Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Красноярский государственный педагогический университет Им. В.П.Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)
Институт математики, физики и информатики

Кафедра-разработчик
Математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

АЛГЕБРА

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) образовательной программы
Математика и информатика

Квалификация (степень) выпускника

БАКАЛАВР

Красноярск, 2019

Рабочая программа дисциплины составлена доцентом кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания к.ф.-м.н. С.И. Калачевой

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания
протокол № 9 от 17 мая 2017 г.

Заведующий кафедрой ___________________________ В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
24 мая _ 2018г. Протокол №8

Председатель НМСС (Н)_________________________ С.В. Бортновский

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
КГПУ им. В.П. Астафьева
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Рабочая программа дисциплины составлена доцентом кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания к.ф.-м.н. С.И. Калачевой

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания
протокол № 9 от 03 мая 2018 г.

Заведующий кафедрой ____________________________ В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
23 мая _ 2018г. Протокол №8

Председатель НМСС (Н)_________________________С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины составлена доцентом кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания к.ф.-м.н. С.И. Калачевой

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 9 от 03 мая 2019 г.

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
23 мая _ 2019г. Протокол №8

Председатель НМСС (Н)_____________________________С.В. Бортновский

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» составлена в соответствие с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее ФГОС ВО) по направлению подготовки кадров высшей квалификации 44.03.05 Педагогическое образование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской федерации и профессионального стандарта «Педагог профессионального обучения и дополнительного профессионального образования», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 8 сентября 2015г. №608н.

Рабочая программа дисциплины «Алгебра» включает пояснительную записку, организационно-методические материалы, компоненты мониторинга учебных достижений обучающихся и учебные ресурсы.

Б1.В.12. «Алгебра» - дисциплина вариативной части. Трудоемкость дисциплины составляет 9 з.е. или 324 часов, из них 168 часов отводится на аудиторную работу, 84 часов самостоятельной работы и 72 часа на контроль. Изучение дисциплине согласно плану проходит в течение 4-х семестров - в 3-ем, 4-ом, 6-м и 7-м семестрах. В третьем семестре студенты изучают раздел «Теория чисел», в 4-м «Теорию многочленов», в 6-м основы «Линейной алгебры», в 7-м «Алгебраические структуры».

Цель освоения дисциплины: формирование общего представления о задачах и целях предмета, месте и достоверности применяемых в школьном курсе алгоритмов, формирование профессиональных компетенций студентов.

Место дисциплины в реализации основных задач общей предметной подготовки. Курс Алгебры в общей математической подготовке занимает важно место, так как именно в этом курсе идет выработка основных алгоритмов действий с важными математическими структурами такими, как числовые множества, многомерные пространства, многочлены, системы линейных уравнений, а также такими фундаментальными понятиями алгебры как бинарная алгебраическая операция, группа, кольцо, поле. Формируется навык строгого математического доказательства. Материал этого курса в значительной мере используется в школьном курсе математики, а также в научных исследования в любой области математики и ее приложениях.

Место дисциплины в обеспечении образовательных интересов личности студента, обучающегося по дисциплине. Дисциплина Алгебра формирует у студентов умение правильно рассуждать, выстраивать логические цепочки содержательных выводов, расширяет представления о понятиях школьного курса алгебры.

Место дисциплины в удовлетворении требований заказчиков к выпускникам университета по данной дисциплине. Курс алгебры в школьной программе занимает значительное место. При обучении в ВУЗах бывшие школьники так же продолжают изучение алгебры в независимости от выбранной ими специальности. В связи с этим, школьный учитель математики должен в совершенстве владеть основными алгебраическими понятиями, причем не на интуитивном уровне, а четко представлять механизмы действия тех или иных понятий и алгоритмов. Поэтому учитель иметь знания по данной дисциплине, превышающие знания школьной программы, чтобы излагать школьный материал на достаточно высоком научно-методическом уровне.

Знание каких учебных дисциплин должно предшествовать изучению данной дисциплины. Так как построение некоторых алгебраических структур ведется по аналогии с неалгебраическими, более того, они являются обобщениями этих структур, то для лучшего усвоения устройства и работы таких алгебраических объектов необходимо знание школьных основ геометрии, теории чисел математического анализа. Из геометрии нужны векторы, преобразования координатных систем; из теории чисел – знание свойств числовых множеств, изучаемых в школьном курсе алгебры; из математического анализа – понятие функции, производной.

Для изучения каких дисциплин будет использоваться материал данной дисциплины. Материал дисциплины Алгебра носит завершающий характер. Вместе с тем, в нем дается необходимое обоснование многим фундаментальным знаниям из других дисциплин. Например, в курсе Алгебры дается необходимая подготовка для решения систем линейных уравнений, работы с матрицами, определителями, арифметическими векторами, многочленами, которые используются при изучении других математических дисциплин.

Технология процесса обучения дисциплине. При обучении данной дисциплине планируется применение технологий: современное традиционное обучение (лекционно-семинарская-зачетная система; педагогика сотрудничества; проблемное обучение; коллективный способ обучения; технологии модульного обучения; технология мастерских.

При изучении дисциплины Алгебра основными формами обучения являются лекции и практические занятия. На лекциях систематически излагается материал, предусмотренный программой. На практических занятиях этот материал закрепляется в процессе опроса, решения задач, приведения примеров, доказательства утверждений, проведения сравнительного анализа со школьным курсом алгебры. Предусмотрена домашние индивидуальные задания, аудиторные контрольные работы и серия небольших самостоятельных работ на знание основных понятий дисциплины. Итоговой проверкой знаний являются зачеты и экзамены. Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонды оценочных средств для проведения промежуточной аттестации».

Планируемые результаты обучения. В процессе изучения данного курса Алгебры идет выработка основных алгоритмов действий с важными математическими структурами такими, как числовые множества, многомерные пространства, многочлены, системы линейных уравнений, а также такими фундаментальными понятиями алгебры как бинарная алгебраическая операция, группа, кольцо, поле. Формируется навык строгого математического доказательства. Материал этого курса в значительной мере используется в школьном курсе математики, а также в научных исследования в любой области математики и ее приложениях. Кроме того, идет формирование таких *компетенций*, как:

ОК-3 способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве

ОК-5 способностью работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия

ОПК-1 готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности

ОПК-2 способностью осуществлять обучение, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся

ОПК-5 владением основами профессиональной этики и речевой культуры

ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета

ПК-6 готовностью к взаимодействию с участниками образовательного процесса

ПК-7 способностью организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности.

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетенция)
Расширение и углубление понятий разделов алгебры: линейная алгебра, теория чисел, теория многочленов, алгебраические структуры	**Знать:** основные понятия теории делимости чисел и многочленов, теории сравнений, алгебры матриц, определитель, линейная зависимость, базис, ранг системы векторов, линейные операторы, ортогональные и ортонормированные преобразования, основы алгебраических структур, понятия группы, кольца, поля. Понимать место изучаемого материала в общей структуре дисциплины. **Уметь:** проводить теоретико-числовые исследования; решать задачи теории сравнений и ее многочисленных арифметических приложений; находить приближение действительных чисел рациональными; выполнять теоретико-множественные операции над конечными и бесконечными множествами; анализировать структуру определений понятий; анализировать простейшие рассуждения, находить ошибки в рассуждениях; иллюстрировать теоретико-алгебраический подход к понятиям и операциям над элементами изучаемых структур примерами из учебников.	ОК-3 ОПК-1 ПК-4
Формирование способности студентов применять полученные знания к решению задач на доказательство, логически выстраивать материал	**Знать:** Бесконечность множества простых чисел в натуральном ряду и некоторых арифметических прогрессиях. Основное свойство простого числа. Теорема о делителях нуля в кольце классов вычетов. Поле вычетов по простому модулю. Теоремы о вычетах линейных форм. Мультипликативность и явные формулы функции Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Теорема о числе решений сравнения 1-ой степени. Теорема о равносильности сравнения и системы сравнений. Теорема о числе решений сравнения по простому модулю. Число классов квадратичных вычетов и число классов квадратичных невычетов по простому модулю. Вывод признаков делимости. Свойства подходящих дробей. Существование и единственность значения цепной дроби. Возможность и единственность такого представления. Теорема Лагранжа о квадратичной иррациональности. Теорема о значении периодической цепной дроби. Теорема Дирихле о приближении действительных чисел рациональными дробями с заданным ограничением на знаменатель дроби. Теорема о наилучшем приближении. Теорема Лиувилля. **Уметь:** Определять линейно зависимую и линейно независимую системы векторов, базис и ранг системы	ОК-3 ОК-5 ОК-6 ОПК-1 ОПК-2 ОПК-5 ПК-4 ПК-6 ПК-7

	векторов. Уметь находить матрицы перехода от одного базиса к другому, координат вектора, скалярного произведения, ортогональных векторов, ортогональной системы векторов, нормы вектора, ортонормированного базиса системы, евклидова пространства. Умение находить, образ, ядро линейного оператора, матрицу линейного оператора, собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Умение доказывать, что заданное определенным образом преобразование линейного пространства является линейным. Проверять аксиомы группы, применять признак подгруппы, строить примеры групп, таблицу Кэли для конечной группы, удовлетворяющую данным свойствам, сроить группу по заданным образующим элементам и определяющим отношениям, факторгруппу, группу изоморфную или гомоморфную данной. Проверка правильности выполнения арифметических операций. Нахождение остатков от деления степеней числа. Выражение значения цепной дроби через ее полные частные. Представление действительных чисел цепными дробями. Применение теоремы Дирихле к представлению простого числа $p \equiv 1 \pmod{4}$ в виде суммы двух квадратов. Конструкция трансцендентных чисел на основе теоремы Лиувилля с помощью цепных дробей. Доказательство свойств делимости многочленов. Отделение кратных множителей многочленов Определять неприводимость многочлена над данным полем, применение различных методов нахождения корней многочленов над данными полями. Определять границы нахождения корней, отделять корни друг от друга. Упорядочивать многочлены в лексикографическом порядке, определять степени многочлена по отношению к переменным и степень самого многочлена. Определять симметрические многочлены, представлять симметрический многочлен, как многочлен от основных симметрических многочленов. Умение выполнять сложение векторов и умножение на число, находить линейную комбинацию векторов, проверять систему векторов на линейную зависимость, находить ее ранг и базисы системы, выражать векторы системы через ее базис. Умение проводить строго математические доказательства свойств линейной зависимости, существования базиса системы и однозначности определения ранга системы. Определять, будет ли данное множество алгебраических векторов векторным пространством. Находить размерность и базис векторного пространства, координаты векторов		

	в данном базисе, матрицу перехода от одного базиса к другому, норму вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, приводить примеры различных векторных произведений, применять метод ортогонализации векторов, находить ортонормированный базис системы векторов. Проверять аксиомы кольца, применять признак подкольца, находить идеал, строить примеры колец, удовлетворяющие заданным свойствам, факторкольцо, кольцо изоморфное или гомоморфное данному. Проверять аксиомы поля, применять признак подполя, строить примеры полей, удовлетворяющие заданным свойствам, поле, изоморфное или гомоморфное данному, построение расширений полей. **Владеть:** анализ структуры определений понятий; проведение простейших рассуждений при доказательстве свойств и основных утверждений; самостоятельного поиска дополнительного теоретического материала и нестандартных задач по изучаемым темам. Выполнение действий над многочленами, доказательство различных свойств операций над многочленами и свойств делимости многочлена, нахождении НОД и НОК многочленов, проведение цепочек алгоритмических действий в определении неприводимости и корней многочленов. доказательство неприводимости многочленов над данным полем, определения границ корней многочленов, отделения многочленов друг от друга. Проверка аксиом векторного пространства, нахождение размерности и базиса векторного пространства, координат вектора в данном базисе, вычисление стандартного скалярного произведения, применение метода ортогонализации для получения ортогонального базиса, вычисления нормы вектора и угла между векторами. Построения конечных групп с заданными свойствами, нахождение подгрупп, определение порядка группы, подгрупп, элементов группы, доказательство изоморфизма или гомоморфизма групп. Построения примеров колец с заданными свойствами, нахождение подколец, идеалов, доказательство изоморфизма или гомоморфизма колец. Построения примеров полей с заданными свойствами, нахождение подполей, доказательство изоморфизма или гомоморфизма полей, построение расширений полей.	
Приобретение студентами опыта применения полученных теоретических знаний и умений	**Знать:** Каноническое разложение натурального числа. Сравнение и система сравнений с неизвестной величиной. . Сравнения по простому модулю. Двучленные сравнения по простому модулю. Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий квадратичного вычета и невычета по простому	ОК-3 ОК-5 ОК-6 ОПК-1 ОПК-2 ОПК-5

теоретического характера к решению практических задач курса.	модулю. Приложения теоремы Лиувилля к доказательству иррациональности. Знание методов решения систем линейных уравнений и метод проверки линейной зависимости системы векторов. Знать основные формулы и алгоритмы делимости многочленов, нахождения корней многочленов, отделения кратных множителей. **Уметь:** Применять описанные алгоритмы и формулы к решению систем линейных уравнений, задач, связанных с матричной алгеброй, вычислять определители наиболее рациональным способом, решать сравнения 1-ой степени и двучленные сравнения больших степеней, решать задачи из теории многочленов, связанные с нахождением корней над различными числовыми полями. Решение системы сравнений с неизвестной величиной, сравнений 1-ой степени, сравнений по простому модулю, сравнений по степени простого числа. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю. Применение индексов к решению сравнений 1-ой степени. Решение двучленных сравнений по простому модулю. Применение схемы Горнера к различного вида задачам, Нахождение НОД с помощью алгоритма Евклида и его линейной формы, Нахождение НОК многочленов. **Владеть:** Методами решения алгебраических задач; Навыками в решении сравнений и систем сравнений 1-ой степени по простому модулю, по степени простого числа, по составному модулю. Навыками в представлении действительных чисел цепными дробями, виде бесконечных десятичных дробей. Применять различные методы нахождения корней, Приведение многочлена от нескольких переменных к лексикографически упорядоченной форме записи. Выработка навыка задания линейного оператора различными способами, доказательства линейности данного оператора, нахождения матрицы линейного оператора, ядра, собственных значений и собственных векторов. Представление многочлена от нескольких переменных виде многочлена от основных симметрических многочленов. Навык в нахождении линейной комбинации векторов, проверки линейной зависимости системы, нахождении базиса системы и ранга, в применении метода Гаусса решения СЛУ к определению линейной зависимости системы векторов.	ПК-4 ПК-6 ПК-7

3.1.1. Технологическая карта обучения дисциплине

______________________ Алгебра ____________________________

(наименование)

Для обучающихся образовательной программы

бакалавров педагогического образования, 44.03.05, профили Математика и Информатика

(направление и уровень подготовки, шифр, профиль)

по очной форме обучения

(общая трудоемкость 9 з.е.)

Наименование разделов и тем		Всего часов (з.е.)	Аудиторных часов			Внеауди-торных часов	Формы и методы контроля
			всего	лекций	практические занятия		
Модуль 1. Теория чисел		**108 (3з.е.)**	**56**	**28**	**28**	**16**	**экзамен (36 часов-контроль)**
Раздел 1.1. Делимость целых чисел. Сравнения.	**1.** Теорема о делении с остатком. Отношение делимости. НОД и НОК. Взаимно простые числа.	16	8	2	2	2	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольнаяработа №1.1 Экзамен
	2. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Число и сумма делителей натурального числа	8	4	2	2	1	
	3. Бесконечность множества простых чисел. Признак простоты числа, решето Эратосфена. Неравенство Чебышева.	16	8	2	2	1	
	4. Сравнения, их свойства. Кольцо классов вычетов.	8	4	2	2	2	
	5. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Поле классов вычетов по простому модулю.	8	4	2	2	1	
Раздел 1.2. Сравнения с неизвестной величиной. Арифметические приложения теории сравнений.	6. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной. Равносильные сравнения. Сравнения 1 степени.	16	8	2	2	1	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольная работа. 1.1 Экзамен
	7. Сравнения по простому модулю. Сравнения по степени простого числа. Сравнения по составному модулю.	8	4	2	2	1	
	8. Показатели классов и чисел по данному модулю. Первообразные корни. Индексы чисел и классов по данному модулю.	8	4	2	2	1	

	9. Двучленные сравнения по простому модулю. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра.	8	4	2	2	2	
	10. Арифметические приложения теории сравнений.	8	4	2	2	1	
Раздел 1.3. Цепные дроби. представление действительных чисел цепными дробями. Приближение действительных чисел подходящими дробями. Алгебраические и трансцендентные числа.	11. Цепная дробь, подходящие дроби. Представление действительных чисел цепными дробями.	16	8	2	2	1	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольная работа №1.2 Экзамен
	12. Квадратичные иррациональности. Приближение действительных чисел цепными дробями. Теорема Дирихле, её применение.	16	8	4	4	1	
	13. Теорема Лиувилля и её применение к построению трансцендентных чисел и к доказательству иррациональности.	7	4	2	2	1	
Модуль №2 *«Теория многочленов»*		**90 (2,5 з.е.)**	**56**	**28**	**28**	**34**	
Раздел 2.1. Многочлены над областью целостности и над полем	1. Многочлены над областью целостности.	16	8	4	4	4	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольная работа №2.1 Коллоквиум Зачет .
	2. Многочлены над полем.	18	8	4	4	6	
Раздел 2.2. Многочлены над числовыми полями. Нахождение корней многочлена.	3. Многочлены над числовыми полями.	18	8	6	6	6	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольная работа №2.2 Коллоквиум Зачет .
	4. Нахождение корней многочлена.	16	8	6	6	6	

