

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**

**Высшего образования**

**КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Кафедра физики и методики обучения физике

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ В ФИЗИКЕ**

Направление подготовки:  
*44.03.01 Педагогическое образование*

Направленность (профиль) образовательной программы  
*Физика*

квалификация (степень) выпускника:  
*бакалавр*

Красноярск 2018

Рабочая программа дисциплины «Статистические закономерности в физике» составлена доцентом кафедры физики и методики обучения физике Орловой Ириной Николаевной

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры физики и методики обучения физике  
протокол № 10 от «17» мая 2017 г.

И.О. заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ В.И. Тесленко

Одобрено научно-методическим советом института математики, физики и информатики

«26» мая 2017 г. протокол № 9

Председатель НМС \_\_\_\_\_ С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Статистические закономерности в физике» составлена доцентом кафедры физики и методики обучения физике Орловой Ириной Николаевной

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры физики и методики обучения физике  
протокол № 7 от «20» мая 2018 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ В.И. Тесленко

Одобрено научно-методическим советом института математики, физики и информатики

«23» мая 2018 г. протокол № 8

Председатель НМС \_\_\_\_\_ С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Статистические закономерности в физике» составлена доцентом кафедры физики и методики обучения физике Орловой Ириной Николаевной

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры физики и методики обучения физике  
протокол № 8 от «11» апреля 2019 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ В.И. Тесленко

Одобрено научно-методическим советом института математики, физики и информатики

«16» мая 2019 г. протокол № 8

Председатель НМС \_\_\_\_\_ С.В. Борtnовский

## Пояснительная записка

### 1. Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Настоящая рабочая программа дисциплины (далее программа) разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 09 февраля 2016 г. № 91 (зарегистрирован в Минюсте России 02 марта 2016 г. № 41305), с учетом профессиональных стандартов 01.001 Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденного приказом Минтруда России от 18.10.2013 № 544н (с изм. от 25.12.2014) (зарегистрирован в Минюсте России 06 декабря 2013 г. № 30550), 01.003 Педагог дополнительного образования детей и взрослых, утвержденного приказом Минтруда России от 08.09.2015 № 613н (зарегистрирован в Минюсте России 24 сентября 2015 г. № 38994), согласно учебного плана подготовки бакалавров по направлению 44.03.01 «Педагогическое образование» (4 года). Учебная программа была создана силами кафедры общей и теоретической физики КГПУ. В разработке курса принимали активное участие Круглов В.Б., Иванов А.А.

2. Дисциплина *Б1.ОДП.05.01.02.01* Статистические закономерности в физике является обязательной дисциплиной в модуле «Предметно-теоретический» учебного плана и изучается в 7 семестре. Трудоемкость дисциплины включает в себя общий объем времени, отведенный на изучение дисциплины и составляет 3 з.е. (108 часов). Количество часов, отведенных на контактную работу (различные формы аудиторной работы) с преподавателем составляет 56.33 часа, на самостоятельную работу студента отводится 16 часов.

### 3. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины – формирование у обучающихся представлений о современной физической картине мира, как части естественнонаучной картины мира, и умений их использовать в образовательной деятельности:

- обеспечить свой вклад в структуру компетентности учителя физики,
- ввести слушателей в круг научных проблем, решаемых разделами физики «Статистическая физика» и «Термодинамика»,
- обеспечить знания экспериментальных средств и усвоение законов статистической физики на уровне, необходимом для успешной трудовой деятельности специалистов в общеобразовательной школе и профильной школе с углубленным изучением физики,
- развить умения решения творческих задач по изучаемому разделу, умения эффективного использования законов и методов в решении практических и теоретических задач.

Задачами при реализации данной программы являются:

- овладение знаниями:
  - теоретических основ науки, терминологии, истории становления, методов экспериментальных и теоретических исследований, предмета и объекта исследований данной науки,
- овладение навыками:
  - решения расчетных задач,
  - работы с учебной и научной литературой,

овладение умением решения творческих и нестандартных задач.

В целом: вооружить будущего современного, прогрессивного учителя физики необходимыми знаниями (их структурирование), умениями, навыками для успешного выполнения профессиональных задач и дальнейшего собственного непрерывного самосовершенствования.

#### 4. Планируемые результаты обучения.

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

ОК-3 – способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;

ПК-11 – готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

Таблица 1. «Планируемые результаты обучения»

| <b>Задачи освоения дисциплины</b>  | <b>Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)</b>  | <b>Код результата обучения (компетенция)</b> |
|--|---|--|
| 1. Знакомство с распространенными физическими теориями и явлениями в области статистической физики<br>2. Развитие познавательной потребности у студентов<br>3. Формирование умения решать физические задачи расчетные и качественные в области статистической физики и термодинамики | Знать:<br>- основные типы моделей физических молекулярных систем,<br>- основные законы статистической физики<br><br>Уметь:<br>- анализировать адекватность допускаемых модельных приближений,<br>- решать учебные расчетные и качественные задачи<br>- аргументировать научную позицию при анализе псевдонаучной и лженаучной информации<br>- получать, хранить и перерабатывать информацию с использованием информационно-коммуникационных технологий и информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» | ОК-3, ПК-11                                  |

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- приемами решения учебных задач,</li> <li>- методикой образовательной и культурно-просветительской деятельности в области физики</li> </ul> |  |
|--|---|--|

5. Контроль результатов освоения дисциплины. Методы текущего контроля успеваемости:

- контроль посещения занятий;
- защита расчетных задач.

Форма итогового контроля по дисциплине – экзамен.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонды оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся».

6. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.

В рамках учебного процесса по дисциплине используются технологии современного традиционного обучения (лекционно-лабораторная-зачетная система).

После изучения дисциплины студент может принять участие в научных конференциях, посвященных проблемам термодинамики.

### 3.1.1. Технологическая карта обучения дисциплине

#### Статистические закономерности в физике

Для обучающихся образовательной программы

44.03.01 Педагогическое образование

Квалификация (степень) «бакалавр»

(общая трудоемкость дисциплины 3 з.е.)

| Модули. Наименование разделов и тем                                  | Всего часов | Аудиторных часов |              | Внеаудиторных часов | Результаты обучения и воспитания<br>Формы и методы контроля |
|--|-------------|------------------|--------------|---------------------|---|
|  |             | Лекции           | Лабораторных |                     |   |
| <b>Модуль 1</b><br>«Тепловое равновесие. Основные параметры»         | <b>23</b>   | <b>9</b>         | <b>10</b>    | <b>4</b>            |   |
| 1.1 “Основные определения. Флуктуации плотности в классическом газе” | 5           | 2                | 2            | 1                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| 1.2 “Примеры подсчета числа доступных состояний. Энтропия”           | 5           | 2                | 2            | 1                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| 1.3 “Термодинамическое равновесие”                                   | 6           | 2                | 3            | 1                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| 1.4 “Основные интенсивные параметры термод. равновесия”              | 7           | 3                | 3            | 1                   | Защита самостоятельно решенных задач.<br>Контрольная работа |
| <b>Модуль 2</b><br>«Статистические распределения»                    | <b>18</b>   | <b>6</b>         | <b>8</b>     | <b>4</b>            |   |
| 2.1 “Каноническое и большое каноническое распределения”              | 6           | 2                | 3            | 1                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| 2.2 “Статистические распределения”                                   | 6           | 2                | 3            | 1                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| 2.3 “Теорема о равнораспределении энергии по степеням свободы”       | 6           | 2                | 2            | 2                   | Защита самостоятельно решенных задач.<br>Контрольная работа |
| <b>Модуль 3.</b><br>«Термодинамические системы»                      | <b>15</b>   | <b>3</b>         | <b>8</b>     | <b>4</b>            |   |
| 3.1 “Теплоемкость электронного газа”                                 | 7           | 1                | 4            | 2                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| 3.2 “Статистические характеристики одноатомного идеального газа”     | 8           | 2                | 4            | 2                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| <b>Модуль 4.</b><br>«Формализм термодинамики»                        | <b>16</b>   | <b>8</b>         | <b>4</b>     | <b>4</b>            |   |
| 4.1 “Математический аппарат термодинамики”                           | 6           | 2                | 2            | 2                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| 4.2 “Теория флуктуаций”  | 5           | 3                | 1            | 1                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| 4.3 “Фазовые переходы”   | 5           | 3                | 1            | 1                   | Защита самостоятельно решенных задач.                       |
| Экзамен  | 36          |                  |              |                     |   |
| <b>Итого</b>   | <b>108</b>  | <b>26</b>        | <b>30</b>    | <b>16</b>           |   |



### 3.1.2. СОДЕРЖАНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

- **Модуль 1.** «Тепловое равновесие. Основные параметры»:
  - Учебный элемент 1.1 «Основные определения. Флуктуации плотности в классическом газе»,
  - Учебный элемент 1.2 «Примеры подсчета числа доступных состояний. Энтропия»,
  - Учебный элемент 1.3 «Термодинамическое равновесие. 2-ой закон термодинамики. Необратимость, причинность»,
  - Учебный элемент 1.4 «Основные интенсивные параметры термодинамического равновесия. Первое начало термодинамики. Неравенство Клаузиуса.»
- **Модуль 2.** «Статистические распределения»:
  - Учебный элемент 2.1 «Каноническое и большое каноническое распределения»,
  - Учебный элемент 2.2 «Статистические распределения (Ферми-Дирака, Бозе-Эйнштейна, Максвелла, Больцмана)»,
  - Учебный элемент 2.3 «Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы»,
  - Учебный элемент 2.4 «Колебательная теплоемкость двухатомных молекул»,
  - Учебный элемент 2.5 «Вращательная теплоемкость двухатомных молекул. Общее поведение теплоемкости»,
- **Модуль 3.** «Термодинамические системы»:
  - Учебный элемент 3.1 «Теплоемкость электронного газа»,
  - Учебный элемент 3.2 «Теплоемкость твердого тела (фононного газа)»,
  - Учебный элемент 3.3 «Теплоемкость фотонного газа. Законы излучения абсолютно черного тела»,
  - Учебный элемент 3.4 «Статистические характеристики одноатомного идеального газа»
- **Модуль 4.** «Формализм термодинамики»:
  - Учебный элемент 4.1 «Математический аппарат термодинамики»
  - Учебный элемент 4.2 «Теория флуктуаций»
  - Учебный элемент 4.3 «Фазовые переходы»

## Учебно-методическое обеспечение лекций

### Модуль 1.

«Тепловое равновесие. Основные параметры»

#### **Учебный элемент 1.1 (Лекция 1)**

«Основные определения. Флуктуации плотности в классическом газе»

##### **Рассматриваемые вопросы:**

- Предмет и задачи статфизики, основные определения.
- Флуктуации плотности в классическом газе.
- Понятие физического “никогда”.

##### **Ключевые слова:**

Флуктуация, число доступных состояний, вероятность макросостояния.

#### **Учебный элемент 1.2 (Лекция 2)**

«Примеры подсчета числа доступных состояний. Энтропия»

##### **Рассматриваемые вопросы:**

- Доступные состояния в системе из  $N$  спинов.
- Число доступных состояний квантового газа невзаимодействующих частиц.

##### **Ключевые слова:**

Доступные микросостояния, пространство главных квантовых чисел, Энтропия.

#### **Учебный элемент 1.3 (Лекция 3,4)**

«Термодинамическое равновесие. 2-ой закон термодинамики. Необратимость, причинность.»

##### **Рассматриваемые вопросы:**

Понятие энтропии.

Распределение энергии между подсистемами, находящимися в тепловом контакте.

2-й закон термодинамики. Необратимость, причинность.

##### **Ключевые слова:**

Число доступных микросостояний, вероятность макросостояния, термодинамическое равновесие, причинность, необратимость, направление протекания процессов.

#### **Учебный элемент 1.4 (Лекция 4,5)**

«Основные интенсивные параметры термодинамического равновесия. Первое начало термодинамики. Неравенство Клаузиуса.»

##### **Рассматриваемые вопросы:**

Температура.

Химпотенциал.

Давление.

Первое начало термодинамики.

Основное термодинамическое неравенство.

##### **Ключевые слова:**

Энтропия объединенной системы, поведение энтропии при приближении к равновесию, тепловое равновесие, химическое равновесие, механическое равновесие, температура, химпотенциал, давление, направление потоков тепла, частиц, направление движения границы, химическая работа, механическая работа, равновесный процесс, неравновесный процесс.

## Модуль 2.

«Статистические распределения»

### *Учебный элемент 2.1 (Лекция 6)*

«Каноническое и большое каноническое распределения»

#### **Рассматриваемые вопросы:**

- Каноническое распределение Больцмана.
- Большое каноническое распределение Гиббса.

#### **Ключевые слова:**

Термостат, теплообмен, диффузный обмен, резервуар, вероятность состояния, распределение вероятности.

### *Учебный элемент 2.2 (Лекция 7,8)*

«Статистические распределения»

#### **Рассматриваемые вопросы:**

6. Распределение Ферми-Дирака.
7. Распределение Бозе-Эйнштейна.
8. Распределение Максвелла-Больцмана.
9. Классический предел квантовых статистик.

#### **Ключевые слова:**

Среднее число частиц в данном квантовом состоянии, среднее число частиц в интервале энергий, энергия Ферми, вероятность состояния, плотность вероятности, критерий вырождения, температура вырождения.

### *Учебный элемент 2.3 (Лекция 9)*

«Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы»

### *Учебный элемент 2.4 (Семинар)*

“Колебательная теплоемкость двухатомных газов.”

### *Учебный элемент 2.5 (Семинар)*

“Вращательная теплоемкость двухатомных газов. Общее поведение теплоемкости.”

## Модуль 3.

«Термодинамические системы»

### *Учебный элемент 3.1 (Лекция 9,10)*

«Теплоемкость электронного газа»

#### **Рассматриваемые вопросы:**

- Качественное рассмотрение.
- Количественное рассмотрение.

#### **Ключевые слова:**

Число частиц в интервале энергий, интеграл по спектру, плотность орбиталей, энергия Ферми, уровень Ферми, абсолютно вырожденный газ.

### **Учебный элемент 3.2 (Семинар)**

«Теплоемкость твердого тела (фононного газа)»

### **Учебный элемент 3.3 (Семинар)**

«Теплоемкость фотонного газа. Законы излучения абсолютно черного тела.»

### **Учебный элемент 3.4 (Лекция 16,17)**

«Статистические характеристики одноатомного идеального газа»

#### **Рассматриваемые вопросы:**

1. Непосредственное определение макропараметров
2. Определение параметров через статсумму.

#### **Ключевые слова:**

Интеграл по спектру, число состояний в интервале энергий, число частиц в интервале энергий.

## **Модуль 4.**

«Формализм термодинамики»

### **Учебный элемент 4.1 (Лекция 11,12)**

«Математический аппарат термодинамики»

#### **Рассматриваемые вопросы:**

Термодинамические потенциалы.  
Характеристические функции. Характеристические тройки параметров.  
Соотношения Максвелла.  
Общие условия термодинамического равновесия.  
Связь статистического и термодинамического способов описания мира.  
Связь  $C_p$  и  $C_v$  для произвольной термодинамической системы.  
Калорическое уравнение.

#### **Ключевые слова:**

Свободная энергия, энтальпия, термодинамический потенциал Гиббса, характеристические переменные, вид термодинамического неравенства в различных переменных, “замкнутая система”, статсумма, уравнение Майера.

### **Учебный элемент 4.2 (Лекция 13, 14, 15)**

«Теория флуктуаций»

#### **Рассматриваемые вопросы:**

Распределение Гаусса.  
Флуктуации основных термодинамических величин  $S, p, T, V$ .  
Флуктуации энергии, числа частиц и др. (неосновных)  
Отличия и сходство флуктуаций интенсивных и экстенсивных параметров.  
Явления, обусловленные флуктуациями. Молекулярное рассеяние света.

#### **Ключевые слова:**

Флуктуации, критическая опалесценция, формула Найквиста, голубой цвет неба.

### **Учебный элемент 4.3 (Лекция 15, 16)**

«Фазовые переходы»

### **Рассматриваемые вопросы:**

Условия сосуществования фаз. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса.  
Фазовые переходы 1 и 2-го рода.  
Уравнение Эренфеста.  
Классификация фазовых переходов.

### **Ключевые слова:**

Фаза, фазовый переход, фазовая диаграмма, скрытая теплота перехода, кривая сосуществования, кривая фазовых переходов, метастабильные состояния.

### **3.1.3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина «*Статистическая физика*» изучается в течение одного семестра. Основными видами учебной деятельности при изучении данной дисциплины являются: лекции, лабораторные работы, самостоятельная работа студента.

Лекции являются одним из основных видов учебной деятельности в вузе, на которых преподавателем излагается содержание теоретического курса дисциплины. Рекомендуется конспектировать материал лекций.

На лабораторных работах студенты обсуждают качественные задачи, решают расчетные задачи под руководством преподавателя. Посещение студентами лекционных и лабораторных занятий является обязательным.

Внеаудиторная самостоятельная работа студента направлена на самостоятельное изучение рекомендованной литературы, подготовку к выполнению лабораторных работ, решение задач для самостоятельной работы, содержащихся в документе *Задачи для самостоятельного решения*.

Список основной и дополнительной литературы, рекомендованной для самостоятельного изучения по дисциплине, приведен в *Карте литературного обеспечения дисциплины*.

Образовательный процесс по дисциплине организован в соответствии с модульно-рейтинговой системой подготовки студентов, принятой в университете<sup>1</sup>. Модульно-рейтинговая системой (МРС) – система организации процесса освоения дисциплин, основанная на модульном построении учебного процесса. При этом осуществляется структурирование содержания каждой учебной дисциплины на дисциплинарные модули (разделы) и проводится регулярная оценка знаний и умений студентов с помощью контроля результатов обучения по каждому дисциплинарному модулю (разделу) и дисциплине в целом.

Результаты всех видов учебной деятельности студентов оцениваются рейтинговыми баллами. Формы текущей работы и рейтинг-контроля в каждом дисциплинарном модуле (разделе), количество баллов как по дисциплине в целом, так и по отдельным формам работы и рейтинг-контроля указаны в *Технологической карте рейтинга дисциплины*. В каждом модуле (разделе) определено минимальное и максимальное количество баллов. Сумма максимальных баллов по всем модулям (разделам) равняется 100%-ному усвоению материала. Минимальное количество баллов в каждом модуле (разделе) является обязательным и не может быть заменено набором баллов в других модулях (разделах), за исключением ситуации, когда минимальное количество баллов по модулю (разделу) определено как нулевое. В этом случае модуль (раздел) является необязательным для изучения и общее количество баллов может быть набрано за счет других модулей (разделов). Дисциплинарный модуль (раздел) считается

изученным, если студент набрал количество баллов в рамках установленного диапазона. Для получения оценки «зачтено» необходимо набрать не менее 60 баллов, предусмотренных по дисциплине (при условии набора всех обязательных минимальных баллов по каждому дисциплинарному модулю (разделу)).

Рейтинг по дисциплине – это интегральная оценка результатов всех видов учебной деятельности студента по дисциплине, включающей:

- рейтинг-контроль текущей работы;
- промежуточный рейтинг-контроль;
- итоговый рейтинг-контроль.

Рейтинг-контроль текущей работы выполняется в ходе аудиторных занятий по текущему базовому модулю (разделу) в следующих формах: защита решений задач, написание рефератов, выступление с докладами по темам, изучаемым самостоятельно.

Промежуточный рейтинг-контроль – это проверка полноты знаний по освоенному материалу текущего базового модуля (раздела). Он проводится в конце изучения каждого базового модуля (раздела) в форме контрольных заданий без прерывания учебного процесса по другим дисциплинам.

