :

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (6.29)$$

т. е. данному l отвечает всего $2l + 1$ различных значений m . Физический смысл ограничения m по величине состоит в том, что проекция вектора момента не может превышать длины самого вектора.

Величина и форма электронной волны $\psi_{n,l,m}$ (в той мере, в которой эти слова имеют смысл, так как границы этой волны не очерчены резко) определяются значениями квантовых чисел n и l . Квантовое число m характеризует ориентацию орбиты в пространстве (так называемое «пространственное квантование»). При сферически симметричном электрическом поле (ядра и других электронов) энергия электрона может зависеть только от n и l , определяющих форму электронного облака, но не от m . Зависимость энергии от m возникает, если атом находится во внешнем магнитном поле или если магнитное поле порождается ядром и другими электронами атома. Различные ориентации орбиты (т. е. вектора момента импульса относительно оси z) были показаны на **рис. 73** для случая $l = 2$.

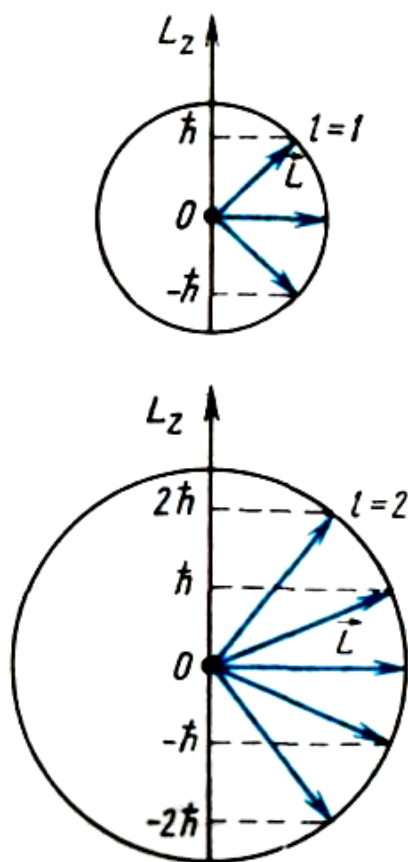


Рис. 76. Вектор момента импульса для $l = 1$ и $l = 2$

Основное состояние атома водорода. В центре атома находится ядро малых размеров – протон – с положительным зарядом (элементарным) e . Масса протона много больше массы электрона [4].

$$E_n = \frac{-me^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = (-13,6) \frac{1}{n^2} eU, \text{ где } n = 1, 2, 3, \dots, \quad (6.30)$$

или в общем виде (для $z \neq 1$) $E_n = (-13,6) Z^2 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ эв.}$

У свободной частицы спектр собственных значений энергии сплошной. У частицы, заключенной в результате взаимодействия с другими частицами в ограниченный объем пространства, спектр собственных значений энергии дискретный [3].

Квантовая механика разрешила два основных противоречия: падение электрона на ядро и неизлучение энергии при ускоренном движении электрона вокруг ядра.

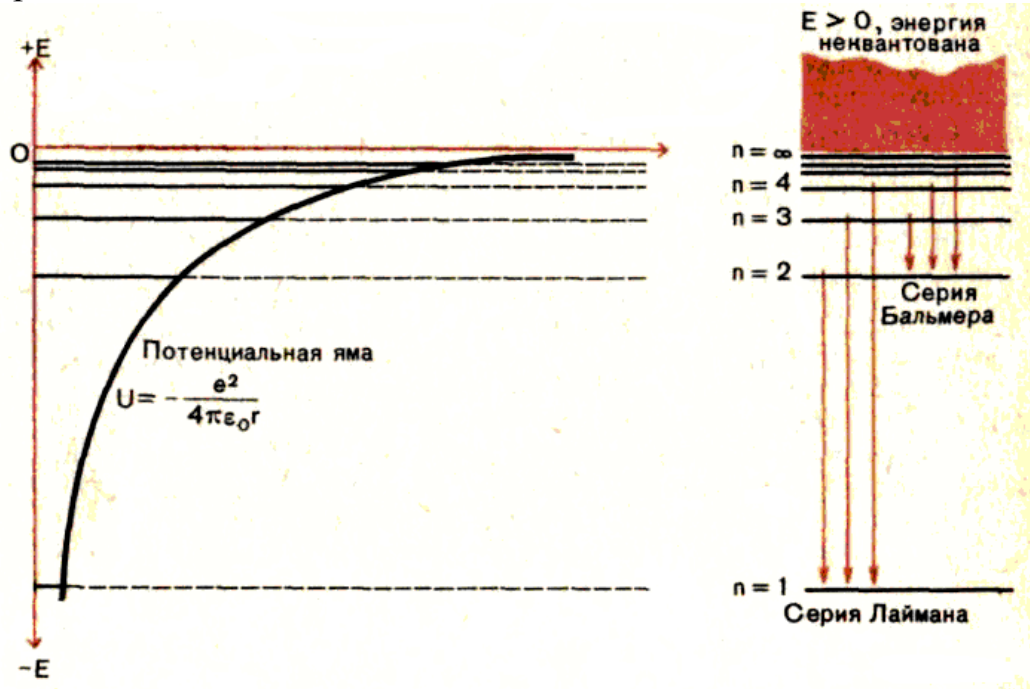


Рис. 77. Другое представление уровней энергии для атома водорода

1. Если положение электрона вблизи ядра изменяется в пределах $\Delta r \approx r$, то, согласно соотношению неопределенностей, его импульс имеет неопределенность:

$$\Delta p = \frac{\hbar}{\Delta r} \approx \frac{\hbar}{r}.$$

Пусть импульс примерно равен $p \approx \Delta p$, тогда:

$$E_k = \frac{p^2}{2m} \approx \frac{(\Delta p)^2}{2m} \approx \frac{\hbar^2}{2mr^2}. \quad [4] \quad (6.31)$$

Полная энергия в атоме водорода:

$$E = E_k + U \approx \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (6.32)$$

Видно, что с уменьшением $r \Rightarrow E_k$ возрастает быстрее, чем убывает U .

Начиная с некоторого расстояния, при сближении электрона с ядром увеличение его кинетической энергии превосходит убывание потенциальной энергии и полная энергия не убывает, а возрастает. Поэтому падения электрона на ядро не происходит.

2. Движению на разрешенной орбите отвечает стационарная волна, амплитуда которой остается со временем неизменной [7]. Очевидно, что неизменной волне должно отвечать неизменное распределение заряда. Таким образом, движение электрона вдоль неизменной орбиты следует уподоблять не вращению заряженной дробинки, а замкнутому постоянному электрическому току I . Такой вращающийся заряженный «обруч» (рис. 71) обладает механическим моментом количества движения, равным

$$L_{\text{мех}} = mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar, \quad (6.33)$$

и направленным в противоположную сторону постоянным магнитным моментом (так как заряд электрона отрицательный):

$$p_m = \frac{e\omega r}{2c} = \frac{e}{2mc} L = n\hbar \frac{e}{2mc},$$

кратным элементарному магнитному моменту

$$p_{m,l} = \frac{\hbar}{2mc} = 0,9273 \cdot 10^{-20} \tilde{a}\tilde{n} \cdot \tilde{n}i^3, \quad (6.34)$$

называемому «магнетон Бора». Такой микроскопический замкнутый ток создает вокруг себя постоянное магнитное поле. Отдельные заряженные элементы оброча de непрерывно вращаются, но распределение заряда в пространстве в целом остается неизменным, так что электрическое поле электрона также постоянно. Следовательно, электрон, находящийся на стационарной орбите, создает в пространстве постоянное, а не переменное электромагнитное поле, т. е. не излучает.

Основное состояние атома водорода – состояние с минимальной полной энергией – определяется главным квантовым числом $n = 1$. $\Rightarrow l$ – орбитальное квантовое число = 0; $m_l = 0$.

Тогда из $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$ следует, что в основном состоянии у атома водорода модуль момента импульса электрона равен 0.

В этом случае движение электрона можно представить как колебание относительно ядра по прямой, проходящей через ядро. Состояние с квантовым числом $l = 0$ называют s состоянием.

Таблица 3

Значение l	0	1	2	3	4	...
Состояние*	s	p	d	f	g	

*Обозначение состояния пришло из оптической спектроскопии.

В s состоянии момент импульса электрона равен 0. s – оболочка сферически симметричная, т. е. электрон можно обнаружить с равной вероятностью в любой точке пространства на расстоянии r от ядра [4]. Решение уравнения Шредингера для основного $1s$ состояния дает распределение вероятности $\rho = 4\pi R^2 \Psi^2$.

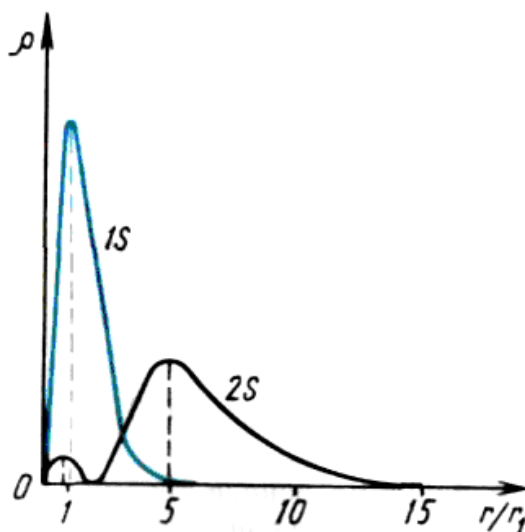


Рис. 78. Плотности вероятности нахождения электрона вблизи ядра

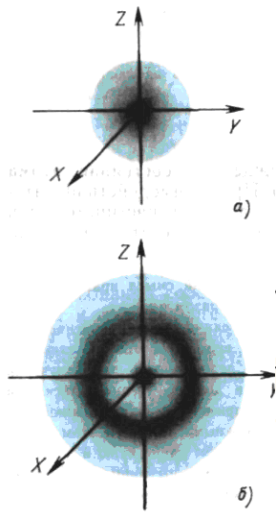


Рис. 79.

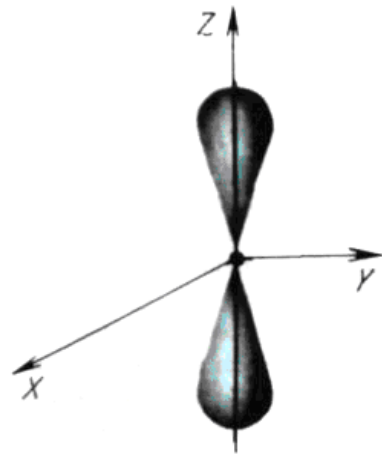


Рис. 80.

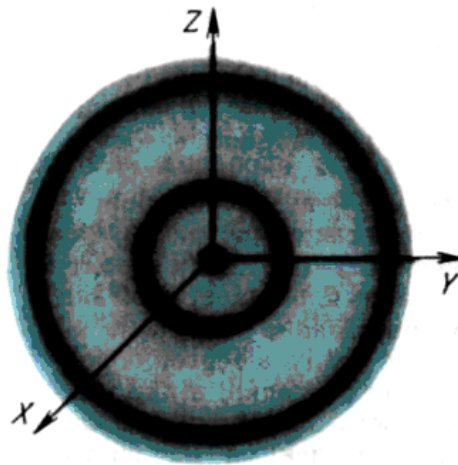


Рис. 81. Плотности вероятностей нахождения электрона для различных состояний (рис.79–81)

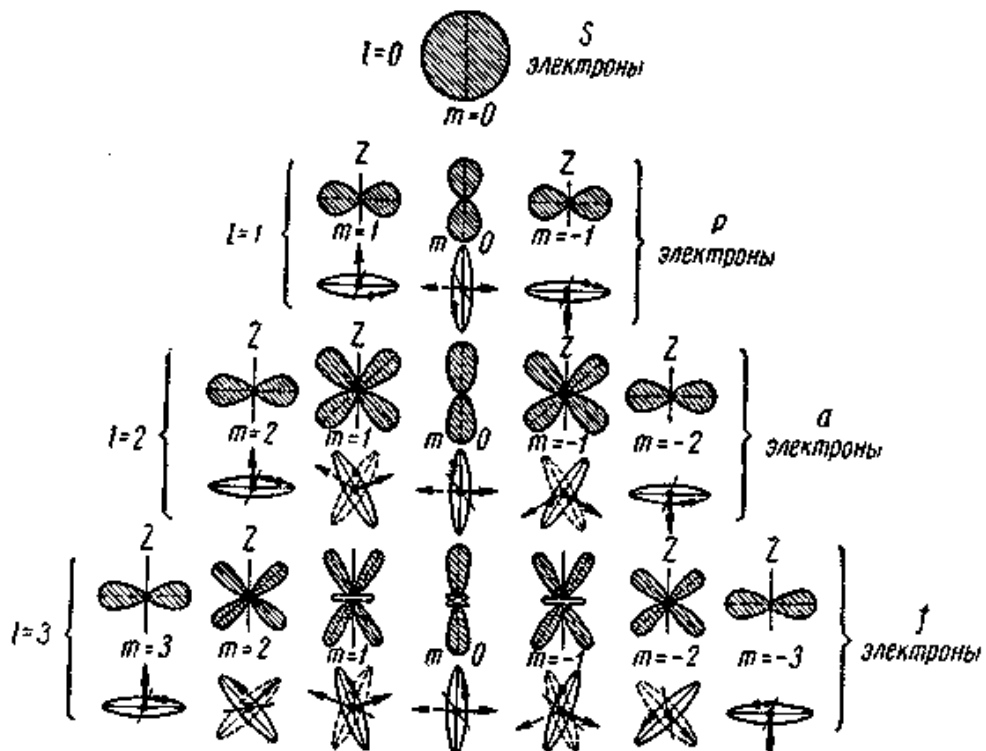


Рис. 82. Конфигурации плотностей вероятности для различных состояний

Поскольку зависимость E от l и m слабая, то можно считать, что каждый из уровней (6.14) при данном n расщепляется на ряд близких уровней. Каждому значению l соответствует $2l + 1$ уровней с различными значениями (6.26) магнитного квантового числа m [7].

При данном значении n азимутальное квантовое число l может изменяться от 0 до $n - 1$. Поэтому общее число «орбит», отличающихся значениями l или m , при данном n будет равно

$$\sum_{l=0}^{l=n-1} (2l + 1) = \frac{1 + [2(n-1) + 1]}{2} n = n^2 * . \quad (6.35)$$

* Как будет показано в следующем параграфе, наличие еще одной, внутренней, степени свободы электрона, спина, приводит к тому, что числа возможных состояний будут вдвое больше, т. е. $2n^2$.

ЛЕКЦИЯ 8

§ 6.3. Спектры водорода и щелочных металлов. Спин электрона

1. Спектры испускания и поглощения атомарного водорода [3].

В соответствии со вторым постулатом Бора положим, что электрон может переходить скачком с одной орбиты на другую. Переход с более удаленной орбиты на более близкую связан с испусканием одного фотона – такова причина возникновения характерного для одноатомного вещества, в данном случае водорода, линейчатого спектра. Определим энергии и частоты фотонов спектра атомарного водорода.

Пусть электрон переходит с n -й орбиты на k -ю, где $n > k$ (следовательно, $E_n > E_k$). При этом излучается фотон энергии $\varepsilon_{k,n}$ и частоты $\nu_{k,n}$ (первый индекс показывает номер орбиты, на которую перешел электрон, второй – номер орбиты, с которой он перешел при испускании данного фотона). Имеем:

$$E_n - E_k = h\nu_{k,n}. \quad (6.36)$$

Следовательно,

$$\nu_{k,n} = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{E_n - E_k}{2\pi\hbar}. \quad (6.37)$$

Подставляя в это выражение значения E_1 из (49.13), находим:

$$\nu_{k,n} = \frac{mZ^2e^4}{4\pi\hbar^3} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (6.38)$$

Введем обозначение:

$$R = \frac{me^4}{4\pi\hbar^3} = 3,28985 \cdot 10^{15} \text{ сек}^{-1}, \quad (6.39)$$

где R – «постоянная Ридберга». Это значение постоянной Ридберга получено в предположении, что ядро неподвижно, т. е. масса его равна бесконечности. Учет конечного значения массы ядра сводится к введению в (6.31) вместо массы электрона приведенной массы

$$m^* = \frac{m}{1 + \frac{m}{M}},$$

где M – масса ядра. Точное значение постоянной Ридберга для водорода составляет:

$$R_H = 3,28805 \cdot 10^{15} \text{ сек}^{-1}.$$

Следовательно,

$$\nu_{k,n} = R_H \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (6.40)$$

В случае Z , отличного от единицы,

$$\nu_{k,n} = R_A Z^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (6.41)$$

и R_A взято в соответствии с массой атомного ядра.

Фиксируя значение k и меняя n , получаем набор частот, носящий название «спектральной серии». Так, при $k = 1$ и $n = 2, 3, 4, \dots$ получаем частоты $\nu_{1,2}; \nu_{1,3}; \nu_{1,4}$ и т. д., отвечающие переходу электрона со второго, третьего, четвер-

того и т. д. слоев орбит на орбиту первого слоя. Фотоны первой серии имеют энергию от 10,15 эв и выше – все они лежат в ультрафиолетовой области спектра. С ростом n соседние частоты все меньше и меньше отличаются друг от друга:

$$\begin{aligned} \nu_{1,2} &= \left(1 - \frac{1}{4}\right)R = \frac{3}{4}R, \\ \nu_{1,3} &= \left(1 - \frac{1}{9}\right)R = \frac{8}{9}R, \\ \nu_{1,4} &= \left(1 - \frac{1}{16}\right)R = \frac{15}{16}R, \\ &\dots\dots\dots \\ \nu_{1,\infty} &= \left(1 - \frac{1}{\infty}\right)R = R. \end{aligned} \quad (6.42)$$



Рис. 83. Линии в спектре атома водорода

Линии в спектре идут все гуще и гуще, накапливаясь у предельной частоты дискретного спектра $\nu_{1,\infty} = R$ (рис. 83). Однако на этом спектр не кончается. Частота $\nu_{1,\infty}$ получается в результате перехода электрона на первую орбиту с бесконечно удаленной орбиты, на которой его кинетическая энергия равна нулю. Как уже отмечалось, электрон, будучи удален от ядра, может иметь любую положительную энергию E . При переходе из такого состояния на первую орбиту будет испущен фотон энергии

$$\varepsilon = E - E_1 > E_\infty - E_1 \quad (6.43)$$

и частоты

$$\nu = \frac{E - E_1}{h} > \nu_{1,\infty}. \quad (6.44)$$

Эти переходы легко проследить по графику энергий «протон – электрон» (рис. 84). Все линии этой серии (серии Лаймана) лежат в ультрафиолетовой области спектра от значений

$$\lambda_{1,2} = \frac{c}{\nu_{1,2}} = \frac{4c}{3R} = 1215,68 \text{ \AA}$$

до границы серии

$$\lambda_{1,\infty} = \frac{c}{\nu_{1,\infty}} = \frac{c}{R} = 911,23 \text{ \AA}$$

и далее – переходы на первый уровень свободного электрона, с $E > 0$.

