

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет/филиал математики, физики и информатики  
(полное наименование института/факультета/филиала)  
Выпускающая(ие) кафедра(ы) математики и методики обучения математике  
(полное наименование кафедры)

**Матвеева Кристина Николаевна**

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема **ДИАГНОСТИКА УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ  
АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10 11  
КЛАССОВ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ В ПРОЦЕССЕ  
РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

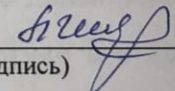
Направление подготовки/специальность 44.04.01 Педагогическое образование  
(код направления подготовки/код специальности)

Магистерская программа Математическое образование в условиях ФГОС  
(наименование профиля программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ


Зав.кафедрой:

д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

« 11 » 12 2019 г.   
(дата, подпись)

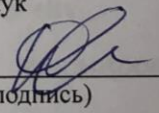
Руководитель магистерской программы

д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

« 09 » 12 2019 г.   
(дата, подпись)

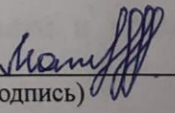
Научный руководитель

д-р пед. наук, профессор П.П. Дьячук

« 02 » декабря 2019 г.   
(дата, подпись)

Дата защиты 17.12.2019

Обучающийся: К.Н. Ярославцева

« 02 » декабря 2019 г.   
(дата, подпись)

Оценка \_\_\_\_\_  
(прописью)

Красноярск 2019

## **Реферат магистерской диссертации**

**Матвеевой Кристины Николаевны**

**По теме: « Диагностика уровня сформированности алгоритмической деятельности обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы в процессе решения математических задач».**

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, включает список использованной литературы. Общий объем работы составляет 99 страниц. Работа иллюстрирована 15 рисунками и 1 таблицей, включает в себя 5 приложений. Список литературы состоит из 51 источника.

**Проблема исследования**, состоит в поиске путей использования потенциала ИКТ технологий (динамического адаптированного тестирования) в формировании алгоритмической деятельности обучающихся 10-11 классов в процессе решения математических задач.

**Цель исследования** - провести динамическое адаптивное тестирование процесса формирования алгоритмической деятельности учащихся старших классов в процессе научения решению математических задач.

**Гипотеза исследования:**

Если в обучении школьников применять компьютерную динамическую оценку математических способностей при обучении математике в старших классах, то это позволит выявить процессуальные характеристики математической деятельности при решении задач по математике и определить уровень сформированности алгоритмических способностей учащихся старших классов средней школы.

При проведении исследования нами решались следующие **задачи:**

1. Исследовать психолого-педагогические основы формирования математической деятельности обучающихся по математике.
2. Рассмотреть понятие алгоритмической деятельности и основных этапов ее формирования.
3. Выявить роль энтропии учебной деятельности у обучающихся при решении математических задач.

4. Выяснить дидактические и методические основы применения динамических адаптивных тестов для управления и диагностики учебно-познавательной деятельности учащихся при обучении математике;

5. Провести педагогический эксперимент, включающий динамическое адаптивное тестирование обучающихся старших классов общеобразовательной школы.

В первой главе был проведен теоретический анализ проблемы развития математических способностей обучающихся старших классов, описан процесс формирования алгоритмической деятельности у обучающихся при изучении математики, раскрыта взаимосвязь энтропии с учебной деятельностью.

Во второй главе, раскрывается суть динамических компьютерных тестов-тренажеров, которые реализуют динамическую оценку математической учебной деятельности при изучении математики., проведен педагогический эксперимент с применением ДКТТ.

В заключении сделаны выводы об эффективности использования динамических адаптивных тестов при формировании алгоритмической деятельности у обучающихся старших классов в средней школе.

**Summary of the Master's Thesis**

**by Kristina N. Matveyeva**

## **titled Dynamic Assessment of High School**

### **Students' Mathematical Skills**

The Master's thesis comprises an introduction, two chapters and conclusions. It includes a bibliography. The thesis is 99 pages long; it contains 15 figures and 1 table. It includes 5 annexes. The bibliography consists of 51 references.

**The research problem** is defined by the contradiction between existing technologies for assessing students' knowledge and skills and the necessity of assessing a learning activity itself.

**The research objective** is to carry out an adaptive dynamic assessment of the process of developing an algorithmic activity among high schoolers being trained to solve mathematical problems.

#### **The research hypothesis is as follows:**

Computerized dynamic assessment, when used to assess high school students' mathematical skills in the process of teaching said students mathematics, will help both reveal the procedural characteristics of a mathematical activity aimed at solving mathematical problems and evaluate the level of development of high schoolers' algorithmic skills.

Within the framework of this research, we had to solve the following **tasks**:

1. Define the state of the problem regarding assessing students' learning and cognitive activities.
2. Research the capabilities of both traditional and computerized methods of assessing students' learning activities.
3. Define both the didactic and methodological principles of using adaptive dynamic tests for managing and characterizing students' learning and cognitive activities in the process of teaching said students mathematics.
4. Define the role of the entropy of a learning activity among students solving mathematical problems.
5. Empirically verify the effectiveness of using adaptive dynamic tests for assessing students' learning and cognitive activities.

In Chapter 1, we carried out a theoretical analysis of the problem related to developing mathematical skills in high school students, described the process of developing an algorithmic activity among students being taught mathematics, and revealed a correlation between entropy and learning activity.

In Chapter 2, we described the essence of dynamic computer test simulators (DCTS) that implement a dynamic assessment of mathematical learning activities in the process of learning mathematics, and conducted a pedagogical experiment using DCTS.

In the Conclusions, conclusions were made as to the effectiveness of using adaptive dynamic tests in the process of developing an algorithmic activity among high school students.

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

|                       |   |
|-----------------------|---|
| <b>ВВЕДЕНИЕ</b> ..... | 3 |
|-----------------------|---|

|   |    |
|---|----|
| Глава 1. Психолого-педагогические основы формирования математической деятельности обучающихся по математике .....                               | 9  |
| 1.1 Математическая деятельность учащихся как педагогический феномен.....  | 9  |
| 1.2 Понятие алгоритмической деятельности и основные этапы формирования алгоритмической деятельности .....                                       | 33 |
| 1.3 Энтропия учебной деятельности как критерий сформированности алгоритма решения задач.....  | 42 |
| Выводы по 1 главе.....  | 51 |
| Глава 2. Динамическая оценка и диагностика алгоритмической деятельности обучающихся при решении математических задач.....                       | 53 |
| 2.1 Динамическая оценка, как метод диагностики и повышения уровня учебного потенциала при решении математических задач.....                     | 53 |
| 2.2 Динамические компьютерные тесты-тренажеры, реализующие динамическую оценку математической учебной деятельности при изучении математики..... | 60 |
| 2.3 Педагогический эксперимент .....  | 71 |
| Выводы по 2 главе.....  | 84 |
| Заключение.....   | 85 |
| Библиографический список.....   | 87 |
| Приложения.....   | 92 |

## **Введение**

*Актуальность исследования.* Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни человека. Математика царица - наук, которая в свою очередь является двигателем мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет огромную роль в процессе обучения, развивая познавательные способности человека. Качественное математическое образование необходимо для успешной жизни граждан в современном обществе. Все это является фундаментальной основой, которая гарантирует успех страны в XXI веке, эффективность использования природных ресурсов, развитие экономики, обороноспособность, развитие современных технологий и тд.

Исходя из концепции развития математического образования, мы видим, что государство ставит перед собой задачи повысить уровень математических знаний граждан. Необходимость повышения качества математической подготовки, делает актуальным поиск новых путей повышения эффективности их обучения математике, в том числе на основе применения современных информационных технологий. Актуальность использования средств информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) при обучении математике подчеркивается в работах ряда авторов (А.П. Ершов, И.О. Кравец, В.Р. Майер, В.М. Монахов, Л.П. Мартиросян, Н.И. Пак, М.И. Рагулина и др.).

Перед учителем математики всегда стоит вопрос: как учить детей, чтобы они не только получали знания, но и умели думать? Поэтому необходимо стараться формировать у учащихся достаточно общие методы мышления и деятельности, общие способы подхода к любой задаче. Алгоритмическая деятельность является одним из видов общих методов деятельности вообще, а не только деятельности умственной.

Понятие алгоритма пронизывает все области современной математики—от элементарной до высшей. И этот факт не может не влиять на процесс обучения математике в школе. Привычка пользоваться алгоритмическими приёмами в практической работе становится требованием эпохи, мимо которого школа пройти не может. Поэтому применение алгоритмического метода становится актуальной темой сегодняшнего дня [24,с. 85].

В своей практической деятельности люди подмечают аналогичное, повторяющееся в различных явлениях, вещах, поступках, и сознательно придумывают последовательность операций, которые приводят к нужному результату. Эта специфика человеческой деятельности, обучения была подмечена во второй половине XX века. Тогда появились такие понятия как «предписание алгоритмического типа» (Л.Н. Ланда, 1966), «расплывчатые алгоритмы» (Л. Заде, 1968) и целой гаммы других понятий (Б.В. Бирюков, Е.С. Геллер, 1973) [24].

Такие методы как алгоритмизация, формализация применены не во всех науках. В образовательном процессе данные методы применимы при изучении прежде всего математики, физики и дисциплин, в которых можно информацию перенести в виде детерминированного предписания–алгоритма (в частности, в методике преподавания математики, физики и т.п.).

Исследование алгоритмизации как составляющей процесса формирования алгоритмической деятельности в курсе изучения некоторых разделов математики и информатики рассмотрено в научных статьях М.В. Кондурар, Ю.В. Корчемкиной, Л.Н. Удовенко и др.. Исследование понятия «алгоритмическая компетентность» актуализировано анализом рядоположенных понятий («программно–алгоритмическая компетентность» (В.В. Калитина, Т.П. Пушкарева), «алгоритмическая культура» (М.П. Лапчик, В.А. Далингер, Т.И. Алферьева), «алгоритмический подход» (В.М. Монахов, В.А. Байдак, В.И. Ефимов, С.М. Мумряева, Ю.В. Корчемкина), «алгоритмический стиль мышления» (А.В. Копаев, А.И. Газейкина), связывающим звеном которых является понятие алгоритмической линии (Н.Я. Виленкин), и исследованием требований ФГОС СПО. Алгоритмическая культура–это часть общей математической культуры мышления, предполагающая формирование умений, связанных с пониманием сущности понятия алгоритма и его свойств. Алгоритмическая культура необходима для решения математических задач: построение алгоритма решения, а так же применение алгоритма. Алгоритмы, а именно, алгоритмическая деятельность, нашли широкое применение в процессе



обучения. В настоящее время поток информации, с которым приходится работать на занятиях и в жизни, постоянно растет; наблюдается нехватка времени, отводимого на изучении того или иного материала. Наличие алгоритмической деятельности по различным учебным дисциплинам, отдельным разделам, темам ускорит процесс усвоения [24].

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования сказано, что личностные результаты освоения основной образовательной программы учащихся основного общего образования по математике должны отражать: развитие алгоритмического мышления; развитие умений составить и записать алгоритм для конкретного исполнителя; формирование знаний, касающихся алгоритмических конструкций; знакомства с основными алгоритмическими структурами—линейной, разветвляющейся и циклической.

Анализ нормативных документов, научной, учебной и методической литературы, диссертационных исследований, а также опыт обучения учащихся математике в основной общеобразовательной школе позволили выявить следующие противоречия:

—на социально-педагогическом уровне:

между потребностью современного общества в повышении уровня математических знаний граждан, способных к построению и реализации алгоритмов, при решении математических задач и недостаточным уровнем сформированности алгоритмической компетентности у обучающихся.

научно-педагогическом уровне:

между разработанностью общих положений компетентностного подхода и слабой изученностью теоретических основ формирования алгоритмической компетентности обучающихся основной общеобразовательной школы;

—на научно-методическом уровне:

между существующим потенциалом математических дисциплин для формирования алгоритмической компетентности у обучающихся основной общеобразовательной школы и недостаточной разработанностью

соответствующей методики оценивания уровня сформированности данной компетенции.

Выявленные противоречия определяют актуальность и обозначают проблему исследования, состоящую в поиске путей использования потенциала ИКТ технологий (динамического адаптированного тестирования) в формировании алгоритмической деятельности обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы в процессе решения математических задач.

В контексте решения данной проблемы определена тема исследования: "Диагностика уровня сформированности алгоритмической деятельности обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы в процессе решения математических задач.

**Объект исследования** – учебная алгоритмическая деятельность учащихся в процессе решения задач по математике в старших классах общеобразовательной школы.

**Предмет исследования** - формирование алгоритмической деятельности на основе применения динамических адаптивных тестов-тренажеров как средства управления учебно-познавательной деятельности учащихся.

**Цель исследования** - провести динамическое адаптивное тестирование процесса формирования алгоритмической деятельности учащихся старших классов в процессе научения решению математических задач.

**Гипотеза исследования:**

Если в обучении школьников применять компьютерную динамическую оценку математических способностей при обучении математике в старших классах, то это позволит выявить процессуальные характеристики математической учебной деятельности при решении задач по математике и определить уровень сформированности алгоритмических способностей учащихся старших классов средней школы.

**Задачи:**

1. Исследовать психолого-педагогические основы формирования математической деятельности обучающихся по математике.

2. Рассмотреть понятие алгоритмической деятельности и основных этапов ее формирования.

3. Выявить роль энтропии учебной деятельности у обучающихся при решении математических задач.

4. Выяснить дидактические и методические основы применения динамических адаптивных тестов для управления и диагностики учебно-познавательной деятельности учащихся при обучении математике;

5. Провести педагогический эксперимент, включающий динамическое адаптивное тестирование обучающихся старших классов общеобразовательной школы.

***Методы исследования:***

1. Теоретический анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы в аспекте изучаемой проблемы;

2. Педагогический эксперимент;

3. Анализ педагогического опыта;

4. Наблюдение;

5. Статистическая обработка результатов эксперимента.

***Методологическую основу составили:***

системный подход (В.П. Беспалько, А.А. Вербицкий, Б.Г. Ананьев, К.Н. Лунгу, А.М. Новиков и др.), позволивший исследовать алгоритмическую компетентность как целостную структуру взаимосвязанных компонентов;

компетентностный подход к организации учебного процесса (В.А. Болотов, А.А. Вербицкий, В.А. Далингер, Э.Ф. Зеер, И.А. Зимняя, В.В. Рябов, Г.К. Селевко, Н.А. Селезнева, В.В. Сериков, Ю.Г. Татур, А.В. Хуторской и др.), позволивший рассмотреть алгоритмическую компетентность в структуре профессиональной компетентности как результат образования;

деятельностный подход в обучении (Л.С. Выготский, П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, Л.В. Шкерина, Д.Б. Эльконин и др.), определивший приоритетное использование активных форм обучения для формирования элементов алгоритмической компетентности;

лично–ориентированный подход (Л.С. Выготский, В.В. Краевский, А.Н. Леонтьев и др.), рассматривающий обучающегося как субъекта образовательной деятельности.

**Теоретической основой исследования выступили:**

теория деятельности (Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев, С.Л. Рубинштейн), теория поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина), концепции применения ИКТ в обучении математике (А.А. Андреев, С.А. Бешенков, А.П. Ершов, И.Г. Захарова, Т.В. Капустина, А.А. Кузнецов, В.В. Лаптев, М.П. Лапчик, В.М. Монахов, Е.А. Ракитина, Н.И. Пак, А.Ю. Уварови др.)

**Практическая значимость проведенного исследования** состоит в том, что выявленные особенности формирования алгоритмической деятельности учащихся старших классов общеобразовательной школы в процессе динамического адаптивного тестирования могут быть использованы учителем математики при составлении индивидуальных траекторий обучения.

## **Глава 1 Психолого-педагогические основы формирования математической деятельности обучающихся по математике**

### **1.1 Математическая деятельность обучающихся, как психолого-педагогический феномен**

Современное общество определяет интеллектуальные способности как главный фактор социально-экономического развития. Государство испытывает потребность в гражданах которые стремятся к самореализации, обладают инициативностью, гибкостью и самостоятельностью мышления, способностью к

смене позиций и видов деятельности, владеющих исследовательскими навыками. Наличие математического мышления способствует наличию и развитию данных навыков. Поэтому математическое мышление становится все более востребованным. В настоящее время универсальные математические методы используются практически во всех сферах деятельности, они лежат в основе любой технологии современного общества. Математическое мышление необходимо для анализа информации, работы с компьютерными системами и информационными технологиями, при постановке новых задач и их решениях, при переносе идей из одной области в другие конкретные условия.

Таким образом, в информационном обществе математическое мышление становится необходимым инструментом жизнедеятельности людей.

В своих работах Г. Вейля под математическим стилем мышления подразумевается особая форма рассуждений, посредством которых математика проникает в науки о внешнем мире.

Математическая способность характеризуется обобщённым, свёрнутым и гибким мышлением в сфере математических отношений, числовой и знаковой символики и математическим складом ума. Среди наиболее важных компонентов математических способностей выделяются специфическая способность к обобщению математического материала, способность к пространственным представлениям, способность к отвлеченному мышлению, анализу, синтезу, сравнению.

Чтобы разобраться и дать точное понятие математической способности дадим определения понятию способности

Проблема способностей с давних пор стоит в ряду актуальных вопросов развития личности. Она вызывает много споров, является до сих пор не разрешенной, постоянно дополняется новыми взглядами психологов, философов, педагогов. Общеизвестным и общепризнанным можно считать тот факт, что основная трудность в исследованиях способностей связана с определением самого понятия «способности».

Еще античные философы Платон, Аристотель, Гиппократ и другие связывали способности человека с типами личности и темпераментом.

Работы русских психологов, посвященные проблеме способностей, можно разделить на две группы: одни анализируют проблему преимущественно в теоретическом плане (Б. Г. Ананьев, Т. И. Артемьева, Д. Б. Богоявленская, Э. А. Голубева, В. Д. Добрынин, А. Н. Леонтьев, В. Н. Мясищев, С. Л. Рубинштейн, А. В. Петровский, К. К. Платонов, Б. М. Теплов, В. Н. Шадриков и др.), а другие работы связаны с изучением структуры специальных способностей: (Б. Б. Богоявленская, Н. Ф. Гоноболин, Е. И. Игнатьев, С. А. Изюмова, В. И. Киреенко, А. Г. Ковалев, Н. В. Кузьмина, Н. Д. Левитов, Н. С. Лейтес, А. А. Мелик-Пашаев, З. Н. Новлянская, Б. А. Сазонтьев, А. Э. Симоновский, Б. М. Теплов, Л. И. Уманский, В. П. Ягункова и др.).

В разработке направлений исследования способностей вышеназванные авторы во многом опираются на учение о способностях С. Л. Рубинштейна.

В работе «Бытие и сознание» С. Л. Рубинштейн связывает способности с развитием психических процессов: мышлением, восприятием, памятью и т.п.

«Под способностью, – пишет автор, –...разумеют сложное образование, комплекс психических свойств, делающих человека пригодным к определенному, исторически сложившемуся виду общественно полезной профессиональной деятельности. Всякая специальная способность есть способность к чему-то» [35].

С. Л. Рубинштейн считал, что в основе способностей лежат «наследственно закреплённые предпосылки для их развития в виде задатков» [36], под которыми он имел в виду анатомо-физиологические особенности нервно-мозгового аппарата человека, притом, что, «развиваясь на основе задатков, способности являются всё же функцией не задатков самих по себе, а развития, в которое задатки входят как исходный момент, как предпосылки» [36].

Роли задатков в развитии способностей большое внимание уделял Б. М. Теплов. Однако он категорически выступал против признания врожденности

способностей, считая, что врожденными могут быть известные природные предпосылки, к которым он относил задатки [24].

Аналогично Б. М. Теплову задатки понимал А. Н. Леонтьев, указывая, что понятие «задатки» вообще не психологическая категория [24].

Ряд авторов ставит вопрос о переосмыслении понятия «задатки», предлагая понимать их как природные психологические особенности (Б. Г. Ананьев, А. Г. Ковалев, Н. С. Лейтес, В. Н. Мясищев, В. И. Киреенко и др.).

Так, А. Г. Ковалев полагает, что для ликвидации разрыва между задатками и способностями лучше говорить о них не как об анатомо-физиологических особенностях, а как о нервно-психологических особенностях человека [5;6].

Многозначность нервно-психических особенностей человека показывает, что на основе одного и того же задатка могут сформироваться разные способности. Например, на основе художественного типа человека (по И. П. Павлову) могут сформироваться способности и актера, и писателя, и музыканта, и художника, а на основе мыслительного типа – способности и математика, и философа, и лингвиста.

Для педагогических исследований, посвящённых развитию тех или иных способностей, выявление задатков личности как первопричины зарождения способностей не представляется возможным, поскольку задатки обнаруживаются в процессе обучения. С другой стороны, необходимо выявить источник способностей, который присутствует в психике ребенка еще до начала целенаправленной работы с ним. Отсюда возникает необходимость осмысления других первопричин, «толкающих ребенка к участию в той или иной деятельности».

Таковыми психологическими особенностями, также рассматриваемыми в связи с изучением способностей, являются склонности. Рассматривая склонности в рамках изобразительной деятельности, скажем, что с самого раннего детства ребенок стремится к изобразительным действиям, которые можно понимать в качестве естественного способа общения ребенка с миром, выражением потребности в самореализации.

Склонность – «расположение к чему-нибудь, влечение», эмоционально-волевое отношение к деятельности [23], отличается постоянством, что обуславливает сопровождение жизнедеятельности детей «изобразительными действиями» с самого раннего этапа онтогенетического развития.

Из этого следует, что избирательное отношение к деятельности – склонность – существует по причине привлекательности деятельности, поскольку она доставляет удовольствие, радость. «Деятельность привлекает к себе именно потому, что склонность является потребностью в данной деятельности» [20]. Привлекательными в этом случае оказываются не только достигаемые в ней результаты, но и сам процесс деятельности.

Природная составляющая способностей – это не только врожденные качества, но и приобретенные особенности человека в их развитии и совершенствовании. Они приобретают «облик» способности под влиянием определенным образом складывающихся условий жизни и деятельности индивида.