Итоговый рейтинг-контроль является промежуточной аттестацией по дисциплине, которая проводится в рамках итогового модуля (раздела) в форме зачета в конце семестра до начала сессии. Для подготовки к зачету используйте *Вопросы к зачету*. Зачет может проводиться в виде теста.

---

<sup>1</sup> Далее приведены выдержки и Стандарта модульно-рейтинговой системы подготовки студентов в КГПУ им. В.П. Астафьева (утвержден Ученым советом университета 28.06.2006 г., протокол № 6).

Преподаватель имеет право по своему усмотрению добавлять студенту определенное количество баллов (но не более 5 % от общего количества), в каждом дисциплинарном модуле (разделе):

- за активность на занятиях;
- за выступление с докладом на научной конференции;
- за научную публикацию;
- за иные учебные или научные достижения.

Студент, не набравший минимального количества баллов по текущей и промежуточной аттестациям в пределах первого базового модуля (раздела), допускается к изучению следующего базового модуля (раздела). Ему предоставляется возможность добора баллов в течение двух последующих недель (следующих за промежуточным рейтинг-контролем) на ликвидацию задолженностей.

Студентам, которые не смогли набрать промежуточный рейтинг или рейтинг по дисциплине в общеустановленные сроки по болезни или по другим уважительным причинам (документально подтвержденным соответствующим учреждением), декан факультета устанавливает индивидуальные сроки сдачи.

Если после этого срока задолженность по неуважительным причинам сохраняется, то назначается комиссия по приему академических задолженностей с обязательным участием заведующего кафедрой и декана (его заместителя). По решению комиссии неуспевающие

студенты по представлению декана отчисляются приказом ректора из университета за невыполнение учебного графика.

В особых случаях декан имеет право установить другие сроки ликвидации студентами академических задолженностей.

Неявка студента на итоговый или промежуточный рейтинг-контроль отмечается в рейтинг-листе записью «не явился». Если неявка произошла по уважительной причине (подтверждена документально), деканат имеет право разрешить прохождение рейтинг-контроля в другие сроки. При неуважительной причине неявки в статистических данных деканата проставляется «0» баллов, и студент считается задолжником по данной дисциплине.

Программа устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям студента и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности. Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, и студентов, участвующих в процессе изучения дисциплины.

### **Виды самостоятельной работы и их объем**

Учебным планом дисциплины на самостоятельную работу студенту отведено 16 часов. В самостоятельную входят следующие виды работ:

- Решение индивидуальных задач.
- Знакомство с историей открытия изучаемых физических явлений.

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ.** Из полного списка задач (см. приложение) преподавателем формируются варианты для самостоятельного решения (уровень задач определяется по уровню подготовки студентов). Решенные задачи студенты защищают в произвольной форме преподавателю. Необходимо выполнить минимум по количеству задач, как компонент для получения зачета по дисциплине. Задачи для аудиторного решения должны отражать важнейшую суть изучаемых явлений и законов.

**ЗНАКОМСТВО С ИСТОРИЕЙ ОТКРЫТИЯ ИЗУЧАЕМЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ.** Эта часть самостоятельной деятельности представляет собой плотную работу с литературой по поиску исторических фактов о научном поиске как отдельных ученых, так и исследовательских групп.

### **Примерные тестовые задания для текущего контроля усвоения знаний.**

В конце первых двух крупных модулей рекомендуется проводить контрольное занятие (контрольные). Контрольные вопросы отражают степень усвоения основных понятий и явлений, изученные в данном модуле и способность студентов применить эти знания при практическом решении задач.

### **Рекомендации для студентов по работе с РПД**

Студенты должны иметь свободный доступ к материалам комплекса в электронном или печатном варианте (электронный предпочтительней). Следует обратить особое внимание студентов на следующие разделы комплекса:

- Задачи для самостоятельного решения
- Списки рекомендованной литературы
- Содержание лекционного курса.

Несмотря на обязательное знакомство с правилами безопасности на первом аудиторном занятии, каждый студент должен иметь их копию в тетради по отчету за выполненные работы.

То же касается списка задач для самостоятельного и аудиторного решения. Этот список доступен как в электронном виде (в составе этого РПД), так и в виде печатного издания (более полного).

Следует обратить внимание студентов на необходимость регулярной работы с литературой из рекомендованного списка. Проработка лекций на основе рекомендованных изданий должна быть обязательной – это является залогом успеха в освоении материала, который лишь вскользь затрагивается на лекциях.

Доступ студентов к плану лекций так же крайне желательным, поскольку позволяет наиболее способным из них с опережением знакомиться с изучаемым материалом. В этом случае эффективность лекционных занятий повышается, а это способствует более быстрому и глубокому усвоению даже относительно сложного материала.

### **Управление самостоятельной работой.**

В этом разделе кратко представлен материал, который может быть вынесен на самостоятельное изучение студентами с обязательным и регулярным контролем со стороны преподавателя. Важно отметить, что на выходном модуле (экзамен) данные темы представлены равноправно с тематикой аудиторных занятий, и требования по глубине усвоения данных тем должны быть не ниже, чем к вопросам, рассматриваемым подробно на лекциях. К каждому модулю прилагается список задач для самостоятельного решения, которые защищаются студентами на консультациях. Отчет по самостоятельной работе студенты обязаны предоставлять после изучения каждого модуля дисциплины.

Итак, здесь освещены темы, которые могут быть изучены в следующих видах деятельности:

- Самостоятельное изучение с последующим отчетом в виде ответов на контрольные вопросы преподавателя.
- Реферат, с последующим выступлением на лабораторно-практическом занятии.
- Преподаватель дает творческие задания, в перспективе перерастающие в курсовые и/или дипломные работы.
- Прочие виды самостоятельной деятельности студентов.

### **Модуль 1.**

«Тепловое равновесие. Основные параметры»

#### **Вопросы для самостоятельного изучения:**

1. Элементы теории вероятностей. Биноминальное распределение.
2. Различные формулировки 2-го закона термодинамики.
3. Понятие необратимости, причинности.

### **Модуль 2.**

«Статистические распределения»

#### **Вопросы для самостоятельного изучения:**

4. Распределение Ферми-Дирака, Бозе-Эйнштейна. Распределение Больцмана. Барометрическая формула.
5. Теорема о равномерном распределении энергии



### **Модуль 3.**

«Термодинамические системы»

#### **Вопросы для самостоятельного изучения:**

6. Электронный газ.
7. Законы излучения абсолютно черного тела.
8. Идеальный газ.

### **Модуль 4.**

«Формализм термодинамики»

#### **Вопросы для самостоятельного изучения:**

9. Уравнения состояний, связь  $C_p$  и  $C_v$  для произвольных систем.
10. Примеры явлений, обусловленных термодинамическими флуктуациями.
11. Реальные газы. Модель Ван-дер-Ваальса.

## Экзаменационные задания

В каждом экзаменационном билете содержится теоретический вопрос по одному из модулей и несколько практических заданий (задачи расчетные или качественные). В программе экзамена представлены все учебные элементы модулей. На подготовку отводится 1 час. Разрешается свободно пользоваться литературой. Выполненные (частично выполненные) задания студент защищает в устном ответе преподавателю. Беседа с каждым студентом длится не более 15 минут.

При такой форме экзаменационного испытания студент не полагается на случай, а вынужден при подготовке к экзамену в равной степени уделить внимание всем модулям дисциплины. Итоговая оценка определяется по рейтинговой системе, в которой учтены все виды деятельности студента на протяжении семестра, в том числе качество прохождения промежуточного контроля по модулям. Итоговую оценку можно повысить, отчитавшись по дополнительным заданиям.

### Рекомендации для студентов по МРС

Каждый студент должен быть ознакомлен со структурой модулей дисциплины и правилами начислений баллов за разные виды учебной деятельности.

Обязательными для ознакомления являются:

Технологическая карта дисциплины

Приложения к журналу рейтинга

### СООТВЕТСТВИЕ РЕЙТИНГОВЫХ БАЛЛОВ И АКАДЕМИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ

| <i>Общее количество набранных баллов</i> | <i>Академическая оценка</i>  |
|--|------------------------------|
| <b>60 – 72</b>                           | <b>3 (удовлетворительно)</b> |
| <b>73 – 86</b>                           | <b>4 (хорошо)</b>            |
| <b>87 – 100</b>                          | <b>5 (отлично)</b>           |

Любые другие виды учебной деятельности (в т.ч. творческие), не упомянутые в технологической карте, но способствующие усвоению материала приветствуются и соответственно оцениваются. Например: изготовление самодельных приборов и установок, разработка оригинальных задач, решение экспериментальных задач, научная деятельность...

### Входной и выходной контроль.

Для обеспечения контроля за качеством учебного процесса проводятся контрольные письменные срезы в начале и в конце обучения. Задания состоят из качественных вопросов и количественных задач разного уровня сложности. Тексты задач содержатся в сборнике, специально изданным для этой учебной дисциплины.

Продолжительность среза 2 академических часа (1 лента). Форма представления результатов свободная.

Не рекомендуется в ходе изучения дисциплины рассматривать задания этого блока на практических или лекционных занятиях. Разбор решений данной контрольной следует произвести сразу после выходного контролирующего занятия, отметив при этом, что часть материала войдет в состав экзаменационных вопросов.

### 3.2.1. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА РЕЙТИНГА ДИСЦИПЛИНЫ

|   |   |   |                                     |
|---|---|---|-------------------------------------|
| Наименование дисциплины/курса   | Уровень/ступень образования (бакалавриат, магистратура) | Статус дисциплины в рабочем учебном плане (А, В, С) | Количество зачетных единиц/кредитов |
| <u>Статистические закономерности в физике</u>   | Бакалавр  | А   | 3 кредита (ЗЕТ)                     |
| Смежные дисциплины по учебному плану  |   |   |                                     |
| Предшествующие: Математика, Информатика, Теория вероятностей, Механика, Оптика, Электродинамика |   |   |                                     |
| Последующие: Квантовая физика, Физика твердого тела   |   |   |                                     |

| МОДУЛЬ № 1                     |   |                   |            |
|--------------------------------|---|-------------------|------------|
|                                | Форма работы                              | Количество баллов |            |
|                                |   | min               | max        |
| Текущая работа                 | Посещаемость занятий (1 занятие – 1 балл) | <b>0</b>          | <b>6</b>   |
|                                | Решение задач, 1 задача – 1 балл          | <b>0</b>          | <b>5</b>   |
|                                | Реферат                                   | <b>5</b>          | <b>10</b>  |
|                                | Активность                                | <b>10</b>         | <b>14</b>  |
|                                | Решения задач для самостоятельной работы  | <b>15</b>         | <b>20</b>  |
|                                | Защита лабораторных работ                 | <b>20</b>         | <b>25</b>  |
| Промежуточный рейтинг-контроль | Контрольная работа                        | <b>10</b>         | <b>20</b>  |
| <b>Итого</b>                   |   | <b>60</b>         | <b>100</b> |

| МОДУЛЬ № 2                     |   |                   |            |
|--------------------------------|---|-------------------|------------|
|                                | Форма работы                              | Количество баллов |            |
|                                |   | min               | max        |
| Текущая работа                 | Посещаемость занятий (1 занятие – 1 балл) | <b>0</b>          | <b>6</b>   |
|                                | Решение задач, 1 задача – 1 балл          | <b>0</b>          | <b>5</b>   |
|                                | Реферат                                   | <b>5</b>          | <b>10</b>  |
|                                | Активность                                | <b>10</b>         | <b>14</b>  |
|                                | Решения задач для самостоятельной работы  | <b>15</b>         | <b>20</b>  |
|                                | Защита лабораторных работ                 | <b>20</b>         | <b>25</b>  |
| Промежуточный рейтинг-контроль | Контрольная работа                        | <b>10</b>         | <b>20</b>  |
| <b>Итого</b>                   |   | <b>60</b>         | <b>100</b> |

**МОДУЛЬ № 3**

|                                | Форма работы                              | Количество баллов |            |
|--------------------------------|---|-------------------|------------|
|                                |   | Min               | max        |
| Текущая работа                 | Посещаемость занятий (1 занятие – 1 балл) | <b>0</b>          | <b>6</b>   |
|                                | Решение задач, 1 задача – 1 балл          | <b>0</b>          | <b>5</b>   |
|                                | Реферат                                   | <b>5</b>          | <b>10</b>  |
|                                | Активность                                | <b>10</b>         | <b>14</b>  |
|                                | Решения задач для самостоятельной работы  | <b>15</b>         | <b>20</b>  |
|                                | Защита лабораторных работ                 | <b>20</b>         | <b>25</b>  |
| Промежуточный рейтинг-контроль | Контрольная работа                        | <b>10</b>         | <b>20</b>  |
| <b>Итого</b>                   |   | <b>60</b>         | <b>100</b> |

**МОДУЛЬ № 4**

|                                | Форма работы                             | Количество баллов |            |
|--------------------------------|--|-------------------|------------|
|                                |  | min               | max        |
| Текущая работа                 | Посещаемость (1 занятие – 1 балл)        | <b>0</b>          | <b>4</b>   |
|                                | Решение задач, 1 задача – 1 балл         | <b>5</b>          | <b>12</b>  |
|                                | Реферат                                  | <b>10</b>         | <b>20</b>  |
|                                | Активность                               | <b>15</b>         | <b>20</b>  |
|                                | Решения задач для самостоятельной работы | <b>20</b>         | <b>24</b>  |
| Промежуточный рейтинг-контроль | Контрольная работа                       | <b>10</b>         | <b>20</b>  |
| <b>Итого</b>                   |  | <b>60</b>         | <b>100</b> |

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева»**

Институт математики, физики и информатики

Кафедра-разработчик физики и методики обучения физике

**УТВЕРЖДЕНО**

на заседании кафедры  
Протокол № 7 от «20» мая 2018 г.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
Тесленко В.И.

**ОДОБРЕНО**

на заседании научно-методического  
совета института математики, физики и  
информатики  
Протокол № 8 от «23» мая 2018 г.  
Председатель НМС \_\_\_\_\_  
Бортновский С.В.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по  
дисциплине

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ В ФИЗИКЕ**

Направление подготовки  
*44.03.01 Педагогическое образование*

Направленность (профиль) образовательной программы  
Физика

квалификация (степень) выпускника:  
*бакалавр*

Составитель: Орлова Ирина Николаевна, доцент кафедры физики и методики обучения физике

## **1. Назначение фонда оценочных средств**

**1.1. Целью** создания ФОС дисциплины Статистические закономерности в физике является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

**1.2. ФОС по дисциплине решает задачи:**

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по соответствующему направлению подготовки (специальности);

- управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины определением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий;

- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

- совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

**1.3. ФОС разработан на основании нормативных документов:**

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки *44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата)*;

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

## **2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины**

**2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины:**

ОК-3 – способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;

ПК-11 – готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

## **3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации**

**3.1.** Фонды оценочных средств включают: *Вопросы к Экзамену.*

**3.2.** Критерии оценивания

## **4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости**

**4.1.** Фонды оценочных средств включают: *Перечень вопросов для самостоятельной работы, Задачи для самостоятельного решения* (в соответствии с Технологической картой рейтинга дисциплины Рабочей программы дисциплины).

## Задачи для индивидуального самостоятельного решения

1. ([19], 5.40) Случайная величина  $X$  распределена по 'закону прямоугольного треугольника' в интервале  $(0, a)$  (рис. 16.1).

- Написать аналитическое выражение для плотности распределения  $f(x)$ .
- Найти вероятность попадания случайной величины  $X$  на участок от  $a/2$  до  $a$ .
- Найти мат. ожидание, дисперсию, среднеквадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

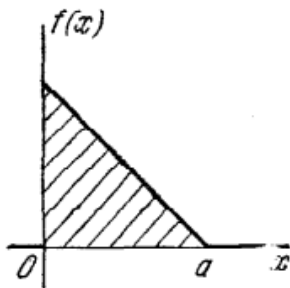


Рис. 16.1: К 1.

- Найти коэффициент  $a$ ;
- найти функцию распределения  $F(x)$ ;
- найти вероятность попадания величины  $X$  на участок  $(-1, +1)$ ;
- существуют ли для случайной величины  $X$  числовые характеристики: математическое ожидание и дисперсия?

5. ([19], 5.44) Случайная величина  $X$  подчинена показательному закону распределения с параметром  $\mu$ :

$$f(x) = \begin{cases} \mu e^{-\mu x}, & x > 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (16.1)$$

- Построить кривую распределения;
- найти функцию распределения  $F(x)$ ;
- найти вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение меньше, чем ее математическое ожидание. Ответ: а) См.рис. 5.44.

6. ([19], 5.45) Случайная величина  $X$  подчинена закону Лапласа:  $f(x) = a e^{-\lambda|x|}$ .

- Найти коэффициент  $a$ ;
- построить графики плотности распределения и функции распределения;
- найти  $m(x)$  и  $D(x)$ .

8. ([19], 5.51) Кривая распределения случайной величины  $X$  представляет собой полуэллипс с полуосями  $a$  и  $b$  (рис. 5.51a) Величина  $a$  известна. Требуется определить величину  $b$ , найти  $m_x$ ,  $D_x$ , найти и построить функцию распределения  $F(x)$ .

9. ([19], 5.54) Случайная величина  $X$  подчинена нормальному закону с математическим ожиданием  $m_x = 0$ . Вероятность попадания этой случайной величины на участок от  $-a$  до  $a$  равна 0,5. Найти  $\sigma(x)$  и написать выражение нормального закона.

10. ([19], 5.56) Случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону с математическим ожиданием  $m$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma$ . Определить абсциссы  $x_1$ ,  $x_2$  и ординату  $y$  точек перегиба кривой распределения  $y = f(x)$  (рис. 5.56).

11. ([16], 2.38) На дно круглой чашки с плоским дном равномерно в один слой насыпали пшена. Радиус дна чашки  $R$ . Определить вероятность  $dp(r)$  обнаружить зернышко пшена

7. ([19], 5.46) Случайная величина  $R$  - расстояние от точки попадания до центра мишени - распределена по закону Релея:  $f(r) = Ae^{-h^2 r^2}$ ,  $r > 0$  (см. рис. 16.2).

- а) Найти коэффициент  $A$ ;
- б) найти моду  $M$  случайной величины  $R$ , т.е. точку максимума ее плотности распределения;
- в) найти  $m_r$  и  $D_r$ ;
- г) найти  $f(r)$  вероятность того, что в результате выстрела расстояние от точки попадания до центра мишени окажется меньше, чем мода.

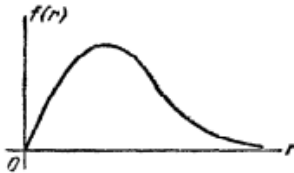


Рис. 16.2: К 7.

внутри кольца с радиусами  $r$  и  $r + dr$ . Чему равны среднее  $\langle r \rangle$  и среднеквадратичное  $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$  расстояния от зернышка пшена до центра дна чашки?

12. ([16], 2.39) Внутри сферы радиуса  $R$  случайным образом, в среднем равномерно по объему, распределено большое число пылинок. Определить вероятность  $dp(r)$  обнаружения пылинки на расстоянии от  $r$  до  $r + dr$  от центра сферы. Чему равны среднее  $\langle r \rangle$  и среднеквадратичное  $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$  расстояния от пылинки до центра сферы? Внутри сферы какого радиуса  $R_{1/2}$  находится в среднем половина пылинок?

13. ([16], 2.40) В сосуде находится  $N$  молекул. Найти вероятность  $w$  того, что в процессе хаотического движения все молекулы газа соберутся в одной половине сосуда. Вычислить  $w$  для  $N=2, 10, N_A=6 \cdot 10^{23}$ .

