МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра математики и методики обучения математике

Падюка Ольга Сергеевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема: ИНТЕГРИРОВАННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МОДУЛЬ «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ» В СИСТЕМЕ ПРОФИЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: «Математика и информатика»

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой:
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина
____
(дата, подпись)

Научный руководитель: к. ф.-м.н., доцент Багачук А.В.
____
(дата, подпись)

Дата защиты:_______________________

Обучающийся: Падюка О.С.
____
(дата, подпись)

Оценка ___________________________
(прописью)

Красноярск 2019

Оглавление

Введение

В настоящее время в связи с реализацией ФГОС СОО образовательная практика требует пересмотра ряда устоявшихся явлений с целью достижения образовательных результатов, заданных в новом формате. Однако на практике многие востребованные социокультурными реалиями образовательные технологии находят, увы, не широкое применении, и их применение носит не систематический единичный характер. Эти расхождения между декларируемым в стратегических документах и реально происходящим в образовательной практике, к сожалению, приводят к падению уровня сформированности тех или иных образовательных результатов у школьников. Яркое тому подтверждение результаты сдачи единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике в последние годы. Обучающиеся все чаще не справляются с решением задач, особенно геометрического содержания. В этой связи, на наш взгляд, организационно-методическое обеспечение профильной математической подготовки требует пересмотра и обновления.

Необходимо создать в школе такую модель, которая могла бы помочь школьникам реализовать свои возможности при решении практико-ориентированных задач в процессе математической подготовки и способствовала бы формированию их готовности использовать аналитический аппарат при решении задач геометрического содержания. В современной педагогике такой моделью является модель интегрированного обучения. Идеи интегрированного обучения способствуют достижению требуемых образовательным стандартом результатов обучения в процессе реализации школьного курса математики [1]. Направленность ФГОС на достижение личностных, предметных и, главным образом, метапредметных результатов позволяет повысить уровень интеграции различных предметных областей, различных разделов в одном предметном поле, в том числе и в математике. Из вышесказанного следует **актуальность** темы выпускной квалификационной работы.

Цель исследования: разработка, научное обоснование и апробация интегрированного образовательного модуля «Геометрические приложения комплексных чисел» в системе профильной математической подготовки старшеклассников.

Объект исследования: процесс математической подготовки обучающихся 10-11 классов.

Предмет исследования: методическое обеспечение интегрированного образовательного модуля «Геометрические приложения комплексных чисел».

Гипотеза: если разработать содержание интегрированного модуля «Геометрические приложения комплексных чисел» и его методическое сопровождение в соответствии с основными тенденциями, отраженными в ФГОС, а также использованием элементов интегрированного обучения, то это будет способствовать повышению качества профильной математической подготовки старшеклассников.

Для достижения поставленной цели и проверки гипотезы исследования решались следующие **задачи исследования:**

1. провести сравнительный анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования;
2. определить особенности интегрированных модулей в системе профильной математической подготовки;
3. выявить принципы отбора содержания интегрированного образовательного модуля;
4. разработать содержание и методические рекомендации по реализации интегрированного образовательного модуля;
5. осуществить опытно-экспериментальную работу.

Выпускная квалификационная работа включает в себя введение, две главы, заключение, библиографический список, приложения.

Во введении сформулирована цель и задачи, объект и предмет исследования. В первой главе «Теоретические аспекты интегрированного обучения в системе профильной математической подготовки» проведен анализ ФГОС СОО.

Рассмотрены функции, виды интегрированного обучения, а также представлена авторская модель интегрированного модуля.

Во второй главе настоящего исследования выявлены и охарактеризованы принципы отбора содержания модуля, предложены программа модуля и методические рекомендации по ее реализации. Представлены результаты по ее апробации в условиях реального образовательного процесса на базе МАОУ «Лицей №6 «Перспектива».

Глава 1. Теоретические аспекты интегрированного обучения в системе профильной математической подготовки

1.1. ФГОС СОО как новые требования к качеству образовательных услуг

В современном мире стремительное развитие общества способствует созданию новых требований к системе образования в целом. На всех ступенях образования происходят поэтапные изменения в структуре и процессе обучения. Эффективное развитие образовательной организации определяется доступностью качественного образования и преемственность основных образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего и профессионального образования [7].

Среднее общее образование является одним из обязательных уровней в Российской Федерации. Оно направлено на развитие личности обучающегося, развитие его интересов и способностей. На этом уровне происходит профессиональное самоопределение, выбор жизненного пути [38].

С целью обеспечения условий для эффективного развития российского образования, обеспечивающего формирование конкурентоспособного человеческого потенциала, были разработаны Федеральная целевая программа развития образования на 2016–2020 годы, Концепция развития математического образования в Российской Федерации от 24 декабря 2013 года и др. стратегические документы, определяющие основные векторы развития образовательной системы Российской Федерации [11, 13].

На основе анализа документов были выявлены следующие задачи развития образования в Российской Федерации:

- модернизация содержания учебных программ на всех профилях и уровнях обучения;
- развитие современных технологий, содержания общего образования;
- формирование эффективной оценки качества образовательных результатов;

- обеспечение обучающимся на уровне школы всех условий для развития и применения своих способностей.

Для удовлетворения требований современного общества в обозначенном контексте 17 мая 2012 года приказом Министерства образования и науки Российской Федерации был утверждён федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (ФГОС).

ФГОС в своей структуре содержит различные требования к результатам освоения основной образовательной программы; к структуре основной образовательной программы и к условиях реализации основной образовательной программы.

Методологической основой ФГОС СОО является системно-деятельностный подход, который является фундаментом для формирования готовности обучающихся к саморазвитию и обеспечивает активную учебно-познавательную деятельность обучающихся.