Раздел 2.3. 2.3. Многочлены от нескольких переменных	5. Многочлены от нескольких переменных.	12	4	4	4	6	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольная работа №2.2 Коллоквиум №2 Зачет №2.
	6. Симметрические многочлены.	10	4	4	4	6	
Модуль №3 *«Линейная алгебра»*		**36 (1 з.е.)**	**28**	**14**	**14**	**8**	
Раздел 3.1. Линейные пространства	1. Векторные пространства над полем	10	8	4	4	2	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольная работа № 3.1 Домашняя контрольная работа № 3.1 Коллоквиум №3 Зачет №3.
	2. Скалярное произведение векторов. Евклидово векторное пространство.	12	10	6	4	2	
Раздел 3.2. Линейные операторы.	3. Линейные операторы.	6	4	2	2	2	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольная работа № 3.2 Домашняя контрольная работа № 3.2 Коллоквиум №3 Зачет №3.
	4. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.	8	6	2	4	2	
Модуль №4 *«Алгебраические структуры»*		**90 (2,5 з.е.)**	**28**	**14**	**14**	**26**	**экзамен (36 часов-контроль)**
Раздел 4.1. Группы.	1. Введение в теорию групп.	4	4	2	2	4	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольная работа №4.1 Домашняя контрольная работа № 4.1 Лабораторная работа №4.1.1 Лабораторная работа №4.1.2 Лабораторная работа №4.1.3 Коллоквиум №4
	2. Теория конечных групп.	6	4	2	2	4	
	3. Изоморфизмы и гомоморфизмы групп.	6	4	2	2	4	
Раздел 4.2. Кольца.	4. Введение в теорию колец. Делимость в кольцах. Факторкольцо.	5	4	2	2	4	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады,
	5. Факториальные и евклидовы кольца.	2	2	1	1	2	

	6. Изоморфизмы и гомоморфизмы колец.	3	2	1	1	2	Контрольная работа №4.2 Домашняя контрольная работа № 4.2 Лабораторная работа №4.2.1 Лабораторная работа №4.2.2 Коллоквиум №4
Раздел 4.3. Поля.	7. Введение в теорию полей.	5	4	2	2	4	Домашние работы, самостоятельные работы, рефераты, доклады, Контрольная работа №4.2 Домашняя контрольная работа № 4.2 Лабораторная работа №4.3.1 Коллоквиум №4
	8. Расширения полей.	5	4	2	2	2	
ИТОГО		**324 часов (9 з.е.)**	**168 контактных часов**			**84 с.р.**	

3.1.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины

Модуль 1 «Теория чисел»

Раздел 1.1. Теорема о делении с остатком. Отношение делимости в кольце целых чисел. НОД и НОК целых чисел, их свойства. Алгоритм Евклида и его приложения. Свойства взаимно простых чисел. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел в натуральном ряду и некоторых арифметических прогрессиях. Основное свойство простого числа. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа. Неравенства Чебышева для л(x) - числа простых чисел, не превосходящих x

Раздел 1.2. Целая и дробная части числа. Сумма делителей и число делителей натурального числа. Функция Эйлера. Отношение сравнимости в кольце целых чисел и его свойства. Классы целых чисел по данному модулю и их свойства. Кольцо классов вычетов. Теорема о делителях нуля в кольце классов вычетов. Поле вычетов по простому модулю. Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем. Полная и приведенная системы вычетов по данному модулю и их свойства. Теоремы о вычетах линейных форм. Мультипликативность и явные формулы функции Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнение и система сравнений с неизвестной величиной. Решение системы сравнений с неизвестной величиной. Сравнения 1-ой степени. Теорема о числе решений сравнения 1-ой степени. Критерий разрешимости системы сравнений 1-ой степени. Равносильные системы. Теорема о равносильности сравнения и системы сравнений. Сравнения по простому модулю. Теорема о понижении степени сравнения по простому модулю. Теорема о числе решений сравнения по простому модулю. Сравнения по степени простого числа. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю. Показатели чисел и классов по данному модулю. Свойства показателей. Число классов с заданным показателем. Первообразные корни. Основное свойство первообразного корня. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Модули, по которым существуют первообразные корни. Индексы чисел и классов по данному модулю. Свойства индексов. Применение индексов к решению сравнений 1-ой степени. Двучленные сравнения по простому модулю. Квадратичные вычеты и невычеты. Число классов квадратичных вычетов и число классов квадратичных невычетов по простому модулю. Критерий квадратичного вычета и невычета по простому модулю. Символ Лежандра. Свойства символа Лежандра. Квадратичный закон взаимности (без доказательства). Проверка правильности выполнения арифметических операций. Нахождение остатков от деления степеней числа. Решение неопределенных уравнений 1-ой степени. Вывод признаков делимости. Теорема о длине периода десятичной дроби.

Раздел 1.3. Цепная дробь, неполные частные цепной дроби, подходящие дроби, значение цепной дроби, полные частные цепной дроби. Свойства подходящих дробей. Существование и единственность значения цепной дроби. Выражение значения цепной дроби через ее полные частные. Представление действительных чисел цепными дробями. Возможность и единственность такого представления. Квадратичные иррациональности. Теорема Лагранжа о квадратичной иррациональности. Теорема о значении периодической цепной дроби. Приближение действительных чисел подходящими дробями. Теорема Дирихле о приближении действительных чисел рациональными дробями с заданным ограничением на знаменатель дроби. Применение теоремы Дирихле к представлению простого числа $p \equiv 1 \pmod 4$ в виде суммы двух квадратов. Теорема о наилучшем приближении. Определение алгебраического числа, минимального многочлена алгебраического числа, степени алгебраического числа, трансцендентного числа. Теорема Лиувилля. Конструкция трансцендентных чисел на основе теоремы Лиувилля с помощью цепных дробей. Приложения теоремы Лиувилля к доказательству иррациональности.

Модуль 2 «Теория многочленов»

Раздел 2.1. Построение кольца многочленов над областью целостности. Деление многочлена на двучлен x-c. Схема Горнера. Теорема Безу. Корни многочлена, признак корня. Основные задачи, решаемые с помощью схемы Горнера. Число различных корней многочлена. Функциональное и алгебраическое равенство многочленов. Деление с остатком. Основные свойства делимости многочленов. НОД двух многочленов, его однозначность с точностью до постоянного множителя. Нахождение НОД с помощью алгоритма Евклида. Линейная форма НОД. Неприводимые над данным полем многочлены. Основные свойства неприводимых многочленов. Разложение многочлена на неприводимые множители (теорема о факторизации). НОК двух многочленов. Нахождение НОД и НОК с помощью разложения на неприводимые множители. Связь между НОД и НОК. Кратность неприводимого множителя. НОД многочлена и его производной. Алгоритм отделения кратных множителей.

Раздел 2.2. Многочлены над полем комплексных чисел. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Неприводимые многочлены над полем комплексных чисел. Теорема о факторизации в кольце C[x]. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Многочлены, неприводимые над полем действительных чисел. Теорема о факторизации в кольце R[x]. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел. Леммы Гаусса о примитивных многочленах. Критерий Эйнштейна. Нахождение рациональных корней многочленов с рациональными коэффициентами. Границы корней многочленов с действительными коэффициентами, метод Штурма. Решение уравнений 3-ей и 4-ой степеней.

Раздел 2.3. Кольцо многочленов от нескольких переменных. Лексикографическое упорядочение членов многочлена, лемма о высшем члене произведения многочленов. Симметрические многочлены. Основные свойства элементарных симметрических многочленов. Основная теорема о симметрических многочленах. Применения симметрических многочленов. Симметрические многочлены в школьной математике.

Модуль 3 «Линейная алгебра»

Раздел 3.1. Векторное пространство над полем. Определение примеры, основные свойства. Подпространство. Пересечение двух подпространств. Координаты вектора, их свойства. Определение и основные свойства изоморфизма векторных пространств. Необходимое и достаточное условие изоморфизма векторных пространств над одним и тем же полем. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь между координатами вектора в разных базисах. Скалярное произведение векторов. Определение, примеры, основные свойства. Невырожденное скалярное умножение. Ортогональные векторы. Линейная независимость ортогональной системы векторов. Евклидово векторное пространство. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации. Норма вектора. Ортонормированный вектор. Скалярное произведение векторов в ортонормированном базисе. Изоморфизм евклидовых векторных пространств.

Раздел 3.2. Линейные операторы, определение, примеры. Теорема о задании линейного оператора отображением базиса. Матрица линейного оператора. Связь между координатами вектора и его образа при линейном операторе. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Действия над линейными операторами и их матрицами. Образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, примеры, основные свойства. Нахождение собственных значений линейного оператора. Нахождение собственных векторов, принадлежащих данному собственному значению. Линейная независимость собственных векторов, принадлежащих различным собственным значениям. Матрица линейного оператора в базисе из собственных векторов.

Модуль 4. «Алгебраические структуры»

Раздел 4.1. Группа, подгруппа. Порядок элемента группы, порядок группы. Смежные классы. Индекс подгруппы в группе. Теорема Лагранжа. Изоморфизмы групп. Описание циклических групп. Нормальные подгруппы. Гомоморфизмы групп. Теорема о гомоморфизмах. Порождающие множества и определяющие отношения групп.

Раздел 4.2. Кольцо, подкольцо. Числовые и матричные кольца. Идеалы колец. Изоморфизмы и гомоморфизмы колец. Теорема о гомоморфизмах. Основные свойства делимости в кольцах. Евклидовы и факториальные кольца. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом. Кольца главных идеалов.

Раздел 4.3. Поле, подполе. Поле частных области целостности. Числовые поля. Характеристика поля. Расширения полей. Алгебраические и трансцендентные элементы над полем. Минимальный многочлен алгебраического элемента. Строение простого алгебраического расширения. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Конечное расширение поля, его алгебраичность. Степень расширения, теорема о степени повторного конечного расширения. Алгебраические и трансцендентные числа. Алгебраическая замкнутость поля алгебраических чисел. О разрешимости уравнений в радикалах. Квадратичные расширения. Проблема разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.

<u>В результате обучения студенты должны</u>:

знать:

- арифметические функции;
- аспекты приближения действительных чисел рациональными;
- понятие сравнения;
- различные виды сравнений;
- свойства сравнений;

- принципы решения сравнений;
- понятие цепной дроби;
- основные понятия теории множеств, символику, виды отображений;
- основные способы определения понятия, виды определений, требования к определению;
- основные понятия и свойства линейной зависимости, размерность пространства, определение координат арифметического вектора;
- понятие векторного пространства, аксиомы векторного пространства;
- скалярное умножение, ортогональные векторные, ортогональные системы векторов, ортонормированные системы векторов;
- понятия линейного оператора, матрицы линейного оператора, способы задания линейного оператора, собственного значения и собственного вектора линейного оператора;
- формально-алгебраическое определение многочлена;
- понятие неприводимого над данным полем многочлена;
- основные понятия теории делимости многочленов;
- схема Горнера деления многочлена на двучлен;
- понятие НОД многочленов и способы его нахождения;
- линейная форма НОД многочленов;
- теорема Виета;
- теорема о делении многочлена на многочлен с остатком;
- формулы Кардано нахождения корней многочлена 3-ей степени;
- метод Феррари нахождения корней уравнений 4-ой степени;
- правила нахождения рациональных корней целочисленного уравнения;
- вопрос о непереводимости многочленов над различными числовыми полями;
- понятии группы, кольца, поля, подгруппы, подкольца, подполя, нормальной подгруппы, идеала кольца, фактор группы, фактор-кольца;
- понятия изоморфизма, гомоморфизма, автоморфизма.

уметь:

- проводить теоретико-числовые исследования;
- решать задачи теории сравнений и ее многочисленных арифметических приложений;
- находить приближение действительных чисел рациональными;
- выполнять теоретико-множественные операции над конечными и бесконечными множествами;
- анализировать структуру определений понятий;
- анализировать простейшие рассуждения, находить ошибки в рассуждениях;
- иллюстрировать теоретико-множественный подход к числу и операциям над числами примерами из учебников;
- находить линейную комбинацию арифметических векторов, устанавливать их линейную зависимость или независимость, находить базис системы арифметических векторов и ее размерность;
- находить координаты векторов в различных базисах;
- применять процесс ортогонализации для получения ортогональной системы векторов;
- находить ортонормированный базис;
- проводить проверку линейности пространства и оператора;
- находить матрицу линейного оператора в различных базисах;
- находить матрицу оператора в ортонормированном базисе, составленном из собственных векторов системы;
- приведение квадратной матрицы к диагональному виду;
- уметь выделять в группе образующие элементы и определяющие соотношения между ними;
- строить таблицу Кэли для конечной группы небольшого порядка;

- Находить факторгруппу и факторкольцо для данных группы и кольца.

владеть навыками:

- решения алгебраических задач;
- анализа структуры определений понятий;
- проведения простейших рассуждений при доказательстве свойств и основных утверждений;
- самостоятельного поиска дополнительного теоретического материала и нестандартных задач по изучаемым темам

3.1.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины

Программа данного курса предусматривает лекционные и практические занятия, лабораторные работы, самостоятельные проверочные работы на занятиях, контрольные работы, домашние контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамену. Работа студента по освоению данной дисциплины оценивается согласно технологической карте рейтинга, в которой учитывается как текущая работа студента – посещение занятий, работа на занятиях, своевременность и правильность выполнения всех работ. Кроме того, предусмотрен ряд дополнительных заданий, позволяющих повысить свой рейтинг в пределах 10% от общего количества баллов - в каждом модуле предусмотрено написание рефератов, выполнение докладов по темам рефератов и по теме занятий. К экзамену (зачету) допускаются студенты, набравшие за текущую работу по дисциплине в семестре не менее 60% баллов, предусмотренных технологической картой дисциплины. Положительная оценка за семестр по данной дисциплине (зачет) ставится также только в случае набора не менее 60 % общего количества баллов по дисциплине за семестр. В случае экзамена: если студент набрал от 60% до 72% за семестр от максимального количества баллов, то в ведомость выставляется оценка – 3, если от 72% до 87% - 4, если от 87% до 100% -5.

Рабочий план лекционных и практических занятий по модулю

Модуль 1 «Теория чисел»

№	Содержание разделов (экзамен)	Лекц.	практич. з	С.р.
Раздел 1. 1. Делимость целых чисел. Сравнения.		**10**	**10**	**7**
1	Теорема о делении с остатком. Отношение делимости. НОД и НОК. Взаимно простые числа.	2	2	2
2	Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Число и сумма делителей натурального числа	2	2	1
3	Бесконечность множества простых чисел. Признак простоты числа, решето Эратосфена. Неравенство Чебышева.	2	2	1
4	Сравнения, их свойства. Кольцо классов вычетов.	2	2	2
5	Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Поле классов вычетов по простому модулю.	2	2	1
Раздел 1.2. Сравнения с неизвестной величиной. Арифметические приложения теории сравнений.		**10**	**10**	**6**
6	Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной. Равносильные сравнения. Сравнения 1 степени.	2	2	1
7	Сравнения по простому модулю. Сравнения по степени простого числа. Сравнения по составному модулю.	2	2	1
8	Показатели классов и чисел по данному модулю. Первообразные корни. Индексы чисел и классов по данному модулю.	2	2	1
9	Двучленные сравнения по простому модулю. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра.	2	2	2
10	Арифметические приложения теории сравнений.	2	2	1
Раздел 1.3. Цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями. Приближение действительных чисел подходящими дробями. Алгебраические и трансцендентные числа.		**8**	**8**	**3**
11	Цепная дробь, подходящие дроби. Представление действительных чисел цепными дробями.	2	2	1
12	Квадратичные иррациональности. Приближение действительных чисел цепными дробями. Теорема Дирихле, её применение.	4	4	1
13	Теорема Лиувилля и её применение к построению трансцендентных чисел и к доказательству иррациональности.	2	2	1
ИТОГО		**28**	**28**	**16**

Модуль 2 «Теория многочленов»

№	Содержание разделов (зачет)	Лекц.	практич. з.	С.р.
2.1. Многочлены над областью целостности и над полем		**8**	**8**	**10**
1	Многочлены над областью целостности.	4	4	4
2.	Многочлены над полем.	4	4	6

2.2. Многочлены над числовыми полями. Нахождение корней многочлена.		**12**	**12**	**12**
3.	Многочлены над числовыми полями.	6	6	6
4.	Нахождение корней многочлена	6	6	6
2.3. Многочлены от нескольких переменных		**8**	**8**	**12**
5.	Многочлены от нескольких переменных	4	4	6
6.	Симметрические многочлены	4	4	6
Итого:		**28**	**28**	**34**

Модуль 3 «Линейная алгебра»

№	**Содержание разделов (зачет)**	**Лекц.**	**практич. з**	**С.р.**
Раздел 3. 1. Линейные пространства		**14**	**14**	**8**
1.	Векторные пространства над полем.	4	4	2
2.	Скалярное произведение векторов. Евклидово векторное пространство.	6	4	2
Раздел 3.2. Линейные операторы		**4**	**6**	**4**
3.	Линейные операторы.	2	2	2
4.	Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.	2	4	2
ИТОГО		**14**	**14**	**8**

Модуль 4 «Алгебраические структуры»

№	**Содержание разделов (курсовая)**	**Лекц.**	**практич. з**	**С.р.**
Раздел 4. 1. Группы		**6**	**6**	**12**
1	Введение в теорию групп.	2	2	4
2	Теория конечных групп	2	2	4
3	**Изоморфизмы и гомоморфизмы групп.**	2	2	4
Раздел 4.2. Кольца		**4**	**4**	**8**
4.	Введение в теорию колец. Делимость в кольцах. Факторкольцо.	2	2	4
5.	Факториальные и евклидовы кольца	1	1	2
6.	Изоморфизмы и гомоморфизмы колец.	1	1	2
Раздел 4.3. Поля		**4**	**4**	**6**
7.	Введение в теорию полей.	2	2	4
8.	**Расширения полей.**	2	2	2
ИТОГО		**14**	**14**	**26**

3.2. Элементы мониторинга учебных достижений

3.2.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины

Наименование дисциплины/курса	Уровень/ступень образования (бакалавриат, магистратура)	Статус дисциплины в рабочем учебном плане (A, B, C)	Количество зачетных единиц/кредитов
Алгебра	бакалавр		8
Смежные дисциплины по учебному плану			
Предшествующие: математика			
Последующие: математический анализ, геометрия, теория функций комплексного переменного, теория вероятностей			

ВХОДНОЙ МОДУЛЬ (проверка «остаточных» знаний по ранее изученным смежным дисциплинам)			
	Форма работы*	Количество баллов 5 %	
		min	max
	Тестирование	**12**	**20**
Итого		**12**	**20**

