

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕР-  
СИТЕТ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

# ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки:  
44.03.01 Педагогическое образование (с одним профилем подготовки)  
Направленность (профиль) образовательной программы  
Математика

Квалификация (степень) выпускника  
БАКАЛАВР

Очная форма обучения

Красноярск 2018

Рабочая программа дисциплины «Геометрия» составлена доктором педагогических наук, профессором кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания В.Р.Майером

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания

протокол № 9 от 03 мая 2018 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  В.Р. Майер

Одобрена научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики

23 мая \_ 2018г. Протокол №8  
Председатель НМСС (Н) \_\_\_\_\_



С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики обучения математике

протокол № 01\_ от «05»\_сентября\_ 2018 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики

«\_12\_»\_сентября\_ 2018г. Протокол №\_1

Председатель НМСС (Н) \_\_\_\_\_  С.В. Борзновский



## Лист внесения изменений

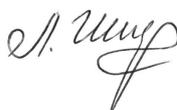
Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. На титульном листе РПД и ФОС изменено название ведомственной принадлежности «Министерство науки и высшего образования РФ» на основании приказа «о внесении изменений в сведения о КГПУ им. В.П. Астафьева» от 15.07.2018 № 457 (п).
2. На титульном листе РПД и ФОС изменено название кафедры разработчика «Кафедра математики и методики обучения математике» на основании решения Ученого совета КГПУ им. В.П. Астафьева «О реорганизации структурных подразделений университета» от 01.06.2018

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры МиМОМ протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г. Протокол № \_\_



Председатель



С.В. Бортоновский

## Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2019/2020 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Обновлено карта литературного обеспечения дисциплины.
2. Обновлено карта материально-технической базы дисциплины

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике протокол № 7 от « 08 » мая 2019 г.

Заведующий кафедрой

Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева  
«16» мая 2019 г. Протокол № 8

Председатель

С.В. Бортновский



# 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

## 1.1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Рабочая программа по дисциплине «Геометрия» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 04 декабря 2015 г. № 1426 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н.; нормативно-правовыми документами, регламентирующими образовательный процесс в КГПУ им. В.П. Астафьева по направленности (профилю) образовательной программы Математика, очной формы обучения в институте математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева с присвоением квалификации бакалавр. Данная дисциплина Б1.В.02.10 «Геометрия» включена в список обязательных дисциплин Вариативной части в 1, 2, 3 и 4 семестрах (1 и 2 курсы) учебного плана по очной форме обучения.

## 1.2. Общая трудоемкость дисциплины

Общий объем времени, отводимый на изучение дисциплины – 13 зачетных единиц или 468 часов. На аудиторную (контактную) работу отводится 196 часов, на самостоятельную – 236 часов, контроль знаний – 36 часов, формы контроля знаний – экзамен (2 семестр) и зачет с оценкой (4 семестр).

Предусмотрено построение индивидуальных планов, (виды и темы заданий, сроки представления результатов, самостоятельной работы студента в пределах трудоёмкости дисциплины).

Предполагается следующая работа студентов над освоением курса:

- освоение основных теоретических положений геометрии;
- решение задач прикладной и исследовательской направленности по геометрии
- работа с литературой и первоисточниками;
- подготовка докладов и сообщений;
- практика создания GSP файлов в системе динамической геометрии Живая геометрия;
- разработка компьютерного сопровождения тем курса геометрии;
- исследовательские работы (проекты) методического характера (или проекты).

## 1.3. Цель и задачи освоения дисциплины.

Главная цель освоения дисциплины – формирование у обучающихся общекультурных и профессиональных компетенций в ходе изучения важнейших теоретических положений и математического аппарата геометрии, имеющих приложения к понимаемому в широком смысле школьному курсу геометрии.

**Основные задачи дисциплины:**

- дать современное базовое теоретическое обоснование обязательных раз-

делов курса геометрии, необходимых для формирования компетенций обучаемого;

- сформировать навыки активного применения теоретических знаний к практическим приложениям, в особенности, к решению задач элементарной геометрии;

- ознакомить с основными концепциями и направлениями развития геометрии с целью последующей успешной адаптации к возможным изменениям формы и содержания действующих стандартов образования.

- сформировать уровень математической культуры, достаточный для осознанной ориентации в многообразии учебной литературы по школьному курсу геометрии;

- дать теоретические положения дополнительных разделов геометрических курсов, входящих в программы классов естественнонаучного профиля, элективных математических курсов и кружков.

Достижение цели и задач изучения дисциплины обеспечивается так же решением целого ряда **вспомогательных задач**, таких как:

- установление междисциплинарных связей между информатикой, геометрией и алгеброй;

- использование современных образовательных технологий;

- формирование системы предметных знаний и умений;

- овладение методикой применения информационных технологий при обучении математике;

- активизация самостоятельной деятельности, включение в исследовательскую работу.

Дисциплина опирается на компетентности и школьный курс математики, позволяющие студентам освоить дисциплину «Геометрия».

#### **1.4. Основные модули дисциплины**

1. Геометрия на плоскости.

2. Геометрия в пространстве.

3. Геометрические преобразования.

4. Проективная геометрия.

*Замечание:* Модуль «Основания геометрии» изучается в рамках дисциплины «Дополнительные главы алгебры и геометрии» в 6 семестре.

#### **1.5. Планируемые результаты обучения.**

В результате изучения дисциплины «Геометрия» и решения отмеченных выше задач, обучающийся должен:

**знать:**

- основные теоремы и факты планиметрии и стереометрии;
- простейшие построения циркулем и линейкой;
- критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой;
- методы изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании;
- аксиоматическое определение площади многоугольника, объема многогранника, включая теоремы их существования и единственности;

- основные геометрические преобразования плоскости и пространства;
- основные факты проективной планиметрии;
- возможности СДГ как эффективного средства обучения геометрии;

**уметь:**

- применять основные геометрические преобразования к решению задач; применять на практике методы решения задач на построение;
- строить изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании;
- решать аффинные и метрические задачи аксонометрии;
- использовать в приложениях проективные свойства фигур;
- применять системы динамической геометрии при решении задач элементарной геометрии, проведении математических экспериментов.

**владеть:**

- основами математики как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов;
- основными методами построения математических моделей для решения практических проблем;
- принципами экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий;
- теоретико-групповым подходом к изучению геометрии и основных геометрических инвариантов;
- методом Монжа построения изображений при параллельном проектировании.

Изучение дисциплины «Геометрия» и решение отмеченных выше задач направлено на формирование следующих **компетенций**:

*Общекультурные компетенции:*

ОК-3. Способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве

*Профессиональные компетенции:*

ПК-1. Готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов

ПК-2. Способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики.

### **1.6. Контроль результатов освоения дисциплины.**

- текущий контроль: проводится с целью реализации обратной связи, организации самостоятельной работы и текущей проверки усвоения модуля дисциплины. Методы контроля успеваемости: выполнение практических и лабораторных работ, посещение лекций, написание рефератов. Форма контроля: подготовка проектов, составление конспектов, презентаций, программ компьютерного сопровождения тем курсов геометрии, их анализ.

- рубежный контроль: проводится между модулями с целью определения уровня освоения изученного материала через разработку и защиту проектов.

- итоговый контроль: экзамен и зачёт с оценкой по итогам 1 и 2 курсов и представление портфолио проводятся с целью оценки уровня овладения компетенциями в соответствии с ФГОС ВО.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонд оценочных средств по дисциплине».

### **1.7. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.**

1. Современное традиционное обучение (лекционно-семинарская-зачетная система) с использованием системы динамической математики.
2. Педагогические технологии на основе гуманно-личностной ориентации педагогического процесса:
  - а) педагогика сотрудничества;
  - б) гуманно-личностная технология.
3. Педагогические технологии на основе активизации и интенсификации деятельности обучающихся (активные методы обучения):
  - а) проблемное обучение;
  - б) технология проектного обучения;
  - в) интерактивные технологии;
  - г) информационные технологии.
4. Педагогические технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса:
  - а) технологии уровневой дифференциации;
  - б) технология дифференцированного обучения;
  - в) технологии индивидуализации обучения;
5. Педагогические технологии на основе дидактического усовершенствования и реконструирования материала:
  - а) технологии модульного обучения;
  - б) технологии интеграции в образовании.

## 2. Организационно-методические документы

### 2.1. Технологическая карта обучения дисциплине «Геометрия» для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,  
Направленность (профиль) образовательной программы Математика

#### по очной форме обучения

(общая трудоемкость 12 з.е.)

Модули. Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов / з.е	Аудиторных часов				Самост. работа	Формы и методы контроля
		всего	лекций	лабор-х работ	семинаров		
<b>МОДУЛЬ 1. ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ</b>	<b>162 / 4,5</b>	<b>54</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>108</b>	
<b>Раздел №1. Геометрические построения на плоскости</b>	<b>52</b>	<b>18</b>	<b>6</b>	<b>12</b>		<b>34</b>	
1.1. Задачи на построение. Аксиомы циркуля и линейки. Элементарные задачи на построении. Основные этапы решения задач на построение.	18	6	2	4		12	Самостоятельная работа
1.2. Геометрические места точек. Решение задач на построение методом ГМТ.	18	6	2	4		12	
1.3. Алгебраический метод решения задач на построение. Золотое сечение. Построение правильных многоугольников. Задачи неразрешимые циркулем и линейкой	16	6	2	4		10	Контрольная работа
<b>Раздел №2 Метрические соотношения. Площади</b>	<b>52</b>	<b>18</b>	<b>6</b>	<b>12</b>		<b>34</b>	
2.1. Треугольник, определение, свойства и признаки его основных элементов. Теорема синусов, двух синусов, косинусов. Теоремы Эйлера.	18	6	2	4		12	Контрольная работа
2.2. Четырехугольники, определение, свойства и признаки его основных элементов. Теорема Птолемея.	18	6	2	4		12	Контрольная работа
2.3. Площади многоугольников. Теорема Брахмагупты. Равновеликие и равносторонние многоугольники.	16	6	2	4		10	
<b>Раздел №3. Векторный и координатный методы. Линии первого и второго порядка на плоскости</b>	<b>58</b>	<b>18</b>	<b>6</b>	<b>12</b>		<b>40</b>	
3.1. Координаты векторов и точек. Операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Скалярное произведение векторов.	20	6	2	4		14	Самостоятельная работа
3.2. Способы задания прямой. Различные уравнения прямой. Взаимное расположение прямых. Метрические задачи.	20	6	2	4		14	Контрольная работа
3.3. Линии второго порядка. Приведение линии второго порядка к каноническому виду.	18	6	2	4		12	
<b>ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ</b>							Коллоквиум
<b>МОДУЛЬ 2. ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ</b>	<b>126 / 3,5</b>	<b>44</b>	<b>18</b>	<b>26</b>		<b>46</b>	<b>36 (экзамен)</b>

<b>Раздел №1 Изображения фигур</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>10</b>	
1.1. Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования. Изображение плоских фигур в пространстве	8	4	2	2		4	Самостоятельная работа
1.2. Изображение пространственных фигур. Изображение сферы.	10	4	2	2		6	
<b>Раздел №2 Правильные многогранники. Тела вращения</b>	<b>28</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>16</b>	
2.1. Правильный тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.	8	4	2	2		4	Индивидуальная домашняя работа Контрольная работа
2.2. Эйлерова характеристика для многогранников. Теорема Декарта-Эйлера. Теорема Эйлера.	10	4	2	2		6	
2.3. Понятие объема. Объем призмы, пирамиды, цилиндра и конуса	10	4	2	2		6	
<b>Раздел №3 Исследование линий и поверхностей векторным и координатным методами.</b>	<b>44</b>	<b>24</b>	<b>8</b>	<b>16</b>		<b>20</b>	<b>36</b>
3.1. Векторное и смешанное произведения векторов, свойства и приложения.	8	4	2	2		4	Индивидуальная домашняя работа Контрольная работа
3.2. Прямая в пространстве, Взаимное расположение прямых в пространстве. Метрические задачи по теме прямая в пространстве.	14	8	2	6		6	
3.3.. Плоскость, уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Метрические задачи по теме плоскость.	10	6	2	4		4	
3.4. Поверхности: цилиндрические и конические поверхности, поверхности второго порядка.	12	6	2	4		6	
<b>ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ</b>							<b>Экзамен (36)</b>
<b>МОДУЛЬ 3. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ</b>	<b>126/ 3,5</b>	<b>54</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>72</b>	
<b>Раздел № 1. Движения</b>	<b>42</b>	<b>20</b>	<b>6</b>	<b>14</b>		<b>22</b>	
1.1. Движения. Свойства движений. Группа движений. Композиция осевых симметрий. Решение задач с помощью движений.	28	14	4	10		14	Самостоятельная работа Контрольная работа
1.2. Классификация движений плоскости. Аналитическое задание движений. Симметрии плоских фигур.	14	6	2	4		8	
<b>Раздел №2 Подобия.</b>	<b>40</b>	<b>16</b>	<b>4</b>	<b>12</b>		<b>24</b>	
2.1. Подобие плоскости и пространства. Свойства подобия. Группа подобий. Аналитическое задание подобия.	20	8	2	6		12	Контрольная работа
2.2. Гомотетия. свойства гомотетии. Аналитическое задание гомотетии. Решение задач с помощью подобия.	20	8	2	6		12	
<b>Раздел №3 Аффинные преобразования плоскости. Инверсия.</b>	<b>44</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>10</b>		<b>26</b>	
3.1. Аффинные преобразования, свойства. Группа аффинных преобразований.	12	4	2	2		8	
3.2. Родство. Свойства родства.	16	8	4	4		8	