Существуют различные точки зрения на выявление сущности системно-деятельностного подхода. В философии деятельностный подход связывают с деятельностью, которая является единством процессов, направленных на опредмечивание и распредмечивание. В широком смысле деятельность представляет собой процесс перевода знаний в материальную форму, при которой знание приобретает смысл и значение, являющееся элементом человеческой деятельности [35].

Психологи (А.Н. Леонтьев, С.Л. Рубинштейн, Б.Г. Ананьев и др.) рассматривают деятельностный подход, в основе которого лежит деятельность как динамическая, саморазвивающаяся иерархическая система взаимодействий субъекта с миром, в процессе которых происходит порождение психического образа, воплощение его в объекте, осуществление и преобразование опосредствованных психическим образом отношений субъекта в предметной действительности. Понятие «системно-деятельностный подход» было введено в 1985 году как объединение системного и деятельностного подходов. При данном подходе становится главным развитие личности ребёнка. Развитие личности ребёнка достигается при помощи различных способов деятельности [1].

Системно-деятельностный подход предполагает выделение основных результатов образования в виде универсальных учебных действий, которыми должны овладеть обучающиеся. Это даёт возможность обучающимся самостоятельно качественно усвоить новые знания, умения, способы организации деятельности. Универсальные учебные действия представляют совокупность способов действий школьников и навыков учебной работы, которые обеспечивают его возможностью самостоятельно развиваться и совершенствоваться в течение всей своей жизни, для достижения своих желаний и целей [2].

Универсальные учебные действия, согласно ФГОС, подразделены на личностные, регулятивные, предметные, коммуникативные, познавательные. Подробные характеристики некоторых УУД представлены на рисунке 1.

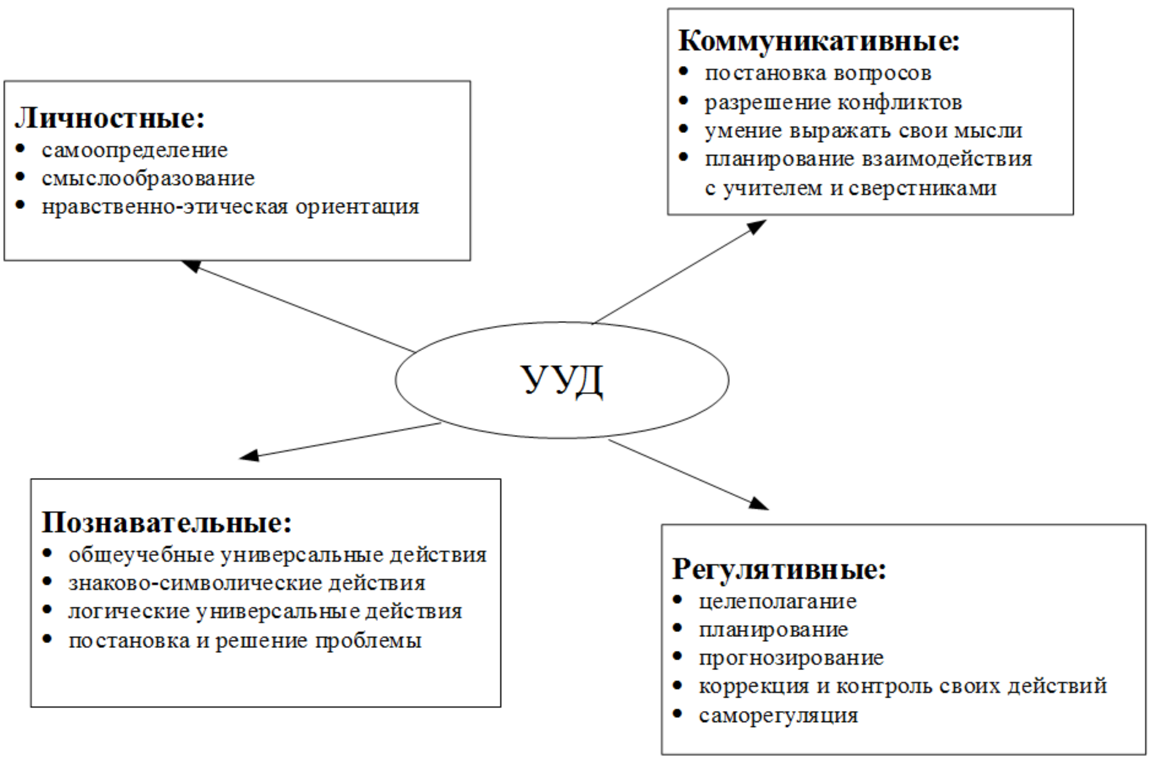

Рисунок. 1. Универсальные учебные действия

В стандарте описаны основные личностные характеристики выпускника школы. Предполагается, что каждый обучающийся должен любить свою Родину, уважать свой народ; креативно мыслить, быть готовым к сотрудничеству и осуществлять учебную, исследовательскую деятельность. На завершающей ступени общего образования школьникам необходимо иметь мотивацию к самообразованию, осознавать выбор своей будущей профессии.

Виды универсальных учебных действий объединены в группы образовательных результатов. Результаты освоения обучающимися образовательной программы поделены на три группы: личностные, метапредметные, предметные.

Личностные результаты включают в себя готовность школьников к саморазвитию, сформированность ценностных установок, правосознание, способность строить жизненные планы; бережное отношение к здоровью, сформированность мировоззрения.

Рассмотрим подробнее результаты, выделенные для предмета «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия». К ним относят: владение методами доказательств и алгоритмов решения; сформированность представлений об основных понятиях, идеях математического анализа; сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знание основных теорем, формул; умение находить нестандартные способы решения задач.