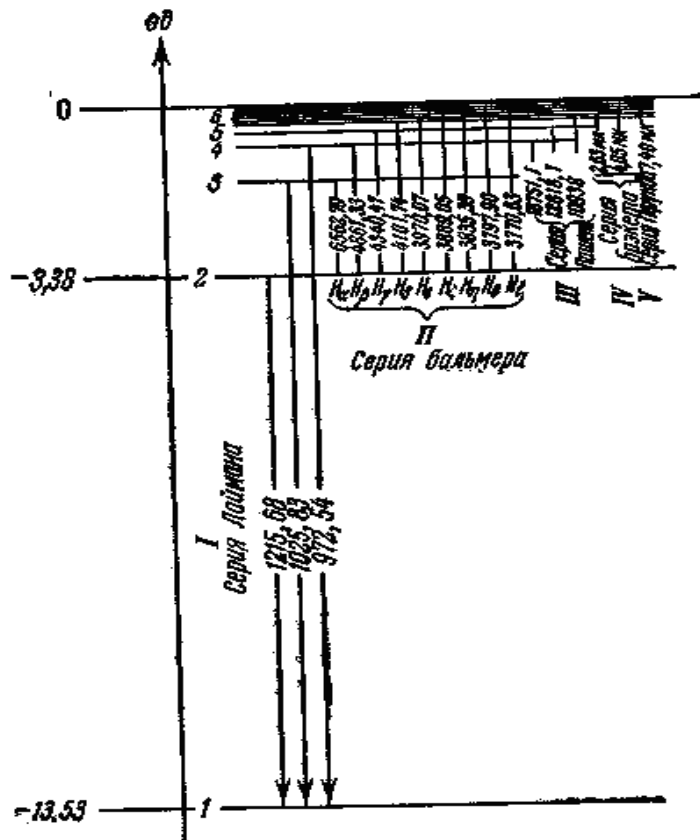


Рис. 84. Основные серии атома водорода

Аналогично, полагая $k = 2$ и $n = 3, 4, 5, \dots$, получаем частоты второй серии, возникающей при переходе электрона на вторую устойчивую орбиту. Эти частоты равны:

$$\begin{aligned}
 \nu_{2,3} &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) R = \frac{5}{36} R, \\
 \nu_{2,4} &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) R = \frac{3}{16} R, \\
 \nu_{2,5} &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right) R = \frac{21}{100} R, \\
 &\dots\dots\dots \\
 \nu_{2,\infty} &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\infty} \right) R = \frac{1}{4} R.
 \end{aligned}
 \tag{6.44}$$

и затем $\nu > \nu_{2,\infty}$ (сплошной спектр).

Первые четыре линии этой (бальмеровской) серии лежат в видимой области спектра:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{2,3} &= \frac{c}{\nu_{2,3}} = 6562,8 \text{ \AA} && \text{(красная линия),} \\
 \lambda_{2,4} &= 4861,3 \text{ \AA} && \text{(синяя линия),} \\
 \lambda_{2,5} &= 4340,5 \text{ \AA} && \text{(фиолетовая линия),} \\
 \lambda_{2,6} &= 4101,7 \text{ \AA} && \text{(фиолетовая линия).}
 \end{aligned}$$

Остальные линии этой серии, начиная с $\lambda_{2,7} = 3970,1 \text{ \AA}$, расположены уже в ультрафиолетовой области. Граница серии – $\lambda_{2,\infty} = 3646 \text{ \AA}$, а далее идет сплошной спектр.

Аналогично получаем частоты третьей, четвертой, пятой и других серий: $\nu_{3,n}$ ($n = 4, 5, 6, \dots$); $\nu_{4,n}$ ($n = 5, 6, 7, \dots$); $\nu_{5,n}$ ($n = 6, 7, 8, \dots$); ..., лежащих уже в инфракрасной области. На **рис. 83** показаны первые три серии спектра водорода. Остальные серии в принятом масштабе показать нельзя.

Сравнение длин волн, вычисленных из приведенных формул и полученных на опыте, показывает, что излагаемая теория с хорошей точностью отражает объективные закономерности. Современная квантовая теория, учитывающая требования теории относительности, достигла еще большей точности. Далее из этих формул следует, что любую частоту в спектре одноэлектронного атома можно представить в виде:

$$\nu_{k,n} = \frac{RZ^2}{k^2} - \frac{RZ^2}{n^2}. \quad (6.45)$$

Поэтому можно каждой орбите с номером n сопоставить величину, равную

$$T_n = \frac{RZ^2}{n^2}. \quad (6.46)$$

Эта величина получила название **спектрального термина**. Разность термов двух орбит k и n дает частоту спектральной линии, возникающей при переходе электрона с одной орбиты на другую, в соответствии с (6.45).

Перейдем теперь к спектрам поглощения.

Переход электрона с более близких к ядру орбит на более удаленные связан с увеличением энергии атома и может происходить только при поглощении атомом соответствующей энергии. Так, например, для перехода с первой орбиты на третью атом должен поглотить количество энергии, равное

$$E_3 - E_1 = h\nu_{1,3}. \quad (6.47)$$

Именно эту энергию атом отдает с испускаемым фотоном при переходе с третьей орбиты на первую. Следовательно, переход с первой на третью орбиту возможен при поглощении атомом фотона частоты $\nu_{1,3}$. То же относится и к любым другим переходам с поглощением: атом способен поглощать лишь те частоты, которые испускает сам (ср. с законом теплового излучения Кирхгофа).

Спектр поглощения возникает при прохождении излучения с непрерывным спектром через толщу газа. Например, спектр поглощения звезд или Солнца возникает при прохождении потока излучения, испускаемого плотной фотосферой (непрерывный спектр), через разреженную атмосферу звезды.

Из этого потока излучения атомы будут поглощать излучение характерных частот. Следовательно, относительная интенсивность этих частот в спектре будет убывать – на соответствующих местах непрерывного спектра возникнут «черные» линии.

Характер образующегося таким образом спектра поглощения зависит от многих обстоятельств. При поглощении фотонов атомы переходят в возбужденное состояние, в котором они пребывают в течение времени порядка 10^{-8} сек^*). Поэтому двукратные последовательные поглощения фотона одним атомом практически

исключаются. Это означает, что поглощение происходит из того состояния, которое определяется температурой, давлением и пр. Так, если, например, речь идет о водороде, то при относительно малых температурах ($\sim 1000^\circ \text{K}$) атомы не будут возбуждены и поглощение будет происходить только с первого энергетического уровня.

Следовательно, спектр поглощения водорода будет содержать линии только первой серии. При температурах $\sim 10\,000 \text{ K}$ значительная часть водорода возбуждена соударениями атомов, так что становится возможным поглощение фотонов со второго и более высоких уровней. В спектре поглощения возникают интенсивные линии второй серии, лежащей в видимой области спектра. При температурах $\sim 10^5 \text{ K}$ водород будет практически целиком ионизован и спектр поглощения возникнуть вообще не сможет.

Указанные здесь трудности идентификации водорода и, очевидно, также других элементов по их спектрам (испускания или поглощения) являются отнюдь не единственными. Мы хотим лишь подчеркнуть, что весьма удобный и чувствительный спектральный анализ не является столь простым, как это часто представляется, и требует тщательного физического анализа каждой практической задачи.

Водородоподобные ионы [2]. Напишем спектральную формулу для однократно ионизованного атома гелия He^+ :

$$\frac{1}{\lambda_{\text{He}^+}} = R_{\text{He}} Z_{\text{He}}^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) = 4 \cdot \frac{R_{\infty}}{1 + \frac{m}{M_{\text{He}}}} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (6.48)$$

Эта формула, так же как и формула для спектральных серий водорода, была найдена эмпирическим путем и получила объяснение только в квантовой теории атомов.

Аналогичным образом могут быть написаны спектральные формулы для ионов Li^{++} , Be^{+++} и др.

Первые члены серии Лаймана ($k=1$) для этих ионов обнаружены; они находятся в далекой ультрафиолетовой части спектра.

2. Спектры щелочных металлов

Спектры щелочных металлов в общих чертах сходны со спектром водорода [3]. Причина этого состоит в следующем. В таблице Менделеева щелочные металлы следуют за инертными газами, атомы которых обладают большой устойчивостью. Переход от атома инертного газа к атому щелочного металла обусловлен увеличением заряда ядра на e и возрастанием числа электронов атома на один электрон. В отличие от остальных электронов этот добавочный электрон слабо связан. В этом легко убедиться, сопоставляя энергию ионизации атомов инертных газов и следующих за ними атомов щелочных металлов.

Таблица 4

Атом	He	Li	Ne	Na	Ar	K	Kr	Rb	Xe	Cs
Z	2	3	10	11	18	19	36	37	54	55
Энергия ионизации в эВ	24,48	5,37	21,47	5,09	15,68	4,32	13,94	4,19	12,08	3,86

Следовательно, можно считать, что у щелочного металла с порядковым номером Z устойчивую структуру образуют $Z - 1$ электронов. Эти электроны образуют оболочку, подобную электронной оболочке предшествующего по таблице атома инертного газа. В поле этого иона движется один электрон, подобно одному электрону атома водорода.

То обстоятельство, что этот электрон движется не в поле ядра, но в сложном поле иона, приводит к некоторому отличию термов атомов щелочных металлов от (6.46). Ридберг нашел для них следующую эмпирическую формулу:

$$T_n = \frac{R}{(n + \sigma)^2}, \quad (6.49)$$

где R имеет то же значение, что и в (6.48), n – целое число, σ – поправка, имеющая постоянное значение при вычислении каждой серии спектра, но разная для разных серий.

Однако если в общих чертах закономерности спектров щелочных металлов понятны, то одна особенность не может быть объяснена в рамках указанных представлений. Особенность эта состоит в том, что ряд линий спектра расщепляется и представляет собой не одиночные линии, а дублеты. Хорошо известен яркий дублет желтой линии натрия. λ линий дублета отличается на $\Delta\lambda = 5,977 \text{ \AA}$ ($\lambda_1 = 5889,953 \text{ \AA}$ и $\lambda_2 = 5895,930 \text{ \AA}$). Соответствующие линии расщеплены и в спектрах остальных щелочных металлов, причем с ростом атомного номера расстояние $\Delta\lambda$ между компонентами дублета увеличивается.

Анализ решений уравнения Шредингера не дает никаких оснований для объяснения спектральных дублетов.

3. Спин электрона

В 1925 г. Гаудсмит и Уленбек показали, что описанная особенность спектров (а также некоторые другие факты, на которых мы не останавливались) может быть объяснена, если принять, что электроны обладают собственными (т. е. не связанными с орбитальным или другим видом движения) механическими магнитными моментами. Наличие этих свойств внутренне присуще и столь же неотъемлемо для электрона, как и наличие собственной массы покоя m_{0e} и собственного заряда $-e$.

Если бы электрон можно было представить в виде шарика, несущего заряд, то это означало бы, что шарик вращается. Он обладал бы механическим моментом импульса (количества движения). Вращение зарядов – круговые токи – обусловили бы вместе с тем появление и магнитного момента. Отсюда название нового свойства электрона – спин (от англ. spin – веретено). Конечно, такое упрощенное представление об электроне – вращающемся шарике – неправильно. Поэтому, говоря о спине электрона, о спиновом механическом и магнитном моментах, мы

будем иметь в виду не эту примитивную модель, а просто наличие у электрона внутренне присущих ему собственных механического и магнитного моментов.

Спиновый механический момент электрона L_σ должен выражаться формулой:

$$L_\sigma = \hbar \sqrt{\sigma(\sigma+1)}, \quad (6.50)$$

где σ – спиновое квантовое число, отвечающее азимутальному квантовому числу l теории Шредингера. Число различных проекций механического момента на ось z , т. е. $L_{\sigma z}$, соответственно равно

$$2\sigma+1. \quad (6.51)$$

Если мы хотим с помощью спина объяснить расщепление спектральных линий, а значит и термов, на два подуровня, остается предположить, что

$$2\sigma+1=2. \quad (6.52)$$

Следовательно, спиновое квантовое число σ не целое, как l , а равно $1/2$:

$$\sigma = \frac{1}{2}. \quad (6.53)$$

Отсюда следует, что собственный механический момент электрона L_σ может иметь лишь одно-единственное значение:

$$L_\sigma = \hbar \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right)} = \hbar \sqrt{\frac{3}{4}}. \quad (6.54)$$

Проекция момента на ось z в соответствии с (49.24) должна иметь вид:

$$L_{\sigma z} = L_s = s\hbar, \quad (6.55)$$

где s не должен по модулю превышать σ (проекция вектора не может превышать величину вектора!); но s может иметь разные знаки. В соответствии с этим находим, что s может иметь лишь два значения:

$$s = \pm \sigma = \pm \frac{1}{2}. * \quad (6.56)$$

Таким образом, проекция собственного механического (а значит и магнитного) момента на ось z может принимать лишь два отличающихся знаком значения:

$$L_s = \pm \frac{1}{2} \hbar = s\hbar. \quad (6.57)$$

Прямое подтверждение наличия спина электрона следует из опыта Штерна и Герлаха. Идея опыта состоит в следующем. Если магнитный диполь находится в однородном магнитном поле, то на него действует момент сил, но результирующая сила равна нулю.

При движении в таком поле диполь будет ориентироваться по полю, но траектория его не изменится. Если же диполь находится в неоднородном поле, то на его полюсы действуют различные силы и результирующая отлична от нуля. В таком поле траектория диполя будет зависеть от направления его дипольного момента. Сказанным можно воспользоваться для определения магнитных моментов атомов. Экспериментальная трудность решения задачи состояла в том, что необходимо было реализовать магнитное поле с неоднородностью, ощутимой на расстояниях порядка размеров атомов, т. е. $\sim 1 \text{ \AA}$. Этого удалось добиться с помощью магнитов со специально подобранными полюсными наконечниками.

Источником атомного пучка служила маленькая электропечь, в которую

помещалось вещество, подлежащее изучению. Тонкий пучок атомов выделялся с помощью ряда диафрагм, пропускался сквозь сильно неоднородное магнитное поле и попадал на пластинку, на которой и осаждался. Тонкий штрих (след атомарного пучка в отсутствие магнитного поля) при наличии мощного неоднородного поля расщеплялся.

На **рис. 85** показаны результаты опытов Штерна и Герлаха с литием. Литий, серебро, атомарный водород давали всегда двойной след. Согласно теории Шредингера, магнитный момент, обусловленный орбитальным движением электрона атома водорода, а также каждого из трех электронов лития равен нулю. Также равен нулю суммарный магнитный момент орбитального движения всех электронов атома серебра. Значит, расщепление в магнитном поле пучка атомов этих элементов объясняется двумя возможными ориентациями спинового магнитного момента валентного электрона, что хорошо согласуется с заключением о спине из данных спектроскопии (6.57).

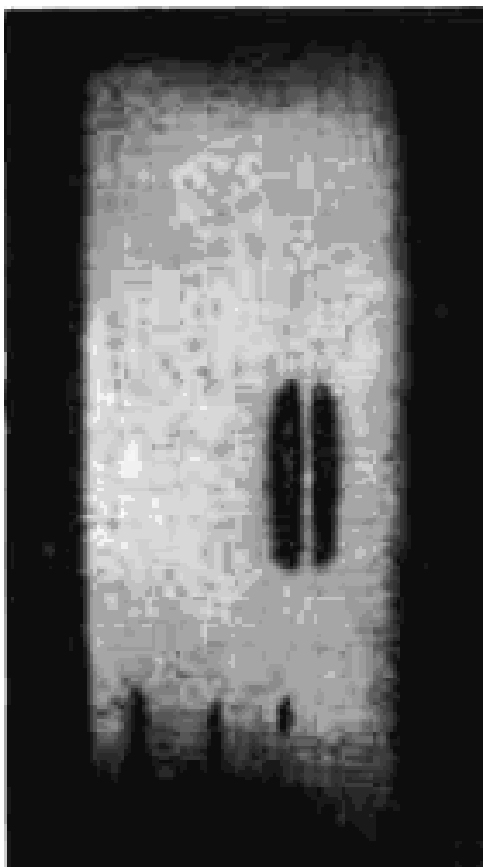


Рис. 85. Экспериментальное подтверждение наличия спина

* Все сказанное выше отнюдь не претендует на строгость. Это лишь рассуждения по аналогии для того, чтобы нащупать правильный путь. Поэтому мы не можем здесь вдаваться в рассуждения о том, почему невозможно значение $s = 0$. Точная теория спина электрона следует из уравнения Дирака, которое отличается от уравнения Шредингера тем, что удовлетворяет требованиям теории относительности.

Найдем теоретическое значение постоянной Ридберга R [2].

В спектральном виде:

$$\frac{1}{\lambda_{21}} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (6.58)$$

$$R = \frac{me^4}{4\pi\hbar^3 c} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{mc}{\hbar} \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\alpha^2}{\Lambda}.$$

Подставляя сюда значения комптоновской длины волны электрона Λ и постоянной тонкой структуры α , найдем:

$$R = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{137} \right)^2 \frac{1}{3,86 \cdot 10^{-11} \tilde{h}\tilde{\nu}^{-1}}. \quad (6.59)$$

Точный расчет дает $R = 109737,3 \text{ см}^{-1}$ (постоянная Ридберга в спектральном виде отличается скоростью света в знаменателе).

Мы получили численное значение R , почти совпадающее, но все-таки не равное значению $R = 109677,6 \text{ см}^{-1}$, определенному для водорода экспериментально. Исследуем причину этого расхождения.

При составлении уравнения Шредингера для водородоподобных атомов мы считали, что электрон находится в кулоновском поле неподвижного ядра. На самом же деле следовало рассматривать движение электрона и движение ядра вокруг их общего центра масс. Как известно из классической механики, в уравнение движения в таких случаях вместо масс взаимодействующих тел входит приведенная масса m^* обеих частиц. Этот вывод сохраняется и в квантовой механике. В нашем случае:

$$m^* = \frac{m}{1 + \frac{m}{M}}, \quad (6.60)$$

где m – масса электрона, M – масса ядра.