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 1 Теория чисел			
	Форма работы*	Количество баллов 50 %	
		min	max
Текущая работа	Посещение занятий	**12**	**20**
	Работа на занятии	**12**	**20**
	Домашняя работа	**12**	**20**
	Самостоятельная работа	**12**	**20**
Промежуточный контроль	Контрольная работа №1.1	**6**	**10**
	Контрольная работа №1.2	**6**	**10**
Итого		**60**	**100**

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 2 Теория многочленов			
	Форма работы*	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Посещение занятий	**18**	**30**
	Работа на занятии	**12**	**20**
	Домашняя работа	**6**	**10**
	Самостоятельная работа	**12**	**20**
Промежуточный контроль	Контрольная работа №2.1	**6**	**10**
	Контрольная работа №2.2	**6**	**10**
Итого		**60**	**100**

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 3 Линейная алгебра			
	Форма работы*	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Посещение занятий	**8**	**14**
	Работа на занятии	**8**	**14**
	Домашняя работа	**11**	**18**
	Самостоятельная работа	**8**	**14**
Промежуточный контроль	Контрольная работа №3.1	**6**	**10**
	Контрольная работа №3.2	**6**	**10**
	Индивидуальное домашнее задание №3.1	**6**	**10**
	Индивидуальное домашнее задание №3.2	**6**	**10**
Итого		**60**	**100**

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 4 Алгебраические структуры			
	Форма работы*	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Посещение занятий	**8**	**14**
	Работа на занятии	**8**	**14**
	Домашняя работа	**8**	**14**
	Самостоятельная работа	**8**	**14**
Промежуточный контроль	Контрольная работа №4.1	**6**	**10**
	Контрольная работа №4.2	**6**	**10**
	Лабораторная работа №4.1.1	**2**	**4**
	Лабораторная работа №4.1.2	**2**	**4**
	Лабораторная работа №4.1.3	**2**	**4**
	Лабораторная работа №4.2.1	**2**	**4**
	Лабораторная работа №4.2.2	**2**	**4**
	Лабораторная работа №4.3.1	**2**	**4**
Итого		**60**	**100**

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы*	Количество баллов 20 %	
		min	max
	Экзамен	**60**	**100**
	Коллоквиум	**12**	**20**
	Курсовая работа	**12**	**20**
Итого		**68**	**160**
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ			
Базовый модуль/ Тема	Форма работы*	Количество баллов	
		min	max
БМ №1	Написание реферата	**0**	**10**
	Доклад	**0**	**10**
БМ № 2	Написание реферата	**0**	**10**
	Доклад	**0**	**10**
Итого		0	60
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей, без учета дополнительного модуля)		**min**	**max**
		360	**600**

Соответствие рейтинговых баллов академической оценке

Общее количество набранных баллов	***Академическая оценка***
360-430	3 (удовлетворительно)
431-520	4 (хорошо)
521-600	5 (отлично)

ФИО преподавателя:____ ____________ Калачева С.И.

Утверждено на заседании кафедры « 17 » _5__ 2017 г. Протокол № _9__

Зав. кафедрой______________________ Майер В.Р.

3.2. Фонд оценочных средств (контрольно-измерительные материалы)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики, информатики

Кафедра-разработчик: алгебры, геометрии и методики их преподавания

УТВЕРЖДЕНО на заседании кафедры Протокол № 9 от «3» мая 2018 Зав. каф. АГиМП __________________Майер В.Р.	ОДОБРЕНО на заседании научно-методического совета специальности (направления подготовки) Протокол № ___8____ От 23 мая 2018 Председатель НМС С.В. Бортновский

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
Обучающихся по дисциплине

АЛГЕБРА

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями)

Направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика
Квалификация (степень): бакалавр
Форма обучения: очная

Составитель: / Калачева С.И., доцент кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО и профессиональным стандартам Педагог (профессиональная деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Минтруда России от 18.10.2013 N 544н.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.04.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы математика и информатика, квалификация (степень): бакалавр, форма обучения: очная.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС, установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.

Эксперт-работодатель,
директор МАОУ гимназия №14
«Экономики, управления и права» Шуляк Н.В.

27.04.2018

1. **Назначение фонда оценочных средств**

1.1. **Целью** создания ФОС дисциплины «Алгебра» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине «Алгебра» решает **задачи**:

– контроль и управление процессом приобретения студентами необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций, определенных ФГОС ВО по данному направлению подготовки;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс.

1.3. ФОС разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) математика и информатика

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

ОК-3 способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве

ОК-5 способностью работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия

ОК-6 способностью к самоорганизации и самообразованию

ОПК-1 готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности

ОПК-2 способностью осуществлять обучение, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся

ОПК-5 владением основами профессиональной этики и речевой культуры

ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета

ПК-6 готовностью к взаимодействию с участниками образовательного процесса

ПК-7 способностью организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности.

2.2. **Этапы формирования и оценивания компетенций**

Компетенция	Этап формирования компетенции	Дисциплины, практики, участвующие в формировании компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/ КИМы	
				Номер	Форма
ОК-3	ориентировочный	информатика физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная

					работа
	когнитивный	алгебра, физика	текущий контроль	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
	праксиологический	алгебра, физика, информационная культура	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
	рефлексивно-оценочный	алгебра, физика, информационная культура	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
ОК-5	ориентировочный	Педагогика высшей школы, психология	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	когнитивный	алгебра, педагогика высшей школы, психология	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	праксиологический	Педагогика высшей школы, психология	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
	рефлексивно-оценочный	Педагогика высшей школы, психология	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
ОК-6	ориентировочный	Педагогика высшей школы, психология	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	когнитивный	Педагогика высшей школы, психология, алгебра	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	праксиологический	Педагогика высшей школы, психология	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
	рефлексивно-оценочный	Педагогика высшей школы, психология	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
ОПК-1	ориентировочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	когнитивный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	праксиологический	Педагогика высшей школы, психология,	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум

		математика, физика			
	рефлексивно-оценочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
ОПК-2	ориентировочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	когнитивный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	праксиологический	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
	рефлексивно-оценочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
ОПК-5	ориентировочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	когнитивный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	праксиологический	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
	рефлексивно-оценочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
ПК-4	ориентировочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа

	когнитивный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	праксиологический	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
	рефлексивно-оценочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
ПК-6	ориентировочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	когнитивный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	праксиологический	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
	рефлексивно-оценочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
ПК-7	ориентировочный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	когнитивный	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	текущий контроль	4.1-4.16	контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа
	праксиологический	Педагогика высшей школы, психология, математика, физика	промежуточная аттестация	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум
	рефлексивно-оценочный	Педагогика высшей школы,	промежуточная	1-5	тест, зачет, экзамен, коллоквиум

		психология, математика, физика	аттестация		

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: тест, вопросы к зачету.

3.2. Оценочные средства

3.2.1. Оценочные средства 1- 5

Критерии оценивания по оценочным средствам 1 - 5

Формируемые компетенции	Высокий уровень сформированности компетенций	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно/зачтено
ОК-3 ОК-5 ОК-6 ОПК-1 ОПК-2 ОПК-5 ПК-4 ПК-6 ПК-7	Студент свободно владеет теоретическим материалом, ориентирован на поиск нестандартных новых решений в сфере компетенций на основе базовых знаний, умений, навыков, знает методы, способы и приемы деятельности, необходимые для решения задач в сфере компетенций, умеет находить более эффективные способы решения традиционных задач, понимает важность поиска решения инновационных задач и новых эффективных решений традиционных задач в сфере компетенций для успешности будущей профессии и карьерного роста, стремится к приобретению опыта решения задач в сфере компетенций.	Студент владеет основными знаниями, умениями и навыками, способами деятельности в сфере компетенций и опытом его применения, знает методы, способы и приемы деятельности в сфере компетенций, умеет находить эффективные решения основных задач в сфере компетенций в условиях нестандартной ситуации, имеет опыт нахождения эффективных решений основных задач в сфере компетенции в условиях нестандартной ситуации, понимает важность опыта в нахождении эффективных решений основных задач в сфере компетенций.	Студент владеет минимально необходимым набором знаний, умений и навыков, способов деятельности в сфере компетенций, знает основные методы, способы и приемы деятельности в сфере компетенций, умеет находить решение основных задач в сфере компетенций при наличии заданных типовых условий, имеет опыт решения основных задач в сфере компетенций при наличии заданных типовых условий, понимает необходимость поиска решения основных задач в сфере компетенций для своей будущей профессиональной деятельности.

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств. Содержат варианты аудиторных контрольных работ, индивидуальных домашних заданий, лабораторных работ.

4.2.1. Критерии оценивания см. в технологической карте рейтинга в рабочей программе дисциплины

Оценочные средства 4.1- 4-16

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задания контрольной работы, обучающийся опирался на теоретические знания и умения решать исследовательские задачи.	6
Логически верно выстраивает решение задач.	1
Аргументирует результат, проверяет верность найденного решения задач контрольной работы	2
Выбирает наиболее рациональный ход решения	1
Максимальный балл	10

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение фондов оценочных средств

1. «Алгебра», Астахова Е.Т., Латынцева Л.Г., Тимофеенко Г.В.
2. «Алгебра многочленов», Латынцева Л.Г.
3. «Лекции по теории групп», Ларин С.В.
4. «Группы, кольца, поля», Ларин С.В.

6. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

Оценочное средство 1.
Вопросы к экзамену (Раздел «Теория чисел», 3 семестр)

1. Деление с остатком в кольце Z. Отношение делимости. Свойства.
2. НОД и НОК целых чисел. Свойства. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа.
3. Простые и составные числа. Свойства простых чисел. Основная теорема арифметики.
4. Бесконечность множества простых чисел. Критерий простоты. Решето Эратосфена.
5. Сравнения и их свойства.
6. Кольцо и поле классов вычетов.

7. Полная и приведенная системы вычетов.
8. Функция Эйлера. Вывод явной формулы для функции Эйлера.
9. Теоремы Эйлера и Ферма.
10. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной.
11. Сравнений 1-ой степени.
12. Сравнения по простому модулю. Сравнения по степени простого числа. (Редукция сравнения по
составному модулю и сравнения по степени простого числа к сравнению по простому модулю.)
13. Показатели чисел и классов вычетов по данному модулю. Число классов с заданным
показателем.
14. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю.
15. Индексы чисел и классов поданному модулю.
16. Двучленные сравнения по простому модулю. Квадратичные вычеты и невычеты.
17. Символ Лежандра, его свойства.
18. Вывод признаков делимости.
19. Определение длины периода бесконечной десятичной дроби.
20. Представление действительных чисел в виде цепных дробей.
21. Свойства подходящих дробей цепной дроби.
22. Подходящие дроби как наилучшие приближения к действительному числу.
23. Теорема Лагранжа о разложении квадратичной иррациональности в цепную дробь.
24. Теорема о величине бесконечной периодической цепной дроби.

Оценочное средство 2.
Итоговый тест (Раздел «Теория многочленов», 4 семестр).

1. Остаток от деления $11x^5+3x^4+8x^3+2x^2-1$ на $x-i$ равен
   1) 3; 2) 3i; 3) 0; 4) -1+3i
2. Многочлен x^4-2x^3+ax+2 делится на $x+1$, если a равно
   1) 3; 2) -5; 3) 1; 4) 5
3. Если числа i и 1-i являются корнями многочлена $x^4-2x^3+3x^2-2x+2$, то остальными его корнями являются числа
   1) i и 1-i ; 2) –i и 1+i ; 3) -i и 1+i ; 4) 1 и -2
4. Алгебраическая дробь $\dfrac{x^3-2x^2+2x-1}{x^3+2x^2-2x+3}$ равна несократимой дроби
   1) $\dfrac{x-1}{x+3}$; 2) $\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$; 3) $\dfrac{1}{x+3}$; 4) $\dfrac{x-1}{x^2+x+1}$
5. НОД многочленов $f(x)=(x-1)^{21}(x+2)^{17}$ и $g(x)=x^3-3x+2$ равен
   1) $f(x)$; 2) $(x-1)^2(x+2)$; 3) $(x-1)(x+2)^2$; 4) $(x-1)(x+2)$
6. Если уравнение $3x^3+mx^2+nx-10=0$ имеет корни 1 и -1, то его третий корень равен
   1) $\dfrac{10}{3}$; 2) $-\dfrac{10}{3}$; 3) 10; 4) 3.

   Верны ли утверждения 7-11? Предполагаемые ответы: «да» или «нет».
7. Число 2 является корнем многочлена $3x^{13}-4x^7+7x+5$.
8. Многочлен $7x^{18}+6x^8+8x^4+4$ не имеет действительных корней.
9. Количество различных корней многочлена $5x^5-11x^3+14x-3$ не может быть больше четырех.

10. Многочлен $x^{12}+6$ имеет 12 комплексных корней.
11. Многочлен x^3-5x+4 имеет кратный корень.
12. НОД многочлена $f(x)=(x+5)^7(x^2+3)^4(x^2-25)$ и ее производной равен
    1) $(x+5)^8(x^2+3)^3$; 2) $(x+5)^7(x^2-25)$; 3) $(x+5)^7(x^2+3)^3$; 4) $(x+5)^7$
13. Найти все корни многочлена $3x^4-x^3-9x^2+9x-2$.
14. Неприводимым над полем действительных чисел является многочлен
    1) x^3+1; 2) x^2+1; 3) x^4-5x^2+6; 4) $x^2(x^2+3)$.
15. Многочлен $x^{11}-6x^8+3x^2-15$ неприводим
    1) над полями Q, R, C; 2) только над Q;
    3) только над R и C; 4) только над R.
16. Среди следующих многочленов от двух переменных симметрическим является многочлен
    1) $x+2y$; 2) $2x+2y$; 3) xy^2+1; 4) x^2y+1.
17. Если (a,b) - решение системы уравнений $\begin{cases} x+y=8 \\ x^2+y^2=34 \end{cases}$, то значение симметрического многочлена $\sigma_2(a,b)$ равно
    1) -15; 2) 15; 3) -8; 4) 12.
18. Сумма чисел, обратных корням многочлена x^3+3x^2-8x-2, равна
    1) 0; 2) 4; 3) -4; 4) 3.

Оценочное средство 3.
Вопросы к зачету. (Раздел «Линейная алгебра», 6 семестр).

1. Доказать, что векторное пространство V над полем P образует абелеву аддитивную группу.
2. Доказать, что пересечение двух подпространств данного векторного пространства над полем P также является подпространством над тем же полем.
3. При каких значениях параметра λ система векторов $(1,2,-1,1),\ (5,1,2,1),\ (4,-1,\lambda,0),\ (3,\lambda,4,-1)$ является базисов пространства R^4.
4. Найти матрицу перехода от базиса $e_1=(1,2,1),\ e_2=(2,3,3),\ e_3=(3,7,1)$ к базису $e'_1=(3,1,4),\ e'_2=(5,2,1),\ e'_3=(1,1,-6)$ пространства R^3 и обратно.
5. Найти координаты вектора a=(6,0,5) пространства R^3 в базисе (1,-1,0), (1,2,3), (0,1,-1).
6. Доказать, что линейное пространство многочленов степени не выше второй с действительными коэффициентами изоморфно арифметическому векторному пространству R^3.
7. Известно, что $a_1=(0,0,1),\ a_2=(0,1,1),\ a_3=(1,1,1)$;
   $b_1=(-1,1,3),\ b_2=(-4,1,0),\ b_3=(0,0,0)$.
8. Векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1,e_2,e_3. В том же базисе найдите матрицу линейного отображения φ, переводящего векторы a_1,a_2,a_3 соответственно в векторы b_1,b_2,b_3. Найдите ядро и дефект. Известно, что $a_1=(0,0,1),\ a_2=(0,1,1),\ a_3=(1,1,1)$; $b_1=(-1,1,3),\ b_2=(-4,1,0),\ b_3=(0,0,0)$.

9. Векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Найдите ядро и дефект.
10. Геометрические векторы на плоскости, действия над ними. Координаты геометрических векторов. Векторное пространство над полем: определение примеры, действия над элементами этого пространства. Примеры векторных пространств с обоснованием.
11. Основные свойства векторного пространства. Теорема: векторное пространство – аддитивная абелева группа.
12. Линейная комбинация векторов. Линейно зависимая и линейно независимая линейные комбинации. Базис пространства векторов. Подпространство. Признак подпространства. Пересечение двух подпространств.
13. Подпространство, порожденное данными векторами. Конечномерное пространство. Сумма подпространств. Координаты вектора, их свойства.
14. Определение и основные свойства изоморфизма векторных пространств. Необходимое и достаточное условие изоморфизма векторных пространств над одним и тем же полем.
15. Матрица перехода от одного базиса к другому. Обратимость матрицы перехода. Связь между координатами вектора в разных базисах.
16. Скалярное произведение векторов. Определение, примеры. Основные свойства. Невырожденное скалярное умножение.
17. Ортогональные векторы. Линейная независимость ортогональной системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов.
18. Теорема о невырожденном скалярном умножении. Евклидово векторное пространство. Ортогональный базис.
19. Норма вектора. Свойства нормы
20. Ортонормированный вектор. Ортонормированный базис. Скалярное произведение векторов в ортонормированном базисе.
21. Изоморфизм евклидовых векторных пространств.
22. Линейные операторы: определение, примеры. Способы задания линейного оператора. Теорема о задании линейного оператора отображением базиса.
23. Матрица линейного оператора. Зависимость матрицы линейного оператора от выбора базиса. Связь между координатами вектора и его образа при линейном операторе.
24. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Действия над линейными операторами и их матрицами.
25. Множество всех линейных операторов относительно сложения и умножения на элементы поля образует векторное пространство. Множество всех линейных операторов относительно сложения и умножения образует кольцо.
26. Понятие линейной алгебры над полем. Множество всех линейных операторов векторного пространства над заданным полем является алгеброй над этим полем.
27. Образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора.
28. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, примеры, основные свойства.
29. Характеристическое уравнение. Нахождение собственных значений линейного оператора. Теорема о матрицах линейного оператора в разных базисах.
30. Нахождение собственных векторов, принадлежащих данному собственному значению. Линейная независимость собственных векторов, принадлежащих различным собственным значениям. Линейные операторы с простым спектром.
31. Матрица линейного оператора в базисе из собственных векторов.