14. ([16], 2.41)  $N$  молекул хаотически движутся по сосуду объема  $V$ . 'Хаотически' означает, что каждая молекула может с равной вероятностью оказаться в заданной окрестности любой точки внутри объема  $V$ . Пронумеруем молекулы и выделим внутри сосуда объем  $v < V$ . Определить вероятность того, что:

- а) одна молекула с определенным номером окажется внутри  $v$ ;
  - б)  $n$  молекул с определенными номерами окажутся внутри  $v$ ;
  - в)  $n$  молекул с определенными номерами окажутся внутри  $v$ , а остальные  $N-n$  молекул будут находиться вне  $v$ ;
  - г)  $n$  молекул с произвольными номерами окажутся внутри  $v$ , а остальные - вне объема  $v$ .
- Проверить, что сумма вероятностей для всевозможных  $n$  от 0 до  $N$  равна единице. Вычислить среднее число молекул ( $\bar{n}$ ) в объеме  $v$ .

15. ([16], 2.42) Вычислить среднеквадратичную и относительную флуктуации числа молекул в объеме  $v$  (см. задачу 2.41). Для вычисления (л.2) вычислить предварительно  $\langle n(n-1) \rangle$ . Сделать оценку для  $v=1$  см<sup>3</sup> воздуха ( $N_A$ ) при условиях, близких к нормальным.

16. ([16], 2.43) Используя ответ к задаче 2.41, вычислить вероятность  $w$  того, что в половине (по объему) сосуда с газом окажется точно половина  $N/2$  молекул. Для расчета использовать формулу Стирлинга  $n! \approx \sqrt{2\pi n} \exp(-n + n \ln n)$ ,  $n > 1$ . Сравнить  $w$  с флуктуацией числа молекул (см. задачу 2.42). Какой вывод можно сделать из результата этого сравнения?

17. ([16], 2.44) Частица совершает гармоническое колебание вдоль оси  $x$ , при этом ее координата  $x = a \cos \omega t$ . Определить вероятность  $dp(x)$  обнаружить частицу при случайном наблюдении внутри отрезка  $(x, x + dx)$ . Вычислить средние  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$  и среднеквадратичную



флуктуацию координаты осциллятора.

18. ([16], 2.45) Для расчета погрешности снятия показаний со стрелочного прибора полагают, что стрелка такого прибора может с равной вероятностью остановиться в любом месте между двумя соседними делениями шкалы. Пусть соседним делениям шкалы соответствуют значения  $x$  и  $x+a$ , где  $a$  - цена деления. Написать распределение вероятностей  $dw(x)$  ( $x \leq x \leq x+a$ ), определить  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$ ,  $\Delta x$ .

19. ([16], 2.46) Распределение вероятностей для некоторой случайной переменной  $x$  имеет вид  $dp(x) \sim \exp(-\lambda x)dx$ ,  $\lambda > 0$ ,  $0 \leq x < \infty$ . Отнормировать распределение. Найти средние  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$ , среднеквадратичную и относительную флуктуации.

20. ([16], 2.47) Распределение вероятностей для некоторой случайной переменной  $a$  имеет вид  $dw(a) = da \sin a$  при  $0 \leq a \leq \pi$  и  $dw(a) = 0$  при  $a < 0$  и  $a > \pi$ . Вычислить  $\langle a \rangle$ ,  $\langle a^2 \rangle$ ,  $\Delta a$  и нарисовать график зависимости  $f(a) = \sin a$  от  $a$ .

21. ([16], 2.48) Случайная фаза  $\varphi$  равномерно распределена в интервале  $[-\pi, \pi]$ . Чему равны  $\langle \sin \varphi \rangle$ ,  $\langle \cos \varphi \rangle$ ,  $\langle \sin^2 \varphi \rangle$ ,  $\langle \cos^2 \varphi \rangle$ ?

22. ([4], 2.1) Распределение вероятностей некоторой величины  $x$  описывается формулой  $f(x) \sim \sqrt{x}$  в интервале  $(0, a)$ . Вне этого интервала  $f(x) = 0$  (рис.16.3). Найти:

- наиболее вероятное и среднее значения величины  $x$ ;
- вероятность нахождения  $x$  в интервале  $(0, a/2)$ .

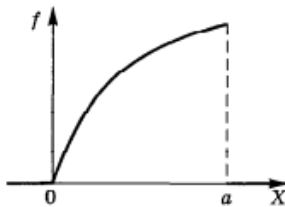


Рис. 16.3: К рис. 22.

23. ([?], 2.76) На рис. 2.9 приведены графики четырех различных функций распределения вероятностей значений некоторой величины  $x$ . Для каждого из графиков найти константу  $A$ , при которой функция оказывается нормированной. Затем вычислить средние значения  $\langle x \rangle$  и  $\langle x^2 \rangle$ . Для случая  $a$  вычислить также  $\Delta x$ .

24. ([?], 2.77) Функция распределения вероятностей величины  $x$  имеет вид  $f(x) = Ae^{-ax}$  при  $x \geq 0$  и  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ . Написать приближенное выражение для вероятности  $P$  того, что значение  $x$  окажется в пределах от  $7,9999$  до  $8,0001$ .

25. ([?], 2.78) Гармонический осциллятор совершает колебания с амплитудой  $a$ . Масса осциллятора равна  $m$ , собственная частота  $\omega$ . Найти: а) функцию  $f(x) = dP/dx$  распределения вероятностей значений координаты  $x$  осциллятора, б) среднее значение координаты  $\langle x \rangle$ , в) среднее значение модуля координаты  $\langle |x| \rangle$ , г) среднее значение квадрата координаты  $\langle x^2 \rangle$ , д) среднее значение потенциальной энергии осциллятора  $\langle U \rangle$ .

## 16.2 Подсчет числа доступных состояний.

26. Все значения величины  $x$  в интервале от  $a$  до  $b$  равновероятны. Записать выражение для плотности вероятности и найти  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$ ,  $\Delta x = \sqrt{D(x)}$ ,  $D(x)$  - дисперсия  $x$ .

27. Материальная точка совершает колебания по закону  $x = a \cos \omega t$ . Найти вероятность ее обнаружения на отрезке от  $x$  до  $x + dx$ .

28. Что называется статистическим весом макросостояния?

**29.** Состояния свободной частицы в ящике - стационарные состояния (стоячие волны - решение уравнения Шредингера). Почему же тогда частицы не живут бесконечно долго в этих состояниях, а имеют возможность блуждать по этим состояниям?

**30.** Оцените число допустимых состояний  $1\text{см}^3$  водорода при нормальных условиях в интервале энергий частицы  $\Delta\varepsilon = 2 * 10^{-6}\text{эВ}$  в окрестности  $\bar{\varepsilon}$ .

**31.** Напишите выражение для вероятности того, что полная энергия идеального газа из  $N$  частиц, находящегося в контакте с термостатом при температуре  $T$ , окажется в интервале от  $E$  до  $E + \Delta E$ .

**32.** Показать, что наиболее вероятным является состояние газа с равномерным распределением частиц по двум половинам объема.

**33.** Чему равно наиболее вероятное значение полного  $S_2$  в системе из  $N$  невзаимодействующих спинов  $1/2$ ?

**34.** Рассчитайте число допустимых состояний системы из  $N$  спинов  $\frac{1}{2}$  при данном значении полной энергии  $E$ . Что можно сказать об энтропии системы при данном значении  $E$ ? Нарисуйте примерный график. Сделайте вывод о возможности отрицательных температур в такой системе.

## 16.3 Необратимость.

**35.** Обратимым или необратимым является процесс падения капли дождя в безветренную погоду при нормальных условиях? молекулы воды? Оцените время, которое потребуется, чтобы наблюдать обратный процесс для обоих тел.

## 16.4 Энтропия.

**36.** Назовите каналы увеличения энтропии в системе. Приведите аргументы в пользу каждого.

**37.** Тепловая энергия, получаемая газом в тепловой машине от нагревателя, это кинетическая энергия молекул. Допустим, что, совершая работу, тепловой двигатель раскручивает маховик. Так что результатом действия тепловой машины также является кинетическая энергия. В чем главное отличие указанных выше кинетических энергий?

**38.** Определите увеличение энтропии 200 г льда, растаявшего при  $0\text{°C}$ .

**39.** Сосуд объемом  $2V$  разделен перегородкой пополам. В одной половине 1 моль идеального газа, а в другой - вакуум. Перегородку резко убрали, позволив газу расшириться. Найдите изменение энтропии газа после установления теплового равновесия. Сосуд теплоизолирован.

**40.** Один моль идеального одноатомного газа изотермически расширился от объема  $V_1$  до объема  $V_2$  при температуре  $T$ . Увеличилась или уменьшилась энтропия газа при этом? На сколько?

**41.** При адиабатическом расширении газа его температура уменьшается, значит динамический беспорядок уменьшается. Как же это можно связать с утверждением о том, что энтропия в адиабатическом процессе не изменяется?

**42.** Если энтропия является мерой беспорядка, то почему она возрастает при изотермическом расширении газа? Ведь при этом температура остается постоянной и динамический беспорядок не растет.

**43.** Одной из характеристик термодинамического состояния является число способов, которыми может быть осуществлено данное состояние. Разным состояниям отвечают разные числа способов. Какая характеристика состояния является показателем беспорядка?

**44.** Почему состояние, обладающее большим беспорядком, наиболее вероятно?

**45.** Как на языке вероятностей можно переформулировать утверждение: 'Любая замкнутая термодинамическая система самопроизвольно переходит из состояния с меньшей энтропией в состояние с большей энтропией?'. Как вероятность состояния связана с энтропией состояния?

**46.** Один из методов получения сверхнизких температур заключается в следующем. Парамагнитное вещество (спины не взаимодействуют) охлаждается в магнитном поле до возможно низкой температуры. Затем обеспечивают достаточно хорошую теплоизоляцию и выключают магнитное поле. При этом температура понижается. Таким способом были достигнуты температуры  $10^{-4}$ К. Объясните принцип данного способа охлаждения, ответив на вопросы:

1. Как распределены частицы по уровням при некоторой температуре? Какой знак имеет полная магнитная энергия? Качественно изобразите график зависимости полной энергии  $E$  от температуры  $T$ .
2. Что происходит с уровнями энергии спина при уменьшении магнитного поля? Как должны вести себя спины, чтобы обеспечить постоянство полной энергии? Почему это соответствует понижению температуры? Найдите число частиц на нижнем уровне как функцию расстояния между уровнями при постоянных  $E$  и  $N$ .
3. Как ведет себя график  $E(T)$  при уменьшении магнитного поля по отношению к уровню полной энергии? Убедитесь в том, что это соответствует понижению температуры.
4. Найдите полную энергию системы как функцию  $B, T, N$ . Соответствует ли полученная зависимость качественному графику? Покажите, что  $T|_{B \rightarrow 0} = -N \frac{(\mu B)^2}{kE} \rightarrow 0$

**47.** Рассмотрим сосуд с газом, разделенный пополам перегородкой. В одной половине газ, в другой - вакуум. Перегородку выдернули, предоставив газу распространяться по всему объему. Очевидно, что в первые мгновения после удаления перегородки вероятность того, что все молекулы будут находиться в одной половине сосуда близка к единице. С другой стороны, расчет вероятности такого состояния дает  $P = 2^{-N}$ , где  $N$  - число молекул в сосуде. Оказывается, что система находится в маловероятном состоянии с гораздо большей вероятностью. Объясните это противоречие.

**48.** Можно ли перевести систему из более вероятного в менее вероятное состояние? Если нельзя, то почему? Если можно, то каким способом?

**49.** Как выражается через разность энтропий двух состояний отношение вероятностей пребывания в этих состояниях при тепловом равновесии?

**50.** Какую работу надо совершить над системой, чтобы при температуре 300 К перевести ее в  $e^{1000}$  раз менее вероятное состояние?

**51.** Частица со спином  $1/2$  и магнитным моментом  $\mu$  находится в магнитном поле индукции  $B$ . В каком отношении находятся времена пребывания частицы с магнитным моментом направленным по и против направления магнитной индукции?

**52.** Поясните в терминах вероятных и невероятных состояний отличие обратимых от необратимых процессов.

**53.** За счет чего тепловой двигатель совершает работу? На примере теплового двигателя, в котором в качестве рабочего тела используется газ, разъясните, почему нельзя обойтись без холодного теплового резервуара.

## 16.5 Температура.

**54.** Предположим, что  $\Omega = CU^N$ .

1. Покажите, что  $U = N\tau$ .

2. Покажите, что  $\left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial U^2}\right)_N < 0$ . Используя это соотношение, убедитесь, что  $\left(\frac{\partial \tau}{\partial U}\right)_N > 0$ .  
О чем это говорит?

Приведите пример системы, подчиняющейся этим соотношениям.

**55.** Почему тела с большими значениями температур называются более горячими? Для доказательства используйте статистическое определение температуры и необратимость процесса теплообмена.

**56.** Изобразите шкалу температур, включающую отрицательные температуры. Ответ аргументируйте.

**57.** Рассмотрим произвольную макроскопическую систему в тепловом равновесии при комнатной температуре. Воспользовавшись определением термодинамической температуры, найдите процентное увеличение числа состояний, доступных системе, при увеличении ее энергии на  $10^{-3}$  эВ.

**58.** Рассмотрим произвольную макроскопическую систему в тепловом равновесии при комнатной температуре. Предположим, что данная система поглотила единичный фотон видимого света (имеющего длину волны  $5 \cdot 10^{-7}$  м). Во сколько раз увеличилось число доступных системе состояний?

## 16.6 Неравенство Клаузиуса.

**59.** Показать, что при смешивании горячей и холодной воды энтропия возрастает. (Вообще в любом процессе теплообмена). Какой тип хаоса меняется при этом? Аргументированно покажите, что этот процесс является необратимым.

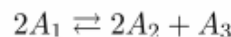
## 16.7 Химический потенциал.

**60.** Покажите, что поток частиц направлен из области большего хим. потенциала в область меньшего. Используя представления о приближении к равновесию, покажите, что хим. потенциал зависит от концентрации.

**61.** С помощью представлений о хим. потенциале объясните принцип действия термопары.

**62.** Найти  $\mu$  в системе, в которой число доступных состояний  $\Omega = BV^N$ .

**63.** Показать, что условие равновесия в химической реакции



имеет вид

$$2\mu_1 = 2\mu_2 + \mu_3$$

**64.** Найдите  $\sigma$  в системе, в которой задано поведение хим. потенциала:  $\mu = \mu(\tau, V, N)$ .

**65.** Представим себе поверхность твердого тела, на которой расположены  $N_0$  атомов кристаллической решетки. Поверхность помещается в замкнутый объем с разреженным газом, который может адсорбироваться этой поверхностью. Число молекул газа  $N \ll N_0$ . Через некоторое время все молекулы газа располагаются в некоторых узлах кристаллической решетки поверхности твердого тела ('прилипают'). Найдите число доступных состояний газа и его энтропию. Убедитесь в том, что хим. потенциал газа содержит слагаемое  $\tau \ln n$ .

## 16.8 Каноническое распределение (Больцмана).

**66.** Покажите, что стат. сумма объединенной системы, состоящей из двух независимых подсистем, каждая из которых находится в тепловом контакте с резервуаром, равна произве-

дению стат.сумм подсистем:  $Z = Z_1 Z_2$ .

**67.** Для системы, находящейся в тепловом контакте с резервуаром, покажите, что

$$1. \bar{E} = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}.$$

$$2. \overline{E^2} = \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial \beta^2} = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2} + \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \right)^2.$$

$$3. \overline{(\Delta E)^2} = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2} = -\frac{\partial \bar{E}}{\partial \beta} = T^2 k C_V, \quad \overline{(\Delta T)^2} = \frac{k T^2}{C_V} \text{ (выразив } \Delta T \text{ из определения } C_V).$$

Здесь  $C_V$  - теплоемкость системы при постоянном объеме. (Используйте формулу  $\overline{(\Delta E)^2} = \overline{E^2} - \bar{E}^2$ .)

4. Исходя из того, что  $C_V = \frac{\partial \bar{E}}{\partial T}$ , докажите, что средняя тепловая энергия любой системы ( $\bar{E}$ ) возрастает с увеличением температуры.

5. Убедитесь в том, что для идеального газа  $\frac{\delta E}{\bar{E}} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ , где  $\delta E = \sqrt{\overline{(\Delta E)^2}}$  - среднеквадратичное отклонение.

**68.** Как из канонического распределения следует, что флуктуации должны возрастать с ростом температуры?

**69.** Найдите среднюю энергию квантового гармонического осциллятора (уровни энергии  $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ ). Ответьте на следующие вопросы:

1. Следует ли из Вашей формулы классический результат (из теоремы о равномерном распределении энергии)? Какой результат получается при  $T = 0$ ? Нарисуйте график.

2. Возможен ли режим отрицательных температур для гармонического осциллятора? (Для ответа выразите  $\frac{1}{\tau}$  из общего выражения.) Приведите общие условия возможности режима отрицательных температур. Выполняются ли они здесь? Нарисуйте примерное поведение энтропии гармонического осциллятора как функции его энергии. Как найти точную функцию  $\sigma(U)$  (используйте определение фундаментальной температуры  $\tau$ )?

**70.** Докажите формулы, активно используемые в моделировании макросистем методом Монте-Карло:

$$C_V = \frac{D(E)}{kT^2} = \frac{\overline{E^2} - \bar{E}^2}{kT^2},$$

$$\chi = \frac{\partial \bar{M}}{\partial B} = \frac{D(M)}{kT} = \frac{\overline{M^2} - \bar{M}^2}{kT},$$

где  $\chi$  - магнитная восприимчивость,  $M$  - полный магнитный момент системы,  $B$  - магнитное поле. Для получения последней формулы необходимо убедиться в том, что

$$1. \bar{M} = \frac{\partial \ln Z}{\partial (\beta B)}$$

$$2. \overline{M^2} = \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial (\beta B)^2}$$

$$3. \overline{\Delta M^2} = \overline{M^2} - \bar{M}^2 = \frac{\partial \bar{M}}{\partial (\beta B)}$$

Докажите, что относительные флуктуации энергии и магнитного момента системы ведут себя как  $\sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ :

$$\delta M = \frac{\Delta M}{\bar{M}} = \frac{\sqrt{D(M)}}{\bar{M}} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}, \quad \delta E = \frac{\Delta E}{\bar{E}} = \frac{\sqrt{D(E)}}{\bar{E}} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$$

О чем это свидетельствует? Как ведут себя эти флуктуации с ростом температуры?

**71.** Система состоит из  $N$  частиц, слабо взаимодействующих друг с другом. Каждая из частиц может находиться в одном из двух квантовых состояний с энергиями  $E_1$  и  $E_2$ , причем  $E_1 < E_2$ . Не проводя точных вычислений, начертите график примерного хода средней энергии системы в зависимости от ее термодинамической температуры  $T$ , а также определите, чему равно значение средней энергии в пределах малой и большой температуры. В какой области значений температуры происходит переход от низкотемпературного до высокотемпературного предельного значения средней энергии? Получите точное выражение для средней энергии системы и сравните с качественными результатами.

**72.** Почему резиновый жгут (линейная полимерная цепь) сжимается при нагревании?

**73.** Давление газа свободных нерелятивистских частиц.

Показать, что давление в газе свободных нерелятивистских ( $\varepsilon = \frac{p^2}{2m}$ ) частиц равно:  $p = \frac{2}{3}\bar{u}$ , где  $\bar{u}$  - объемная плотность средней поступательной энергии.