Задание родства. Задание аффинного преобразования плоскости.							Индивидуальное домашнее задание
3.3. Инверсия. Свойства инверсии. Решение задач с помощью инверсии.	16	6	2	4		10	
<b>ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ</b>							Коллоквиум
<b>МОДУЛЬ 4. ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ</b>	<b>54/1,5</b>	<b>44</b>	<b>18</b>	<b>26</b>		<b>10</b>	
<b>Раздел №1. Основные факты проективной геометрии</b>	<b>22</b>	<b>18</b>	<b>8</b>	<b>10</b>		<b>4</b>	
1.1. Центральное проектирование, проективная плоскость, ее модели. Теорема Дезарга, обратная теорема, ее приложения	7	6	2	4		1	Индивидуальное домашнее задание
1.2. Координаты точек и прямых, сложные отношения, гармонические четверки	5	4	2	2		1	
1.3. Проективные преобразования. Гомология	10	8	4	4		2	
<b>Раздел №2. Линии второго порядка на проективной плоскости</b>	<b>32</b>	<b>26</b>	<b>10</b>	<b>16</b>		<b>6</b>	
2.1. Проективные и перспективные отображения прямых и пучков.	6	4	2	2		2	Контрольная работа Индивидуальная домашняя работа
2.2. Линии второго порядка, их пересечения с прямой, касательные, полюсы и поляры.	8	6	2	4		2	
2.3. Теоремы Штейнера, Паскаля и Бриансона	18	16	6	10		2	
							<b>Зачёт с оценкой</b>
<b>Итого</b>	<b>468 / 13 з.е.</b>	<b>196</b>	<b>72</b>	<b>124</b>		<b>236</b>	<b>36 (экзамен во 2 семестре)</b>

## 2.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины «Геометрия»

Геометрия – одна из основных дисциплин школьной программы. Ее особенностью является уникальное сочетание наглядности и логической последовательности построения математической теории. Никакая другая из изучаемых в школе дисциплин естественнонаучного цикла не обладает такими возможностями и не предъявляет к учащимся столь строгих требований. Этим объясняется значение элементарной геометрии в формировании мышления школьников и определяется место настоящего курса в основной образовательной программе подготовки учителя математики.

Курс геометрии в педагогическом университете должен обеспечить развитие у будущего преподавателя достаточно широкого взгляда на геометрию и вооружить его конкретными знаниями, дающими ему возможность преподавать геометрию в средней школе и квалифицированно вести элективные курсы по геометрии. При составлении настоящей программы учитывалось, что достижению этой цели, помимо курса геометрии, должны служить дисциплины по выбору, а также курс истории математики.

В структуре изучаемого курса выделены четыре модуля: модуль 1 – геометрия на плоскости, модуль 2 – геометрия в пространстве; модуль 3 – геометрические преобразования, модуль 4 – проективная геометрия.

При изучении *модулей курса* особое внимание уделяется ликвидации пробелов в знаниях студентов по школьному курсу планиметрии и стереометрии. Одна из задач модулей – систематизировать и углубить представления студентов об основных геометрических фактах, изучаемых в школе, пополнить знания будущих учителей математики новыми фактами и методами, которые в школе не рассматриваются.

*Модуль 1* посвящён геометрическим построениям и метрическим задачам планиметрии, углубленному изучению свойств геометрических фигур на плоскости, аналитической геометрии на плоскости. Особое внимание уделяется элементарной геометрии на плоскости.

*Модуль 2* посвящен методам изображения фигур в пространстве на основе параллельного проектирования, многогранникам и телам вращения, аналитической геометрии в пространстве. Приоритетное внимание уделяется элементарной геометрии в пространстве.

*Модуль 3* посвящен геометрическим преобразованиям. Раздел «Преобразования плоскости и пространства» в программе школы представлен отрывочными знаниями, единичными фактами, поэтому задачи данного модуля:

1) сформировать у студентов полное представление о таких преобразованиях плоскости как: движения, подобия, аффинные преобразования, инверсия (инверсия рассматривается с целью продемонстрировать преобразование, не сохраняющее прямолинейность расположения точек);

2) познакомить с основной идеей использования перечисленных выше преобразований, при решении задач на построение, доказательство и вычисление;

3) показать полный набор методов решения задач по геометрии, который можно использовать при обучении учащихся в школе на уроках и элективных курсах.

Во всех модулях курса активно используется система динамической геометрии (СДГ) «Живая геометрия» и «Живая математика» (русскоязычные версии американской программной среды «The Geometer's Sketchpad»). Причем СДГ применяются не только для обучения геометрии и формирования у будущего учителя математики общекультурных и профессиональных компетенций, но и используются как средство, позволяющее студенту в будущем формировать у школьников менталитет математика-экспериментатора и математика-исследователя.

*Модуль 4* посвящён проективной геометрии. Изучаются те свойства геометрических фигур, которые сохраняются при центральном проектировании. Обучающиеся знакомятся с теоретическими основами построения одной линейкой, получают основу построения в курсе основания геометрии модели Кели-Клейна плоскости Лобачевского.

Приведем содержание дисциплины «Геометрия» по каждому модулю.

### Модуль 1. Геометрия на плоскости

Задачи на построение. Основные построения. Схема решения задач на построение. Методы решения задач на построение. Геометрические места точек (или множества точек с заданным свойством). Метод пересечения множеств. Алгебраический метод решения задач на построение. Построения отрезков по формулам. О разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Примеры задач не разрешимых циркулем и линейкой. Классические задачи не разрешимые циркулем и линейкой (квадратура круга, удвоение куба, трисекция угла). Золотое сечение. Построение правильных многоугольников. Построения одной линейкой, двусторонней линейкой, циркулем, другими инструментами.

Медианы треугольника, прямоугольного треугольника, свойства. Обратные теоремы. Биссектрисы треугольника, свойства и признаки. Высоты треугольника, свойства. Замечательные точки в треугольнике.

Теоремы Анищенко (о двух синусах), Чевы и Менелая. Задача Апполония. Теорема синусов, теорема косинусов для треугольника и четырехугольника. Теорема Пифагора. Задача Эйлера. Аксиомы площади. Площадь треугольника, четырехугольника. Теорема Брахмагупты. Равновеливость, равносторонность. Теорема Бояи-Гервина. Изопериметрические задачи.

Координаты точек на плоскости и в пространстве. Исторический обзор возникновения аналитической геометрии. Векторы на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Скалярное произведение векторов. Существование площади многоугольника.

Прямая на плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой. Исследование общего уравнения прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

Линии второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Линии второго порядка как конические сечения. Замена координат. Приведение линии второго порядка к каноническому виду. Классификация линий второго порядка.

## **Модуль 2. Геометрия в пространстве.**

Аксиомы стереометрии. Простейшие следствия, параллельное проектирование. Свойства. Изображение плоских фигур в пространстве. Изображение окружности и сопряженных диаметров. Изображение пространственных фигур. Теорема Польке-Шварца. Изображение сферы. Построение сечений многогранников плоскостью: метод следов, метод внутреннего проектирования. Понятие полного изображения. Признак полноты чертежа. Примеры задач. Метрическая определенность чертежа. Аксонометрия.

Многогранники. Теорема Эйлера для многогранников. Правильные многогранники, их основные свойства. Теорема о существовании 5 видов правильных многогранников. Изображение куба, тетраэдра, октаэдра, додекаэдра, икосаэдра.

Аксиоматический метод измерения объемов. Принцип Кавальери. Объем призмы, пирамиды, конуса, цилиндра, шара.

Векторное и смешанное произведения векторов. Прямая в пространстве, векторное, параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Метрические задачи по теме прямая в пространстве. Винтовая линия, свойства винтовой линии.

Плоскость, уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Метрические задачи по теме плоскость.

Поверхности. Поверхности вращения, цилиндрические и конические поверхности. Поверхности второго порядка, отличные от цилиндрических и конических поверхностей (эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды).

## **Модуль 3. Геометрические преобразования**

Преобразование множества. Группа преобразований множества.

Движение. Группа движений плоскости. Осевая симметрия, поворот плоскости вокруг точки, параллельный перенос (определения, свойства). Аналитическое задание движения.

Представление движения в виде композиции осевых симметрий. Классификация движений. Группа симметрий ограниченной плоской фигуры.

Подобие плоскости (определение, аналитическое задание, свойства). Гомотетия (определение, аналитическое задание, свойства). Задание гомотетии, построение соответственных точек. Приложение гомотетии к решению задач.

Аффинные преобразования (определение, свойства). Задание аффинного преобразования тремя парами соответственных точек. Аналитическое задание аффинного преобразования. Родство (определение, свойства). Задание родства, построение соответственных точек. Применение родства при построении сечения призмы плоскостью.

Инверсия (определение, свойства). Построение соответственных точек в инверсии. Инверсия прямой. Инверсия окружности. Аналитическое задание инверсии. Приложение инверсии к решению задач.

Преобразования пространства. Движения пространства. Подобия пространства. Применение преобразований пространства при решении задач.

#### **Модуль 4. Проективная геометрия.**

Центральное проектирование. Аксиомы проективной плоскости. Модели проективных плоскостей. Теорема Дезарга. Проективный репер. Координаты точек на проективной плоскости и прямой. Условие принадлежности трёх точек одной прямой. Уравнение прямой. Сложное отношение точек и прямых. Гармонизм. Гармонические четвёрки точек и прямых. Проективные отображения и преобразования. Неподвижные точки проективных преобразований. Гомологии. Представление проективных преобразований в виде композиции гомологий. Проективные и перспективные отображения точек прямых и прямых пучков. Линии второго порядка на проективной плоскости. Пересечение линии второго порядка и прямой, касательная к линии второго порядка. Конструктивное определение линии второго порядка, теорема Штейнера. Прямая и обратная теоремы Паскаля и Брианшона, предельные случаи теорем Паскаля и Брианшона. Применение методов проективной геометрии к решению задач элементарной геометрии. Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой. Построения одной линейкой.

## 2.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины.

Сформулируем основные рекомендации по каждому модулю дисциплины:

### Модуль № 1. Геометрия на плоскости

Основные геометрические фигуры планиметрии – это треугольник, четырехугольник и окружность. Чтобы успешно освоить материал данного модуля студентам необходимо:

- завести свой словарь по геометрии, в котором систематизировать свойства и признаки основных понятий, связанных с такими объектами, как треугольник, параллелограмм, окружность;
- чтобы успешно решать задачи на построение методом выделения вспомогательной фигуры, необходимо самостоятельно отработать основные построения с помощью циркуля и линейки;
- метод пересечения множеств требует умения строить основные множества, поэтому необходимо отработать навык построения этих множеств;
- алгебраический метод решения задач на построение, как метод в школьном курсе геометрии не рассматривается. Однако построение некоторых отрезков, заданных формулами, присутствует в школьном курсе. Необходимо уметь строить отрезки, заданные формулами. Данный метод решения задач на построение позволяет ответить на вопрос: разрешима ли данная задача с помощью циркуля и линейки;
- овладеть технологией использования векторного и координатного методов решения задач на построение и исследование прямых и линий второго порядка на плоскости, решения метрических задач по теме линии первого и второго порядка.

В итоге изучения данного модуля студенты должны:

- уметь решать задачи на построение, четко выделяя четыре этапа;
- уметь решать задачи на вычисление и доказательство;
- знать основные аффинные и метрические свойства треугольника, параллелограмма, четырехугольника и окружности. ;
- владеть методами аналитической геометрии при решении планиметрических задач.

Сформулируем рекомендации по выполнению следующих контрольных мероприятий модуля, связанных с использованием информационных технологий:

1). Разработка презентации «Решение простейших задач конструктивной геометрии в среде Живая математика». Для успешной разработки презентации необходимо освоить конструктивные и презентационные возможности среды, выполнить решение простейших конструктивных задач классическим способом, выполнить аналогичные построения виртуальными инструментами.

2). Разработка динамических чертежей «Основные геометрические места точек плоскости». Для успешной разработки динамических чертежей необходимо освоить конструктивные и динамические возможности среды, знать основные геометрические места точек.

3). Проект «Решение конструктивных задач школьного курса геометрии методом ГМТ в среде Живая математика». Для реализации этого проекта необходимо отобрать в школьном курсе планиметрии все задачи на построение, в которых используется метод ГМТ, создать в среде Живая математика собственные инструменты построения ГМТ, решить каждую задачу с созданием динамического чертежа.

4). Создание в среде Живая математика собственных инструментов на построение отрезков. Для этого необходимо задать в среде Живая математика собственные инструменты построения циркулем и линейкой отрезков по заданным простейшим формулам вычисления их длин.

5). Проект «Виртуальные паркеты из правильных многоугольников». Для выполнения этого проекта необходимо создать в среде Живая математика собственные инструменты правильных многоугольников, изучить соответствующий параграф школьного учебника Геометрия 7-9 (авторы Смирновы И.М. и В.А), взяв материал этого параграфа за теоретическую основу проекта. Практическая основа проекта – динамические чертежи паркетов в среде Живая математика.