Из (6.60) видно, что $m^* = m$ только при $M = \infty$. Следовательно, при расчете мы получили значение постоянной Ридберга не для реального, а для некоторого мысленного бесконечно тяжелого ядра: $R_\infty = 109737,3 \text{ см}^{-1}$. Воспользовавшись численным значением R_∞ , легко получить величину R для любого конкретного ядра. В частности, для водорода:

$$\frac{m}{M} = \frac{1}{1836,1} \text{ и } R_H = \frac{R_\infty}{1 + \frac{1}{1836,1}} = 109677,6 \tilde{h}\tilde{\nu}^{-1} \quad (6.61)$$

Превосходное согласие вычисленного из теории значения R_H и значения R , полученного для водорода экспериментально, является блестящим подтверждением правильности применения квантово механических представлений к атомам.

В табл. 5 приведены $\lambda_{\text{эксп}}$ и $\lambda_{\text{теор}}$, вычисленные по формуле (6.58) с учетом (6.61) для первых трех линий серии Бальмера.

Таблица 5

Теоретические и экспериментальные значения λ для трех первых линий серии Бальмера

Линия	$\lambda_{\text{эксп}}, \text{A}$	$\lambda_{\text{теор}}, \text{A}$
H_{α}	6562,78	6564,7
H_{β}	4861,32	4862,7
H_{γ}	4340,46	4341,7

Изотопический сдвиг. Кроме легкого изотопа водорода H существуют два тяжелых изотопа водорода: дейтерий D и тритий T. Ядро дейтерия, кроме протона, содержит один нейтрон, а ядро трития – два нейтрона. Спектры тяжелых изотопов водорода описываются, конечно, той же формулой (6.58), но в качестве R следует брать R_D для дейтерия и R_T для трития.

Расчет по формуле (6.61) дает:

$$R_D = 109707,4 \text{ см}^{-1},$$

$$R_T = 109717,5 \text{ см}^{-1}.$$

Различие R_H , R_D и R_T приводит к различию длин волн одних и тех же линий в спектрах различных изотопов водорода.

В табл. 6 приведены для сравнения длины волн первых трех линий серии Лаймана в спектрах водорода и дейтерия.

Еще большее различие наблюдается для длин волн серии Бальмера в спектрах водорода и дейтерия. Например, линии H_{α} и D_{α} различаются на 1,7 A.

Различие в длинах волн идентичных линий в спектрах различных изотопов одного и того же элемента называется изотопическим сдвигом. Изотопический сдвиг в спектрах водорода и дейтерия настолько велик, что отчетливо обнаруживается с помощью обычных спектральных приборов.

Таблица 6

Длины волн первых трех линий серии Лаймана в спектре водорода и дейтерия

λ_H, A	λ_D, A	$\Delta\lambda, \text{A}$
1215,66	1215,33	0,33
1025,72	1025,44	0,28
972,53	972,27	0,26

§ 6.4. Строгое решение уравнения Шредингера*

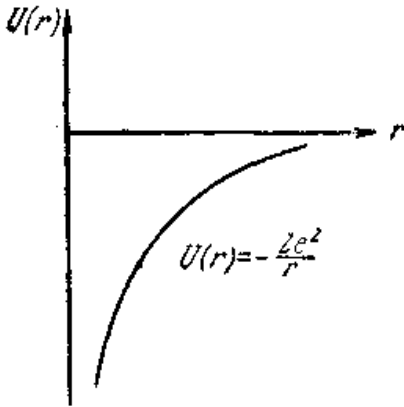


Рис. 86. Потенциальная энергия взаимодействия в атоме водорода

Простейшими атомными системами являются атом водорода и водородоподобные атомы, т. е. такие атомы, у которых в поле ядра находится только один электрон [2]. К водородоподобным атомам относятся однократно ионизованный атом гелия He^+ с зарядовым числом $Z = 2$, двукратно ионизованный атом лития Li^{++} с $Z = 3$ и т. д.

Энергетические уровни водородоподобных атомов
Потенциальная энергия водородоподобного атома равна:

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{r}; \quad (6.62)$$

потенциальная кривая изображена на рис. 86. Уравнение Шредингера в этом случае имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi - \frac{Ze^2}{r} \psi = E \psi. \quad (6.63)$$

Физический смысл имеют лишь однозначные, конечные, непрерывные и гладкие решения этого уравнения.

Выражение (6.62) сферически-симметрично. Поэтому целесообразно решать уравнение (6.63) в сферических координатах r, ϑ, φ (рис. 75). В общем случае волновая функция является функцией трех координат: $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$. Мы ограничимся, однако, исследованием сферически симметричных решений, т. е. решений, не зависящих от углов ϑ, φ . При этом, конечно, большое количество решений будет потеряно. К ним мы вернемся несколько позже. Воспользуемся выражением оператора Лапласа в сферических координатах, когда ψ зависит только от r :

$$\Delta = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d}{dr}. \quad (6.64)$$

Подставим выражение (6.64) в уравнение Шредингера (6.63):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d^2 \psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d\psi}{dr} \right) - \frac{Ze^2}{r} \psi = E \psi.$$

Обозначив $\frac{d\psi}{dr} = \psi'$ и $\frac{d^2 \psi}{dr^2} = \psi''$, получаем

$$\psi'' + \frac{2}{r} \psi' + \frac{\beta}{r} = k^2 \psi, \quad (6.65)$$

где

$$\beta = \frac{2mZe^2}{\hbar^2} \quad \text{и} \quad k^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2}. \quad (6.66)$$

Чтобы упростить это уравнение, произведем замену переменных. Положим

$$\psi(r) = \frac{u(r)}{r}, \quad (6.67)$$

Тогда

$$\psi' = \frac{u'}{r} - \frac{1}{r^2}u, \quad \psi'' = \frac{u''}{r^2}u' + \frac{2}{r^3}u.$$

Подставляя эти выражения в (6.65), получим уравнение Шредингера в виде:

$$u'' + \beta \frac{u}{r} = k^2 u. \quad (6.68)$$

Исследуем это уравнение. Прежде всего изучим поведение функции $u(r)$ на бесконечности. При $r \rightarrow \infty$ членом $\frac{\beta}{r}u$ можно пренебречь по сравнению с $k^2 u$. Поэтому при больших r вместо уравнения (6.68) получим

$$u''_{\infty} = k^2 u. \quad (6.69)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$u_{\infty} = Ae^{-kr} + Be^{kr},$$

где A и B – некоторые константы.

Функция $u_{\infty} = Ae^{-kr}$ конечна при всех r лишь в том случае, если $B = 0$. Следовательно,

$$u_{\infty} = Ae^{-kr}. \quad (6.70)$$

Функция (6.70) не является решением уравнения (6.68), но правильно отражает поведение этого решения на бесконечности. Поэтому будем искать решение уравнения (6.68) в виде

$$u = e^{-kr} \cdot f(r). \quad (6.71)$$

Поскольку поведение $u(r)$ при больших r правильно описывается функцией e^{-kr} , функция $f(r)$ при $r \rightarrow \infty$ должна изменяться медленнее, чем экспонента.

Найдем производные от u :

$$\begin{aligned} u' &= -ke^{-kr} \cdot f + f'e^{-kr}, \\ u'' &= ke^{-kr} \cdot f - 2ke^{-kr} f' + f''e^{-kr}. \end{aligned}$$

Подставив эти выражения и (6.71) в уравнение (6.68), после приведения подобных членов получим

$$f'' - 2kf' + \frac{\beta}{r}f = 0. \quad (6.72)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде степенного ряда:

$$f(r) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m r^m. \quad (6.73)$$

Подставив (6.73) в (6.72), получим:

$$\sum_{m=1}^{\infty} a_m m(m-1)r^{m-2} - 2k \sum_{m=1}^{\infty} a_m m r^{m-1} + \beta \sum_{m=1}^{\infty} a_m r^m = 0. \quad (6.74)$$

Так как равенство (6.74) должно удовлетворяться тождественно для любых значений r , сумма коэффициентов при любой степени r должна равняться нулю.

Приравняем нулю сумму коэффициентов при r^{n-1} :

$$a_{n+1}(n+1)n - 2ka_n \cdot n + \beta a_n = 0. \quad (6.75)$$

Из (6.75) легко получить рекуррентную формулу для коэффициентов ряда (6.72):

$$a_{n+1} = a_n \frac{2kn - \beta}{n(n+1)}. \quad (6.76)$$

В зависимости от величины β ряд (6.73) может оказаться бесконечным или

может оборваться на некотором n -м члене, т. е. свестись к полиному.

Если ряд не обрывается, то при $n \rightarrow \infty$

$$a_{n+1} = a_n \frac{2k - \frac{\beta}{n}}{n+1} \cong \frac{2k}{n+1} a_n, \quad (6.77)$$

или

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \cong \frac{2k}{n+1}.$$

Такая рекуррентная формула, как нетрудно убедиться, справедлива для коэффициентов ряда:

$$e^{2kr} = \sum_n \frac{1}{n!} (2kr)^n. \quad (6.78)$$

Таким образом, если ряд, в который разлагается функция $f(r)$, не оказывается полиномом, то при больших n функция $f(r)$ ведет себя как e^{2kr} и $\psi(r)$ растёт с увеличением r как $\frac{1}{r} e^{kr}$, т. е. не является конечной. Это решение, следовательно, должно быть отброшено.

Рассмотрим теперь случай, когда ряд (6.73) обрывается на n -м члене. При этом для некоторого n числитель в (6.76) должен обращаться в нуль:

$$2kn - \beta = 0.$$

Таким образом, ряд оканчивается на n -м члене, если

$$k = \frac{\beta}{2n}, \quad (6.79)$$

где n – некоторое целое число.

Подставляя в (6.79) значения k и β из (6.66), найдем возможные значения энергии водородоподобных атомов:

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (6.80)$$

или

$$E_n = -AZ^2 \frac{1}{n^2}, \quad (6.81)$$

где

$$A = \frac{me^4}{2\hbar^2}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Как и в случае прямоугольной потенциальной ямы, возможные значения энергии оказываются дискретными. Дискретность возникает из-за того, что мы потребовали, чтобы волновая функция электрона была конечной на сколь угодно больших расстояниях от ядра. При $E > 0$ энергия не квантуется, так как электрон, имеющий положительную энергию, может уходить на бесконечное расстояние от ядра.

Вернемся к формуле (6.81). Обратим внимание на структуру величины A .

Перепишем A в виде $A = \frac{1}{2} mc^2 \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2$.

Величина A определяет энергию уровней и имеет размерность энергии.

Размерность определяется величиной mc^2 – энергией покоя электрона. Кроме mc^2 в формулу входят универсальные постоянные \hbar и c и заряд e , определяющий кулоновское взаимодействие электрона с ядром. Эти величины входят в формулу в виде безразмерной комбинации $\frac{e^2}{\hbar c}$. Следует запомнить, что электрические заряды входят в решения квантово-механических задач всегда в виде этой комбинации, называемой постоянной тонкой структуры – α :

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}.$$

Численное значение α также полезно запомнить. Теперь определим численное значение A :

$$A = \frac{1}{2} mc^2 \alpha^2 = 13,6 \text{ эв}.$$

Для водорода $Z = 1$; из формулы (6.54) для энергии уровней атома водорода получим:

$$E_n = -13,6 \cdot \frac{1}{n^2} \text{ эв}.$$

При

$$n = 1 \quad E_1 = -13,6 \text{ эв},$$

$$n = 2 \quad E_2 = -13,6 \cdot \frac{1}{2^2} = -3,4 \text{ эв},$$

$$n = 3 \quad E_3 = -13,6 \cdot \frac{1}{3^2} = -1,5 \text{ эв}.$$

Уровни энергии сгущаются при $E \rightarrow 0$. При $E > 0$ электрон является свободным, и уровни энергии, как мы уже знаем, не квантуются (образуют непрерывный спектр). Уровни энергии атома водорода изображены на **рис. 87**.

Сделаем одно важное замечание. Те решения, которые мы получили, вообще говоря, не представляют собой полного набора решений. При решении уравнения Шредингера мы не рассматривали волновые функции, зависящие от углов ϑ и φ . Поэтому уровни энергии, которые были получены, – это уровни состояний, не зависящих от углов ϑ и φ , т. е. уровни с нулевым моментом количества движения.

Электрическое поле точечного заряда обладает той характерной особенностью, что рассмотрение полной задачи, включающей решения с ненулевыми моментами количества движения, не приводит к появлению новых уровней энергии.

Поэтому формула (6.80) содержит все уровни энергии водорода и водородоподобных атомов.

С точки зрения классической физики, устойчивые состояния электрона с нулевым моментом количества движения невозможны, так как при отсутствии

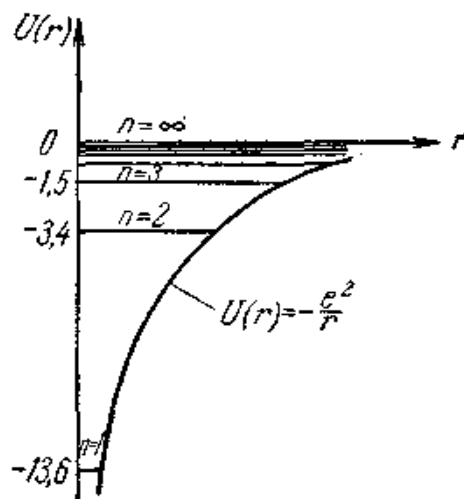


Рис. 87. Уровни энергии атома

вращения электрон должен был бы упасть на ядро. В квантовой механике такие состояния могут осуществляться. Это легко понять, применив к электрону, находящемуся в поле ядра, соотношение неопределенности. При приближении электрона к ядру неопределенность координаты становится все меньше и меньше, но зато при этом возрастает $\Delta p \cong \frac{2\pi\hbar}{\Delta x}$, а с ростом Δp растет и кинетическая энергия. Так как кинетическая энергия возрастает пропорционально $(\Delta p)^2$, то при уменьшении расстояния между электроном и ядром ее рост перегоняет уменьшение потенциальной энергии, и полная энергия электрона начинает расти. Дальнейшее уменьшение расстояния между электроном и ядром становится энергетически невыгодным, так что «упасть» на ядро электрон не может.

ЛЕКЦИЯ 9

ГЛАВА 7. АТОМ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ

§ 7.1. Магнитное квантовое число

В теории Шредингера магнитное квантовое число m_l , умноженное на \hbar , представляет собой компоненту момента импульса в направлении произвольной координаты, например, вдоль оси z [7]. Это накладывает ограничения на сам момент импульса, для которого возможны лишь определенные направления в этой координатной системе, выбранные из заданного дискретного множества направлений, которые определяются допустимыми значениями m_l . Это выражается в так называемом пространственном квантовании момента импульса.

Если выбрать для выражения ψ -функции полярные координаты, то она должна быть непрерывна, однозначно определена и иметь период 2π по углу φ . Это означает, что $L_z = m_l \hbar$, где $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$.

Из этого следует, что собственные функции, связанные с собственными значениями L_z определяются соотношением $\Phi = A e^{im_l \varphi}$, где A – постоянная, значение которой может быть получено из условия нормировки $\int_0^{2\pi} \Phi^* \Phi d\varphi = 1$.

Тогда допустимые значения z -компоненты орбитального момента импульса:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}. \quad (7.1)$$

(Подробнее см. в § 7.9).

Полярный угол вектора полного момента импульса может теперь принимать только те значения, которые удовлетворяют условию:

$$\cos \theta = \frac{L_z}{L} = \frac{m_l \hbar}{\hbar \sqrt{l(l+1)}} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}. \quad (7.2)$$

Графически это показано на **рис. 88 и 89**.

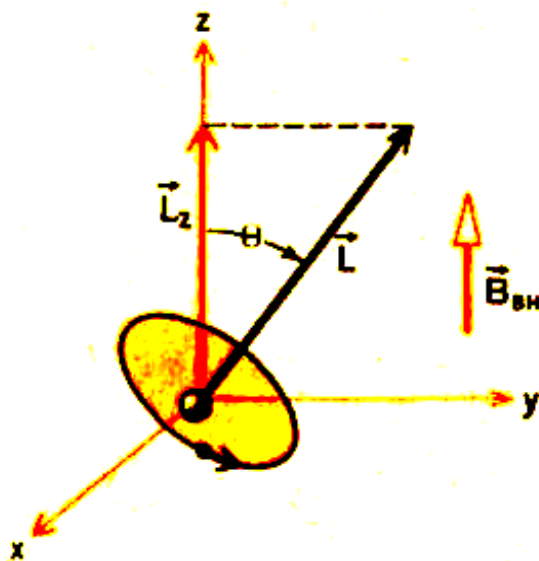


Рис. 88. Возможные углы для вектора полного момента импульса

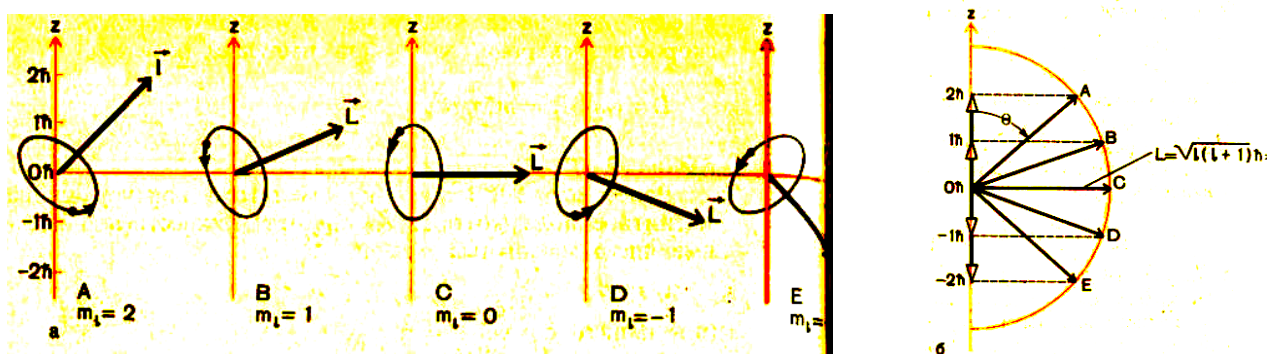


Рис. 89

Интересно отметить, что для очень больших значений момента импульса, когда $l \gg 1$, $l(l+1) \approx l^2$, уравнение (7.1) преобразуется к виду $L = l\hbar$, в этом случае разность между последовательными значениями момента импульса мала по сравнению с полным моментом и спектр разрешенных значений L стремится к сплошному. Однако условия, налагаемые на L_z , продолжают оставаться в силе. Максимальное значение m_l равно $\pm l$. Для больших значений l уравнение (7.2) принимает вид:

$$\cos\theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} = \pm \frac{l}{\sqrt{l(l+1)}} \approx \pm 1,$$

т. е. по существу все ориентации вектора момента импульса, заключенные между 0 и π , возможны. (**Принцип соответствия**)

В квантовой механике \hbar представляет собой универсальную единицу момента импульса.