Метапредметные результаты должны находить отражение в: умении самостоятельно определять цели деятельности; умении взаимодействовать в процессе совместной деятельности; умении самостоятельно принимать решения; во владении языковыми средствами.

Для ФГОС СОО характерным является формирование индивидуального плана обучающихся, который должен содержать 11 предметов: «Русский язык», «Литература», «Иностранный язык», «Математика», «История», «Физическая культура», «Основы безопасности жизнедеятельности», «Астрономия». При этом он должен включать в себя 3-4 учебных предметов на углубленном уровне изучения. Формирование индивидуальных учебных планов предоставляет возможность уделять большое внимание тем предметам, которые обучающимся необходимо для поступления в высшие учебные заведения.

Предъявляемые ФГОС требования достаточно трудно реализовать используя методику традиционного обучения. Необходимо создать условия для образовательного процесса, в котором обучающиеся будут самостоятельно осуществлять свое обучение, творчески развиваться. С этой целью возможно использовать технологию интегрированного обучения.

1.2. Интегрированное обучение: сущность и перспективы

Для современного этапа обучения школьников характерно развитие идеи интеграции. Она проявляется в двух аспектах: эмпирическая (проведение учителем интегрированного урока) и теоретическая направленность (разработка интегрированных курсов, которые объединяют несколько предметов) [24].

Само понятие «интеграция» в словаре иностранных слов определяется как объединение в целое каких-нибудь частей, элементов [16]. Философы понятию «интеграция» дают следующую трактовку: интеграция — это объединение в одно целое ранее изолированных частей, элементов, компонентов, что сопровождается осложнением и укреплением связей и отношений между ними. В дидактике нет точного определения интеграции в обучении. По мнению Б.Бернштейна, интеграцию следует рассматривать как подчинение учебных предметов единой идее. Под интеграцией в методике обучения понимают процесс приспособления и объединения определенных элементов разных видов учебной деятельности в единое целое при соблюдении однотипности целей и функций [15; 31].

Интеграция учебных предметов позволяет конкретизировать представления обучающихся об окружающей действительности, о человеке и природе. Интегрированный подход в образовании способствует систематизации учебно-познавательной деятельности, овладению грамотной культуры, взаимосвязи урочной и внеурочной деятельности [18].

Выделяют четыре уровня интеграции, каждый из которых находит свое отражение в различных типах уроков: спецкурсы, блокирование различных разделов, изучение одной темы на основе нескольких предметов, курсы, которые объединяют знания, основываясь на обобщенных операциях мышления [41].

Существует две точки зрения в отношении роли интеграции в обучении:

2. является целью обучения;
3. является средством обучения [10].

Интегрированный урок выполняет несколько задач, которые при традиционном подходе достаточно трудно реализовать: повышение мотивации обучения деятельности за счет нестандартной формы урока; уделяется внимание понятиям, которые используются при изучении различных предметов; установление межпредметных связей при решении разнообразных задач [19].

Важнейшей составляющей интегрированного обучения является база, на которой основана данная технология. Такой основой является интегративно-тематический подход, который в 1983 году подробно рассмотрел Г. Ф. Федорец. При интегративно-тематическом подходе появляется понимание того, что возможно установление взаимосвязи между изучаемой темой с различными темами из других предметов, которые изучаются в школе. Интегративно-тематический подход – такой подход, когда за содержательную, методическую и организационную составляющую порцесса обучения берётся не урок, а некоторая часть уроков учебного предмета, представляемая в виде модуля. Другими словами, данный подход при рассмотрении какой-либо темы учебного предмета в одно и то же время позволяет отразить внутрипредметные и межпредметные связи [39].

В учебном процессе успешно применяют два вида интеграции — межпредметную и внутрипредметную.

Выделяют некоторые принципы, которые лежат в основе внутрипредметной интеграции. Рассмотрим их подробнее. Первый принцип — принцип обобщающего обучения. Для него характерно постоянное обобщение пройденного материала с целью его лучшего понимания и закрепления в памяти обучающихся.

Принцип главной роли знаний теории. Осмысление теоретического материала способствует формированию предметных и познавательных универсальных учебных действий.

Следующий принцип опирается на высокий уровень сложности учебного материала. Необходимо правильно определить степень сложности материала, которым обучающийся может овладеть. Иначе, развитие школьника будет идти в медленном темпе или будет процесс по механическому запоминанию материала [10].

Отличительной чертой интегрированного обучения в средней школе является обучение на «начальном» уровне, т. е. на уровне межпредметных связей. Межпредметные связи возникают, если усвоение одного предмета основывается на знании другого предмета. Данный вид связи характерен для предметов, которые входят в один блок.

Межпредметную интеграцию можно подразделить на два вида: «вертикальную» и «горизонтальную». Примером «вертикальной» интеграции является такое изучение предмета, когда в течение дня последовательно изучается несколько разделов темы. При «горизонтальной» интеграции блоки всей темы изучаются одновременно, с различной степенью взаимосвязи [26].

Как показывает анализ литературы, можно выделить следующие признаки интегрированного урока:

1. специально организованный урок;
2. цель объединенная;
3. осуществление межпредметных связей [19].

Для интеграции образования характерны следующие функции:

1. Образовательная;
2. Методологическая;
3. Воспитательная:
4. Развивающая.

Образовательная функция включает в себя формирование у школьников общей системы знаний об окружающем мире, законах, научных понятиях. Самостоятельность и активность школьников предполагает знакомство с методологией научного поиска, познания. За формирование мировоззрения отвечает воспитательная функция. Развивающая функция обеспечивает развитие мышления, пространственное воображение, сознательность усвоения знаний. Она позволяет выделить главное в учебном материале, выявить в нем внутренние и внешние связи. Методологическая функция направлена на обеспечение целостного единства при изучении многообразия окружающего мира [4; 10].