6). *Разработка компьютерного сопровождения фрагмента темы с использованием систем динамической геометрии.* Для его разработки необходимо выбрать одну из тем планиметрии (медианы, высоты, биссектрисы и т.п.) и подготовить в среде Живая математика компьютерное сопровождение темы (т.е. динамические чертежи, поддерживающие теорию и решение задач выбранной темы).

7). *Разработка компьютерного сопровождения решения планиметрических задач ОГЭ или ЕГЭ с использованием систем динамической геометрии.* Для разработки компьютерного сопровождения необходимо выбрать один из вариантов демонстрационной версии ОГЭ или ЕГЭ, построить динамические чертежи решения планиметрических задач этого варианта в среде Живая математика.

8). *Составление динамической модели решения задачи на разрезание.* Для составления такой модели необходимо в одной из систем динамической геометрии построить динамический чертёж с элементами анимации, который представляет собой модель-подсказку решения одной из задач на разрезание многоугольника на части.

## **Модуль № 2 «Геометрия в пространстве»**

Основные геометрические фигуры стереометрии – прямая, плоскость, многогранники, тела вращения. В данном модуле большой объем материала отводится на самостоятельную работу студентов. На самостоятельное освоение выносятся материал из школьного курса стереометрии. В данном семестре предусмотрены две индивидуальные домашние контрольные работы. Прежде, чем приступить к их выполнению, внимательно изучите необходимую теорию. Данные домашние контрольные работы обязательно необходимо защитить в сроки, оговоренные преподавателем. В ходе защиты домашней контрольной работы проверяются не только степень самостоятельности выполнения заданий, но и знание основных фактов начального курса стереометрии. В итоге изучения данного модуля студенты должны:

- знать основные свойства объектов пространства;
- уметь решать задачи на построение в пространстве;
- правильно строить изображения плоских и пространственных фигур;
- уметь решать задачи на доказательство и вычисление объемов тел;
- овладеть технологией использования векторного и координатного методов решения задач на построение и исследование прямых и поверхностей первого и второго порядка в пространстве, решения метрических задач в пространстве.

*Разработка динамических моделей пространственных фигур.* Для разработки таких моделей необходимо знать алгоритмы построения простейших стереометрических фигур (шар, куб и т.д.), реализовать эти алгоритмы в среде Живая математика, создать модели основных стереометрических фигур школьного курса стереометрии.

## **Модуль № 3. «Геометрические преобразования»**

В данном модуле студенты должны усвоить понятия отображения множества в множество, а также отображение множества на множество, уметь отличать их друг от друга. Знать определения: 1) преобразования множества; 2) обратное преобразование; 3) композиция преобразований. Должны хорошо знать определение движения, виды движений, свойства движений; уметь представлять всякое движение в виде композиции не более трех осевых симметрий, уметь различать движения первого и второго родов. В ходе решения задач студенты должны освоить основные построения, связанные с движениями, приобрести навыки построения образов и прообразов данных точек и фигур при том или ином движении, уметь находить пары соответственных точек на соответствующих фигурах. важно, чтобы при решении задач студенты могли четко перечислять те свойства движений, которые ими были использованы при решении. студент должен уметь задать всякое движение аналитически.

Студенты должны знать определение подобия, свойства, аналитическое задание. Знать, что всякое подобие есть либо движение, либо гомотетия, либо композиция гомотетии и движения. Знать определение гомотетии, свойства, уметь строить соответственные элемен-

ты при различных заданиях гомотетии, знать, что основным понятием геометрии подобия являются понятие подобных фигур.

Знать определение аффинного преобразования, свойства, уметь задавать аффинное преобразование аналитически. Задав аффинное преобразование тремя парами соответственных точек, уметь строить соответственные элементы. Знать понятие родства, уметь строить соответствующие фигуры в родстве. Уметь строить эллипс по его сопряженным диаметрам, а также фигуру, родственную окружности. Уметь строить сечение призмы плоскостью, используя родство. Уметь отличать полный чертеж от неполного, знать достаточный признак полноты чертежа, уметь решать позиционные задачи на полном чертеже. Студенты должны знать определение метрически определенного чертежа, уметь решать задачи метрического характера, на метрически определенном чертеже.

#### **Модуль № 4. Проективная геометрия**

Основные геометрические фигуры проективной геометрии – это точка, прямая, трёхвершинник, трёхсторонник, четырёхвершинник, четырёхсторонник, шестивершинник, шестисторонник, овальная линия второго порядка, полюс, поляра, проективный репер прямой и плоскости. Чтобы успешно освоить материал данного модуля студентам необходимо:

- завести свой словарь по проективной геометрии, в котором систематизировать свойства и признаки основных понятий, связанных с основными объектами проективной геометрии;
- чтобы успешно решать задачи на применение теоремы Дезарга при решении задач элементарной геометрии необходимо уметь формулировать эту теорему и обратную к ней на языке евклидовой геометрии;
- для успешного применения свойств полного четырёхвершинника к решению задач на применение этих свойств необходимо эти свойства, причем как для шести сторон полного четырехвершинника, так и для трёх его диагоналей.;
- для построения с помощью одной линейки касательных к линиям второго порядка необходимо знать теоремы Штейнера, Паскаля и Бриансона теории кривых второго порядка на проективной плоскости.

В итоге изучения данного модуля студенты должны:

*Знать:* основные инварианты центрального проектирования; свойства проективных плоскостей малого порядка, формулировки прямой и обратной т. Дезарга, основные проективные преобразования, основные свойства полного четырехвершинника, основные свойства проективных и перспективных отображений точек и прямых, основные теоремы теории кривых второго порядка.

*Уметь:* строить плоскости малого порядка (7, 13), применять т. Дезарга к решению задач элементарной геометрии, применять СДГ при построениях одной линейкой, доказывать основные свойства сложного отношения точек и прямых, строить образ фигуры в гомотетии; строить образы точек и прямых при проективных отображениях прямых и пучков, строить полюс и поляру с помощью одной линейки, использовать СДГ для построения поляра и полюсов, создавать в СДГ инструменты построения линий второго порядка по пяти точкам.

*Владеть навыками:* решения задач на построение одной линейкой, в том числе с использованием СДГ, построения одной линейкой образа фигуры в гомотетии, других проективных преобразований; поиска решения задач на применение теорем Паскаля и Бриансона и их предельных случаев; выполнения проективных динамических чертежей в СДГ; оформления решения задач проективной геометрии.

Рекомендации по выполнению следующих контрольных мероприятий модуля, связанных с использованием информационных технологий:

1) *Разработка сопровождения фрагмента одной из тем в системе динамической геометрии.* Для этой разработки необходимо знать соответствующие возможности среды Живая математика, связанные с построениями одной линейкой, презентационные и анимационные возможности среды.

2) *Разработка проекта по одной из тем раздела.* Для разработки проекта необходимо знать теоретическую основу построения шестой точки коники по пяти заданным элементам

(точкам или касательным), анимационные и конструктивные возможности среды Живая математика.

Результаты всех видов учебной деятельности студентов оцениваются рейтинговыми баллами. В каждом модуле определяется минимальное и максимальное количество баллов. Сумма максимальных баллов по всем модулям равняется 100%-ному усвоению материала. Минимальное количество баллов в каждом модуле является обязательным и не может быть заменено набором баллов в других модулях. Для получения положительной оценки необходимо набрать не менее 60 % баллов, предусмотренных по дисциплине (при условии набора всех обязательных минимальных баллов). Перевод баллов в академическую оценку осуществляется по следующей схеме: оценка «удовлетворительно» 60– 72 % баллов, «хорошо» 73 – 86 % баллов, «отлично» 87 – 100 % баллов. Сумма минимальных границ диапазонов всех дисциплинарных модулей должна составлять 60 % баллов, а максимальных – 100 % баллов.

### 3. Компоненты мониторинга учебных достижений

#### 3.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины «Геометрия» Модуль 1

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Геометрия на плоскости (1 сем-р)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	4,5 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: школьный курс геометрии		
Последующие: дополнительные главы геометрии		

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 5 %	
		min	max
Входной рейтинг-контроль	Тестирование входное	0	5
Итого		0	5

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 16 %	
		min	max
		Самостоятельная работа	4
	Контрольная работа	6	10
Итого		10	16

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 17 %	
		min	max
		Контрольная работа	5
	Контрольная работа	5	9
Итого		10	17

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 3			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 17 %	
		min	max
	Самостоятельная работа	2	5
	Контрольная работа	4	6
Итого	10	17	

ИТОГОВЫЙ РАЗДЕЛ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 45 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Коллоквиум	30	45
Итого		30	45

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №1 Тема № 3	Разработка GSP-файлов «ГМТ в школьном курсе геометрии»	0	10
Итого		0	10
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополни- тельного раздела)		min	max
		60	100

### Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к коллоквиуму;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

### Модуль 2

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачет-ных еди-ниц/кредитов
Геометрия в про-странстве (2 се-местр)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	3,5 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: школьный курс по геометрии, модуль «Геометрия на плоскости»		
Последующие: дополнительные главы алгебры и геометрии		

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1			
	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	10	20
Итого		10	20

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2		
	Форма работы	Количество баллов 20 %

		min	max
	Индивидуальная домашняя работа	4	8
Текущая работа	Контрольная работа	6	12
<b>Итого</b>		<b>10</b>	<b>20</b>

<b>БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 3</b>			
	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
	Индивидуальная домашняя работа	4	8
Текущая работа	Самостоятельная работа	6	12
<b>Итого</b>		<b>10</b>	<b>20</b>

<b>Итоговый раздел</b>			
	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Экзамен	30	40
<b>Итого</b>		<b>30</b>	<b>40</b>

<b>ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ</b>			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №3 Тема № 1	Разработка GSP-файла «Вычислительные задачи стереометрии»	0	10
<b>Итого</b>		<b>0</b>	<b>10</b>
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)		min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

**Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:**

50 баллов – допуск к экзамену;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

**Модуль 3**

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Геометрические преобразования (3 семестр)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	3,5 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: модуль «Геометрия в пространстве»		
Последующие: модуль «Проективная геометрия»		

**БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1**

	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	<b>10</b>	<b>15</b>
	Контрольная работа	<b>10</b>	<b>15</b>
Итого		<b>20</b>	<b>30</b>

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2			
	Форма работы	Количество баллов 15 %	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	<b>10</b>	<b>15</b>
Итого		<b>10</b>	<b>15</b>

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 3			
	Форма работы	Количество баллов 15 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа	<b>10</b>	<b>15</b>
Итого		<b>10</b>	<b>15</b>

Итоговый раздел			
	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Зачёт	<b>20</b>	<b>30</b>
Итого		<b>20</b>	<b>30</b>

Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех разделов)	min	max
		<b>60</b>

### Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

- 50 баллов – допуск к коллоквиуму;
- 60–72 – удовлетворительно
- 73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

### Модуль 4

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Проективная геометрия (4 семестр)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	3,5 з.е.
<b>Смежные дисциплины по учебному плану</b>		
Предшествующие: модуль «Геометрия в пространстве»		
Последующие: дополнительные главы геометрии		

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1			
	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	<b>6</b>	<b>10</b>

	Контрольная работа	<b>9</b>	<b>15</b>
Итого		<b>15</b>	<b>25</b>

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2			
	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	<b>5</b>	<b>10</b>
	Индивидуальная домашняя работа	<b>10</b>	<b>20</b>
Итого		<b>15</b>	<b>30</b>

Итоговый контроль			
	Форма работы	Количество баллов 45 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Зачёт с оценкой	<b>30</b>	<b>45</b>
Итого		<b>30</b>	<b>45</b>

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №1 Тема № 2	Разработка GSP-файла «Теоремы Паскаля и Бриансона»	<b>0</b>	<b>10</b>
Итого		<b>0</b>	<b>10</b>
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)		min <b>60</b>	max <b>100</b>

**Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:**

50 баллов – допуск к зачету с оценкой;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики, информатики

Кафедра-разработчик: Алгебры, геометрии и методики их преподавания

УТВЕРЖДЕНО

на заседании кафедры

Протокол № 9

от «3» мая 2018

Зав. каф. АГиМП



Майер В.Р.

ОДОБРЕНО

на заседании научно-методического совета

специальности (направления подготовки)

Протокол № \_\_8\_\_

От 23 мая 2018

Председатель НМС



С.В. Бортниковский

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся  
по дисциплине  
ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки: 44.03.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Направленность (профиль) образовательной программы Математика

квалификация (степень): Бакалавр

Форма обучения: очная

Составитель



Майер В.Р., профессор.

Красноярск 2018

## ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО и профессиональным стандартам Педагог (профессиональная деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Минтруда России от 18.10.2013 N 544н.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы Информационные и суперкомпьютерные технологии в математическом образовании, квалификация (степень): магистр, форма обучения: заочная.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС, установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.

Эксперт-работодатель,  
директор МАОУ гимназия №14  
«Экономики, управления и права»

27.04.2018



Шуляк Н.В.