В качестве ведущего условия развития способностей С. Л. Рубинштейн видит обучение и воспитание. Тогда превращение психических свойств в способность, например, мышления – в развитую мыслительную способность, восприятия – в художественно-творческую и т. д., становится доступным практически для всех [35]

Автор заключает, что вопрос о развитии способностей должен быть слит с вопросом о развитии. «Развитие человека, – пишет С. Л. Рубинштейн, – в отличие от накопления опыта, овладения знаниями, умениями, навыками, – это и есть развитие его способностей, а развитие способностей человека – это и есть то, что представляет собой развитие как таковое, в отличие от накопления знаний и умений» [35].

Эту же идею в исследовании способностей проводит А. Н. Леонтьев, определяя способности как ансамбль свойств индивида, «...которые развиваются онтогенетически в самой деятельности и, следовательно, в зависимости от внешних условий» [24]. Овладение достижениями общественного развития,



«перевод» их в «свои» способности совершается через других людей, т. е. в процессе общения. «В этом процессе ребенок, человек научается адекватной деятельности. Таким образом, – пишет А. Н. Леонтьев,– этот процесс является по своей функции процессом воспитания» [24].

Исследование проблемы способностей в русской психологии ведется в русле их определения, данного Б. М. Тепловым. Автор рассматривает их по трем признакам. Во-первых, под способностями понимаются индивидуально-психологические особенности, отличающие одного человека от другого. Во-вторых, способностями называют не всякие вообще индивидуальные особенности, а лишь такие, которые имеют отношение к успешному выполнению какой-либо деятельности или многих деятельностей. В-третьих, понятие «способность» не сводится к тем знаниям, умениям и навыкам, которые уже выработаны у данного человека [27].

Понимая под способностями такие индивидуально-психологические особенности, которые имеют отношение к успешности выполнения какой-либо деятельности, Б. М. Теплов ставит вопрос о том, что успешное выполнение определенного вида человеческой деятельности может быть обеспечено не отдельной способностью, а лишь тем своеобразным их сочетанием, которое характеризует данную личность. При этом эти отдельные способности, по Б. М. Теплову, не просто рядоположены и независимы друг от друга, а каждая из них может качественно меняться.

Исходя из положения о том, что способности проявляются и развиваются только в той деятельности, которая требует соответствующих способностей, («Не в том дело, что способности проявляются в деятельности, – считал Б.М.Теплов, – а в том, что они создаются в этой деятельности» [44] В. И. Киреевко предостерегал от упрощенного понимания его идеи, говоря, что не следует думать, будто способность (например, к рисованию и живописи) может развиваться только в изобразительной деятельности; развитие ее происходит не только в ходе работы над рисунком, но и в других видах деятельности, например

в игре, в повседневном восприятии, в наблюдении окружающей действительности.

Н. С. Лейтес рассматривает способности как психические свойства человека, являющиеся условием успешного выполнения определенных видов деятельности [10;11;12]. «Способности, – пишет автор, – свойства личности, от которых зависит возможность осуществления и степень успешности деятельности» [10]. Исследуя общие способности, автор относит к ним свойства ума. В связи с показателями общих способностей вводится термин «обучаемость», рассматриваемый как характеристика индивидуальных возможностей учащихся к усвоению учебной деятельности – запоминанию учебного материала, решению задач, выполнению самоконтроля и т. д.

М. К. Кабардов и Е. В. Арцишевская приводят следующие показатели обучаемости:

1. познавательные возможности (особенности сенсорных и перцептивных процессов памяти, внимания, мышления и речи);
2. особенности личности (мотивации, характера, эмоциональных проявлений);
3. качества, определяющие возможности общения и соответствующие проявления личности (общительность, замкнутость и т. д.) [4].

Определение способностей, предназначение которых связывается с успешностью деятельности, можно назвать традиционным (Н. Д. Левитов, Е. И. Игнатъев, М. Д. Громов, Н. С. Лукин, В. С. Мерлин, К. К. Платонов и др.), которое призывает авторов перечислять те или иные качества личности в связи с успешностью выполняемой деятельности, когда понимание способностей рассматривается как совокупность компонентов. Такой подход в исследовании способностей можно назвать «комплексным».

Так, К. К. Платонов, изучая летные способности, приводит 10 индивидуально-психологических качеств [20]. Н. Ф. Гоноболин, рассматривая педагогические способности, перечисляет 7 личностных качеств. В. И. Киреенко пишет о 7 качествах способностей к изобразительной деятельности. В литературных способностях В. П. Ягункова перечисляет также 7 основных

компонентов, а Е. А. Корсунский – 11; Л.И. Уманский в организаторские способности включает 18 компонентов [27].

Современное общество определяет интеллектуальные способности как главный фактор социально-экономического развития. Государство испытывает потребность в гражданах которые стремятся к самореализации , обладают инициативностью, гибкостью и самостоятельностью мышления, способностью к смене позиций и видов деятельности, владеющих исследовательскими навыками. Наличие математического мышления способствует наличию и развитию данных навыков. Поэтому математическое мышление становится все более востребованным. В настоящее время универсальные математические методы используются практически во всех сферах деятельности, они лежат в основе любой технологии современного общества. Математическое мышление необходимо для анализа информации, работы с компьютерными системами и информационными технологиями, при постановке новых задач и их решениях, при переносе идей из одной области в другие конкретные условия.

Таким образом, в информационном обществе математическое мышление становится необходимым инструментом жизнедеятельности людей.

Теория математических способностей активно развивают психологи-исследователи В.Н.Дружинин (1996) , Э.А.Голубева (1993), И.А.Левочкина (1998), С.А.Изюмова (1995,1998), Е.И.Сибирякова 1996), Т.И.Хрусталева (1993).

«Под способностями к изучению математики, – пишет В.А.Крутецкий, – мы понимаем индивидуально-психологические особенности (прежде всего особенности умственной деятельности), отвечающие требованиям учебной деятельности и обуславливающие на прочих равных условиях успешность творческого овладения математикой как учебным предметом, в частности, относительно быстрое, легкое и глубокое овладение знаниями, умениями и навыками в области математики» [8].

К компонентам математических способностей Е. А. Корсунский относит следующие:

- 1) способность к схватыванию формальной структуры задачи;

- 2) способность обобщать математический материал, вычленять главное, видеть общее во внешне различном;
- 3) способность к оперированию главной и знаковой символикой;
- 4) способность к «последовательному, правильно расчлененному логическому рассуждению», связанному с потребностью в обосновании и выводах;
- 5) способность сокращать процесс рассуждения, мыслить свернутыми структурами;
- 6) способность к перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли;
- 7) гибкость мышления, способность к переключению от одной умственной операции к другой;
- 8) математическая память;
- 9) способность к пространственным представлениям [8].

Перечень приведенных компонентов, свидетельствует о том, что в основе каждого из них лежит прежде всего мышление, как один из ведущих психических процессов. Следовательно, можно предположить, что развитие способностей к математике станет успешным, если педагогическая деятельность будет направляться на тренировку мышления, которое обусловит воображение в целом, и в частности математическое воображение, а также математическую логику и т. д.

В этом случае компонентный состав математических способностей как особенностей познавательных процессов, специализированных применительно к математическому материалу может как увеличиваться, так и обобщаться до меньшего количественного состава.

Компонентный состав математических способностей В. А. Корсунский дополняет следующими личностными качествами:

- 1) активным, положительным отношением к математике, склонностью заниматься ею, переходящей на высоком уровне развития в страстную увлеченность;

2) трудолюбием, организованностью, самостоятельностью, целеустремленностью, настойчивостью, а также устойчивыми интеллектуальными чувствами (чувство удовлетворения от напряженной умственной работы, радость творчества, открытия и т.д.);

3) наличием во время выполнения деятельности благоприятных для ее выполнения психических состояний, например состояния заинтересованности, сосредоточенности, хорошего «психического» самочувствия и т. д.;

4) определенным фондом знаний, умений и навыков в соответствующей области и т. д. [8].

Аналогичная позиция В. А. Крутецкого вызывает ряд предположений:

во-первых, перечисленные категории можно рассматривать как общие свойства человека, необходимые для всякой деятельности;

во-вторых, сочетание перечисленных компонентов может быть в одном случае увеличено, в другом – уменьшено, в зависимости от индивидуальных особенностей человека, поскольку дефицит одних компонентов может восполняться за счёт более сильного развития других.

Именно об этом писал А. Пуанкаре в психологическом этюде «Математическое творчество». Описывая людей с различными индивидуальными возможностями, автор говорит, что одни люди имеют слабую интуицию, но одарены хорошей памятью и вниманием – возможность хорошо понимать математику. Другие, не обладая хорошей памятью и вниманием, умеют тонко чувствовать, что также способствует усвоению математики [22].

Развитие математического мышления предполагает наличие познавательной деятельности, результаты которой во многом зависят от условий, в которой она протекает. Следовательно, педагогические условия, в которых протекает процесс обучения во многом определяют его качественную сторону.

Важно отметить, что процесс обучения, формирования компетенций, умений и навыков, предполагает создание педагогических условий для развития математического мышления, без которых качество образовательной

деятельности невозможно. Существуют различные подходы в психолого-педагогической литературе к проблеме формирования и развития математического мышления и к определению педагогических условий для качественного формирования компетенций, умений и навыков.

Рассмотрим взгляды некоторых зарубежных психологов на математические способности.

В исследование математических способностей внесли свой вклад и такие авторы как А. Бинэ, Э. Трондайк и Г. Ревеш, и такие выдающиеся математики, как А. Пуанкаре и Ж. Адамар.

Эти авторы являются представителями разных психологических направлений, что в свою очередь определило и большое разнообразие в подходе к исследованию математических способностей, в методических средствах и теоретических обобщениях.

Единственное, в чем сходятся все исследователи, это, пожалуй, мнение о том, что следует различать обычные, «школьные» способности к усвоению математических знаний, к их репродуцированию и самостоятельному применению и творческие математические способности, связанные с самостоятельным созданием оригинального и имеющего общественную ценность продукта.

Большое единство взглядов проявляют зарубежные исследователи по вопросу о врожденности или приобретенности математических способностей. Если и здесь различать два разных аспекта этих способностей - «школьные» и творческие способности, то в отношении вторых существует полное единство - творческие способности ученого-математика являются врожденным образованием, благоприятная среда необходима только для их проявления и развития. В отношении «школьных» (учебных) способностей зарубежные психологи высказываются не столь единодушно. Здесь, пожалуй, доминирует теория параллельного действия двух факторов - биологического потенциала и среды.

Основным вопросом в исследовании математических способностей (как учебных, так и творческих) за рубежом был и остается вопрос о сущности этого сложного психологического образования. В этом плане можно выделить три важные проблемы.

Проблема специфичности математических способностей. Существуют ли собственно математические способности как специфическое образование, отличное от категории общего интеллекта? Или математические способности есть качественная специализация общих психических процессов и свойств личности, то есть общие интеллектуальные способности, развитые применительно к математической деятельности? Иначе говоря, можно ли утверждать, что математическая одаренность - это не что иное, как общий интеллект плюс интерес к математике и склонность заниматься ею?

Взгляды Б.М. Теплова на математические способности в априори и не были предметом специального рассмотрения в своих трудах. Однако ответы на многие вопросы, связанные с их изучением, можно найти в его работах, посвященных проблемам способностей. Среди них особое место занимают две монографические работы «Психология музыкальных способностей» и «Ум полководца», ставшие классическими образцами психологического изучения способностей и вобравшими в себя универсальные принципы подхода к этой проблеме, которые возможно и необходимо использовать при изучении любых видов способностей.

В своих работах Б. М. Теплов не только дает блестящий психологический анализ конкретных видов деятельности, но и на примерах выдающихся представителей музыкального и военного искусства раскрывает необходимые составляющие, из которых складываются яркие таланты в этих областях. Особое внимание Б. М. Теплов уделил вопросу о соотношении общих и специальных способностей, доказывая, что успех в любом виде деятельности, в том числе в музыке и военном деле, зависит не только от специальных компонентов (например, в музыке - слух, чувство ритма), но и от общих особенностей внимания, памяти, интеллекта. При этом общие умственные способности

неразрывно связаны со специальными способностями и существенно влияют на уровень развития последних .

Наиболее ярко роль общих способностей продемонстрирована в работе «Ум полководца». Остановимся на рассмотрении основных положений этой работы, поскольку они могут быть использованы при изучении других видов способностей, связанных с мыслительной деятельностью, в том числе и математических способностей. Проведя глубокое изучение деятельности полководца, Б.М. Теплов показал, какое место в ней занимают интеллектуальные функции. Они обеспечивают анализ сложных военных ситуаций, выявление отдельных существенных деталей, способных повлиять на исход предстоящих сражений. Именно способность к анализу обеспечивает первый необходимый этап в принятии верного решения, в составлении плана сражения. Вслед за аналитической работой наступает этап синтеза, позволяющего объединить в единое целое многообразие деталей. По мнению Б.М. Теплова, деятельность полководца требует равновесия процессов анализа и синтеза, при обязательном высоком уровне их развития.

Важное место в интеллектуальной деятельности полководца занимает память. Она очень избирательна, то есть удерживает прежде всего необходимые, существенные детали. В качестве классического примера такой памяти Б.М. Теплов приводит высказывания о памяти Наполеона, который помнил буквально все, что имело непосредственное отношение к его военной деятельности, начиная от номеров частей и кончая лицами солдат. При этом Наполеон был неспособен запоминать бессмысленный материал, но обладал важной особенностью мгновенно усваивать то, что подчинялось классификации, определенному логическому закону.

Б.М. Теплов приходит к выводу, что «умение находить и выделять существенное и постоянная систематизация материала - вот важнейшие условия, обеспечивающие единство анализа и синтеза, то равновесие между этими сторонами мыслительной деятельности, которые отличают работу ума хорошего полководца» (Б.М. Теплов 1985, стр. 249). Наряду с выдающимся умом



полководец должен обладать определенными личностными качествами. Это прежде всего мужество, решительность, энергия, то есть то, что применительно к полководческой деятельности принято обозначать понятием «воля». Не менее важным личностным качеством является стрессоустойчивость. Эмоциональность талантливого полководца проявляется в сочетании эмоции боевого возбуждения и умения собраться, сосредоточиться.

Особое место в интеллектуальной деятельности полководца Б.М. Теплов отводил наличию такого качества, как интуиция. Он анализировал это качество ума полководца, сравнивая его с интуицией ученого. Между ними существует много общего. Основное же отличие, по мнению Б. М. Теплова, состоит в необходимости для полководца принятия срочного решения, от которого может зависеть успех операции, в то время как ученый не ограничен временными рамками. Но и в том и другом случае «озарению» должен предшествовать упорный труд, на основе которого и может быть принято единственно верное решение проблемы.

Подтверждения положениям, проанализированным и обобщенным Б.М. Тепловым с психологических позиций, можно обнаружить в работах многих выдающихся ученых, в том числе и математиков. Так, в психологическом этюде «Математическое творчество» Анри Пуанкаре подробно описывает ситуацию, при которой ему удалось сделать одно из открытий. Этому предшествовала долгая подготовительная работа, большой удельный вес в которой составлял, по мнению ученого, процесс бессознательного. За этапом «озарения» необходимо следовал второй этап - тщательной сознательной работы по приведению в порядок доказательства и его проверке. А. Пуанкаре пришел к выводу, что важнейшее место в математических способностях занимает умение логически выстроить цепь операций, которые приведут к решению задачи. Казалось бы, это должно быть доступно любому способному логически мыслить человеку. Однако далеко не каждый оказывается способным оперировать математическими символами с той же легкостью, что и при решении логических задач.

Для математика недостаточно иметь хорошую память и внимание. По мнению Пуанкаре, людей, способных к математике, отличает умение уловить порядок, в котором должны быть расположены элементы, необходимые для математического доказательства. Наличие интуиции такого рода - есть основной элемент математического творчества. Одни люди не владеют этим тонким чувством и не обладают сильной памятью и вниманием и поэтому не способны понимать математику. Другие обладают слабой интуицией, но одарены хорошей памятью и способностью к напряженному вниманию и потому могут понимать и применять математику. Третьи владеют такой особой интуицией и даже при отсутствии отличной памяти могут не только понимать математику, но и делать математические открытия.

Здесь речь идет о математическом творчестве, доступном немногим. Но, как писал Ж. Адамар, «между работой ученика, решающего задачу по алгебре или геометрии, и творческой работой разница лишь в уровне, в качестве, так как обе работы аналогичного характера». Для того чтобы понять, какие качества еще требуются для достижения успехов в математике, исследователями анализировалась математическая деятельность: процесс решения задач, способы доказательств, логических рассуждений, особенности математической памяти. Этот анализ привел к созданию различных вариантов структур математических способностей, сложных по своему компонентному составу. При этом мнения большинства исследователей сходились в одном - что нет и не может быть единственной ярко выраженной математической способности - это совокупная характеристика, в которой отражаются особенности разных психических процессов: восприятия, мышления, памяти, воображения.

Среди наиболее важных компонентов математических способностей выделяются специфическая способность к обобщению математического материала, способность к пространственным представлениям, способность к отвлеченному мышлению. Некоторые исследователи выделяют также в качестве самостоятельного компонента математических способностей математическую память на схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и

принципы подхода к ним. Советский психолог, исследовавший математические способности у школьников, В.А. Крутецкий дает следующее определение математическим способностям:

«Под способностями к изучению математики мы понимаем индивидуально-психологические особенности (прежде всего особенности умственной деятельности), отвечающие требованиям учебной математической деятельности и обуславливающие на прочих равных условиях успешность творческого овладения математикой как учебным предметом, в частности относительно быстрое, легкое и глубокое овладение знаниями, умениями и навыками в области математики».

Исследование математических способностей включает в себя и решение одной из важнейших проблем - поиска природных предпосылок, или задатков, данного вида способностей. К задаткам относятся врожденные анатомо-физиологические особенности индивида, которые рассматриваются как благоприятные условия для развития способностей. Долгое время задатки рассматривались как фактор, фатально предопределяющий уровень и направление развития способностей. Классики отечественной психологии Б.М. Теплов и С.Л. Рубинштейн научно доказали неправомерность такого понимания задатков и показали, что источником развития способностей является тесное взаимодействие внешних и внутренних условий. Выраженность того или иного физиологического качества ни в коей мере не свидетельствует об обязательном развитии конкретного вида способностей. Оно может являться лишь благоприятным условием для этого развития. Типологические свойства, входящие в состав задатков и являющиеся важной их составляющей, отражают такие индивидуальные особенности функционирования организма, как предел работоспособности, скоростные характеристики нервного реагирования, способность перестройки реакции в ответ на изменение внешних воздействий.

Свойства нервной системы, тесно связанные со свойствами темперамента, в свою очередь, влияют на проявление характерологических особенностей личности (В.С. Мерлин, 1986). Б. Г. Ананьев, развивая представления об общей

природной основе развития характера и способностей, указывал на формирование в процессе деятельности связей способностей и характера, приводящих к новым психическим образованиям, обозначаемым терминами «талант» и «призвание» (Ананьев Б.Г., 1980). Таким образом, темперамент, способности и характер образуют как бы цепь взаимосвязанных подструктур в структуре личности и индивидуальности, имеющих единую природную основу

Общая схема структуры математических способностей в школьном возрасте по В.А. Крутецкому.

Собранный В. А. Крутецким материал позволил ему выстроить общую схему структуры математических способностей в школьном возрасте:

### 1. Получение математической информации.

Способность к формализованному восприятию математического материала, схватыванию формальной структуры задачи.

### 2. Переработка математической информации.

- Способность к логическому мышлению в сфере количественных и пространственных отношений, числовой и знаковой символики. Способность мыслить математическими символами.
- Способность к быстрому и широкому обобщению математических объектов, отношений и действий.
- Способность к свертыванию процесса математического рассуждения и системы соответствующих действий. Способность мыслить свернутыми структурами.
- Гибкость мыслительных процессов в математической деятельности.
- Стремление к ясности, простоте, экономности и рациональности решений.
- Способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли (обратимость мыслительного процесса при математическом рассуждении).

### 3. Хранение математической информации.

Математическая память (обобщенная память на математические отношения, типовые характеристики, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним).

#### 4. Общий синтетический компонент.

Математическая направленность ума. Выделенные компоненты тесно связаны, влияют друг на друга и образуют в своей совокупности единую систему, целостную структуру, своеобразный синдром математической одаренности, математический склад ума.

Не входят в структуру математической одаренности те компоненты, наличие которых в этой системе не обязательно (хотя и полезно). В этом смысле они являются нейтральными по отношению к математической одаренности. Однако их наличие или отсутствие в структуре (точнее, степень их развития) определяют тип математического склада ума. Не являются обязательными в структуре математической одаренности следующие компоненты:

- Быстрота мыслительных процессов как временная характеристика.
- Вычислительные способности (способности к быстрым и точным вычислениям, часто в уме).
- Память на цифры, числа, формулы.
- Способность к пространственным представлениям.
- Способность наглядно представить абстрактные математические отношения и зависимости

Прежде всего следует отметить характеризующее способных математиков и совершенно необходимое для успешной деятельности в области математики «единство склонностей и способностей в призвании», выражающееся в избирательно-положительном отношении к математике, наличии глубоких и действенных интересов в соответствующей области, стремлении и потребности заниматься ею, страстной увлеченности делом. Нельзя стать творческим работником в области математики, не переживая увлеченности этой работой, - она порождает стремление к поискам, мобилизует трудоспособность, активность. Без склонности к математике не может быть подлинных

способностей к ней. Если ученик не чувствует никакой склонности к математике, то даже хорошие способности вряд ли обеспечат вполне успешное овладение математикой. Роль, которую здесь играют склонность, интерес, сводится к тому, что интересующийся математикой человек усиленно занимается ею, а следовательно, энергично упражняет и развивает свои способности. На это указывают постоянно сами математики, об этом свидетельствуют вся их жизнь и творчество...

В школе нередко встречаются такие случаи: способный к математике ученик мало интересуется ею и не проявляет особых успехов в овладении этим предметом. Но если учитель сумеет пробудить у него интерес к математике и склонность заниматься ею, то такой ученик, «захваченный» математикой, может быстро добиться больших успехов. Подобные случаи имели место и в жизни известных ученых-математиков (Н.И. Лобачевский, М.В. Остроградский, Н.Н. Лузин и другие).