Для этого можно воспользоваться планом:

1.  $p = \frac{\bar{F}}{S}$ ,  $\bar{F} = N\bar{F}_i$ , где  $\bar{F}_i$  - средняя по времени сила со стороны одной частицы;
2. находясь в некотором квантовом состоянии  $(n_x, n_y, n_z)$ , частица давит на стену с силой

$$F_i^n = -\frac{\partial E_x}{\partial L_x} \quad (\text{почему это так?})$$

3. Из-за слабого взаимодействия между частицами каждая частица 'блуждает' по состояниям, поэтому средняя по времени сила со стороны одной частицы - это среднее по состояниям:

$$\bar{F}_i = \overline{F_i^n}$$

4. Выразите  $\bar{F}_i$  через  $\bar{\varepsilon}$

Приведите примеры термодинамических систем, подчиняющихся этому соотношению, найдите давление в этих системах.

**74.** Давление газа свободных релятивистских частиц.

Покажите, что давление в газе свободных релятивистских ( $\varepsilon \approx pc$ ) частиц равно:  $p = \frac{1}{3}\bar{u}$ , где  $\bar{u}$  - объемная плотность средней поступательной энергии (см. задачу 73). Приведите известные вам примеры термодинамических систем, подчиняющихся этому соотношению, найдите давление в этих системах.

**75.** Как распределены частицы по уровням при отрицательном абсолютном нуле температур? Как изменяется это распределение при увеличении модуля отрицательной температуры?

**76.** Найдите стат.сумму частицы со спином 1 в магнитном поле. Используйте полученное выражение для нахождения  $F, U, C_V$ .

## 16.9 Большое каноническое распределение (Гиббса).

**77.** Покажите, что большая сумма объединенной системы, состоящей из двух независимых подсистем, каждая из которых находится в тепловом и диффузионном контакте с резервуаром, равна произведению больших сумм подсистем:  $Z = Z_1 Z_2$ .

**78.** Показать, что в системе с переменным числом частиц  $\bar{\varepsilon} = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$ , где  $Z$  - большая сумма.

**79.** Для системы, находящейся в тепловом и диффузионном контакте с резервуаром, покажите, что

$$1. \bar{N} = \tau \frac{\partial \ln Z}{\partial \mu}.$$

$$2. \overline{N^2} = \frac{\tau^2}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial \mu^2}.$$

$$3. \text{Используя формулу } \overline{(\Delta N)^2} = \overline{N^2} - \bar{N}^2, \text{ убедитесь в том, что } \overline{(\Delta N)^2} = \tau \frac{\partial \bar{N}}{\partial \mu}.$$

Здесь  $N$  – число частиц в системе (не постоянно),  $Z$  – большая сумма.

**80.** Используя результат задачи 1, получите распределения Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейн

## 16.10 Распределения Ферми и Бозе.

**81.** Уровень с каким значением энергии в газе Ферми заполнен ровно наполовину? Какие уровни заполнены менее чем наполовину? более чем наполовину? Покажите, что с понижением температуры график функции распределения Ферми становится круче.

**82.** Какую долю от  $\varepsilon_F$  составляет область размытия функции распределения Ферми при температуре  $T$ ? (Оцените) Вплоть до каких температур Ферми-газ можно считать вырожденным?

**83.** По определению вероятности:  $P = \frac{N_{\text{благопр}}}{N_{\text{полн}}}$ . Для некоторой орбитали в газе Ферми  $N_{\text{полн}} = 1$ ,  $N_{\text{благопр}} = \overline{n(\varepsilon)}$ , поэтому  $P = \overline{n(\varepsilon)}$ , т.е. для газа Ферми среднее число частиц на уровне и вероятность заселения уровня совпадают (для бозонов это неверно). Пользуясь этим, покажите, что вероятность того, что орбиталь, лежащая на  $\delta$  выше  $\mu$ , заполнена, равна вероятности того, что орбиталь, лежащая на  $\delta$  ниже  $\mu$ , свободна, т.е. что  $P(\mu + \delta, \text{занято}) = P(\mu - \delta, \text{свободно}) = 1 - P(\mu - \delta, \text{занято})$ .

**84.** В газовой модели ядра принимается, что нуклоны образуют газ, заполняющий объем ядра и подчиняющийся распределению Ферми. Оцените максимальную кинетическую энергию нуклонов в ядре. Какой скорости она соответствует? Пуклонный газ считать полностью вырожденным; число протонов в ядре принять равным числу нейтронов.

**85.** Напишите выражения для полной энергии Ферми- и Бозе-газов, считая уровни энергии квазинепрерывными (обоснуйте).

**86.** Покажите, что энергия Ферми в газе нерелятивистских фермионов равна:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

**87.** Показать, что средняя энергия нерелятивистской частицы газа Ферми при  $T = 0$  равна:  $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{5} \varepsilon_F$ . Как зависит полная энергия газа Ферми при  $T = 0$  от объема? Притяжению или отталкиванию это соответствует?

**88.** Покажите, что энергия Ферми в газе релятивистских фермионов равна:

$$\varepsilon_F = c\hbar (3\pi^2 n)^{1/3}$$

Используя этот результат, убедитесь в том, что средняя энергия релятивистского фермиона при  $T = 0$  равна:  $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{4} \varepsilon_F$ .

**89.** Исходя из функции распределения по энергиям, получить и нарисовать плотность вероятности иметь скорость в интервале  $(v, v + dv)$  для нерелятивистских фермионов (при  $T = 0$ ,  $T \neq 0$ ). Вычислить наиболее вероятную и среднюю скорости при  $T = 0$ ,  $T \neq 0$ . Сравните средние скорости электронов при  $T \neq 0$  со средними скоростями поступательного движения молекул при тех же температурах.

**90.** Как посчитать хим.потенциал Ферми- или Бозе-газа? Чему равен хим.потенциал при  $T=0$  Ферми-газа? Бозе-газа? Откуда следует, что  $\mu_{\text{Бозе}} < 0$ ? Какой знак имеет хим.потенциал для классического режима? Как ведут себя хим.потенциалы этих газов при  $T \neq 0$  (определите знак  $\frac{\partial \mu}{\partial T}$ )?

**91.** Определить для фермионов энергию (в единицах  $kT$ ) тех уровней, вероятности заполнения которых соответственно равны 0.1 и 0.9.

**92.** Какова вероятность заполнения электронами в металле энергетического уровня, расположенного на 0.01 эв ниже уровня Ферми, при температуре 20° К?

**93.** Какова доля свободных электронов в металле при абсолютном нуле, кинетическая энергия которых больше половины максимальной?

**94.** Используя результат задачи 79:  $(\Delta N)^2 = \tau \frac{\partial N}{\partial \mu}$ , покажите, что среднеквадратичное отклонение числа частиц на одной орбитали  $\Delta n \equiv \sqrt{\Delta n^2}$  ведет себя следующим образом:

$\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$  - в классической системе,

$\Delta n = \sqrt{\bar{n}(1 - \bar{n})}$  - в фермионной системе,

$\Delta n = \sqrt{\bar{n}(1 + \bar{n})}$  - в бозонной системе.

Здесь  $\bar{n}$  - среднее число частиц на этой орбитали. Как ведут себя относительные флуктуации числа частиц на орбитали при низких температурах в бозонной системе и в фермионной системе? (Для бозонов полученный для  $T \rightarrow 0$  результат имеет смысл: бозоны 'предпочитают' перемещаться пакетами - чисто квантовое поведение)

**95.** Покажите, что плотность числа орбиталей в газе квантовых нерелятивистских частиц  $D(\varepsilon) \sim \sqrt{\varepsilon}$ , а в газе квантовых релятивистских частиц  $D(\varepsilon) \sim \varepsilon^2$ .

## 16.11 Переход к классическому описанию.

**96.** Используя принцип неопределенностей Гейзенберга, получите условие, при котором газ подчиняется классической статистике. Убедитесь в том, что полученный критерий соответствует  $\lambda \ll 1$  ( $\lambda$  - активность) для идеального одноатомного газа. Каким будет обратный критерий - критерий вырождения? Определите температуру вырождения. Какой статистике подчиняется фотонный газ? воздух в комнате при нормальных условиях? электронный газ в металле при комнатной температуре?

## 16.12 Распределение Максвелла.

1. Найти долю молекул в газе, имеющих проекцию  $v_z$ , а в перпендикулярном направлении -  $v_{\perp}$  (погрешности определения проекций -  $dv_z, dv_{\perp}$ ).
2. В некоторый момент приготовлено состояние газа, в котором все молекулы имеют равные по модулю скорости. Является ли такое состояние равновесным? В чем заключается приближение к равновесию, каков его механизм? Будет ли меняться распределение по скоростям и как? Определите установившуюся температуру газа.
3. Найти дисперсию величин  $v_x, v$ .
4. Как изменится вид распределения Максвелла по скоростям и по проекциям скоростей при понижении температуры?
5. Найти  $v_{н.в.}, v, \sqrt{v^2}$  и сравнить их. На чем основано 'школьное' определение температуры как меры средней кинетической энергии поступательного движения молекул?



6. Как, используя распределения молекул по проекциям скоростей, найти распределение молекул по модулю скорости?
7. Найти относительную флуктуацию энергии  $\epsilon$  молекулы идеального газа и относительную флуктуацию энергии  $E$  газа, состоящего из  $N$  частиц.

### 16.13 Распределение Больцмана.

1. В тонкой взвеси концентрация частиц плавно убывает с высотой. Однако, если частицы взвеси достаточно крупные, то они оседают на дно, и никакого плавного распределения не наблюдается. Дайте этому объяснение.
2. Найти среднее значение потенциальной энергии молекулы одноатомного газа, находящегося в сосуде высотой  $h$  в однородном поле силы тяжести. Определите полную энергию и теплоемкость системы при температуре  $T$ .
3. Найти концентрацию молекул идеального газа в центрифуге, вращающейся с частотой  $\omega$ , в зависимости от расстояния до оси вращения. Ответ выразить через полное число молекул  $N$  и радиус центрифуги  $R$ .
4. Какая доля молекул атмосферы может преодолеть тяготение Земли?
5. Идеальный газ из  $N$  молекул заключен в объеме  $V$  и находится во внешнем поле  $U(\vec{r})$ . Найти вероятность того, что внутри объема  $v < V$  окажется  $n$  частиц.

### 16.14 Теплоемкость двухатомного газа.

**97.** Каков смысл характеристических температур?

**98.** Найти в классическом приближении среднюю энергию молекулы  $CO$  с учетом поступательной, вращательной и колебательной части. Расстояние между ядрами в молекуле  $CO$  составляет  $1,128 \text{ \AA}$ , собственная частота колебаний молекулы  $\omega = 4,088 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ . Выше какой температуры можно использовать классическое приближение для вращения? для колебаний?

**99.** Найти распределение интенсивности спектральных линий в чисто вращательной области спектра двухатомной молекулы, считая, что она определяется относительным числом молекул, находящихся в данном вращательном состоянии.

**100.** Изменяется ли термическое уравнение состояния идеального многоатомного газа от появления вращений и колебаний в молекуле? Изменяются ли такие величины, как  $C_V$ ,  $C_p$ ,  $C_p - C_V$ ?

### 16.15 Теплоемкость твердого тела.

**101.** Объясните, почему почти все металлы при комнатной температуре имеют одинаковую молярную теплоемкость. Чему она равна?

**102.** Почти все металлы в кристаллическом состоянии при комнатной температуре имеют одинаковую молярную теплоемкость, а вот кристалл алмаза имеет заметно меньшее значение молярной теплоемкости. С чем это связано?

**103.** В чем состоит основная идея Эйнштейна качественного объяснения уменьшения теплоемкости кристаллов при понижении температуры? В чем отличие теории Эйнштейна от теории Дебая?

**104.** Дайте определение фонона. Какой статистике они подчиняются? Почему? В чем причина появления верхней границы в спектре фононных колебаний? Какой должна быть минимальная длина волны звука с точки зрения распространения волн в цепочках связанных

осцилляторов? Почему появляется отклонение от предсказанной этой теорией длины волны в кристалле? Приведите качественный и точный расчет  $\epsilon_{\max}$ ,  $\lambda_{\max}$ .

**105.** Экспериментальные значения  $T_D$  для группы щелочных металлов убывают с ростом атомного номера. Приведите теоретические аргументы в пользу такого поведения.

**106.** Чему равна максимальная энергия фонона в единицах  $kT$ ? Зависит ли она от температуры?

**107.** Как зависит интенсивность хаотических упругих возбуждений в кристалле (т.е. полное число фононов) от температуры? Рассмотреть предельные случаи  $T \ll T_D$ ,  $T \gg T_D$ . Нарисуйте график. Какую часть спектра человек воспринимает как звук (хаотический шум) в кристалле цезия ( $T_D = 37K$ ) и в кристалле алмаза ( $T_D \approx 2200K$ )?

**108.** Какая частота фонона наиболее вероятна при температуре  $T = T_D/4$ ? При какой температуре наиболее вероятное значение  $\omega$  совпадает с  $\omega_{\max}$ ?

**109.** Определить максимальную частоту тепловых колебаний кристаллической решетки меди (Cu), у которой при температуре 125 К теплоемкость  $C_V$  отличается от классического значения на 25%.

**110.** Найти среднюю энергию фонона при высоких и низких температурах.

**111.** Используя результаты теории флуктуаций основных термодинамических величин, найти температурную зависимость дисперсии и относительной флуктуации энергии твердого тела в области низких и высоких температур. Нарисуйте график. Как зависит относительная флуктуация от числа частиц? О чем это говорит?

**112.** Объясните, почему для твердых тел, имеющих одномерную (нитевидную) и двумерную (слоистую) структуру, теплоемкость  $C_V$  при низких температурах подчиняется не закону Дебая ( $\sim T^3$ ), а закону Тарасова ( $\sim T$ ) и закону Сироты ( $\sim T^2$ ) соответственно.

## 16.16 Электронный газ.

**113.** Как квантуется скорость свободных электронов в ящике?

**114.** Почему электронный спектр в металле можно с большой точностью заменить сплошным?

**115.** Определите  $\epsilon_F$  в металле объемом  $V$ , если полное число электронов  $N$ .

**116.** Оцените долю электронов в металле, участвующих в тепловом движении при комнатных температурах, а также  $T_F$ ,  $\epsilon_F$ ,  $v_F$ . Сделайте вывод о степени вырождения электронного газа в металлах при комнатных температурах. Поясните смысл  $T_F$ .

**117.** Определите теплоемкость электронного газа в металле при температуре  $1000^\circ \text{C}$ . Сравните с теплоемкостью решетки при той же температуре (при таких температурах все твердые тела, кроме алмаза, подчиняются классической теории). В чем причина малого вклада электронной теплоемкости в полную при этих температурах? При каких температурах эти вклады сравнимы?

**118.** Показать, что давление абсолютно вырожденного электронного газа равно  $p = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5}$

(См. задачу 73)

**119.** Используя результаты теории флуктуаций основных термодинамических величин, найти температурную зависимость дисперсии и относительной флуктуации энергии электронного газа в области низких температур. Убедитесь в том, что относительная флуктуация  $\sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ .

## 16.17 Термодинамика равновесного излучения.

120. Почему согласно классическим представлениям обмен энергией между излучением и веществом должен тормозить тепловое движение молекул? Почему вся энергия будет сосредоточена в излучении?

121. Что такое спектральная плотность излучения? Какую спектральную плотность предсказывает теория Рэля-Джинса? В чем причина этого?

122. Объясните, почему средняя энергия высокочастотной моды в состоянии теплового равновесия с веществом гораздо меньше, чем  $kT$ .

123. Почему при повышении температуры раскаленного тела его цвет изменяется от красного к голубому? Почему раскаленные тела не бывают фиолетовыми?

124. Стенки полости объемом 1 л нагреты до температуры 1000 К. Какого цвета свет, выходящий из полости через отверстие? Определите энергию фотонов частоты, соответствующей максимуму спектральной плотности, в единицах  $kT$ .

125. Как зависит полное число фотонов в полости объемом  $V$  от температуры?

126. Найдите среднюю энергию фотона.

127. В раскаленном цилиндре с поршнем, находящемся при постоянной температуре, нет ничего кроме излучения. Поршень вдвигают, уменьшая объем. Как изменяется при этом давление излучения? На что идет работа при уменьшении объема полости при этом?

128. Используя результаты теории флуктуаций основных термодинамических величин, найти температурную зависимость дисперсии и относительной флуктуации энергии фотонного газа.

129. Излучение Солнца по своему составу близко к излучению абсолютно черного тела ( $\lambda_{\max} = 0,48$  мкм). Оценить время, за которое масса Солнца уменьшится на 1%.

## 16.18 Термодинамические потенциалы.

130. При каком условии  $F$  и  $G$  не являются характеристическими функциями?

131. Какие соотношения Максвелла можно получить, используя основное термодинамическое тождество для процессов с непостоянным числом частиц?

132. Исходя из того, что общим условием равновесия при  $T, V = \text{const}$  является минимум  $F$ , а также используя связь  $F$  и  $\mu$ , покажите, что хим. потенциалы фотонного и фононного газов в силу несохранения полного числа частиц равны нулю. Сделайте то же самое с использованием основного термодинамического тождества и понятия химической работы.

133. Покажите, используя экстремальность энтропии в равновесии, что условием механического равновесия перегородки между двумя подсистемами, находящимися при температуре  $T$ , является равенство давлений.

134. Интегрированием термодинамического тождества покажите, что для идеального газа при постоянном числе частиц энтропия равна:  $S = C_V \ln T + Nk \ln V + \text{const}$ .

135. Используя соотношение  $F = -\tau \ln Z = -kT \ln Z$ , найдите связь между стат. суммой и остальными термодинамическими потенциалами:

$$\begin{aligned} S &= k \ln Z + kT \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V, \\ U &= kT^2 \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V, \\ H &= kT \left[ \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \ln V} \right)_T + \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \ln T} \right)_V \right], \\ G &= kT \left[ \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \ln V} \right)_T - \ln Z \right]. \end{aligned}$$

**136.** Сравните прирост внутренней энергии и энтальпии в процессе кипения воды при атмосферном давлении.

**137.** С помощью дифференциальных выражений для функций, не входящих в характеристические тройки, покажите, что:

$$U = \left( \frac{\partial(\beta F)}{\partial\beta} \right)_V,$$

$$H = \left( \frac{\partial(\beta G)}{\partial\beta} \right)_p,$$

где  $\beta = 1/(kT)$ .

**138.** Выведите уравнение Клапейрона-Клаузиуса, воспользовавшись соотношением Максвелла.

**139.** Для фотонного газа  $U = u(T)V$ ,  $p = u(T)/3$ . Вычислите  $u(T)$ ,  $H$ ,  $S$ ,  $F$ ,  $G$ .

**140.** Вода имеет максимальную плотность при  $4^\circ\text{C}$ . Используя соотношения Максвелла, покажите, что при изотермическом сжатии воды при  $2^\circ\text{C}$  и изотермическом расширении при  $6^\circ\text{C}$  система поглощает тепло.

**141.** При температуре  $-3^\circ\text{C}$  давление пара над льдом составляет 3,566 мм рт.ст, а над переохлажденной водой 3,669 мм рт.ст. Найти изменение потенциала Гиббса при переходе 1 моля переохлажденной воды в лед при  $-3^\circ\text{C}$ . (Пары воды считать идеальным газом)

**142.** Найдите  $C_p - C_V$  для газа Ван-дер-Ваальса.

**143.** Найдите  $C_p - C_V$  для фотонного газа ( $\forall T$ ) и фононного газа в пределах  $T \ll T_D$ ,  $T \gg T_D$ .

Как можно качественно объяснить полученные результаты при  $T \rightarrow 0$ ? Какая еще термодинамическая система ведет себя подобным образом? К чему приводит сжатие при постоянной температуре фотонного газа и фононного при низких температурах?