## **1. Назначение фонда оценочных средств**

1.1. **Целью** создания фонда оценочных средств дисциплины «Геометрия» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. Фонд оценочных средств по дисциплине «Геометрия» решает следующие **задачи**:

– управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль Математика;

– управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

– оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины «Геометрия», с определением положительных / отрицательных результатов и планирование предупреждающих / корректирующих мероприятий;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

– совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

1.3. Фонд оценочных средств разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

-образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

## **2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины**

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Геометрия»:

*Общекультурные компетенции:*

ОК-3. способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

*Профессиональные компетенции:*

ПК-1. готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;

ПК-2. способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики.

Компетенции	Этап формирования	Дисциплины, участвующие в формировании компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/КИМ	
				номер	форма
ОК-3 «способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве»	ориентировочный	Информационная культура и технологии в образовании естественнонаучная картина мира, основы математической обработки информации, элементарная алгебра, элементарная геометрия, элементарные теории вероятностей и матанализ, матлогика, дискретная математика, алгебра, физика, поликонтекстные модули, допглавы алгебры и геометрии, подготовка и сдача госэкзаменов, подготовка и защита ВКР, педпрактика, методика обучения математике	Текущий контроль	3, 4	Контрольная раб
	когнитивный		Текущий контроль	2,5	Самостоятельная раб.
	праксиологический		Текущий контроль	1	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный		Текущий контроль	3	Индивидуальная работа
ПК-1 «готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов»	ориентировочный	Психология, педагогика, элементарная алгебра, элементарные теории вероятностей и матанализ, дифференциальные уравнения, математическая логика, информационные технологии в математике, дискретная математика, теория вероятностей и матстатистика, матанализ, физика, история математики, практика по ППУиОПД, преддипломная практика, подготовка и сдача ГЭ, подготовка и защита ВКР, педпрактика интерна, методика математики	Текущий контроль	1,2,5	Контрольная раб
	когнитивный		Текущий контроль	1,2,3	Самостоятельная раб.
	праксиологический		Текущий контроль	1	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный		Промежуточная аттестация	1 2	Зачет с оценкой Коллоквиум
ПК-2 «способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики»	ориентировочный	Психология, педагогика, основы научной деятельности, современные технологии инклюзивного образования, диффуравнения, матанализ, физика, элективная дисциплина по физкультуре, прикладные задачи ШКМ, поликонтекстные модули, практика по ППУиОПД, преддипломная практика, подготовка и сдача ГЭ, подготовка и защита ВКР, педпрактика интерна, методика математики	Текущий контроль	6,7,8	Контрольная раб
	когнитивный		Текущий контроль	2,4,5	Самостоятельная раб.
	праксиологический		Текущий контроль	3,6,8	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный		Текущий контроль	1,2	Индивидуальная работа
			Промежуточная аттестация	1	Зачет с оц

### 3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы к экзамену (коллоквиуму), вопросы к зачету с оценкой.

#### 3.2. Оценочные средства

##### 3.2.1.

Критерии оценивания по оценочному средству 1 – вопросы к экзамену (коллоквиуму)

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
		(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено
ОК-3. Способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном	Способен на высоком уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информаци-	Способен на среднем уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информаци-	Способен на удовлетворительном уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современ-

информационном пространстве	онном пространстве	онном пространстве.	ном информационном пространстве.
ПК-1. Готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на высоком уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на среднем уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на удовлетворительном уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов
ПК-2. Способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на высоком уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на среднем уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на удовлетворительном уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

\*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

### 3.2.2.

#### Критерии оценивания по оценочному средству 2 – вопросы к зачету с оценкой

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно/зачтено
ОК-3. Способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на высоком уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на среднем уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.	Способен на удовлетворительном уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.
ПК-1. Готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на высоком уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на среднем уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на удовлетворительном уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов
ПК-2. Способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на высоком уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на среднем уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на удовлетворительном уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

\*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

## 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: тексты контрольных (самостоятельных) работ, индивидуальные домашние задания.

### 4.2. Оценочные средства

#### 4.2.1. Оценочное средство «Контрольная (самостоятельная) работа»,

1. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – контрольной (самостоятельной) работе

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
---------------------	-------------------------------------

Выполнены все задания контрольной работы, обучающийся опирался на теоретические знания и умения решать исследовательские задачи по геометрии с использованием Живой математики.	5-8
Обосновывает основные положения каждого этапа решения задач контрольной работы	3-5
Аргументирует результат, проверяет верность найденного решения задач контрольной работы	2-4
Решение контрольной работы сопровождается (при необходимости) верными и наглядными чертежами	2-3
<b>Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)</b>	<b>12-20</b>

2. Критерии оценивания по оценочному средству 4 – индивидуальной домашней работе.

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задачи индивидуальной домашней работы, в том числе задачи, связанные с построением динамических чертежей в среде Живая математика	3-6
Динамические чертежи сопровождаются текстовыми комментариями, обосновывающими основные этапы решения задачи	3-4
Аргументирует основные выкладки, предлагает иные варианты решения задач индивидуальной домашней работы	2-3
Формулирует задачи аналогичные задачам индивидуальной домашней работы	1-2
<b>Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)</b>	<b>9-15</b>

## 5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

### Входной контроль Тестовые задания по элементарной планиметрии

#### Вариант №1

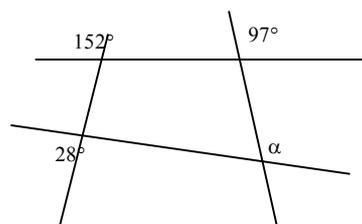
#### ЧАСТЬ 1

**A1.** Если один из смежных углов в 9 раз больше другого, то градусная мера острого угла равна

- 1) 18°                      2) 16°                      3) 22°                      4) 28°

**A2.** По данным, указанным на рисунке, найдите градусную меру угла  $\alpha$

- 1)  $28^\circ$             2)  $52^\circ$   
 3)  $83^\circ$             4)  $97^\circ$



**A3.** Если внутренний угол треугольника равен  $130^\circ$ , а один из внешних его углов –  $154^\circ$ , то острый угол треугольника, не смежный с данным внешним, равен

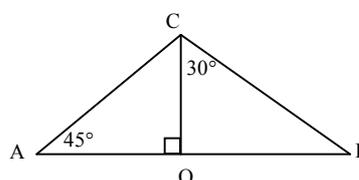
- 1)  $50^\circ$             2)  $44^\circ$             3)  $26^\circ$             4)  $24^\circ$

**A4.** Если в треугольниках  $DEF$  и  $NKP$   $DE=NP$ ,  $DF=KN$ ,  $\angle N=57^\circ$ ,  $\angle E=38^\circ$ ,  $\angle F=85^\circ$ , то угол  $K$  равен

- 1)  $38^\circ$             2)  $57^\circ$             3)  $75^\circ$             4)  $85^\circ$

**A5.** Используя данные, указанные на рисунке, найдите  $CB$ , если  $AO=3$ .

- 1)  $2\sqrt{3}$             2)  $6$   
 3)  $1,5\sqrt{3}$         4)  $3\sqrt{2}$



**A6.** Если в ромбе  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$  и  $\angle CAD=40^\circ$ , то  $\angle BCD$  равен

- 1)  $40^\circ$             2)  $50^\circ$             3)  $80^\circ$             4)  $100^\circ$

**A7.** Даны два утверждения:

А. Любые два равнобедренных прямоугольных треугольника подобны.

Б. Если в треугольнике  $ABC$   $AB=2,7$ ,  $BC=3,4$  и  $\angle B=85^\circ$ , в треугольнике  $KMN$   $KM=10,8$ ,  $MN=13,6$ ,  $\angle M=95^\circ$ , то треугольники  $ABC$  и  $KMN$  подобны.

Выберите верное высказывание:

- 1) А – верно и Б – верно                            2) А – верно и Б – неверно  
 3) А – неверно и Б – верно                        4) А – неверно и Б – неверно

**A8.** Если длина окружности равна  $28\pi$ , то радиус этой окружности равен

- 1)  $14$             2)  $28$             3)  $2\sqrt{7}$             4)  $4\sqrt{7}$

**A9.** Если диагонали трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$  и  $AM=12$ ,  $MC=6$ ,  $BC=8$ , то основание  $AD$  равно

- 1)  $16$             2)  $4$             3)  $12$             4)  $9$

**A10.** Если в треугольнике  $CEK$   $KC=8$ ,  $EC=6$ ,  $\sin E = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ , то угол  $K$  равен

- 1)  $45^\circ$             2)  $60^\circ$             3)  $120^\circ$             4)  $135^\circ$

**A11.** Через точку  $A$  окружности с центром  $O$  проведена касательная  $AB$ . Если  $OB=8$ ,  $\angle AOB=60^\circ$ , то радиус окружности равен

- 1)  $4\sqrt{3}$             2)  $8$             3)  $4\sqrt{2}$             4)  $4$

- A12.** Если в треугольнике  $ABC$   $AC=5$ ,  $BC=8$ ,  $\angle C=120^\circ$ , то сторона  $AB$  равна  
 1) 7                      2)  $\sqrt{69}$                       3)  $\sqrt{129}$                       4) 13

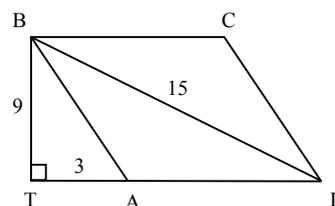
### ЧАСТЬ 2

**B1.** Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений всегда верны.

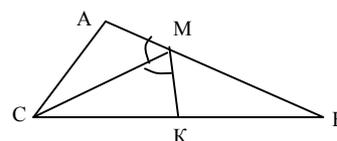
- 1) Все углы ромба – острые.
- 2) Все высоты ромба равны.
- 3) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
- 4) В ромбе с углом в  $60^\circ$  одна из его диагоналей равна его стороне.

**B2.** Основание равнобедренного треугольника равно 18, а проведенная к нему медиана, равна 12. Найдите периметр треугольника.

**B3.** В параллелограмме  $ABCD$   $BD=15$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $TA=3$ ,  $BT=9$ .



**B4.** В треугольнике  $ABC$   $AC=5$ ,  $BC=13$ ,  $\angle AMC = \angle KMC$ , отрезок  $CM$  – биссектриса угла  $ACB$ . Найдите  $BK$ .



**B5.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ . Найдите периметр прямоугольника, если  $BM=8$  и  $CM=5$ .

### Вариант №2

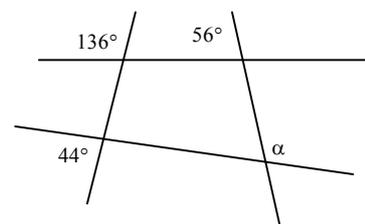
#### ЧАСТЬ 1

**A1.** Если один из смежных углов на  $50^\circ$  больше другого, то градусная мера тупого угла равна

- 1)  $105^\circ$                       2)  $115^\circ$                       3)  $110^\circ$                       4)  $65^\circ$

**A2.** По данным, указанным на рисунке, найдите градусную меру угла  $\alpha$

- 1)  $136^\circ$                       2)  $124^\circ$
- 3)  $83^\circ$                       4)  $44^\circ$



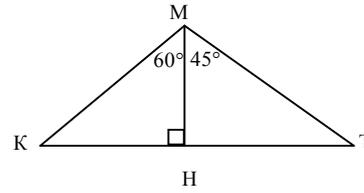
**A3.** Если внутренний угол треугольника равен  $145^\circ$ , а один из внешних его углов –  $165^\circ$ , то острый угол треугольника, не смежный с данным внешним, равен

- 1)  $5^\circ$                       2)  $20^\circ$                       3)  $15^\circ$                       4)  $35^\circ$

- A4.** Если в треугольниках  $ABC$  и  $MNK$   $AC=KN$ ,  $\angle A=67^\circ$ ,  $\angle C=54^\circ$ ,  $\angle K=67^\circ$ ,  $\angle M=69^\circ$ , то угол  $B$  равен
- 1)  $67^\circ$                       2)  $54^\circ$                       3)  $69^\circ$                       4)  $136^\circ$

- A5.** Используя данные, указанные на рисунке, найдите  $MK$ , если  $HT=12$ .

- 1)  $12\sqrt{3}$                       2)  $6\sqrt{3}$   
3)  $8\sqrt{3}$                       4)  $24$



- A6.** Если диагонали прямоугольника  $KMNP$  пересекаются в точке  $C$  и  $\angle MCN=46^\circ$ , то  $\angle MNC$  равен
- 1)  $67^\circ$                       2)  $46^\circ$                       3)  $23^\circ$                       4)  $44^\circ$

- A7.** Даны два утверждения:

- А. Любые два равнобедренных треугольника подобны.  
Б. Если в равнобедренных треугольниках углы, противолежащие основаниям, равны, то треугольники подобны.