Выделяют критерии эффективности проведения интегрированных уроков: у обучающихся активизируется познавательная творческая деятельность, которая достигается посредством проблемного обучения; происходит развитие способности принимать самостоятельные решения и формирование современного представления об окружающем мире; формируются творческие способности [34].

Использование технологии интегрированного обучения происходит редко и только при определенных условия. Главным условием выбора данной технологии является повторение материала в различных предметных областях. Изучение межпредметных понятий, законов позволяет продемонстрировать разнообразие применения изучаемых фактов.

Самым распространенным проявлением интегрированного урока является взаимодействие двух учителей. При этом выделяют разную степень их включенности в процесс обучения. Оба учителя могут находиться в равном положении; один из них является главным на уроке, другой ему помогает [8].

Главная цель интегрированного обучения заключается в том, чтобы у школьников развивалось мышление.

Разработка интегрированного урока начинается с выбора темы. Тема выбирается таким образом, чтобы у обучающихся развивалось оригинальное мышление (поиск нестандартного способа решения поставленных задач).

Объем информации на интегрированных уроках содержит достаточно большое количество информации, что позволяет развивать у школьников оперативную и долговременную память. Благодаря использование общих методов решения задач в разных областях у обучающихся улучшается организованность памяти, критичность мышления [12].

Академик Б.М. Кедров определил некоторые тенденции, которые свойственны современному интегрированному обучению. Замкнутость предметов заменятся их взаимодействием, сепаратизм переход к глобализации. Существуют 5 типов интеграционных процессов: редукционизм, генерализирующая интеграция, комплементарная интеграция, структурная интеграция, методологическая интеграция. Под редукционизмом понимают сведение неизвестного к известному [41].

Разновидностью интегрированного урока является бинарный урок. Проводится на этапе изучения материала, что помогает индивидуализировать деятельность обучающихся и развить творческое мышление. Целью данного урока является создание условий для применения знаний на практике. Отличительной особенностью является внутрипредметная интеграция, использование знаний одной предметной области в другой. Основой бинарного урока принято считать организацию познавательной и практической деятельности учеников [19].

Интегрированные уроки могут быть представлены различными формами проведения. Например, урок-лекция, урок-семинар, урок-игра и другие. При разработке таких уроков учителю требуется проявить свои творческие и организаторские способности.

Чаще всего, интегрированные уроки проводят на уроках общеметодологической направленности или на уроках рефлексии. На уроке «открытия» нового знания могут применяться материалы из других предметных областей. Лучше всего себя зарекомендовали интегрированные уроки таких предметов, как математика-физика, физика-информатика, математика-информатика, русский язык-литература, искусство-музыка [10].

Интегрированные уроки возможно также применять и в обучении, где используется модульная технология. Под модулем необходимо понимать некую законченную самостоятельную единицу знаний, направленных на определенную цель, на структурно-методическое руководство освоения этого модуля и контроль за его изучением. Модульное обучение позволяет раскрыть внутрипредметные и межпредметные связи между учебными предметами [5].

1.3. Модель интегрированного образовательного модуля в системе математической подготовки

Метод моделирования и использование его в учебном процессе рассматривался многими учёными (С.П. Баранов, К.Д. Ушинский, В.П. Беспалько, А.Н. Леонтьев, Ю.О. Овакимян и др.). Моделирование тесно связано с выводом о сходстве объектов на основе определенных свойств объектов. Благодаря этому, данный метод направлен на исследование не самого объекта, а его аналога, а точнее модели. [9].

В толковом словаре Д.Н. Ушакова понятие «модель» трактуется как некий образец, макет объекта или явления [36]. А.Н.Дахин рассматривает образовательную модель как логическую последовательную модель определенных элементов, которые включают в себя цели образования, содержание образования, педагогические технологии, учебные планы и программы [6].

К созданию модели образовательного процесса применяется ряд требований. Основными из них являются: полнота, адекватность создаваемой модели, модель должна быть в достаточной мере абстрактной и ориентироваться на возможность её создания, соответствие модели изучаемому образовательному процессу[28]. Адекватность модели позволят отразить полноту, точность и пути достижения поставленных целей. Не смотря на абстрактность полученная модель не должна способствовать появлению сомнений в практической значимости её создания. На основе данных требований будет строится наша модель интегрированного образовательного модуля.

В структурно-содержательную модель образовательного модуля включены следующие взаимосвязанные компоненты: мотивационно-целевой, теоретико-методологический, содержательный, процессуально-технологический, рефлексивно-коррекционный [33]. Описанная выше модель представлена на рисунке 2.

Рисунок 2. Модель образовательного модуля

Мотивационно-целевой компонент является главным в построении содержательной части модели. Данный компонент включает в себя разработку системы целей, поставленных задач обучения в соответствии с ФГОС СОО.

Теретико-методологический компонент представляет собой совокупность научных подходов (задачного, личностно-ориентированного, системного, деятельностного, метапредметного), а также принципов проектирования процесса обучения в системе математической подготовки старшеклассников. Рассмотрим некоторые методологические подходы подробнее.

Метапредметный подход изучали и развивали А.В. Хуторской, Н.В. Громыко и Ю.В. Громыко. Рассматриваемый подход получил свое распространение после введения ФГОС. Метапредметность позволяет выявить, развить, реализовать способности обучающихся, помочь школьникам в установлении взаимосвязей между объектами и субъектами окружающего мира. Для данного похода характерным является путь достижения целей — через деятельность. Обучающийся имеет возможность применить полученные в процессе обучения знания для решения трудностей и проблем в различных сферах своей жизни [30].