§ 7.2. Атом во внешнем магнитном поле

В 1892 г. Питер Зееман работал в Лейденском университете и занимался проблемами оптической спектроскопии [7]. В одном из экспериментов он обнаружил, что ярко-желтые линии в спектре пламени натрия заметно уширяются, когда пламя находится между полюсами мощного электромагнита. Х. А. Лоренц, проанализировав этот результат на основе разработанной им электронной теории, высказал предположение, что спектральные линии, обнаруживающие уширение, должны быть поляризованы. При наблюдении в направлении, перпендикулярном линиям индукции поля, Зееман обнаружил, что для крайних частей спектральных линий плоскость поляризации была параллельна направлению вектора индукции внешнего магнитного поля, а для центральной части перпендикулярна ему. Совершенствование спектроскопических методов позволило исследовать структуру линий, полученных Зееманом. Оказалось, что они состоят, в свою очередь, из трех линий, поляризованных так, как было показано выше. Такая группа из трех линий известна под названием *триплета Лоренца*.

На рис. 90 схематически изображен атом водорода, находящийся в сильном внешнем магнитном поле с индукцией $B_{\text{вн}}$. Магнитный дипольный момент μ_l кругового тока, ассоциируемого с электроном, движущимся по орбите вокруг протона, взаимодействует с внешним магнитным полем. Потенциальная энергия,

связанная таким взаимодействием, равна в этом случае:

$$\mu_l = \frac{eL}{2m} = \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)}, \text{ где } \mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = \beta. \quad (7.3)$$

$$\Delta U_m = -\vec{\mu}_l \cdot \vec{B}_{\text{вн}} = \mu_l B_{\text{вн}} \cos(\pi - \theta),$$

или

$$\Delta U_m = \mu_l B_{\text{вн}} \cos \theta. \quad (7.4)$$

Если использовать значение $\mu_l = \frac{e}{2m} L = \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)}$, то потенциальная энергия, приобретаемая атомом таким взаимодействии, может быть записана в виде

$$\Delta U_m = \frac{e}{2m} L B_{\text{вн}} \cos \theta = \frac{e}{2m} \vec{L} \cdot \vec{B}_{\text{вн}}, \quad (7.5)$$

или, так как орбитальный момент импульса электрона $L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$:

$$\Delta U_m = \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)} B_{\text{вн}} \cos \theta = \mu_B \sqrt{l(l+1)} B_{\text{вн}} \cos \theta;$$

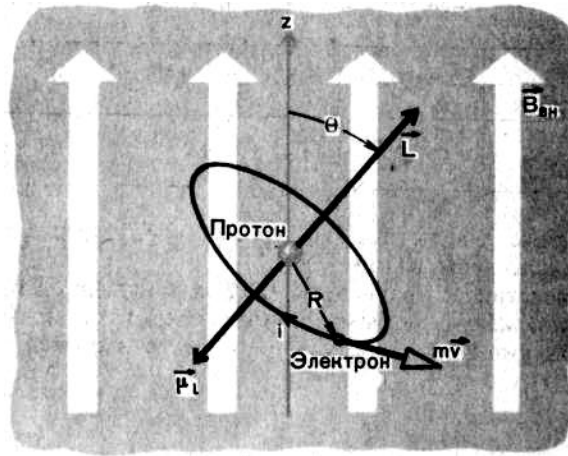


Рис. 90. Атом водорода во внешнем магнитном поле

В результате полная энергия атома водорода в магнитном поле равна:

$$E_{n,l,m_l} = -\frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} + \mu_B \sqrt{l(l+1)} B_{\text{вн}} \cos \theta, \quad (7.7)$$

где первый член представляет собой энергию кулоновского взаимодействия между электроном и протоном, а второй – энергию взаимодействия между внешним магнитным полем и магнитным дипольным моментом циркулирующего электрона.

Отметим, что полная энергия записана с использованием трех квантовых чисел, что указывает также на зависимость энергии от магнитного квантового числа m_l . Действительно, из уравнения (7.6) и условия $L_z = m_l \hbar$

имеем: $\cos \theta = \frac{L_z}{L} = \frac{m_l \hbar}{\hbar \sqrt{l(l+1)}} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} \Rightarrow$ выражение для энергии принимает

следующий вид:

$$E_{n,l,m_l} = -\frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} + \mu_B m_l B_{\text{вн}}. \quad (7.8)$$

Полученный результат дает возможность объяснить влияние магнитного поля

на энергетические уровни атома. При $B_{\text{вн}} = 0$ (внешнее поле отсутствует) энергетический уровень определяется только первым членом. Как только индукция становится достаточно большой, второй член начинает играть существенную роль, появляется необходимость учитывать различные допустимые значения m_l . Напомним, что при заданных n и l имеется $2l + 1$ возможных значений для m_l ($0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$). Каждому допустимому значению m_l соответствует некоторое значение $E_{n,l,m}$, что означает расщепление первоначального энергетического уровня на $2l + 1$ уровней.

§ 7.3. Нормальный эффект Зеемана

Время жизни атома, находящегося в возбужденном состоянии, очень мало и имеет значение порядка 10^{-8} с [7]. Атом покидает такое состояние, переходя в состояние с более низкой полной энергией и другим квантовым числом. Потеря энергии, которая равна разности энергии уровней, соответствующих двум состояниям, может осуществляться любым способом, но с соблюдением закона сохранения энергии. Часто это происходит путем излучения фотона с частотой

$$\nu = \frac{E_i - E_j}{h} \quad (E_j < E_i), \quad (7.9)$$

где E_i и E_j – полная энергия соответственно начального и конечного состояний. Переход может происходить самопроизвольно и беспорядочно по времени, поэтому предсказать точно момент перехода невозможно. Однако, основываясь на квантовой теории, можно вычислить вероятность перехода в единицу времени. Результат таких вычислений содержат некоторые правила, с помощью которых можно определить, как меняются квантовые числа l и m_l при переходе с уровня энергии E_i на уровень E_j . Например, изменения

$$\begin{aligned} \Delta l &= l_i - l_j = \pm 1 \\ m_l &= (m_l)_i - (m_l)_j = 0, \text{ или } m_l = \pm 1, \end{aligned} \quad (7.10)$$

представляют собой *правила отбора* или некоторые ограничения на квантовые числа, при наличии которых вероятность перехода в единицу времени особенно велика (приближается к единице). Такие переходы называют *допустимыми переходами*. Другие правила отбора могут быть получены для значительно более низких значений вероятности перехода (порядка 10^{-6} с⁻¹); эти правила отбора определяют *запрещенные* (в той или иной степени) *переходы*. Понятно, что если энергия по тем или иным причинам может испускаться только через запрещенные переходы, то время жизни атомов в возбужденных состояниях будет исключительно велико по сравнению с временем жизни для допустимых переходов. Подобные случаи имеют место в спектрах очень разреженных облаков горячего газа в звездных атмосферах или в туманностях, создаваемых сверхновыми звездами.

Для главного квантового числа n правил отбора не существует, должно лишь выполняться требование, чтобы E_j было меньше E_i .

В качестве примера использования правил отбора в случае допустимых переходов рассмотрим возможные переходы в водородоподобном атоме между состояниями d ($l=2$) и p ($l=1$). Эти переходы схематически показаны на **рис. 91 а**, когда *внешнее магнитное поле отсутствует*, и на **рис. 91 б**, когда *индукция внешнего*

магнитного поля отлична от нуля. Видно, что при $B_{\text{вн}} = 0$ возможен только один переход. Энергия испущенных фотонов определяется по формуле Бора:

$$\Delta E = h\nu_0, \quad (7.11)$$

при этом длина волны соответствующей спектральной линии равна $\lambda_0 = c/\nu_0$.

При таком переходе квантовое число l изменяется от 2 до 1, т. е. $\Delta l = 1$. Под действием внешнего магнитного поля прежние энергетические уровни расщепляются так, как показано на **рис. 89 б**. Состояние d ($l = 2$) расщепляется на пять подуровней, поскольку m_l может принимать значения $-2, -1, 0, +1, +2$. Состояние p ($l = 1$) расщепляется на три уровня для m_l , равного $-1, 0, +1$.

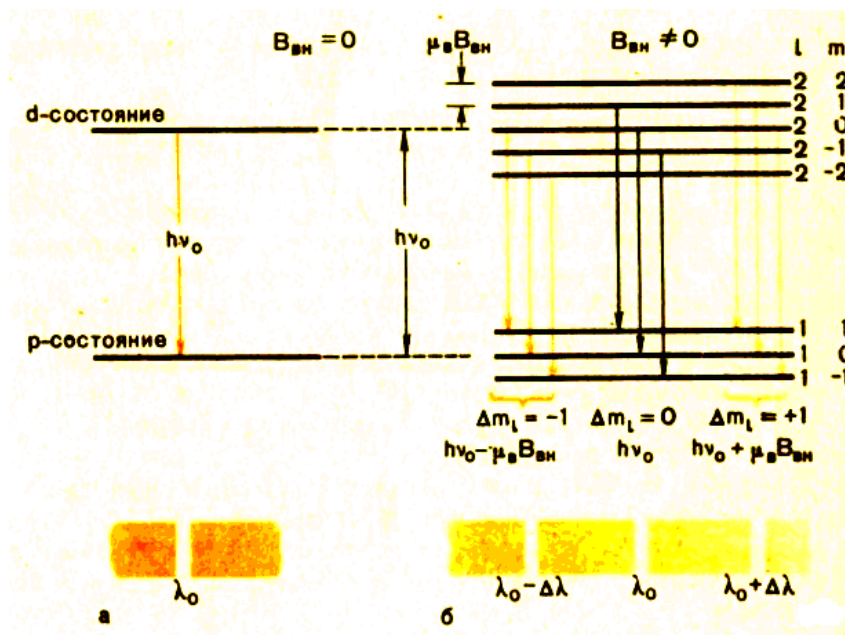


Рис. 91. Расщепление уровней в эффекте Зеемана

В первой группе из трех возможных допустимых переходов, соответствующих правилу отбора $\Delta l = 1$ и $\Delta m_l = -1$, каждый переход сопровождается высвобождением одинаковой энергии:

$$h\nu = h\nu_0 - \mu_B B_{\text{вн}}. \quad (7.12)$$

Частота и длина волны соответствующей спектральной линии равны:

$$\nu = \nu_0 - \frac{\mu_B B_{\text{вн}}}{h}$$

и

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{\nu_0 - \mu_B B_{\text{вн}} / h}.$$

Во второй группе переходов с правилами отбора $\Delta l = +1, \Delta m_l = 0$ при переходах высвобождается энергия $h\nu_0$. Частота и длина волны соответствующей спектральной линии равны ν_0 и $\lambda_0 = c/\nu_0$, т. е. имеют такие же значения, как и в случае, когда $B_{\text{вн}} = 0$.

Наконец, в третьей группе переходов высвобождается фотон с энергией

$$h\nu = h\nu_0 + \mu_B B_{\text{вн}}, \quad (7.13)$$

с частотой

$$\nu = \nu_0 + \frac{\mu_b B_{\text{вн}}}{h}$$

и длиной волны

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{\nu_0 + \mu_b B_{\text{вн}} / h}.$$

Первоначальная спектральная линия, следовательно, расщепляется на три компоненты с длинами волн:

$$\frac{c}{\nu_0 - \mu_b B_{\text{вн}} / h}, \quad \frac{c}{\nu_0}, \quad \frac{c}{\nu_0 + \mu_b B_{\text{вн}} / h}.$$

§ 7.4. Спин электрона

Тонкая структура уровней и спин [4]. Наблюдения атомных спектров с помощью спектрографов высокой разрешающей способности показали, например, что все линии в спектрах щелочных металлов состоят из двух очень близко расположенных линий. Этот факт легко объяснить, предположив, что все энергетические уровни, кроме *s*-уровней, имеют тонкую структуру – распадаются на два близко расположенных подуровня. В этом случае нужно признать, что, вопреки ранее полученному в квантовой механике результату, энергия электрона в атоме зависит не только от главного квантового числа *n*, но и от орбитального квантового числа *l*. Расхождения предсказаний теории с результатами опытов удалось устранить после открытия спина электрона. *Спином* называется *собственный, или внутренний, момент импульса* элементарной частицы.

Гипотезу о существовании спина электрона высказали в 1925 г. Дж. Уленбек и С. Гаудсмит. Они предположили, что электрон можно представить в виде заряженного шарика, вращающегося вокруг своей оси. Вращающаяся заряженная частица эквивалентна круговому току, поэтому электрон должен обладать собственным магнитным полем (магнитным моментом). Дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования свойств электронов показали ошибочность представлений об электроне как вращающемся заряженном шарике. Классические представления неприменимы к элементарным частицам. Однако вывод о существовании собственного момента импульса (спина) у электрона и собственного магнитного поля, не связанного с движением по орбите, полностью подтвержден.

Модуль спина электрона определяется по формуле, аналогичной формуле (7.6) для модуля орбитального момента:

$$S = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (7.14)$$

где *s* – *спиновое квантовое число*; оно имеет только одно значение: *s* = 1/2. Потому модуль спина электрона также имеет только одно значение:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar. \quad (7.15)$$

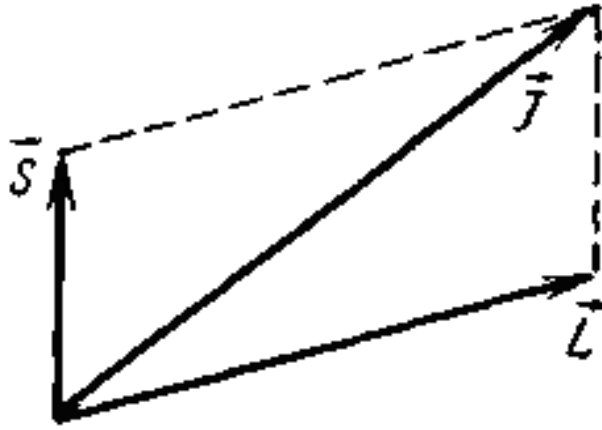


Рис. 92. Полный момент импульса атома

Проекция спинового момента на избранное в пространстве направление квантуется по правилу $L_z = m\hbar$. Следовательно, проекция спина электрона на избранную координатную ось Z может принимать только два значения:

$$S_z = \hbar/2 \text{ и } S_z = -\hbar/2. \quad (7.16)$$

В единицах постоянной Планка \hbar проекция спина на избранное в пространстве направление равна $\pm 1/2$, поэтому часто для краткости говорят, что электрон обладает спином $1/2$, или *полуцелым спином*.

§ 7.5. Полный момент импульса атома

Обнаружение собственного момента импульса (спина) электрона показало необходимость при рассмотрении поведения электрона в атоме использовать как наиболее полную его характеристику *полный момент импульса* \vec{J} , равный векторной сумме орбитального момента \vec{L} и спинового момента \vec{S} [4] (рис. 92):

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}. \quad (7.17)$$

Полный момент квантуется по общим правилам:

$$J = \hbar\sqrt{j(j+1)}, \quad (7.18)$$

где j – *внутреннее квантовое число*.

Изучение свойств атомов, в первую очередь их спектров, показало, что орбитальный и спиновой моменты электрона в атоме не могут быть ориентированы произвольно друг относительно друга. Проекция спина электрона на одну из координатных осей может быть только параллельной или антипараллельной проекции орбитального момента. Поэтому проекция полного момента может принимать значения

$$J_z = j\hbar, \quad (7.19)$$

где

$$j = l + s = l \pm 1/2. \quad (7.20)$$

Проекции полного момента на две другие оси не определены. Знак «плюс» соответствует параллельной ориентации проекций орбитального и спинового моментов, знак «минус» – антипараллельной их ориентации.

Опыт Штерна-Герлаха

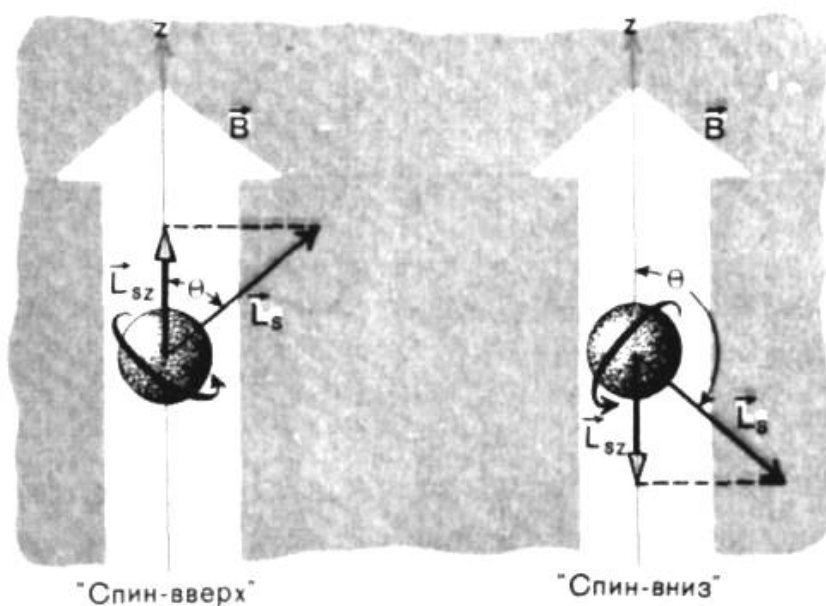


Рис. 93. Параллельная и антипараллельная ориентация спина

Прямое подтверждение наличия спина электрона следует из опыта Штерна и Герлаха [3]. Идея опыта состоит в следующем. Если магнитный диполь находится в однородном магнитном поле, то на него действует момент сил, но результирующая сила равна нулю.

При движении в таком поле диполь будет ориентироваться по полю, но траектория его не изменится. Если же диполь находится в неоднородном поле, то на его полюсы действуют различные силы и результирующая отлична от нуля. В таком поле траектория диполя будет зависеть от направления его дипольного момента. Сказанным можно воспользоваться для определения магнитных моментов атомов. Экспериментальная трудность решения задачи состояла в том, что необходимо было реализовать магнитное поле с неоднородностью, ощутимой на расстояниях порядка размеров атомов, т. е. $\sim 1 \text{ \AA}$. Этого удалось добиться с помощью магнитов со специально подобранными полюсными наконечниками.