Выберите верное высказывание:

- 1) А – верно и Б – верно                      2) А – верно и Б – неверно  
3) А – неверно и Б – верно                      4) А – неверно и Б – неверно

- A8.** Если окружность описана около прямоугольника, диагональ которого равна 6, то длина окружности равна
- 1)  $6\pi$                       2)  $9\pi$                       3)  $12\pi$                       4)  $36\pi$

- A9.** Если диагонали трапеции  $KPMO$  пересекаются в точке  $C$  и  $PC=4$ ,  $KP=5$ ,  $OM=15$ , то отрезок  $CO$  равен
- 1)  $14$                       2)  $12$                       3)  $10$                       4)  $8$

- A10.** Если в треугольнике  $OMT$   $OM=12$ ,  $\angle T=60^\circ$ ,  $\sin M = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , то отрезок  $OT$  равен
- 1)  $6$                       2)  $6\sqrt{2}$                       3)  $6\sqrt{3}$                       4)  $24$

- A11.** К окружности с центром  $O$  проведена касательная  $AB$ ,  $A$  – точка касания. Если  $AB=2\sqrt{5}$ ,  $OB=6$ , то радиус окружности равен
- 1)  $4$                       2)  $2\sqrt{14}$                       3)  $2\sqrt{5}$                       4)  $3$

- A12.** Если в треугольнике  $MNK$   $MN=3$ ,  $MK=2$ ,  $\angle M=120^\circ$ , то сторона  $NK$  равна
- 1)  $\sqrt{3}$                       2)  $\sqrt{19}$                       3)  $\sqrt{7}$                       4)  $7$

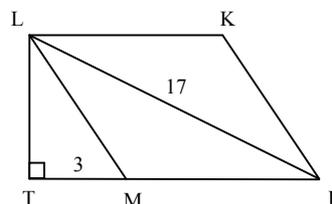
## ЧАСТЬ 2

- B1.** Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений не верны.

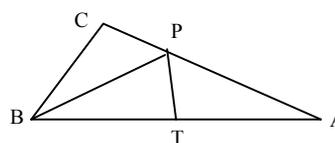
- 1) Четырехугольник с равными сторонами – ромб.
- 2) Диагонали квадрата равны.
- 3) Диагонали прямоугольника взаимно перпендикулярны.
- 4) Центр окружности, описанной около прямоугольника, - точка пересечения его диагоналей.

**В2.** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17, а медиана, проведенная к основанию, равна 15. Найдите периметр треугольника.

**В3.** В параллелограмме  $KLMP$   $PL=17$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $TP=15$ ,  $MT=3$ .



**В4.** Отрезок  $BP$  – биссектриса угла треугольника  $ABC$ ,  $BC=BT$ ,  $\angle APT=70^\circ$ . Найдите  $\angle BPC$ .



**В5.** Меньшая сторона параллелограмма равна 4. Биссектрисы углов, прилежащих к большей стороне, пересекаются в точке на противоположной стороне. Найдите периметр параллелограмма.

## МОДУЛЬ № 1 «ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ» (контрольно измерительные материалы)

### Самостоятельная работа

#### Тема: «Решение элементарных задач на построение»

##### Вариант № 1

1. Постройте с помощью циркуля и линейки серединный перпендикуляр к данному отрезку.
2. Постройте с помощью циркуля и линейки биссектрису данного угла.
3. Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по трем его сторонам.

##### Вариант № 2

1. Постройте с помощью циркуля и линейки угол, равный данному.
2. Постройте с помощью циркуля и линейки прямую, параллельную данной и проходящую через данную точку.
3. Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.

### Контрольная работа

#### Тема: «Геометрические места точек и алгебраический метод»

##### Вариант №1

1. Постройте равнобедренный треугольник по основанию и медиане, проведенной к основанию.
2. Постройте треугольник  $ABC$  по следующим элементам:  $a, b, h_c$ .
3. Постройте отрезок  $x = \sqrt{\frac{ab\sqrt{3b^2 - c^2}}{c}}$ , где  $a, b, c$  – данные отрезки.
4. Постройте квадрат, равновеликий данному треугольнику.

### Вариант №2

1. Постройте равнобедренный треугольник по боковой стороне и высоте, проведенной к основанию.
2. Постройте треугольник  $ABC$  по следующим элементам:  $a, h_a, m_a$ .
3. Постройте отрезок  $x = \frac{a\sqrt{b\sqrt{3b^2 - a^2}}}{c}$ , где  $a, b, c$  – данные отрезки.
4. Постройте прямоугольник равновеликий данному квадрату при условии, что одна сторона прямоугольника – данный отрезок.

### Вариант №3

1. Постройте квадрат по его диагонали.
2. Постройте треугольник  $ABC$  по следующим элементам:  $b, m_b, \angle A$ .
3. Постройте отрезок  $x = \frac{\sqrt{3a^2 + b^2} \cdot \sqrt{ab}}{c}$ , где  $a, b, c$  – данные отрезки.
4. Постройте равнобедренный треугольник, основание которого равно данному отрезку, а площадь равна площади данного прямоугольника.

### Вариант №4

1. Постройте ромб по стороне и острому углу.
2. Постройте треугольник  $ABC$  по следующим элементам:  $a, h_b, \angle B$ .
3. Постройте отрезок,  $x = \frac{a\sqrt{b\sqrt{5c^2 + a^2}}}{c}$  где  $a, b, c$  – данные отрезки.
4. Постройте квадрат, равновеликий данному ромбу.

## Контрольная работа

### Тема: «Решение треугольников»

#### Вариант 1

1. Точка, взятая на гипотенузе прямоугольного треугольника и одинаково удаленная от его катетов, делит гипотенузу на отрезки 30 и 40 см. Найдите катеты.
2. Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника равна 8, а проекция одного из катетов на гипотенузу равна 4. Найдите второй катет и площадь треугольника.

3. Точка  $H$  лежит на стороне  $AO$  треугольника  $AOM$ . Известно, что  $AH=4$ ,  $OH=12$ ,  $\angle A=30^\circ$ ,  $\angle AMH=\angle AOM$ . Найдите площадь треугольника  $AHM$ .
4. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $20\sqrt{3}$ . Найдите периметр треугольника, если сторона  $AB$  равна 8 и она больше половины стороны  $AC$ , а медиана  $BM$  равна 5.

### Вариант 2

1. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  ( $\angle A=90^\circ$ )  $AB:BC=3:5$ ,  $AC=16$ . Найдите длины биссектрис треугольника, проведенных из вершин острых углов.
2. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 6, а проекция другого катета на гипотенузу равна 5. Найдите неизвестный катет и высоту, проведенную к гипотенузе.
3. Найдите площадь треугольника  $KMP$ , если сторона  $KP$  равна 5, медиана  $PO=3\sqrt{5}$ ,  $\angle KOP=45^\circ$ .
4. Биссектриса угла делит противоположную сторону на отрезки длиной 2 и 4 см, а высота, проведенная к той же стороне, равна  $\sqrt{15}$  см. Найдите стороны треугольника и определите его вид.

### Вариант 3

1. Найдите биссектрисы острых углов прямоугольного треугольника с катетами 18 и 24 см.
2. Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника равна  $4\sqrt{3}$ , а один из катетов равен 8. найдите второй катет и гипотенузу.
3. В треугольнике  $ACD$  сторона  $AC$  равна  $6\sqrt{2}$ , сторона  $CD$  равна 10,  $\angle A=45^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $ACD$ .
4. Площадь треугольника  $KMP$  равна  $12\sqrt{6}$ . Сторона  $KP$  равна 12, а медиана  $ME$ , проведенная к этой стороне равна 5. Найдите сторону  $MP$  и высоту треугольника, проведенную к стороне  $KP$ .

### Вариант 4

1. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на отрезки длиной 4 см и 5 см. Найдите площадь треугольника.
2. Проекции катетов на гипотенузу прямоугольного треугольника равны 15 и 5. Найдите больший катет и высоту, проведенную к гипотенузе.
3. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $AM$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AC=3\sqrt{2}$ ,  $BC=10$ ,  $\angle MAC=45^\circ$ .
4. Биссектриса угла  $B$  пересекает сторону  $AC$  треугольника  $ABC$  в точке  $M$  и делит ее на отрезки  $AM=21$  и  $CM=27$ . Найдите периметр треугольника  $ABC$ , если биссектриса угла  $AMB$  перпендикулярна прямой  $AB$ .

### Контрольная работа

#### Тема: «Решение четырёхугольников»

### Вариант № 1

1. В прямоугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите периметр треугольника  $AOB$ , если  $\angle CAD = 30^\circ$ ,  $AC = 12$  см.
2. В параллелограмме  $ABCD$  из вершин тупых углов  $B$  и  $D$  на диагональ  $AC$  опущены перпендикуляры  $BE$  и  $DF$ . Докажите, что четырехугольник  $BFDE$  – параллелограмм.
3. Сторона  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $AB$ . Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  пересекают прямую  $CD$  в точках  $M$  и  $N$ , причем  $MN = 12$ . Найдите стороны параллелограмма.
4. Один из углов трапеции  $30^\circ$ , боковые стороны перпендикулярны. Найдите меньшую боковую сторону трапеции, если ее средняя линия равна 10 см, а одно из оснований 8 см.

### Вариант № 2

1. Найдите периметр ромба  $ABCD$ , если  $\angle B = 60^\circ$ ,  $AC = 10,5$  см.
2. В прямоугольнике  $ABCD$  проведены биссектрисы углов  $A$  и  $C$ , которые пересекают стороны  $CD$  и  $AB$  соответственно в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $AMCN$  – параллелограмм.
3. Внутри квадрата  $ABCD$  взята точка  $M$ .  $\angle MAB = 60^\circ$ ,  $\angle MCD = 15^\circ$ . Найдите  $\angle MBC$ .
4. Биссектрисы тупых углов при основании трапеции пересекаются на другом ее основании и равны 13 и 15. Найдите стороны трапеции, если ее высота равна 12.

### Вариант № 3

1. Найдите периметр прямоугольника  $ABCD$ , если биссектриса угла  $A$  делит сторону  $BC$  на отрезки 45,6 см и 7,85 см;
2. В параллелограмме  $ABCD$  из вершины тупого угла  $D$  опущены перпендикуляры  $DF$  и  $DE$  на стороны  $AB$  и  $BC$  соответственно, причем  $DF = DE$ . Докажите, что  $ABCD$  – ромб.
3. Пусть  $M$  и  $N$  – середины сторон  $AD$  и  $BC$  параллелограмма  $ABCD$ . Докажите, что прямые  $BM$  и  $DN$  делят диагональ  $AC$  на три равные части.
4. Диагонали трапеции делят углы, прилежащие к большему основанию, пополам. Периметр трапеции 36, а ее средняя линия 11,7. Найдите длину большей стороны трапеции.

### Вариант № 4

1. Углы, образуемые диагональю ромба с одной из его сторон, относятся как 4:5. Найдите углы ромба.
2. На продолжении диагонали  $AC$  прямоугольника  $ABCD$  отложены равные отрезки  $AM$  и  $CN$ . Докажите, что четырехугольник  $MBND$  – параллелограмм.
3. Найдите стороны параллелограмма, диагонали которого 8 и 10, а угол между ними  $60^\circ$ .

4. Средняя линия равнобедренной трапеции делится диагональю на отрезки 2 см и 5 см. Боковая сторона равна 5 см. Найдите основания трапеции и высоту.

### Самостоятельная работа

#### Тема: «Векторы, линейная комбинация векторов»

##### Вариант № 1.

1. ABCD – параллелограмм, М – середина ВС,  $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AM}$ . Выразите вектор  $\overrightarrow{AB}$  через векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .
2. В параллелограмме ABCD, М – середина DC,  $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AM}$ . Найдите координаты вершин В, С и D, если А(-1, 5),  $\vec{a}(-4; 2)$ ,  $\vec{b}(5; 3)$ .
3. Представьте вектор  $\vec{c}$  в виде линейной комбинации векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a}(2; -1)$ ,  $\vec{b}(-3; 7)$ ,  $\vec{c}(1; 5)$ .

##### Вариант №2.

1. ABCD – параллелограмм, М – середина DC,  $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AM}$ . Выразите вектор  $\overrightarrow{AB}$  через векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .
2. В параллелограмме ABCD, М – середина ВС,  $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AM}$ . Найдите координаты вершин В, С и D, если А(2, 3),  $\vec{a}(6; -2)$ ,  $\vec{b}(3; 4)$ .
3. Представьте вектор  $\vec{c}$  в виде линейной комбинации векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a}(1; 3)$ ,  $\vec{b}(4; -2)$ ,  $\vec{c}(9; -1)$

### Контрольная работа

#### Тема: «Прямая, уравнения прямой»

##### Вариант 1.

1. В параллелограмме ABCD даны уравнения прямой АВ:  $x - y - 1 = 0$  и прямой ВС:  $x - 2y = 0$  и координаты точки О(3; -1) пересечения диагоналей. Написать: а) параметрические уравнения прямой AD; б) канонические уравнения прямой CD, в) общее уравнение прямой AC.
2. Найти уравнения биссектрис углов, образованных прямыми  $x - 3y + 2 = 0$  и  $3x + y - 1 = 0$ .
3. Найти уравнение биссектрисы того угла между прямыми  $x - 3y + 2 = 0$  и  $3x + y - 1 = 0$ , в котором лежит начало координат.

##### Вариант 2.

1. Даны середины М(2; 1), N(-3; -3) и Р(-1; 0) сторон треугольника А, В и С. Написать: а) параметрические уравнения прямой АВ; б) канонические уравнения прямой AC, в) общее уравнение прямой BC.