Переживаемые человеком эмоции являются важным фактором развития способностей к любой деятельности, не исключая и математической. Радость творчества, чувство удовлетворения от напряженной умственной работы, эмоциональное наслаждение этим процессом повышают умственный тонус человека, мобилизует его силы, заставляют преодолевать трудности. Равнодушный человек не может быть творцом. Все изученные нами одаренные дети отличались глубоким эмоциональным отношением к математической деятельности, переживали настоящую радость, вызванную каждым новым достижением.

Большое значение в математическом творчестве имеют своеобразные эстетические чувства. Известный математик А. Пуанкаре писал о подлинно эстетическом чувстве, которое переживают математики, - чувстве математической красоты, гармонии чисел и форм, о чувстве геометрического изящества. «Математик творит, потому что красота мыслительных построений приносит ему радость», - писал Г. Ревеш. Это переживание изящества решения было очень характерным для наблюдаемых нами способных учащихся.

«Красивое решение!», «Вот этот прием, как хорошая шахматная комбинация, вызывает у меня чувство удовольствия», - говорили школьники. И весь их облик свидетельствовал о переживаемом ими эстетическом чувстве - их глаза радостно блестели, они довольно потирали руки, смеялись, приглашали друг друга полюбоваться остроумным ходом мысли, особенно «изящным» решением.

Возможность полного и интенсивного развития математических способностей, как и способностей вообще, всецело зависит от уровня развития характерологических черт, особенно волевых черт характера.

Как бы ни были блестящие способности человека, но если у него нет привычки усидчиво и упорно работать, он вряд ли способен достигнуть больших успехов в деятельности. Он в лучшем случае так и останется лишь потенциально способным... Упорство, настойчивость, работоспособность, трудолюбие постоянно проявлялись в математической деятельности наблюдаемых нами одаренных учащихся... Впрочем, бывают и исключения. Некоторые школьники, обладающие математическими способностями, ошибочно считают, что в области математики им не надо особенно трудиться, так как способности их «вывезут». Учителя и родители должны постоянно убеждать их в том, что овладение математикой даже при наличии способностей требует трудолюбия, настойчивости, усидчивости, должны терпеливо воспитывать эти качества, побуждать школьников не отступать перед трудностями при решении математических задач, доводить дело до конца.

Разумеется, все сказанное выше о характерологических чертах ученого-математика надо понимать в том смысле, что указанные черты могут проявляться избирательно, только в математической деятельности, не характеризуя других сторон его жизни и деятельности. Совершенно правильно указывают А.Г. Ковалев и В.Н. Мясичев, что ученый, в том числе и математик, может иметь слабую волю, плохую работоспособность, быстро утомляться, но в математической деятельности он же может проявлять совсем другие черты: высокую организованность, настойчивость, работоспособность.

Еще одна черта характера свойственна подлинному ученому - критическое отношение к себе, своим возможностям, своим достижениям, скромность, правильное отношение к своим способностям. Надо иметь в виду, что при неправильном отношении к способному школьнику - захваливании его, чрезмерном преувеличении его достижений, афишировании его способностей, подчеркивании его превосходства над другими - очень легко внушить ему веру в свою избранность, исключительность, заразить его «стойким вирусом зазнайства».

И наконец, последнее. Математическое развитие человека невозможно без повышения уровня его общей культуры. Нужно всегда стремиться к всестороннему, гармоничному развитию личности. Своеобразный «нигилизм» ко всему, кроме математики, резко одностороннее, «однобокое» развитие способностей не могут способствовать успешности в математической деятельности.

Анализируя схему структуры математической одаренности, мы можем заметить, что определенные моменты в характеристике перцептивной, интеллектуальной и мнемической сторон математической деятельности имеют общее значение... Поэтому развернутую схему структуры можно представить и в иной, чрезвычайно сжатой формуле: математическая одаренность характеризуется обобщенным, свернутым и гибким мышлением в сфере математических отношений, числовой и знаковой символики и математическим складом ума. Эта особенность математического мышления приводит к увеличению скорости переработки математической информации (что связано с заменой большого объема информации малым объемом — за счет обобщения и свертывания) и, следовательно, экономии нервно-психических сил... Указанные способности в разной степени выражены у способных, средних и неспособных учеников. У способных при некоторых условиях такие ассоциации образуются «с места», при минимальном количестве упражнений. У неспособных же они образуются с чрезвычайным трудом. Для средних же учащихся необходимым



условием постепенного образования таких ассоциаций является система специально организованных упражнений, тренировка.

Возникает вопрос: в какой степени выделенные нами компоненты являются специфически математическими способностями?

Рассмотрим с этой точки зрения одну из основных способностей, выделенных нами в структуре математической одаренности, - способность к обобщению математических объектов, отношений и действий. Разумеется, способность к обобщению - по природе своей общая способность и обычно характеризует общее свойство обучаемости.

Но речь-то идет в данном случае не о способности к обобщению, а о способности к обобщению количественных и пространственных отношений, выраженных в числовой и знаковой символике.

Чем можно аргументировать нашу точку зрения, заключающуюся в том, что способность к обобщению математического материала есть специфическая способность?

Во-первых, тем, что эта способность проявляется в специфической сфере и может не коррелировать с проявлением соответствующей способности в других областях... Иными словами, человек; талантливый вообще, может быть бездарным в математике. Д.И. Менделеев в школе отличался большими успехами в области математики и физики и получал нули и единицы по языковым предметам. А.С. Пушкин, судя по биографическим данным, учась в лицее, пролил много слез над математикой, приложил много трудов, но «успехов приметных не оказал».

Правда, есть немало случаев и сочетания математической и, например, литературной одаренности. Математик С. Ковалевская была талантливой писательницей, ее литературные произведения оценивались весьма высоко. Известный математик XIX в В.Я. Буняковский был поэтом. Английский профессор математики Ч.Л. Доджсон (XIX в.) был талантливым детским писателем, написал под псевдонимом Льюиса Кэррола известную книгу «Алиса в стране чудес». С другой стороны, поэт В.Г. Бенедиктов написал популярную

книгу по арифметике. А.С. Грибоедов успешно учился на математическом факультете университета. Известный драматург А.В. Сухово-Кобылин получил математическое образование в Московском университете, проявлял большие способности к математике и за работу «Теория цепной линии» получил золотую медаль. Серьезно интересовался математикой Н.В. Гоголь. М.Ю. Лермонтов очень любил решать математические задачи. Серьезно занимался методикой преподавания арифметики Л.Н. Толстой.

Во-вторых, можно указать на целый ряд зарубежных исследований, которые показали (правда, основываясь только на тестовой методике и корреляционном и факторном анализе) слабую корреляцию между показателем интеллекта (известно, что способность к обобщению - одна из важнейших характеристик общего интеллекта) и тестами на достижения в математике.

В-третьих, для обоснования нашей точки зрения можно сослаться на учебные показатели (оценки) детей в школе. Многие учителя указывают, что способность к быстрому и глубокому обобщению может проявляться в каком-нибудь одном предмете, не характеризуя учебной деятельности школьника по другим предметам. Некоторые из наших испытуемых, проявляющих, например, способность к обобщению «с места» в области математики, не обладали этой способностью в области литературы, истории или географии. Имели место и обратные случаи: учащиеся, хорошо и быстро обобщающие и систематизирующие материал по литературе, истории или биологии, не проявляли подобной способности, в области математики.

Все сказанное выше позволяет нам сформулировать положение о специфичности математических способностей в следующем виде .

- Те или иные особенности, умственной деятельности школьника могут характеризовать только его математическую деятельность, проявляться только в сфере пространственных и количественных отношений, выраженных средствами числовой и знаковой символики, и не характеризовать других видов его деятельности, не коррелировать с соответствующими проявлениями в других областях. Таким образом, общие по своей природе умственные способности

(например, способность к обобщению) могут в ряд случаев выступать как специфические способности (способность к обобщению математических объектов, отношений и действий).

Мир математики - мир количественных и пространственных отношений, выраженных посредством числовой и знаковой символики, очень специфичен и своеобразен. Математик имеет дело с условными символическими обозначениями пространственных и количественных отношений, мыслит ими, комбинирует, оперирует ими. И в этом очень своеобразном мире, в процессе весьма специфической деятельности общая способность так преобразуется, так трансформируется, что, оставаясь общей по своей природе, выступает уже как специфическая способность.

Разумеется, наличие специфических проявлений общей способности никак не исключает возможности других проявлений этой же общей способности (как наличие у человека способностей к математике не исключает наличия у него же способностей и в других областях).

И на сакраментальный вопрос; «Математиком можно стать или им нужно родиться?» - мы гипотетически ответили бы так: «Обычным математиком можно стать; выдающимся, талантливым математиком нужно и родиться». Впрочем, здесь мы не оригинальны, - многие выдающиеся ученые утверждают это же. Мы уже приводили слова академика А.Н. Колмогорова: «талант, одаренность... в области математики... даны от природы не всем». О том же говорит и академик И.Е. Тамм: «Творить новое... под силу только специально одаренным людям» (речь идет о научном творчестве высокого уровня. - В.К.). Все это сказано пока лишь в порядке гипотезы.

Выяснение физиологической природы математических способностей является важной задачей дальнейших исследований в этой области.

Современный уровень развития психологии и физиологии вполне позволяет поставить вопрос о физиологической природе и физиологических механизмах некоторых специфических способностей человека.

## **1.2 Понятие алгоритмической деятельности и основные этапы ее формирования**

В своей работе мы рассмотрим и разберем основные понятия, связанные с алгоритмической деятельностью. Дадим определение понятию – деятельность. Существуют различные определения понятия деятельности. Деятельность определяется как активное взаимодействие с окружающей действительностью, в результате которого живое существо выступает как субъект, целенаправленно воздействующий на объект и тем самым удовлетворяющий свои потребности [18].

Можно сказать, что деятельность – специфическая человеческая активность, направленная на познание и преобразование окружающей действительности, ориентируемая на образ будущего результата, регулируемая сознанием, а также опосредующая отношение субъекта к реальной действительности, к обществу [4]. в свою очередь деятельность как активность человека состоит из конкретных действий направленных на достижение какой-либо цели. Действием мы называем процесс, который подчиняется определенной цели – представлению о том результате, который необходимо получить [4].

Усвоение определенного материала на уровне применения является выделением соответствующего действия, адекватного усваиваемому содержанию, то есть последовательности операций, из которых состоит действие, и возможность его практического использования. Данная последовательность представляет собой ориентировочную основу действия. Сталкиваясь с конкретной задачей, ученик разворачивает общие правила, формулы, тождества в последовательности операций применительно к условиям этой задачи [4].

Учебная деятельность – процесс, направленный на решение различных учебных задач, в результате которого обучаемый овладевает знаниями, умениями и навыками [23]. Учебная деятельность – один из основных видов

деятельности человека, направленный на усвоение теоретических знаний в процессе решения учебных задач [6].

Алгоритмическая деятельность – учебная деятельность, которая предусматривает пошаговое выполнение указаний алгоритма [6].

Алгоритмическая деятельность – деятельность, целью которой является создание, понимание и преобразование алгоритма, который является и предметом, и непосредственным продуктом этой деятельности [27].

Алгоритмическая деятельность – совокупность действий, которые выполняются по алгоритмическому описанию [33].

Таким образом, под алгоритмической деятельностью будем понимать некую совокупность действий, которые выполняются по алгоритмическому предписанию, правилу.

Алгоритмическое мышление - умение точно следовать инструкции, Умение разбить задачу на последовательные шаги ее выполнения, определить стратегию деятельности. [20]

Представляется важным, чтобы учащиеся осознавали основную идею применения компьютера в современном обществе: компьютеры применяются в той или иной области деятельности, где четко и однозначно сформулирован алгоритм этой деятельности.

Проблема алгоритмизации обучения в настоящее время представляет широкий интерес для педагогической теории и практики. Научные исследования, связанные с ней, можно разделить на три группы.

Первая группа характеризуется выявлением и формированием наиболее существенных навыков, умственных действий человека, деятельность которого связана с организацией составления и использования алгоритмов и алгоритмических предписаний при решении задач. Для формирования такой деятельности намечается целенаправленное проявление алгоритмической линии, первая стадия которой - формирование элементов алгоритмической культуры (В.С. Аблова, В.А. Далингер, М.П. Лапчик, Л.Г. Лучко, В.М. Монахов, В.М. Оксман, Л.С. Оксман, А.А. Шрайнер и др.).

Вторая группа посвящена проблеме формирования у учащихся понятия «алгоритм» как одного из важнейших элементов математики (В.А. Байдак, В.Ф. Ефимов, Ю.А. Макаренков, А.А. Столяр и др.).

Третья группа не ставит вопрос о формировании алгоритмической культуры школьников специальным предметом исследования. Алгоритмы и алгоритмические предписания используются данными авторами для достижения частно-дидактических целей (Л.И. Боженкова, А.И. Власенков, И.В. Герасимова, И.В. Левченко, Е.И. Лященко и др.).

С точки зрения дидактики очень важно такое функциональное свойство алгоритмов и алгоритмических предписаний, как средство управления мыслительной деятельностью учащихся и учителей. (К.Б. Есипович, Л.Н. Ланда, Е.И. Машбиц, Н.Ф. Талызина и др.) [8].

Для всех рассмотренных групп педагогических исследований ключевым является понятие «алгоритм», связанное с именем узбекского математика Аль Хорезми, который в IX веке н.э. разработал правила 4-х арифметических действий над числами в десятичной системе счисления.

В современной психолого-педагогической литературе существуют различные подходы к определению этого понятия. Под алгоритмом иногда понимают систематизированный перечень тщательно отобранных и дозированных тем, разделов, параграфов, связанных между собой и с соответствующими разделами других курсов определенной логической последовательностью. В другом случае алгоритм рассматривают как систему изложения учебного материала, которая позволяет изучать его наиболее эффективно [14].

## 2. Средства развития алгоритмического мышления

Проблема формирования алгоритмического мышления учащихся особенно актуальна в современном образовательном процессе. Совокупность знаний, умений и навыков работы с алгоритмами формируется у подростков при изучении всех школьных дисциплин. Математике и информатике принадлежит ведущая роль в формировании алгоритмического мышления, воспитании умений

действовать по заданному алгоритму и конструировать новые алгоритмы. Целью обучения информатики является формирование алгоритмической культуры и компьютерной грамотности. В ходе изучения этих дисциплин систематически и последовательно формируются навыки умственного труда: планирование своей работы, поиск рациональных путей ее выполнения, критическая оценка результатов.

Постоянное использование в работе алгоритмов и предписаний должно ориентировать учащихся не на простое запоминание определенного плана или последовательности действий, а на понимание и осознание этой последовательности, необходимости каждого ее шага

Алгоритмический подход - это обучение учащихся какому-либо общему методу решения посредством алгоритма, выражающего этот метод. Повышение алгоритмической культуры учащихся зависит от целей формирования основных ее компонентов. Понимание языковых и алгоритмических аспектов общения с компьютером составляет необходимый элемент общей культуры современного человека. Алгоритмы являются неотъемлемой составляющей деятельности людей в различных областях науки: филологии, истории, педагогике и др.

Алгоритмическая культура является основой компьютерной грамотности, овладение ею предполагает: понимание сущности алгоритма и его свойств, представление о возможности автоматизации той области деятельности человека, где существует алгоритм этой деятельности; умение описать алгоритм с помощью определённых средств и методов описания; знание основных типов алгоритмических процессов.

Серьезной методической и психолого-педагогической проблемой является реализация единого подхода при формировании у учащихся способностей и интересов алгоритмической культуры определенного уровня. Предстоит также решить не менее сложную проблему оптимального соотношения алгоритмического и творческого подходов в процессе обучения. Алгоритмическая направленность обучения все в большей степени будет выступать как мощный дидактический фактор.

Алгоритм - общепринятое и однозначное предписание, определяющее процесс последовательного преобразования исходных данных в искомый результат.

Смысл и назначение любой социальной технологии - оптимизировать управленческий процесс, исключить из него все виды деятельности и операции, которые не являются необходимыми для получения социального результата. Технологии обучения являются составной частью социальных технологий, поскольку протекают в системе образования, которая, в свою очередь, являющейся социальной системой.

Алгоритмическая культура учащегося должна содержать следующие компоненты:

- понимание сущности алгоритма и его свойств;
- понимание сущности языка как средства для записи алгоритма;
- владение приёмами и средствами для записи алгоритмов;
- понимание алгоритмического характера методов математики и их приложений;
- владение алгоритмами школьного курса математики;

Обучение алгоритмам должно строиться с учётом следующих принципов:

- а) создание у учащихся полной ориентировочной основы его применения; алгоритмический мышление школьник обучение
- б) осуществление алгоритмизации на основе приёмов, раскрывающих их происхождение;
- в) алгоритмическая линия должна пронизывать весь процесс обучения информатики в школе;
- г) развитие логической культуры учащихся;
- д) обеспечение взаимосвязи алгоритмов;
- е) формирование основных элементов алгоритмической культуры учащихся.

Работа по алгоритмам развивает интерес учащихся к процессу обучения, они стремятся заменить предложенный алгоритм более простым и обосновать целесообразность такой замены, что развивает их творческое и конструктивное



мышление. Алгоритмизация обучения предполагает единство между анализом и синтезом и активно влияет на развитие творческого мышления учащихся. Свободное творчество возможно только на базе осознанных алгоритмов [16].

Алгоритмизированные формы отражения призваны, прежде всего, объяснять мир. Упорядочивая свойства объектов, алгоритмы мышления облегчают познание мира, служат выявлению закономерностей развития объектов, тенденций их развития и т. д. В целом будущее за развитием алгоритмов.

С понятием алгоритмической деятельности тесно связано понятие алгоритмической культуры. В педагогическом энциклопедическом словаре алгоритмическая культура понимается как совокупность специфических представлений, умений и навыков, связанных с понятием алгоритма, формами и способами его записи [2].

В теории и методике обучения математике под алгоритмической культурой понимают: - совокупность специфических «алгоритмических» представлений, умений и навыков, которые на современном этапе развития общества должны составлять часть общей культуры каждого человека и , следовательно, определять целенаправленный компонент общего школьного образования [33]; - предписание , определяющее последовательность умственных и/или практических операций по решению задач определенного класса.

Алгоритм является как самостоятельным средством обучения, так и частью обучающей программы [29]; - совокупность специфических представлений, умений и навыков, связанных с понятием алгоритма, формами и способами его задания. [1];

Целесообразно выделить три уровня развития алгоритмической культуры учащихся.

Воспроизводящий (репродуктивный) уровень характеризуется умением применять готовые алгоритмы. Однако учащиеся не могут формулировать и обосновывать алгоритмы даже с помощью преподавателя. Умение обучаемых

применять, а также создавать алгоритмы под руководством преподавателя характеризует высокий уровень их алгоритмической культуры. Для этой цели применяются методы обобщения или аналогии и используются установленные при анализе задачи факты, связи и отношения. Творческий уровень характеризуется способностью обучаемых самостоятельно создавать алгоритмы на основе исследования исходных данных, изменения зависимостей между параметрами или путем обобщения известных им алгоритмов, а также самостоятельность в их обосновании [34]. Составление алгоритма самими учащимися может свидетельствовать о повышении его уровня учебной культуры. Умение учащихся оформить свои рассуждения и весь ход решения задачи в виде таблицы или блок–схемы существенно дисциплинирует мышление, становится необходимым практическим качеством, способствует более быстрому и сознательному овладению алгоритмического языка в будущем.

Составление алгоритмов активизирует умственную деятельность школьников и развивает их математические способности. Кроме того, умение «видеть» алгоритм и работать по нему позволяет избегать сопутствующих проблем: не смешивать шаги и их последовательность при запоминании правил или решении задач [35].

Алгоритмический подход – это обучение учащихся методу решения задания через применение алгоритма, который описывает этот метод [35, с. 2]. Применение определенной последовательности команд и процедур закладывает элементы алгоритмической культуры. Существует два способа алгоритмического подхода к обучению: – применение конкретных алгоритмов к решению задач; – создание алгоритмов для решения классов задач. В школе желательна как та, так и другая реализации, но в различных пропорциях для различных классов и разных учащихся внутри класса. На одном этапе может преобладать первый подход, на другом – второй. Обучаемый должен обладать знанием некоторых алгоритмов в готовом виде, так как известно, что в мышлении в диалектически противоречивом единстве переплетены его

творческие и репродуктивные компоненты. Овладение учащимися творческими умениями представляет собой качественный скачок в их умственном развитии и является результатом количественного накопления более простых репродуктивных умений [35]. Можно выделить два способа обучения алгоритмической деятельности: – ознакомление с готовыми алгоритмами; – создание проблемной ситуации с целью подвести учащихся к самостоятельному открытию необходимых алгоритмов.

Эти пути не исключают друг друга. Более того, формирование алгоритмической деятельности идёт более успешно, если эти два пути сочетаются. По словам Л.С. Юневой, в общем случае с педагогической точки зрения гораздо более ценно, когда ученик открывает соответствующие алгоритмы сам (если, конечно, задача для него посильна) или с помощью учителя, а не получает их в готовом виде [35].

Автор предлагает следующие этапы формирования алгоритмической деятельности:

1 этап. Введение алгоритма (актуализация знаний , необходимых для введения и обоснования алгоритма. Открытие алгоритма учащимися под руководством учителя. Формулировка алгоритма. Блок–схема, таблица, список).

2 этап. Усвоение (отработка отдельных операций, входящих в алгоритм и усвоение их последовательности).

3 этап. Применение алгоритма (отработка алгоритма в знакомой и незнакомой ситуациях) [35].

Л.А. Атлуханова выделяет четыре этапа формирования алгоритмической деятельности:

1 этап. Мотивация «открытия» алгоритма. Основная цель этого этапа – актуализация у учащихся знаний, необходимых и достаточных для составления рассматриваемого алгоритма, показ необходимости его введения для решения практических задач;

2 этап. Введение алгоритма. Цель этапа – подведение учащихся к «открытию» нужного алгоритма, его формулировка.

3 этап. Усвоение алгоритма. Главная цель этого этапа состоит в отработке операций, входящих в алгоритм, и усвоение их последовательности.

4 этап. Применение алгоритма. Цель – отработка алгоритма в знакомых и незнакомых ситуациях [1].

Н.Л. Стефановой в пособии «Методика и технология обучения математике» выделяются следующие основные этапы работы по введению правил, их применению и по обучению решению алгоритмических задач:

1 этап. Выполнение учителем логико– математического анализа правила;

2 этап. Разработка алгоритмического предписания (в случае необходимости);

3 этап. Разработка и проведение этапа актуализации знаний, необходимых для обоснования необходимости и введения алгоритма;

4 этап. Введение алгоритмического предписания (обучающий этап);

5 этап. Этап закрепления (применение введенного алгоритма при решении типовых задач) [26].