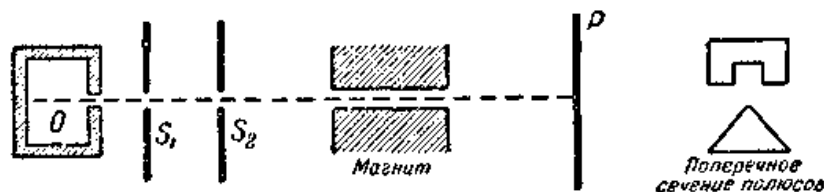


Рис. 94. Схема экспериментальной установки в опыте Штерна-Герлаха [5].

Источником атомного пучка служила маленькая электропечь, в которую помещалось вещество, подлежащее изучению.[7] Тонкий пучок атомов выделялся с помощью ряда диафрагм, пропускался сквозь сильно неоднородное магнитное поле и попадал на пластинку, на которой и осаждался. Тонкий штрих (след атомарного пучка в отсутствие магнитного поля) при наличии мощного неоднородного поля расщеплялся.

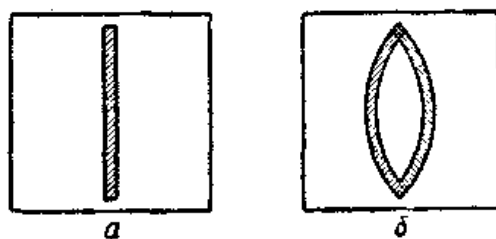


Рис. 95. Типичное изображение, получаемое на фотопластинке от пучка атомов серебра: а) без магнитного поля, б) с включенным магнитным полем [5].

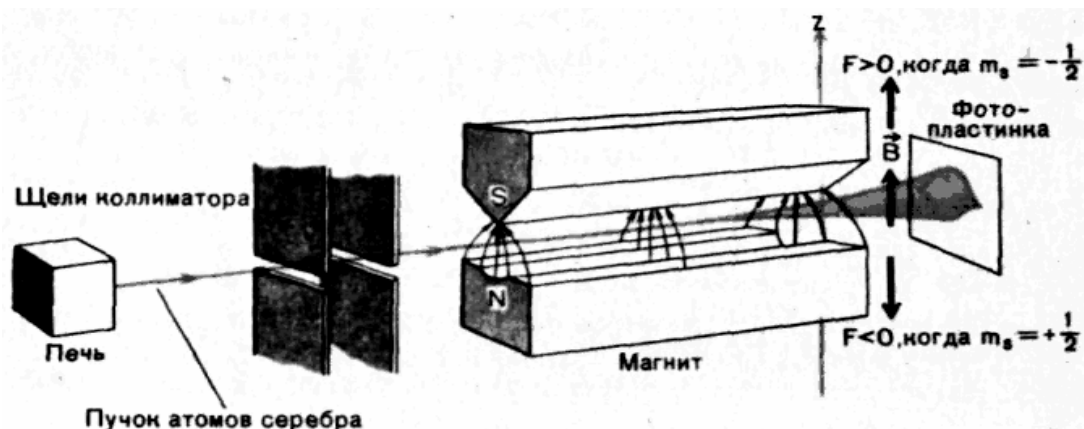


Рис. 96. Установка Штерна-Герлаха [7].

§ 7.6. Многоэлектронные атомы

Принцип Паули [4]. В атоме водорода из всех возможных стационарных состояний $1S$ -состояние с квантовыми числами $n = 1$ и $l = 0$ является особенным. В этом состоянии, называемом основным, энергия электрона имеет минимальное значение из возможных, атом в этом состоянии может существовать неограниченно долго. Во всех остальных состояниях атом существует ограниченное время, порядка 10^{-9} – 10^{-7} с, и самопроизвольно переходит в основное состояние с излучением фотона.

Можно предположить, что при образовании атома с зарядом ядра $q = Ze$ все электроны в соответствии с принципом минимума энергии будут находиться в одном и том же состоянии с квантовыми числами $n = 1$ и $l = 0$. В этом случае атомные спектры всех элементов были бы подобны спектру водорода. Но в действительности атомные спектры всех элементов существенно различны.

Изучение атомных спектров химических элементов показало, что в нейтральном невозбужденном атоме, содержащем Z электронов, лишь два из них находятся в состоянии с минимальной энергией. Остальные электроны находятся на более высоких энергетических уровнях и не переходят самопроизвольно на более низкие уровни неограниченно долгое время. Такое поведение электронов в атомах объяснил в 1925 г. В. Паули.

Принцип Паули утверждает, что **в любой квантовой системе два и более электрона не могут находиться одновременно в одном и том же квантовом состоянии.**

Состояние электрона в квантовой системе определяется четырьмя квантовыми числами: n, l, m, s . Следовательно, **в квантовой системе не могут**

существовать электроны, у которых были бы одинаковыми все четыре квантовых числа.

Принцип Паули – фундаментальный закон квантовой физики. Ему подчиняются не только электроны, но и любые другие частицы со спином $1/2$ или другим полуцелым спином. Частицы с нулевым или целочисленным спином, например фотоны, мезоны, принципу Паули не подчиняются.

Периодическая система элементов Д. И. Менделеева. Совместное действие принципа Паули и принципа минимума энергии системы определяет закономерности заполнения электронных оболочек в атомах и периодическую повторяемость химических свойств элементов.

Прежде всего отметим, что в многоэлектронных атомах из-за взаимодействия электронов между собой их энергия оказывается зависящей не только от главного квантового числа, но и от остальных трех квантовых чисел, в первую очередь от орбитального числа. Но преобладающим остается влияние главного квантового числа. Поэтому минимальной энергией обладают электроны в состоянии с главным квантовым числом, равным единице; большей энергией – в состояниях с $n = 2, 3, 4$ и т. д. Сколько же электронов может находиться в состоянии с одним и тем же значением главного квантового числа?

Согласно принципу Паули, электроны с одним и тем же значением главного квантового числа должны отличаться друг от друга хотя бы одним из трех других квантовых чисел l, m и s . Одному значению главного квантового числа n соответствует n значений орбитального квантового числа l (от $n - 1$ до 0). Одному значению орбитального квантового числа l соответствует $2l + 1$ значение магнитного числа m (от l до $-l$). Отсюда общее число возможных состояний с одним и тем же значением главного квантового числа, но различными значениями орбитального и магнитного квантовых чисел равно n^2 . Вместе с тем при одинаковых значениях трех квантовых чисел n, l и m электроны могут отличаться значениями четвертого, т. е. спинowego квантового числа. Так как это число имеет два возможных значения ($s = 1/2$ и $s = -1/2$), то общее число различных квантовых состояний электрона с одним и тем же значением главного квантового числа равно $2n^2$.

Покажем, что для заданного главного квантового числа n существует n^2 возможных состояний [7]. Для заданного n орбитальное квантовое число может принимать следующие n -значений: $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$. Для каждого значения l магнитное квантовое число m_l имеет $2l + 1$ значений: $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$.

Общее число N собственных функций или возможных состояний равно:

$$N = \sum_{l=0}^{l=n-1} (2l + 1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1),$$

т. е. мы получили арифметическую прогрессию. Сумма членов арифметической прогрессии находится по формуле $s = \frac{a + u}{2} n$, где a – значение первого члена, u – значение последнего члена, а n – общее число членов прогрессии.

Тогда получаем: $N = \frac{1 + (2n - 1)}{2} n = n^2$. Поскольку спинное значение может

быть либо $s = 1/2$, либо $s = -1/2$, то полное число $2n^2$.

Совокупность электронов с одним и тем же значением главного квантового числа называют *электронной оболочкой*[4]. В зависимости от значений n эти оболочки обозначаются латинскими буквами (**табл. 7**).

Таблица 7

Главное квантовое число n	1	2	3	4	5	6	7
Обозначение оболочки	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>O</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>
Максимальное количество электронов в оболочке, $2n^2$	2	8	18	32	50	72	98

Электроны с одним значением орбитального квантового числа l образуют подоболочку, обозначаемую буквами s, p, d, f, g с указанием главного квантового числа: $1s, 2s, 2p, 3d, 4f$ и т. д. Порядок заполнения электронных оболочек атомов химических элементов с порядковыми номерами от $Z = 1$ до $Z = 28$ представлен в таблице 8.

Таблица 8

Атомный номер элемента Z	Обозначение оболочки	<i>K</i>		<i>L</i>		<i>M</i>		<i>N</i>	
	Обозначение подоболочки	$1s$	$2s$	$2p$	$3s$	$3p$	$3d$	$4s$	$4p$
	Символ химического элемента	Число электронов на подоболочке							
1	H	1	—	—	—	—	—	—	—
2	He	2	—	—	—	—	—	—	—
3	Li	2	1	—	—	—	—	—	—
4	Be	2	2	—	—	—	—	—	—
5	B	2	2	1	—	—	—	—	—
6	C	2	2	2	—	—	—	—	—
7	N	2	2	3	—	—	—	—	—
8	O	2	2	4	—	—	—	—	—
9	F	2	2	5	—	—	—	—	—
10	Ne	2	2	6	—	—	—	—	—
11	Na	2	2	6	1	—	—	—	—
12	Mg	2	2	6	2	—	—	—	—
13	Al	2	2	6	2	1	—	—	—
14	Si	2	2	6	2	2	—	—	—
15	P	2	2	6	2	3	—	—	—
16	S	2	2	6	2	4	—	—	—
17	Cl	2	2	6	2	5	—	—	—
18	Ar	2	2	6	2	6	—	—	—
19	K	2	2	6	2	6	—	1	—
20	Ca	2	2	6	2	6	—	2	—
21	Sc	2	2	6	2	6	1	2	—
22	Ti	2	2	6	2	6	2	2	—
23	V	2	2	6	2	6	3	2	—
24	Cr	2	2	6	2	6	5	1	—
25	Mn	2	2	6	2	6	5	2	—
26	Fe	2	2	6	2	6	6	2	—
27	Co	2	2	6	2	6	7	2	—
28	Ni	2	2	6	2	6	8	2	—

Из таблицы видно, что до восемнадцатого элемента, аргона, заполнение электронных оболочек происходит в соответствии с основным правилом: сначала заполняются оболочки с меньшими значениями главного квантового числа, затем оболочки с большими его значениями. Однако при заполнении оболочек девятнадцатого и двадцатого элементов – калия и кальция – наблюдаются первые отклонения от этого правила. Девятнадцатый и двадцатый электроны располагаются не на $3d$ -подоболочке, как можно было ожидать, а на $4s$ -подоболочке. Таким образом, начинается заполнение четвертой оболочки до завершения заполнения третьей. Дело в том, что энергетические уровни $3d$ -подоболочки оказываются выше уровня $4s$ -подоболочки, поэтому только после заполнения более низкого $4s$ -уровня начинается заполнение $3d$ -уровней. В результате на внешней электронной оболочке атомов калия оказывается один электрон, как у атомов лития и натрия, на внешней оболочке атомов кальция – два электрона, как у атомов бериллия и магния.

Сходство строения электронных оболочек обуславливает сходство химических свойств элементов. Электрон на новой оболочке оказывается более удаленным от атомного ядра; кроме того, взаимодействие с ядром существенно ослабляется экранирующим действием полностью застроенных внутренних электронных оболочек. Поэтому литий, натрий, калий очень легко отдают один электрон при взаимодействиях с атомами химических элементов, имеющими незавершенную оболочку, – фтора, хлора, брома, кислорода, серы, селена. Поэтому же указанные металлы образуют положительные ионы, а неметаллы – отрицательные.

Полностью застроенные s - и p -подоболочки образуют очень устойчивую систему, подобную электронной оболочке атома гелия. Поэтому неон, аргон и криптон по химическим свойствам очень близки к гелию. Атомы этих элементов химически инертны, так как у них велика энергия связи электронов с ядром.

Нарушение «нормального порядка» заполнения электронных оболочек в области от девятнадцатого до двадцать восьмого элемента таблицы Менделеева приводит к некоторым особенностям в распределении элементов по их химическим свойствам. Например, легко объясняется близость химических свойств таких элементов, как железо, кобальт и никель. У этих трех элементов (табл. 8) одинаковое строение внешней N -оболочки, содержащей по два электрона в $4s$ -состоянии. Отличаются друг от друга атомы этих трех химических элементов только количеством электронов на внутренней M -оболочке, причем эти электроны все заполняют одну $3d$ -подоболочку.

ЛЕКЦИЯ 10

§ 7.7. Естественная ширина спектральных линий

Обсудим особенности атомных линейчатых спектров [4]. Почему мы видим в спектроскопе отдельные разноцветные линии? Каждая линия является изображением щели на входе трубы коллиматора.

Если вместо прямой щели на входе трубы коллиматора поставить ширму с маленьким круглым отверстием, получится спектр в виде набора разноцветных точек. Если отверстие изготовить в виде полуокружности, получится спектр из разноцветных дуг. Такой спектр получают астрономы при солнечных затмениях, сняв ширму с трубы коллиматора.

Следовательно, смысл слова «линейчатый» по отношению к спектру определяется не формой наблюдаемых линий. Суть в том, что свет с «линейчатым» спектром содержит не все возможные длины волн, а лишь некоторый ограниченный набор длин волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ или частот $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$.

Какие изменения будут происходить при уменьшении ширины щели коллиматора? Так как каждая линия спектра есть изображение освещенной щели в цвете, соответствующем определенной длине волны, то представляется, что по мере уменьшения ширины щели должно происходить уменьшение ширины спектральных линий до тех пор, пока не станет существенным влияние дифракции света на краях щели. Но это представление о линейчатом спектре оказывается весьма упрощенным.

При уменьшении ширины щели ширина спектральных линий уменьшается, как это и следует из законов геометрической оптики. Однако при достижении некоторого значения ширины щели дальнейшее ее уменьшение не приводит к уменьшению ширины спектральных линий, уменьшается лишь их яркость.

При использовании спектрографов высокого класса можно обнаружить, что разные линии спектра имеют разную ширину и спектральные линии не имеют четких границ. Если исследовать распределение поверхностной плотности потока светового излучения по длинам волн, то можно получить, например, такую картину, какая представлена на **рис. 97**. Как видно, «спектральные линии» в действительности не являются монохроматическими, они представляют собой набор световых волн с разными интенсивностями в некотором узком диапазоне длин волн. Диапазон частот, в пределах которого интенсивность спектральной линии (т. е. поверхностная плотность потока излучения) убывает в два раза по сравнению с максимальным значением, называется *шириной спектральной линии* (**рис. 98**).

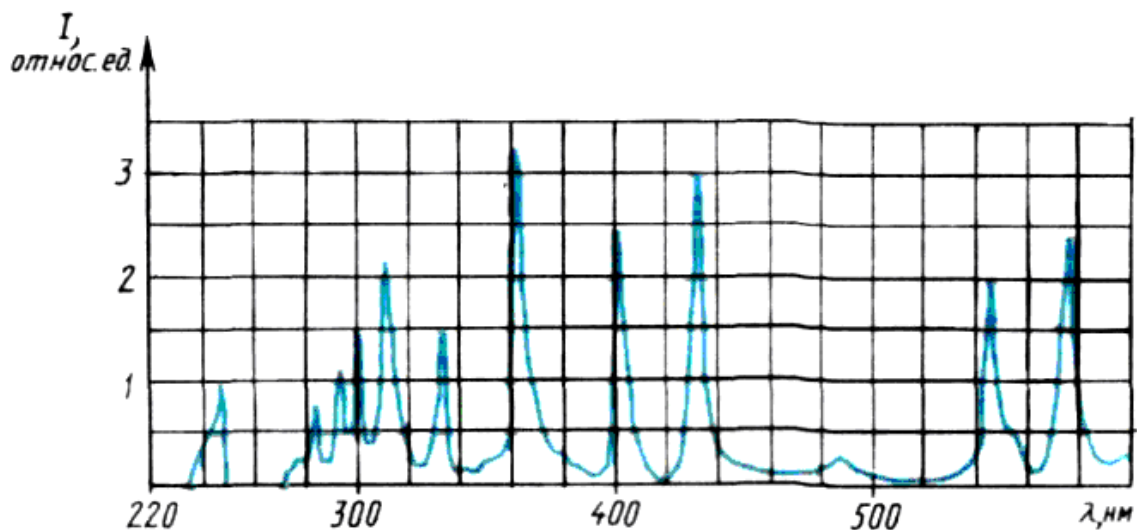


Рис. 97. "Тонкая" структура спектральной линии

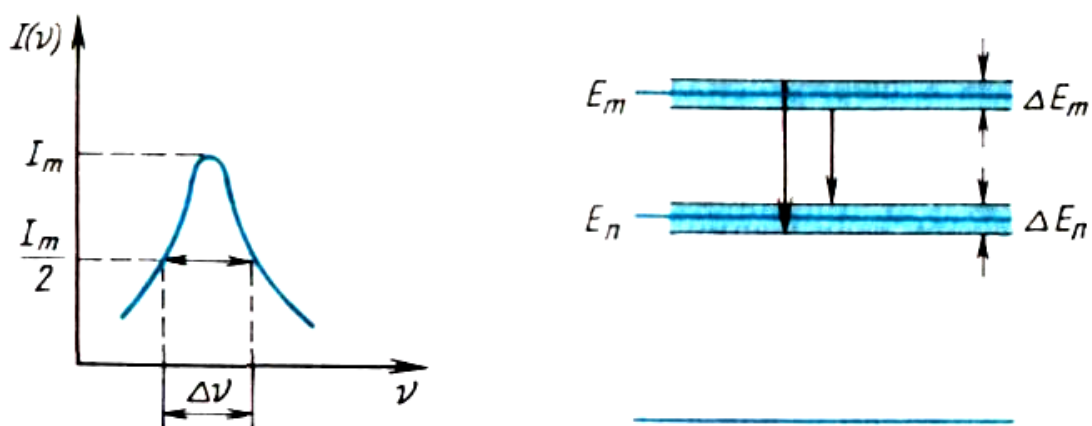


Рис. 98. Уширение спектральных линий

Одна из причин уширения спектральных линий – эффект Доплера. Действительно, атомы газа движутся с различными скоростями в разных направлениях. Даже если бы они излучали световые волны с абсолютно одинаковой длиной волны, то из-за влияния эффекта Доплера неподвижный наблюдатель регистрировал бы от удаляющихся атомов свет с несколько большей длиной волны, а от приближающихся атомов – с более короткой длиной волны. Этот эффект называется *доплеровским уширением спектральных линий*. Измеряя доплеровское уширение, можно определить среднюю скорость теплового движения атомов газа и тем самым его температуру.

Исследования линейчатых спектров показали, что уширение спектральных линий атомных спектров всегда превышает величину, которую можно объяснить эффектом Доплера. Ширину спектральных линий неподвижных и удаленных друг от друга атомов называют *естественной шириной спектральной линии*.