Оценочное средство 4
Коллоквиум по теме «Кольца и поля»

Задача 1. Образует ли кольцо множество а) многочленов F[x], если F=Q, R, б) многочленов с нулевым свободным членом над произвольным полем P?

Задача 2. Какие кольца из задачи 1 являются областями целостности? полями? В каких имеются делители нуля (указать хотя бы по одной паре делителей нуля)?

Задача 3. В кольце K выяснить, обратим ли элемент α, если «да», найти α^{-1}

K=Z[$\sqrt{3}$], α=2+$\sqrt{3}$, α=2-$\sqrt{3}$, 3+$\sqrt{3}$, 1-$\sqrt{3}$.

Задача 4. Найти мультипликативную группу U(K) обратимых элементов кольца K для каждого из колец задачи 1.

Задача 5. Выяснить, является ли кольцо K факториальным. Если нет, то найти существенно различные разложения элемента α в кольце K на простые множители α_1 и α_2.

K=Z[$\sqrt{-6}$], α = 7, 10, 15, 20, 22, 25, 31, 40.

Доказать простоту элементов α_1 и α_2.

Задача 6. В кольце K указать вид элементов его идеала I. Построить фактор-кольцо K/I. Если K/I конечно, то составить таблицы сложения и умножения в нем

K=Z[i], I=(i), (1), (2).

Задача 7. M=$\{a+bi\sqrt{7} \mid a,b \in Q\}$. Доказать, что а) M – подполе C; б) M – конечное расширение поля Q. Найти размерность M как векторного пространства над Q.

Задача 8. Доказать, что $1+\sqrt[3]{5}$ - алгебраический элемент над полем Q. Найти минимальный многочлен и степень этого элемента над Q. Как устроено расширение $Q(1+\sqrt[3]{5})$? Верно ли, что $Q(1+\sqrt[3]{5}) = Q\sqrt[3]{5}$?

Оценочное средство 5
Вопросы к экзамену (Раздел «Алгебраические структуры», 7 семестр).

1. Определение бинарной алгебраической операции. Определение группы, аддитивная и мультипликативная группы, примеры, основные свойства.
2. Определение подгруппы, примеры, признак подгруппы. Теорема о пересечении двух подгрупп в группе, решетка группы.
3. Порядок элемента группы: определение, примеры, основные свойства. Порядок группы. Циклическая группа: определение, примеры, теорема о подгруппе циклической группы. Следствие из нее. Таблица Кэли.
4. Смежные классы: определение, примеры, основные свойства, разбиение группы на смежные классы (с учетом свойств).
5. Теорема Лагранжа и следствия из нее. Примеры применения.
6. Нормальная подгруппа: определение, примеры. Сопряженные элементы. Признак нормальной подгруппы. Примеры. Определение фактор-группы, примеры. Фактор-группа циклической группы.
7. Определение изоморфизма групп, примеры, основные свойства. Теорема об изоморфизме бесконечных циклических групп.
8. Теорема об изоморфизме конечных циклических групп данного порядка. Порождающие элементы и определяющие соотношения.
9. Гомоморфизм групп: определение, примеры. Ядро гомоморфизма, нормальность ядра гомоморфизма. Теорема о гомоморфизме.
10. Кольцо: определение, примеры, основные свойства. Подкольцо: определение, примеры, признак, теорема о пересечении двух подколец.
11. Определение идеала кольца, примеры, пересечение двух идеалов, фактор-кольцо по идеалу: построение, примеры.

12. Изоморфизм колец: определение, примеры (с доказательством), основные свойства.
13. Гомоморфизм колец: определение, примеры (с доказательством), ядро, теорема о ядре гомоморфизма. Теорема о гомоморфизме колец.
14. Область целостности: определение, примеры, основные свойства. Обратимые элементы, теорема о множестве обратимых элементов, примеры.
15. Делимость в области целостности. Простые элементы области целостности: подход к определению простого элемента определение, примеры.
16. Ассоциированные элементы: определение, примеры. Отношение ассоциированности является отношением эквивалентности. НОД в области целостности.
17. Евклидово кольцо: определение, примеры. Основные свойства простых элементов евклидова кольца.
18. Разложение на простые множители в евклидовом кольце (теорема о факторизации).
19. Главный идеал: определение, примеры (с доказательством). Кольцо главных идеалов. Всякое евклидово кольцо является кольцом главных идеалов.
20. Поле: определение, примеры, основные свойства. Расширения колец и полей. Поле отношений области целостности.
21. Алгебраические и трансцендентные элементы. Минимальный многочлен алгебраического элемента и его свойства. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
22. Конечное расширение поля. Степень расширения, теорема о степени повторного конечного расширения.
23. Алгебраические расширения. Алгебраичность конечного расширения поля.
24. Простые расширения. Простые алгебраические расширения.
25. Разрешимость уравнений в радикалах. Проблема разрешимости задач на построение циркулем и линейкой.

Оценочное средство 4.1
Контрольная работа №1.1

Вариант 1.

1. Какие из следующих сравнений верны?

$$2^3 \equiv 1(\operatorname{mod} 4);\ 7^{1999} \equiv 3(\operatorname{mod} 27);\ 12m+1 \equiv (m+1)^2(\operatorname{mod} m).$$

2. Запишите в виде сравнений условия:
   1) числа 219 и 128 дают одинаковые остатки при делении на 7;
   2) 0,1,3 – последние три цифры числа *n*.

3. С какими наименьшими по абсолютной величине числами сравнимы по модулю 5 числа: 1) 1717 +1925 + 7421 + 2537; 2) 649^{649}?

4. В кольце **Z8** классов вычетов по модулю 8 найти: $\bar{7}+\bar{7}+\bar{7};\ \bar{4}\cdot\bar{6}\cdot\bar{2}.$

5. Найти приведённую систему вычетов по модулю 12.

6. Вычислить $\varphi(110)$.

7. Сколько решений имеет сравнение?

$$2x \equiv 7(\operatorname{mod} 10); \qquad 12x \equiv 27(\operatorname{mod} 15).$$

8. Решить сравнение: $12x \equiv 15(\operatorname{mod} 7)$.

Вариант 2.

1. Какие из следующих сравнений верны?

$$546 \equiv 0(\operatorname{mod} 13);\ 121347 \equiv 92817(\operatorname{mod} 10);\ (2n+1)(2m+1) \equiv 2k(\operatorname{mod} 6).$$

2. Запишите в виде сравнений условия:
   3) число – 352 при делении на 31 даёт остаток, равный 20,

4) Число n – чётно.

3. С какими наименьшими по абсолютной величине числами сравнимы по модулю 5 числа: 1) $1717 \cdot 1925 \cdot 7423 \cdot 6428$; 2) 1224^{1224}?

4. В кольце **Z8** классов вычетов по модулю 8 найти: $\bar{5} + \bar{5} + \bar{4}$; $\bar{4} \cdot \bar{5} \cdot \bar{2}$.

5. Найти приведённую систему вычетов по модулю 16.

6. Вычислить $\varphi(80)$.

7. Сколько решений имеет сравнение?

$3x \equiv 7 \pmod{5}$; $5x \equiv 15 \pmod{20}$.

8. Решить сравнение: $20x \equiv 17 \pmod{7}$.

Вариант 3.

1. Какие из следующих сравнений верны?

$5^{1812} \equiv 1999 \pmod{5}$; $121 \equiv 13145 \pmod{2}$; $3m \equiv -1 \pmod{m}$.

2. Запишите в виде сравнений условия:
   1) число 45 – 13 делится на 8;
   2) 7 – последняя цифра числа 3^{163}.

3. С какими наименьшими по абсолютной величине числами сравнимы по модулю 4 числа: 1) 1717 +1925 + 7421 + 2537; 2) 649^{649}?

4. В кольце **Z8** классов вычетов по модулю 8 найти: $\bar{3} + \bar{3} + \bar{3}$; $\bar{5}^2$.

5. Найти приведённую систему вычетов по модулю 18.

6. Вычислить $\varphi(36)$.

7. Сколько решений имеет сравнение?

$3x \equiv 12 \pmod{18}$; $2x \equiv 27 \pmod{5}$.

8. Решить сравнение: $25x \equiv 37 \pmod{7}$.

Вариант 4.

1. Какие из следующих сравнений верны?

$4^{1999} \equiv 25 \pmod{10}$; $30 \cdot 17 \equiv 81 \cdot 1999 \pmod{6}$; $(m-1)^2 \equiv 1 \pmod{m}$.

2. Запишите в виде сравнений условия:
   1) 20 – остаток от деления 330 на 31;
   2) Число n имеет вид $10m + 3$.

3. С какими наименьшими по абсолютной величине числами сравнимы по модулю 6 числа: 1) $1717 \cdot 1925 \cdot 7423 \cdot 6428$; 2) 1224^{1224}?

4. В кольце **Z8** классов вычетов по модулю 8 найти: $\bar{5} + \bar{5} + \bar{5}$; $\bar{7}^2$.

5. Найти приведённую систему вычетов по модулю 20.

6. Вычислить $\varphi(75)$.

7. Сколько решений имеет сравнение?

$2x \equiv 6 \pmod{10}$; $3x \equiv 7 \pmod{33}$.

8. Решить сравнение: $2x + 5 \equiv 0 \pmod{3}$.

Оценочное средство 4.2
Контрольная работа №1.2

Вариант 1.

1. С каким наименьшим неотрицательным числом сравнимо число 21^{1751} по модулю 27?

2. $13^x \equiv 1 \pmod{10}$. Найти остаток от деления $13^{x+1} + 11$ на 10.

3. Найти полную и приведённую системы вычетов по модулю 12.

4. Найти две последние цифры числа 111^{802}.

5. Найти остаток от деления $1746^{102} + 648$ на 7.

6. Решить сравнения, систему и уравнение:

а) $245x^{175} + 326x^{102} + 1262x^{17} + 14 \equiv 0 \pmod 3$;

б) $143x \equiv 425 \pmod{14}$; в) $6x \equiv 9 \pmod{15}$;

г) $12x \equiv 15 \pmod 8$; д) $x^{15} \equiv 174 \pmod{17}$;

е) $x^3 + 2x + 3 \equiv 0 \pmod{125}$;

ж) $\begin{cases} 4x \equiv 3 \pmod 7 \\ 5x \equiv 4 \pmod 6 \end{cases}$; з) $44x + 20y = 172,$ где $x, y \in N.$

7. Найти показатель числа 27 по модулю 11.

8. Найти все первообразные корни по модулю 7.

9. $\overline{749\underbrace{0\ldots0}_{10}\underbrace{1\ldots1}_{40}6xy} \,\vdots\, 75.$ Найти число $\overline{xy}.$

10. Является ли число 219 квадратичным вычетом по модулю 383?

Вариант 2.

1. С каким наименьшим неотрицательным числом сравнимо число $12^{17} \cdot 35^{35} - 13^{13} \cdot 37^{33}$ по модулю 6?

2. $17^x \equiv 1 \pmod{11}$. Найти остаток от деления $17^{x+1} + 3$ на 11.

3. Найти полную и приведённую системы вычетов по модулю 15.

4. Найти две последние цифры числа 213^{162}.

5. Найти остаток от деления $1999^{402} + 610$ на 12.

6. Решить сравнения, систему и уравнение:

а) $370x^{312} + 725x^{213} + 532x^{54} - 253x^{42} + 56 \equiv 0 \pmod 5$;

б) $156x \equiv 69 \pmod{15}$; в) $4x \equiv 5 \pmod 8$;

г) $15x \equiv 8 \pmod{17}$; д) $x^{14} \equiv 192 \pmod{19}$;

е) $5x^3 + 3x + 1 \equiv 0 \pmod{25}$; ж) $\begin{cases} x \equiv -3 \pmod{16} \\ x \equiv 3 \pmod{10} \\ x \equiv 9 \pmod{14} \end{cases}$;

з) $45x + 50y = 335,$ где $x, y \in N.$

7. Найти показатель числа 30 по модулю 23.

8. Найти все первообразные корни по модулю 5.

9. $\overline{549\underbrace{0\ldots0}_{10}\underbrace{1\ldots1}_{30}6xy}$ М72. Найти число $\overline{xy}$.

10. Найти символ Лежандра $\left(\frac{13}{7}\right)$.

Оценочное средство 4.3
Контрольная работа №2.1

К.р. – 2.1 Вариант 1 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням $(x-x_0)$ $f(x)=x^5+6x^3-10x^2-5x+5$, $x_0=2$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^4-25$, $x_0=-2$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=x^4+2x^3-x^2-4x-2$ $g(x)=x^4+x^3-x^2-2x-2$ 4. Отделить кратные множители многочлена $x^6-6x^5-4x^3+9x^2+12x+4$	**К.р. – 2.1 Вариант 2** 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням $(x-x_0)$ $f(x)=6x^5+3x^4-x^2+x-4$, $x_0=-1$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^7$, $x_0=3$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=4x^4-2x^3-16x^2+5x+9$ $g(x)=2x^3-x^2-5x+4$ 4. Отделить кратные многочлена $x^5-10x^3-20x^2-15x-4$
К.р. – 2.1 Вариант 3 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням $(x-x_0)$ $f(x)=x^5+6x^3-10x^2-5x+5$, $x_0=2$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^4-25$, $x_0=-2$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=x^4+2x^3-x^2-4x-2$ $g(x)=x^4+x^3-x^2-2x-2$ 4. Отделить кратные множители многочлена $x^6-6x^5-4x^3+9x^2+12x+4$	**К.р. – 2.1 Вариант 4** 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням $(x-x_0)$ $f(x)=6x^5+3x^4-x^2+x-4$, $x_0=-1$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^7$, $x_0=3$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=4x^4-2x^3-16x^2+5x+9$ $g(x)=2x^3-x^2-5x+4$ 4. Отделить кратные многочлена $x^5-10x^3-20x^2-15x-4$
К.р. – 2.1 Вариант 5 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням $(x-x_0)$ $f(x)=x^5+6x^3-10x^2-5x+5$, $x_0=2$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^4-25$, $x_0=-2$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=x^4+2x^3-x^2-4x-2$ $g(x)=x^4+x^3-x^2-2x-2$ 4. Отделить кратные множители многочлена $x^6-6x^5-4x^3+9x^2+12x+4$	**К.р. – 2.1 Вариант 6** 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням $(x-x_0)$ $f(x)=6x^5+3x^4-x^2+x-4$, $x_0=-1$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^7$, $x_0=3$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=4x^4-2x^3-16x^2+5x+9$ $g(x)=2x^3-x^2-5x+4$ 4. Отделить кратные многочлена $x^5-10x^3-20x^2-15x-4$

К.р. – 2.1 Вариант 7 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням ($x-x_0$) $f(x)=x^5+6x^3-10x^2-5x+5$, $x_0=2$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^4-25$, $x_0=-2$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=x^4+2x^3-x^2-4x-2$ $g(x)=x^4+x^3-x^2-2x-2$ 4. Отделить кратные множители многочлена $x^6-6x^5-4x^3+9x^2+12x+4$	**К.р. – 2.1 Вариант 8** 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням ($x-x_0$) $f(x)=6x^5+3x^4-x^2+x-4$, $x_0=-1$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^7$, $x_0=3$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=4x^4-2x^3-16x^2+5x+9$ $g(x)=2x^3-x^2-5x+4$ 4. Отделить кратные многочлена $x^5-10x^3-20x^2-15x-4$
К.р. – 2.1 Вариант 9 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням ($x-x_0$) $f(x)=x^5+6x^3-10x^2-5x+5$, $x_0=2$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^4-25$, $x_0=-2$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=x^4+2x^3-x^2-4x-2$ $g(x)=x^4+x^3-x^2-2x-2$ 4. Отделить кратные множители многочлена $x^6-6x^5-4x^3+9x^2+12x+4$	**К.р. – 2.1 Вариант 10** 1. С помощью схемы Горнера разложить многочлен f(x) по степеням ($x-x_0$) $f(x)=6x^5+3x^4-x^2+x-4$, $x_0=-1$ 2. Найти значения многочлена f(x) и его производных $f(x)=x^7$, $x_0=3$ 3. Найти НОД многочленов и его линейную форму $f(x)=4x^4-2x^3-16x^2+5x+9$ $g(x)=2x^3-x^2-5x+4$ 4. Отделить кратные многочлена $x^5-10x^3-20x^2-15x-4$

Оценочное средство 4.4
Контрольная работа №2.2

Вариант 1 к.р. 2.2 1. Найти границы действительных корней многочлена $5x^4-10x^3-8x^2+21x+7$ 2. Отделить действительные корни многочлена x^4+3x^2+3 3. Найти рациональные корни многочлена а) x^4-x^2+x-10 б) $6x^4+17x^3+11x^2+17x+5$	**Вариант 2 к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4+4x^3-8x^2-10x-14$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^5+5x^4+10x^2-5x-3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) x^4-x^2+x-10 б) $6x^4+17x^3+11x^2+17x+5$
Вариант 3 к.р. 2.2 1. Найти границы действительных корней многочлена $3x^3-10x^2-10x+20$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4+x^3-11x^2-5x+30$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) x^4-x^2+x-10 б) $6x^4+17x^3+11x^2+17x+5$	**Вариант 4 к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4-8x^3+12x^2-6x+2$ 2. Отделить действительные корни многочлена x^4-x^2+x-10 3. Найти рациональные корни многочлена а) x^4-x^2+x-10 б) $6x^4+17x^3+11x^2+17x+5$

Вариант 5 к.р. 2.2

1. Найти границы действительных корней многочлена
$5x^4 - 10x^3 - 8x^2 + 21x + 7$
2. Отделить действительные корни многочлена
$x^4 + 3x^2 + 3$
3. Найти рациональные корни многочлена
а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$

Вариант 6 к.р. 2.2

1. Найти границы действительных корней многочлена
$x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 10x - 14$
2. Отделить действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$
3. Найти рациональные корни многочлена
а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$