В нашей работе при формировании алгоритмической деятельности мы будем использовать четыре этапа на основании этапов выделенных Л.А. Атлухановой [1]:

1. Этап, направленный на то, чтобы мотивировать учащихся на формирование алгоритмической деятельности.

2. Этап, нацеленный на открытие алгоритма в процессе алгоритмической деятельности.

3. Этап усвоения алгоритма в процессе алгоритмической деятельности.

4. Этап применения алгоритма в процессе алгоритмической деятельности.

### **1.3 Энтропия как критерий сформированности учебно-познавательной деятельности**

Понятие энтропии впервые было введено Клаузиусом в термодинамике в 1865 году.

Энтропия — функция, устанавливающая связь между макро- и микросостояниями; единственная функция, которая показывает направленность процессов.

Энтропия — функция состояния системы, которая не зависит от перехода из одного состояния в другое, а зависит только от начального и конечного. Понятие энтропия введено в научный оборот в 1865 г. Р. Клаузиусом для характеристики процессов превращения энергии, а позднее, в 1877 г., Л. Больцман, К. Шеннон дали ему статистическое истолкование. Важность понятия энтропия для анализа необратимых (неравновесных) процессов также была показана впервые Р. Клаузиусом. В современной науке понятие энтропия является общенаучным и философским.

Энтропия (греч. *εντροπία* – "поворот, превращение") – понятие сложное, и в рамках разных наук оно имеет специфическое освещение. В целом «энтропия – это мера беспорядочности, или разупорядоченности, системы». Впервые понятия «энтропия и информация», связал К. Шеннон в 1948. С его подачи энтропия стала использоваться как мера полезной информации в процессах передачи сигналов по проводам. Следует подчеркнуть, что под информацией Шеннон понимал сигналы нужные, полезные для получателя. Неполезные сигналы, с точки зрения Шеннона, это шум, помехи. Таким образом, известно три варианта энтропий. В термодинамике - это функция состояния (Клаузиус) и мера беспорядка (Больцман). В теории информации – мера достоверности передаваемой по каналу связи информации (Шеннон). Энтропия Больцмана является мерой беспорядка, хаотичности, однородности молекулярных систем. Энтропия Клаузиуса пропорциональна количеству связанной энергии, находящейся в системе, которую нельзя превратить в работу. Энтропия Шеннона количественно характеризует достоверность передаваемого сигнала и используется для расчета количества информации. Основатель теории синергетики И. Пригожин писал, что энтропия служит одной из важных

характеристик статистической теории – мерой неупорядоченности, или хаотичности, состояния системы.

Энтропия - это функция состояния системы, следовательно, это зависимая переменная величина неупорядоченности в системе, то есть не сама неупорядоченность, а большая или меньшая её степень, то есть показатель наличия в системе неупорядоченности. Система может быть частично неупорядоченной, но полностью неупорядоченной она быть не может, так как в этом случае она перестаёт быть системой и становится номенклатурой единиц с оборванными связями. Энтропия имеет глубокую внутреннюю связь с системой. Как зависимая переменная величина энтропия имеет зависимость от некоторых факторов. В XX веке понятие " энтропия " оказалось плодотворным для исследования биосистем, а также процессов передачи и обработки информации. Глубокое понимание соответствия энтропии физической и информационной остается одной из кардинальных недостаточно исследованных проблем современной науки. Ее решение послужит одним из важных факторов становления нового научно-технического мышления.

Энтропия — функция, устанавливающая связь между макро- и микросостояниями; единственная функция в физике, которая показывает направленность процессов. Энтропия — функция состояния системы, которая не зависит от перехода из одного состояния в другое, а зависит только от начального и конечного положения системы. Энтропия тесно связана с кодом, культурным кодом и двойным кодом. Мысленно подвергая источники случайным испытаниям, мы вводим понятие энтропии, как измеряемой величины. При этом, формулируются ряд вопросов и ответов, и центральное место отводится кодовым цепям, с помощью которых источники и каналы без памяти могут быть описаны. В этом случае не происходит потеря информации, так как каждое событие может быть непосредственно восстановлено по соответствующему кодовому слову. Такой процесс называется кодированием источника, а совокупность кодовых слов всех событий – кодом источника. Таким образом, энтропия – это функция и любому

состоянию можно придать определенное значение энтропии. В термодинамике достижение максимума энтропии характеризует наступление равновесного состояния, в котором уже невозможны дальнейшие энергетические превращения: вся энергия превратилась в теплоту, и наступило состояние теплового равновесия. При максимальной энтропии на уровне текста можно говорить о том, что текст перестал быть таковым, то есть утратил все признаки текста.

С энтропией тесно связана и теория информации, но в данном случае для нас информация – это текст, и информация, которая содержится в тексте. В первом случае информация – мера организации системы. Как энтропия системы выражает степень ее неупорядоченности, так информация показывает меру ее организации. Второе значение информации связано с философским концептом отражения. Относительная информация, то есть то, что содержит текст, из потенциальной ситуации превращается в актуальную, происходит восприятие на уровне отражения. В этом случае количество информации определяется как величина, обратно пропорциональная степени вероятности того события, о котором идет речь в тексте. Это означает, что если в тексте происходит изменения, отражающие воздействие другой системы, то можно утверждать, что первая становится носителем информации о второй. В.П. Руднев считает, что «энтропия и информация (текст) суть величины, равные по абсолютной величине, но противоположные по направлению, то есть с увеличением энтропии уменьшается информация. Вещи увеличивают энтропию, тексты увеличивают информацию, текст движется в направлении уменьшения энтропии и накопления информации».

Системный подход рассматривает психофизические состояния человеческого организма как совокупность взаимосвязанных системных процессов. Это значит, что исследуемые психофизические состояния субъекта являются неким результатом деятельности, определяющие психофизические состояния, составляют пространственно-временную, организацию обучающегося, что заставляет рассматривать его состояния в контексте

взаимодействующих составляющих системных процессов. Процесс формирования пространственно-временной организации интерпретируется внешним наблюдением как конкретные психофизические состояния субъекта. Исходя из этого, можно предположить что каждому конкретно рассматриваемому состоянию свойственно определенное время его реализации. Причём, время реализации конкретного психофизического состояния, для среднестатистического нормально протекаемого процесса, изначально равна скорости формирования синаптических связей нервной системы. Поэтому, время реализации нормально формируемого психофизического состояния, минимально. Любые патологические психофизические состояния связаны нарушением формирования синапсов, или их утерей, имеют более длительный период реализации. Например, такое явление как мышечный тремор, обусловлен запаздыванием реакции процессов торможения, а явление склероз – с разрушением синаптических связей. Таким образом, субъект обладает значительной инерцией состояний, где близкие по времени психофизические состояния незначительно отличаются друг от друга. Это значит, что психофизическая динамика субъекта может быть рассмотрена как квазипериодическая функция времени, каждый перемол которой является реализацией некоторого психосоматического состояния, Причём, каждому психофизическому состоянию соответствует конкретная пространственно-временная структура внутренних связей.

Однако, всякой пространственно-временной организации, как квазипериодической функции времени, свойственны волновые характеристики, к каковым относятся: период, частота ритм, мезор, фаза и акрофаза.

Исходя из этого, можно различные психофизические состояния описать позиции волновой концепции. Это даёт возможность, зная волновые характеристики того или иного психофизического состояния исследуемого субъекта разрабатывать прогнозируемые изменения пространственно-временной структуры организма. То есть это даёт возможность в исследованиях



психофизических состояний, интерпретировать психометрические результаты с позиции физико-математического моделирования пространственно-временной организации человека.

Исследуя внешние связи психофизического уровня наблюдаемого субъекта можно предположить, что их корректирующее влияние имеет место только тогда, когда психосоматические состояние субъекта является завершённым, сформированным на данный момент времени.

Несформированностью внутренних связей или невозможностью достижения их завершения, при исследованиях психосоматических состояний в конкретный момент времени, можно объяснить такие состояния как замешательство, аффективность, невротичность и др. психопатические реакции. Естественно, каждому такому состоянию отвечает системная пространственно-временная характеристика. Известный физик Дэвид Бом, много лет сотрудничавший с Эйнштейном, считает, что наш мир (тот, который мы наблюдаем) — это лишь аспект реальности, ее «явный» или «развернутый порядок». А его порождающей матрицей является «скрытый порядок». Скрытая от нас сфера, в которой «время и порядок свернуты. Если говорить о пространственно-временной характеристике человеческого организма, то «свернутые время и порядок» это внутренние связи исследуемой системы психофизического уровня, по достижении сформированности которого, проявляется сформированный конкретный «развёрнутый порядок» психофизических состояний. Вышесказанное, применительно к живому организму, и явно указывает на важную роль энтропии, как меры упорядоченности системы. Однако нужно отметить, что эта термодинамическая функция имеет несколько смысловых значений и не все они в равной мере приложимы к живым организмам. Рассмотрим смысловые значения энтропии.

Энтропия как мера рассеяния энергий при необратимых процессах. В этом аспекте данная функция полностью приложима к биосистемам. Чем больше возрастание энтропии при каком либо процессе, тем больше рассеивание энергии и тем более необратим данный процесс

Энтропия как мера возможности процесса. В этом качестве энтропия выполняет важную роль, и приговор ее непререкаем. Самопроизвольно могут протекать только такие процессы, при которых эта функция или увеличивается (необратимые), или является постоянной (обратимые). Процессы, при которых энтропия уменьшается, самопроизвольно протекать не могут то есть термодинамические невозможны. Эта роль энтропии полностью приложима и к биологическим системам. Термодинамический энтропийный критерий и здесь однозначно определяет возможность протекания того или иного процесса.

Энтропия как мера упорядоченности системы. Мы уже говорили, что энтропия отражает ту часть энергии системы, которая деградировала, то есть равномерно рассеялась в виде тепла. Таким образом, чем меньше порядка в системе, тем больше ее энтропия. Особенно четко связь энтропии с упорядоченностью системы проявляется в формуле Планка – Больцмана, которая связывает энтропию с термодинамической вероятностью:

$$S=k \ln W$$

Чем больше упорядоченность в данной системе, тем меньше ее термодинамическая вероятность, и, следовательно, тем меньше энтропия.

В какой же мере энтропия как мера упорядоченности приложима к биосистемам, а, в частности к человеку. Ответ на этот вопрос в определенной степени дают расчеты Л.А. Блюменфельда [14]. Он вычислил, насколько меняется энтропия при образовании организма человека из элементов, его составляющих (мономеров, полимеров, итд). Оказалось, что упорядоченность человеческого организма можно оценить приблизительно в 300 энтропийных единиц.

Связав энтропию с динамической системой, мы тем самым возвращаемся к концепции Больцмана: вероятность достигает максимума в состоянии равновесия. Структурные единицы, которые мы используем при описании термодинамической эволюции, в состоянии равновесия ведут себя хаотически. В отличие от этого в слабо неравновесных условиях возникают корреляции и когерентность.

Здесь мы подходим к одному из наших главных выводов: на всех уровнях, будь то уровень макроскопической физики, уровень флуктуаций или микроскопический уровень, источником порядка является неравновесность. Неравновесность есть то, что порождает «порядок из хаоса». Но, как мы уже упоминали, понятие порядка (или беспорядка) сложнее, чем можно было бы думать. Лишь в предельных случаях, например, в разреженных газах, оно обретает простой смысл в соответствии с пионерскими трудами Больцмана.

Сам по себе процесс тестирования представляет собой опыт, для которого, как и для любого опыта, существует численная оценка степени неопределенности исхода. Из выше сказанного понятно, что мерой неопределенности любого опыта является энтропия. Так как понятие энтропии тесно связано с понятием количества информации. Информация и энтропия связаны потому, что они характеризуют соотношение между порядком и хаосом. Причем информация является мерой упорядоченности, а энтропия – мерой беспорядка. Другими словами, если ученик не владеет информацией по решению заданий тренажера или теста, то его энтропия (количество ошибок) велика. Усвоение информации приводит к уменьшению энтропии и соответственно к возрастанию упорядоченности учебной деятельности.

Энтропия и информация служат, таким образом, выражением двух противоположных тенденций в процессах развития [3]. Учебный процесс, как в макро-, так и в микро составляющих, является процессом развития личности студента, и эти две тенденции, безусловно, присутствуют в нем.

Альтернативность и взаимосвязь понятий энтропии и информации находят отражение в формуле:

$$S + J = 1.$$

Здесь  $S$  – энтропия,  $J$  – информация.

Если в процессе тестирования обучающийся эволюционирует в направлении упорядочения, развития и совершенствования всей внутренней структуры, то его энтропия уменьшается.

Данный процесс требует целенаправленных усилий, внесения информации. В свою очередь алгоритмические задачи являются примерами корректно поставленных управленческих задач, то есть организации деятельности по четким правилам. Поэтому ДКТГ вырабатывают у обучающихся не только знания по математике, но и совершенствуют внутреннюю систему управления целенаправленным поведением студента.

Энтропия определяется по следующей формуле:

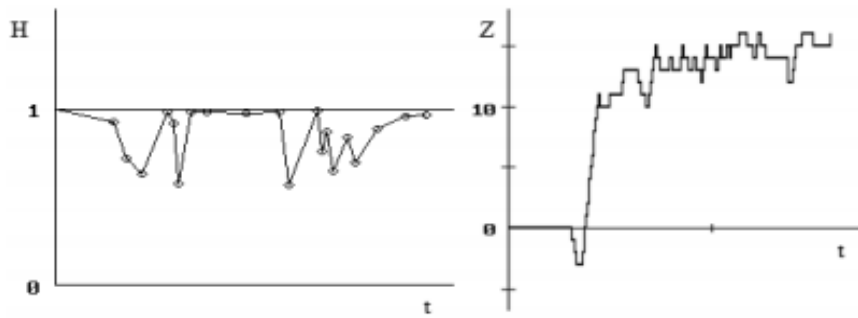
$$H = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$$

, где  $P_i$  – вероятность или частота  $i$ -го исхода опыта [11]. Процесс обучения алгоритмической деятельности можно описать как процесс уменьшения энтропии или увеличения информации. Таким образом, при помощи ДКТГ можно не только получить информацию о том, правильно или нет обучающийся шел к поставленной цели, но и оценить его энтропийный фактор при обучении алгоритмической деятельности.

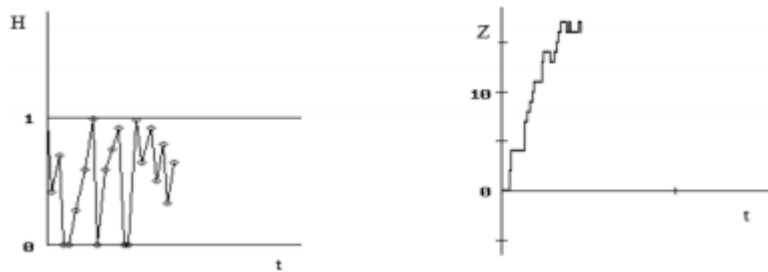
В случаи неверно выполненного действия энтропия обучающегося возрастает, а при каждом правильном – уменьшается [15].

Изменение энтропии в процессе работы с ДКТГ изображено на графике зависимости энтропии от времени каждая точка представляет собой энтропию выполненного задания. Число заданий соответствует числу точек.

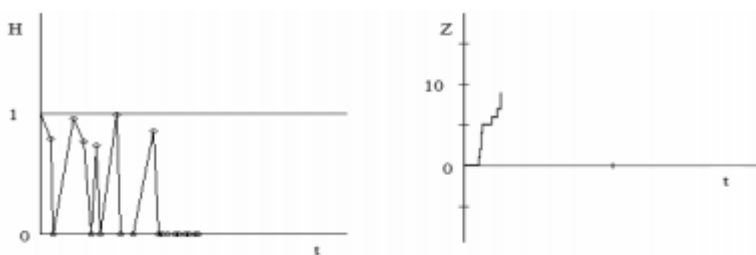
Максимальное значение энтропии равно 1, минимальное – нулю. Из сравнения трех графиков энтропии видно, как изменялась энтропия от задания к заданию для слабого, среднего и сильного обучающихся. Соответствующие траектории наглядно показывают сильную хаотичность деятельности слабого обучающегося, почти алгоритмичную деятельность среднего и идеальную в алгоритмическом смысле деятельность сильного ученика.



*Рисунок 1 Слева – график изменения энтропии от времени, справа – траектория выполнения последнего задания обучающегося с низким уровнем знаний*



*Рисунок 2 Слева – график изменения энтропии от времени, справа – траектория выполнения последнего задания обучающегося со средним уровнем знаний*



*Рисунок 3 Слева – график зависимости энтропии от времени, справа – траектория выполнения последнего задания обучающегося с высоким уровнем знаний*

Таким образом, энтропийный фактор позволяет ранжировать обучающихся по способности к обучению алгоритмической деятельности [14].

Траектории характерных представителей этих групп наглядно показывают их отличия. Можно сделать вывод о том, что чем выше энтропия учебной деятельности обучающихся, тем меньше их обучаемость решению алгоритмических задач.

### **Выводы к первой главе:**

Под математической деятельностью учащихся понимают деятельность, направленную на изучение программного материала математики. Основная ее цель - формирование математических знаний, умений и навыков, позволяющих ученику воспроизводить теоретический материал по математике и устанавливать логико-структурные связи между ее частями, а также применять полученные знания, умения и навыки при решении алгебраических задач различного уровня сложности. Предметом этой деятельности является математическая теория, составляющая содержание школьного курса математики. Продуктом этой деятельности является усвоенные школьником знания о математических конструкциях, а также умения и навыки их преобразования. Содержание этой деятельности составляет определенная математическая теория, система математических задач и упражнений по закреплению и применению теоретического материала.

Алгоритмический стиль мышления представляет собой специфический стиль мышления, предполагающий умение создать алгоритм, для чего необходимо наличие мыслительных схем, которые способствуют видению проблемы в целом, ее решению крупными блоками с последующей детализацией и осознанным закреплением процесса получения конечного результата в языковых формах.

Проблема развития математического мышления в средней школе – одна из важнейших в психолого-педагогической практике. Основной способ ее решения – поэтапное формирование логических приемов мышления с постепенным переходом непосредственно к элементам алгоритмизации. Ведущая роль в этом принадлежит учителю, который может организовать работу с алгоритмическими обучающими средствами на уроках математики, способствуя тем самым

развитию алгоритмического мышления. Энтропию учебной деятельности мы рассматриваем как величину отражающую упорядоченность действий обучающегося.  $H_i = -\frac{N}{\Delta N} \log_2 \frac{N}{\Delta N} - \frac{\dot{N}}{\Delta N} \log_2 \frac{\dot{N}}{\Delta N}$  где,  $H_i$ - уровень энтропии обучающегося,  $N$ - количество ошибочных действий,  $\Delta N$ - общее количество действий,  $\dot{N}$ - количество правильно выполненных действий. Она отражает взаимосвязь между количеством ошибочных действий и уровнем алгоритмической деятельности обучающихся.

## **Глава 2. Динамическая оценка алгоритмической учебной деятельности при решении математических задач**

### **2.1 Динамическая оценка, как метод получения высокого уровня учебного потенциала**

Динамическая оценка-это своего рода интерактивная оценка, используемая в образовании. Динамическая оценка является продуктом исследования, проведенного психологом Львом Выготским. Он определяет динамическую оценку как потенциал обучения ребенка, а также его навыки.

Центральное для нейропсихологии понятие «высшие психические функции» было введено Л. С. Выготским, а затем подробно разработано А. Р. Лурия. «Под высшими психическими функциями (ВПФ) понимаются сложные формы сознательной психической деятельности, осуществляемые на основе соответствующих мотивов, регулируемые соответствующими целями и программами и подчиняющиеся всем закономерностям психической деятельности».

Благодаря этому подходу психическую функцию стали рассматривать не как простую способность, не как отправление той или иной ткани мозга, а как психологическую систему, обладающую сложным психологическим строением и включающую много психологических компонентов. Такое понимание функции как функциональной системы основывается, во-первых, на представлении о подвижности входящих в ее состав частей (наличие постоянной задачи, осуществляемой с помощью меняющихся средств) и во-вторых, на том, что сложный состав функциональной системы всегда включает целый набор афферентных (настраивающих) и эфферентных (осуществляющих) компонентов.

С этой точки зрения локализация ВПФ представляет собой системный процесс на основе многокомпонентного состава функциональной системы. ВПФ, как сложные функциональные системы, должны охватывать сложные системы совместно работающих зон мозга, каждая из которых вносит свой вклад в осуществление сложных психических процессов.

ВПФ имеют опосредованный характер (опираются на исторически сложившиеся вспомогательные внешние средства, которые оказываются существенными факторами установления функциональной связи между отдельными участками мозга, объединяющимися в единую функциональную систему);

— локализация ВПФ не является устойчивой, меняясь как в процессе развития ребенка, так и на последовательных этапах упражнения.

Опираясь на пересмотренные понятия «функция» и «локализация», А. Р. Лурия и Л. С. Выготский сформулировали концепцию системной динамической локализации ВПФ, согласно которой любая психическая деятельность человека является сложной функциональной системой, обеспечиваемой целым комплексом совместно работающих аппаратов мозга. Эти функциональные системы формируются в онтогенезе и могут динамически перестраиваться в зависимости от конкретной задачи. Они имеют двойной принцип строения — вертикальный и горизонтальный. Таким образом, психическая функция любой степени сложности осуществляется при участии целого ряда корковых зон, подкорки, активизирующей системы мозга и, следовательно, не может быть



локализована в каком-то одном участке коры. Один и тот же аппарат может перестраиваться для обеспечения разных видов деятельности. Е. Д. Хомская подчеркивает, что ВПФ обеспечиваются мозгом как целым, но это целое состоит из высокодифференцированных разделов, систем, каждая из которых вносит свой вклад в реализацию функции.

Основные положения теории системной динамической локализации высших психических функций:

— каждая психическая функция представляет собой сложную функциональную систему и обеспечивается мозгом как единым целым. При этом различные мозговые структуры вносят свой специфический вклад в реализацию этой функции.