Так как любая спектральная линия имеет конечную ширину, то это означает, что энергия атома в возбужденном состоянии не имеет одного строго определенного значения. Энергия возбужденного атома в состояниях m и n может находиться в некоторых интервалах энергии шириной ΔE_m и ΔE_n

относительно средних значений энергий E_m и E_n (**рис. 98**). Естественная ширина спектральной линии определяется суммой значений ширины двух энергетических уровней:

$$\Delta\nu = \Delta E/h = (\Delta E_m + \Delta E_n)/h. \quad (7.21)$$

Соотношение неопределенностей и время жизни возбужденных атомов.

Неопределенность энергии атома в любом стационарном состоянии связана с действием фундаментального закона квантовой физики – соотношения неопределенностей.

Время жизни атомов в возбужденном состоянии обычно лежит в пределах $10^9 \div 10^{-7}$ с. Оценим естественную ширину спектральной линии для типичного случая $t = 10^{-9}$ с, считая, что совершается переход из возбужденного в нормальное состояние. Учитывая соотношение неопределенностей, имеем:

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} \geq \frac{\hbar}{h\Delta t} = \frac{10^9}{2\pi} \text{ Гц} \approx 10^8 \text{ Гц}. \quad (7.22)$$

Так как видимый свет имеет частоту порядка 10^{14} Гц, то граница относительного изменения частоты спектральной линии, обусловленная ее естественной шириной, составляет примерно

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx \frac{10^8}{10^{14}} = 10^{-6}\%.$$

Характеристические рентгеновские спектры. В зависимости от разности энергий атома в двух состояниях, между которыми совершается переход, испускаемый квант электромагнитного излучения может принадлежать диапазону радиоволн, инфракрасного излучения, видимого света, ультрафиолетового или рентгеновского излучения.

В атомах с порядковым номером $Z \gg 1$ возможны переходы не только внешних, валентных, электронов. При достаточно большой энергии возбуждения в результате столкновения атома с заряженной частицей или поглощения кванта электромагнитного излучения может происходить освобождение электронов с внутренних оболочек атомов. Если с внутренней K -оболочки атома удален один электрон, то на освободившееся место переходит один из электронов с соседней оболочки L (**рис. 99**). На освободившееся место, в свою очередь, переходит один электрон с M -оболочки и т. д. Эти переходы совершаются в соответствии с принципом минимума энергии системы и сопровождаются испусканием дискретного спектра электромагнитного излучения (**рис. 100**).

При больших значениях зарядового числа Z это излучение принадлежит рентгеновскому диапазону и называется *характеристическим рентгеновским излучением*. На внутренние оболочки электронов пренебрежимо мало влияют взаимодействия атомов при вступлении их в химические взаимодействия. Поэтому характеристические рентгеновские спектры практически не изменяются при вступлении химических элементов в соединения с другими элементами. По характеристическим рентгеновским спектрам можно определить присутствие отдельных химических элементов в любых сложных соединениях, в любом агрегатном состоянии вещества.

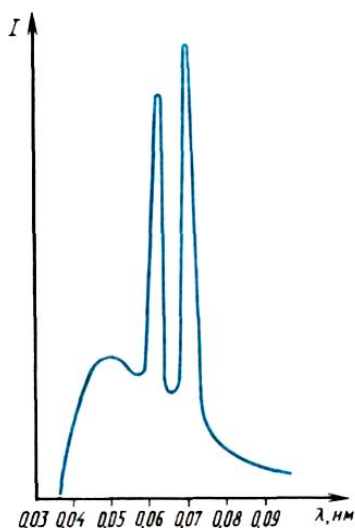


Рис. 99. Характерные рентгеновские спектры

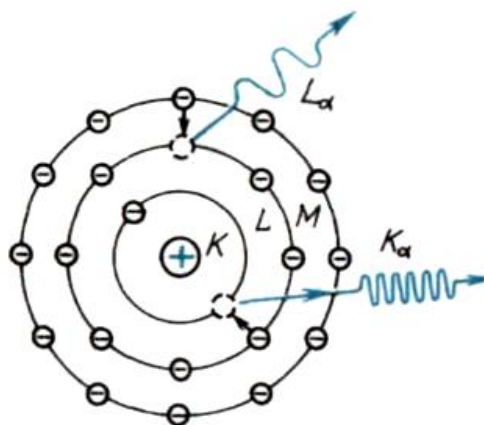


Рис. 100. Испускание фотона

Спектральный анализ. Исследование линейчатого спектра вещества позволяет определить, из каких химических элементов оно состоит и в каком количестве содержится каждый элемент в данном веществе. Количественное содержание элемента в исследуемом образце определяется путем сравнения интенсивности отдельных линий спектра этого элемента с интенсивностью линий в другом образце, в котором количественное содержание элементов известно. Метод определения качественного и количественного состава вещества по его спектру называется *спектральным анализом*.

Для выполнения спектрального анализа вещества с неизвестным химическим составом необходимо выполнить три операции: перевести вещество в газообразное состояние при такой высокой температуре, когда оно излучает свет, затем разложить этот свет в спектр и определить длины волн и интенсивности наблюдаемых в нем линий. Сравнивая полученные значения длин волн с известными спектрами отдельных элементов таблицы Менделеева, можно определить, какие химические элементы входят в состав исследуемого вещества.

Если исследуемое вещество находится в газообразном состоянии, то для получения его линейчатого спектра обычно применяется искровой разряд. Исследуемым газом заполняют трубку с двумя электродами на концах. На эти электроды подается высокое напряжение, и в трубке возникает электрический разряд. Для проведения спектрального анализа образцов вещества в твердом состоянии обычно используют дуговой разряд. В плазме дуги происходит превращение исследуемого вещества в пар и нагревание до высокой температуры. Электроды, между которыми зажигается дуговой разряд, обычно изготавливают из графита или меди. Углерод и медь удобны по той причине, что спектры излучения их атомов в видимой области имеют небольшое число линий и не создают серьезных помех для наблюдения спектра исследуемого вещества.

§ 7.8. Лазер

Одним из самых замечательных достижений физики второй половины XX в. было открытие физических явлений, послуживших основой для создания

удивительного прибора – *оптического квантового генератора*, или *лазера*¹ [4]. Пучок света от лазера может прожечь отверстие в самом твердом материале, расплавить металлическую броню, и он же помогает хирургам при выполнении самых тонких операций внутри человеческого глаза. По лучу лазера осуществляется телефонная связь и прокладка трасс, лазерное излучение применяется для измерения расстояний и для получения объемных изображений предметов — голограмм.

Физической основой работы лазера служит явление *индуцированного излучения*.

Спонтанное и индуцированное излучение. Излучение, испускаемое при самопроизвольном переходе атома из одного состояния в другое, называется *спонтанным* (самопроизвольным). Спонтанное излучение различных атомов происходит некогерентно, так как каждый атом начинает и заканчивает излучать независимо от других.

В 1916 г. А. Эйнштейн предсказал, что переход электрона с верхнего энергетического уровня на нижний с излучением фотона может происходить под влиянием внешнего электромагнитного поля с частотой, равной собственной частоте перехода. Такое излучение называют *вынужденным*, или *индуцированным*.

Вероятность индуцированного излучения резко возрастает при совпадении частоты электромагнитного поля с собственной частотой излучения возбужденного атома, возникающего при переходе на более низкий энергетический уровень (резонансный эффект).

Таким образом, в результате взаимодействия возбужденного атома с фотоном, частота которого равна частоте перехода, получают два совершенно одинаковых по энергии и направлению движения фотона-близнеца (**рис. 101**).

С точки зрения волновой теории атом излучает электромагнитную волну, одинаковую по направлению распространения, частоте, фазе и поляризации с той, которая вынудила атом излучать. В итоге получается результирующая волна с амплитудой большей, чем у падающей. Особенностью индуцированного излучения является то, что оно монохроматично и когерентно. Именно это свойство индуцированного излучения положено в основу устройства лазеров.

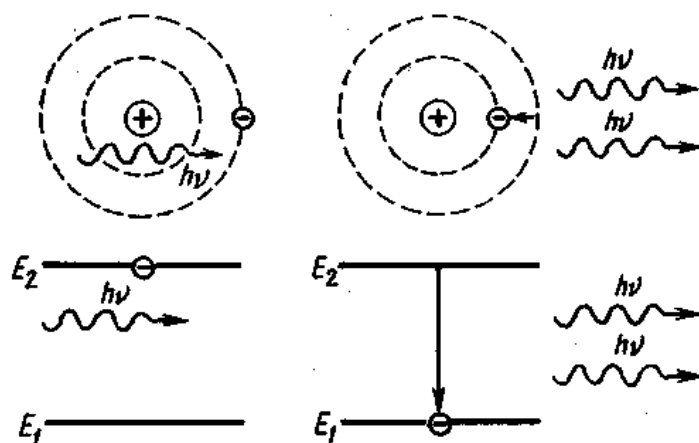


Рис. 101. Вынужденное излучение

При прохождении света через вещество происходит поглощение фотонов атомами, находящимися в основном состоянии, и излучение фотонов индуцированного излучения атомами, находящимися в возбужденном состоянии. Для того чтобы мощность светового излучения увеличилась после прохождения через вещество, больше половины атомов вещества должно находиться в возбужденном состоянии. Состояние вещества, в котором меньше половины атомов находится в возбужденном состоянии, называется состоянием с нормальной населенностью энергетических уровней (рис. 102 а). Состояние, при котором больше половины атомов вещества находится в возбужденном состоянии, называется состоянием с *инверсной* (от лат. *inversio* – переворачивать) населенностью уровней (рис. 102 б).

В веществе с инверсной населенностью уровней возбужденных атомов больше, чем невозбужденных. На пути фотонов чаще встречаются возбужденные атомы, чем атомы в основном состоянии, поэтому индуцированное излучение фотонов происходит чаще, чем их поглощение. В результате при прохождении света нужной частоты через вещество с инверсной населенностью уровней поток света усиливается, а не ослабляется.

Экспериментально явление усиления света при его прохождении через среду с инверсной населенностью уровней было открыто в 1951 г. В. А. Фабрикантом, М. М. Вудынским и Ф. А. Бутаевой.

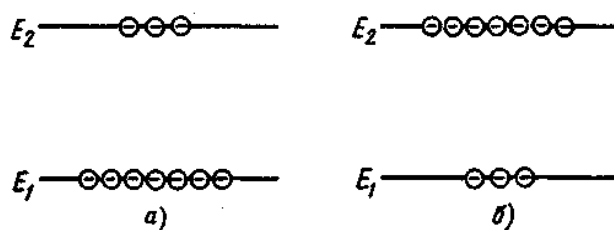


Рис. 102. Нормальная и инверсная заселенность уровней

Создание в веществе инверсной населенности уровней. Перевод вещества в состояние с инверсной населенностью энергетических уровней трудно выполним, так как в возбужденном состоянии атомы обычно находятся лишь 10^{-9} — 10^{-7} с, а затем самопроизвольно переходят в основное состояние. Чем больше атомов находится в возбужденном состоянии, тем больше совершается таких переходов.

Однако некоторые атомы имеют возбужденные состояния, в которых они могут находиться довольно длительное время, например 10^{-3} с. Такие состояния называются *метастабильными*. Вещество, в котором имеются метастабильные уровни, может использоваться для усиления света.

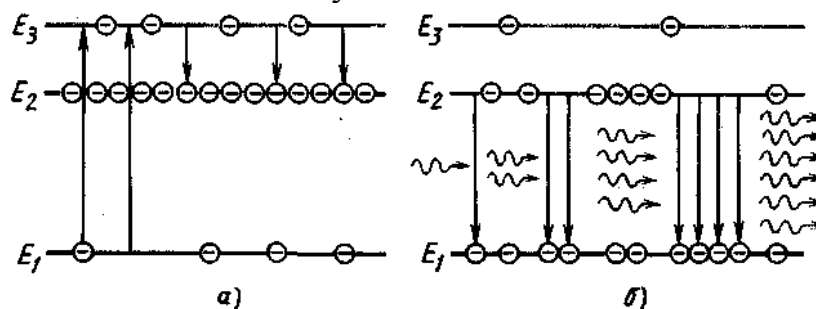


Рис. 103. Метастабильные уровни атома

Пусть атомы вещества в результате поглощения фотонов или другого взаимодействия переводятся из основного состояния с энергией E_1 в возбужденное состояние с энергией E_3 с коротким временем жизни (рис. 103 а). Затем совершается самопроизвольный переход этих атомов на метастабильный уровень с энергией E_2 . В результате таких процессов на метастабильном уровне можно создать инверсную населенность. При прохождении в веществе фотона с энергией, равной разности энергий метастабильного и основного состояния ($h\nu_{21} = E_2 - E_1$), происходит лавинообразный процесс усиления света за счет индуцированного излучения (рис. 103 б).

Оптический квантовый генератор – лазер. Система атомов с инверсной населенностью уровней способна не только усиливать, но и генерировать электромагнитное излучение. Для работы в режиме генератора необходима положительная обратная связь, при которой часть сигнала с выхода устройства подается на его вход. Для этого активная среда, в которой создается инверсная населенность уровней, располагается в резонаторе, состоящем из двух параллельных зеркал.

После облучения активной среды мощным потоком излучения более половины атомов переходят в метастабильное возбужденное состояние.

В результате одного из спонтанных переходов с метастабильного уровня на основной образуется фотон. При его движении в сторону одного из зеркал он вызывает индуцированное излучение других атомов, и к зеркалу подходит целая лавина фотонов с энергией $h\nu_{21}$ каждый. После отражения от зеркала лавина фотонов движется в противоположном направлении, попутно заставляя высвечиваться все новые возбужденные атомы, и т. д. Процесс продолжается до тех пор, пока существует инверсная населенность уровней.

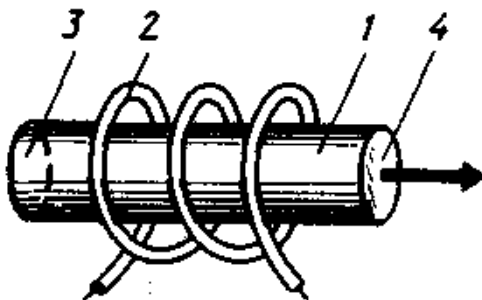


Рис. 104. Система накачки лазера

С квантовых позиций генерация света должна происходить при любом расстоянии между зеркалами. Но опыт показывает, что она возникает только при определенной длине L резонатора, кратной целому числу полувольт: $L = \frac{k\lambda}{2}$. При этом условии разность хода между вышедшей волной и волной, испытавшей отражение от двух зеркал, оказывается равной целому числу длин волн и на выходе лазера происходит сложение амплитуд световых волн, т.е. в резонаторе образуется стоячая волна. Рассмотренный принцип усиления и генерации электромагнитного излучения был предложен Н. Г. Басовым, А. М. Прохоровым и Ч. Таунсом.

В первых лазерах активной средой был кристалл рубина (Al_2O_3) с примесью около 0,05 % хрома. Этот основной (активный) элемент лазера обычно имеет форму цилиндра 1 (**рис. 104**) диаметром 0,4–2 см и длиной 3–20 см. Торцы цилиндра 3 и 4 строго параллельны, на них нанесен отражающий слой. Одна из зеркальных поверхностей частично прозрачна: 92 % светового потока отражается от нее и около 8 % светового потока пропускается ею.

Рубиновый стержень помещен внутри импульсной спиральной лампы 2, являющейся источником возбуждающего излучения. Атом хрома, поглощая излучение с длиной волны 560 нм, содержащееся в спектре излучения лампы, переходит с основного уровня с энергией E_1 на возбужденный уровень с энергией E_3 . Время жизни атомов хрома на возбужденном уровне мало. Поэтому большая часть атомов совершает переходы с этого уровня на метастабильный уровень с энергией E_2 (**рис. 103**).

Если мощность лампы-вспышки достаточно велика, то населенность метастабильного уровня окажется больше, чем населенность основного уровня. Процесс перевода атомов из основного в возбужденное состояние называют *накачкой*, соответственно используемую для этого лампу называют *лампой накачки*.

Достаточно одному атому хрома совершить спонтанный переход с метастабильного уровня на основной уровень с испусканием фотона, как возникает лавина фотонов, вызванная индуцированным излучением атомов хрома, находящихся в метастабильном состоянии. Если направление движения первичного фотона строго перпендикулярно плоскости зеркала на торце рубинового цилиндра, то первичные и вторичные фотоны отражаются от первого зеркала и летят через кристалл до второго зеркала. На своем пути они вызывают вынужденное излучение у новых атомов хрома и т. д. Процесс высвечивания всех возбужденных атомов хрома завершается за 10^{-8} – 10^{-10} с. Мощность светового излучения лазера при этом может быть более 10^9 Вт, т. е. превышать мощность крупной электростанции.

Основными достоинствами лазерного излучения являются его когерентность, возможность получения световых пучков с очень малой расходимостью, а также потоков излучения с очень большой мощностью.

В настоящее время, кроме лазеров на кристаллах, разработаны газовые лазеры, лазеры на жидкостях (на красителях). В отличие от лазеров на кристаллах, работающих в импульсном режиме коротких вспышек, газовые лазеры работают в непрерывном режиме. Лазеры на красителях обладают тем достоинством, что излучаемая ими частота может меняться в довольно широких пределах (лазеры с перестраиваемой частотой).

Применение лазеров. Мощные лазеры, в частности инфракрасные лазеры на углекислом газе, используются для обработки материалов (резание, сварка, сверление) с помощью сфокусированного лазерного пучка. Такие же пучки применяются в хирургии вместо скальпеля, при этом края раны коагулируют и почти не кровоточат.

Лазерные пучки нашли широкое применение в офтальмологии. С их помощью производятся операции на хрусталике и сетчатке глаза. Возможность

«приваривать» отслоившуюся сетчатку к главному дну позволяет избавить многих больных от неизбежной слепоты.

Выше уже говорилось о том, что только с помощью лазеров удалось реализовать новый метод получения изображений – голографию.

На монохроматическом когерентном лазерном пучке с помощью волоконной оптики может быть осуществлена кабельная, телефонная, вещательная и телевизионная связь. Высокая несущая частота (порядка 10^{13} – 10^{14} Гц) позволит по одному светопроводу передать до миллиарда музыкальных передач или до миллиона телевизионных передач.

В настоящее время ведутся серьезные исследования возможности осуществления лазерного термоядерного синтеза, лазерного разделения изотопов, использования лазерного облучения для стимуляции химических реакций и т. п. По мере совершенствования конструкций лазеров, использования различных активных сред – полупроводников, жидких красителей, новых сортов стекол и т. д. – возможности применения лазеров с различными свойствами будут все более расширяться.