(Поскольку энергии фотонов и фононов определяются формулой  $\varepsilon = pc$ , то для давления этих газов можно пользоваться результатом, полученным для газа релятивистских частиц:  $p = \frac{1}{3} \frac{U}{V}$ . Напомним

также, что  $C_p - C_V = \frac{T}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V}$ )

**144.** Найти выражение для свободной энергии  $F$  системы с двумя состояниями, одно из которых имеет энергию 0, а другое - энергию  $\varepsilon$ . Исходя из полученного выражения для  $F$ , найти выражения для энергии  $U$ , энтропии  $S$  и теплоемкости  $C_V$  системы.

**145.** Найти  $Z$ ,  $F$ ,  $S$ ,  $U$ ,  $C_V$  квантового гармонического осциллятора.

**146.** Показать, что из термического уравнения состояния Ван-дер-Ваальса

$$\left( P + \frac{av^2}{V^2} \right) (V - vb) = \nu RT$$

следует:

$$\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = \frac{av^2}{V^2}$$

(С помощью основного термодинамического тождества и соотношений Максвелла найдите связь  $\left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$

и  $\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$  - т.н. калорическое уравнение)

**147.** Дано выражение для свободной энергии системы:

$$F = C_V T(1 - \ln T) - \frac{a}{V} - RT \ln(V - b)$$

Найти термическое и калорическое уравнения состояния.

## 16.19 Идеальный газ.

**148.** Найдите хим.потенциал идеального одноатомного газа. (Из требования постоянства полного числа частиц)

**149.** Какой смысл имеет квантовый объем? активность? Какой должна быть концентрация частиц, чтобы газ можно было считать классическим? Изменением каких еще параметров и как можно улучшить 'классичность' газа?

**150.** Найдите стат.сумму одной частицы в идеальном одноатомном газе. Пользуясь полученным результатом, найдите среднюю энергию частицы и полную энергию газа. Как связана стат.сумма одной частицы со стат.суммой всего газа из  $N$  частиц?

**151.** Найдите полную и среднюю энергию в идеальном одноатомном газе интегрированием по квазинепрерывному спектру.

**152.** Интегрированием основного термодинамического тождества найдите выражение для энтропии одноатомного идеального газа. Какую дополнительную информацию содержит уравнение Сакура-Тетроде  $\left(\sigma = N \left(\frac{5}{2} - \ln \lambda\right)\right)$  по сравнению с Вашим результатом? Найдите это уравнение интегрированием тождества  $-\frac{\mu}{\tau} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial N}\right)_{V,U}$  при постоянных  $V$  и  $U$ .

**153.** Как связано среднее давление в идеальном газе (не обязательно классическом) со средней энергией поступательного движения одной молекулы? со стат.суммой? Зависит ли давление от появления вращений и колебаний в многоатомных молекулах? Найдите  $p$ , используя:

1. уравнение Сакура-Тетроде;
2. стат.сумму газа;
3. среднюю энергию  $(p = \frac{2}{3} \frac{U}{V})$ .

**154.** Найдите  $F$ ,  $H$ ,  $\Phi$  в идеальном одноатомном газе. Пользуясь полученным выражением для  $F$ , найдите стат.сумму газа из  $N$  частиц.

**155.** Покажите, что средняя энергия частицы в невырожденном ультрарелятивистском газе равна  $3\tau$ , определите  $C_V$ . (Ультрарелятивистский:  $\varepsilon = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} \approx pc$ , невырожденный - значит, можно использовать классическую функцию распределения  $n(\varepsilon) \approx \lambda \exp(-\varepsilon/\tau)$ , где  $\lambda$  - активность.)

**156.** Найдите стат.сумму одной частицы и среднюю энергию частицы в релятивистском классическом газе. Как связана стат.сумма одной частицы со стат.суммой всего газа из  $N$  частиц? Пользуясь полученным результатом, найдите термодинамические потенциалы  $U$ ,  $S$ ,  $F$ ,  $H$ ,  $\Phi$  релятивистского классического газа.

## 16.20 Равновесие фаз и фазовые переходы.

**157.** Предположим, что давление и температура достигли в некоторой системе значений, соответствующих фазовому переходу. Какие еще дополнительные условия нужны для того, чтобы вещество переходило из фазы 1 в фазу 2 в случае фазового перехода 1-ого рода? 2-ого рода? В каком случае возможны метастабильные состояния? Почему?

**158.** При некоторой температуре  $\Theta$  происходит фазовый переход, в результате которого кристаллическая решетка из кубической превращается в тетрагональную с осями  $a$  и  $c > a$ . Описать качественно, как ведет себя отношение осей  $\frac{c}{a}$  с изменением температуры  $T$  вблизи  $\Theta$  при фазовых переходах первого и второго рода.

**159.** Русский физик М.П.Авенариус показал, что при критической температуре теплота испарения равна нулю. Проверить это положение, пользуясь уравнением Клапейрона-Клаузиуса.

**160.** Доказать, что при фазовых переходах первого рода удельная свободная энергия и удельная энтальпия испытывают разрыв непрерывности.

**161.** Почему кривая равновесия твердого тела и пара вблизи тройной точки идет круче, чем кривая равновесия жидкости и пара?

**162.** При повышении давления лед плавится при более низкой температуре. Оценить сдвиг температуры плавления, если вблизи  $0^\circ C$  теплота перехода  $3,4 \cdot 10^5$  Дж/кг, плотность льда  $0,92 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

**163.** Показать, что в тройной точке выполняется соотношение:

$$(v_1 - v_2) \frac{dP_{12}}{dT} + (v_2 - v_3) \frac{dP_{23}}{dT} + (v_3 - v_1) \frac{dP_{31}}{dT} = 0$$

Здесь  $v_1, v_2, v_3$  - удельные объемы фаз,  $P_{12}, P_{23}, P_{31}$  - соответствующие кривые равновесия.

**164.** На примере газа Ван-дер-Ваальса убедиться в том, что в критической точке изотермическая сжимаемость  $\beta_T$  и коэффициент теплового расширения  $\alpha_p$  обращаются в бесконечность.

**165.** Кривая сосуществования лед-жидкая вода при давлении около 2000 атм изменяет свой наклон с отрицательного на положительный и идет вертикально. Что произойдет с системой лед-жидкая вода при переходе давления 2000 атм?

**166.** Твердый галлий плавает в своем расплаве. Как зависит температура плавления галлия от давления?

**167.** Твердое железо тонет в своем расплаве. Как зависит температура плавления железа от давления?

**168.** При каких условиях можно получить перегретую жидкость? Объясните природу перегретого состояния. Что собой представляет пузырьковая камера?

**169.** Как можно получить переохлажденный пар? Объясните природу переохлажденного состояния. Что собой представляет камера Вильсона?

**170.** Над выпуклой или вогнутой поверхностью давление равновесных паров выше? Используя этот факт и диаграммы состояния, объясните природу метастабильных состояний при фазовых переходах 1-ого рода. Почему невозможны метастабильные состояния при фазовых переходах 2-ого рода?

**171.** Гипосульфит плавится при температуре 480°C. Если расплав тщательно отфильтровать и залить в чистую посуду с полированными стенками, то расплав можно охладить до 200°C, и при этом он не закристаллизуется. Объясните, почему такое возможно.

**172.** Определите теплоемкость жидкости, находящейся в равновесии со своим насыщенным паром.

## 16.21 Изотермы Ван-дер-Ваальса. Критическая точка. Закон соответственных состояний.

**173.** Определите, сколько процентов от значения, предсказываемого уравнением состояния идеального газа составляет поправка для плотности азота, находящегося при комнатной температуре и атмосферном давлении. Тяжелее или легче 'идеального' 'реальный' азот? Для азота  $a = 0,139 \text{ Н м}^4 \text{ моль}^{-2}$ ,  $b = 0,391 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \text{ моль}^{-1}$ .

**174.** Какие физические свойства газа отражают поправки Ван-дер-Ваальса?

**175.** Какую долю от глубины потенциальной ямы парного взаимодействия двух молекул воды составляет средняя кинетическая энергия молекулы воды при комнатной температуре? Удельная теплоемкость льда  $1,5 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ , удельная теплоемкость жидкой воды  $4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ , удельная теплота плавления льда  $3,32 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ , удельная теплота парообразования  $2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ .

**176.** При каких температурах на изотермах газа Ван-дер-Ваальса имеются участки неустойчивости? Что собой представляют эти участки? Поясните, в чем заключается неустойчивость состояния газа на них?

**177.** На участках изотерм Ван-дер-Ваальса с положительным наклоном газ не может находиться в состоянии равновесия. Каким физическим состояниям отвечают участки непосредственно примыкающие к участкам неустойчивости? При каких условиях вещество можно наблюдать в этих состояниях?

**178.** Критические величины для воды имеют значения:  $T_{кр} = 547 \text{ К}$ ,  $p_{кр} = 21,8 \text{ МПа}$ .

1. Найдите по этим данным  $a$  и  $b$ .

2. Какой наибольший объем может занимать 1кг воды в жидком состоянии?

3. Каково наибольшее давление насыщенных паров воды?

4. Могут ли пары воды сконденсироваться в жидкость при температуре 500°C?

**179.** Докажите правило площадей Максвелла (прямая равновесия, соответствующая изотермически-изобарическому фазовому переходу на кривой Ван-дер-Ваальса, проводится так, чтобы площади, ограничиваемые ею и кривой Ван-дер-Ваальса, были одинаковыми). Воспользуйтесь постоянством хим.потенциала при переходе или общим условием равновесия при  $p, T = const$ .

## 16.22 Теория флуктуаций.

**180.** Как влияет температура на интенсивность броуновского движения?

181. Какие явления ограничивают чувствительность электронных приборов?
182. Почему в критической точке наблюдается явление критической опалесценции? Ответ аргументируйте формулами.
183. Почему небо голубое?
184. Найти среднеквадратичное отклонение вертикально висящего математического маятника, обусловленное тепловыми флуктуациями.
185. Какова вероятность того, что гирька весом 1 г (в равновесии с воздухом) поднимется в результате флуктуаций на 1 мм или выше? Найдите, во сколько раз следует изменить массу Земли или гири, чтобы эта вероятность составила 10%.
186. Определите дисперсию энергий ( $K$ ,  $P$ ,  $E = K + P$ ), координаты и импульса грузика на пружине при температуре  $T$ . Сделайте вывод о предельной точности измерения этих величин.
187. Какую минимальную массу можно измерять с помощью пружинных весов (подвешенная пружина в поле силы тяжести) с коэффициентом жесткости  $k$ ? Измерение массы теряет смысл, если среднеквадратичное отклонение, обусловленное тепловыми флуктуациями, того же порядка, что и среднее растяжение пружины, обусловленное силой тяжести:  $\sqrt{\overline{(\Delta x)^2}} \gtrsim \bar{x}$ , где  $\Delta x = x - \bar{x}$ . Каков предел чувствительности при комнатной температуре весов с пружиной жесткости  $k = 1$  П/м?
188. Определить предел чувствительности зеркального гальванометра.
189. Найдите обусловленный флуктуациями предел чувствительности изобарического газового термометра с числом молекул  $N = 10^{22}$ . Какова относительная погрешность измерения температуры газовым термометром?
190. Являются ли статистически независимыми флуктуации  $T$  и  $S$ ?
191. Найти  $\overline{\Delta V_T^2}$ ,  $\overline{\Delta T_V^2}$ ,  $\overline{\Delta p_S \Delta V_T}$ ,  $\overline{\Delta S_p \Delta T_V}$ . (независимые  $V$ ,  $T$ )
192. Найти  $\overline{\Delta p_S^2}$ ,  $\overline{\Delta S_p^2}$ ,  $\overline{\Delta p_S \Delta T_V}$ ,  $\overline{\Delta S_p \Delta V_T}$ . (независимые  $p$ ,  $S$ )
193. Какие флуктуации можно найти, пользуясь переменными блока 1 и блока 4? В чем отличие этих флуктуаций от флуктуаций, полученных с помощью переменных блоков 2 и 3?
194. Найдите  $\overline{\Delta E^2}$ , пользуясь в качестве независимых переменными  $T$  и  $V$ .
195. Найдите  $\overline{\Delta F^2}$ ,  $\overline{\Delta H^2}$ ,  $\overline{\Delta \Phi^2}$ , используя характеристические переменные в качестве независимых. Убедитесь в том, что относительная флуктуация этих величин  $\sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ . Как ведут себя эти флуктуации с ростом температуры?
196. Показать, что относительная флуктуация термодинамической величины  $\sim 1/\sqrt{N}$ . Найдите флуктуацию энергии в идеальном газе.
197. Для идеального газа найти  $\overline{(\Delta V)^2}$ .
198. Являются ли флуктуации параметров  $T$  и  $p$  статистически независимыми? Флуктуации каких параметров статистически независимы? Найдите  $\overline{\Delta T \Delta p}$ ,  $\overline{\Delta T \Delta S}$ ,  $\overline{\Delta V \Delta p}$ ,  $\overline{\Delta V \Delta S}$ .
199. Зависят ли друг от друга флуктуации величин  $U$  и  $S$ ? Как определить факт статистической зависимости тех или иных термодинамических величин? Найдите  $\overline{\Delta U \Delta p}$ ,  $\overline{\Delta F \Delta H}$ .
200. Как найти  $\overline{(\Delta N)^2}$ , пользуясь  $\overline{(\Delta V)^2}$ ? Совпадает ли полученный результат с результатом, полученным с помощью большого канонического распределения  $\overline{(\Delta N)^2} = \tau \frac{\partial N}{\partial \mu}$ ?
201. Найдите  $\overline{\Delta T^2}$ , используя  $\overline{\Delta E^2}$  и определение  $C_V$ .

## 16.23 Расчет макропараметров интегрированием по квазинепрерывному спектру.

1. Покажите, что энергия Ферми в нерелятивистском случае равна:  $\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$ .
2. Покажите, что энергия Ферми в релятивистском пределе составляет:  $\varepsilon_F = c\hbar (3\pi^2 n)^{1/3}$ . Используя этот результат, убедитесь в том, что средняя энергия в релятивистском абсолютно вырожденном ( $T = 0$ ) ферми-газе равна:  $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{4}\varepsilon_F$ .
3. Покажите, что средняя энергия в абсолютно вырожденном ( $T = 0$ ) электронном газе в

релятивистском случае составляет  $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{4}\varepsilon_F$ , а в нерелятивистском -  $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{5}\varepsilon_F$ . Как зависит полная энергия газа Ферми при  $T = 0$  от объема? Притяжению или отталкиванию это соответствует?

4. Используя формулу  $p = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}$ , где  $n$  - концентрация частиц,  $\bar{\varepsilon}$  - среднее значение поступательной энергии частицы, покажите, что давление абсолютно вырожденного нерелятивистского электронного газа равно  $p = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{N}{V}\right)^{5/3}$ .
5. Найдите распределение электронов по скоростям в нерелятивистском электронном газе при  $T = 0$ . Нарисуйте также примерное поведение этой функции при повышении температуры. Убедитесь в том, что в классическом пределе получается распределение Максвелла.
6. Получите и нарисуйте распределение по модулю скорости  $f(v)$  для нерелятивистских фермионов (при  $T = 0, T \neq 0$ ). Вычислите наиболее вероятную и среднюю скорости при  $T = 0, T \neq 0$ . Сравните средние скорости электронов при  $T \neq 0$  со средними скоростями поступательного движения молекул при тех же температурах.
7. Какова доля свободных электронов в металле при абсолютном нуле, кинетическая энергия которых больше половины максимальной?
8. Покажите, что плотность числа орбиталей в газе квантовых нерелятивистских частиц  $D(\varepsilon) \sim \sqrt{\varepsilon}$ , а в газе квантовых релятивистских частиц  $D(\varepsilon) \sim \varepsilon^2$ .
9. Используя результаты теории флуктуаций основных термодинамических величин, найти температурную зависимость дисперсии и относительной флуктуации энергии электронного газа в области низких температур. Убедитесь в том, что относительная флуктуация  $\sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ .
10. Найдите хим.потенциал идеального одноатомного газа. (Из требования постоянства полного числа частиц)
11. Найдите стат.сумму одной частицы в идеальном одноатомном газе. Пользуясь полученным результатом, найдите среднюю энергию частицы и полную энергию газа. Как связана стат.сумма одной частицы со стат.суммой всего газа из  $N$  частиц?
12. Найдите полную и среднюю энергию в идеальном одноатомном газе интегрированием по квазинепрерывному спектру.
13. Покажите, что средняя энергия частицы в невырожденном ультрарелятивистском газе равна  $3\tau$ , определите  $C_V$ . (Ультрарелятивистский:  $\varepsilon = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} \approx pc$ , невырожденный - значит, можно использовать классическую функцию распределения  $n(\varepsilon) \approx \lambda \exp(-\varepsilon/\tau)$ , где  $\lambda$  - активность.)
14. Найдите стат.сумму одной частицы и среднюю энергию частицы в релятивистском классическом газе. Как связана стат.сумма одной частицы со стат.суммой всего газа из  $N$  частиц? Пользуясь полученным результатом, найдите термодинамические потенциалы  $U, S, F, H, \Phi$  релятивистского классического газа.
15. Покажите, что полное число фотонов в полости объемом  $V$  растет пропорционально третьей степени температуры:  $N_{\text{фот}} \sim T^3$ .
16. Покажите, что средняя энергия фотона пропорциональна температуре:  $\bar{\varepsilon}_{\text{фот}} \sim T$ .
17. Используя результаты теории флуктуаций основных термодинамических величин, найти температурную зависимость дисперсии и относительной флуктуации энергии фотонного газа.



18. Найдите  $C_p - C_V$  для фотонного газа ( $\forall T$ ) и фононного газа в пределах  $T \ll T_D, T \gg T_D$ . Как можно качественно объяснить полученные результаты при  $T \rightarrow 0$ ? Какая еще термодинамическая система ведет себя подобным образом? К чему приводит сжатие при постоянной температуре фотонного газа и фононного при низких температурах? (Поскольку энергии фотонов и фононов определяются формулой  $\varepsilon = pc$ , то для давления этих газов можно пользоваться результатом, полученным для газа релятивистских частиц:  $p = \frac{1}{3} \frac{U}{V}$ . Напомним также, что  $C_p - C_V = \frac{T}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V}$ )
19. Найдите максимальную частоту колебаний фононов в  $3d$  - твердом теле.
20. Как зависит полное число фононов в кристалле от температуры? Рассмотреть предельные случаи  $T \ll T_D, T \gg T_D$ . Нарисуйте график. Какую часть спектра человек воспринимает как звук (хаотический шум) в кристалле цезия ( $T_D = 37K$ ) и в кристалле алмаза ( $T_D \approx 2200K$ )?
21. Какая частота фонона наиболее вероятна при температуре  $T = T_D/4$ ? При какой температуре наиболее вероятное значение  $\omega$  совпадает с  $\omega_{\max}$ ?
22. Найти среднюю энергию фонона при высоких и низких температурах.
23. Используя результаты теории флуктуаций основных термодинамических величин, найти температурную зависимость дисперсии и относительной флуктуации энергии твердого тела в области низких и высоких температур. Нарисуйте график. Как зависит относительная флуктуация от числа частиц? О чем это говорит?
24. Объясните, почему для твердых тел, имеющих одномерную (нитевидную) и двумерную (слоистую) структуру, теплоемкость  $C_V$  при низких температурах подчиняется не закону Дебая ( $\sim T^3$ ), а закону Тарасова ( $\sim T$ ) и закону Сироты ( $\sim T^2$ ) соответственно.