Личностно-ориентированный подход представляет собой подход, при котором образовательный процесс направлен на создание условий для выявления и развития личностных качеств всех субъектов обучения. При данном подходе происходит процесс оказания помощи в осознании школьником себя как личности, становление личностно-значимых и принятых обществом ценностей и ориентиров, способов самоопределения, самореализации [23].

Содержательный компонент позволяет выявить содержание интегрированного образовательного модуля по математике на старшей ступени обучения. Данный компонент является связующим звеном между поставленными целями и результатами освоения обучающимися программы модуля. На организацию обучения с помощью образовательного модуля возлагается выполнение процессуально-технологического компонента модели. Для данного компонента характерным является использование активных форм, методов, средств обучения, которые способствуют улучшению качества обучения.

Последний компонент нашей модели — рефлексивно-коррекционный. Он представляет собой совокупность форм и средств образовательной рефлексии обучающихся (рефлексия деятельности, эмоционального состояния), а также необходимые методические составляющие [33].

Основой нашей модели является модульное обучение. В. Гольдшмидт и М. Гольдшмидт под понятием «модуль» понимают некую единицу процесса обучения, которая направлена на достижение поставленных целей обучения. Другие исследователи рассматривают модуль как объем информации, который необходим для получения результата своей деятельности.

Понятия «модуль» имеет следующую характеристику. Главной чертой является его направленность к дидактическим целям. Модуль состоит из интегрированных конкретных типов обучения.

Каждый модуль содержит :

2. учебно-методическое руководство;
3. базу информации по контролю и самоконтролю знаний.
4. направленность на самостоятельное обучение обучающимися;
5. условия для обучения и саморазвития при индивидуальных особенностях работы с учебным материалом и его степенью усвоения [5].

Модульное обучение является педагогической технологией, при которой школьники обучаются по программе, составленной из различных модулей. Учебный модуль состоит из дидактических целей, методического руководства, системы контроля. Целью использования модульного обучения является организация благоприятных условий для развития личности ребёнка, посредством приспособления модели образовательного модуля к индивидуальным возможностям обучающегося. Освоение модуля достигается путём поэтапного изучения.

Применение данной технологии позволит учителю сделать вывод об уровне усвоения знаний обучающихся на начальном и конечном этапе изучения модуля, выявить трудности, которые могут возникнуть у детей, и провести их корректировку [14].

Преимуществами использования модульной технологии являются:

- процесс обучения направлен на практическую деятельность школьников;
- короткие сроки обучения;
- возможность использования индивидуальной формы обучения;
- возможность применять рейтинговую систему оценивания результатов обучающихся.

Возможные недостатки при обучении:

1. большие затраты по времени при разрабатывании учебных программ;
2. сложность при организации обучения [14].

Модуль состоит из различных составных частей, которые называются микромодули или подмодули. Микромодули являются самостоятельными единицами, выделение их происходит по принципу создания модели модуля в целом. Они создаются на короткий промежуток времени: несколько часов учебного времени. Для оценивания составляются задания самостоятельных, контрольных работ, способы и критерии оценивания.

Павлова В.А. советует выполнять некоторые действия по созданию модуля:

1. название модуля;
2. составление дидактических целей каждого подмодуля;
3. разработка программы модуля;
4. наполнение модуля учебным содержание [5; 25].

Различают несколько видов модулей: установочные, информационные, операционные. Установочные включают в себя новые теоретические сведения по теме урока. Информационные модули носят характер преподнесения материала из стандартных источников. Практическую часть модульной системы составляют операционные модули, которые основываются на применении практических задач и некоторых способов контроля знаний [5].

Актуализацию знаний при модульном обучении обучающиеся проводят самостоятельно или под руководством учителя. Задания при этом распределяются от лёгкого к сложному. Задания содержат цель выполнения и рекомендации учителя по их достижению. Объяснение нового материала происходит посредством лекций, заданий для наблюдений, презентаций. Оно может быть как разноуровневым, так и адаптированным для всех категорий учащихся [3; 14].

Глава 2. Методическое обеспечение образовательного модуля «Геометрические приложения комплексных чисел»

2.1. Принципы отбора содержания модуля

Понятие «принцип» рассматривается как основное, исходное положение какой-либо теории. Нами будут рассматриваться дидактические принципы — принципы, которые отражают исходные положения содержания, используемых организационных форм и методов обучения в образовательном процессе [36].

Проблемой выделения дидактических принципов занимались многие исследователи (В.В. Краевский, И.Я. Лернер, В.С. Леднев и др.). Выделим группу общедидактичеких принципов, на основе которых составляются все программы учебных предметов.

Основными общедидактическими принципами являются:

1. принцип доступности;
2. принцип систематичности и последовательности;
3. принцип связи обучения с жизнью;
4. принцип научности;
5. принцип целенаправленности;
6. принцип наглядности;
7. принцип прочности.

Рассмотрим отдельно каждый из принципов.

Принцип доступности отражает соответствие обучения возрастным и индивидуальным особенностям обучающихся и к их уже имеющимся знаниям. Трудность изучаемого материала должна отражать интересы, жизненный опыт школьников. Обучение идёт от простого к сложному, от изученного к неизученному.

Принцип систематичности и последовательности предполагает особый порядок процесса обучения по программе модуля в точном хронологическом порядке. Необходимо строго составлять планирование, которое состоит из разделов, шагов. Важным пунктом является составление структурно-логических схем. Происходит процесс овладения обучающимися знаниями и умениями последовательно, с одновременным применением изученного на практике.

Принцип связи с жизнью или принцип связи теории с практикой рассматривает вопрос о том, каким образом возможно применить полученные знания в жизни. Процесс обучения следует выстраивать таким образом, чтобы в нём присутствовали уроки, которые имели бы практическую направленность.