— различные элементы функциональной системы могут находиться в достаточно удаленных друг от друга участках мозга и при необходимости замещают друг друга;

— при повреждении определенного участка мозга возникает «первичный» дефект — нарушение определенного физиологического принципа работы, свойственного данной мозговой структуре;

— как результат поражения общего звена, входящего в разные функциональные системы, могут возникать «вторичные» дефекты.

В настоящее время теория системной динамической локализации высших психических функций является основной теорией, объясняющей взаимосвязь психики и мозга.

Теория опирается на 3 принципа:

1) Системности. Психо-физиологически наши ПФ опираются на работу многоуровневых систем, имеющих афферентные и эфферентные пути (принцип системности Анохина).

2) Динамичности. (Бернштейн). Можно найти сохранные звенья для замены, на которые можно опереться.

3) Принцип опоры на сохранный звено. Функция приходит на смену утраченной.

В нейропсихологии под высшими психическими функциями понимаются системные психические процессы (психологические образования), не сводимые к сумме составляющих их психических явлений. Высшая психическая функция - теоретическое понятие, введенное Л.С. Выготским, обозначающее сложные психические процессы, социальные по своему формированию, которые опосредствованы и за счет этого произвольны. По его представлениям, психические явления могут быть "натуральными", детерминированными преимущественно генетическим фактором, и "культурными", надстроенными над первыми, собственно высшими психическими функциями, которые всецело формируются под влиянием социальных воздействий. Основным признаком высших психических функций является их опосредствованность определенными "психологическими орудиями", знаками, возникшими в результате длительного общественно-исторического развития человечества, к которым относится прежде всего речь. Первоначально высшая психическая функция реализуется как форма взаимодействия между людьми, между взрослым и ребенком, как интерпсихологический процесс, и лишь затем - как внутренний, интрапсихологический.

Важнейшими характеристиками ВПФ являются:

- 1) прижизненное формирование под влиянием социальных воздействий;
- 2) опосредованность знаковыми системами («психологическими орудиями», по Л.С.Выготскому), среди которых ведущая роль принадлежит речи;
- 3) осознанность и произвольность их осуществления.

Процедура динамической оценки учитывает объем и характер интеллектуальных способностей. Это ориентировано на процесс индивидуализации в обучении. Можно сказать, что динамическая оценка это альтернатива широкому спектру стандартных тестов IQ.

Концепция зоны проксимального развития Выготского 1933 года послужила основой для его предложения измерять потенциальное развитие с помощью умеренно ассистированного решения проблем и измерять фактическое

развитие с помощью самостоятельного решения проблем ребенка. Разница между более высоким уровнем потенциального и более низким уровнем фактического развития указывает на зону проксимального развития. Сочетание этих двух показателей дает более информативный показатель психологического развития, чем оценка только фактического развития.

Идеи о зоне развития получили дальнейшее развитие в ряде психолого-педагогических теорий и практик. Прежде всего, они были разработаны под знаменем динамической оценки, которая фокусируется на тестировании потенциала обучения и развития. Например, в работе Х. Карла Хейвуда и Рувена Фейерштейна. Динамическая оценка также получила значительную поддержку в последних редакциях теории когнитивного развития Джозефа Кампione, Энн Браун и Джона Д. Брансфорда, а также в теориях множественного интеллекта Говарда Гарднера и Роберта Стернберга.

На практике динамическая оценка-это интерактивный подход к психологической или психолого-педагогической оценке, который включает вмешательство в процедуру оценки. Наиболее типично, есть предварительный тест, затем вмешательство, а затем посттест. Это позволяет эксперту определить реакцию клиента или обучающегося на вмешательство.

Можно сказать, что динамическая оценка - это термин, который используется для описания определенного стиля тестирования, а так же представляет альтернативный подход к оценке. Динамическая оценка включает в себя взаимодействие в рамках оценки, наблюдение, запись реакции и фиксирует способность учащегося извлечь выгоду из этого взаимодействия. Существуют многочисленные модели динамической оценки, которые различаются по степени структуре и срокам вмешательства, а также содержанию процедуры вмешательства.

В современной системе образования используется «классическое» тестирование. Которое часто бывает обманчиво. Это называется «статическим», потому что успеваемость ребенка измеряется статически, никаких изменений не фиксируется и вмешательство не допускается. Педагог делает это ради так

называемой объективности при сравнении детей между собой. Хотя изначально психометрическое тестирование, задуманное Бине как инструмент для оценки уровня образования, подверглось критике за то, что не позволяет отдавать должное потенциалу обучающегося, его когнитивным способностям. Однако, психометрическое тестирование, является коротким, простым и относительно дешевым способом оценить эффективность ребенка в популяции того же возраста. Так же оно может дать быструю информацию о диагностике.

Метод динамической оценки хорошо использовать как альтернативный метод оценки классическому тестированию интеллекта, он включает в себя способность выявить потенциал обучающегося, который в противном случае не использовался бы в классических бумажных и карандашных тестах в классе.

Динамическая оценка начинается с динамической модели интеллекта. Фюрштайн использует концепцию модифицируемости индивида, указывая на то, что важно то, как он может быть изменен стимулами и адаптируется сам к изменяющимся обстоятельствам. Когнитивное функционирование априори не определяется с рождения. У физических лиц могут быть нарушения их когнитивных функций по различным причинам, внешним или эндогенным, но в результате когнитивные нарушения функционирования рассматриваются как колеблющиеся состояния индивида, а не постоянные черты. В этом смысле динамическая оценка выходит за рамки маркировки и классификации детей по диагностическим категориям. В таких тестах есть постоянный спектр функционирования познавательного и обучающего поведения, который не допускает прерывистого разделения между «нормальным» и ненормальным.

*Таблица 1*

Сравнение характеристик традиционной процедуры оценки с процедурой динамической оценки

| Статистическая  | Динамическая  |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• пассивные участники</li> <li>• Экзаменатор наблюдает</li> <li>• выявить недостатки</li> <li>• стандартизированный</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Активные участники</li> <li>• Экзаменатор участвует</li> <li>• Опишите модифицируемость</li> <li>• Жидкий, отзывчивый</li> </ul> |

Динамическая оценка - это метод проведения оценки, которая направлена на выявление навыков, которыми ребенок обладает, а также с целью изучить его учебный потенциал. Процедура динамической оценки делает упор на процесс обучения и учитывает характер подсказок учителя. В основе динамической оценки лежит понятие когнитивной модифицируемости.

Основная характеристика динамической оценки заключается в том, что она дает глубокое представление о функционировании когнитивных способностей обучающегося. Динамическая оценка выясняет, «почему» ребенок не учится, в чем заключаются его трудности в процессе обучения.

Вторая особенность заключается в том, что динамическая оценка учитывает контекст обучения и взаимодействие. Динамическая оценка также оценивает учебный характер ребенка, который содержит множество мотивационных и различные контекстные элементы при помощи которых дается оценка умственному развитию. Например с его помощью можно определить наличие таких качеств как саморегуляция, чувство компетентности, реакция на вызов, критика, потребность в мастерстве, потребность в индивидуальности и т. д. Это не оценивается в классическом психометрическом тестировании.

Так же, динамическая оценка очень интерактивна. Для правильного функционирования нужно создать мотивирующую учебную ситуацию. В динамической оценке преподаватель является одновременно и оценщиком преподавателем. Обучение ребенка зависит от качества предоставленной поддержки со стороны педагога.

Динамическая оценка в корне отличается от классического тестирования и имеет разные цели: не сравнивать детей друг с другом, не оценивать их, не предсказывать, но понимать, исследовать, консультировать и разрабатывать индивидуальные траектории развития обучающихся.

Таким образом, динамическая оценка может изменить образовательную перспективу ребенка.

## **2.2 Динамические адаптивные компьютерные тесты-тренажеры, реализующие динамическую оценку математической учебной деятельности при изучении математики**

С начала XXI в. в образовании тестирования стали широко применяться компьютеры. В педагогических инновациях появилось отдельное направление – компьютерное тестирование, при котором предъявление тестов, оценивание результатов учащихся и выдача им результатов осуществляется с помощью ПК.

Компьютерное тестирование может проводиться в различных формах, различающихся по технологии объединения заданий в тест.

В этом параграфе мы опишем, что из себя представляют динамические адаптивные тесты. Для начала дадим определение динамическому и адаптированному тестированию.

*Динамические тесты* по своей сути очень близки к адаптивным тестам, но не являются адаптивными в полной мере. В динамическом тестировании автором теста определяется некий набор областей в которых необходимо определить уровень знаний учащегося, т.е. четко не определена последовательность следования тестовых заданий и их трудность, а имеется некий набор областей из которых и создается сам тест. Автором теста задается так называемая нечеткая структура теста. Такие тесты имеют нечеткую структуру. Каждое задание теста не определено заранее, а выбираются согласно некоему алгоритму с четкой или нечеткой логикой. Однотипные задания образуют группу называемую (фасетные задания). Это задания которые или незначительно отличаются по содержанию, или очень близки по параметрам задания (определяют одну и ту же область знаний и имеют одинаковую трудность).

Компьютерное адаптивное тестирование (по-английски Computer Adaptive Testing - CAT) - компьютерное тестирование основанное на принципе автоматического подбора последующего задания исходя из полученных ответов

на предыдущие задания, уровня трудности очередного тестового задания согласно определяемому текущему уровню знаний тестируемого.

Адаптивное тестирование существует только в компьютерном виде, поскольку требует вычисления в реальном времени текущего уровня знаний тестируемого и подбора ему наиболее соответствующего данному уровню заданий тестового задания. Определение текущего уровня знаний тестируемого производится сразу после того, как получен ответ на задание. Если задание решено верно, то уровень повышается, если нет - понижается.

Своей целью адаптивное тестирование ставит повышение эффективности педагогических измерений: уменьшение числа заданий в тесте, времени тестирования, стоимости тестирования, а также повышение точности и надежности оценивания результатов тестирования.

Динамические адаптивные тесты по математике существенно расширяют возможности управления и контроля за учебно-познавательной деятельностью обучающихся. Обусловлено это тем, что в основу динамических адаптивных тестов заложены компьютерные модели алгебраических понятий и объектов, с которыми учащиеся осуществляют активную целенаправленную деятельность. При выполнении традиционных тестовых заданий по математике, умственная деятельность ученика полностью закрыта для учителя. Информации, которую получает учитель, явно не достаточно для реализации принципа индивидуального подхода к обучению учащихся.

Динамические адаптивные тесты по математике дают возможность «развернуть» деятельность учеников по выполнению тех или иных заданий. Применение динамических адаптивных тестов в большей степени, чем традиционные методы, обеспечивает взаимодействие наглядно-образного и словесно-логического мышления.

Динамические адаптивные тестовые задания имеют ряд особенностей по сравнению с обычными тестовыми заданиями. Наличие их позволяет проводить измерения таких параметров деятельности учеников, которые в принципе не доступны стандартным тестовым заданиям. Но их универсальность приводит к

достаточно резкому сужению областей знаний, в рамках которых возможно создание таких тестов. Это связано с тем, что в динамических адаптивных тестовых заданиях обучаемый проходит испытание, осуществляя предметную деятельность, при этом объекты и предметы виртуальны. Стандартные тестовые задания лишены этих ограничений, практически для любой области знаний возможно создание стандартных тестов, как для предметной деятельности, так и для мыслительной.

Используемые нами динамические компьютерные тесты-тренажеры (ДКТТ) имеют замкнутую систему управления деятельностью обучающегося через механизм отрицательной оценочной обратной связи.

Динамические компьютерные тесты тренажеры состоят из следующих подсистем:

- модуль учебного материала (МУМ);
- вычислительный модуль;
- управляющий модуль (адаптер);
- интерфейс;
- модуль записи продуктов деятельности;
- диагностический модуль.

Модуль учебного материала в силу специфики динамических компьютерных тестов тренажеров представляет собой генератор задач, причем задачи генерируются программой, либо выбираются из готовой базы данных по определенным правилам. По сути, генератор задач является генератором учебной среды то есть генерирует параметры среды и очередной задачи.

Генератор задач-это подсистема, генерирующая задачи, она предоставляет обучающемуся возможность осуществлять деятельность в материализованной форме. Для этого у обучающей системы должны быть достаточно развитые графические средства отображения решения задачи. Язык общения ничем не должен отличаться от языка предметной области. Например, решение задачи преобразования графика функции связано с необходимостью перевода описания состояния задачи с континуального языка на дискретный, и наоборот.

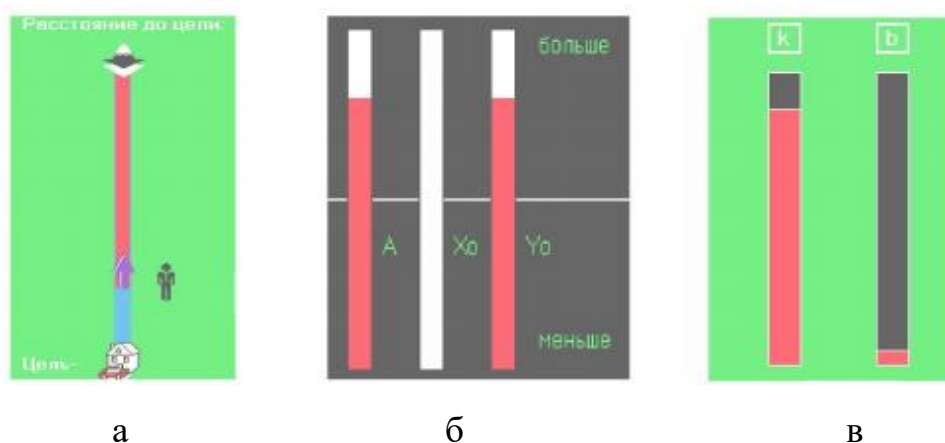


Интерактивная подсистема позволяет осуществлять преобразования объектов или соответствующих параметров задачи.

Вычислительный модуль в системе управления динамических компьютерных тестов тренажеров обрабатывает поступающую информацию и принимает решение о подаче управляющей команды Р модулю МУМ (генератору задач) на генерацию нового учебного материала.

Так же в динамических компьютерных тестах тренажерах был предусмотрен механизм обратной связи, осуществляющий пооперационный контроль за правильностью действий ученика, для организации в специальном окне графической информации о расстоянии до цели (количество действий, приводящих к правильному ответу в задании) в пространстве параметров задачи.

На рисунке 4 показаны различные примеры организации графического представления подкрепления, или «расстояния до цели», динамических адаптивных тестах. Длина столбика отображает расстояние до цели. В варианте а) на рисунке 4 расстояние до цели – это синяя полоска, а цель показана в виде домика. В варианте б) удаление от цели показано красными столбиками по параметрам задачи. Чем дальше от цели обучающийся, тем больше по высоте красный столбец. В варианте в), наоборот, для приближения к цели необходимо, чтобы столбик стал весь красным. Таким образом ориентируясь на подсказку системы обучающиеся могут контролировать правильность выполнения своих действий. Это в свою очередь способствует научению и усвоению алгоритма действий для решения математических задач.



*Рисунок 4 Примеры организации графического представления подкрепления, или «расстояния до цели».*

*а) интегрированное расстояние до цели (по всем параметрам задачи); б), в) расстояние до цели отдельно по каждому параметру задачи (например, по коэффициенту  $A$ ,  $X_0$ ,  $Y_0$ )*

Вычислительный модуль, реализуя принцип мониторинга, пооперационно отслеживает деятельность, вычисляя относительную частоту правильных действий и энтропию деятельности. При этом определяются критерии оптимальности и функционалы: R1 – локальный критерий – расстояние до цели и R2 – глобальный критерий – достигнутый уровень рейтинга, на котором относительная частота подкрепления фиксирована, но вариативна и формирует команду управляющему модулю.

Функционально управляющий модуль работает в режиме адаптера. При получении команд вычислительного центра он формирует корректирующие воздействия на интерфейс, управляет частотой подкрепления ГПП, устанавливает уровень рейтинга обучающегося, меняет режим работы программы на основе функционалов (временные, по числу заданий, по частоте подкрепления).

Деятельность обучающегося производится в электронной проблемной среде математических задач в режиме реального времени. Естественно, что задания должны удовлетворять следующим условиям: во-первых, формулировка условия заданий должна подразумевать материализованную форму деятельности по их выполнению; во-вторых, в модуле генератора заданий должна быть предусмотрена возможность генерации не только задания, но и его решения. В-третьих, компьютерная организация интерфейса программы должна быть такой, чтобы в максимальной степени умственную форму деятельности студента при решении задачи отразить в материализованной форме. Последнее условие перекликается с первым, однако они выделены отдельно друг от друга.

Интерфейс в ДКТТ включает виртуальное пространство, содержащее:

1) рабочую область, на которой располагается объект преобразования;

2) интерактивную систему управления объектом; 3) окно с формулировкой задания; 4) графическое представление подкрепления (обратной связи); 5) шкалу уровней, показывающую достигнутый уровень рейтинга в данный момент времени; 6) окно функционалов (временной, по числу заданий).

На рисунке 5 показан интерфейс ДКТТ «Преобразование квадратичной функции»

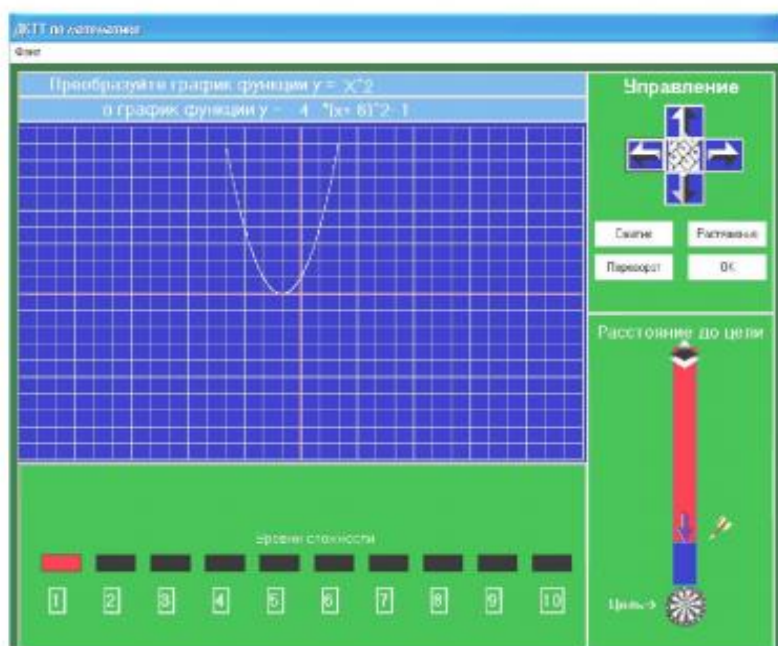


Рисунок 5 Интерфейс ДКТТ «Преобразование квадратичной функции»

Они программно просты и интуитивно понятны, по структуре включают все вышеперечисленные пункты. Рабочая область интерфейса представляют собой координатную сетку с объектом преобразования.

Динамические компьютерные тесты-тренажеры по алгебре существенно расширяют возможности управления и контроля за учебно-познавательной деятельностью учащихся при изучении алгебры. Обусловлено это тем, что в основу динамические компьютерные тесты-тренажеры заложены компьютерные модели алгебраических понятий и объектов, с которыми учащиеся осуществляют активную целенаправленную деятельность. При выполнении традиционных тестовых заданий по алгебре умственная деятельность ученика полностью закрыта («свернута») для учителя. Информация, которую получает

учитель, явно недостаточна для реализации принципа индивидуального подхода к обучению учащихся. Динамические компьютерные тесты-тренажеры по алгебре дают возможность не только «развернуть» деятельность учеников в процессе выполнения заданий по алгебре, но и позволяют учителю контролировать процесс тестирования, оказывая на учеников управляющие воздействия. Применение такого вида тестирования в большей степени, чем традиционные методы, обеспечивает взаимодействие наглядно-образного и словесно-логического мышления.

Предлагаемые нами динамические компьютерные тесты-тренажеры по алгебре являются компьютерными моделями математических моделей.

Объединяющим началом динамических компьютерных тестов-тренажеров по алгебре является функционально-графическая линия. Оперируя с геометрическими моделями алгебраических объектов, ученик включает механизмы целостной переработки информации.

Важным отличием сетевых динамических тестов от большинства других обучающих и контролирующих компьютерных программ является то, что они не содержат готовой базы заданий. Задания в ДКТТ либо рандомизируются (значения генерируются с помощью генератора случайных чисел), либо визуально создаются учителем (или учеником, играющим его роль). Данное обстоятельство дает возможность реализовать случайный набор таких упражнений для каждого из учеников, работающих с ДКТТ. ДКТТ предлагает каждому из учеников серию аналогичных заданий. Например, серию заданий, в каждом из которых ученик должен решить графически квадратное уравнение или сконструировать график функции и т.п. В каждом задании можно выделить конечное число элементарных операций. Это сдвиги вправо, влево, вверх, вниз, поворот, связанный с изменением знака коэффициента, сжатие и растяжение. Каждая операция выполняется по нажатию определенной кнопки на панели управления. В программе, согласно которой ученик выполняет это преобразование, производится запись кодов клавиш операций.

Запись последовательности нажатий производится скрытно от ученика и позволяет записать траекторию решения задачи. Процесс записи производится с хронометражем времени, затрачиваемого на каждую операцию. Эта информация, после обработки данных, поступает к учителю в виде диаграмм, выводов о характере ошибок, о рациональности достижения цели и временных затратах ученика. Изучая динамику изменения стратегии ученика по достижению цели - преобразования графика параболы, учитель может сделать выводы о том, как быстро ученик осваивает алгоритм. Таким образом, учитель получает информацию о скорости обучения ученика. В отличие от метода протокола записи решения задачи, используемой в психологии, компьютерная запись решения задачи с числовыми характеристиками - количество действий, ошибок, времени, затрачиваемого на каждый ход, - позволяет исключить влияние субъективного фактора.

В динамических адаптивных тестах мы используем задания, в которых реализуется аналитический и геометрический подходы к их выполнению. Такие как: 1) геометрические образы алгебраических объектов, которыми ученик может управлять (смещать, деформировать и т.п.); 2) фиксированные (статичные) геометрические образы алгебраических объектов.

Отметим, что метод компьютерного тестового контроля имеет как недостатки, так и достоинства. Рассмотрим подробнее те дополнительные возможности, которые дают достоинства тестового контроля, при условии компьютеризации тестирования, как для обычных тестовых заданий, так и для динамических адаптивных тестов.