Вариант 7 к.р. 2.2

1. Найти границы действительных корней многочлена
$3x^3 - 10x^2 - 10x + 20$
2. Отделить действительные корни многочлена
$x^4 + x^3 - 11x^2 - 5x + 30$
3. Найти рациональные корни многочлена
а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$

Вариант 8 к.р. 2.2

1. Найти границы действительных корней многочлена
$x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 2$
2. Отделить действительные корни многочлена
$x^4 - x^2 + x - 10$
3. Найти рациональные корни многочлена
а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$

Вариант 9 к.р. 2.2

1. Найти границы действительных корней многочлена
$5x^4 - 10x^3 - 8x^2 + 21x + 7$
2. Отделить действительные корни многочлена
$x^4 + 3x^2 + 3$
3. Найти рациональные корни многочлена
а) $x^4 - x^2 + x - 10$
б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$

Вариант 10 к.р. 2.2

1. Найти границы действительных корней Найти границы действительных корней многочлена
$x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 10x - 14$
2. Отделить действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$
3. Найти рациональные корни многочлена
а) $x^4 - x^2 + x - 10$
б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$

Вариант 11 к.р. 2.2

1. Найти границы действительных корней многочлена
$3x^3 - 10x^2 - 10x + 20$
2. Отделить действительные корни многочлена
$x^4 + x^3 - 11x^2 - 5x + 30$
3. Найти рациональные корни многочлена
а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$

Вариант 12 к.р. 2.2

1. Найти границы действительных корней многочлена
$x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 2$
2. Отделить действительные корни многочлена
$x^4 - x^2 + x - 10$

	3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$
Вариант 13 **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $5x^4 - 10x^3 - 8x^2 + 21x + 7$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 + 3x^2 + 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$	**Вариант 14** **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 10x - 14$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$
Вариант 15 **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $3x^3 - 10x^2 - 10x + 20$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 + x^3 - 11x^2 - 5x + 30$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$	**Вариант 16** **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 2$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 - x^2 + x - 10$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$
Вариант 17 **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $5x^4 - 10x^3 - 8x^2 + 21x + 7$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 + 3x^2 + 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$	**Вариант 18** **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 10x - 14$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$
Вариант 19 **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $3x^3 - 10x^2 - 10x + 20$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 + x^3 - 11x^2 - 5x + 30$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$	**Вариант 20** **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 2$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 - x^2 + x - 10$ 3. Найти рациональные корни

	многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$
Вариант 21 **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $5x^4 - 10x^3 - 8x^2 + 21x + 7$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 + 3x^2 + 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$	**Вариант 22** **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 10x - 14$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$
Вариант 23 **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $3x^3 - 10x^2 - 10x + 20$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 + x^3 - 11x^2 - 5x + 30$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$	**Вариант 24** **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 2$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 - x^2 + x - 10$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$
Вариант 25 **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $5x^4 - 10x^3 - 8x^2 + 21x + 7$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 + 3x^2 + 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$	**Вариант 26** **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 10x - 14$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$
Вариант 27 **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $3x^3 - 10x^2 - 10x + 20$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 + x^3 - 11x^2 - 5x + 30$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$	**Вариант 28** **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 2$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 - x^2 + x - 10$ 3. Найти рациональные корни

	многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$
Вариант 29 **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $5x^4 - 10x^3 - 8x^2 + 21x + 7$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^4 + 3x^2 + 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$	**Вариант 30** **к.р. 2.2** 1. Найти границы действительных корней многочлена $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 10x - 14$ 2. Отделить действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + 10x^2 - 5x - 3$ 3. Найти рациональные корни многочлена а) $x^4 - x^2 + x - 10$ б) $6x^4 + 17x^3 + 11x^2 + 17x + 5$

Оценочное средство 4.5
Контрольная работа №3.1

3 курс Контрольная работа **Вариант 1** 1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов. a_1= (1,0,0), a_2=(-1,1,0), a_3=(0,1,1) 2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1) \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$	**3 курс Контрольная работа** **Вариант 2** 1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов. a_1= (1,3,0), a_2=(5,5,1), a_3=(7,1,-9) 2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (0,1,1) \\ a_3 = (1,1,1) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

<table>
<tr>
<td>

3 курс Контрольная работа
Вариант 3

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
$a_1=(2,2,2)$, $a_2=(1,-1,6)$, $a_3=(3,1,2)$

2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1=(1,1,0) \\ a_2=(0,1,1), \\ a_3=(1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1=(1,0,0) \\ b_2=(0,1,0) \\ b_3=(0,0,1) \end{cases}$

</td>
<td>

3 курс Контрольная работа
Вариант 4

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
$a_1=(3,-1,-1)$, $a_2=(2,0,-5)$, $a_3=(1,3,0)$

2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1=(0,1,0) \\ a_2=(0,1,1), \\ a_3=(1,0,0) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1=(1,0,1) \\ b_2=(1,1,0) \\ b_3=(0,1,1) \end{cases}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

3 курс Контрольная работа
Вариант 5

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
$a_1=(1,0,0)$, $a_2=(-1,1,0)$, $a_3=(0,1,1)$

2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1=(1,1,0) \\ a_2=(0,1,1), \\ a_3=(1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1=(1,0,1) \\ b_2=(1,1,0) \\ b_3=(0,1,1) \end{cases}$

</td>
<td>

3 курс Контрольная работа
Вариант 6

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
$a_1=(1,3,0)$, $a_2=(5,5,1)$, $a_3=(7,1,-9)$

2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1=(1,0,0) \\ a_2=(0,1,1), \\ a_3=(1,1,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1=(1,0,1) \\ b_2=(1,1,0) \\ b_3=(0,1,1) \end{cases}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

3 курс Контрольная работа
Вариант 7

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
$a_1=(2,2,2)$, $a_2=(1,-1,6)$, $a_3=(3,1,2)$

2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1=(1,1,0) \\ a_2=(0,1,1), \\ a_3=(1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1=(1,0,0) \\ b_2=(0,1,0) \\ b_3=(0,0,1) \end{cases}$

</td>
<td>

3 курс Контрольная работа
Вариант 8

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
$a_1=(3,-1,-1)$, $a_2=(2,0,-5)$, $a_3=(1,3,0)$

2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1=(0,1,0) \\ a_2=(0,1,1), \\ a_3=(1,0,0) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1=(1,0,1) \\ b_2=(1,1,0) \\ b_3=(0,1,1) \end{cases}$

</td>
</tr>
</table>

3 курс Контрольная работа
Вариант 9

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,0,0), a_2=(-1,1,0), a_3=(0,1,1)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 10

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,3,0), a_2=(5,5,1), a_3=(7,1,-9)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,1,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 11

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (2,2,2), a_2=(1,-1,6), a_3=(3,1,2)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,0) \\ b_2 = (0,1,0) \\ b_3 = (0,0,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 12

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (3,-1,-1), a_2=(2,0,-5), a_3=(1,3,0)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (0,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,0) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 13

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,0,0), a_2=(-1,1,0), a_3=(0,1,1)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 14

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,3,0), a_2=(5,5,1), a_3=(7,1,-9)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,1,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 15

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (2,2,2), a_2=(1,-1,6), a_3=(3,1,2)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,0) \\ b_2 = (0,1,0) \\ b_3 = (0,0,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 16

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (3,-1,-1), a_2=(2,0,-5), a_3=(1,3,0)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (0,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,0) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 17

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,0,0), a_2=(-1,1,0), a_3=(0,1,1)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 18

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,3,0), a_2=(5,5,1), a_3=(7,1,-9)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,1,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 19

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (2,2,2), a_2=(1,-1,6), a_3=(3,1,2)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,0) \\ b_2 = (0,1,0) \\ b_3 = (0,0,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 20

1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (3,-1,-1), a_2=(2,0,-5), a_3=(1,3,0)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (0,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,0) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 21
1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,0,0), a_2=(-1,1,0), a_3=(0,1,1)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 22
1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,3,0), a_2=(5,5,1), a_3=(7,1,-9)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,1,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 23
1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (2,2,2), a_2=(1,-1,6), a_3=(3,1,2)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,0) \\ b_2 = (0,1,0) \\ b_3 = (0,0,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 24
1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (3,-1,-1), a_2=(2,0,-5), a_3=(1,3,0)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (0,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,0) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 25
1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,0,0), a_2=(-1,1,0), a_3=(0,1,1)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,1,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа
Вариант 26
1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов.
a_1= (1,3,0), a_2=(5,5,1), a_3=(7,1,-9)
2. Вектор x в базисе $\{a_1, a_2, a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1, a_2, a_3\}$ к базису $\{b_1, b_2, b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1, b_2, b_3\}$, если $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (0,1,1), \\ a_3 = (1,1,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 = (1,0,1) \\ b_2 = (1,1,0) \\ b_3 = (0,1,1) \end{cases}$

3 курс Контрольная работа **Вариант 27** 1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов. $a_1=(2,2,2)$, $a_2=(1,-1,6)$, $a_3=(3,1,2)$ 2. Вектор x в базисе $\{a_1,a_2,a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1,a_2,a_3\}$ к базису $\{b_1,b_2,b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1,b_2,b_3\}$, если $\begin{cases} a_1=(1,1,0) \\ a_2=(0,1,1), \\ a_3=(1,0,1) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1=(1,0,0) \\ b_2=(0,1,0) \\ b_3=(0,0,1) \end{cases}$	**3 курс Контрольная работа** **Вариант 28** 1. Найти ортогональный базис линейной оболочки векторов. $a_1=(3,-1,-1)$, $a_2=(2,0,-5)$, $a_3=(1,3,0)$ 2. Вектор x в базисе $\{a_1,a_2,a_3\}$ имеет координаты (1,2,3). Найдите матрицу перехода от базиса $\{a_1,a_2,a_3\}$ к базису $\{b_1,b_2,b_3\}$ и координаты вектора x в базисе $\{b_1,b_2,b_3\}$, если $\begin{cases} a_1=(0,1,0) \\ a_2=(0,1,1), \\ a_3=(1,0,0) \end{cases}$ $\begin{cases} b_1=(1,0,1) \\ b_2=(1,1,0) \\ b_3=(0,1,1) \end{cases}$

Оценочное средство 4.6
Контрольная работа №3.2

3 курс Контрольная работа **Вариант 1** Известно, что $\begin{cases} a_1=(1,0,1) \\ a_2=(1,1,1) \\ a_3=(-1,-1,0) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1=(4,0,1) \\ b_2=(7,1,1) \\ b_3=(-1,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1,e_2,e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1,a_2,a_3 соответственно в векторы b_1,b_2,b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.	**3 курс Контрольная работа** **Вариант 2** Известно, что $\begin{cases} a_1=(1,0,0) \\ a_2=(1,1,1) \\ a_3=(0,0,1) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1=(-4,-3,-6) \\ b_2=(8,5,8) \\ b_3=(-2,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1,e_2,e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1,a_2,a_3 соответственно в векторы b_1,b_2,b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.
3 курс Контрольная работа **Вариант 3** Известно, что $\begin{cases} a_1=(2,1,-1) \\ a_2=(1,1,0) \\ a_3=(0,0,1) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1=(2,1,-3) \\ b_2=(6,4,-4) \\ b_3=(0,0,-1) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1,e_2,e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего	**3 курс Контрольная работа** **Вариант 4** Известно, что $\begin{cases} a_1=(1,0,-1) \\ a_2=(-1,1,1) \\ a_3=(1,-1,0) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1=(7,-2,-1) \\ b_2=(1,1,3) \\ b_3=(-3,0,7) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1,e_2,e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего

<table>
<tr>
<td>векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.</td>
<td>векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.</td>
</tr>
<tr>
<td>3 курс Контрольная работа
Вариант 5
Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,1) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$,
$\begin{cases} b_1 = (4,0,1) \\ b_2 = (7,1,1) \\ b_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.</td>
<td>3 курс Контрольная работа
Вариант 6
Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$,
$\begin{cases} b_1 = (-4,-3,-6) \\ b_2 = (8,5,8) \\ b_3 = (-2,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.</td>
</tr>
<tr>
<td>3 курс Контрольная работа
Вариант 7
Известно, что $\begin{cases} a_1 = (2,1,-1) \\ a_2 = (1,1,0) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$,
$\begin{cases} b_1 = (2,1,-3) \\ b_2 = (6,4,-4) \\ b_3 = (0,0,-1) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.</td>
<td>3 курс Контрольная работа
Вариант 8
Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,-1) \\ a_2 = (-1,1,1) \\ a_3 = (1,-1,0) \end{cases}$,
$\begin{cases} b_1 = (7,-2,-1) \\ b_2 = (1,1,3) \\ b_3 = (-3,0,7) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.</td>
</tr>
</table>

3 курс Контрольная работа **Вариант 9** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,1) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (4,0,1) \\ b_2 = (7,1,1) \\ b_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.	**3 курс Контрольная работа** **Вариант 10** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (-4,-3,-6) \\ b_2 = (8,5,8) \\ b_3 = (-2,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.
3 курс Контрольная работа **Вариант 11** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (2,1,-1) \\ a_2 = (1,1,0) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (2,1,-3) \\ b_2 = (6,4,-4) \\ b_3 = (0,0,-1) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.	**3 курс Контрольная работа** **Вариант 12** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,-1) \\ a_2 = (-1,1,1) \\ a_3 = (1,-1,0) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (7,-2,-1) \\ b_2 = (1,1,3) \\ b_3 = (-3,0,7) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.
3 курс Контрольная работа **Вариант 13** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,1) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (4,0,1) \\ b_2 = (7,1,1) \\ b_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего	**3 курс Контрольная работа** **Вариант 14** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (-4,-3,-6) \\ b_2 = (8,5,8) \\ b_3 = (-2,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего

векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.	векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.
3 курс Контрольная работа **Вариант 15** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (2,1,-1) \\ a_2 = (1,1,0) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (2,1,-3) \\ b_2 = (6,4,-4) \\ b_3 = (0,0,-1) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.	**3 курс Контрольная работа** **Вариант 16** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,-1) \\ a_2 = (-1,1,1) \\ a_3 = (1,-1,0) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (7,-2,-1) \\ b_2 = (1,1,3) \\ b_3 = (-3,0,7) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.
3 курс Контрольная работа **Вариант 17** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,1) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (4,0,1) \\ b_2 = (7,1,1) \\ b_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.	**3 курс Контрольная работа** **Вариант 18** Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$, $\begin{cases} b_1 = (-4,-3,-6) \\ b_2 = (8,5,8) \\ b_3 = (-2,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

3 курс Контрольная работа
Вариант 19

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (2,1,-1) \\ a_2 = (1,1,0) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (2,1,-3) \\ b_2 = (6,4,-4) \\ b_3 = (0,0,-1) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

3 курс Контрольная работа
Вариант 20

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,-1) \\ a_2 = (-1,1,1) \\ a_3 = (1,-1,0) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (7,-2,-1) \\ b_2 = (1,1,3) \\ b_3 = (-3,0,7) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

3 курс Контрольная работа
Вариант 21

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,1) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (4,0,1) \\ b_2 = (7,1,1) \\ b_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

3 курс Контрольная работа
Вариант 22

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (-4,-3,-6) \\ b_2 = (8,5,8) \\ b_3 = (-2,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

3 курс Контрольная работа
Вариант 23

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (2,1,-1) \\ a_2 = (1,1,0) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (2,1,-3) \\ b_2 = (6,4,-4) \\ b_3 = (0,0,-1) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего

3 курс Контрольная работа
Вариант 24

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,-1) \\ a_2 = (-1,1,1) \\ a_3 = (1,-1,0) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (7,-2,-1) \\ b_2 = (1,1,3) \\ b_3 = (-3,0,7) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

3 курс Контрольная работа
Вариант 25

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,1) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (4,0,1) \\ b_2 = (7,1,1) \\ b_3 = (-1,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

3 курс Контрольная работа

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,0) \\ a_2 = (1,1,1) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (-4,-3,-6) \\ b_2 = (8,5,8) \\ b_3 = (-2,-1,0) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

3 курс Контрольная работа
Вариант 27

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (2,1,-1) \\ a_2 = (1,1,0) \\ a_3 = (0,0,1) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (2,1,-3) \\ b_2 = (6,4,-4) \\ b_3 = (0,0,-1) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

3 курс Контрольная работа
Вариант 28

Известно, что $\begin{cases} a_1 = (1,0,-1) \\ a_2 = (-1,1,1) \\ a_3 = (1,-1,0) \end{cases}$,

$\begin{cases} b_1 = (7,-2,-1) \\ b_2 = (1,1,3) \\ b_3 = (-3,0,7) \end{cases}$ – векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в некотором базисе e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу M_φ линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3. Привести матрицу M_φ к диагональному виду.