2. 2. Найти уравнения биссектрис углов, образованных прямыми  $x + 2y + 5 = 0$  и  $4x + 2y - 3 = 0$ .
3. Найти уравнение биссектрисы того угла между прямыми  $x + 2y + 5 = 0$  и  $4x + 2y - 3 = 0$ , в котором лежит начало координат.

**Контрольная работа**  
**Тема: «Линии второго порядка»**

**Вариант 1**

Привести к каноническому виду следующие уравнения линий второго порядка, написать формулы преобразования координат.

1.  $29x^2 + 144xy + 71y^2 - 40x + 30y - 50 = 0$ .
2.  $\sqrt{3}x^2 + 2xy - \sqrt{3}y^2 - 2x - 2\sqrt{3}y = 0$ .

**Вариант 2**

Привести к каноническому виду следующие уравнения линий второго порядка, написать формулы преобразования координат.

1.  $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$ .
2.  $25x^2 + 36xy + 40y^2 - 34x - 116y + 89 = 0$ .

**Вариант 3**

Привести к каноническому виду следующие уравнения линий второго порядка, написать формулы преобразования координат.

1.  $9x^2 - 24xy + 16y^2 + 30x - 40y - 25 = 0$ .
2.  $16x^2 - 24xy + 9y^2 + 66x - 88y + 121 = 0$ .

**Вариант 4**

Привести к каноническому виду следующие уравнения линий второго порядка, написать формулы преобразования координат.

1.  $9x^2 + 4xy + 6y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ .
2.  $9x^2 - 12xy + 4y^2 + 39 = 0$ .

**Вопросы к коллоквиуму**  
**Модуль 1: «Геометрия на плоскости»**

1. Задачи на построение. Аксиомы циркуля и линейки. Основные этапы решения задач на построение. *Пример:* к данной окружности провести касательную, проходящую через данную точку.
2. Решение задач на построение методом пересечения фигур. *Пример:* в данный угол вписать окружность данного радиуса.
3. Множество точек, из которых данный отрезок виден под данным углом (анализ, построение, доказательство).
4. Алгебраический метод решения задач на построение. *Пример:* построить прямую, параллельную стороне данного треугольника так, чтобы она разделила данный треугольник на две равновеликие фигуры.

5. Основные построения отрезков, заданных формулами.
6. Золотое сечение отрезка.
7. Построение правильного десятиугольника (анализ, построение).
8. Построение правильного пятиугольника (анализ, построение, доказательство).
9. Примеры задач, неразрешимых циркулем и линейкой: квадратура круга, удвоение куба, трисекция угла. Решения этих задач другими средствами.
10. Медиана треугольника (определение, свойства).
11. Биссектриса треугольника (определение, свойства).
12. Высота треугольника (определение, свойства).
13. Теорема синусов.
14. Теорема косинусов.
15. Параллелограмм (определение, свойства, признаки).
16. Ромб (определение, свойства, признаки).
17. Прямоугольник и квадрат (определение, свойства, признаки).
18. Основные сведения об окружности (свойства углов и отрезков касательных и хорд).
19. Вписанная и описанная окружность около треугольника.
20. Вписанная и описанная окружность около четырехугольника.
21. Аксиомы площади. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции.
22. Равновеликость, равносторонность. Теорема Бояи-Гервина.

**МОДУЛЬ № 2 «ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ»**  
(контрольно измерительные материалы)

**Самостоятельная работа**  
**Тема: «Методы изображений»**

**Вариант №1**

1. Постройте изображение окружности и вписанного в нее квадрата.
2. Дано изображение треугольника и центра описанной около него окружности. Постройте изображение точки пересечения высот этого треугольника.
3. Постройте изображение ромба и прямых, каждая из которых проходит через середину стороны, перпендикулярно диагоналям.

**Вариант №2**

1. Постройте изображение окружности и описанного около нее квадрата.
2. Постройте изображение ромба и прямых, каждая из которых проходит через середину стороны, перпендикулярно диагоналям.
3. Дано изображение ромба с углом  $60^\circ$ . Постройте изображение высоты ромба, проведенной из вершины острого угла.

**Индивидуальная домашняя работа**  
**Тема: «Элементарная стереометрия»**

1. По стороне основания  $a$  и боковому ребру  $b$  найдите полную поверхность правильной призмы: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
2. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 5 см, а одна из диагоналей основания 4 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда, зная, что меньшая диагональ образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ .
3. Основанием пирамиды является правильный треугольник. Одна из боковых граней перпендикулярна основанию, а две другие наклонены к нему под углом  $\alpha$ . Как наклонены к плоскости основания боковые ребра?
4. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Все двугранные углы при основании пирамиды равны  $60^\circ$ . Найдите высоту пирамиды.
5. По стороне основания  $a$  и боковому ребру  $b$  найдите объем правильной призмы: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
6. Основание призмы – треугольник, у которого одна сторона равна 2 см, а две другие по 3 см. Боковое ребро равно 4 см и составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите ребро равновеликого куба.
7. По стороне основания  $a$  и боковому ребру  $b$  найдите объем правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
8. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды  $a$ , а двугранный угол при основании равен  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
9. По ребру  $a$  правильного тетраэдра найдите его объем.
10. По ребру  $a$  правильного октаэдра найдите его объем.
11. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9 м и 12 м, все боковые ребра равны 12,5 м. Найдите объем пирамиды.
12. Основание пирамиды – равнобедренный треугольник со сторонами 6 см, 6 см и 8 см. Все боковые ребра равны 9 см. Найдите объем пирамиды.
13. В пирамиде с площадью основания  $Q_1$  проведено сечение, параллельное основанию, на расстоянии  $h$  от него. Площадь сечения равна  $Q_2$ . Найдите высоту пирамиды.
14. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде стороны нижнего и верхнего оснований равны  $a$  и  $b$ , а двугранный угол при ребре нижнего основания равен  $\alpha$ . Найдите объем пирамиды.

### Контрольная работа

#### Тема: «Вычислительные задачи стереометрии»

#### Вариант №1

1. Плоскость  $\alpha$  проходит через основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  и образует с плоскостью этого треугольника угол в  $60^\circ$ . Угол наклона боковой стороны к плоскости  $\alpha$  равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AB=3$  см.
2. В пирамиде  $SABCD$ ,  $ABCD$  – квадрат со стороной 3. Ребро  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA=4$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

#### Вариант №2

1. Катеты прямоугольного треугольника равны 7 см и 24 см. Определите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, которая проходит через гипотенузу и составляет угол в  $30^\circ$  с плоскостью треугольника.
2. В пирамиде  $SABCD$ ,  $ABCD$  – прямоугольник со сторонами 3 и 4. Ребро  $SD \perp (ABC)$ ,  $SD=5$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

### Вариант №3

1. Плоскости правильного треугольника  $ABC$  и треугольника  $ADC$  образуют угол в  $30^\circ$ , причем вершина  $D$  проектируется в центр треугольника  $ABC$ . Найдите длину  $BD$ , если расстояние от центра треугольника  $ABC$  до его стороны равно 3 см.
2. В пирамиде  $SABC$ ,  $ABC$  – равнобедренный прямоугольный треугольник,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC=2$ . Ребро  $SB \perp (ABC)$ ,  $SB=4$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

### Вариант №4

1. В треугольнике  $ABC$ ,  $AB=10$  см,  $BC=11$  см,  $AC=7$  см. Через сторону  $AC$  проходит плоскость  $\alpha$ , образующая с плоскостью треугольника угол  $60^\circ$ . Найдите углы наклона прямых  $AB$  и  $BC$  к плоскости  $\alpha$ .
2. В пирамиде  $SABCD$ ,  $ABCD$  – квадрат, диагональ которого равна 4. Ребро  $SB \perp (ABC)$ ,  $SB=4$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды

### Индивидуальная домашняя работа

#### Тема: «Координаты и векторы в пространстве»

Даны точки  $A, B, C, D$  координатами своих вершин в прямоугольной декартовой системе координат.

1. Доказать, что точки  $A, B, C, D$  не лежат в одной плоскости.
2. Найти  $S \triangle ABC$ .
3. Найти объем тетраэдра.
4. Найти высоту  $DH$  тетраэдра.
5. Найти координаты точки  $H$ .
6. Найти высоту  $DT$  грани  $ABD$ .
7. Найти координаты точки  $T$ .
8. Найти расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

- 1)  $A(2;0;1)$   $B(2;2;0)$   $C(-1;1;-1)$   $D(1;-1;3)$
- 2)  $(-2;0;1)$   $(2;2;0)$   $(-1;1;-1)$   $(2;-1;3)$
- 3)  $(2;1;0)$   $(-1;1;1)$   $(1;-1;0)$   $(1;-1;3)$
- 4)  $(-2;0;1)$   $(-2;1;1)$   $(1;-2;0)$   $(2;-1;3)$
- 5)  $(3;2;0)$   $(0;2;1)$   $(1;1;3)$   $(-2;1;-3)$
- 6)  $(3;-2;0)$   $(0;2;1)$   $(1;1;3)$   $(2;-1;3)$
- 7)  $(3;2;0)$   $(-1;2;3)$   $(1;-1;0)$   $(-2;1;-3)$
- 8)  $(3;-2;0)$   $(-1;2;3)$   $(1;-1;0)$   $(2;-1;3)$
- 9)  $(2;0;1)$   $(-1;2;3)$   $(1;-1;0)$   $(2;-1;3)$

10)	(-2;0;1)	(-1;1;1)	(1;1; 3)	(2;-2;3)
11)	(0;2;1)	(2;2;0)	(1;-1;-1)	(-1;1;3)
12)	(0;-2;1)	(2;2;0)	(1;-1;-1)	(-1;2;3)
13)	(1;2;0)	(1;-1;1)	(-1;1;0)	(-1;1;3)
14)	(0;-2;1)	(1;-2;1)	(-2;1;0)	(-1;2;3)
15)	(2;3;0)	(2;0;1)	(1;1;3)	(1;-2;-3)
16)	(-2;3;0)	(2;0;1)	(1;1;3)	(-1;2;3)
17)	(2;3;0)	(2;-1;3)	(-1;1;0)	(1;-2;-3)
18)	(-2;3;0)	(2;-1;3)	(-1;1;0)	(-1;2;3)
19)	(0;2;1)	(2;-1;3)	(-1;1;0)	(-1;2;3)
20)	(0;-2;1)	(1;-1;1)	(1;1;т.3)	(-2;2;3)
21)	(1;0;2)	(0;2;2)	(-1;1;-1)	(3;-1;1)
22)	(1;0;-2)	(0;2;2)	(-1;1;-1)	(3;-1;2)
23)	(0;1;2)	(1;1;-1)	(0;-1;1)	(3;-1;1)
24)	(1;0;-2)	(1;1;-2)	(0;-2;1)	(3;-1;2)
25)	(0;2;3)	(1;2;0)	(3;1;1)	(-3;1;-2)
26)	(0;-2;3)	(1;2;0)	(3;1;1)	(3;-1;2)
27)	(0;2;3)	(3;2;-1)	(0;-1;1)	(-3;1;-2)
28)	(0;-2;3)	(3;2;-1)	(0;-1;1)	(3;-1;2)
29)	(1;0;2)	(3;2;-1)	(0;-1;-1)	(3;-1;2)
30)	(1;0;-2)	(1;1;-1)	(3;1;1)	(3;-2;2)

### Самостоятельная работа

#### Тема: «Поверхности второго порядка»

#### Вариант 1

1. Напишите каноническое уравнение эллипсоида, который проходит через точку  $A(2;0;1)$  и пересекает плоскость  $XOY$  по линии  $x^2 + 8y^2 - 8 = 0$
2. Исследуйте методом сечения плоскостями и постройте изображение поверхности  $x^2 + y^2 - 4z^2 - 4 = 0$ .
3. Определите вид поверхности, которая задана уравнением  $x^2 - 2x + y^2 = 8$ .

#### Вариант 2

1. Напишите каноническое уравнение эллипсоида, который проходит через точку  $A(-2;0;-1)$  и пересекает плоскость  $XOY$  по линии  $x^2 + 8y^2 + 18 = 0$ .
2. Исследуйте методом сечения плоскостями и постройте изображение поверхности  $x^2 + 2y^2 - 6z^2 + 24 = 0$ .
3. Определите вид поверхности, которая задана уравнением  $x^2 + y^2 - 9z = 0$ .

### Контрольная работа (в форме тестирования)

#### Тема: «Векторы и метод координат на плоскости и в пространстве»

1. Изучение метода координат в 9 классе начинается с важнейшей леммы о коллинеарных векторах, в которой доказывается, что если вектор  $\vec{a}$  коллинеарен ненулевому вектору  $\vec{b}$ , то существует такое число  $k$ , что  $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$ . Предпо-

жим теперь, что для вектора  $\vec{a}$  и ненулевого вектора  $\vec{b}$  выполняется равенство  $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$ . Соотнесите следующие случаи взаимного расположения векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  с соответствующими значениями параметра  $k$ :

1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны	A) $k < 0$
2. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены	B) $k = -1$
3. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ противоположно направлены	C) $k \geq 0$
4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ являются противоположными	D) $k$ - любое

1		2		3		4	
---	--	---	--	---	--	---	--

2. Одним из важнейших приложений элементов аналитической геометрии, изучаемых в основной школе, является применение векторного метода и метода координат при решении задач элементарной геометрии. В частности учащиеся должны знать, в чём состоит геометрический смысл коэффициентов при неизвестных в общем уравнении прямой на плоскости, и уметь, используя скалярное произведение, находить угол между векторами. Эти знания и умения необходимы школьнику, например, для выполнения следующей задачи: «К какому типу относится треугольник (равносторонний, тупоугольный, остроугольный, прямоугольный), стороны которого принадлежат прямым, заданным общими уравнениями:  $x-3y+9=0$ ;  $11x-3y-21=0$ ;  $3x+y+7=0$ ». Укажите номер (или номера) ответа в случае верного решения учащимся задачи:

- A. Равносторонний треугольник.
- B. Тупоугольный треугольник.
- C. Остроугольный треугольник.
- D. Прямоугольный треугольник.