Принцип научности отражает содержание обучения на основе его соответствия достоверным фактам, актуальным научным данным. На современном этапе развития общества учителю необходимо придерживаться того перечня учебников, который рекомендован Министерством просвещения Российской Федерации.

Принцип целенаправленности находит своё отражение в постановке целей обучения. Поставленные цели каждого раздела модуля, урока должны быть направлены на всестороннее развитие личности обучающегося. При выборе форм, средств, методов обучения следует делать акцент на возможность их применения при достижении поставленных целей.

Принцип наглядности подразумевает применение различных средств обучения, которые будут способствовать лучшему усвоению обучающимися материала. Средства обучения должны задействовать различные органы чувств. Примененные виды наглядности должны быть качественно подготовлены и хорошо сочетаться друг с другом. В конце демонстрации материала учителю следует делать вывод о том, какое значение имеет данная демонстрация.

Принцип прочности основан на необходимости закрепления содержания модуля в сознании обучающихся. Для этого используется многократное систематическое повторение полученных раннее знаний, применяются возможные средства контроля. Особенное внимание уделяется индивидуальному подходу к каждому обучающемуся [29].

П.Юцявичене выделяет специфичные для модульного обучения принципы, которые мы будем использовать при отборе отбора содержания нашего интегрированного модуля. К ним следует отнести следующие принципы:

1. принцип модульности;
2. принцип гибкости;
3. принцип паритетности;
4. принцип метода деятельности;
5. принцип разносторонности методического консультирования;
6. принцип динамичности [40].

Принцип модульности. Применение модульного обучения предполагает конструирование учебного материала таким образом, чтобы он в виде модуля способствовал достижению поставленных обучающимся целям. Разделы модуля должны являться законченным блоком, для которого поставлены комплексные предметные, метапредметные и личностные цели.

Принцип гибкости. Под принципом гибкости понимается обеспечение разного рода возможностей приспособления содержания модуля и путей его усвоения к индивидуальным потребностям обучающихся.

Принцип паритетности. Создаются условия для совместного взаимодействия учителя и обучающихся. Роли личности обучающегося на уроке придается большое значение. У обучающихся существует возможность самостоятельного изучения материала, учитель является консультантом, направляющим.

Принцип метода деятельности. Принцип основывается на проблемном методе обучения, что способствует развитию у обучающихся гибкого развития мышления. Достигается усвоение внутрипредметных и межпредметных связей в обучении.

Принцип разносторонности методического консультирования. Предполагается, что используемые методы и пути усвоения материала уроков могут быть выбраны обучающимися самостоятельно, либо делается упор на жизненный опыт старшеклассников, что позволит им выбрать специфичный путь усвоения материала.

Принцип динамичности. Данный принцип способствует быстрому изменению содержанию разделов модуля с учётом современных требования развития общества. В модуле возможно изменения содержания каждого раздела, т.е. существует возможность уменьшить или дополнить материалы, темы уроков, расширить практическую направленность. На основе разработанного модуля можно создать новый модуль, который найдет своё отражение, например, в стереометрии.

Таким образом, как показывает анализ литературы [30; 32], а также опыт автора при проектировании данного интегрированного модуля по мнению автора необходимо выделить следующие принципы отбора содержания разрабатываемого модуля.

Принцип диалогичности. Является связующим звеном между учителем и обучающимися. учащимися и учителем. Посредством диалога у обучающихся складывается единый образ картины мира, расширяется мировоззрение. Школьники учатся применению своего накопленного опыта, создают свой взгляд на происходящие в жизни явления.

Принцип проблемности. Принцип предполагает, что обучающиеся самостоятельно или под руководством учителя ищут решение проблемной ситуации, которая возникла при выполнении задания. За создание учебной проблемы на уроке отвечает учитель. Он ставит такую проблему, для которой возможно найти несколько путей решения.

Принцип дополнительности. Обучающимся предоставляется возможность изучить те сведения и факты из математики, которые не изучаются на обычных уроках. Данный принцип помогает школьникам увидеть другие способы решения задач, многие из которых являются наиболее удобными и более рациональными. При применении учителем принципа старшеклассники ещё больше расширяют своё мировоззрение.

Принцип дифференциации. Для каждого старшеклассника найдутся задания, которые будут соответствовать его уровню знаний. Школьникам предлагается разноуровневые и разнотипные задания. Особенно важен принцип при разработке самостоятельных, итоговых работ и других видов контроля.

Ниже представлена программа, методические разработки и апробация разработанного интегрированного модуля «Геометрические приложения комплексных чисел» для обучающихся 11-го класса, отбор содержания на которых основываются на вышеперечисленных принципах.

2.2. Программа модуля

Для разработки программы проведём анализ трёх наиболее популярных учебников по математике для 11 классов [20; 21; 22].

1. «Алгебра и начала математического анализа. Базовый и профильный уровни, 11 класс», авторы: Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В.

Учебник рассчитан для изучения в классах двух уровней: базового и профильного. Тема «Комплексные числа» представлена для школьников, которые обучаются на профильном уровне.

Знакомство с комплексными числами происходит в последней главе данного учебника. Для этого вводится понятие множества комплексных чисел и его свойства. Рассматриваются такие определения, как: комплексное число, действительная и мнимая части числа, алгебраическая форма комплексного числа. Далее происходит переход к арифметическим операциям: вводятся определения и даются примеры, поясняющие их использование. Также в отдельном параграфе изучаются сопряженные комплексные числа.

Для формирования умения изображать комплексное число на плоскости авторы выделили отдельный параграф: геометрическая интерпретация комплексного числа. В данном параграфе рассматриваются понятие модуль комплексного числа и две геометрические интерпретации комплексного числа. Предложенные примеры проиллюстрированы, содержат подробное решение.