С помощью лазерного излучения можно определять расстояние до движущихся объектов и скорость их движения по эффекту Доплера. Лазерная локация точнее радиолокации, поскольку световые волны значительно короче радиоволн.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

§ 7. 9. Волновое уравнение. Разделение переменных*

Теория Бора, отличавшаяся смелостью и простотой, дала ответы на многие вопросы, волновавшие физиков-экспериментаторов того времени [7]. Однако, как оказалось, несмотря на первоначальный успех, эта теория не смогла удовлетворительно разрешить целый ряд проблем:

1. Почему переходы осуществляются именно между данными энергетическими уровнями, а не между какими-либо другими?

2. Почему электроны не излучают электромагнитную энергию и не падают по спирали на ядро?

3. Какова природа спектров более сложных атомов, в частности гелия или лития?

Теория Э. Шредингера, использовавшего понятия квантовой механики и волновых функций, была как бы завершающим шагом в создании теории строения атома, развитием тех идей, которые впервые высказал Бор. Атом водорода с его самой простой внутренней структурой представляет собой очень хороший объект для первоначального применения теории Шредингера. Успешные результаты, полученные при исследовании структуры спектра водорода, являются первыми большими достижениями квантовой механики. В дальнейшем при изложении материала мы будем стремиться показать физический смысл полученных результатов, не вдаваясь в подробные математические выкладки.

На **рис. 105** схематически изображен атом водорода, как это принято в классическом представлении. Покоящийся тяжелый протон (масса протона $1836 m_e$) находится в начале прямоугольной системы координат; электрон (масса электрона m_e) вращается вокруг него по орбите радиусом r под действием кулоновской силы притяжения. На нашем рисунке показано, что вращение осуществляется вокруг центра протона, хотя правильнее было бы рассматривать модель, согласно которой две частицы вращаются вокруг общего центра масс, лежащего вблизи центра протона. Здесь, однако, мы воспользуемся упрощенной моделью.

Потенциальная энергия для кулоновского поля равна:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}, \quad (7.23)$$

где e – заряд электрона и ϵ_0 – электрическая постоянная ($8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}\cdot\text{м}^{-1}$).

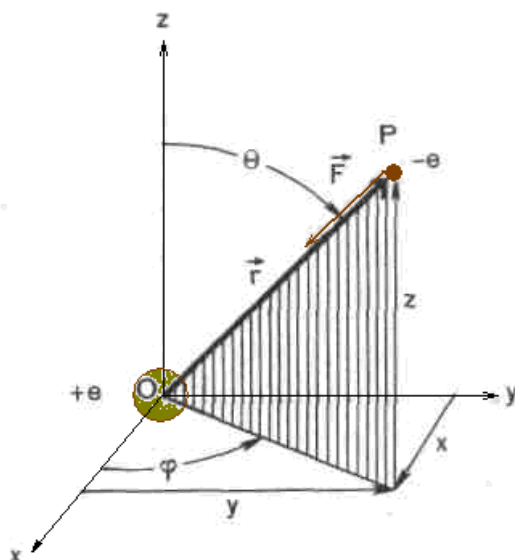


Рис. 105. Атом водорода в полярных координатах

С точки зрения квантовой механики, электрон представляет собой систему волн, ограниченную потенциальной ямой кулоновского поля. Это приводит в результате к утверждению о существовании совокупности допустимых систем стоячих волн, каждая из которых соответствует отдельному возможному значению полной энергии.

Волновое уравнение следует теперь написать в трехмерном виде. Поскольку атом водорода находится в стационарном состоянии, то удобнее использовать не зависящее от времени уравнение Шредингера. Напомним, что полная энергия в этом случае равна:

$$E = -\frac{p^2}{2m} + U, \quad (7.24)$$

И оператор Гамильтона для трехмерного случая в прямоугольной системе координат записывается в виде:

$$H = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U. \quad (7.25)$$

Из симметрии самой задачи следует, что наиболее подходящей координатной системой будет сферическая. Такая система изображена на рис. 105, где сферическими координатами являются радиус-вектор \vec{r} , полярный угол θ и азимутальный угол φ .

Формулы перехода от сферических координат к прямоугольным имеют вид:

$$\begin{aligned} x &= r \sin\theta \cos\varphi, \\ y &= r \sin\theta \sin\varphi, \\ z &= r \cos\theta. \end{aligned} \quad (7.25)$$

С помощью обычных математических преобразований оператор Гамильтона может быть записан в сферической системе координат. После такой операции стационарное уравнение Шредингера принимает следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} \right] + \left(\frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \Psi \right) = E\Psi, \quad (7.26)$$

и волновая функция теперь будет зависеть от r , θ и φ :

$$\psi = \psi(r, \theta, \varphi). \quad (7.27)$$

Пусть полученное нами уравнение имеет решения, которые могут быть выражены как произведение функций трех координат, т. е.

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\varphi). \quad (7.28)$$

Подставляя это выражение для волновой функции в уравнение Шредингера (7.26) и умножая на $2mr^2/\hbar^2$, мы получаем:

$$\Theta\Phi \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{R\Theta}{\sin^2 \theta} \frac{d^2 \hat{O}}{d\varphi^2} + \frac{\hat{O}R}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(E + -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) R\Theta\hat{O} = 0. \quad (7.29)$$

Наконец, деление этого уравнения на $\psi = R\Theta\Phi$ дает нам выражение, в котором члены, зависящие от координаты r , не зависят от θ или φ . Это обстоятельство позволяет нам сгруппировать две части: *радиальную*, которая зависит только от r , и *угловую*, зависящую только от θ и φ , и приравнять каждую из них к некоторой постоянной, причем к одной и той же. Это можно выполнить потому, что ортогональность трех осей исключает функциональную зависимость одной сгруппированной части от другой. Мы выберем постоянную в форме $l(l+1)$, имея в виду конечный результат, и приравняем к ней обе части:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) R = l(l+1)R \quad (7.30)$$

и

$$\frac{1}{\hat{O} \sin^2 \theta} \frac{d^2 \hat{O}}{d\varphi^2} + \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = l(l+1). \quad (7.31)$$

Аналогично в уравнении (7.31) можно выделить две части – одну, зависящую только от полярного угла θ , и вторую, зависящую только от азимута φ . Это достигается умножением уравнения (7.31) на $\sin^2 \theta$ и последующей группировкой членов:

$$\frac{1}{\hat{O}} \frac{d^2 \hat{O}}{d\varphi^2} + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) - l(l+1) \sin^2 \theta = 0. \quad (7.32)$$

Как и ранее, каждую часть нужно приравнять к постоянной. Поскольку любое решение полученных двух уравнений содержит соответствующее значение l в виде параметра, то постоянную разделения обозначим как $-m_l^2$. Приравнявая к ней обе части, после выполнения необходимых преобразований получим два уравнения:

$$\frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) = l(l+1) \quad (7.33)$$

и

$$\frac{d^2 \hat{O}}{d\varphi^2} + m_l^2 \hat{O} = 0 \quad (7.34)$$

Волновое уравнение Шредингера для идеализированной модели атома водорода разбито, таким образом, на три уравнения, каждое из которых зависит только от одной координаты, при этом в процессе преобразований в задачу были введены две постоянные в явном виде. (Ниже кратко будет показано, что система решений зависит не от двух, а от трех постоянных, взятых в виде параметров.)

Азимутальное уравнение. Из трех уравнений наиболее просто

интерпретировать азимутальное волновое уравнение (7.34), которое описывает поведение волновой функции при вращении системы вокруг оси z . По виду это уравнение сходно с уравнением гармонического осциллятора, которое имеет среди своих решений две действительные и одну комплексную периодическую функции:

$$\begin{aligned}\Phi &= A \sin m_l \varphi, \\ \Phi &= A \cos m_l \varphi, \\ \hat{O} &= A e^{im_l \varphi}.\end{aligned}\tag{7.35}$$

Физически понятно, что если атом совершит полный оборот вокруг оси z , решение Φ примет прежнее значение, когда азимутальный угол окажется опять равным φ . Такому условию функции (7.35) удовлетворяют всякий раз, когда величина $m_l \varphi$, кратна 2π . Так как φ измеряется в радианах, m_l должно иметь целые значения. Поскольку необходимо учесть также значение, равное нулю, и вращение в противоположном направлении, то единственными допустимыми значениями m_l будут следующие:

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\tag{7.36}$$

В соответствии с установленной ранее терминологией возведенные в квадрат значения m_l в выражении (7.36) являются *собственными значениями*, соответствующими различным *собственным функциям* (7.35), которые, в свою очередь, являются допустимыми решениями азимутального уравнения (7.34). Постоянная m_l представляет собой первое полученное нами *квантовое число*, характеризующее нашу модель атома водорода. Эту постоянную называют *магнитным квантовым числом*.

Аналогично рассматривая уравнение в *полярных координатах* (7.33) и *радиальное уравнение* (7.30) получаем условия ограничения и систему трех квантовых чисел, которые связаны между собой следующим образом:

$$\begin{aligned}\text{полное квантовое число } n &= 1, 2, 3, \dots; \\ \text{орбитальное квантовое число } l &= 0, 1, 2, \dots, (n-1); \\ \text{магнитное квантовое число } m_l &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l.\end{aligned}\tag{7.37}$$

В рассмотренном нами идеализированном случае учитывалась только кулоновская потенциальная функция в чистом виде и не принимался во внимание собственный момент импульса электрона или протона, а также действие внешних возмущающих факторов, таких, например, как магнитные поля.

Общее число независимых решений полного уравнения Шредингера для данного значения n равно:

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2.\tag{7.38}$$

§ 7. 10. Молекулярные спектры*

Энергия изолированной молекулы равна [7]:

$$E = E_e + E_v + E_R + E_l, \tag{7.39}$$

где E – полная энергия, E_e – энергия движения электронов, E_R – энергия вращения, E_v – энергия колебания и E_l – энергия поступательного движения. Указанные типы энергии, за исключением энергии поступательного движения, квантованы и

определяются квантовыми числами. При переходе из одного энергетического состояния в другое поглощается или испускается энергия $\Delta E = h\nu$. При таких переходах происходят одновременные изменения энергии движения электронов, энергии колебания и вращения.

Простейшим примером молекул является двухатомная молекула, которую можно наглядно представить как жесткий ротатор в виде гантели, вращающейся вокруг центра масс двух атомов (рис. 106).

Момент инерции такой системы равен:

$$I = \mu r^2, \quad (7.40)$$

где $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ – приведенная масса, а $r = r_1 + r_2$. Момент импульса вращающейся

двухатомной молекулы квантован по закону:

$$L_{\text{rot}} = \sqrt{J_R(J_R + 1)}\hbar, \quad (7.41)$$

где вращательное квантовое число J_R может принимать возможные целые значения $J_R = 0, 1, 2, 3, \dots$. Вращательная кинетическая энергия молекулы, которая обладает моментом импульса $L = I\omega$, равна:

$$K_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{2I}$$

и квантована в соответствии с формулой

$$K_{\text{rot}} = J_R(J_R + 1) \frac{\hbar^2}{2I}. \quad (7.42)$$

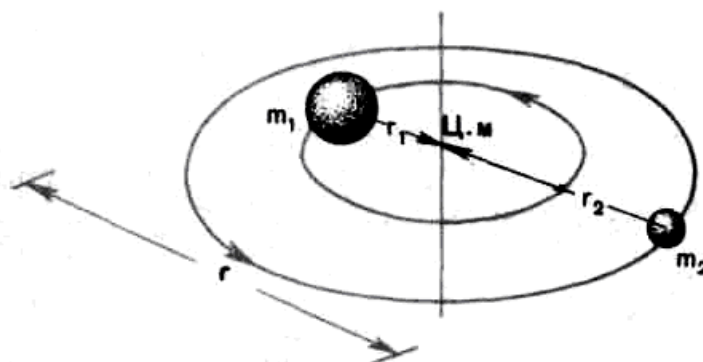


Рис. 106. Модель двухатомной молекулы

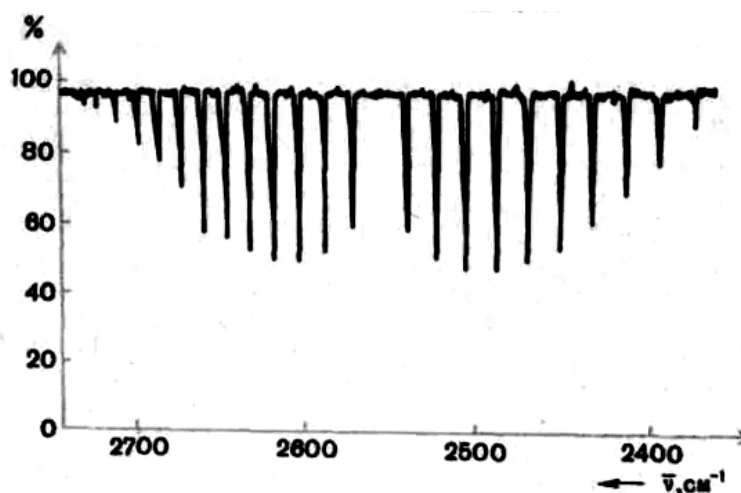


Рис. 107. Колебательно-вращательный спектр бромистого водорода

Расстояние между соседними уровнями энергии вращения

$$K_{rot(J_R+1)} - K_{rot(J_R)} = \Delta K_{rot} = \frac{\hbar^2}{I} (J_R + 1) \quad (7.43)$$

показывает, что вращательный молекулярный спектр представляет собой серии равноотстоящих линий и расстояние между двумя соседними энергетическими уровнями равно $\frac{\hbar^2}{I} (J_R + 1)$. Фотоны, испускаемые при этих переходах, в соответствии с правилом отбора $\Delta J_R = \pm 1$ обладают энергией

$$h\nu_R = \frac{\hbar^2}{I} (J_R + 1). \quad (7.44)$$

Спектральные линии, соответствующие таким переходам, находятся в дальней инфракрасной и микроволновой областях спектра.

Когда двухатомная молекула получает достаточное количество энергии и переходит в возбужденное состояние, в молекуле может возникать как колебательное, так и вращательное движение. При минимальных значениях энергии существует аналогия с гармоническим осциллятором, и колебательный энергетический спектр определяется в этом случае соотношением

$$K_\nu = (\nu + \frac{1}{2}) h\nu_0, \quad (7.45)$$

где $\nu = 0, 1, 2, \dots$. Так как минимальная колебательная энергия равна $1/2 h\nu_0$, колебательные переходы практически всегда сопровождаются вращательными переходами, в результате которых образуются группы линий в инфракрасной области спектра, называемые *колебательно-вращательными полосами*.

Типичный колебательно-вращательный молекулярный спектр бромистого водорода, представленный на **рис. 107**, получен при пропускании через ампулу с бромистым водородом непрерывного инфракрасного излучения с последующей регистрацией спектра поглощения.

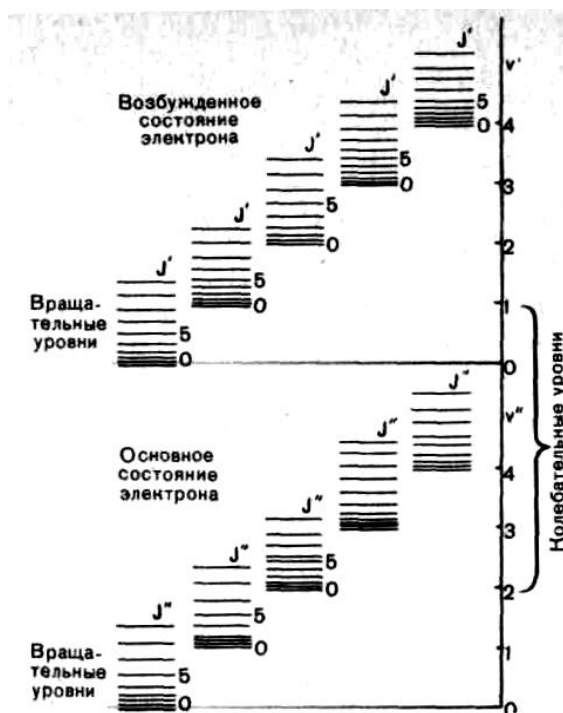


Рис. 108. Энергетические уровни молекул

Если энергия достаточна, чтобы молекула находилась в возбужденном состоянии, то это создает условия для возникновения наиболее общего типа переходов — вращательно-колебательных электронных переходов. Эти переходы сопровождаются испусканием фотонов с энергией

$$h\nu = h\nu_e + (E_v'' - E_v') + (E_{rot}'' - E_{rot}') = h\nu_e + \frac{1}{2}h\nu_0 + J_R(J_R + 1)\frac{\hbar^2}{I}. \quad (7.46)$$

Именно переходы наиболее удаленных электронов атомов, образующих молекулы, сопровождаются выделением энергии, достаточной для создания полосатых электронных спектров в видимой и ультрафиолетовой областях. Относительное расположение соответствующих энергетических уровней молекул показано на **рисунке 108**. Для каждого электронного состояния имеются связанные с ним колебательные состояния, и для каждого колебательного состояния имеются связанные с ним вращательные уровни. Так как правила отбора запрещают переходы с $\Delta J_R = 0$, две группы линий на **рисунке 108** представляют переходы с $\Delta J_R = -1$ и $\Delta J_R = +1$.

§ 7. 11. Лазеры (дополнение)*

В статье, посвященной излучению черного тела, Эйнштейн указывал на то, что [7]:

- 1) атомы в возбужденном состоянии могут возвращаться в основное состояние в результате спонтанной эмиссии фотонов, имеющих соответствующую энергию;
- 2) атомы, находящиеся в более низком энергетическом состоянии, могут переходить в более высокое энергетическое состояние путем поглощения фотонов определенной энергии;
- 3) эмиссию фотонов из атомов, находящихся в возбужденном состоянии, можно увеличить или стимулировать путем облучения возбужденных атомов фотонами с той же самой энергией, что и у испускаемых фотонов.

Первые два типа переходов являются как раз теми, которые создают спектры испускания или поглощения. В данном разделе нас будет интересовать именно вынужденное излучение.

При *вынужденном излучении* вследствие увеличения количества квантов, испускаемых атомом, находящимся в возбужденном состоянии, среднее время нахождения атомов в этом состоянии уменьшается. Поскольку индуцирующий фотон не поглощается при таком процессе, атом будет испускать два фотона, как это показано на **рис. 109**. Оба эти фотона испускаются в направлении первичного фотона и обеспечивают когерентность излучения, так как они находятся в одинаковой фазе и имеют одну и ту же частоту. Эти два фотона, в свою очередь, могут действовать на другие возбужденные атомы, и в конечном итоге возникнет концентрированная лавина когерентных фотонов.