#### 4.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству *подготовка докладов*

| Критерии оценивания   | Количество баллов (вклад в рейтинг) |
|---|-------------------------------------|
| Выступающий с докладом свободно владеет содержанием, ясно и грамотно излагает материал, четко отвечает на вопросы                     | 2                                   |
| Выступающий с докладом хорошо владеет содержанием, последовательно излагает материал, затрудняется ответить на некоторые вопросы      | 1                                   |
| Выступающий с докладом плохо владеет содержанием, излагает материал не последовательно, затрудняется ответить на большинство вопросов | 0                                   |
| Наличие презентации к докладу   | +1                                  |
| Максимальный балл в 2 модулях (разделах)  | 6                                   |

#### 4.2.2. Критерии оценивания по оценочному средству

| Критерии оценивания  | Количество баллов (вклад в рейтинг) |
|--|-------------------------------------|
| В реферате обозначена проблема и обоснована ее актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта | 2                                   |

|  |   |
|--|---|
| полностью, соблюдены требования к внешнему оформлению в соответствии с ГОСТ  |   |
| В реферате имеются неточности в изложении материала, отсутствует логическая последовательность в суждениях, имеются упушения в оформлении  | 1 |
| В реферате имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично, допущены фактические ошибки в содержании реферата, оформлении не соответствует ГОСТ | 0 |
| Максимальный балл в 2 модулях (разделах)   | 4 |

4.2.3. Критерии оценивания по оценочному средству *Задачи для самостоятельного решения*

| Критерии оценивания   | Количество баллов (вклад в рейтинг) |
|---|-------------------------------------|
| Задача решена полностью без консультации с Преподавателем   | 2                                   |
| Задача решена полностью после консультации с Преподавателем | 1                                   |
| Задача решена не верно                                      | 0                                   |

### Примерное содержание контрольных работ

**Контр. работа по теме "Подсчет  $\Omega$ . Энтропия. 2-е начало термодинамики".**

#### Вариант 1.

1. При игре в "Спортлото" играющий зачеркивает шесть номеров карточки (видов спорта) из 49. Сколькими способами это можно сделать? Какова вероятность получить полный выигрыш?
2. Пайти статистический вес наиболее вероятного распределения 15 одинаковых молекул по трем равным частям сосуда. Какова вероятность этого распределения?
3. Спин  $S$  имеет  $2S+1$  различных проекций на выбранную ось квантования. Рассмотрите спин  $S = \frac{3}{2}$  в магнитном поле индукции  $B$  с магнитным моментом  $\mu_0$ . Какие возможные значения принимает проекция  $\mu$  магнитного момента на направление поля? энергии  $\varepsilon$  этих состояний? Найдите мат.ожидание, дисперсию, среднеквадратичное отклонение величин  $\mu$  и  $\varepsilon$ , воспользовавшись тем, что для любой открытой системы, находящейся при температуре  $T$ , в состоянии равновесия вероятность любого состояния определяется формулой Больцмана:  $p(\varepsilon) = C e^{-\varepsilon/kT}$ , где  $C$  – нормировочная константа ( $C$  необходимо определить).
4. Случайная величина  $x$  распределена непрерывно на отрезке  $(0, a)$  с плотностью  $f(x) \sim x^2$ . Найдите  $\bar{x}$ ,  $\overline{x^2}$ ,  $D(x)$ , среднеквадратичное отклонение  $\sigma$ , относительное отклонение  $\frac{\sigma}{\bar{x}}$  и наиболее вероятное значение  $x$ .
5. Сколько доступных микросостояний  $d\Omega$  имеет фотон в интервале частот  $(\omega, \omega + d\omega)$ ? Спин фотона 1, однако проекция 0 (на направление движения) запрещена.
6. Объясните, как и почему меняется энтропия при открывании флакона духов. Обратимым или необратимым является этот процесс испарения? Аргументируйте.

## Контрольная работа по теме "Статистические распределения".

### Вариант 1.

1. *Каноническое распределение* Система из  $N$  частиц со спином  $S = \frac{3}{2}$  и магнитным моментом  $\mu$  находится во внешнем магнитном поле  $B$  при температуре  $T$ . Найдите для этой системы следующие величины: среднюю энергию частицы  $\bar{\varepsilon}$ , статсумму одной частицы  $Z$ , средний магнитный момент одной частицы  $\bar{\mu}$ , полную энергию системы  $E$ , полный магнитный момент системы  $M$ , свободную энергию частицы  $F$ , теплоемкость системы при постоянном объеме  $C_V$ . Постройте друг под другом графики  $E(T)$ ,  $C_V(t)$ .
2. *Распределение Ферми* Найдите долю электронов при абсолютном нуле, кинетическая энергия которых меньше одной трети максимальной. Рассмотрите нерелятивистский случай.
3. *Распределение Максвелла*. Какая доля молекул равновесного классического газа имеет проекции скорости вдоль некоторого направления в интервале  $(v_z, v_z + dv_z)$ , а в перпендикулярном направлении –  $(v_1, v_1 + dv_1)$ ?
4. С помощью теоремы о равномерном распределении энергии рассчитайте теплоемкость  $C_V$  метана при комнатной температуре. Поясните ваш выбор числа степеней свободы.

### Шкала оценивания контрольной работы студента

| Оценка                | Критерии  |
|-----------------------|---|
| «отлично»             | Все задания выполнены без недочетов и в полном объеме   |
| «хорошо»              | Выполнено большинство заданий или все задания с несущественными недочетами  |
| «удовлетворительно»   | Выполнено более половины, но менее $\frac{3}{4}$ заданий или допущены существенные ошибки                         |
| «неудовлетворительно» | Выполнено менее половины заданий и/или допущены существенные ошибки, продемонстрировано отсутствие навыков счета. |

### Экзаменационные задания

В каждом экзаменационном билете содержится по 1 теоретическому вопросу и по 8 качественных и/или расчетных задач и представлены практически все учебные элементы модулей. На подготовку отводится 1 час. Разрешается свободно пользоваться литературой. Выполненные (частично выполненные) задания студент защищает в устном ответе преподавателю. Беседа с каждым студентом длится не более 15 минут.

При такой форме экзаменационного испытания студент не полагается на случай, а вынужден при подготовке к экзамену в равной степени уделить внимание всем модулям дисциплины. Итоговая оценка определяется по рейтинговой системе, в которой учтены все виды деятельности студента на протяжении семестра, в том числе качество прохождения промежуточного контроля по модулям. Итоговую оценку можно повысить выполнив и отчитавшись по дополнительным заданиям.

# Вопросы экзаменационного теста по дисциплине Статистические закономерности в физике

## БИЛЕТ 1.

1. Аксиома априорной равновероятности микросостояний, вероятность макросостояния. Распределение  $N$  классических частиц по половинам сосуда. Приближение к равновесию. Необратимость, причинность. Понятие физического 'никогда'.

---

## 2. Практические задания.

1. Один из методов получения сверхнизких температур заключается в следующем. Парамагнитное вещество (спины не взаимодействуют) охлаждается в магнитном поле до возможно низкой температуры. Затем обеспечивают достаточно хорошую теплоизоляцию и выключают магнитное поле. При этом температура понижается. Таким способом были достигнуты температуры  $10^{-4}\text{K}$ . Объясните принцип данного способа охлаждения, ответив на вопросы:

1.1. Как распределены частицы по уровням при некоторой температуре? Какой знак имеет полная магнитная энергия? Качественно изобразите график зависимости полной энергии  $E$  от температуры  $T$ .

1.2. Что происходит с уровнями энергии спина при уменьшении магнитного поля? Как должны вести себя спины, чтобы обеспечить постоянство полной энергии? Почему это соответствует понижению температуры? Найдите число частиц на нижнем уровне как функцию расстояния между уровнями при постоянных  $E$  и  $N$ .

Как ведет себя график  $E(T)$  при уменьшении магнитного поля по отношению к уровню полной энергии? Убедитесь в том, что это соответствует понижению температуры.

1.3. Найдите полную энергию системы как функцию  $B$ ,  $T$ ,  $N$ . Соответствует ли полученная зависимость качественному графику? Покажите:  $T|_{B \rightarrow 0} = -N \frac{(\mu B)^2}{kE} \rightarrow 0$

2. Какова доля свободных электронов в металле при абсолютном нуле, кинетическая энергия которых больше половины максимальной?

3. Как зависит интенсивность хаотических упругих возбуждений в кристалле (т.е. полное число фононов) от температуры? Рассмотреть предельные случаи  $T \ll T_D$ ,  $T \gg T_D$ . Нарисуйте график. Какую часть спектра человек воспринимает как звук (хаотический шум) в кристалле цезия ( $T_D = 37\text{K}$ ) и в кристалле алмаза ( $T_D \approx 2200\text{K}$ )?

4. Почему при повышении температуры раскаленного тела его цвет изменяется от красного к голубому? Почему раскаленные тела не бывают фиолетовыми?

5. Вода имеет максимальную плотность при  $4^\circ\text{C}$ . Используя соотношения Максвелла, покажите, что при изотермическом сжатии воды при  $2^\circ\text{C}$  и изотермическом расширении при  $6^\circ\text{C}$  система поглощает тепло.

6. Найдите  $F$ ,  $H$ ,  $\Phi$  в идеальном одноатомном газе, используя уравнение Сакура-Тетроде:

$\sigma = N \left( \frac{5}{2} - \ln \lambda \right)$ . Пользуясь полученным выражением для  $F$ , найдите стат.сумму газа из  $N$  частиц.

7. При некоторой температуре  $\Theta$  происходит фазовый переход, в результате которого кристаллическая решетка из кубической превращается в тетрагональную с осями  $a$  и  $c > a$ . Как ведет себя отношение осей  $\frac{c}{a}$  с изменением температуры  $T$  вблизи  $\Theta$  при фазовых переходах первого и второго рода?

8. Найдите среднеквадратичное отклонение вертикально висящего математического маятника, обусловленное тепловыми флуктуациями.

БИЛЕТ 2.

1. Энтропия. Поведение энтропии при приближении к равновесию. Распределение энергии между двумя подсистемами. 2-ой закон термодинамики.
- 

2. Практические задания.

- 1 Оцените число допустимых состояний  $1\text{см}^3$  водорода при нормальных условиях в интервале энергий частицы  $\Delta\varepsilon = 2 * 10^{-6}\text{эВ}$  в окрестности  $\bar{\varepsilon}$ .
- 2 Покажите, что поток частиц направлен из области большего хим.потенциала в область меньшего. Используя представления о приближении к равновесию, покажите, что хим.потенциал зависит от концентрации.
- 3 Найдите стат.сумму, среднюю энергию, свободную энергию  $F$ , энтропию  $S$ , теплоемкость  $C_V$  квантового гармонического осциллятора (уровни энергии  $E_n = (n+1/2)\hbar\omega$ ). Ответьте на следующие вопросы:
  - 3.1. Следует ли из Вашей формулы для средней энергии классический результат (из теоремы о равномерном распределении энергии)? Какой результат получается при  $T = 0$ ? Нарисуйте график.
  - 3.2. Возможен ли режим отрицательных температур для гармонического осциллятора? (Для ответа выразите  $\frac{1}{\tau}$  из общего выражения.) Приведите общие условия возможности режима отрицательных температур. Выполняются ли они здесь? Нарисуйте примерное поведение энтропии гармонического осциллятора как функции его энергии. Как найти точную функцию  $\sigma(U)$  (используйте определение фундаментальной температуры  $\tau$ )?
- 4 С помощью большого канонического распределения покажите, что в системах с непостоянным числом частиц  $\bar{N} = \tau \frac{\partial \ln Z}{\partial \mu}$ . Используя это соотношение, получите распределения Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна.
- 5 Оцените долю электронов в металле, участвующих в тепловом движении при комнатных температурах, а также  $T_F$ ,  $\varepsilon_F$ ,  $v_F$ . Сделайте вывод о степени вырождения электронного газа в металлах при комнатных температурах. Поясните смысл  $T_F$ .
- 6 Найти среднюю энергию фонона при высоких и низких температурах.
- 7 Используя результаты теории флуктуаций основных термодинамических величин, найти температурную зависимость дисперсии и относительной флуктуации энергии фотонного газа.
- 8 Доказать, что при фазовых переходах первого рода удельная свободная энергия и удельная энтальпия испытывают разрыв непрерывности.

БИЛЕТ 3.

1. Основные интенсивные параметры термодинамического равновесия  $(\tau, \mu, p)$ . Основное термодинамическое неравенство.

2. Практические задания.

- 1 Поясните в терминах вероятных и невероятных состояний отличие обратимых от необратимых процессов.
- 2 Докажите формулы, активно используемые в моделировании макросистем методом Монте-Карло:

$$C_V = \frac{D(E)}{kT^2} = \frac{\overline{E^2} - \overline{E}^2}{kT^2},$$

$$\chi = \frac{\partial \overline{M}}{\partial B} = \frac{D(M)}{kT} = \frac{\overline{M^2} - \overline{M}^2}{kT},$$

где  $\chi$  - магнитная восприимчивость,  $M$  - полный магнитный момент системы,  $B$  - магнитное поле. Для получения последней формулы необходимо убедиться в том, что

2.1.  $\overline{M} = \frac{\partial \ln Z}{\partial(\beta B)}$

2.2.  $\overline{M^2} = \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial(\beta B)^2}$

2.3.  $\Delta M^2 = \overline{M^2} - \overline{M}^2 = \frac{\partial \overline{M}}{\partial(\beta B)}$

Докажите, что относительные флуктуации энергии и магнитного момента системы ведут себя как  $\sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ . Как ведут себя эти флуктуации с ростом температуры?

- 3 Покажите, что энергия Ферми в газе релятивистских фермионов равна:

$$\varepsilon_F = ch (3\pi^2 n)^{1/3}$$

Используя этот результат, убедитесь в том, что средняя энергия релятивистского фермиона при  $T = 0$  равна:  $\overline{\varepsilon} = \frac{3}{4} \varepsilon_F$ .

- 4 Найти долю молекул в газе, имеющих проекцию  $v_z$ , а в перпендикулярном направлении -  $v_\perp$  (погрешности определения проекций -  $dv_z, dv_\perp$ ).
- 5 Дайте определение фонона. Какой статистике они подчиняются? Почему? В чем причина появления верхней границы в спектре фононных колебаний? Какой должна быть минимальная длина волны фонона с точки зрения распространения волн в цепочках связанных осцилляторов? Почему появляется отклонение от предсказанной этой теорией длины волны в кристалле? Приведите качественный и точный расчет  $\omega_{\max}, \lambda_{\min}$ . Какова нижняя граница в спектре частот фононов?
- 6 Какие соотношения Максвелла можно получить, используя основное термодинамическое тождество для процессов с непостоянным числом частиц?
- 7 Предположим, что давление и температура достигли в некоторой системе значений, соответствующих фазовому переходу. Какие еще дополнительные условия нужны для того, чтобы вещество переходило из фазы 1 в фазу 2 в случае фазового перехода 1-ого рода? 2-ого рода? В каком случае возможны метастабильные состояния? Почему?
- 8 Какова вероятность того, что гирька весом 1 г (в равновесии с воздухом) поднимется в результате флуктуаций на 1 мм или выше? Найдите, во сколько раз следует изменить массу Земли или гири, чтобы эта вероятность составила 10%.

БИЛЕТ 4.

1. Каноническое распределение и большое каноническое распределение.

---

2. Практические задания.

- 1 Показать, что наиболее вероятным является состояние газа с равномерным распределением частиц по двум половинам объема.
- 2 Изобразите шкалу температур, включающую отрицательные температуры. Ответ аргументируйте.
- 3 Показать, что средняя энергия нерелятивистской частицы газа Ферми при  $T = 0$  равна:  $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{5}\varepsilon_F$ . Как зависит полная энергия газа Ферми при  $T = 0$  от объема? Притяжению или отталкиванию это соответствует?
- 4 Объясните, почему для твердых тел, имеющих одномерную (нитевидную) и двумерную (слоистую) структуру, теплоемкость  $C_V$  при низких температурах подчиняется не закону Дебая ( $\sim T^3$ ), а закону Тарасова ( $\sim T$ ) и закону Сироты ( $\sim T^2$ ) соответственно.
- 5 Найти в классическом приближении среднюю энергию молекулы  $CO$  с учетом поступательной, вращательной и колебательной части. Расстояние между ядрами в молекуле  $CO$  составляет 1,128 Å, собственная частота колебаний молекулы  $\omega = 4.088 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ . Выше какой температуры можно использовать классическое приближение для вращения? для колебаний?
- 6 Найти выражение для свободной энергии  $F$  системы с двумя состояниями, одно из которых имеет энергию 0, а другое - энергию  $\varepsilon$ . Исходя из полученного выражения для  $F$ , найти выражения для энергии  $U$ , энтропии  $S$  и теплоемкости  $C_V$  системы.
- 7 При повышении давления лед плавится при более низкой температуре. Оценить сдвиг температуры плавления, если вблизи  $0^\circ\text{C}$  теплота перехода  $3,4 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ , плотность льда  $0,92 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ .
- 8 Какую минимальную массу можно измерять с помощью пружинных весов (подвешенная пружина в поле силы тяжести) с коэффициентом жесткости  $k$ ? Измерение массы теряет смысл, если среднеквадратичное отклонение, обусловленное тепловыми флуктуациями, того же порядка, что и среднее растяжение пружины, обусловленное силой тяжести:  $\sqrt{(\Delta x)^2} \gtrsim \bar{x}$ , где  $\Delta x = x - \bar{x}$ . Каков предел чувствительности при комнатной температуре весов с пружиной жесткости  $k = 1 \text{ Н/м}$ ?

БИЛЕТ 5.

1. Распределения Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна.

---

2. Практические задания.

- 1 Напишите выражение для вероятности того, что полная энергия идеального газа из  $N$  частиц, находящегося в контакте с термостатом при температуре  $T$ , окажется в интервале от  $E$  до  $E + \Delta E$ .
- 2 Система состоит из  $N$  частиц, слабо взаимодействующих друг с другом. Каждая из частиц может находиться в одном из двух квантовых состояний с энергиями  $E_1$  и  $E_2$ , причем  $E_1 < E_2$ . Не проводя точных вычислений, начертите график примерного хода средней энергии системы в зависимости от ее термодинамической температуры  $T$ , а также определите, чему равно значение средней энергии в пределах малой и большой температуры. В какой области значений температуры происходит переход от низкотемпературного до высокотемпературного предельного значения средней энергии? Получите точное выражение для средней энергии системы и сравните с качественными результатами. Пользуясь выражением для  $U$ , найдите  $C_V$ ,  $S$ ,  $F$ ,  $Z$ .
- 3 Получить и нарисовать плотность вероятности иметь скорость в интервале  $(v, v + dv)$  для перелятивистских фермионов (при  $T = 0$ ,  $T \neq 0$ ). Вычислить наиболее вероятную и среднюю скорости при  $T = 0$ ,  $T \neq 0$ . Сравните средние скорости электронов при  $T \neq 0$  со средними скоростями поступательного движения молекул при тех же температурах. Убедитесь в том, что использование полученного ранее результата для хим. потенциала идеального одноатомного газа переводит вашу формулу в распределение Максвелла по скоростям.
- 4 Идеальный газ из  $N$  молекул заключен в объеме  $V$  и находится во внешнем поле  $U(\vec{r})$ . Найти вероятность того, что внутри объема  $v < V$  окажется  $n$  частиц.
- 5 Экспериментальные значения  $T_D$  для группы щелочных металлов убывают с ростом атомного номера. Приведите теоретические аргументы в пользу такого поведения.
- 6 Найдите стат.сумму одной частицы в идеальном одноатомном газе. Пользуясь полученным результатом, найдите среднюю энергию частицы и полную энергию газа. Как связана стат.сумма одной частицы со стат.суммой всего газа из  $N$  частиц?
- 7 Показать, что в тройной точке выполняется соотношение:

$$(v_1 - v_2) \frac{dP_{12}}{dT} + (v_2 - v_3) \frac{dP_{23}}{dT} + (v_3 - v_1) \frac{dP_{31}}{dT} = 0.$$

Здесь  $v_1, v_2, v_3$  - удельные объемы фаз,  $P_{12}, P_{23}, P_{31}$  - соответствующие кривые равновесия.