Рассмотрение тригонометрической формы комплексного числа авторы начинают с определения главного аргумента комплексного числа и его изображения. Далее представлено само определение тригонометрической формы комплексного числа.

Произведение и деление комплексных чисел предлагается производить, используя тригонометрическую форму. Данное предложение сформулировано в виде теоремы, имеется ее доказательство.

Формулу Муавра школьникам предложено изучить в виде теоремы, которая подробно доказывается ниже. Приведены примеры решения простейших заданий.

Умение находить корни степени n из комплексного числа формируется в ходе изучения пункта параграфа, который называется «корни из комплексных чисел и их свойства».

В отдельный параграф выделена информация по корням многочленов и показательной форме комплексного числа. Здесь представлена основная теорема алгебры, формула Эйлера, определение показательной формы комплексного числа z.

Имеются исторические сведения об открытии комплексного числа.

2. «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Углубленный уровень, 11 класс», авторы: Муравин Г.К., Муравина О.В.

Теме комплексные числа посвящена седьмая глава учебника. Изучение комплексных чисел начинается с формулы корней кубического уравнения, которая носит название формула Кардано. Вывод формулы осуществлен на основе исторических сведений и продемонстрирован на примере.

Далее представлены следующие определения: мнимая единица, комплексное число, сопряженные комплексные числа. А также сформулирована основная теорема алгебры, на примере даны понятия действительной и мнимой части. Представлены примеры применения полученных сведений.

Авторы учебника представили геометрическую интерпретацию комплексного числа в виде вектора, а также интерпретировали сумму и разность двух комплексных чисел.

Модуль комплексного числа рассматривается в виде отдельного определения. К определению предложены различные примеры его использования.

Завершает главу параграф, в котором содержится информация о тригонометрической форме комплексного числа. Школьникам предложены определения тригонометрической формы комплексного числа, умножение и деление двух комплексных чисел, показательной формы записи комплексного числа. А также рассматриваются: формула Эйлера, формула Муавра, формула извлечение корня.

3. «Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень, 11 класс», авторы: Мерзляк А.Г., Номировский Д.А. ,Полонский В.Б., Якир М.С.

Изучение комплексных чисел начинается с введения множества комплексных чисел и его свойств, определения комплексных чисел. Авторы учебника используют алгебраическую форму записи комплексного числа для того, чтобы определить арифметические операции (сложение, умножение, вычитание и умножение на действительное число). Понятие модуль комплексного числа предложено в виде определения и проиллюстрировано рисунком.

Для лучшего понимания последующих тем, рассматриваются понятия комплексная плоскость и комплексная координата, аргумент комплексного числа z. Тригонометрическая форма записи комплексного числа представлена в виде объяснения с использованием рисунков, далее предложено определение.

В отдельный параграф вынесено умножение и деление комплексных чисел, которые записаны с использованием тригонометрической формы. А также выводится формула Муавра.

Для формирования умения находить корни квадратных уравнений, которые не имеют решения на множестве действительных чисел, вводится основная теорема алгебры. В конце главы представлены краткие сведения по данной теме. Каждый параграф содержит примеры использования изученных фактов.

На основе имеющихся сведений о содержания темы «Комплексные числа» в различных учебниках была составлена программа интегрированного модуля.

Интегрированный модуль «»Геометрические приложения комплексных чисел» состоит из 3 разделов: «Основные геометрические понятия», «Многоугольники», «Движение плоскости». Каждый раздел включает в себя внутрипредметную взаимосвязь алгебры с геометрией. Данный модуль рассчитан на 25 часов. Рекомендуется использовать модуль в качестве факультативного курса в 10 либо 11 классе.

1. «Основные геометрические понятия на языке комплексных чисел».

Цели:

1. *предметные:* формирование умения определять понятия «точка», «вектор на плоскости», «прямая», «окружность» и её элементов на языке комплексных чисел; формирование умения составлять уравнение окружности, умения находить элементы окружности;
2. *метапредметные:* создание условий для формирования умения анализировать, обобщать информацию; умения полно и точно выражать свои мысли в письменной и устной форме; развития навыков самостоятельного поиска;
3. *личностные:* создание условий для развития логического и пространственного мышления; для воспитания уважительного отношения к учителю и сверстникам в процессе совместной деятельности.

2. «Многоугольники».

Цели:

1. *предметные:* формирование умения определять понятия «многоугольник» «треугольник», «параллелограмм»; умения формулировать формулы площади треугольника и четырехугольника;
2. *метапредметные:* создание условий для формирования умения выбирать способы решения задач в зависимости от условий; развития таких качеств как контроль и корректировка своей деятельности;
3. *личностные:* создание условия для формирования навыков индивидуальной и групповой деятельности; развития логического и пространственного мышления.

3. «Движение плоскости».

Цели:

1. *предметные:* формирование умения определять понятия «преобразование плоскости», «движение плоскости»; умения классифицировать движения плоскости;

2. *метапредметные:* создание условий для формирования математической грамотности; умения анализировать, обобщать информацию; умения выбирать способы решения задач в зависимости от условий;

3. *личностные:* создание условий для воспитания у обучающихся уважительного отношения к учителю и сверстникам в процессе совместной деятельности; развития логического и пространственного мышления.

В таблице 1 представлено тематическое планирование модуля.