Если в соответствующем возбужденном состоянии имеется достаточное количество атомов, то при наличии достаточного количества квантов света определенной частоты может возникнуть кратковременный импульс вынужденного излучения — «вспышка» квантов. В 1952 г. Ч. Таунс впервые показал возможность создания и удержания большого количества атомов в возбужденном состоянии. Это явление было названо *инверсной заселенностью*.

Впервые инверсию заселенностей получили в микроволновом устройстве, названом мазером (это слово составлено из первых букв английского названия подобных устройств: Microwave Amplification by the Stimulated Emission of Radiation). Впоследствии устройства, использующие этот эффект в видимой части спектра, были названы лазерами (первая буква «л» соответствует первой букве в английском слове Light). Приборы, работающие в инфракрасной области спектра, называются ирАЗерами (первые две буквы взяты из английского слова Infrared). В качестве одного из методов получения атомов в состоянии инверсной заселенности часто используют электрический разряд в газоразрядной трубке или импульсную лампу. Получаемый с их помощью интенсивный поток света направляют на кристаллы рубина или неодима. Такой процесс по созданию инверсной заселенности атома называют накачкой. При накачке с помощью разряда атомы из основного состояния переходят в различные возбужденные состояния, некоторые из которых оказываются сильно заселенными, что приводит к испусканию когерентного пучка фотонов с частотой ν_L . При накачке с помощью импульсной лампы в ее излучении имеются фотоны всевозможных частот, в том числе нужной для накачки частоты.

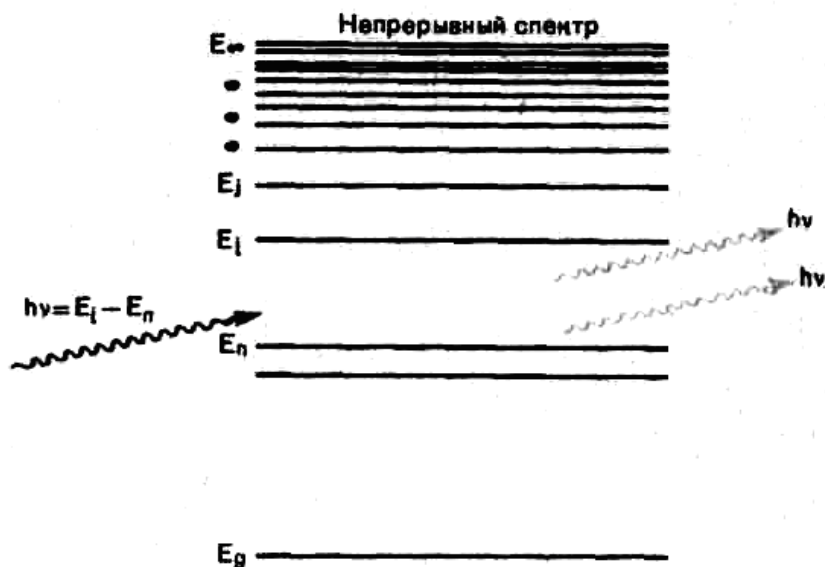


Рис. 109. Возникновение концентрированной лавины когерентных фотонов.

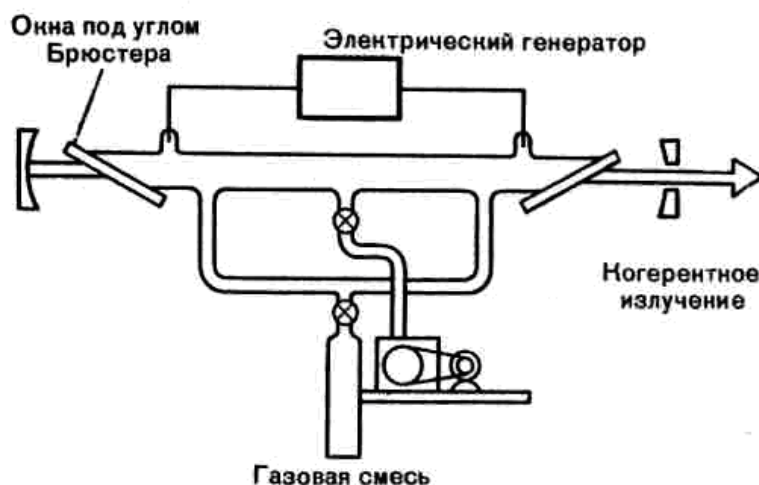


Рис. 110. Технологическая схема газового лазера

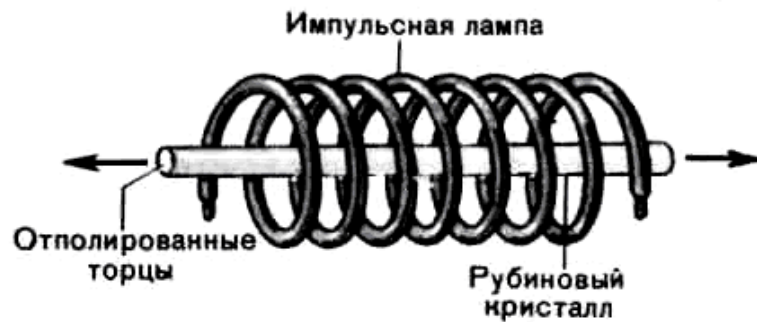


Рис. 111. Схема импульсного твердотельного лазера

Для генерирования когерентного излучения недостаточно одних лишь устройств для накачки, поскольку существует целый ряд процессов, при которых происходит быстрое поглощение фотонов с частотой ν_L . Чтобы добиться индуцированного излучения и лавинного потока фотонов с частотой ν_L , газовый лазер (рис. 110) снабжают зеркалами, отражающими в газоразрядную трубку до 95 % излучения. Так называемые *окна Брюстера*, показанные на рис. 110, не принимают непосредственного участия в генерировании когерентного излучения, но их часто применяют для более эффективного использования получаемого излучения, поскольку они поляризуют его. Когда процесс достигнет такой стадии, что фотонов с частотой ν_L будет производиться больше, чем поглощаться, лазер начинает работать, генерируя когерентное излучение. Выходным отражателем обычно служит покрытое слоем диэлектрического материала зеркало, которое отражает большую часть излучения обратно в трубку; из лазера выходит лишь небольшая часть этого излучения. Иногда в качестве выходного отражателя используется зеркало с небольшим отверстием в центре.

В рубиновых лазерах (рис. 111) мощный импульс энергии подается на импульсную лампу, дающую в результате сильную вспышку света рядом с кристаллом, который в ответ испускает когерентное излучение [4]. Этот процесс повторяется при каждой вспышке света в импульсной лампе. Поэтому лазеры на рубиновых кристаллах называются *импульсными лазерами*, поскольку они испускают мощное когерентное излучение за очень малый промежуток времени. В газовых лазерах накачка может производиться непрерывно, т. е. эти лазеры могут работать в *непрерывном режиме*.

СО₂-лазер (рис. 110) является типичным представителем лазеров, работающих в непрерывном режиме [7]. Для генерирования когерентного излучения используются такие газы, как СО₂, N₂O, Н₂O, Ne и Ag, поскольку молекулы этих газов имеют энергетические уровни, для которых легко достижима инверсная заселенность. Например, молекула СО₂ имеет линейную конфигурацию и обладает как вращательными, так и колебательными уровнями энергии. На рис. 112 представлены три вида колебаний линейной молекулы СО₂. С колебаниями, вызывающими симметричное растяжение молекулы, связано квантовое число ν_1 . Квантовое число ν_2 связано с колебаниями изгиба. Здесь мы имеем дело с вырождением, так как изгиб может происходить двумя различными способами. Асимметричное растяжение определяется квантовым числом ν_3 . Вырожденность

квантового числа ν_2 снимается центробежным растяжением, так как молекула вращается и закручивается, поэтому атомы удаляются друг от друга. Связанное с этим движением квантовое число l не нужно путать с квантовым числом орбитального момента электронов. Состояние колебательной энергии молекулы с квантовыми числами $\nu_1 = 0, \nu_2 = 1, \nu_3 = 1, l = 0$ можно записать в виде ν_1, ν_2^l, ν_3 или (01^01) .

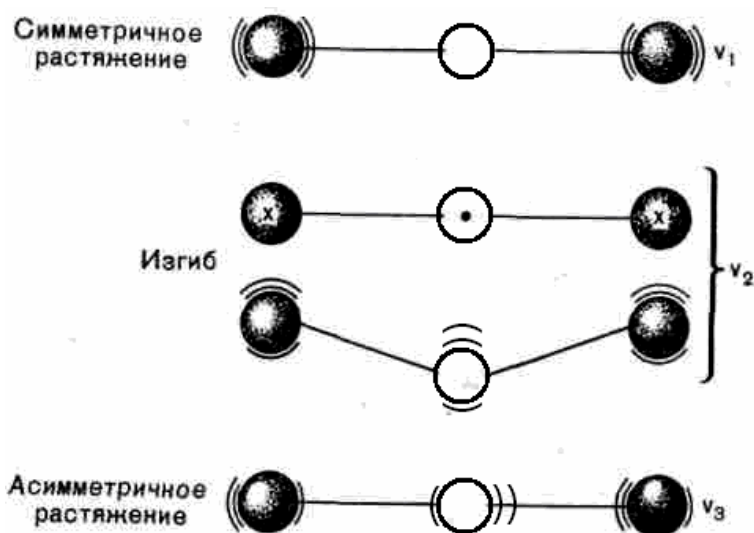


Рис. 112. Вращательные и колебательные уровни энергии молекулы CO_2

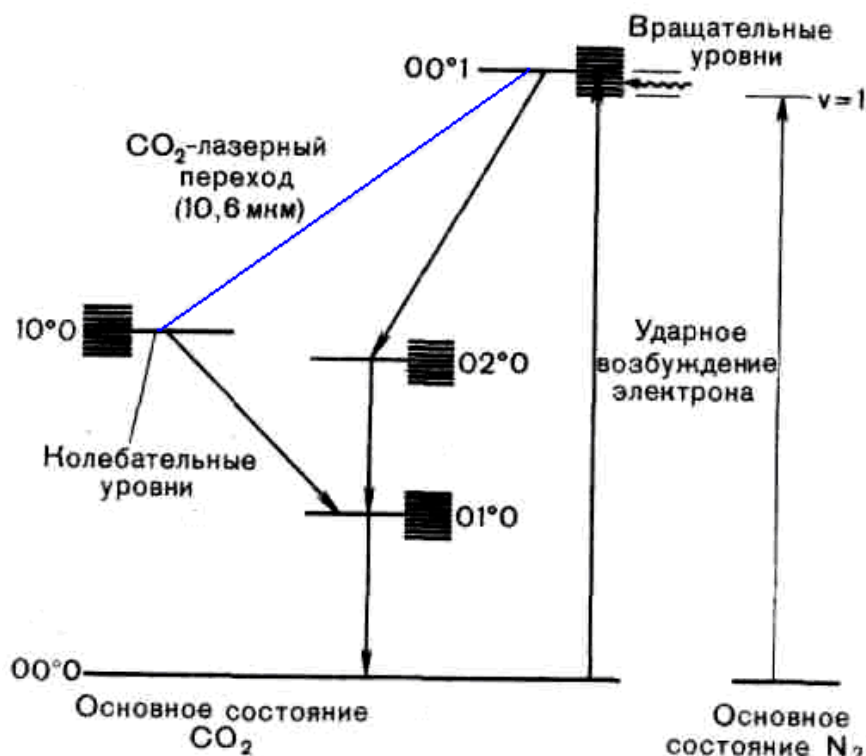


Рис. 113. Уровни колебательной энергии молекулы CO_2

Некоторые из наиболее важных уровней колебательной энергии молекулы CO_2 изображены на рис.113. Показаны здесь только те вращательные уровни энергии, которые связаны с указанными колебательными уровнями. Основное состояние (00^0) переходит в возбужденное (00^1), которое имеет большое время жизни, в

результате значительное число молекул находится в этом состоянии. Затем, теряя энергию, молекулы возвращаются на основной уровень, переходя сначала на уровень (10^0), потом на уровень (01^0) и, наконец, на основной уровень (00^0). Переход в основное состояние может быть осуществлен и другими способами. В приведенном примере переход с уровня (00^1) на уровень (10^0) называют лазерным переходом, который сопровождается инфракрасным излучением с длиной волны 10,6 мкм (примерно в 20 раз больше средней длины волны видимого света). В CO_2 -лазерах используется в качестве добавки гелий, поскольку он позволяет путем соударений удалять атомы с уровня (10^0) и обеспечивает большее число переходов (00^1) – (10^0). Используется также и азот, поскольку он имеет энергетический уровень, близкий к уровню (00^1) CO_2 , и путем передачи энергии повышает заселенность уровня (00^1).

Многие исследования в настоящее время направлены на совершенствование лазеров, создание новых типов лазеров и техники с применением лазерных устройств. В последние годы особое внимание уделяется практическому применению лазеров.

Библиографический список

1. Вихман Э. Квантовая физика. Изд. 2-е, стереотип.; пер. с англ. М.: Наука, 1977. 416 с.: ил. Том IV; Пер. с англ./ (Берклеевский курс физики).
2. Гольдин Л. Л., Новикова Г. И. Введение в атомную физику. М., 1969. 304 с.: ил.
3. Зисман Г. А., Тодес О. М. Курс общей физики. Т. III. Оптика, физика атомов и молекул, физика атомного ядра и микрочастиц. Издание четвертое, стереотипное. М.: Наука, 496 с.: ил.
4. Физика: учеб. Для 11 кл. шк. и кл. с углубл. изуч. Физики / А. Т. Глазунов, О. Ф. Кабардин, А. Н. Малинин и др.; под ред. А. А. Пинского. 5-е изд. М.: Просвещение, 2000. 432 с.: ил.
5. Семат Г. Введение в атомную физику / пер. с англ. В. А. Троицкой; под ред. С. Я. Никитина. М.: Гос. изд-во иностр. литературы, 1948.
6. Гершензон Е. М., Малов Н. Н., Мансуров А. Н. Курс общей физики: Оптика и атомная физика: учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. 2-е изд., перераб. М.: Просвещение, 1992.
7. Акоста В., Кован К., Грэм Б. Основы современной физики / под ред. А. Н. Матвеева. М.: Просвещение, 1981. 495 с.: ил.
8. Борн М. Атомная физика / пер. с англ. О. И. Завьялова и В. П. Павлова; под ред. Б. В. Медведева. М.: Мир, 1965.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
<i>ЛЕКЦИЯ 1</i>	
Г Л А В А 1. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСТВЕ И МАГНЕТИЗМЕ	4
§ 1.1. Обзор квантовой физики	4
§ 1.2. Атомы и элементарные частицы	5
§ 1.3. Пределы применимости классической теории	8
§ 1.4. Открытие постоянной Планка	9
<i>ЛЕКЦИЯ 2</i>	
Г Л А В А 2. ПРОБЛЕМЫ, НЕ РЕШЕННЫЕ КЛАССИЧЕСКОЙ ФИЗИКОЙ	14
§ 2.1. Излучение абсолютно черного тела	14
§ 2.2. Фотоэлектрический эффект	18
§ 2.3. Проблема стабильности и размера атомов	20
§ 2.4. Испускание и поглощение света. Тепловое излучение*	22
§ 2.5. Закон Кирхгофа. Излучение абсолютно черного тела*	26
§ 2.6. Равновесное излучение. Формула Планка и ее следствия*	29
§ 2.7. Законы теплового излучения*	37
§ 2.8. Пирометры. Тепловые источники света.*	42
§ 2.9. Фотоэлектрический эффект. Уравнение Эйнштейна*	43
§ 2.10. Скорость фотоэлектронов*	45
<i>ЛЕКЦИЯ 3</i>	
Г Л А В А 3. МОДЕЛИ СТРОЕНИЯ АТОМА	52
§ 3.1. Атомные единицы энергии и массы	52
§ 3.2. Модели атомов Томсона и Резерфорда	54
§ 3.3. Квантовые постулаты Бора	60
§ 3.4. Спектр атома водорода	61
§ 3.5. Опыт Франка и Герца	65
§ 3.6. Эффект Комптона	67
<i>ЛЕКЦИЯ 4</i>	
Г Л А В А 4. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ	71
§ 4.1. Дифракция электронов. Волны де Бройля	71
§ 4.2. Волновая функция. «Соотношения неопределенностей»	75
§ 4.3. Рассеяние α -частиц*	79
<i>ЛЕКЦИЯ 5</i>	
Г Л А В А 5. ЭЛЕКТРОН, ОГРАНИЧЕННЫЙ ВНЕШНИМИ УСЛОВИЯМИ	81
§ 5.1. Электрон внутри атома в квантовом случае	81
§ 5.2. Примеры. Электрон в «ящике». Осциллятор	89
§ 5.3. Потенциальный барьер. Туннельный эффект	98

ЛЕКЦИЯ 6

Г Л А В А 6. СТРОЕНИЕ И СПЕКТРЫ АТОМОВ	101
§ 6.1. Водородоподобный атом	101

ЛЕКЦИЯ 7

§ 6.2. Атом водорода	110
--------------------------------	-----

ЛЕКЦИЯ 8

§ 6.3. Спектры водорода и щелочных металлов. Спин электрона	116
§ 6.4. Строгое решение уравнения Шредингера*	126

ЛЕКЦИЯ 9

Г Л А В А 7. АТОМ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ	131
§ 7.1. Магнитное квантовое число	131
§ 7.2. Атом во внешней магнитном поле	132
§ 7.3. Нормальный эффект Зеемана	134
§ 7.4. Спин электрона	136
§ 7.5. Полный момент импульса атома	137
§ 7.6. Многоэлектронные атомы	139

ЛЕКЦИЯ 10

§ 7.7. Естественная ширина спектральных линий	143
§ 7.8. Лазер	146

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

§ 7. 9. Волновое уравнение. Разделение переменных*	152
§ 7. 10. Молекулярные спектры*	155
§ 7. 11. Лазеры (дополнение)*	158

Библиографический список	163
------------------------------------	-----

ОГЛАВЛЕНИЕ	164
----------------------	-----

Учебное издание

Андрей Семенович Чиганов

ВВЕДЕНИЕ В АТОМНУЮ (КВАНТОВУЮ) ФИЗИКУ

Курс лекций

Редактор С. А. Б о в к у н
Корректор С. Ю. Г л а з у н о в а

660049, Красноярск, ул. А. Лебедевой, 89.
Редакционно-издательский отдел КГПУ,
т. 217-17-52

Подписано в печать 21.12.10. Формат 60×84 ¹/₈.
Усл. п. л. 20,92. Тираж 100 экз. Заказ .
Цена свободная

Отпечатано ИПК КГПУ