- 8 Найдите обусловленный флуктуациями предел чувствительности изобарического газового термометра с числом молекул  $N = 10^{22}$ . Какова относительная погрешность измерения температуры газовым термометром?



БИЛЕТ 6.

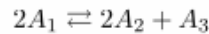
1. Переход от квантового описания к классическому. Распределения Максвелла и Больцмана.

---

2. Практические задания.

1 Рассмотрим сосуд с газом, разделенный пополам перегородкой. В одной половине газ, в другой - вакуум. Перегородку выдернули, предоставив газу распространяться по всему объему. Очевидно, что в первые мгновения после удаления перегородки вероятность того, что все молекулы будут находиться в одной половине сосуда близка к единице. С другой стороны, расчет вероятности такого состояния дает  $P = 2^{-N}$ , где  $N$  - число молекул в сосуде. Оказывается, что система находится в маловероятном состоянии с гораздо большей вероятностью. Объясните это противоречие.

2 Показать, что условие равновесия в химической реакции



имеет вид

$$2\mu_1 = 2\mu_2 + \mu_3$$

3 Показать, что давление в газе свободных релятивистских ( $\varepsilon = pc$ ) частиц равно:  $p = \frac{1}{3}\bar{u}$ , где  $\bar{u}$  - объемная плотность средней поступательной энергии.

Для этого можно воспользоваться планом:

3.1.  $p = \frac{F}{S}$ ,  $\bar{F} = N\bar{F}_i$ , где  $\bar{F}_i$  - средняя по времени сила со стороны одной частицы;

3.2. находясь в квантовом состоянии  $(n_x, n_y, n_z)$ , частица давит на стену с силой  $F_i^n = -\frac{\partial E_x}{\partial L_x}$  (поясните);

3.3. Из-за слабого взаимодействия между частицами каждая частица 'блуждает' по состояниям, поэтому средняя по времени сила со стороны одной частицы - это среднее по состояниям:

$$\bar{F}_i = \bar{F}_i^n$$

3.4. Выразите  $\bar{F}_i$  через  $\bar{\varepsilon}$

Приведите примеры термодинамических систем, подчиняющихся этому соотношению, найдите давление в этих системах.

4 Покажите, что энергия Ферми в газе нерелятивистских фермионов равна:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

5 Найти  $Z, F, S, U, C_V$  квантового гармонического осциллятора.

6 Русский физик М.П.Авенариус показал, что при критической температуре теплота испарения равна нулю. Проверить это положение, пользуясь уравнением Клапейрона-Клаузиуса.

7 Как зависит полное число фотонов (интенсивность света) в полости объемом  $V$  от температуры? В какой еще системе и при каких условиях полное число частиц ведет себя аналогичным образом?

8 Покажите, что соотношение  $\overline{\Delta W^2} = -\frac{\partial \bar{W}}{\partial \beta}$  для тела в контакте с термостатом верно не только для полной энергии  $E$ , но и для кинетической  $K$ , и для потенциальной  $P$ . Определите дисперсию энергий ( $K, P, E = K + P$ ), координаты и импульса грузика на пружине при температуре  $T$ . Сделайте вывод о предельной точности измерения этих величин.

## БИЛЕТ 7.

1. Классический предел квантовых статистик. Условия применимости классического описания. Критерий вырождения-классичности.
- 

### 2. Практические задания.

- 1 Предположим, что  $\Omega = CU^N$ .
  - 1.1. Покажите, что  $U = N\tau$ .
  - 1.2. Покажите, что  $\left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial U^2}\right)_N < 0$ . Используя это соотношение, убедитесь, что  $\left(\frac{\partial \tau}{\partial U}\right)_N > 0$ . О чем это говорит?  
Приведите пример системы, подчиняющейся этим соотношениям.
- 2 Как из канонического распределения следует, что флуктуации должны возрастать с ростом температуры?
- 3 Найти дисперсию величин  $v_x, v$ .
- 4 Какова доля свободных электронов в металле при абсолютном нуле, кинетическая энергия которых больше половины максимальной?
- 5 В чем состоит основная идея Эйнштейна качественного объяснения уменьшения теплоемкости кристаллов при понижении температуры? В чем отличие теории Эйнштейна от теории Дебая?
- 6 Твердый галлий плавает в своем расплаве. Как зависит температура плавления галлия от давления?
- 7 Найдите среднюю энергию фотона.
- 8 Найдите  $\overline{\Delta F^2}, \overline{\Delta H^2}, \overline{\Delta \Phi^2}$ , используя характеристические переменные в качестве независимых. Убедитесь в том, что относительная флуктуация этих величин  $\sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ . Как ведут себя эти флуктуации с ростом температуры?

## БИЛЕТ 8.

1. Теорема о равнораспределении энергии по степеням свободы.
- 

### 2. Практические задания.

- 1 Почему тела с большими значениями температур называются более горячими? Для доказательства используйте статистическое определение температуры и необратимость процесса теплообмена.
- 2 Почему резиновый жгут сжимается при нагревании?
- 3 Найти распределение концентрации молекул идеального газа в центрифуге, вращающейся с частотой  $\omega$ , в зависимости от расстояния до оси вращения. Радиус центрифуги  $R$ , полное число молекул  $N$ .
- 4 Оцените долю электронов в металле, участвующих в тепловом движении при комнатных температурах, а также  $T_F, \varepsilon_F, v_F$ . Сделайте вывод о степени вырождения электронного газа в металлах при комнатных температурах. Поясните смысл  $T_F$ .
- 5 Найдите стат.сумму одной частицы и среднюю энергию частицы в релятивистском классическом газе. Как связана стат.сумма одной частицы со стат.суммой всего газа из  $N$  частиц? Пользуясь полученным результатом, найдите термодинамические потенциалы  $U, S, F, H, \Phi$  релятивистского классического газа.
- 6 Какая частота фонона наиболее вероятна при температуре  $T = T_D/4$ ? При какой температуре наиболее вероятное значение  $\omega$  совпадает с  $\omega_{\max}$ ?
- 7 Выведите уравнение Клапейрона-Клаузиуса, воспользовавшись соотношением Максвелла.
- 8 Зависят ли друг от друга флуктуации величин  $U$  и  $S$ ? Как определить факт статистической зависимости тех или иных термодинамических величин? Найдите  $\overline{\Delta U \Delta p}, \overline{\Delta F \Delta H}$ .

БИЛЕТ 9.

1. Колебательная теплоемкость двухатомных молекул + общее поведение теплоемкости.

---

2. Практические задания.

- 1 Рассчитайте число допустимых состояний системы из  $N$  спинов  $\frac{1}{2}$  при данном значении полной энергии  $E$ . Что можно сказать об энтропии системы при данном значении  $E$ ? Нарисуйте примерный график. Сделайте вывод о возможности отрицательных температур в такой системе.
- 2 Доказать, что в процессе теплообмена энтропия возрастает. Какой тип хаоса меняется при этом? Аргументированно покажите, что этот процесс является необратимым.
- 3 Используя каноническое распределение, покажите, что  $\overline{(\Delta E)^2} = kT^2 C_V$ ,  $\overline{(\Delta T)^2} = \frac{kT^2}{C_V}$ . Убедитесь в том, что относительные флуктуации обеих величин  $\sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ . Какова минимальная абсолютная погрешность в измерении этих величин при температуре  $T$ ?
- 4 Определите теплоемкость электронного газа в металле при температуре  $1000^\circ \text{C}$ . Сравните с теплоемкостью решетки при той же температуре (при таких температурах все твердые тела, кроме алмаза, подчиняются классической теории). В чем причина малого вклада электронной теплоемкости в полную при этих температурах? При каких температурах эти вклады сравнимы?
- 5 Определить максимальную частоту тепловых колебаний кристаллической решетки меди (Cu), у которой при температуре  $125 \text{ K}$  теплоемкость  $C_V$  отличается от классического значения на 25%.
- 6 Показать, что из термического уравнения состояния Ван-дер-Ваальса

$$\left(P + \frac{av^2}{V^2}\right)(V - vb) = \nu RT$$

следует:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{av^2}{V^2}.$$

(С помощью основного термодинамического тождества и соотношений Максвелла найдите связь  $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$  и  $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$  - т.н. калорическое уравнение)

- 7 Покажите, что средняя энергия частицы в невырожденном ультррелятивистском газе равна  $3\tau$ , определите  $C_V$ . (Ультррелятивистский:  $\varepsilon = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} \approx pc$ , невырожденный - значит, можно использовать классическую функцию распределения  $n(\varepsilon) \approx \lambda \exp(-\varepsilon/\tau)$ , где  $\lambda$  - активность.)
- 8 Доказать, что при фазовых переходах первого рода удельная свободная энергия и удельная энтальпия испытывают разрыв непрерывности.

БИЛЕТ 10.

1. Вращательная теплоемкость двухатомных молекул + общее поведение теплоемкости.
- 

2. Практические задания.

- 1 Чему равно наиболее вероятное значение полного  $S_z$  в системе из  $N$  невзаимодействующих спинов  $1/2$ ?
- 2 Покажите, что большая сумма объединенной системы, состоящей из двух независимых подсистем, каждая из которых находится в тепловом и диффузионном контакте с резервуаром, равна произведению больших сумм подсистем:  $Z = Z_1 Z_2$ .
- 3 Найти  $v_{н.в.}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\sqrt{\overline{v^2}}$  и сравнить их. На чем основано 'школьное' определение температуры как меры средней кинетической энергии поступательного движения молекул?
- 4 Как зависит полное число фотонов (интенсивность света) в полости объемом  $V$  от температуры?
- 5 Показать, что давление абсолютно вырожденного нерелятивистского электронного газа равно

$$p = \frac{(3\pi^2)^{2/3}}{5} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{N}{V}\right)^{5/3}.$$

- 6 Дано выражение для свободной энергии системы:

$$F = C_V T(1 - \ln T) - \frac{a}{V} - RT \ln(V - b).$$

Найти термическое и калорическое уравнения состояния.

- 7 При повышении давления лед плавится при более низкой температуре. Оценить сдвиг температуры плавления, если вблизи  $0^\circ\text{C}$  теплота перехода  $3,4 \cdot 10^5$  Дж/кг, плотность льда  $0,92 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.
- 8 Используя результаты теории флуктуаций основных термодинамических величин, найти температурную зависимость дисперсии и относительной флуктуации энергии твердого тела в области низких и высоких температур. Нарисуйте график. Как зависит относительная флуктуация от числа частиц? О чем это говорит?

## БИЛЕТ 11.

1. Теплоемкость фононного газа. Законы Дюлонга и Пти, Эйнштейна, кубов Дебая.

---

### 2. Практические задания.

- 1 Покажите, что поток частиц направлен из области большего хим. потенциала в область меньшего. Используя представления о приближении к равновесию, покажите, что хим. потенциал зависит от концентрации.
- 2 Один из методов получения сверхнизких температур заключается в следующем. Парамагнитное вещество (спины не взаимодействуют) охлаждается в магнитном поле до возможно низкой температуры. Затем обеспечивают достаточно хорошую теплоизоляцию и выключают магнитное поле. При этом температура понижается. Таким способом были достигнуты температуры  $10^{-4}\text{K}$ . Объясните принцип данного способа охлаждения, ответив на вопросы:
  - 2.1. Как распределены частицы по уровням при некоторой температуре? Какой знак имеет полная магнитная энергия? Качественно изобразите график зависимости полной энергии  $E$  от температуры  $T$ .
  - 2.2. Что происходит с уровнями энергии спина при уменьшении магнитного поля? Как должны вести себя спины, чтобы обеспечить постоянство полной энергии? Почему это соответствует понижению температуры? Найдите число частиц на нижнем уровне как функцию расстояния между уровнями при постоянных  $E$  и  $N$ .  
Как ведет себя график  $E(T)$  при уменьшении магнитного поля по отношению к уровню полной энергии? Убедитесь в том, что это соответствует понижению температуры.
  - 2.3. Найдите полную энергию системы как функцию  $B$ ,  $T$ ,  $N$ . Соответствует ли полученная зависимость качественному графику? Покажите, что

$$T|_{B \rightarrow 0} = -N \frac{(\mu B)^2}{kE} \rightarrow 0$$

- 3 Покажите, что энергия Ферми в газе релятивистских фермионов равна:  $\varepsilon_F = c\hbar (3\pi^2 n)^{1/3}$  Используя этот результат, убедитесь в том, что средняя энергия релятивистского фермиона при  $T = 0$  равна:  $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{4}\varepsilon_F$ .
- 4 Что называется статистическим весом макросостояния?
- 5 Какие соотношения Максвелла можно получить, используя основное термодинамическое тождество для процессов с непостоянным числом частиц?
- 6 Изменяется ли термическое уравнение состояния идеального многоатомного газа от появления вращений и колебаний в молекуле? Изменяются ли такие величины, как  $C_V$ ,  $C_p$ ,  $C_p - C_V$ ?
- 7 Предположим, что давление и температура достигли в некоторой системе значений, соответствующих фазовому переходу. Какие еще дополнительные условия нужны для того, чтобы вещество переходило из фазы 1 в фазу 2 в случае фазового перехода 1-ого рода? 2-ого рода? В каком случае возможны метастабильные состояния? Почему?
- 8 Используя результаты теории флуктуаций основных термодинамических величин, найти температурную зависимость дисперсии и относительной флуктуации энергии фотонного газа.

БИЛЕТ 12.

1. Теплоемкость фотонного газа. Законы Планка, Рэлея-Джинса, Вина, смещения Вина.

---

2. Практические задания.

- 1 Покажите, используя 2-ой закон термодинамики и связь давления с энтропией, что в замкнутой системе граница раздела двух областей движется от области с большим давлением в область с меньшим.
- 2 Найти  $Z, F, S, U, C_V$  квантового гармонического осциллятора.
- 3 В некоторый момент приготовлено состояние газа, в котором все молекулы имеют равные по модулю скорости. Является ли такое состояние равновесным? В чем заключается приближение к равновесию, каков его механизм? Будет ли меняться распределение по скоростям и как? Определите установившуюся температуру газа.
- 4 Найти распределение интенсивности спектральных линий в чисто вращательной области спектра двухатомной молекулы, считая, что она определяется относительным числом молекул, находящихся в данном вращательном состоянии.
- 5 Чему равна максимальная энергия фонона в единицах  $kT$ ? Зависит ли она от температуры?
- 6 Получить и нарисовать плотность вероятности иметь скорость в интервале  $(v, v + dv)$  для нерелятивистских фермионов (при  $T = 0, T \neq 0$ ). Вычислить наиболее вероятную и среднюю скорости при  $T = 0, T \neq 0$ . Сравните средние скорости электронов при  $T \neq 0$  со средними скоростями поступательного движения молекул при тех же температурах. Убедитесь в том, что использование полученного ранее результата для хим. потенциала идеального одноатомного газа переводит вашу формулу в распределение Максвелла по скоростям.
- 7 Докажите правило площадей Максвелла (прямая равновесия, соответствующая изотермически-изобарическому фазовому переходу на кривой Ван-дер-Ваальса, проводится так, чтобы площади, ограничиваемые ею и кривой Ван-дер-Ваальса, были одинаковыми). Воспользуйтесь постоянством хим. потенциала при переходе или общим условием равновесия при  $p, T = const$ .
- 8 Найдите обусловленный флуктуациями предел чувствительности изобарического газового термометра с числом молекул  $N = 10^{22}$ . Какова относительная погрешность измерения температуры газовым термометром?

БИЛЕТ 13.

1. Теплоемкость электронного газа.

---

2. Практические задания.

- 1 Представим себе поверхность твердого тела, на которой расположены  $N_0$  атомов кристаллической решетки. Поверхность помещается в замкнутый объем с разреженным газом, который может адсорбироваться этой поверхностью. Число молекул газа  $N \ll N_0$ . Через некоторое время все молекулы газа располагаются в некоторых узлах кристаллической решетки поверхности твердого тела ('прилипают'). Найдите число доступных состояний газа и его энтропию. Убедитесь в том, что хим. потенциал газа содержит слагаемое  $\tau \ln n$ .
- 2 Как найти среднюю энергию вращательного движения молекулы  $CO$  с учетом квантовых поправок? Найдите среднюю энергию молекулы  $CO$  в классическом приближении с учетом поступательной, вращательной и колебательной части. Расстояние между ядрами в молекуле  $CO$  составляет  $1,123 \text{ \AA}$ , собственная частота колебаний молекулы  $\omega = 4.088 * 10^{14} \text{ с}^{-1}$ . Выше какой температуры можно использовать классическое приближение для вращения? для колебаний?
- 3 Экспериментальные значения  $T_D$  для группы щелочных металлов убывают с ростом атомного номера. Приведите теоретические аргументы в пользу такого поведения.
- 4 Покажите, что плотность числа орбиталей в газе квантовых нерелятивистских частиц  $D(\varepsilon) \sim \sqrt{\varepsilon}$ , а в газе квантовых релятивистских частиц  $D(\varepsilon) \sim \varepsilon^2$ .
- 5 Найдите стат. сумму одной частицы и среднюю энергию частицы в релятивистском классическом газе. Как связана стат. сумма одной частицы со стат. суммой всего газа из  $N$  частиц? Пользуясь полученным результатом, найдите термодинамические потенциалы  $U, S, F, H, \Phi$  релятивистского классического газа.
- 6 Дано выражение для свободной энергии системы:

$$F = C_V T(1 - \ln T) - \frac{a}{V} - RT \ln(V - b).$$

Найти термическое и калорическое уравнения состояния.

- 7 Русский физик М.П.Авенариус показал, что при критической температуре теплота испарения равна нулю. Проверить это положение, пользуясь уравнением Клапейрона-Клаузиуса.
- 8 Почему небо голубое?

## 1. Термодинамические потенциалы. Характеристические тройки. Соотношения Максвелла.

## 2. Практические задания.

- 1 Дайте определение фундаментальной температуры. Соответствует ли это определение термодинамическому определению температуры?
- 2 Используя принцип неопределенностей Гейзенберга, получите условие, при котором газ подчиняется классической статистике. Убедитесь в том, что полученный критерий соответствует  $\lambda \ll 1$  ( $\lambda$  - активность) для идеального одноатомного газа. Каким будет обратный критерий - критерий вырождения? Определите температуру вырождения. Какой статистике подчиняется фотонный газ? воздух в комнате при нормальных условиях? электронный газ в металле при комнатной температуре?
- 3 Найти выражение для свободной энергии  $F$  системы с двумя состояниями, одно из которых имеет энергию 0, а другое - энергию  $\varepsilon$ . Исходя из полученного выражения для  $F$ , найти выражения для энергии  $U$ , энтропии  $S$  и теплоемкости  $C_V$  системы.
- 4 Какова доля свободных электронов в металле при абсолютном нуле, кинетическая энергия которых больше половины максимальной?
- 5 Найдите  $C_p - C_V$  для фотонного газа ( $\propto VT$ ) и фононного газа в пределах  $T \ll T_D$ ,  $T \gg T_D$ . Как можно качественно объяснить полученные результаты при  $T \rightarrow 0$ ? Какая еще термодинамическая система ведет себя подобным образом? К чему приводит сжатие при постоянной температуре фотонного газа и фононного при низких температурах?