Оценочное средство 4.7
Индивидуальное домашнее задание №3.1

Вариант 1 Инд.к.р. –3-1

Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис.
$a_1=(1;-1;2;0)$, $a_2=(2;0;1;-1)$, $a_3=(0;-1;2;3)$, $a_4=(1;3;-3;3)$, $a_5=(2;2;2;2)$

Вариант 2 Инд.к.р. –3-1

Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис $a_1=(3;3;3;3)$, $a_2=(3;1;3;1)$, $a_3=(1;3;1;3)$, $a_4=(0;0;0;3)$, $a_5=(3;0;0;0)$

Вариант 3 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(1;0;1;0), a_2=(0;1;0;1), a_3=(1;1;0;0), a_4=(0;0;-1;-1), a_5=(1;1;1;1)	**Вариант 4** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(0;0;1), a_2=(3;1;2), a_3=(2;3;1), a_4=(2;1;3), a_5=(3;2;1)
Вариант 5 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(-1;-1;0;0), a_2=(-1;0;-2;0), a_3=(3;-2;0;1), a_4=(2;-3;1;1), a_5=(0;0;0;-3)	**Вариант 6** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(1;0;-3;-3), a_2=(2;-1;0;-4), a_3=(-2;0;0;-1), a_4=(4;4;4;4), a_5=(-2;-2;-2;0)
Вариант 7 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(4;5;4;5), a_2=(0;5;0;5), a_3=(4;0;4;0), a_4=(9;9;9;9), a_5=(0;9;0;9)	**Вариант 8** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(1;-1;0;2), a_2=(4;0;3;2), a_3=(1;-1;1;-1), a_4=(0;3;0;1), a_5=(-1;2;4;0)
Вариант 9 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(0;0;1;-1), a_2=(3;-1;0;3), a_3=(2;0;0;-1), a_4=(1;-1;0;0), a_5=(2;3;2;3)	**Вариант 10** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(3;2;0;1), a_2=(-1;-1;-2;4), a_3=(0;4;0;0), a_4=(2;0;0;1), a_5=(1;0;0;0)
Вариант 11 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(2;2;2;2), a_2=(2;0;1;-1), a_3=(0;-1;2;3), a_4=(1;3;-3;3), a_5=(1;-1;2;0)	**Вариант 12** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(3;0;0;3), a_2=(3;1;3;1), a_3=(1;3;1;3), a_4=(0;1;0;3), a_5=(3;0;1;0)
Вариант 13 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(2;0;1;0), a_2=(0;1;0;1), a_3=(1;1;0;0), a_4=(0;0;-1;-1), a_5=(1;1;-1;-1)	**Вариант 14** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(3;2;1;0), a_2=(4;3;2;1), a_3=(5;4;3;2), a_4=(6;5;4;3), a_5=(7;6;5;4)
Вариант 15 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(-1;1;0;3), a_2=(-1;0;-2;0), a_3=(3;-2;0;1), a_4=(2;-3;1;1), a_5=(0;0;0;-3)	**Вариант 16** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(4;3;2;2), a_2=(3;2;1;0), a_3=(2;1;0;3), a_4=(1;4;4;3), a_5=(-5;-5;-5;-5)

Вариант 17 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(2;1;0;2), a_2=(0;0;2;1), a_3=(0;2;0;1), a_4=(1;1;2;2), a_5=(1;1;0;0)	**Вариант 18** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(0;9;0), a_2=(-9;0;-8), a_3=(8;9;9), a_4=(0;8;9), a_5=(0;8;0)
Вариант 19 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(4;3;2), a_2=(-2;-3;4), a_3=(3;2;4), a_4=(1;2;3), a_5=(0;0;1)	**Вариант 20** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(3;2;0;1), a_2=(-1;-1;-2;4), a_3=(0;4;0;0), a_4=(2;0;0;1), a_5=(1;0;0;0)
Вариант 21 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(2;0;-2;2), a_2=(2;0;1;-1), a_3=(0;-1;2;3), a_4=(1;3;-3;3), a_5=(0;-1;2;0)	**Вариант 22** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(3;0;3;3), a_2=(3;1;3;1), a_3=(1;3;1;3), a_4=(0;1;0;3), a_5=(3;0;1;0)
Вариант 23 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(2;1;0;1), a_2=(1;2;0;0), a_3=(0;1;2;2), a_4=(2;-2;2;1), a_5=(-2;-1;-2;0)	**Вариант 24** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a_1=(-3;2;1;0), a_2=(4;-3;2;1), a_3=(5;4;3;2), a_4=(6;5;4;3), a_5=(7;6;5;4)
Вариант 25 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(1;-1;2;0), a2=(2;0;1;-1), a3=(0;-1;2;3), a4=(1;3;-3;3), a5=(2;2;2;2)	**Вариант 26** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(3;3;3;3), a2=(3;1;3;1), a3=(1;3;1;3), a4=(0;0;0;3), a5=(3;0;0;0)
Вариант 27 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(-2;-1;0;1), a2=(1;2;0;0), a3=(0;1;2;2), a4=(2;2;2;1), a5=(-2;-1;-2;-1)	**Вариант 28** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(-1;0;-1;0), a2=(0;1;0;1), a3=(-1;-1;-1;-1), a4=(1;0;1;0), a5=(1;1;1;1)
Вариант 29 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(4;-5;-4;2), a2=(-4;3;0;-3), a3=(0;3;-4;1), a4=(0;0;0;1), a5=(4;-4;4;-4)	**Вариант 30** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(0;1;0;1), a2=(0;0;0;0), a3=(1;1;1;1), a4=(-1;-1;-1;-1), a5=(0;0;0;2)

Вариант 31 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(5;4;4), a2=(3;0;0), a3=(0;3;0), a4=(4;1;2), a5=(1;2;4)	**Вариант 32** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(0;9;0), a2=(9;0;8), a3=(8;9;9), a4=(0;8;9), a5=(0;8;0)
Вариант 33 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(8;8;7;6), a2=(-8;7;-9;1), a3=(0;7;0;8), a4=(0;0;0;7), a5=(9;9;8;8)	**Вариант 34** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(3;2;0;1), a2=(-1;-1;-2;4), a3=(0;4;0;0), a4=(2;0;0;1), a5=(1;0;0;0)
Вариант 35 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(4;0;0;0), a2=(1;4;0;0), a3=(1;1;4;4;), a4=(0;0;0;4), a5=(0;0;4;1)	**Вариант 36** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(3;0;1), a2=(2;0;1), a3=(4;0;1), a4=(5;0;1), a5=(6;0;1)
Вариант 37 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(3;3;0;3), a2=(5;6;7;8), a3 =(4;5;6;7), a4=(3;4;5;6), a5=(6;7;8;9)	**Вариант 38** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(3;2;1;0), a2=(4;3;2;1), a3=(5;4;3;2), a4=(6;5;4;3), a5=(7;6;5;4)
Вариант 39 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(-1;1;0;3), a2=(-1;0;-2;0), a3=(3;-2;0;1), a4=(2;-3;1;1), a5=(0;0;0;-3)	**Вариант 40** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(4;3;2;2), a2=(3;2;1;0), a3=(2;1;0;3), a4=(1;4;4;3), a5=(-5;-5;-5;-5)
Вариант 41 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(1;-1;2;0), a2=(2;0;1;-1), a3=(0;-1;2;3), a4=(1;3;-3;3), a5=(2;2;2;2)	**Вариант 42** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис a1=(3;3;3;3), a2=(3;1;3;1), a3=(1;3;1;3), a4=(0;0;0;3), a5=(3;0;0;0)
Вариант 43 **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(1;0;1;0), a2=(0;1;0;1), a3=(1;1;0;0), a4=(0;0;-1;-1), a5=(1;1;1;1)	**Вариант 44** **Инд.к.р. –3-1** Найти базис системы векторов и выразить оставшиеся векторы через него. Найти другой базис системы и выразить оставшиеся векторы через новый базис. a1=(0;0;1), a2=(3;1;2), a3=(2;3;1), a4=(2;1;3), a5=(3;2;1)

Оценочное средство 4.8
Индивидуальное домашнее задание №3.2

Задание 1. *Найти матрицу линейного оператора* φ*, при котором базис* (a) *переходит в базис* (b).

1. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(1,0,1)\\ \bar a_2=(0,1,1)\\ \bar a_3=(1,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(1,1,1)\\ \bar b_2=(1,2,3)\\ \bar b_3=(3,1,1)\end{cases}$

2. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(3,1,1)\\ \bar a_2=(1,3,1)\\ \bar a_3=(0,0,1)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(1,1,1)\\ \bar b_2=(1,1,0)\\ \bar b_3=(1,0,0)\end{cases}$

3. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(1,3,5)\\ \bar a_2=(2,2,2)\\ \bar a_3=(1,0,1)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(0,1,3)\\ \bar b_2=(1,3,0)\\ \bar b_3=(3,0,1)\end{cases}$

4. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(-1,1,1)\\ \bar a_2=(1,-1,1)\\ \bar a_3=(1,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(7,0,7)\\ \bar b_2=(1,1,0)\\ \bar b_3=(0,-1,7)\end{cases}$

5. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(3,1,2)\\ \bar a_2=(2,0,3)\\ \bar a_3=(0,1,3)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(3,2,1)\\ \bar b_2=(1,2,3)\\ \bar b_3=(2,1,2)\end{cases}$

6. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(4,2,0)\\ \bar a_2=(0,1,2)\\ \bar a_3=(3,0,3)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(1,1,0)\\ \bar b_2=(1,1,3)\\ \bar b_3=(5,1,1)\end{cases}$

7. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(2,3,4)\\ \bar a_2=(4,0,5)\\ \bar a_3=(0,5,6)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(3,1,0)\\ \bar b_2=(4,0,2)\\ \bar b_3=(0,2,4)\end{cases}$

8. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(3,6,9)\\ \bar a_2=(9,0,1)\\ \bar a_3=(0,1,3)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(0,3,2)\\ \bar b_2=(3,0,2)\\ \bar b_3=(1,1,3)\end{cases}$

9. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(2,1,1)\\ \bar a_2=(1,0,1)\\ \bar a_3=(1,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(1,1,3)\\ \bar b_2=(7,0,1)\\ \bar b_3=(1,7,0)\end{cases}$

10. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(1,7,7)\\ \bar a_2=(7,1,7)\\ \bar a_3=(0,0,7)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(5,1,5)\\ \bar b_2=(5,0,1)\\ \bar b_3=(0,0,5)\end{cases}$

11. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(3,1,3)\\ \bar a_2=(0,5,0)\\ \bar a_3=(0,0,1)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(1,0,0)\\ \bar b_2=(0,0,5)\\ \bar b_3=(1,1,0)\end{cases}$

12. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(5,6,7)\\ \bar a_2=(7,0,7)\\ \bar a_3=(0,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(3,0,5)\\ \bar b_2=(5,0,6)\\ \bar b_3=(0,6,0)\end{cases}$

13. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(4,1,0)\\ \bar a_2=(0,1,5)\\ \bar a_3=(5,0,6)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(7,1,3)\\ \bar b_2=(0,3,1)\\ \bar b_3=(8,0,8)\end{cases}$

14. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(6,2,5)\\ \bar a_2=(3,0,8)\\ \bar a_3=(8,2,3)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(8,-1,0)\\ \bar b_2=(0,1,1)\\ \bar b_3=(-1,3,-1)\end{cases}$

15. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(8,9,0)\\ \bar a_2=(0,1,-1)\\ \bar a_3=(6,0,9)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(3,8,-1)\\ \bar b_2=(-2,1,6)\\ \bar b_3=(4,0,0)\end{cases}$

16. $(a):\begin{cases}\bar a_1=(1,0,3)\\ \bar a_2=(3,1,4)\\ \bar a_3=(4,2,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar b_1=(2,0,3)\\ \bar b_2=(3,4,0)\\ \bar b_3=(0,8,1)\end{cases}$

17. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,5,6)\\ \bar{a}_2=(6,1,0)\\ \bar{a}_3=(0,1,7)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(3,3,1)\\ \bar{b}_2=(0,3,1)\\ \bar{b}_3=(3,0,2)\end{cases}$

18. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(7,7,1)\\ \bar{a}_2=(0,8,8)\\ \bar{a}_3=(2,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,1,1)\\ \bar{b}_2=(1,2,3)\\ \bar{b}_3=(3,1,1)\end{cases}$

19. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,0,1)\\ \bar{a}_2=(0,1,1)\\ \bar{a}_3=(1,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,0,0)\\ \bar{b}_2=(0,0,5)\\ \bar{b}_3=(1,1,0)\end{cases}$

20. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(8,9,0)\\ \bar{a}_2=(0,1,-1)\\ \bar{a}_3=(6,0,9)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,1,1)\\ \bar{b}_2=(1,2,3)\\ \bar{b}_3=(3,1,1)\end{cases}$

21. $(a):\begin{cases}\bar{b}_1=(3,3,1)\\ \bar{b}_2=(0,3,1)\\ \bar{b}_3=(3,0,2)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,0,0)\\ \bar{b}_2=(0,0,5)\\ \bar{b}_3=(1,1,0)\end{cases}$

22. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,0,1)\\ \bar{a}_2=(0,1,1)\\ \bar{a}_3=(1,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,1,1)\\ \bar{b}_2=(1,1,0)\\ \bar{b}_3=(1,0,0)\end{cases}$

23. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,3,5)\\ \bar{a}_2=(2,2,2)\\ \bar{a}_3=(1,0,1)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(7,0,7)\\ \bar{b}_2=(1,1,0)\\ \bar{b}_3=(0,-1,7)\end{cases}$

24. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(3,6,9)\\ \bar{a}_2=(9,0,1)\\ \bar{a}_3=(0,1,3)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(3,2,1)\\ \bar{b}_2=(1,2,3)\\ \bar{b}_3=(2,1,2)\end{cases}$

25. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,0,1)\\ \bar{a}_2=(0,1,1)\\ \bar{a}_3=(1,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,1,1)\\ \bar{b}_2=(1,2,3)\\ \bar{b}_3=(3,1,1)\end{cases}$

26. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,0,1)\\ \bar{a}_2=(0,1,1)\\ \bar{a}_3=(1,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,1,1)\\ \bar{b}_2=(1,2,3)\\ \bar{b}_3=(3,1,1)\end{cases}$

27. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(4,2,0)\\ \bar{a}_2=(0,1,2)\\ \bar{a}_3=(3,0,3)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(3,1,0)\\ \bar{b}_2=(4,0,2)\\ \bar{b}_3=(0,2,4)\end{cases}$

28. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(5,6,7)\\ \bar{a}_2=(7,0,7)\\ \bar{a}_3=(0,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,0,0)\\ \bar{b}_2=(0,0,5)\\ \bar{b}_3=(1,1,0)\end{cases}$

29. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(3,1,3)\\ \bar{a}_2=(0,5,0)\\ \bar{a}_3=(0,0,1)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,1,1)\\ \bar{b}_2=(1,2,3)\\ \bar{b}_3=(3,1,1)\end{cases}$

30. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,7,7)\\ \bar{a}_2=(7,1,7)\\ \bar{a}_3=(0,0,7)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(3,3,1)\\ \bar{b}_2=(0,3,1)\\ \bar{b}_3=(3,0,2)\end{cases}$

31. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(2,1,1)\\ \bar{a}_2=(1,0,1)\\ \bar{a}_3=(1,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(2,0,3)\\ \bar{b}_2=(3,4,0)\\ \bar{b}_3=(0,8,1)\end{cases}$

32. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(3,6,9)\\ \bar{a}_2=(9,0,1)\\ \bar{a}_3=(0,1,3)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(3,8,-1)\\ \bar{b}_2=(-2,1,6)\\ \bar{b}_3=(4,0,0)\end{cases}$

33. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(2,3,4)\\ \bar{a}_2=(4,0,5)\\ \bar{a}_3=(0,5,6)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(8,-1,0)\\ \bar{b}_2=(0,1,1)\\ \bar{b}_3=(-1,3,-1)\end{cases}$

34. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(4,2,0)\\ \bar{a}_2=(0,1,2)\\ \bar{a}_3=(3,0,3)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(7,1,3)\\ \bar{b}_2=(0,3,1)\\ \bar{b}_3=(8,0,8)\end{cases}$

35. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,0,1)\\ \bar{a}_2=(0,1,1)\\ \bar{a}_3=(1,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(3,0,5)\\ \bar{b}_2=(5,0,6)\\ \bar{b}_3=(0,6,0)\end{cases}$

36. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(7,7,1)\\ \bar{a}_2=(0,8,8)\\ \bar{a}_3=(2,1,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,0,0)\\ \bar{b}_2=(0,0,5)\\ \bar{b}_3=(1,1,0)\end{cases}$

37. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,5,6)\\ \bar{a}_2=(6,1,0)\\ \bar{a}_3=(0,1,7)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(5,1,5)\\ \bar{b}_2=(5,0,1)\\ \bar{b}_3=(0,0,5)\end{cases}$

38. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(1,0,3)\\ \bar{a}_2=(3,1,4)\\ \bar{a}_3=(4,2,0)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(1,1,3)\\ \bar{b}_2=(7,0,1)\\ \bar{b}_3=(1,7,0)\end{cases}$

39. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(8,9,0)\\ \bar{a}_2=(0,1,-1)\\ \bar{a}_3=(6,0,9)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(0,3,2)\\ \bar{b}_2=(3,0,2)\\ \bar{b}_3=(1,1,3)\end{cases}$

40. $(a):\begin{cases}\bar{a}_1=(6,2,5)\\ \bar{a}_2=(3,0,8)\\ \bar{a}_3=(8,2,3)\end{cases}$ $(b):\begin{cases}\bar{b}_1=(3,1,0)\\ \bar{b}_2=(4,0,2)\\ \bar{b}_3=(0,2,4)\end{cases}$

Задание 2. *Привести матрицу к диагональному виду с помощью линейного оператора. Указать базис, в котором данная матрица имеет диагональный вид.*

1. $\begin{pmatrix}2&3&0\\0&1&1\\0&2&0\end{pmatrix}$ **2.** $\begin{pmatrix}1&3&0\\0&1&-3\\0&-2&2\end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix}5&8&0\\0&1&3\\0&4&2\end{pmatrix}$ **4.** $\begin{pmatrix}2&5&0\\0&-1&3\\0&1&1\end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix}2&5&0\\0&-1&2\\0&4&1\end{pmatrix}$ **6.** $\begin{pmatrix}2&-4&0\\0&-1&1\\0&8&1\end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix}4&7&0\\0&-1&-1\\0&-8&1\end{pmatrix}$ **8.** $\begin{pmatrix}6&-1&0\\0&-1&-3\\0&-1&1\end{pmatrix}$

9. $\begin{pmatrix}5&3&0\\0&1&-2\\0&-6&2\end{pmatrix}$ **10.** $\begin{pmatrix}3&-4&0\\0&1&-4\\0&-3&2\end{pmatrix}$

11. $\begin{pmatrix}-1&-2&0\\0&1&1\\0&12&2\end{pmatrix}$ **12.** $\begin{pmatrix}2&0&0\\-2&1&1\\0&12&2\end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix}4&0&0\\-3&1&-2\\0&-6&2\end{pmatrix}$ **14.** $\begin{pmatrix}2&0&0\\8&1&6\\0&2&2\end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix}-7&0&0\\2&1&3\\0&4&2\end{pmatrix}$ **16.** $\begin{pmatrix}7&0&0\\7&1&-4\\0&-3&2\end{pmatrix}$