3. Вы обучаете методу координат на плоскости и вам необходимо сформировать у учащихся умение находить вектор, перпендикулярный данной прямой, координаты которого необходимы для написания общего уравнения этой прямой по точке и нормальному вектору. Такое умение не может быть сформировано без успешного решения учащимся нескольких задач, в условии которых нормальный вектор явно не указан. Например, таковой является задача «Точка  $H(-3; 5)$  – основание перпендикуляра, опущенного из точки  $M(1; -2)$  на прямую  $a$ . Найдите общее уравнение этой прямой». Среди перечисленных ниже уравнений укажите то, которое в случае верного решения должно быть получено учащимся:

- A.  $2x+3y-9=0$ .
- B.  $7x+4y-1=0$ .
- C.  $12x+7y+1=0$ .

D.  $2x+7y-29=0$ .

4. Вы обучаете решению задач на вычисление расстояний в пространстве, которые нередко встречаются среди заданий единого государственного экзамена по математике. Отдельные учащиеся, особенно представители профильных классов, помимо классического способа пытаются освоить векторный метод решения таких задач. Так например, чтобы найти расстояние от точки А до прямой ВС, можно достроить треугольник ABC до параллелограмма ABCD. Далее, найти площадь параллелограмма с помощью векторного произведения векторов  $\vec{BA}$  и  $\vec{BC}$ , длина которого равна произведению длин этих векторов, умноженному на синус угла между ними, что представляет собой искомую площадь. Ваша задача объяснить таким учащимся метод нахождения координат векторного произведения через координаты векторов-сомножителей. Закрепить этот метод можно с помощью решения задач, подобных следующей: «Найдите площадь параллелограмма ABCD, заданного векторами  $\vec{BA} = (2;-1;1)$  и  $\vec{BC} = (-1;2;1)$ ». Укажите номер ответа в случае верного решения учащимся задачи:

A. 3.

B.  $3\sqrt{3}$ .

C.  $3\sqrt{5}$ .

D.  $3\sqrt{7}$ .

5. Вы обучаете решению стереометрических задач на вычисление расстояний, которые нередко встречаются среди заданий единого государственного экзамена по математике. Отдельные учащиеся, особенно представители профильных классов, помимо классического способа пытаются освоить векторный метод решения таких задач. Так например, чтобы найти расстояние от точки  $A_1$  до плоскости ABC, можно достроить тетраэдр  $A_1ABC$  до параллелепипеда  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Далее, найти объём параллелепипеда с помощью смешанного произведения векторов  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AD}$  и  $\vec{AA_1}$ , геометрический смысл модуля которого равен произведению площади основания ABCD на высоту, проведённую к этому основанию. Ваша задача объяснить таким учащимся метод нахождения смешанного произведения через координаты векторов-сомножителей. Закрепить этот метод можно с помощью решения задач, подобных следующей: «Найдите объём параллелепипеда  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ , заданного координатами векторов  $\vec{AB} = (-1;2;0)$ ,  $\vec{AD} = (1;1;1)$  и  $\vec{AA_1} = (0;3;2)$ ». Укажите номер ответа в случае верного решения учащимся задачи:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

6. Вы обучаете методу координат в пространстве и вам необходимо сформировать у учащихся умение находить уравнение прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной данной плоскости, которое необходимо для нахождения координат точки пересечения этой прямой и плоскости. Такое умение не может быть сформировано без успешного решения учащимися нескольких задач, в условии которых направляющий вектор искомой прямой явно не указан. Например, таковой является задача «Найдите координаты точки, симметричной точке  $P(2,1,1)$  относительно плоскости  $y-2=0$ ». Укажите номер ответа в случае верного решения учащимися задачи:

- A. (2,3,1).
- B. (-2,3,2).
- C. (3,1,-2).
- D. (4,-1,1).

### **Вопросы к экзамену** **Модуль 2: «Геометрия в пространстве»**

1. Параллельное проектирование (определение, свойства).
2. Изображение плоских фигур в пространстве. Пример.
3. Изображение окружности. Пример.
4. Изображение пространственных фигур. Примеры.
5. Изображение сферы.
6. Правильные многогранники: правильный тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.
7. Эйлерова характеристика для многогранников (т. Декарта-Эйлера, т. Эйлера).
8. Объемы многогранников: призмы, пирамиды, усеченной пирамиды.
9. Объемы тел вращения: цилиндра, конуса, сферы.
10. Векторное произведение двух векторов (определение, свойства).
11. Смешанное произведение векторов (определение, свойства).
12. Уравнения плоскости: каноническое, параметрические, уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором, общее уравнение.
13. Неполные уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, заданных общими уравнениями.
14. Расстояние от точки до плоскости.
15. Угол между двумя плоскостями.
16. Уравнения прямой в пространстве: канонические, параметрические. Прямая, как пересечение двух плоскостей.
17. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости.
18. Расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещивающимися прямыми.
19. Угол между прямой и плоскостью.
20. Уравнения сферы: каноническое, параметрические.
21. Цилиндрические поверхности.
22. Конические поверхности.

23. Эллипсоид.
24. Однополостный гиперболоид.
25. Двуполостный гиперболоид.
26. Эллиптический параболоид.
27. Гиперболический параболоид.

**МОДУЛЬ № 3 «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ»**  
(контрольно измерительные материалы)

**Самостоятельная работа**  
**Тема: «Движения»**

**Вариант 1**

1. Движение задано формулами  $\begin{matrix} x_1 = -x - 6 \\ y_1 = y \end{matrix}$ . Найдите:
  - 1) образ точки  $M(3;2)$ ;
  - 2) прообраз точки  $M$ ;
  - 3) неподвижные точки;
  - 4) образ окружности  $(x-1)^2 + y^2 = 4$ .
2. Напишите аналитическое задание центральной симметрии с центром  $O(1;3)$ .

**Вариант 2**

1. Движение задано формулами  $\begin{matrix} x_1 = -x + 1 \\ y_1 = -y \end{matrix}$ . Найдите:
  - 1) образ точки  $M(3;2)$
  - 2) прообраз точки  $M$ ;
  - 3) неподвижные точки;
  - 4) образ окружности  $(x-1)^2 + y^2 = 4$ .
2. Напишите аналитическое задание центральной симметрии с центром  $O(-2;0)$ .

**Контрольная работа**  
**Тема: «Решение задач методом движения»**

**Вариант 1**

1. Дан треугольник  $ABC$  и точка  $O$ . Постройте:
  - а)  $\Delta A_1B_1C_1 = \beta_O^{60^\circ}(\Delta ABC)$ ;
  - б) образ средней линии треугольника  $ABC$ , параллельной стороне  $AC$ .
2. Даны две равные неконцентрические окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Назовите все движения, при которых  $\omega_1$  отображается на  $\omega_2$ .
3. Окружность, вписанная в угол, касается его сторон в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $M$  и  $N$  – соответственные точки при осевой симметрии, ось которой содержит биссектрису данного угла.

4. Даны точка  $A$ , прямая  $l$  и окружность  $\omega$ . постройте равносторонний треугольник  $ABC$ , вершины  $B$  и  $C$  которого принадлежат соответственно прямой  $l$  и окружности  $\omega$ .

### Вариант 2

1. Дан треугольник  $ABC$  и точка  $O$ . Постройте:

а)  $\Delta A_1B_1C_1 = \beta_O^{45^\circ}(\Delta ABC)$ ;

б) образ центра окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

2.  $ABCDEF$  – правильный шестиугольник. Назовите все движения, при которых отрезок  $AB$  отображается на отрезок  $DE$ .

3. Точка  $C$  принадлежит внутренней области прямого угла  $AOB$ .  $C_1 = \sigma_{OA}(C)$ ,  $C_2 = \sigma_{OB}(C)$ . Докажите, что точки  $C_1$ ,  $C_2$  и  $O$  принадлежат одной прямой.

4. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ), вершина  $C$  которого – данная точка, а вершины  $A$  и  $B$  принадлежат соответственно данной прямой  $l$  и данной окружности  $\omega$ .

### Вариант 3

1. Дан треугольник  $ABC$  и вектор  $\vec{a}$ . Постройте:

а)  $\Delta A_1B_1C_1 = p_{\vec{a}}(\Delta ABC)$ ;

б) образ центра тяжести треугольника  $ABC$ .

2.  $ABCDE$  – правильный пятиугольник. Назовите все движения, при которых отрезок  $AB$  отображается на отрезок  $CD$ .

3. Через центр квадрата проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Докажите, что отрезки этих прямых, заключенные внутри квадрата, равны.

4. Даны прямая  $l$ , окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Постройте точки  $A$  и  $B$ , принадлежащие соответственно  $\omega_1$  и  $\omega_2$  такие, что отрезок  $AB$  перпендикулярен прямой  $l$  и делится ею пополам.

### Вариант 4

1. Дан треугольник  $ABC$  и вектор  $\vec{a}$ . Постройте:

а)  $\Delta A_1B_1C_1 = p_{\vec{a}}(\Delta ABC)$ ;

б) образ ортоцентра треугольника  $ABC$ .

2.  $ABCDEF$  – правильный шестиугольник. Назовите все движения, при которых отрезок  $AB$  отображается на отрезок  $CD$ .

3.  $ABCD$  – равнобедренная трапеция ( $BC \parallel AD$ ). Докажите, что прямые  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке, принадлежащей прямой, проходящей через середины оснований трапеции.

4. Даны две пересекающиеся прямые и точка, не принадлежащая этим прямым. Постройте отрезок, концы которого принадлежат данным прямым, а данная точка – середина этого отрезка.

## Контрольная работа

### Тема: «Подобия»

### Вариант 1

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите образ точки  $M(-7;2)$ , если  $S(0;-5)$  – центр гомотетии, коэффициент которой равен  $(-2)$ .
2. Постройте образ параллелограмма в гомотетии, центр которой – одна из вершин параллелограмма, а  $k = \frac{m}{n}$  ( $m, n$  – данные отрезки).
3. Через точку касания двух окружностей проведены две секущие, пересекающие первую окружность в точках  $A$  и  $B$ , вторую – в точках  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $AB \parallel CD$ .
4. Постройте прямоугольный треугольник по отношению катетов  $m:n$ , где  $m$  и  $n$  – данные отрезки, и гипотенузе.

### Вариант 2

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите прообраз точки  $M(-5;1)$ , если  $S(0;1)$  – центр гомотетии, коэффициент которой равен  $(-3)$ .
2. Постройте образ угла  $ABC$  в гомотетии с центром  $S$  и коэффициентом  $k = \frac{m}{n}$  ( $m, n$  – данные отрезки).
3.  $ABCD$  – параллелограмм. Через вершину  $C$  проведена прямая, параллельная диагонали  $BD$  и пересекающая продолжения сторон  $AB$  и  $AD$  в точках  $N$  и  $K$ . Докажите, что точка  $C$  – середина отрезка  $NK$ .
4. Постройте равнобедренный треугольник по углу при вершине и сумме боковой стороны и основания.

### Вариант 3

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите ее центр, если коэффициент гомотетии равен  $(-2)$ , а  $A(-1;5)$  и  $A_1(3;2)$  – пара соответственных точек.
2. Постройте образ окружности в гомотетии, центр которой – внутренняя точка окружности, а  $k = \frac{m}{n}$  ( $m, n$  – данные отрезки).
3. Каждая из диагоналей квадрата разделена на три равные части. Докажите, что точки деления являются вершинами квадрата и найдите отношение площадей данного квадрата и полученного.
4. Постройте прямоугольный треугольник, если дан один из его острых углов и биссектриса, проведенная из вершины прямого угла.

### Вариант 4

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите ее центр, если коэффициент гомотетии равен  $5$ , а  $M(-1;3)$  и  $M_1(4;1)$  – пара соответственных точек.
2. Постройте образ ромба в гомотетии, центр которой – точка пересечения диагоналей ромба, а  $k = \frac{m}{n}$  ( $m, n$  – данные отрезки).
3. Пусть  $P$  – произвольная точка плоскости,  $A_1, B_1, C_1$  – точки, симметричные точке  $P$  относительно середин сторон  $BC, CA, AB$  треугольника  $ABC$  соответственно. Докажите, что отрезки  $AA_1, BB_1, CC_1$  пересекаются в одной точке.
4. Постройте треугольник по двум углам и радиусу описанной окружности.