(Поскольку энергии фотонов и фононов определяются формулой  $\varepsilon = pc$ , то для давления этих газов можно пользоваться результатом, полученным для газа релятивистских частиц:  $p = \frac{1}{3} \frac{U}{V}$ .)

Напомним также, что  $C_p - C_V = \frac{T}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V}$

- 6 Объясните, почему для твердых тел, имеющих одномерную (нитевидную) и двумерную (слоистую) структуру, теплоемкость  $C_V$  при низких температурах подчиняется не закону Дебая ( $\sim T^3$ ), а закону Тарасова ( $\sim T$ ) и закону Сироты ( $\sim T^2$ ) соответственно.
- 7 Показать, что в тройной точке выполняется соотношение:

$$(v_1 - v_2) \frac{dP_{12}}{dT} + (v_2 - v_3) \frac{dP_{23}}{dT} + (v_3 - v_1) \frac{dP_{31}}{dT} = 0.$$

Здесь  $v_1, v_2, v_3$  - удельные объемы фаз,  $P_{12}, P_{23}, P_{31}$  - соответствующие кривые равновесия.

- 8 Почему в критической точке наблюдается явление критической опалесценции? Ответ аргументируйте формулами.



БИЛЕТ 15.

1. Общие условия термодинамического равновесия. Связь статистического и термодинамического способов описания мира. Калорическое уравнение, связь  $C_p$  и  $C_V$ .

2. Практические задания.

- 1 Обратимым или необратимым является процесс падения капли дождя в безветренную погоду при нормальных условиях? молекулы воды? Оцените время, которое потребуется, чтобы наблюдать обратный процесс для обоих тел.

- 2 Для системы, находящейся в тепловом контакте с резервуаром, покажите, что

2.1.  $\bar{E} = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$ .

2.2.  $\overline{E^2} = \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial \beta^2} = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2} + \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \right)^2$ .

2.3.  $\overline{(\Delta E)^2} = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2} = -\frac{\partial \bar{E}}{\partial \beta} = T^2 k C_V$ ,  $\overline{(\Delta T)^2} = \frac{kT^2}{C_V}$  (выразив  $\Delta T$  из определения  $C_V$ ).

Здесь  $C_V$  - теплоемкость системы при постоянном объеме. (Используйте формулу  $\overline{(\Delta E)^2} = \overline{E^2} - \bar{E}^2$ ).

- 2.4. Убедитесь в том, что для идеального газа  $\frac{\delta E}{\bar{E}} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$ , где  $\delta E \equiv \sqrt{\overline{(\Delta E)^2}}$  - среднеквадратичное отклонение.

- 3 Как посчитать хим.потенциал Ферми- или Бозе-газа? Чему равен хим.потенциал при  $T = 0$  Ферми-газа? Бозе-газа? Откуда следует, что  $\mu_{\text{Бозе}} < 0$ ? Какой знак имеет хим.потенциал для классического режима? Как ведут себя хим.потенциалы этих газов при  $T \neq 0$  (определите знак  $\frac{\partial \mu}{\partial T}$ )?

- 4 Определить максимальную частоту тепловых колебаний кристаллической решетки меди (Cu), у которой при температуре 125 К теплоемкость  $C_V$  отличается от классического значения на 25%.

- 5 Найдите полную и среднюю энергию в идеальном одноатомном газе интегрированием по квази-непрерывному спектру.

- 6 Вода имеет максимальную плотность при 4° С. Используя соотношения Максвелла, покажите, что при изотермическом сжатии воды при 2° С и изотермическом расширении при 6° С система поглощает тепло.

- 7 На примере газа Ван-дер-Ваальса убедитесь в том, что в критической точке изотермическая сжимаемость  $\beta_T$  и коэффициент теплового расширения  $\alpha_p$  обращаются в бесконечность.

- 8 Являются ли флуктуации параметров  $T$  и  $p$  статистически независимыми? Флуктуации каких параметров статистически независимы? Найдите  $\overline{\Delta T \Delta p}$ ,  $\overline{\Delta T \Delta S}$ ,  $\overline{\Delta V \Delta p}$ ,  $\overline{\Delta V \Delta S}$ .

БИЛЕТ 16.

1. Распределение Гаусса для вероятности флуктуации термодинамической величины. Флуктуации основных термодинамических величин. Отличия и сходства флуктуаций интенсивных и экстенсивных величин.

---

2. Практические задания.

- 1 С помощью представлений о хим.потенциале объясните принцип действия термопары.
- 2 Найдите стат.сумму частицы со спином 1 в магнитном поле. Используйте полученное выражение для нахождения  $F, U, C_V$ .
- 3 Найти среднее значение потенциальной энергии молекулы одноатомного газа, находящегося в сосуде высотой  $h$  в однородном поле силы тяжести. Определите полную энергию и теплоемкость системы при температуре  $T$ .
- 4 Определите теплоемкость электронного газа в металле при температуре  $1000^\circ \text{C}$ . Сравните с теплоемкостью решетки при той же температуре (при таких температурах все твердые тела, кроме алмаза, подчиняются классической теории). В чем причина малого вклада электронной теплоемкости в полную при этих температурах? При каких температурах эти вклады сравнимы?
- 5 Какая частота фонона наиболее вероятна при температуре  $T = T_D/4$ ? При какой температуре наиболее вероятное значение  $\omega$  совпадает с  $\omega_{\text{max}}$ ?
- 6 Найдите хим.птенциал идеального одноатомного газа. (Из требования постоянства полного числа частиц). Какой смысл имеет квантовый объем? активность? Какой должна быть концентрация частиц, чтобы газ можно было считать классическим? Изменением каких еще параметров и как можно улучшить 'классичность' газа?
- 7 Над выпуклой или вогнутой поверхностью давление равновесных паров выше? Используя этот факт и диаграммы состояния, объясните природу метастабильных состояний при фазовых переходах 1-ого рода. Почему невозможны метастабильные состояния при фазовых переходах 2-ого рода?
- 8 Перечислите шаги, приводящие к соотношению  $\overline{(\Delta N)^2} = \tau \frac{\partial \bar{N}}{\partial \mu}$  для систем с непостоянным числом частиц. Используя этот результат, покажите, что среднеквадратичное отклонение числа частиц на одной орбитали  $\tilde{\Delta n} \equiv \sqrt{\overline{\Delta n^2}}$  ведет себя следующим образом:  
 $\tilde{\Delta n} = \sqrt{\bar{n}}$  - в классической системе,  
 $\tilde{\Delta n} = \sqrt{\bar{n}(1 - \bar{n})}$  - в фермионной системе,  
 $\tilde{\Delta n} = \sqrt{\bar{n}(1 + \bar{n})}$  - в бозонной системе.  
Здесь  $\bar{n}$  - среднее число частиц на этой орбитали. Как ведут себя относительные флуктуации числа частиц на орбитали при низких температурах в бозонной системе и в фермионной системе? (Для бозонов полученный для  $T \rightarrow 0$  результат имеет смысл: бозоны 'предпочитают' перемещаться пакетами - чисто квантовое поведение)

БИЛЕТ 17.

1. Фазовые переходы 1 и 2 рода. Уравнения Клапейрона-Клаузиуса, Эренфеста. Классификация фазовых переходов.

2. Практические задания.

- 1 Состояния свободной частицы в ящике - стационарные состояния (стоячие волны - решение уравнения Шредингера). Почему же тогда частицы не живут бесконечно долго в этих состояниях, а имеют возможность блуждать по этим состояниям?
- 2 Как распределены частицы по уровням при отрицательном абсолютном нуле температур? Как изменяется это распределение при увеличении модуля отрицательной температуры?
- 3 Пайти  $v_{н.в.}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\sqrt{v^2}$  и сравнить их. На чем основано 'школьное' определение температуры как меры средней кинетической энергии поступательного движения молекул?
- 4 В газовой модели ядра принимается, что нуклоны образуют газ, заполняющий объем ядра и подчиняющийся распределению Ферми. Оцените максимальную кинетическую энергию нуклонов в ядре. Какой скорости она соответствует? Нуклонный газ считать полностью вырожденным; число протонов в ядре принять равным числу нейтронов.
- 5 Как зависит интенсивность хаотических упругих возбуждений в кристалле (т.е. полное число фононов) от температуры? Рассмотреть предельные случаи  $T \ll T_D$ ,  $T \gg T_D$ . Нарисуйте график. Какую часть спектра человек воспринимает как звук (хаотический шум) в кристалле цезия ( $T_D = 37K$ ) и в кристалле алмаза ( $T_D \approx 2200K$ )?
- 6 Найдите стат.сумму одной частицы в идеальном одноатомном газе. Пользуясь полученным результатом, найдите среднюю энергию частицы и полную энергию газа. Как связана стат.сумма одной частицы со стат.суммой всего газа из  $N$  частиц?
- 7 Используя соотношение  $F = -\tau \ln Z = -kT \ln Z$ , найдите связь между стат.суммой и остальными термодинамическими потенциалами:

$$S = k \ln Z + kT \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V,$$

$$U = kT^2 \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V,$$

$$H = kT \left[ \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \ln V} \right)_T + \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \ln T} \right)_V \right],$$

$$G = kT \left[ \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial \ln V} \right)_T - \ln Z \right].$$

Можете ли вы найти эти величины для идеального газа?

- 8 Как найти  $\overline{(\Delta N)^2}$ , пользуясь  $\overline{(\Delta V)^2}$ ? Совпадает ли полученный результат с результатом, полученным с помощью большого канонического распределения  $\overline{(\Delta N)^2} = \tau \frac{\partial \bar{N}}{\partial \mu}$ ?

## Критерии оценивания

| Формируемые компетенции | Высокий уровень сформированности компетенций   | Продвинутый уровень сформированности компетенций  | Базовый уровень сформированности компетенций                                     |
|-------------------------|--|---|--|
|                         | (87-100 баллов)<br>отлично/зачтено   | (73-86 баллов)<br>хорошо/зачтено  | (60-72 баллов)<br>удовлетворительно/зачтено                                      |
| ОК-3, ПК-11             | Ответ на вопрос  | Ответ на вопрос   | Ответ на вопрос в  |
|                         | полный, правильный, показывает, что обучающийся правильно и исчерпывающе раскрывает содержание вопроса, конкретизирует его фактическим материалом. | удовлетворяет уже названным требованиям, неточности изложении определении объяснении взаимосвязей. Однако, обучающийся легко неточности дополнительным наводящим преподавателя. | уже но есть в фактов, понятий, объяснении. Однако, может устранить по и вопросам |

\* Менее 60 баллов – компетенция не сформирована.

### 3.2.3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И ПЕРЕЧЕНЬ КОРРЕКТИРУЮЩИХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Этот раздел заполняется по мере необходимости, но не реже, чем 1 раз в 3 – 4 года.

После окончания изучения обучающимися учебной дисциплины ежегодно осуществляются следующие мероприятия:

- анализ результатов обучения обучающихся дисциплине на основе данных промежуточного и итогового контроля;
- рассмотрение, при необходимости, возможностей внесения изменений в соответствующие документы РПД, в том числе с учетом пожеланий заказчиков;
- формирование перечня рекомендаций и корректирующих мероприятий по оптимизации трехстороннего взаимодействия между обучающимися, преподавателями и потребителями выпускников профиля;
- рекомендации и мероприятия по корректированию образовательного процесса; заполняется специальная форма «Лист внесения изменений».

### 3.3.1. Карта литературного обеспечения дисциплины (включая электронные ресурсы)


#### Статистические закономерности в физике

Для обучающихся образовательной программы  
44.03.01 Педагогическое образование  
Квалификация (степень) «бакалавр»  
по очной форме обучения

| № п/п | Наименование  | Место хранения  | Кол-во экземпляров |
|-------|---|---|--------------------|
|       | <b>Основная литература</b>  |   |                    |
|       | <b>Модуль 1</b>   |   |                    |
| 1     | Иродов, Игорь Евгеньевич. Молекулярная физика. Основные законы [Текст] : учебное пособие / И. Е. Иродов, 2010. - 309 с.   | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 5                  |
| 2     | Иродов, Игорь Евгеньевич. Задачи по общей физике [Текст] : учебное пособие / И. Е. Иродов, 2010. - 431 с.   | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 15                 |
| 3     | Савельев, Игорь Владимирович. Курс общей физики [Текст] : учебное пособие. Кн. 3 : Молекулярная физика и термодинамика : учебное пособие, 2009. - 208 с.        | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 80                 |
|       | <b>Модуль 2</b>   |   |                    |
| 1     | Иродов, Игорь Евгеньевич. Молекулярная физика. Основные законы [Текст] : учебное пособие / И. Е. Иродов, 2010. - 309 с.   | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 5                  |
| 2     | Иродов, Игорь Евгеньевич. Задачи по общей физике [Текст] : учебное пособие / И. Е. Иродов, 2010. - 431 с.   | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 15                 |
| 3     | Савельев, Игорь Владимирович. Курс общей физики [Текст] : учебное пособие. Кн. 3 : Молекулярная физика и термодинамика : учебное пособие, 2009. - 208 с.        | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 80                 |
|       | <b>Модуль 3</b>   |   |                    |
| 1     | Иродов, Игорь Евгеньевич. Молекулярная физика. Основные законы [Текст] : учебное пособие / И. Е. Иродов, 2010. - 309 с.   | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 5                  |
| 2     | Иродов, Игорь Евгеньевич. Задачи по общей физике [Текст] : учебное пособие / И. Е. Иродов, 2010. - 431 с.   | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 15                 |
| 3     | Савельев, Игорь Владимирович. Курс общей физики [Текст] : учебное пособие. Кн. 3 : Молекулярная физика и термодинамика : учебное пособие, 2009. - 208 с.        | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 80                 |
|       | <b>Модуль 4</b>   |   |                    |
| 1     | Иродов, Игорь Евгеньевич. Молекулярная физика. Основные законы [Текст] : учебное пособие / И. Е. Иродов, 2010. - 309 с.   | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 5                  |
| 2     | Иродов, Игорь Евгеньевич. Задачи по общей физике [Текст] : учебное пособие / И. Е. Иродов, 2010. - 431 с.   | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 15                 |
| 3     | Савельев, Игорь Владимирович. Курс общей физики [Текст] : учебное пособие. Кн. 3 : Молекулярная физика и термодинамика : учебное пособие, 2009. - 208 с.        | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 80                 |
|       | <b>Дополнительная литература</b>  |   |                    |
| 1     | Р. Фейнман, Р. Лейтон, Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 4: Кинетика, теплота, звук. М.: Мир, 1967. – 264 с.  | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 15                 |
| 2     | А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский. и др. Физические величины. Справочник / Под. ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. - | Отраслевая библиотека Института математики физики и информатики | 15                 |

|    |   |   |    |
|----|---|---|----|
|    | 1232 с.   |   |    |
| 3  | Сивухин Д.В. Термодинамика и молекулярная физика. Т. 2. М.: Наука, 1990. – 592 с.                             | Отраслевая библиотека<br>Института математики<br>физики и информатики | 15 |
| 4  | Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс, Фейнмановские лекции по физике. Задачи и упражнения. М.: Мир, 1978. - 544 с. | Отраслевая библиотека<br>Института математики<br>физики и информатики | 5  |
| 5  | Берклеевский курс физики, том V. Ф.Рейф. Статистическая физика. Москва, Наука, 1977.                          | Отраслевая библиотека<br>Института математики физики и<br>информатики | 10 |
| 6  | Ч.Киттель. Статистическая термодинамика. Москва, 1977.  | Отраслевая библиотека<br>Института математики физики и<br>информатики | 5  |
| 7  | А.С.Василевский, В.В.Мулгановский. Статистическая физика и термодинамика. Москва, Просвещение, 1985.          | Отраслевая библиотека<br>Института математики физики и<br>информатики | 15 |
| 8  | И.А.Квасников. Термодинамика и статистическая физика. Т. 1,2,3. Москва, МГУ, 2002                             | Отраслевая библиотека<br>Института математики физики и<br>информатики | 5  |
| 9  | Р.О.Зайцев. Статистическая физика. МФТИ, 2004.  | Отраслевая библиотека<br>Института математики физики и<br>информатики | 3  |
| 10 | М.В.Садовский. Лекции по статистической физике. Москва-Ижевск, 2003.  | Отраслевая библиотека<br>Института математики физики и<br>информатики | 6  |
| 11 | В.Ф.Ноздрев, А.А.Сенкевич. Курс статистической физики. Москва, Высшая школа, 1969.                            | Отраслевая библиотека<br>Института математики физики и<br>информатики | 4  |
|    | Учебно-методическое обеспечение   |   |    |
| 1  | А.А. Иванов, Молекулярная физика, т.4., Красноярск, РИО КГПУ, 1997 г., 228 с.                                 | Отраслевая библиотека<br>Института математики<br>физики и информатики | 50 |

Согласовано:

Главный библиотекарь /  Фортова А.А.  
(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О)

### 3.3.2. Карта материально-технической базы дисциплины

| Аудитория  | Оборудование<br>(наглядные пособия, макеты, модели, лабораторное оборудование, компьютеры, интерактивные доски, проекторы, программное обеспечение)   |
|--|---|
| для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации |   |
| Ул. Перенсона 7.<br>Лаборатория молекулярной и атомной физики (2-11, 3-11)   | Компьютер, проектор,<br>Помещение для подготовки и обслуживания лабораторного и демонстрационного оборудования. Комплекты демонстрационного оборудования<br>Microsoft® Windows® 7 Professional Лицензия Dreamspark (MSDN AA);<br>Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №2304- 180417-031116- 577-384;<br>Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия);<br>Google Chrome – (Свободная лицензия);<br>LibreOffice – (Свободная лицензия GPL);<br>VLC – (Свободная лицензия). |
| для проведения лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации  |   |
| Ул. Перенсона 7.<br>Лаборатория молекулярной и атомной физики (4-03,4-02,3-12)   | Компьютеры<br>Microsoft® Windows® 7 Professional Лицензия Dreamspark (MSDN AA);<br>Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №2304- 180417-031116- 577-384;<br>7-Zip - (Свободная лицензия GPL);<br>Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия);<br>Google Chrome – (Свободная лицензия);<br>LibreOffice – (Свободная лицензия GPL);<br>XnView – (Свободная лицензия);<br>VLC – (Свободная лицензия).  |

## Лист внесения изменений в рабочую программу дисциплины

Дополнения и изменения в рабочей программе на 2018/2019 учебный год

В РПД вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.
2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения
3. В фонд оценочных средств внесены изменения в соответствии приказом «Об утверждении Положения о фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации» от 28.04.2018 №297 (п)

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры физики и методики обучения физике 20.05.2018 г. протокол № 7.

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой ФиМОФ \_\_\_\_\_ В.И. Тесленко

Одобрено НМС ИМФИ

Протокол № 7 от 20.05.2018 г.

Председатель НМС ИМФИ \_\_\_\_\_ С.В. Бортновский



## **Лист внесения изменений**

Дополнения и изменения рабочей программы на 2018/2019 учебный год

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

1. На титульном листе РПД и ФОС изменено название ведомственной принадлежности «Министерство науки и высшего образования» на основании приказа «о внесении изменений в сведения о КГПУ им. В.П. Астафьева» от 15.07.2018 № 457 (п).

## Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2019/2020 учебный год

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.
2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры физики и методики обучения физике 11.04.2019 г. протокол № 8.

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой ФиМОФ \_\_\_\_\_ В.И. Тесленко

Одобрено НМС ИМФИ

Протокол № 8 от 16.05.2019 г.

Председатель НМС ИМФИ \_\_\_\_\_ С.В. Бортновский