17. $\begin{pmatrix}1&0&0\\5&1&3\\0&-2&3\end{pmatrix}$ **18.** $\begin{pmatrix}6&0&0\\-7&1&-3\\0&-2&2\end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix}4&0&0\\7&1&1\\0&6&2\end{pmatrix}$ **20.** $\begin{pmatrix}-5&0&0\\5&1&-1\\0&-6&2\end{pmatrix}$

21. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

22. $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

23. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ -8 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

24. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

25. $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

26. $\begin{pmatrix} 3 & 8 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

27. $\begin{pmatrix} 3 & -8 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

28. $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

29. $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

30. $\begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 6 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

31. $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

32. $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 8 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

33. $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

34. $\begin{pmatrix} 3 & 8 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

35. $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

36. $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

37. $\begin{pmatrix} 3 & -6 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

38. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 12 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

39. $\begin{pmatrix} 3 & -8 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

40. $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 0 \\ -8 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Задание 3. *Привести квадратичную форму к диагональному виду.*

1. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - 2xy + 6yz$
2. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 2z^2 + 2yz$
3. $f(x,y,z) = x^2 + z^2 + 4xy + 2xz$
4. $f(x,y,z) = x^2 + 3y^2 - z^2 - 2xy + 6xz$
5. $f(x,y,z) = 2x^2 - y^2 + z^2 + 4xy - 2yz$
6. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 8xy - 2yz$
7. $f(x,y,z) = x^2 - 2z^2 - 2xz + 6yz$
8. $f(x,y,z) = x^2 + 3y^2 + z^2 - 2xy - 6xz$
9. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 4xz$
10. $f(x,y,z) = y^2 + z^2 + 6xy + 6yz$
11. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 6yz$
12. $f(x,y,z) = 2x^2 + 3z^2 - 2xz + 6yz$
13. $f(x,y,z) = 4x^2 + z^2 - 2xy + 2xz$
14. $f(x,y,z) = x^2 - y^2 + z^2 + 2xy + 4yz$
15. $f(x,y,z) = 2y^2 + z^2 - 2xz + 6yz$
16. $f(x,y,z) = 3x^2 + y^2 + 2xy + 2yz$
17. $f(x,y,z) = x^2 - 2xy + 16xz$
18. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + 6yz$
19. $f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + z^2 + 4xy$
20. $f(x,y,z) = x^2 - 5z^2 - 2xz$
21. $f(x,y,z) = y^2 + z^2 - 8yz$
22. $f(x,y,z) = x^2 + 3y^2 + z^2 - 10xz + 2yz$
23. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy$
24. $f(x,y,z) = x^2 - 2y^2 + z^2 - 2xy + 6yz$
25. $f(x,y,z) = 3x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz$
26. $f(x,y,z) = y^2 + 3z^2 - 4xy + 6yz$

27. $f(x,y,z) = x^2 - 2xy + 6yz$
28. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 14yz$
29. $f(x,y,z) = x^2 + 5y^2 - 24xy + 2yz$
30. $f(x,y,z) = 2y^2 + z^2 + 6xy - 8yz$
31. $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + 4z^2 - 2xz + 6yz$
32. $f(x,y,z) = x^2 + 5z^2 + 2xy + 14yz$
33. $f(x,y,z) = x^2 - 2xy + 4xz - 6yz$
34. $f(x,y,z) = -7x^2 + z^2 + 2xy + 4yz$
35. $f(x,y,z) = -x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz$
36. $f(x,y,z) = -y^2 + z^2 - 2xy - 18xz$
37. $f(x,y,z) = -3x^2 + y^2 + z^2 + 6xz$
38. $f(x,y,z) = x^2 + 5y^2 + z^2 - 2xy + 6yz$
39. $f(x,y,z) = 2x^2 + y^2 - 3z^2 + 6xy + 6yz$
40. $f(x,y,z) = x^2 - y^2 + z^2 + 12xz + 6yz$

Оценочное средство 4.9
Контрольная работа №4.1

Доказать, что группа D_3 - самосовмещений правильного треугольника, изоморфна симметрической группе S_3.	Найти все фактор-группы группы A_4 - группы четных подстановок порядка 4.
Выписать все подгруппы и все фактор-группы циклической группы порядка 15.	Приведите пример группы, содержащей подгруппу порядка 5 индекса 3. Приведите пример группы с бесконечной подгруппой индекса 2, выпишите ее фактор-группу.
Доказать, что порядки взаимно обратных элементов равны. Доказать, что порядки сопряженных элементов равны.	Доказать, что множество V_n - n мерных векторов, является группой относительно операции сложения.
В группе S_3 найти все классы сопряженных элементов.	Может ли группа быть изоморфной своей подгруппе? Фактор-группе?
Опишите все гомоморфные образы аддитивной группы 2Z.	Изоморфны ли аддитивная группа $\langle 2 \rangle$ и мультипликативная группа $\langle 3 \rangle$.
Найти все нормальные подгруппы в группе S_4 и построить по ним соответствующие фактор-группы.	Докажите, что гомоморфизм является изоморфизмом тогда и только тогда, когда его ядро – единичная группа.
Докажите, что любые два смежных класса по одной и той же подгруппе либо не пересекаются, либо совпадают. (не используя свойства смежных классов)	Порядок элемента a равен 180. Существует ли степень элемента a, имеющая порядок 90; 20; 12? Если да, то выписать эти элементы.

Опишите группу самосовмещений письменного стола.	Найдите все подгруппы группы вращений правильного шестиугольника и изобразите решетку этой группы.
Найдите наименьшую мультипликативную числовую группу, содержащую число 5; содержащую все целые числа.	Докажите, что если в группе всякий элемент совпадает со своим обратным, то группа абелева.
Доказать, что группа D_3 - самосовмещений правильного треугольника, изоморфна симметрической группе S_3.	Найти все фактор-группы группы A_4 - группы четных подстановок порядка 4.
Выписать все подгруппы и все фактор-группы циклической группы порядка 15.	Приведите пример группы, содержащей подгруппу порядка 5 индекса 3. Приведите пример группы с бесконечной подгруппой индекса 2, выпишите ее фактор-группу.
Доказать, что порядки взаимно обратных элементов равны. Доказать, что порядки сопряженных элементов равны.	Доказать, что множество V_n - n мерных векторов, является группой относительно операции сложения.
В группе S_3 найти все классы сопряженных элементов.	Может ли группа быть изоморфной своей подгруппе? Фактор-группе?
Опишите все гомоморфные образы аддитивной группы 2Z.	Изоморфны ли аддитивная группа $\langle 2 \rangle$ и мультипликативная группа $\langle 3 \rangle$.
Найти все нормальные подгруппы в группе S_4 и построить по ним соответствующие фактор-группы.	Докажите, что гомоморфизм является изоморфизмом тогда и только тогда, когда его ядро – единичная группа.
Докажите, что любые два смежных класса по одной и той же подгруппе либо не пересекаются, либо совпадают. (не используя свойства смежных классов)	Порядок элемента a равен 180. Существует ли степень элемента a, имеющая порядок 90; 20; 12? Если да, то выписать эти элементы.
Опишите группу самосовмещений письменного стола.	Найдите все подгруппы группы вращений правильного шестиугольника и изобразите решетку этой группы.

Найдите наименьшую мультипликативную числовую группу, содержащую число 5; содержащую все целые числа.	Докажите, что если в группе всякий элемент совпадает со своим обратным, то группа абелева.
Доказать, что группа D_3 - самосовмещений правильного треугольника, изоморфна симметрической группе S_3.	Найти все фактор-группы группы A_4 - группы четных подстановок порядка 4.
Выписать все подгруппы и все фактор-группы циклической группы порядка 15.	Приведите пример группы, содержащей подгруппу порядка 5 индекса 3. Приведите пример группы с бесконечной подгруппой индекса 2, выпишите ее фактор-группу.
Доказать, что порядки взаимно обратных элементов равны. Доказать, что порядки сопряженных элементов равны.	Доказать, что множество V_n - n мерных векторов, является группой относительно операции сложения.
В группе S_3 найти все классы сопряженных элементов.	Может ли группа быть изоморфной своей подгруппе? Фактор-группе?
Опишите все гомоморфные образы аддитивной группы 2Z.	Изоморфны ли аддитивная группа $\langle 2 \rangle$ и мультипликативная группа $\langle 3 \rangle$.
Найти все нормальные подгруппы в группе S_4 и построить по ним соответствующие фактор-группы.	Докажите, что гомоморфизм является изоморфизмом тогда и только тогда, когда его ядро – единичная группа.
Докажите, что любые два смежных класса по одной и той же подгруппе либо не пересекаются, либо совпадают. (не используя свойства смежных классов)	Порядок элемента a равен 180. Существует ли степень элемента a, имеющая порядок 90; 20; 12? Если да, то выписать эти элементы.
Опишите группу самосовмещений письменного стола.	Найдите все подгруппы группы вращений правильного шестиугольника и изобразите решетку этой группы.
Найдите наименьшую мультипликативную числовую группу, содержащую число 5; содержащую все целые числа.	Докажите, что если в группе всякий элемент совпадает со своим обратным, то группа абелева.

Оценочное средство 4.10
Контрольная работа №4.2

В-1 **1.** Доказать, что множество всех квадратных матриц одинаково порядка образует кольцо. **2.** Построить автоморфизм кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{36}-2\sqrt[3]{6}-1}$. **4.** Доказать, что число 13 составное в кольце $Z[i]$.	**В-4** **1.** Доказать, что множество всех n-мерных векторов относительно поэлементного сложения и скалярного умножения – кольцо. **2.** Найти гомоморфный образ кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49}+2\sqrt[3]{7}-1}$. **4.** Доказать, число 7 составное в кольце Z[$\sqrt{7}$].
В-3 **1.** Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt{2}]=\{(a+b\sqrt{2})\mid a,b\in Z\}$. **2.** Доказать, множество пар $R^2=\{(a;b)\mid a,b\in R\}$ - область целостности. **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49}-2\sqrt[3]{7}+1}$. **4.** Доказать, что $(-19+10\sqrt[3]{2}+20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1-3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.	**В-2** **1.** Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt[3]{5}]=\{(a+b\sqrt[3]{5})\mid a,b\in Z\}$. **2.** Доказать, кольцо пар $R^2=\{(a;b)\mid a,b\in R\}$ гомоморфно кольцу целых чисел Z. **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{9}+2\sqrt[3]{3}-1}$. **4.** Доказать, что $(-19+10\sqrt[3]{2}+20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1-3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.
В-5 **1.** Доказать, что множество всех квадратных матриц одинаково порядка образует кольцо. **2.** Построить автоморфизм кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{36}-2\sqrt[3]{6}-1}$. **4.** Доказать, что число 13 составное в кольце $Z[i]$.	**В-6** **1.** Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt[3]{5}]=\{(a+b\sqrt[3]{5})\mid a,b\in Z\}$. **2.** Доказать, кольцо пар $R^2=\{(a;b)\mid a,b\in R\}$ гомоморфно кольцу целых чисел Z. **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{9}+2\sqrt[3]{3}-1}$. **4.** Доказать, что $(-19+10\sqrt[3]{2}+20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1-3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.

В-7 **1.** Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt{2}]=\{(a+b\sqrt{2})\mid a,b\in Z\}$. **2.** Доказать, множество пар $R^2=\{(a;b)\mid a,b\in R\}$ - область целостности. **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49}-2\sqrt[3]{7}+1}$. **4.** Доказать, что $(-19+10\sqrt[3]{2}+20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1-3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.	**В-8** **1.** Доказать, что множество всех n-мерных векторов относительно поэлементного сложения и скалярного умножения – кольцо. **2.** Найти гомоморфный образ кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49}+2\sqrt[3]{7}-1}$. **4.** Доказать, число 7 составное в кольце Z[$\sqrt{7}$].
В-9 **1.** Доказать, что множество всех квадратных матриц одинаково порядка образует кольцо. **2.** Построить автоморфизм кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{36}-2\sqrt[3]{6}-1}$. **4.** Доказать, что число 13 составное в кольце $Z[i]$.	**В-10** 1. Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt[3]{5}]=\{(a+b\sqrt[3]{5})\mid a,b\in Z\}$. 2. Доказать, кольцо пар $R^2=\{(a;b)\mid a,b\in R\}$ гомоморфно кольцу целых чисел Z. 3. Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{9}+2\sqrt[3]{3}-1}$. 4. Доказать, что $(-19+10\sqrt[3]{2}+20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1-3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.
В-11 **1.** Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt{2}]=\{(a+b\sqrt{2})\mid a,b\in Z\}$. **2.** Доказать, множество пар $R^2=\{(a;b)\mid a,b\in R\}$ - область целостности. **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49}-2\sqrt[3]{7}+1}$. **4.** Доказать, что $(-19+10\sqrt[3]{2}+20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1-3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.	**В-12** **1.** Доказать, что множество всех n-мерных векторов относительно поэлементного сложения и скалярного умножения – кольцо. **2.** Найти гомоморфный образ кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49}+2\sqrt[3]{7}-1}$. **4.** Доказать, число 7 составное в кольце Z[$\sqrt{7}$].

В-13 **1.** Доказать, что множество всех квадратных матриц одинаково порядка образует кольцо. **2.** Построить автоморфизм кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{36}-2\sqrt[3]{6}-1}$. **4.** Доказать, что число 13 составное в кольце $Z[i]$.	**В-14** 1. Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt[3]{5}]=\{(a+b\sqrt[3]{5})\mid a,b\in Z\}$. 2. Доказать, кольцо пар $R^2=\{(a;b)\mid a,b\in R\}$ гомоморфно кольцу целых чисел Z. 3. Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{9}+2\sqrt[3]{3}-1}$. 4. Доказать, что $(-19+10\sqrt[3]{2}+20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1-3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.
В-15 **1.** Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt{2}]=\{(a+b\sqrt{2})\mid a,b\in Z\}$. **2.** Доказать, множество пар $R^2=\{(a;b)\mid a,b\in R\}$ - область целостности. **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49}-2\sqrt[3]{7}+1}$. **4.** Доказать, что $(-19+10\sqrt[3]{2}+20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1-3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.	**В-16** **1.** Доказать, что множество всех n-мерных векторов относительно поэлементного сложения и скалярного умножения – кольцо. **2.** Найти гомоморфный образ кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49}+2\sqrt[3]{7}-1}$. **4.** Доказать, число 7 составное в кольце Z[$\sqrt{7}$].
В-17 **1.** Доказать, что множество всех квадратных матриц одинаково порядка образует кольцо. **2.** Построить автоморфизм кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{36}-2\sqrt[3]{6}-1}$. **4.** Доказать, что число 13 составное в кольце $Z[i]$.	**В-18** **1.** Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt[3]{5}]=\{(a+b\sqrt[3]{5})\mid a,b\in Z\}$. **2.** Доказать, кольцо пар $R^2=\{(a;b)\mid a,b\in R\}$ гомоморфно кольцу целых чисел Z. **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{9}+2\sqrt[3]{3}-1}$. **4.** Доказать, что $(-19+10\sqrt[3]{2}+20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1-3\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.

В-19	В-20
1. Проверить, является ли кольцом множество $Z[\sqrt{2}] = \{(a + b\sqrt{2}) \mid a, b \in Z\}$. **2.** Доказать, множество пар $R^2 = \{(a;b) \mid a, b \in R\}$ - область целостности. **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49} - 2\sqrt[3]{7} + 1}$. **4.** Доказать, что $(-19 + 10\sqrt[3]{2} + 20\sqrt[3]{4})$ кратно $(1 - 3\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{4})$ в $Z[\sqrt[3]{2}]$.	**1.** Доказать, что множество всех n-мерных векторов относительно поэлементного сложения и скалярного умножения – кольцо. **2.** Найти гомоморфный образ кольца целых гауссовых чисел $Z[i]$ (с доказательством). **3.** Избавиться от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt[3]{49} + 2\sqrt[3]{7} - 1}$. **4.** Доказать, число 7 составное в кольце Z[$\sqrt{7}$].

Оценочное средство 4.11
Лабораторная работа №4.1.1

Тема: «*Группы и их подгруппы»*

Вариант №1

Литература:

1. Курош А.Г. «Курс высшей алгебры», М: Наука, 1971, Гл. 14, §§ 63,64.
2. Куликов Л.Я. «Алгебра и теория чисел», М: Высшая школа, 1979, Гл. 3, §3.
3. Ван дер Варден Б.Л. «Алгебра», М: Наука, 1979, Гл. 2, §§6,7.
4. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. «Основы теории групп», М: Наука, 1996, Гл. 1, §§1,2.

Контрольные вопросы:

1. Какая алгебра называется группой?
2. Какая группа называется абелевой?
3. Что называется порядком группы?
4. Как построить таблицу Кэли? Как по таблице найти единицу группы, обратные элементы? Каким свойством обладает таблица Кэли для абелевой группы? Можно ли построить таблицу Кэли для бесконечной группы?
5. Дайте определение подгруппы.
6. Что называется порядком элемента группы? Дайте определение циклической группы. Каким свойством обладают подгруппы циклической группы? Сколько подгрупп имеет циклическая группа порядка 7? Перечислите их.

Задания:

1. Будет ли множество самосовмещений квадрата группой относительно композиций преобразований? Докажите. Какой порядок имеет эта группа?
2. Постройте таблицу Кэли этой группы. Будет ли эта группа абелевой? Будет ли эта группа циклической? Определите порядки элементов группы.
3. Имеет ли эта группа собственные подгруппы? Выпишите их.

Оценочное средство 4.12
Лабораторная работа №4.1.2

Тема: «*Нормальные подгруппы. Фактор-группы»*

Вариант №1

Литература:

1. Курош А.Г. «Курс высшей алгебры», М: Наука, 1975, Гл. 14, §§ 65.
2. Куликов Л.Я. «Алгебра и теория чисел», М: Просвещение, 1975, Гл. 10, §1-10.
3. Ван дер Варден Б.Л. «Алгебра», М: Наука, 1979, Гл. 12, §§6,7.
4. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. «Основы теории групп», М: Наука, 1977, Гл. 1, §§1,2.