**Индивидуальная домашняя работа**  
**Тема: «Аффинные преобразования»**

Родственное преобразование задано уравнением оси родства в аффинной системе координат. Точка  $M$  переходит в точку  $M_1$  в данном родстве.

1. В аффинной системе координат  $O, E_1, E_2$  построить ось родства, точки  $M$  и  $M_1$ .
  2. Построить образы точек  $O, E_1, E_2$ . Выделить реперы  $R$  и  $R_1$ .
  3. Определить род аффинного преобразования.
  4. Определить вид родства.
  5. Записать координатные формулы этого аффинного преобразования.
  6. Определить координаты точки  $O_1$  и координаты образов векторов  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$  в репере  $R$ .
1.  $x+2y-2=0$ ,  $M(1; -2)$ ,  $M_1(3;2)$
  2.  $3x-y+1=0$ ,  $M(1; -2)$ ,  $M_1(0;4)$
  3.  $2x+y+3=0$ ,  $M(1; 0)$ ,  $M_1(0;1)$
  4.  $3x-y+6=0$ ,  $M(2; -1)$ ,  $M_1(3;2)$
  5.  $x+y-3=0$ ,  $M(-1; 0)$ ,  $M_1(3;4)$
  6.  $2x+y-4=0$ ,  $M(-1; 1)$ ,  $M_1(3;2)$
  7.  $2x+y+4=0$ ,  $M(1; 1)$ ,  $M_1(2;-1)$
  8.  $x-2y-2=0$ ,  $M(-1; 1)$ ,  $M_1(1;2)$
  9.  $x+2y+2=0$ ,  $M(2; -1)$ ,  $M_1(0;-2)$
  10.  $3x+y+6=0$ ,  $M(1; 0)$ ,  $M_1(0;-1)$
  11.  $3x-y-6=0$ ,  $M(0; -1)$ ,  $M_1(3;-2)$
  12.  $x+y-2=0$ ,  $M(-1; 1)$ ,  $M_1(-2;2)$
  13.  $x+y+2=0$ ,  $M(2; 1)$ ,  $M_1(0;-7)$
  14.  $x-y+2=0$ ,  $M(-1; 0)$ ,  $M_1(0;4)$
  15.  $x+y-1=0$ ,  $M(-2; 0)$ ,  $M_1(0;-2)$
  16.  $x+y+1=0$ ,  $M(1; -1)$ ,  $M_1(-2;2)$
  17.  $x-y-1=0$ ,  $M(1; 1)$ ,  $M_1(0;3)$
  18.  $x-y+1=0$ ,  $M(1; 0)$ ,  $M_1(0;2)$
  19.  $2x+y=0$ ,  $M(-1; 0)$ ,  $M_1(0;2)$
  20.  $2x-y=0$ ,  $M(2; 0)$ ,  $M_1(0;2)$
  21.  $x+y-2=0$ ,  $M(2; -1)$ ,  $M_1(3;1)$

**Вопросы к коллоквиуму**  
**Модуль 3 «Геометрические преобразования»**

1. Геометрические преобразования, композиция преобразований, группа преобразований.
2. Движения, основные инварианты, группа движений.
3. неподвижные точки движений, теорема о представлении движения композицией не более трёх осевых симметрий.
4. Классификация движений плоскости.

5. Решение задач с использованием движения.
6. Аналитическое задание движений плоскости.
7. Подобия, группа подобий.
8. Гомотетия, композиция гомотетий и движений.
9. Аналитическое задание гомотетий и подобий.
10. Решение задач с помощью подобий.
11. Представление подобий в виде композиции гомотетии и движения.
12. Аффинные преобразования, группа аффинных преобразований.
13. Задание аффинных преобразований аффинными реперами, аналитическое задание аффинных преобразований.
14. Неподвижные точки аффинных преобразований, родство.
15. Представление аффинных преобразований композицией родственных.
16. Аксонометрия. Аффинные координаты.
17. Инверсия, свойства инверсии, решение задач с помощью инверсии.

## **МОДУЛЬ № 4 «ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»** (контрольно измерительные материалы)

### **Самостоятельная работа**

(теорема Дезарга и ее приложения)

1. Используя теорему Дезарга, доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке.
2. Используя теорему Дезарга, доказать, что если противоположные вершины параллелограмма расположены соответственно на противоположных сторонах второго, то оба параллелограмма имеют общий центр симметрии.
3. С помощью одной линейки разделить отрезок пополам, если задана прямая, параллельная этому отрезку.
4. С помощью одной линейки построить четвертую гармоническую точку к трём данным точкам.

### **Контрольная работа**

(основные факты проективной геометрии)

1. Точки А, В, С, Д, Е, F расположены на прямой так, что  $AB=BC=CD=DE=EF$ . Найдите: а)  $(CF, BE)$ , б)  $(DA, EF)$ .
2. Прямые а, b, с принадлежат одному пучку. Постройте прямую d этого пучка, если  $(bd, ca)=-1$ .
3. Точка М – середина отрезка PE. Пользуясь только линейкой, проведите через точку N, не принадлежащую прямой PE, прямую, параллельную PE.
4. Задайте гомологию осью, центром и парой соответственных точек. Постройте образ несобственной прямой.
5. Гомология задана осью, центром и парой соответственных точек. На двух данных прямых а и b найдите пару соответственных точек.
6. Проективное отображение точек одной прямой на точки другой прямой задано тремя парами соответственных точек. Найти образ четвертой точки.

7. Проективное отображение прямых одного пучка на прямые другого пучка задано тремя парами соответственных прямых. Найти образ 4-ой прямой.

### **Контрольная работа**

(линии второго порядка на проективной плоскости)

1. Построить поляру для некоторой точки.
2. Построить касательную к овальной линии второго порядка.
3. Построить полюс для некоторой прямой.
4. Овальная линия задана пятью точками общего положения. Используя теорему Паскаля, построить шестую точку линии.
5. Овальная линия задана пятью точками общего положения. Используя теорему Паскаля (предельный случай), построить касательную в одной из данных точек.
6. Овальная линия задана тремя неколлинеарными точками и двумя касательными в двух из них. Используя теорему Паскаля (предельный случай), построить касательную в третьей точке.
7. Овальная линия задана пятью касательными. Используя теорему Бриансона, построить шестую касательную.
8. Овальная линия задана пятью касательными. Используя теорему Бриансона (предельный случай), построить точку касания одной из них.
9. Используя проективную модель аффинной плоскости, доказать, что в параллелограмме диагонали делятся точкой пересечения пополам.

### **Индивидуальные домашние задания**

(системы динамической математики в проективной геометрии)

1. Теорема Дезарга и ее приложения в системах динамической геометрии Живая математика.
2. Применение основных фактов проективной геометрии в решении задач элементарной математики.
3. Поддержка аналитической проективной геометрии с помощью системы динамической геометрии Живая математика.
4. Проективные и перспективные отображения прямых и пучков в системе динамической геометрии Живая математика.
5. Теорема Штейнера и ее приложения в системе динамической геометрии Живая математика.
6. Прямая и обратная теоремы Паскаля, их приложения и предельные случаи в системе динамической геометрии Живая математика.
7. Прямая и обратная теоремы Бриансона, их приложения и предельные случаи в системе динамической геометрии Живая математика.
8. Конечные модели проективных плоскостей, разработка соответствующих элективных курсов для старшекласников.

### **Зачёт с оценкой**

(вопросы к зачёту)

1. Проективная плоскость, модели проективных плоскостей.

2. Координаты точек на прямой и плоскости, условие коллинеарности трех точек. Уравнение прямой.
3. Принцип двойственности. Теорема Дезарга, обратная теорема.
4. Сложное отношение четырех точек прямой и четырех прямых пучка.
5. Гармонические четвёрки точек и прямых. Гармонические свойства полного четырёхвершинника.
6. Проективные преобразования проективной плоскости, свойства проективных преобразований.
7. Гомология. Представление проективного преобразования в виде композиции гомологий.
8. Проективные и перспективные отображения прямых.
9. Проективные и перспективные отображения пучков.
10. Линии второго порядка на проективной плоскости, пересечение с прямой, касательные.
11. Сопряжённость точек. Полюс и поляра.
12. Классификация линий второго порядка.
13. Проективное определение линий второго порядка. Теорема Штейнера.
14. Свойства шестивершинника, вписанного в овальную линию второго порядка. Теорема Паскаля.
15. Свойства шестивершинника, описанного около овальной линии второго порядка. Теорема Бриансона.
16. Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой.

**Учебные ресурсы**  
**Карта литературного обеспечения дисциплины**  
**«Геометрия»**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы

«Математика»

Квалификация: бакалавр

по очной форме обучения

(общая трудоемкость 13 з.е.)

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек доступа
<b>ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>		
Анищенко, Сергей Александрович. Лекции по геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 1 / С. А. Анищенко. - Красноярск : РИО КГПУ, 1999. - 144 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	93
Анищенко С.А. Лекции по геометрии. Ч.2 Геометрия в пространстве. Красноярск: Издательство КГПУ им. В.П. Астафьева, 1999. – 175 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	54
Анищенко, С. А. Лекции по геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 3. Основания геометрии / С. А. Анищенко. - 2-е изд., дораб. и доп. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2009. - 121 с. - 83 р.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	133
Анищенко, Сергей Александрович. Лекции по геометрии. Ч. 4. Сферическая геометрия. Инверсия [Текст] : курс лекций / С.А. Анищенко. - 2-е изд., перераб. и доп. - Красноярск : РИО КГПУ, 2003. - 96 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	51
Майер, Валерий Робертович. Двенадцать лекций по дифференциальной геометрии [Текст] : учебное пособие / В. Р. Майер, В. В. Абдулкин, Т. В. Апакина. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2016. - 112 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	30
Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии [Текст] : методическое пособие. Ч. 1. Геометрия на плоскости. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 1995. - 72 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	118
Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии	Научная библиотека	18

[Текст] : учебное пособие. Ч. 2. Геометрия в пространстве / В. Р. Майер ; сост. В. Р. Майер ; отв. исполн. Н. Н. Пономарева. - Красноярск : КГПУ, 1996. - 128 с.	КГПУ им. В.П. Астафьева	
Карлан, И.А. Практические занятия по высшей математике: аналитическая геометрия на плоскости в пространстве. Дифференциальное исчисление функций одной и многих независимых переменных, интегральное исчисление функций одной независимой переменной, интегрирование дифференциальных уравнений : учебное пособие / И.А. Карлан ; отв. ред. Д.З. Гордецкий, Р.В. Солодовников. - Изд. 3-е. - Харьков : Издательство Харьковского Ордена Трудового Красного Знамени Государственного Университета имени А. М. Горького, 1967. - 947 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459744">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459744</a>	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
<b>ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>		
Атанасян, Л. С. Сборник задач по геометрии [Текст] : учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч. I / Л. С. Атанасян, В. А. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1973. - 256 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	145
Майер, Валерий Робертович. Информационные технологии в обучении геометрии бакалавров – будущих учителей математики: монография /В.Р. Майер, Е.А. Семина. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2014. – 516 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	17
Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 1. Аналитическая геометрия на плоскости / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1967. - 298 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	167
Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 2. Аналитическая геометрия в пространстве / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1970. - 368 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	99
<b>УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ</b>		
Сборник олимпиадных задач по геометрии для учащихся 8-11 классов [Текст] : методическое пособие / сост. В. В. Абдулкин, В.Р. Майер [и др.]. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2011. - 204 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	30
Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст] : учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / ред. Е. С. Полат. - М. : Академия, 2003. - 272 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 268.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	12
<b>ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ</b>		

Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение : справочная правовая система. – Москва, 1992– .	Научная библиотека	локальная сеть вуза
Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000– . – Режим доступа: <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a> .	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	свободный
East View : универсальные базы данных [Электронный ресурс] : периодика России, Украины и стран СНГ . – Электрон.дан. – ООО ИВИС. – 2011 - .	<a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>	Индивидуальный неограниченный доступ
Антиплагиат. Вуз [Электронный ресурс]	<a href="https://krasspu.antiplagiat.ru/">https://krasspu.antiplagiat.ru/</a>	Индивидуальный доступ
Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	<a href="https://icdlib.nspu.ru/">https://icdlib.nspu.ru/</a>	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь /  / Фортова А.А.  
 (должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О.)

**Карта материально-технической базы дисциплины  
«ГЕОМЕТРИЯ»**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы

«Математика»

Квалификация: бакалавр  
по очной форме обучения  
(общая трудоемкость 13 з.е.)

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Проектор-1шт., компьютер-12шт., маркерная доска-1шт., интерактивная доска-1шт.
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читаль- ный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт.

Аудитория	Лицензионное программное обеспечение
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Microsoft® Windows® 8.1 Professional (ОЕМ лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015); Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1В08-190415-050007-883-951; 7-Zip - (Свободная лицензия GPL); Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия); Google Chrome – (Свободная лицензия); Mozilla Firefox – (Свободная лицензия); LibreOffice – (Свободная лицензия GPL); XnView – (Свободная лицензия); Java – (Свободная лицензия); VLC – (Свободная лицензия); Живая математика 5.0 (Контракт НКС-ДБ-294/15 от 21.09.2015, лицензия № 201515111); GeoGebra (Свободно распространяемая в некоммерческих (учебных) целях лицензия)
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читаль- ный зал	Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017