1) использование тестов позволяет оценить уровень сформированности учебно-познавательной деятельности.

2) педагогический тест является оперативным источником информации о процессе усвоения элементов деятельности. Любой процесс протекает во времени, и если мы хотим получить информацию о процессе, то мы должны исследовать временной ряд событий этого процесса. В стандартных тестовых заданиях временной ряд событий не рассматривается. В «бумажном» варианте

этот временной ряд нельзя получить в принципе. Его можно получить только в компьютерном варианте, при специальной процедуре выполнения тестовых заданий.

3) Тестовый контроль позволяет с определенной точностью оценивать насколько эффективна выбранная технология обучения. Для такой оценки преподаватель, проводя тестирование, должен иметь возможность получать информацию о стратегии решения задач обучающимся. Эта информация позволит преподавателю корректировать процесс обучения так, чтобы ученик обучался эффективным стратегиям. Например, в динамических адаптивных тестах достаточно четко выделены задания двух типов: первый тип отвечает, так называемым прямым задачам, в которых компьютер генерирует объект, а ученик должен его идентифицировать, то есть описать его свойства; второй тип соответствует обратным задачам - компьютер генерирует аналитическое представление объекта, ученик должен сконструировать объект из имеющейся «заготовки» или «заготовок». при выборе технологии обучения алгоритму решения задач стоит вопрос - на примерах каких задач эффективнее протекает обучение алгоритмам? - на прямых, обратных или при определенном сочетании и тех и других задач. Тестирование с применением динамических адаптивных тестов позволяет ответить на этот вопрос с учетом временного фактора. Этот пример позволяет поставить вопрос - что понимается под эффективностью технологии обучения? Эффективность - это понятие, связанное с временным фактором, то есть эффективная технология подразумевает достижение качественных и количественных результатов деятельности за минимум времени. поэтому оценка эффективности той или иной технологии должна подразумевать оценку скорости обучаемости учеников, то есть учет временного фактора.

4) Результаты выполнения теста могут быть относительно легко обработаны и интерпретированы; они являются достаточно объективными. Сама по себе возможность обработки и интерпретации результатов тестирования реализуется только в случае компьютеризации, как процесса тестирования, так и соответственно интерпретации. Массовое применение методов тестового

контроля возможно только при условии его компьютеризации, в противном случае метод требует значительных временных и интеллектуальных затрат. Это касается как стандартных тестов («бумажной» технологии), так и динамических адаптивных тестов. Динамические адаптивные тесты позволяют детально отслеживать процесс выполнения заданий, который представляется множеством операций (действий) образующих траекторию решения, которых существует в принципе сколько угодно.

5) используя результаты тестирования, преподаватель может внести необходимые коррективы в процесс обучения. Если исходить из того, что основной целью деятельности преподавателя является качественное обучение учеников учебной дисциплине, то он использует любую информацию об учебном процессе, об эффективности применяемых технологий обучения. Для этого им используются, как традиционные методы контроля и диагностики, так и тестовые методики.

6) Стандартные тестовые задания, их конструкция дает возможность включить в состав теста большое количество заданий, что позволяет охватить значительный объем материала. Если быть точнее, то конструкция стандартных тестовых заданий такова, что их можно составить практически для любой области знаний. Динамические адаптивные тесты отличаются от стандартных тестовых заданий ограниченностью сфер областей знаний.

7) Стандартный тест дает возможность получения качественной и количественной оценки уровня усвоения знаний и умений. Динамические адаптивные тесты в отличие от обычных тестовых заданий позволяют получить не только оценку уровня усвоения знаний и умений, но и отследить сам процесс выполнения задания, в его динамике. Диагностические возможности динамических адаптивных тестов позволяют отследить процесс перехода умения в навык, измерить скорость обучаемости ученика, получить информацию о психолого-педагогических характеристиках личности тестируемого. Используя динамические адаптивные тесты можно организовать компьютерное управление процессом выполнения задания, то есть создать

специальную программу, реализующую отрицательную обратную связь между компьютером и учеником. Динамические адаптивные тесты с отрицательной обратной связью обладают несколько механизмом. Решение проблемы создания адапционных тестов обычно связывают с проблемой разработки системы взаимосвязанных тестовых заданий, которая подстраивается под индивидуальные особенности тестируемого. В этой системе последующее задание зависит от результата выполнения предыдущего задания.

Стандартный адапционный тест должен содержать такое множество заданий, на котором каждый испытуемый при тестировании мог сделать свою выборку заданий, то есть пройти «траекторию», характеризующую его индивидуальность. В динамических адаптивных тестах есть адапционный механизм, который управляет процессом тестирования через варьирование коэффициента обратной связи. Как и любое обучающее средство, тесты имеют и недостатки. прежде всего, создание надежного и валидного теста, отвечающего целям УПДУ - достаточно сложный процесс. Здесь требуются усилия многих специалистов, и факт применимости теста может быть установлен только в результате неоднократной экспериментальной проверки и соответствующей переработки его содержания.

На наш взгляд традиционные методы обучения не позволяют учителю регулярно осуществлять обратную связь, несущую информацию об уровне обученности, проводить оперативную обработку этой информации, принимать соответствующие решения по коррекции учебной деятельности учащихся. Это обстоятельство требует искать пути своевременного обнаружения и исправления недостатков в знаниях и умениях учащихся.

Компьютерные средства поддержки должны помочь учителю не только организовать учебную деятельность учащихся, но и помочь ему осуществить действенный контроль, диагностику и управление учебным процессом.

### **2.3 Педагогический эксперимент**



С целью показать взаимосвязь между уровнем энтропии и уровнем алгоритмической деятельности обучающихся нами был проведен педагогический эксперимент.

**Констатирующий** этап: является начальным этапом исследования. На данном этапе проводился сбор, анализ и обработка материала, выявление уровня сформированности алгоритмических навыков у обучающихся.

Исследование проводилось на базе КГПУ им. В.П. Астафьева.

Выборку исследования составили учащиеся 10-11 классов школ города Красноярска в количестве 131 человек.

Исследование сформированности уровня алгоритмических навыков у обучающихся проводилось в рамках естественного эксперимента с применением ДКТТ.

Динамические адаптивные тесты организованы так, что при работе с ними ученик должен выполнить серию аналогичных заданий. При этом он получает тренаж и усваивает алгоритм решения данного типа задания.

В ходе тестирования мы использовали ДКТТ по теме «Квадратичная функция». Тестирование проводилось следующим образом:

1. В окне заданий компьютер выводит уравнение квадратичной функции в виде  $y = a \cdot (x - x_0)^2 + y_0$ . Числовые значения параметров  $a$ ,  $x_0$ ,  $y_0$  генерируются случайным образом.

Задание состоит:

а) в выборе линии графика «родовой» функции (в меню выбора будет предложено три линии - прямая, парабола, гипербола);

б) объект - параболу преобразовать в график функции отвечающей искомому уравнению. Пункт б) выполняется в окне координатной сетки с помощью управляющих клавиш.

При работе с тестом ученик выполняет целенаправленную деятельность по достижению промежуточной цели, которая состоит в выполнении текущего задания. Основная цель работы ученика с тестом состоит в том, чтобы сформировать собственный механизм обратной связи по выполнению алгоритма.

Для ученика эта цель формулируется, как достижение режима выполнения заданий, при котором компьютер не выводит на экран гистограмму, показывающую ему отклонение от цели.

В зависимости от уровня подготовки и способностей к обучению алгоритмической деятельности количество заданий выполненных учениками могут сильно отличаться. Так, если ученик очень хорошо обучается алгоритму или просто владеет им, то количество заданий выполненных им будет равно 6 или 7. Следовательно количество неправильных действий будет минимальным.

Для ученика, который обучается плохо, количество заданий неограниченно, так как его переход на более высокий уровень самостоятельной деятельности приводит к тому, что он выполняет задание неверно и компьютер возвращает его на уровень лежащий ниже.

Деятельность обучающихся фиксируется и вносится в протокол, в котором отражается время выполнения задания, количество действий и правильность ответов обучающегося. Правильный ответ – 1, неправильный – 0. На рисунке 6 представлен пример протокола деятельности обучающегося.

Фамилия тестируемого – Левский 10А 82

|   |        |   |      |
|---|--------|---|------|
| 8 | Растяж | 1 | 2.18 |
| 8 | Растяж | 1 | .59  |
| 8 | Сжатие | 0 | 1.98 |
| 8 | Растяж | 1 | .86  |
| 8 | Растяж | 1 | .13  |
| 8 | X + 1  | 1 | 4.48 |
| 8 | X + 1  | 1 | .28  |
| 8 | Y - 1  | 1 | .66  |
| 8 | Ответ  | 1 | 1.98 |

Рисунок 6 Пример протокола в ДКТТ

При выполнении первого задания- предтеста, обучающиеся не получают подсказки от системы. В данном случае они опираются лишь на свои собственные знания. Цель данного задания выявить уровень знаний тестируемого, а также определить владеет ли обучающийся алгоритмом решения

такой задачи. В зависимости от того получен верный ответ или нет обучающемуся присваивается уровень. Так же учитывается время выполнения задания, количество правильных и неправильных действий которые совершает ученик в ходе выполнения предтестового задания. При переходе к следующему заданию в зависимости от уровня появляется датчик обратной связи, который показывает расстояние до цели. При выполнении 1-го задания с наименьшим количеством "неверных действий" испытуемый переходит на 2-ой уровень, при этом коэффициент обратной связи падает. Если же испытуемый не справляется с заданием ему присваивается 1-й уровень и коэффициент обратной связи растет.

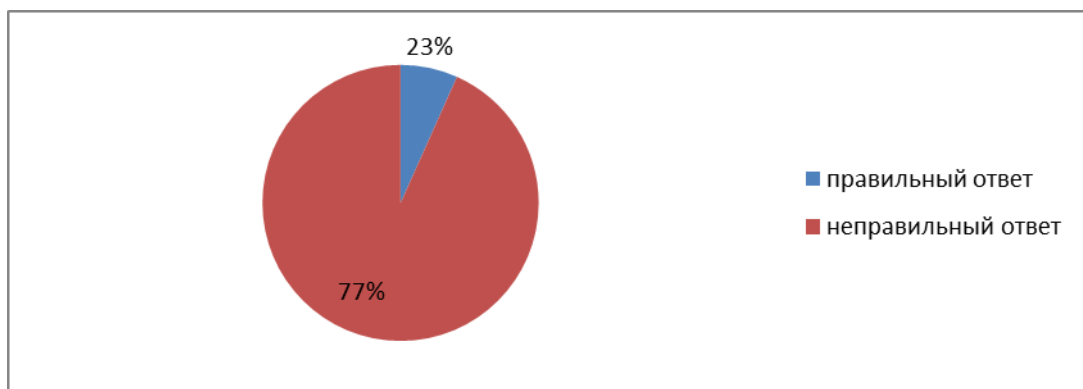
Датчик подкреплений реагирует только на неверные действия испытуемого. Чем больше количество неверных действий тем выше коэффициент обратной связи.

Коэффициент обратной связи  $R$ , рассчитывается по следующей формуле:

$$P^T i = P^i A * P^i B + H i$$

где  $P^i A$  – доля неправильных действий ( $N1$  – количество неправильных действий;  $N0$  – общее количество действий);  $P^i B$  – относительная частота включения датчика «Расстояние до цели»;  $H i$  – энтропия деятельности обучающегося при выполнении  $i$ -го задания. Индекс  $T$  в обозначении коэффициента обратной связи (указывает количество затраченного на обучение времени на момент завершения выполнения  $i$ -го задания) позволяет рассматривать его как в масштабе выполненных заданий так и по затраченному времени.

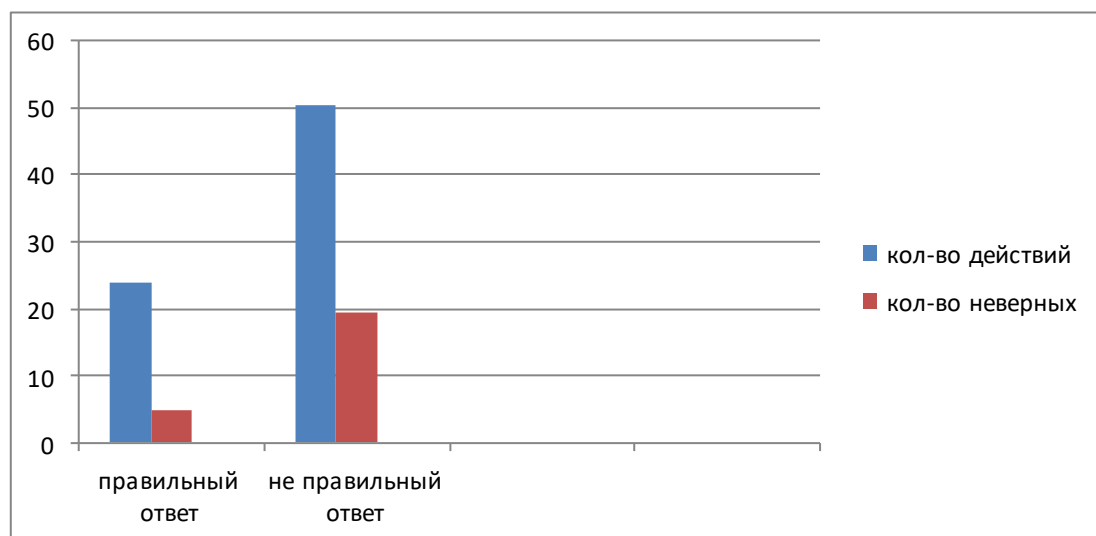
Полученные в ходе выполнения первого задания данные были обработаны и внесены в таблицу (см. приложение 1,2). Испытуемые были разделены нами на две группы: 1 группа - обучающиеся не получившие верное решение, 2 группа - обучающиеся получившие верное решение. Количество учащихся получивших неверный ответ 102 человека, что составило 77 % от общего числа обучающихся. Следовательно, лишь 23% учащихся обладают сформированной алгоритмической деятельностью при решении данных задач.



*Рисунок 7 Процентное соотношение правильных и неправильных ответов при выполнении первого задания*

Обработав данные полученные после выполнения обучающимися первого задания мы узнали количество правильных и неправильных действий их общее количество у обучающихся.

Уже на данном этапе можно отметить, что общее количество и количество неправильных действий гораздо выше в группе обучающихся не получивших верного решения.



*Рисунок 8 Гистограмма соотношения количества действий в группах с верным и неверным ответом.*

Опираясь на полученные результаты о количестве правильных и не правильных действий, мы рассчитали уровень энтропии для каждого обучающегося (см. приложение 1, 2). Как было отмечено ранее энтропия- это величина отражающая упорядоченность действий. Если обучающийся выполняет задания безошибочно его энтропия равна нулю.

Энтропия находится по следующей формуле:  $H_i = -\frac{N}{\Delta N} \log_2 \frac{N}{\Delta N} - \frac{\dot{N}}{\Delta N} \log_2 \frac{\dot{N}}{\Delta N}$

где,  $H_i$ - уровень энтропии обучающегося,  $N$ - количество ошибочных действий,  $\Delta N$ - общее количество действий,  $\dot{N}$ - количество правильно выполненных действий.

На рисунке 8 представлено распределение значений уровня энтропии в группе обучающихся с неверным ответом в предтестовом задании.

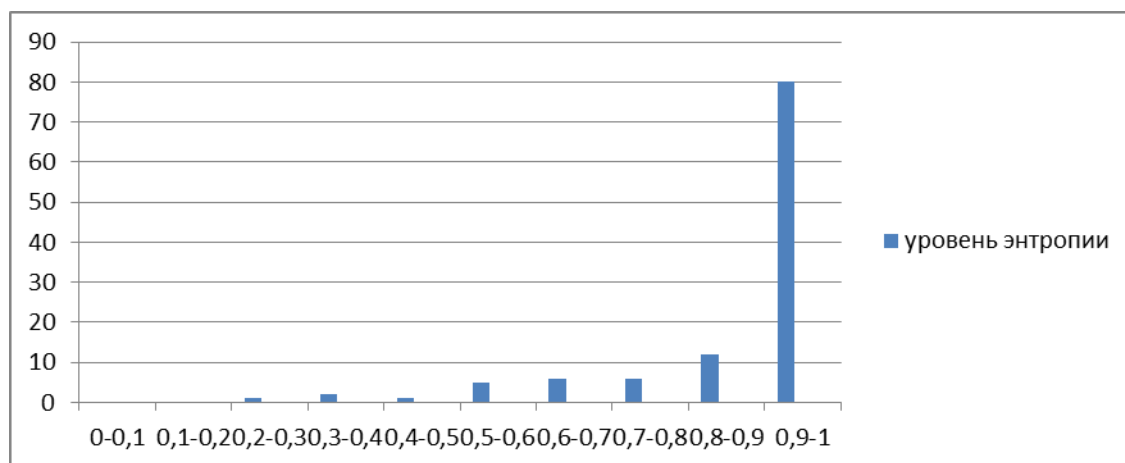
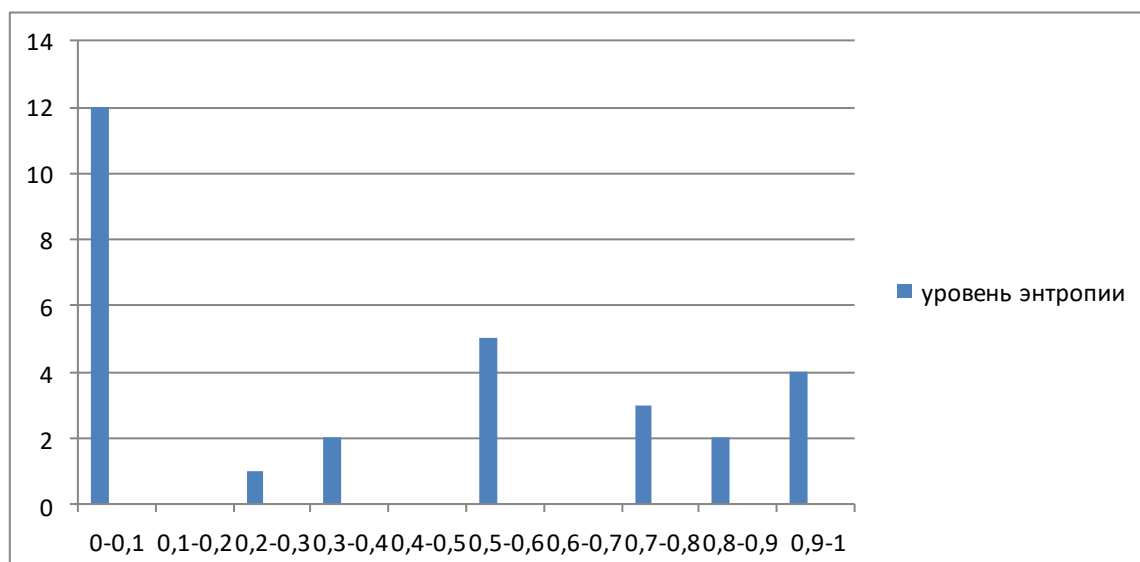


Рисунок 9 Распределение энтропии в группе с неверным ответом.

Из рисунка видно, что 80 обучающихся из этой группы имеют высокий уровень энтропии. Другими словами совершают много ошибок. Обучающиеся не могут выполнить данное задание, без какой либо помощи из чего следует, что уровень алгоритмической деятельности в данной группе низкий.

На рисунке 10 отражено распределение значений энтропии в группе обучающихся правильно выполнивших задание первое задание.



*Рисунок 10 Уровень энтропии обучающихся получивших верный ответ.*

Из гистограммы изображенной на рисунке мы видим, что наибольшее количество обучающихся в группе правильно выполнивших первое задание имеют низкий уровень энтропии. Так как обучающиеся в данной группе совершают меньше ошибок, их общее количество действий значительно меньше, то уровень энтропии стремится к нулю. Другими словами их деятельность более упорядочена. Они не делают лишних действий которые происходят в случае ошибки обучающегося, что в свою очередь свидетельствует о высоком уровне алгоритмической деятельности.

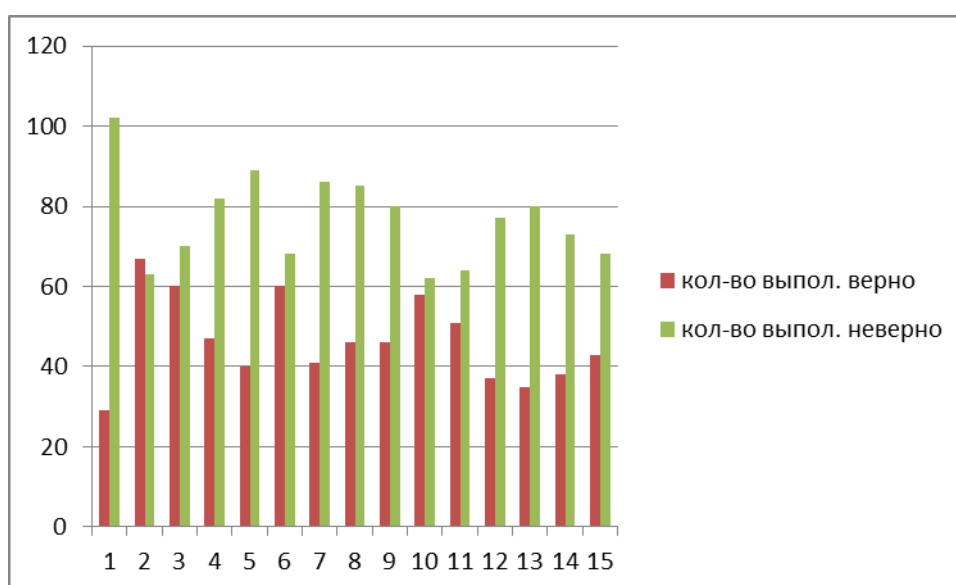
Когда обучающийся переходит к выполнению второго задания, появляется датчик обратной связи. В зависимости от уровня который обучающийся получил при выполнении первого задания этот датчик подсказывает верно или не верно выполняется действие. Обучающийся видит «расстояние до цели» (правильного ответа) и преобразовывает график с помощью подсказок в нужную форму. С появлением обратной связи растет количество обучающихся которые правильно выполнили задание.