Контрольные вопросы:

1. Что называется смежным классом? Могут ли правый и левый смежный классы совпадать? Равно ли число правых смежных классов числу левых смежных классов? Как называется мощность множества смежных классов?
2. Сформулируйте теорему Лагранжа. Может ли в группе порядка 12 содержаться элемент порядка 5? порядка 12? Почему?
3. Какая подгруппа называется нормальной? Какая группа называется простой? Является ли группа порядка 11 простой? Известно, что индекс подгруппы равен 2. Что можно сказать об этой подгруппе?
4. Дайте определение фактор-группы. Чему равен порядок фактор группы? Будет ли фактор-группа абелевой группы абелевой? Какие из свойств группы сохраняются при переходе к фактор-группе?

Задания:

1. В группе самосовмещений квадрата найдите подгруппу поворотов. Найдите индекс этой подгруппы. Будет ли она нормальной? Докажите.
2. Найдите фактор-группу группы самосовмещений квадрата по подгруппе поворотов. Какой порядок имеет эта группа?
3. Постройте таблицу Кэли фактор-группы. Определите порядок каждого элемента. Будет ли фактор-группа абелевой, циклической? Докажите. Будет ли эта фактор-группа простой? Почему?

Оценочное средство 4.13
Лабораторная работа №4.1.3

Тема: «*Гомоморфизмы и изоморфизмы групп»*

Вариант №1

Литература:

1. Курош А.Г. «Курс высшей алгебры», М: Наука, 1971, Гл. 14, §§ 65.
2. Куликов Л.Я. «Алгебра и теория чисел», М: Высшая школа, 1979, Гл. 10, §4, Гл. 3, §3.
3. Ван дер Варден Б.Л. «Алгебра», М: Наука, 1979, Гл. 2, §§9,10.
4. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. «Основы теории групп», М: Наука, 1996, Гл. 2, §4, Гл. 4 §13.

Контрольные вопросы:

1. Что называется гомоморфизмом? Какие группы называются гомоморфными?
2. Дайте определение ядра гомоморфизма. Будет ли ядро гомоморфизма подгруппой, нормальной подгруппой? Докажите.
3. Сформулируйте теорему о гомоморфизмах. Какой гомоморфизм называется естественным? Что служит ядром естественного гомоморфизма?
4. Какие свойства прообраза сохраняются при переходе к гомоморфному образу?
5. Какое отображение называется изоморфизмом? Какие группы называются изоморфными?
6. Если конечные группы изоморфны, то они, очевидно, имеют одинаковый порядок. Верно ли обратное утверждение? Почему? Приведите пример.

Задания:

1. Докажите, что симметрическая группа S_3 подстановок третьей степени является гомоморфным образом симметрической группы S_4 подстановок четвертой степени. Установите этот гомоморфизм. Каково ядро этого гомоморфизма?
2. Будут ли изоморфны аддитивная группа Z_9 вычетов по модулю 9 и группа C_9 корней 9-ой степени из единицы? Докажите.

Оценочное средство 4.14
Лабораторная работа №4.2.1

Лабораторная работа № 4.2.1

Тема: «*Кольцо. Идеалы кольца.*»

Вариант №1

Литература:

1. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С., Стеллецкий И.В., «Алгебра. Группы, кольца и поля. Векторные и евклидовы пространства, Линейные отображения.» М: Просвещение, 1978, Гл.1, §6.
2. Курош А.Г. «Курс высшей алгебры», М: Наука, 1971, Гл. 10, §§ 43-44.
3. Куликов Л.Я. «Алгебра и теория чисел», М: Высшая школа, 1979, Гл. 3, §4, Гл. 13, §1.
4. Ван дер Варден Б.Л. «Алгебра», М: Наука, 1979, Гл. 3, §§11-12, 14-15.

Контрольные вопросы:

1. Какая алгебра называется кольцом? Приведите примеры колец: а) коммутативных; б) некоммутативных; в) коммутативных без единицы; г) некоммутативных с единицей.
2. Какие элементы кольца называются делителями нуля? Приведите примеры колец: а) без делителей нуля; б) с делителями нуля.
3. Дайте определение кольца. Объясните, чем идеал отличается от подкольца. Приведите примеры идеалов колец. Какой идеал называется главным? Приведите примеры главных идеалов.

Задания:

1. Докажите, что множество $Z[\sqrt{5}] = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in Z\}$ относительно обычных сложения и умножения образует кольцо.
2. Составьте таблицы сложения и умножения элементов колец Z_3 и Z_8. Выясните, есть ли в этих кольцах делители нуля.
3. Выясните, является ли идеалом множество $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & a \\ a & a \end{pmatrix} \mid a \in R \right\}$ в кольце

$K = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$.

4. Найдите все идеалы в кольце Z_8. Какие из этих идеалов являются главными? Почему?

Оценочное средство 4.15
Лабораторная работа №4.2.2

Тема: «*Гомоморфизмы колец. Евклидовы кольца и кольца главных идеалов»*

Вариант №1

Литература:

1. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С., Стеллецкий И.В., «Алгебра. Группы, кольца и поля. Векторные и евклидовы пространства, Линейные отображения.» М: Просвещение, 1978, Гл.1, §6.
2. Курош А.Г. «Курс высшей алгебры», М: Наука, 1971, Гл. 10, §§ 43-44.

3. Куликов Л.Я. «Алгебра и теория чисел», М: Высшая школа, 1979, Гл. 3, §4, Гл. 13, §1.
4. Ван дер Варден Б.Л. «Алгебра», М: Наука, 1979, Гл. 3, §§11,12,14,15.

<u>Контрольные вопросы:</u>
1. Какие кольца называются гомоморфными? Приведите примеры. Сформулируйте теорему о гомоморфизмах колец.
2. Дайте определение простого идеала, максимального идеала. Приведите примеры.
3. Какое кольцо называется кольцом главных идеалов, евклидовым кольцом? Как связаны между собой эти кольца? Любое ли евклидово кольцо содержит единицу? Почему? Дайте определение обратимого элемента (делителя единицы), простого элемента, ассоциированных элементов. Приведите примеры.
4. Какое кольцо называется факториальным? Сформулируйте теорему о факториальности евклидовых колец. Какие из следующих колец являются факториальными, кольцами главных идеалов, евклидовыми: Z, Z[x], Z_6, Q[x], 2Z[x], Z[i], Q.

<u>Задания:</u>
1. Укажите все элементы фактор-кольца Z/6Z кольца Z. Составьте таблицы сложения и умножения. Укажите несколько целых чисел, принадлежащих смежному классу 2+6Z.
2. Является ли следующее отображение гомоморфизмом колец: $\varphi:\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a,b\in R\right\}\to R,\ \varphi\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}=a-b$?
3. а) Докажите, что элементы 2, -2, 2i, -2i приводимы в кольце Z[i].
   б) Какие из следующих элементов приводимы в кольце Z[x], Q[x], R[x]:
   $6x^2+2$; $6x^2-2$; $4x^2-1$; x^3-2; 6;1.
4. а) Выполните деление с остатком в кольце Z[i] элемента 15+4i на элемент 1-2i.
   б) Найдите элемент, порождающий идеал (a,b) в Z[i], если a=13+2i;
   b=-5-3i.

Оценочное средство 4.16
Лабораторная работа №4.3.1

Тема: «*Поля. Расширения полей*»

Вариант №1

<u>Литература:</u>
1. Курош А.Г. «Курс высшей алгебры», М: Наука, 1971, Гл. 10, §§ 43-45, 50, 58.
2. Куликов Л.Я. «Алгебра и теория чисел», М: Высшая школа, 1979, Гл. 17, §1-4.
3. Ван дер Варден Б.Л. «Алгебра», М: Наука, 1979, Гл. 6, §§39-41, Гл. 8, §65.
4. Кострикин А.И. «Введение в алгебру», М: Наука, Гл. 9, §1.

<u>Контрольные вопросы:</u>
1. Какая алгебра называется полем? Сформулируйте основные свойства поля. Приведите примеры полей.
2. Дайте определение поля частных области целостности. Любая ли область целостности обладает полем частных?
3. Дайте определение простого расширения поля. Что называется минимальным многочленом элемента α над полем P, степенью элемента α над полем P? Какими свойствами обладает минимальный многочлен? Сформулируйте теорему о строении простого алгебраического расширения поля P?

4. Какое расширение поля называется конечным, алгебраическим? Любое ли конечное расширение является алгебраическим? Верно ли обратное утверждение?
5. Какое расширение поля называется составным? Сформулируйте теорему о цепочке расширений.
6. Дайте определение алгебраического числа. Какую алгебру образует множество алгебраических чисел относительно сложения и умножения? Какими свойствами обладает эта алгебра?
7. Какое уравнение называется разрешимым в радикалах? Сформулируйте условия разрешимости в радикалах уравнений третьей степени. Какие геометрические задачи связаны с понятием разрешимости в радикалах?

<u>Задачи:</u>

1. Какие из следующих колец являются полями: Z, Q, R, Q[$\sqrt{3}$], Z[$\sqrt{3}$], M(2,R)? Докажите.
2. Докажите, что кольцо всех матриц вида: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, a$\in$R, является полем. Докажите, что это поле изоморфно полю действительных чисел.
3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
   а) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$, б) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}$.
4. Найдите минимальный многочлен для элемента α над полем F:
   а) α =i$\sqrt{2}$, F=C, b) α =$\sqrt[4]{2}$, F=Q/
5. Найдите базис и степень расширения поля Q$\subseteq$Q($\sqrt{2},\sqrt{3}$).
6. Можно ли при помощи циркуля и линейки построить правильный пятиугольник? Докажите.

3.3. Учебные ресурсы

3.3.1. Карта литературного обеспечения дисциплины
(включая электронные ресурсы)

АЛГЕБРА

(наименование дисциплины)

Для обучающихся образовательной программы бакалавриата 44.03.05 Педагогическое образование

(указать уровень, шифр и наименование направления подготовки,)

профили (направленность образовательной программы) математика, информатика, очная форма обучения

(указать профиль/ наименование программы и форму обучения)

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/ точек доступа
Основная литература		
Модуль №1		
Тимофеенко, Галина Владимировна. Лекции по теории чисел [Текст] : учебное пособие / Г. В. Тимофеенко, Е. Т. Астахова, Л. Г. Латынцева. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2010. - 105 с	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	85
Тимофеенко, Галина Владимировна. Сборник задач по теории чисел [Текст] : учебное пособие / Г.В. Тимофеенко, Е.Т. Астахова, Л.Г. Латынцева. - Красноярск : РИО КГПУ, 2004. - 176 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	98
Бухштаб, Александр Адольфович. Теория чисел [Текст] : учебное пособие / А. А. Бухштаб. - 3-е изд., стер. - СПб. ; М. : Лань, 2008. - 384 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература).	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	100
Виноградов, И. М. Основы теории чисел [Текст] : учебник для гос. университетов / И. М. Виноградов. - 7-е изд., испр. - М. : Наука, 1965. - 172 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	42
Модуль №2		
Латынцева, Людмила Григорьевна. Алгебра многочленов [Текст] : учебное пособие / Л.Г. Латынцева. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2006. - 108 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П.	111

	Астафьева	
Ларин, Сергей Васильевич. Многочлены [Текст] : учебное пособие для пед. вузов / С.В. Ларин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2008. - 128 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	132
Винберг, Э. Б. Алгебра многочленов [Текст] : учебное пособие для студентов-заочников III-IV курсов физико-математических факультетов педагогических институтов / Э. Б. Винберг. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1980. - 175 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	182
Тыртышников, Е.Е. Основы алгебры : учебник / Е.Е. Тыртышников. - Москва : Физматлит, 2017. - 464 с. - Библиогр.: с. 449-450. - ISBN 978-5-9221-1728-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485535	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
Модуль №3		
Астахова, Елена Тимофеевна. Алгебра 1: учебное пособие [Текст] : учебное пособие / Е. Т. Астахова, Г. В. Тимофеенко, Л. Г. Латынцева. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2007. - 276 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	130
Ларин, Сергей Васильевич. Линейная алгебра [Текст] : учеб. пособие. Ч. 1 / С.В. Ларин. - 2-е изд., доп. и перераб. - Красноярск : РИО КГПУ, 2002. - 127 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	20
Калачева С.И. Сборник индивидуальных заданий по математике для студентов 1 курса педагогического вуза: учебное пособие; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2016. – 70 с. –Режим доступа: http://elib.kspu.ru/document/22701	ЭБС «КГПУ им. В. П. Астафьева»	Индивидуальный неограниченный доступ
Модуль №4		
Ларин, С. В. Лекции по теории групп [Текст] : учебное пособие / С. В. Ларин. - Красноярск : КГПИ, 1994. - 61 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	156
Ларин, Сергей Васильевич. Группы, кольца и поля [Текст] : учебное пособие / С. В. Ларин . - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2010. - 160 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	104
Дополнительная литература		
Фаддеев, Д. К. Сборник задач по высшей алгебре [Текст] : учебное пособие для физ.-мат. фак. университетов и пед. институтов / Д. К. Фаддеев, И. С Соминский. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1977. - 288 с.	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	71

Курош, Александр Геннадиевич. Лекции по общей алгебре [Текст] : учебник / А.Г. Курош. - СПб. : Лань, 2005. - 560 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература).	Научная библиотека КГПУ им. В. П. Астафьева	5
Данилова, Т.В. Теория чисел: Задачи с примерами решений : учебное пособие / Т.В. Данилова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. - Архангельск : САФУ, 2015. - 104 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-261-01004-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
Информационные справочные системы и профессиональные базы данных		
Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	https://icdlib.nspu.ru	Индивидуальный неограниченный доступ
East View: универсальные базы данных [Электронный ресурс] : периодика России, Украины и стран СНГ . – Электрон.дан. – ООО ИВИС. – 2011	https://dlib.eastview.com/	Индивидуальный неограниченный доступ
Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000.	https://elibrary.ru	Индивидуальный неограниченный доступ
Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение: справочная правовая система. – Москва, 1992	http://www.garant.ru	Доступ из локальной сети вуза
Научная Библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	http://library.kspu.ru	Свободный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь / Фор / Фортова А.А.
(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О)

3.3.2. Карта материально-технической базы дисциплины
АЛГЕБРА

(наименование дисциплины)

Для обучающихся образовательной программы бакалавриата 44.03.05 Педагогическое образование

(указать уровень, шифр и наименование направления подготовки,)

профили математика и информатика, очная форма обучения

(указать профиль/ наименование программы и форму обучения)

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-10	Проектор-1шт., учебная доска-2шт., компьютер -1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-11а	Маркерная доска-1шт., компьютер-7шт., доска учебная-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-06	Компьютер с выходом в интернет – 9шт., проектор – 1шт., наглядные пособия (стенды), маркерная доска – 1шт. с устройством для интерактивной доски, доска маркерная – 1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-11	Учебная доска-1шт., проектор-1шт., компьютер-1шт., маркерная доска-1шт., демонстрационный стол-1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-19	Маркерная доска-2шт., интерактивная доска-1шт., проектор-1шт., ноутбук-10шт., телевизор- 1шт., компьютер- 2шт., МФУ-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-02	Компьютер- 1шт., интерактивная доска - 1 шт., система видеоконференцсвязи Policom – 1 шт. (без сети), учебная доска-1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-11	Учебная доска-1шт., экран-1шт., проектор-1шт., компьютер-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-12	Компьютер с выходом в интернет-10шт, учебная доска-1 шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-13, 3-14	Компьютер-15шт., принтер-1шт., маркерная доска-1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Проектор-1шт., компьютер-12шт., маркерная доска-1шт., интерактивная доска-1шт. Microsoft® Windows® 8.1 Professional (OEM лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015); Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1B08-190415-050007-883-951; 7-Zip - (Свободная лицензия GPL); Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия); Google Chrome – (Свободная лицензия); Mozilla Firefox – (Свободная лицензия); LibreOffice – (Свободная лицензия GPL); XnView – (Свободная лицензия); Java – (Свободная лицензия); VLC – (Свободная лицензия); Живая математика 5.0 (Контракт НКС-ДБ-294/15 от 21.09.2015,

	лицензия № 201515111); GeoGebra (Свободно распространяемая в некоммерческих (учебных) целях лицензия)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-01	Учебная доска-1шт., библиотека
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-02	Компьютер -1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт., маркерная доска-1шт., учебная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-11	Учебная доска-1шт.
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд.1-01 Отраслевая библиотека	Копир-1шт
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2016/2017 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами.
2. Обновлен перечень информационных справочных систем.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания
протокол № 9 от «17» мая 2016 г.

Заведующий кафедрой В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«24» мая 2016 г. Протокол № 8

Председатель С.В. Бортновский

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ КГПУ им. В.П. Астафьева ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2017/2018 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами.

2. Обновлен перечень информационных справочных систем.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания
протокол № 9 от «17» мая 2017 г.

Заведующий кафедрой В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«24» мая 2017 г. Протокол № 8

Председатель С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

3. В фонд оценочных средств внесены изменения в соответствии с приказом «Об утверждении Положения о фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации» от 28.04.2018 №297(п)

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 9 от «3» мая 2018 г.

Заведующий кафедрой / В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«08» июня 2018 г. Протокол № 9

Председатель С.В. Бортновский

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
КГПУ им. В.П. Астафьева
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:
1. На титульном листе РПД и ФОС изменено название ведомственной принадлежности «Министерство науки и высшего образования РФ» на основании приказа «о внесении изменений в сведения о КГПУ им. В.П. Астафьева» от 15.07.2018 № 457 (п).

2. На титульном листе РПД и ФОС изменено название кафедры разработчика «Кафедра математики и методики обучения математике» на основании решения Ученого совета КГПУ им. В.П. Астафьева «О реорганизации структурных подразделений университета» от 01.06.2018

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 1 от « 05 » сентября 2018 г.

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«12» сентября 2018 г. Протокол № 1

Председатель С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2019/2020 учебный год:

В рабочую программу дисциплины внесены следующие изменения:

Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 7 от « 08 » мая 2019 г.

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«16» мая 2019 г. Протокол № 8

Председатель С.В. Бортновский

Лист внесения изменений (проект)

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2020/2021 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.
2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике
протокол № от «____» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«_____ » мая 2020 г. Протокол №

Председатель С.В. Бортновский