В протоколе результатов конкретного обучающегося есть возможность провести анализ таких параметров работы испытуемого, как зависимость

информации о правильности действий от его номера (информация о правильном действии кодируется 1, а о неправильном действии 0).

Посчитав количество учащихся ответивших верно со второго по 15 задание мы составили таблицу, в которой соотнесли номера заданий и количество учащихся выполнивших задания верно и неверно (см. приложение 3). Это было сделано с целью определить, как меняется соотношение верных и неверных ответов с появлением датчика обратной связи в ДКТТ.

На рисунке 11 наглядно представлено распределение учащихся выполнивших задания верно и не справившихся с заданием.



*Рисунок 11 Распределение верных и неверных ответов по номерам заданий*

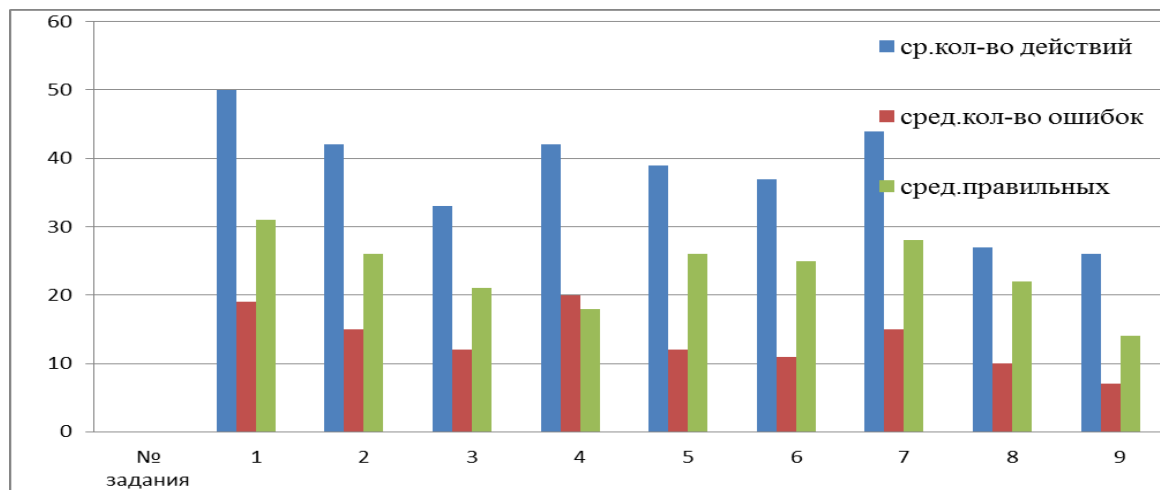
Опираясь на полученные данные, мы видим, что с появлением датчика обратной связи растет количество верных ответов. Другими словами наличие обратной связи позволяет контролировать правильность выполняемых действий обучающимся самостоятельно. Обратная связь информирует учащегося не только о правильности или неправильности выполнения задания, но и о правильности или неправильности выполняемых действий, что особенно важно на начальном этапе обучения. Частота обратной связи зависит от степени усвоения алгоритмической деятельности. На начальном этапе становления деятельности частота должна быть пооперационной и уменьшаться по мере усвоения деятельности. На завершающем этапе учащийся должен осуществлять

деятельность без использования внешней информации о правильности выполняемых действий, по этой причине количество неверных ответов вновь возрастает. Если же обучающийся усваивает алгоритм действий при помощи подсказок, в дальнейшем он совершает действия не опираясь на датчик обратной связи. В этом заключается обучающая функция ДКТТ, которая способствует формированию алгоритмической деятельности обучающихся при решении математических задач.

Рассматривая результаты тестирования (см. приложение 3) мы видим, что к 10 заданию изменилось количество учащихся выполняющих тестирование. Десять человек закончили тестирование, из этого числа лишь двое обучающийся прошел тестирование и достиг 10 уровня.

Обработывая протоколы тестирования мы определили сколько действий в среднем выполняет обучающийся из группы которая не справилась с предтестовым заданием, сколько из них составляют неправильные действия и чему равен средний уровень энтропии на каждом задании (см. приложение 4).

На рисунке 12 представлено соотношение среднего количества действий, а так же правильных и неправильных ответов.



*Рисунок 12 Гистограмма распределения средних значений количества действий, ошибок и верных ответов в группе обучающихся не получивших верного ответа в предтесте.*

Из рисунка мы видим, что с появлением датчика обратной связи у обучающихся данной группы снижается общее количество действий, а так же



количество неверных. Как было сказано ранее коэффициент обратной связи напрямую зависит от количества ошибок, которые допускает обучающийся. Мы видим, что на четвертом задании вновь возрастает общее количество действий и количество неверных действий. Это объясняется тем, что после правильного выполнения 2 и 3 задания коэффициент обратной связи падает и обучающийся выполняет решение без подсказки, что и приводит к увеличению неправильных ответов.

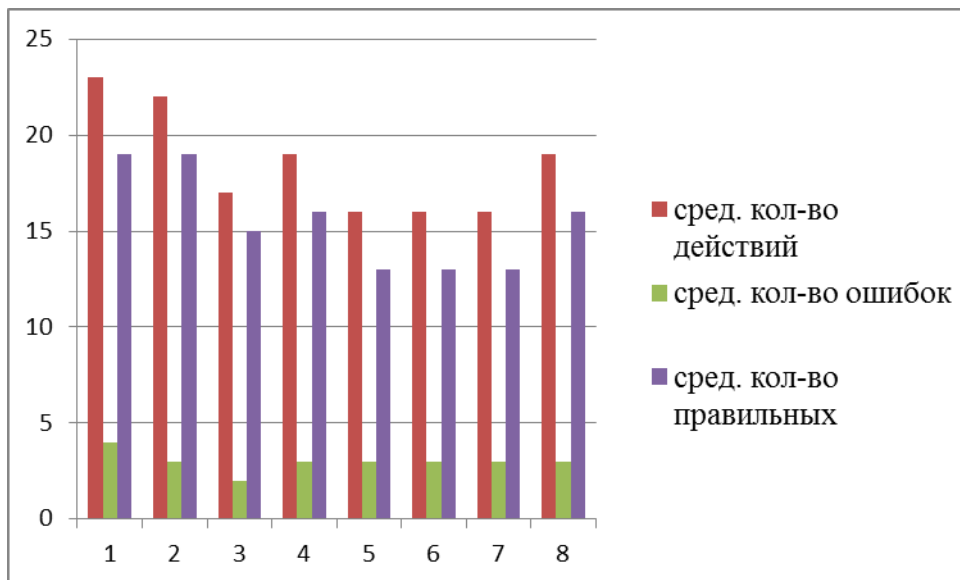
Рассмотрев средний уровень энтропии у обучающихся в группе не справившейся с первым заданием (см. приложение 4) , отмечаем, что он практически не изменяется при выполнении заданий и близок к максимальному значению. Следовательно, деятельность таких обучающихся не упорядочена, они совершают много лишних и неправильных действий, что свидетельствует о несформированности алгоритма решения математических задач.

На рисунке 13 представлен средний уровень энтропии обучающихся 1-ой группы.



Рисунок 13 Среднее значение энтропии

Обработав протоколы тестирования группы обучающихся получивших верный ответ в предтестовом задании мы получили следующие данные (см. приложение 5). На рисунке 14 представлена гистограмма соотношения правильных и неправильных ответов в этой группе обучающихся.



*Рисунок 14 Гистограмма распределения средних значений количества действий, ошибок и верных ответов в группе обучающихся получивших верный ответ в предтесте*

Из приведенного рисунка видно, что в данной группе обучающихся среднее количество действий и верных ответов находится на одном уровне, количество неверных ответов значительно ниже. Отмечаем, что среднее количество общих действий так же постепенно уменьшается. Это свидетельствует о том, что обучающиеся в этой группе совершают меньше действий, другими словами их деятельность более упорядочена, они опираются на собственный алгоритм действий, а не подсказку системы. Из выше сказанного понятно, что и уровень энтропии у этой группы ниже (см. приложение 5), ведь их деятельность подразумевает некий порядок действий.

Проанализировав протоколы учебной деятельности ДКТТ видно, что случайная составляющая присутствует во всех случаях. Обучающийся со слабо сформированной алгоритмической деятельностью использует метод проб и ошибок. Поэтому ему постоянно требуется информационное подкрепление (помощь) его действий. Время выполнения заданий у такого обучающегося

значительно выше, он выполняет большее количество действий и ошибок в деятельности. Слабый обучающийся решил большое количество задач (более 50), но так и не смог исключить ошибки в своей деятельности и достичь 10 уровня самостоятельности. Отсюда следует, что у него недостаточная специфическая обучаемость математике.

Из анализа протоколов деятельности обучающегося со средними математическими способностями следует, что он сначала решает задачи методом проб и ошибок, но по мере овладения алгоритмом исключает неправильные действия. Его деятельность становится целенаправленной по мере формирования алгоритма решения математических задач. Однако полностью исключить ошибки обучающийся не может. Причиной этого является недостаточная сформированность алгоритмической деятельности.

Сильный обучающийся имеет хорошо развитые математические способности, поэтому он достаточно быстро достигает 10 уровень рейтинга. Для этого ему потребовалось решить 11 задач. Из анализа протокола деятельности обучающегося следует, что этот ученик не совершал ошибок в своих действиях. Следовательно он полностью освоил алгоритм решения задач. Явно наблюдается автоматизация выполнений действий. Сформированный навык решения алгоритмических задач является следствием его хорошей оперативной памяти и способностей к анализу и обобщению, а также направленному вниманию.

На рисунке 15 представлены графики зависимости энтропии от времени каждая точка представляет собой энтропию выполненного задания. Число заданий соответствует числу точек. Максимальное значение энтропии равно 1, минимальное – 0. Из сравнения трех графиков энтропии, представленных на рис. 14, видно, как изменялась энтропия от задания к заданию для слабого, среднего и сильного обучающегося.

Соответствующие траектории деятельности наглядно показывают сильную хаотичность деятельности слабого ученика, почти упорядоченную

деятельность среднего и идеальную в алгоритмическом смысле деятельность сильного ученика.

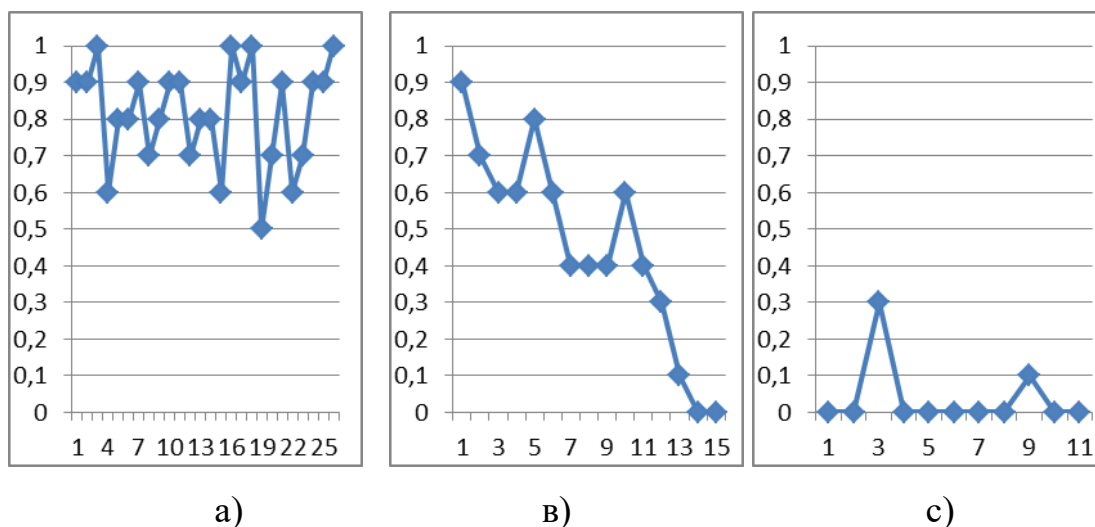


Рисунок 15 Энтропия  $H$  учебной деятельности слабого – а), среднего – в), и сильного – с) обучающихся.

Таким образом, энтропийный фактор позволяет ранжировать обучающихся по способности к обучению алгоритмической деятельности.

В результате эксперимента на первом задании было выявлено, что 102 обучающихся на начальном этапе тестирования (77 % от числа участвующих в эксперименте) характеризуются тем, что учебную деятельность осуществляют только методом проб и ошибок, без всяких попыток перехода на внутренний контекст. После проведения ДКТТ группа таких обучающихся значительно сократилась до 43 обучающихся, что составило 39 % от участвующих в эксперименте (см. приложение 3). Это свидетельствует о том, что наличие обратной связи при проведении тестирования способствует усвоению алгоритма решения задач и повышает уровень математических знаний у обучающихся.

Проведенный педагогический эксперимент показал, что применение ДКТТ повышает уровень сформированности алгоритмической деятельности обучающихся. Так же по данным эксперимента определен уровень алгоритмической деятельности обучающихся, что позволило ранжировать их по способностям к усвоению математической деятельности. Полученные данные

могут быть использованы при создании индивидуальных траекторий в обучении математике.

### **Выводы по второй главе:**

1. Важнейшей особенностью динамических адаптивных тестов является наличие оперативной обратной связи, которая позволяет обучающей системе получать сведения о ходе процесса усвоения алгоритмической деятельности у каждого учащегося.

2. Обратная связь несет в себе следующую информацию: какое действие выполняет обучаемый; правильно ли выполняет это действие; время принятия решения. Так же обратная связь информирует обучающегося не только о правильности или неправильности выполнения задания, но и о правильности или неправильности выполняемых действий. Частота обратной связи зависит от степени усвоения алгоритмической деятельности. На начальном этапе становления деятельности частота должна быть пооперационной и уменьшаться по мере усвоения деятельности. На завершающем этапе обучающийся должен осуществлять деятельность без использования внешней информации о правильности выполняемых действий.

3. На основе динамических адаптивных тестов проведен педагогический эксперимент, который показал, что их применение повышает эффективность обучения алгоритмической деятельности.

4. По данным эксперимента определена энтропия учебной деятельности которая характеризует способности обучающихся к алгоритмической деятельности. Это позволило ранжировать их по способностям к усвоению алгоритмической деятельности.

5. Определен уровень алгоритмической деятельности обучающихся, что позволило ранжировать их по способностям к усвоению математической деятельности. Полученные данные могут быть использованы при создании индивидуальных траекторий в обучении математике.

## Заключение

Основную целью данной работы явилось исследование уровня алгоритмической деятельности в процессе решения математических задач. В результате проделана следующая работа:

В ходе исследования проведенного нами было установлено, что традиционные методы контроля знаний, умений и навыков по математике не дают исчерпывающей информации о процессе учебной деятельности учащихся. Это подтвердилось при анализе теоритических материалов по данной проблеме. Нами были выявлены достоинства и недостатки традиционного и компьютерного тестирования. Дано понятие динамического адаптивного теста, который является средством для тестирования алгоритмической деятельности учащихся. Показано, что применение динамических адаптивных тестов, по математике, позволяет оценивать уровень алгоритмической деятельности обучающихся. Описаны дидактические и методические основы и принципы динамических адаптивных тестов. Данные тесты базируются на психолого-педагогической теории деятельностного подхода к процессу обучения. Было дано определение понятия энтропия, раскрыта взаимосвязь энтропии и алгоритмической деятельности обучающихся. Алгоритмический стиль мышления представляет собой специфический стиль мышления, предполагающий умение создать алгоритм, для чего необходимо наличие мыслительных схем, которые способствуют видению проблемы в целом, ее решению крупными блоками с последующей детализацией и осознанным закреплением процесса получения конечного результата в языковых формах.

Проведено, динамическое тестирование на основании результатов которого определены такие характеристики, как энтропия обучения и уровень сформированности алгоритмической деятельности учащихся.

Результаты исследования представлены во второй части работы. Таким образом, цель исследования – динамическая оценка сформированности алгоритмической деятельности учащихся в процессе решения математических

задач в зависимости от уровня энтропии учебной деятельности обучающихся – достигнута; задачи реализованы.

Гипотеза – динамическая оценка которая включает в себя и диагностику и обучение реализуется дифференцированный подход в обучении, а так же способствует повышению навыков решения алгоритмических задач и как следствие снижению уровня энтропии у обучающихся – подтверждена.

Подводя итог, можно сказать, что уровень энтропии учебной деятельности является важнейшей характеристикой математической компетенции и зависит от индивидуально типологических свойств обучающихся.

### **Библиографический список**

1. Luria, A. R. (1976). Cognitive Development. Its Cultural and Social Foundations. Cambridge, MA: Harvard.
2. Haywood, C., & Lidz, C. S. (2007). Dynamic assessment in practice : clinical and educational applications. Cambridge, UK: Cambridge University Press. Retrived from: [http://assets.cambridge.org/052184/9357/excerpt/0521849357\\_excerpt.htm](http://assets.cambridge.org/052184/9357/excerpt/0521849357_excerpt.htm)
3. Lantolf, J. P., & Poehner, M. E. (2004). Dynamic assessment of L2 development:bringing the past into the future. Journal of Applied Linguistics, 1, 1, 49-72
4. Sternberg, R. J., & Grigorenko, E. L. (2002). Dynamic testing : The nature and measurement of learning potential.Cambridge, UK: Cambridge University Press.
5. Poehner, M. E. (2008). Dynamic assessment: A Vygotskian approach to understanding and promoting L2 development. Berlin: Springer.
6. Vygotsky, L. S. (1987). Problems of general psychology. The collected works of L. S. Vygotsky: Vol. 1. Including the volume Thinking and Speech. New York, NY: Plenum.
7. Vygotsky, L.S. (1997). The history of the development of higher mental functions. The collected works of L. S. Vygotsky: Vol. 4. Problems of the theory and history of psychology. New York: Plenum.
8. Lantolf, J., & Poehner, M. (2011). Dynamic assessment in the classroom: Vygotskian praxis for second language development. Language Teaching Research, 15, 1, 11-33.
9. Ананьев, Б.Г. Человек как предмет познания / Б.Г. Ананьев. – Л.: ЛГУ, 1968. – 389 с.
10. Беспалько, В.П. Образование и обучение с участием компьютера (Педагогика третьего тысячелетия) / В.П. Беспалько. – М.: Просвещение, 2002. – 351 с.
11. Саттон, Р.С., Барто, Э.Г. (2014) Адаптивные и интеллектуальные системы. Обучение с подкреплением. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 402 с.



12. Бантова М.А. Система вычислительных навыков // Начальная школа. 1979. № 11.
13. Вершинин О.Е. За страницами учебника информатики. М., 1991.
14. Виленкин Н.Я., Дробышев Ю.А. Воспитание алгоритмического мышления на уроках математики // Начальная школа. 1988. № 12.
15. Газейкина А.И. Стили мышления и обучение программированию // Информационные технологии в общеобразовательной школе. – 2003. - № 6. – С.12-19.
16. Галанин Д.Д. История методических идей по арифметике в России. Ч. I. XVIII век. М., 1915.
17. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. М., 1996.
18. Дубровина И.В., Андреева А.Д. и др. Младший школьник: развитие познавательных способностей: Пособие для учителя. – М.: Академия, 2002.
19. Колесова Т.В. Ярославцева К.Н. Статистическая и динамическая оценка процесса обучения математике. // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: Материалы III Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников, Красноярск, 18 мая 2018г, с 123-126.
20. Колесова Т.В. Ярославцева К.Н. Динамическое адаптированное тестирование решения школьниками математических задач. // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы IV Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 29 апреля 2019 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2019. – 256 с.
21. Ковальчук М.В. Конвергенция наук и технологий - прорыв в будущее // Российские нанотехнологии. –Том 6. -2011. -№ 1-2. –С. 13-23.
22. Копаев А.В. Алгоритм как модель алгоритмического процесса. URL: <http://www.rusedu.info>.

23. Копаев А.В. О практическом значении алгоритмического стиля мышления // Информационные технологии в общеобразовательной школе. – 2003. - № 6. – С.6-11.
24. Леонтьев, А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / А.Н. Леонтьев. – М., 1971. – 304.
25. Лернер, А.Я. Начала кибернетики / А.Я. Лернер. – М.: Наука, 1967. – 400 с.
26. Лернер, И.Я. Дидактические основы методов обучения / И.Я. Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 185 с.
27. Математический энциклопедический словарь. М., 1988.
27. Маслоу, А. Мотивация и личность / А. Маслоу. – СПб.: Питер, 2003. – 352 с.
28. П.П Дьячук, Л.Н Дроздова, И.В Шадрин. Система автоматического управление учебной деятельностью и ее диагностики. Научный журнал «Информационно-управляющие системы» 5(48)/2010
29. Первушина О.Н. Общая психология: Методические рекомендации. – М.: Вектор, 2003. – 210 с.
30. Реан А.А., Бордовская Н.В., Розум С.И. Психология и педагогика: Учебник для вузов. – СПб: Питер, 2002. – 432 с.
31. Роберт И.В. Алгоритмизация в обучении математике. Издание второе, стереотипное –М.: ИИО РАО, 2014. - 88 с.
32. Роберт И.В. Конвергенция наук об образовании и информационных технологий как эволюционное сближение наук и технологий (для научных сотрудников и преподавателей учреждений профессионального образования) Концепция –М.: ИИО РАО, 2014. - 54 с.
33. Роберт И.В. Развитие теории алгоритмизации обучения в условиях использования информационных технологий. Выпуск 23.2014
34. Роберт И.В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты). 3-е изд. – М.: ИИО РАО, 2014. - 354 с.
35. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. – М.: Прогресс, 1958. – 410 с.

36. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – СПб: Питер, 2000. – 520 с. 37. Теплов Б.М. Практическое мышление// Хрестоматия по общей психологии: Психология мышления. – М.: МГУ, 1981. – 395 с. 1. URL: <http://hbar.phys.msu.ru>.
38. Тьюринг, А. Вычислительные машины и разум / А. Тьюринг // Computing Machinery and Intelligence/ Mind. Vol. LIX. No. – 236. – 1950. October. – P. 433 – 460.
39. Фадеева Е. А. Познавательные действия – URL <https://nsportal.ru/shkola/mezhdistsiplinarnoe-obobshchenie/library/2014/06/19/poznavatelnye-uud> (дата обращения: 20/10/2019)
40. Фарков, А. В. Обучаемость учащихся математике: проблемы диагностики. 5–11 классы / А. В. Фарков. – М.: ВАКО, 2015. – 240 с.
41. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. (ФГОС ООО) URL: <http://минобрнауки.рф/документы/938>(дата обращения 29.09.2019).
42. Фундаментальное ядро содержания общего образования / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – М.: Просвещение, 2011. – 79 с.
43. Хуторской А. В.. Формы, методы и приемы обучения / В кн. "Практикум по дидактике и современным методикам обучения". СПб: Питер, 2004.
44. Черкасов Р.С. и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: Учебное пособие для студентов физ.-мат. Фак. Пед. Инстит. – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.
45. Шкерина Л.В., Дьячук П.П. Индуктивный порог формирования алгоритмического процесса решения математических задач. Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева.-№2.
46. Шкерина Л.В. Новые стандарты – новое содержание и технологии обучения математике будущего учителя: проблемы и перспективы. Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2014. № 3.
47. Шкерина Л.В. Новые стандарты – новое содержание и технологии

обучения математике: проблемы и перспективы // Инновации в образовании, 2014, № 12.

48. Ярославцева К.Н. Формирование УУД обучающихся основной школы на основе использования технологии дифференцированного обучения математике // Актуальные проблемы качества математической подготовки студентов: методологический, теоретический и технологические аспекты: материалы VI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, Красноярск, 8-9 ноября 2018г, с.173-177.

49. Словари и энциклопедии на Академике – URL [https://spiritual\\_culture.academic.ru/2348/Формирование](https://spiritual_culture.academic.ru/2348/Формирование) (дата обращения: 23.10.2019)

50. Лекция №\_6 Психологические основы формирования умений и навыков в процессе обучения – URL [http://www.libma.ru/nauchnaja\\_literatura\\_prochee/teoriya\\_obuchenija\\_konspekt\\_leksii/r6.php](http://www.libma.ru/nauchnaja_literatura_prochee/teoriya_obuchenija_konspekt_leksii/r6.php) (дата обращения: 01.11.2019)

51. Формирование регулятивных УУД на уроках математики – URL <https://kopilkaurokov.ru/matematika/meropriyatia/formirovaniie-rieghuliativnykh-uud-na-urokakh-matiematiki> (дата обращения: 07.11.2019)

52. Универсальные учебные действия – URL <http://aujc.ru/universalnye-uchebnye-dejstviya> (дата обращения: 07.11.2019)

53. Стандарты 2004 г. и ФГОС второго поколения." – URL <http://ext.spb.ru/2011-03-29-09-03-14/78-fgos2/2831--q-2004-q.html> (дата обращения: 22.10.2019).

## Приложения

### Приложение 1

Результаты группы обучающихся не справившихся с заданием полученные в ходе выполнения первого (предтестового) задания

| № | Ф.И.О. | Верно/<br>Неверно | Общее<br>время | Кол-во<br>действий | Кол-<br>во<br>ошибок | Кол-<br>во<br>верных | Энтропия | Дисперсия |
|---|--------|-------------------|----------------|--------------------|----------------------|----------------------|----------|-----------|
|---|--------|-------------------|----------------|--------------------|----------------------|----------------------|----------|-----------|

|    |             |   |            |     |    |     |         |         |
|----|-------------|---|------------|-----|----|-----|---------|---------|
| 1  | Абакумова   | 0 | 120,3<br>2 | 12  | 2  | 10  | 0,65002 | 0,03671 |
| 2  | Агапченко   | 0 | 256,9<br>7 | 75  | 35 | 40  | 0,99679 | 0,02408 |
| 3  | Азаренкова  | 0 | 42,22      | 19  | 9  | 10  | 0,998   | 0,02446 |
| 4  | Аминов      | 0 | 54,63      | 18  | 3  | 15  | 0,65002 | 0,02446 |
| 5  | Андрейченко | 0 | 57,33      | 24  | 5  | 19  | 0,73828 | 0,01068 |
| 6  | Андрианова  | 0 | 191,1<br>5 | 104 | 62 | 42  | 0,97316 | 0,0173  |
| 7  | Антошенко   | 0 | 22,28      | 12  | 1  | 11  | 0,41382 | 0,18301 |
| 8  | Арноси      | 0 | 135,5<br>3 | 9   | 4  | 5   | 0,99108 | 0,02234 |
| 9  | Архипов     | 0 | 82,09      | 23  | 6  | 17  | 0,82806 | 0,00018 |
| 10 | Аламов      | 0 | 72,1       | 13  | 8  | 5   | 0,96124 | 0,01431 |
| 11 | Бабушкина   | 0 | 276,4<br>6 | 34  | 10 | 24  | 0,87398 | 0,00105 |
| 12 | Бабюк       | 0 | 242,6<br>6 | 27  | 11 | 16  | 0,97512 | 0,01782 |
| 13 | Безъязыков  | 0 | 113,8<br>8 | 126 | 64 | 62  | 0,99982 | 0,02503 |
| 14 | Бибиков     | 0 | 29,55      | 58  | 27 | 31  | 0,99657 | 0,02401 |
| 15 | Блохинцева  | 0 | 113,8      | 32  | 9  | 23  | 0,85715 | 0,00024 |
| 16 | Бобровский  | 0 | 210,7<br>1 | 73  | 40 | 33  | 0,99336 | 0,02303 |
| 17 | Богданов    | 0 | 36,34      | 23  | 7  | 16  | 0,88654 | 0,00202 |
| 18 | Буравлева   | 0 | 137,5<br>9 | 14  | 7  | 7   | 1       | 0,02509 |
| 19 | Быстрова    | 0 | 228,1<br>7 | 56  | 22 | 34  | 0,96662 | 0,01563 |
| 20 | Вахрушева   | 0 | 123,2<br>4 | 10  | 8  | 2   | 0,72193 | 0,01432 |
| 21 | Висящев     | 0 | 1147,<br>8 | 993 | 39 | 954 | 0,23896 | 0,3632  |
| 22 | Волкова     | 0 | 99,36      | 75  | 30 | 45  | 0,97095 | 0,01673 |
| 23 | Горлов      | 0 | 98,63      | 19  | 3  | 16  | 0,62925 | 0,0451  |
| 24 | Грачева     | 0 | 156,3<br>1 | 75  | 39 | 36  | 0,99885 | 0,02472 |
| 25 | Гревцева    | 0 | 386,9<br>9 | 113 | 52 | 61  | 0,99542 | 0,02366 |
| 26 | Григорьев   | 0 | 482,1<br>1 | 182 | 89 | 93  | 0,99965 | 0,02498 |
| 27 | Гущин       | 0 | 71,24      | 23  | 10 | 13  | 0,98769 | 0,02134 |
| 28 | Дылгиров    | 0 | 110,7<br>6 | 64  | 23 | 41  | 0,94216 | 0,01011 |
| 29 | Дядичкина   | 0 | 53,8       | 19  | 4  | 15  | 0,74249 | 0,00983 |
| 30 | Ефимов      | 0 | 161,8<br>7 | 7   | 2  | 5   | 0,86312 | 0,00046 |
| 31 | Заболотски  | 0 | 70,69      | 50  | 19 | 31  | 0,95804 | 0,00046 |

|    |           |   |            |     |     |     |         |         |
|----|-----------|---|------------|-----|-----|-----|---------|---------|
|    | й         |   |            |     |     |     |         |         |
| 32 | Завирюха  | 0 | 144,8<br>8 | 43  | 9   | 34  | 0,74015 | 0,0103  |
| 33 | Зайцева   | 0 | 60,89      | 24  | 6   | 18  | 0,81128 | 0,00092 |
| 34 | Зорина    | 0 | 307,8<br>8 | 100 | 48  | 52  | 0,99885 | 0,02472 |
| 35 | Иванов    | 0 | 23,21      | 17  | 5   | 12  | 0,87398 | 0,00105 |
| 36 | Казакова  |   | 53,26      | 9   | 2   | 7   | 0,7642  | 0,00599 |
| 37 | Казанцева |   | 27,73      | 16  | 14  | 2   | 0,54356 | 0,08883 |
| 38 | Камзолова | 0 | 287,0<br>3 | 82  | 44  | 38  | 0,99613 | 0,02388 |
| 39 | Каплунов  |   | 88,38      | 5   | 3   | 2   | 0,97095 | 0,01673 |
| 40 | Кизин     |   | 70,58      | 5   | 4   | 1   | 0,72193 | 0,01432 |
| 41 | Кирюшкин  |   | 76,27      | 57  | 20  | 37  | 0,93485 | 0,00869 |
| 42 | Кисилева  |   | 105,2      | 51  | 21  | 30  | 0,97742 | 0,01844 |
| 43 | Климов    |   | 29,16      | 21  | 3   | 18  | 0,59167 | 0,06247 |
| 44 | Кожин     |   | 37,16      | 4   | 2   | 2   | 1       | 0,02509 |
| 45 | Козлова   | 0 | 120,4<br>5 | 8   | 1   | 7   | 0,54356 | 0,08883 |
| 46 | Козырева  | 0 | 112,1<br>9 | 41  | 22  | 19  | 0,99613 | 0,02388 |
| 47 | Корнеенко |   | 147,4<br>2 | 23  | 6   | 17  | 0,82806 | 0,00018 |
| 48 | Костромин | 0 | 106,9<br>9 | 32  | 3   | 29  | 0,44886 | 0,15425 |
| 49 | Кравчук   | 0 | 66,48      | 14  | 3   | 11  | 0,7496  | 0,00847 |
| 50 | Крупенник | 0 | 87,7       | 99  | 37  | 62  | 0,9535  | 0,01252 |
| 51 | Кулагина  | 0 | 80         | 26  | 10  | 16  | 0,96124 | 0,01431 |
| 52 | Курышева  | 0 | 15,31      | 25  | 5   | 20  | 0,72193 | 0,01432 |
| 53 | Кясюнас   | 0 | 162,9<br>6 | 40  | 21  | 19  | 0,9982  | 0,02452 |
| 54 | Лазарев   | 0 | 18,39      | 22  | 4   | 18  | 0,68404 | 0,02483 |
| 55 | Лакутина  | 0 | 128,6<br>5 | 19  | 3   | 16  | 0,62925 | 0,0451  |
| 56 | Лизун     | 0 | 56,82      | 11  | 4   | 7   | 0,94566 | 0,01083 |
| 57 | Литвякова | 0 | 86,51      | 20  | 14  | 6   | 0,88129 | 0,00157 |
| 58 | Лысанова  | 0 | 28,42      | 19  | 1   | 18  | 0,29747 | 0,29609 |
| 59 | Мазур     | 0 | 74,99      | 22  | 20  | 2   | 0,4395  | 0,1617  |
| 60 | Майборода | 0 | 163,2<br>1 | 33  | 11  | 22  | 0,9183  | 0,00588 |
| 61 | Макаров   | 0 | 243,9      | 229 | 116 | 113 | 0,99988 | 0,02505 |
| 62 | Макарова  | 0 | 282,5<br>7 | 49  | 24  | 25  | 0,9997  | 0,02499 |
| 63 | Маркова   | 0 | 77,18      | 63  | 31  | 32  | 0,99982 | 0,02503 |
| 64 | Матвеева  | 0 | 150,6<br>2 | 21  | 7   | 14  | 0,9183  | 0,00588 |
| 65 | Махракова | 0 | 234,3<br>9 | 58  | 34  | 24  | 0,97845 | 0,01872 |

|     |                 |   |            |     |     |    |         |         |
|-----|-----------------|---|------------|-----|-----|----|---------|---------|
| 66  | Мережникова     | 0 | 30,19      | 13  | 2   | 11 | 0,61938 | 0,04939 |
| 67  | Мерзликينا      | 0 | 8,58       | 12  | 8   | 4  | 0,9183  | 0,00588 |
| 68  | Меринов         | 0 | 21,8       | 26  | 11  | 15 | 0,98286 | 0,01995 |
| 69  | Николаев        |   | 188,9<br>2 | 21  | 11  | 10 | 0,99836 | 0,02457 |
| 70  | Орешников       | 0 | 53,75      | 26  | 11  | 15 | 0,98286 | 0,01995 |
| 71  | Парилова        | 0 | 50,75      | 40  | 35  | 5  | 0,54356 | 0,08883 |
| 72  | Петросян        | 0 | 175,6<br>8 | 34  | 21  | 13 | 0,95969 | 0,01394 |
| 73  | Позднякова      | 0 | 61,63      | 22  | 15  | 7  | 0,90239 | 0,00369 |
| 74  | Пронина         | 0 | 59,11      | 12  | 1   | 11 | 0,41382 | 0,18301 |
| 75  | Савина          | 0 | 55,03      | 13  | 5   | 8  | 0,96124 | 0,01431 |
| 76  | Савченко        | 0 | 29,96      | 36  | 25  | 11 | 0,88798 | 0,00215 |
| 77  | Свирид          | 0 | 34,78      | 45  | 19  | 26 | 0,98247 | 0,01984 |
| 78  | Сибергешев<br>а | 0 | 14,97      | 9   | 1   | 8  | 0,50326 | 0,11449 |
| 79  | Служаева        | 0 | 37,41      | 2   | 1   | 1  | 1       | 0,02509 |
| 80  | Смирнов         | 0 | 79,46      | 94  | 55  | 39 | 0,979   | 0,01887 |
| 81  | Снурников       | 0 | 66,12      | 22  | 2   | 20 | 0,4395  | 0,1617  |
| 82  | Стеценко        | 0 | 48,6       | 13  | 6   | 7  | 0,99573 | 0,02375 |
| 83  | Сычева          | 0 | 56,52      | 31  | 10  | 21 | 0,90717 | 0,0043  |
| 84  | Такарчук        | 0 | 71,15      | 18  | 2   | 16 | 0,50326 | 0,11449 |
| 85  | Тарасова        | 0 | 186,8<br>1 | 28  | 12  | 16 | 0,98523 | 0,02062 |
| 86  | Тарбагаев       | 0 | 53,19      | 21  | 21  | 0  | 0       | 0,70832 |
| 87  | Темерев         | 0 | 131,0<br>8 | 59  | 35  | 24 | 0,97478 | 0,01773 |
| 88  | Тормышева       | 0 | 63,89      | 4   | 2   | 2  | 1       | 0,02509 |
| 89  | Трипель         | 0 | 56,45      | 3   | 1   | 2  | 0,9183  | 0,00588 |
| 90  | Ульянова        | 0 | 188,4      | 42  | 33  | 9  | 0,7496  | 0,00847 |
| 91  | Учеватов        | 0 | 167,2<br>3 | 129 | 67  | 62 | 0,99892 | 0,02474 |
| 92  | Фесенко         | 0 | 25,41      | 19  | 10  | 9  | 0,998   | 0,02446 |
| 93  | Фомичева        | 0 | 122,1<br>8 | 12  | 4   | 8  | 0,9183  | 0,00588 |
| 94  | Хашальгова      | 0 | 155,5<br>8 | 29  | 13  | 16 | 0,99227 | 0,0227  |
| 95  | Чайковский      | 0 | 181,7<br>6 | 220 | 132 | 88 | 0,97095 | 0,01673 |
| 96  | Черемных        | 0 | 41,63      | 14  | 1   | 13 | 0,37123 | 0,22126 |
| 97  | Черкасова       | 0 | 214,8      | 19  | 10  | 9  | 0,998   | 0,99601 |
| 98  | Чубуков         | 0 | 92,29      | 180 | 101 | 79 | 0,9892  | 0,02178 |
| 99  | Шорохов         | 0 | 84,24      | 19  | 6   | 13 | 0,89974 | 0,00338 |
| 100 | Щипин           | 0 | 133,0<br>1 | 25  | 11  | 14 | 0,98959 | 0,0219  |

|        |         |   |            |      |             |    |         |         |
|--------|---------|---|------------|------|-------------|----|---------|---------|
| 101    | Якимова | 0 | 61,92      | 22   | 10          | 12 | 0,99403 | 0,02323 |
| 102    | Якунин  | 0 | 213,7<br>7 | 127  | 64          | 63 | 0,99996 | 0,02507 |
| Средне |         |   |            | 50,5 | 19,431<br>4 |    | 0,84161 | 0,0533  |

## Приложение 2

Результаты группы обучающихся справившихся с заданием полученные в ходе выполнения первого (предтестового) задания

| № | Ф.И.О.  | Верно/<br>Неверно | Общ.<br>время | Кол-во<br>действий | Кол-<br>во<br>верных | Кол-во<br>ошибок | Энтропия   | Дисперсия |
|---|---------|-------------------|---------------|--------------------|----------------------|------------------|------------|-----------|
| 1 | Ахмаров | 1                 | 86,7          | 22                 | 21                   | 1                | 0,26676498 | 0,01789   |



|    |                  |   |            |    |    |    |                 |         |
|----|------------------|---|------------|----|----|----|-----------------|---------|
|    |                  |   |            |    |    |    | 8               |         |
| 2  | Батищев          | 1 | 89,11      | 57 | 37 | 20 | 0,93484902<br>4 | 0,2855  |
| 3  | Васильев         | 1 | 35,06      | 16 | 15 | 1  | 0,33729006<br>7 | 0,004   |
| 4  | Галиулин         | 1 | 284,2<br>2 | 54 | 27 | 27 | 1               | 0,35936 |
| 5  | Ганкин           | 1 | 86,26      | 14 | 14 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 6  | Григорьев        | 1 | 36,78      | 16 | 16 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 7  | Гусаров          | 1 | 100,1<br>6 | 33 | 25 | 8  | 0,79904852<br>1 | 0,15882 |
| 8  | Ершова           | 1 | 14,01      | 14 | 14 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 9  | Клещев           | 1 | 110,9<br>8 | 31 | 22 | 9  | 0,86913758<br>1 | 0,21959 |
| 10 | Конных           | 1 | 46,35      | 22 | 22 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 11 | Константи<br>нов | 1 | 50,93      | 17 | 15 | 2  | 0,52255937<br>5 | 0,01489 |
| 12 | Костылев         | 1 | 32,94      | 13 | 13 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 13 | Кравчук          | 1 | 66,32      | 27 | 21 | 6  | 0,76420450<br>7 | 0,13226 |
| 14 | Кузнецова        | 1 | 33,4       | 15 | 15 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 15 | Левский          | 1 | 22,83      | 9  | 8  | 1  | 0,50325833<br>5 | 0,01055 |
| 16 | Леонтьева        | 1 | 19,08      | 11 | 11 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 17 | Лепп             | 1 | 59         | 48 | 32 | 16 | 0,91829583<br>4 | 0,26808 |
| 18 | Малякин          | 1 | 58,01      | 15 | 15 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 19 | Михайлова        | 1 | 91,55      | 28 | 24 | 4  | 0,59167277<br>9 | 0,03654 |
| 20 | Наумов           | 1 | 24,18      | 13 | 13 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 21 | Никитин          | 1 | 15,94      | 24 | 24 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 22 | Патрихин         | 1 | 40,48      | 14 | 13 | 1  | 0,37123232<br>7 | 0,00086 |
| 23 | Пирогова         | 1 | 22,56      | 13 | 13 | 0  | 0               | 0,16043 |
| 24 | Самарин          | 1 | 74,49      | 15 | 13 | 2  | 0,56650950<br>7 | 0,02755 |
| 25 | Светличная       | 1 | 255,7      | 65 | 40 | 25 | 0,96123660      | 0,31439 |

|             |           |   |            |               |    |               |                 |         |
|-------------|-----------|---|------------|---------------|----|---------------|-----------------|---------|
|             |           |   | 5          |               |    |               | 5               |         |
| 26          | Тарасенко | 1 | 60,66      | 15            | 13 | 2             | 0,56650950<br>7 | 0,02755 |
| 27          | Ходенков  | 1 | 97,88      | 33            | 23 | 10            | 0,88496363<br>6 | 0,23467 |
| 28          | Хромова   | 1 | 185,9<br>4 | 32            | 25 | 7             | 0,75787846<br>3 | 0,1277  |
| 29          | Черняков  | 1 | 39,74      | 9             | 9  | 0             | 0               | 0,16043 |
| средне<br>е |           |   |            | 23,96551<br>7 |    | 4,896551<br>7 | 0,40053141<br>6 | 0,14363 |

### Приложение 3

Соотношение задания и количества обучающихся выполнивших верно и неверно данное задание

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|

|                             |     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------------------|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| КОЛ-ВО<br>выпол.<br>верно   | 29  | 67 | 60 | 47 | 40 | 60 | 41 | 46 | 46 | 58 | 51 | 37 | 35 | 38 | 43 |
| КОЛ-ВО<br>выпол.<br>неверно | 102 | 63 | 70 | 82 | 89 | 68 | 86 | 85 | 80 | 62 | 64 | 77 | 80 | 73 | 68 |

#### Приложение 4

Средние значения динамических параметров в группе обучающихся с неверным решением

| № задания | сред. кол-во действий | сред. кол-во ошибок | сред. кол-во правильных | сред. энтропия |
|-----------|-----------------------|---------------------|-------------------------|----------------|
| 1         | 50                    | 19                  | 31                      | 0,9            |
| 2         | 42                    | 15                  | 26                      | 0,9            |
| 3         | 33                    | 12                  | 21                      | 0,9            |
| 4         | 42                    | 20                  | 24                      | 0,9            |
| 5         | 39                    | 12                  | 26                      | 0,9            |
| 6         | 37                    | 11                  | 25                      | 0,9            |
| 7         | 44                    | 15                  | 28                      | 0,9            |
| 8         | 27                    | 10                  | 22                      | 0,7            |
| 9         | 26                    | 7                   | 14                      | 0,9            |

#### Приложение 5

Средние значения динамических параметров в группе обучающихся с верным решением

| № | сред. кол-во действий | сред. кол-во ошибок | сред. кол-во правильных | сред. энтропия |
|---|-----------------------|---------------------|-------------------------|----------------|
| 1 | 23                    | 4                   | 19                      | 0,6            |
| 2 | 22                    | 3                   | 19                      | 0,5            |
| 3 | 17                    | 2                   | 15                      | 0,5            |
| 4 | 19                    | 3                   | 16                      | 0,6            |
| 6 | 16                    | 3                   | 13                      | 0,6            |
| 7 | 16                    | 3                   | 13                      | 0,6            |
| 8 | 16                    | 3                   | 13                      | 0,6            |
| 9 | 19                    | 3                   | 16                      | 0,6            |