Таблица 1

Тематическое планирование интегрированного модуля «Геометрические приложения комплексных чисел»

№	Тема	Количество часов
1	Основные геометрические понятия на языке комплексных чисел	
1.1	Точка, вектор на плоскости	1
1.2	Прямая. Взаимное расположение трёх точек на прямой	2
1.3	Окружность и её свойства	1
1.4	Уравнение прямой и окружности	3
1.5	Тригонометрические функции	2
1.6	Контрольная работа	1
2	Многоугольники	
2.1	Определение многоугольника с точки зрения комплексной плоскости	1
2.2	Понятие треугольника с точки зрения комплексной плоскости	3
2.3	Понятие параллелограмм с точки зрения комплексной плоскости	3
2.4	Площадь многоугольника	2

2.5	Контрольная работа	1
3	Движения плоскости с точки зрения комплексной плоскости	
3.1	Движение плоскости	1
3.2	Классификация движения плоскости	2
3.3	Осевая и центральная симметрия	1
3.4	Контрольная работа	1
	Итого	25

2.3. Методические рекомендации

2.3.1. Урок 1. «Точка. Вектор на плоскости»

Технологическая карта урока «Точка. Вектор на плоскости»

<table>
<tr><td colspan="2">Тема урока</td><td colspan="2">Точка. Вектор на плоскости</td></tr>
<tr><td colspan="2">Тип урока</td><td colspan="2">«открытие» нового знания</td></tr>
<tr><td colspan="2">Цель урока</td><td colspan="2">Предметные: формирование умения определять понятия «точка», «плоскость», «вектор» и его свойства, «векторное пространство», «коллинеарный вектор» на языке комплексных чисел.

Личностные: создание условий для формирования умения анализировать, обобщать информацию; умения полно и точно выражать свои мысли в письменной и устной форме; развития навыков самостоятельного поиска;

Метапредметные: создание условий для формирования умения анализировать, обобщать информацию; умения полно и точно выражать свои мысли в письменной и устной форме; развития навыков самостоятельного поиска.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Планируемый результат</td><td colspan="2">Предметные УУД: знать определение понятия «точка», «плоскость», «вектор» и его свойства, «векторное пространство», «коллинеарный вектор» на языке комплексных чисел.
Личностные УУД: сформировать и развить математическое воображение.
Познавательные УУД: уметь выбирать эффективные способы решения задачи в зависимости от данных условий.
Регулятивные УУД: уметь контролировать и оценивать результаты своей деятельности.
Коммуникативные УУД: проявлять уважительное отношение друг к другу в процессе совместной парной деятельности.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Основное содержание урока</td><td colspan="2">Точка, плоскость, вектор</td></tr>
<tr><td colspan="2">Методы обучения</td><td colspan="2">Проблемный метод</td></tr>
<tr><td colspan="2">Средства обучения</td><td colspan="2">Презентация, доска</td></tr>
<tr><td colspan="4">Организация пространства урока</td></tr>
<tr><td colspan="2">Межпредметные связи</td><td>Формы работы:</td><td>Ресурсы:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Алгебра и геометрия (планиметрия)</td><td>фронтальная, индивидуальная</td><td>Ларин С. В. и др. Комплексные числа в математическом классе</td></tr>
</table>

Мотивация к деятельности		
Цель – настроить на учебную деятельность, включить обучающихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне	Проблемная ситуация: проблемные вопросы	
Учебно-познавательная деятельность		
Цель: формирование умения определять понятия «точка», «плоскость», «вектор» и его свойства, «векторное пространство», «коллинеарный вектор» на языке комплексных чисел.	Последовательность изучения: от легкого к сложному	
Контроль и оценка результатов деятельности		
Формы контроля	Контрольные задания:	Оценка результатов деятельности
Самостоятельная работа	КЗ1	Взаимооценка

План урока:

1	Мотивация к учебной деятельности	1 мин
2	Актуализация знаний	5 мин.
3	Постановка проблемы	2 мин.
4	Поиск проекта выхода из затруднения	3 мин.
5	Реализация проекта	9 мин.
6	Обобщение затруднений во внешней речи	5 мин.
7	Самостоятельная работа с проверкой по эталону	8 мин.
8	Включение в систему знаний	10 мин.
9	Рефлексия	2 мин.

Ход урока

Содержание этапа	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Средства обучения	Формы контроля, Способы	Формируемые УУД

				оценки	
Этап 1. Мотивация к учебной деятельности *Цель этапа: организация положительного отношения обучающихся к учебной деятельности*					
	Здравствуйте, ребята! Садитесь. Посмотрите на доску и прочтите фразу:  Как вы понимаете данную фразу? Как можно связать данную фразу с математикой?	В любой ситуации существует несколько выходов, хотя они и не заметны. Если задача не решается, то нужно искать другое решение.	Презентация, доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные
Этап 2. Актуализация знаний *Цель этапа: выявление остаточных знаний и затруднений*					
Вектор, свойства равных векторов	1. Сформулируйте определение вектора плоскости. 2. Назовите свойства равенства векторов. 3. Скажите, какие векторы называются не коллинеарными?		доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, предметные
Этап 3. Постановка проблемы *Цель этапа: постановка темы и цели урока*					

Точка, плоскость, вектор	Что называют точкой на комплексной плоскости? Назовите определение вектора плоскости на языке комплексных чисел Можете ли вы назвать свойства равенства векторов на языке комплексных чисел? Знаете ли вы еще что-то про вектор на языке комплексных чисел? Предположите тему урока, поставьте себе цели на урок. Запишите тему урока: «Точка. Вектор на плоскости».	Комплексное число $z = a+bi$ комплексное отличное от нуля число $z = a+bi$, начало которого находится в начале координат, а конец в точке $A(a,b)$, изображающей это число Нет, нет	доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, предметные
Этап 4. Поиск проекта выхода из затруднения *Цель этапа: построение плана, поиск решения проблемы*					
Точка, плоскость, вектор	Что вам необходим сделать, чтобы узнать известные факты из планиметрии на языке комплексных чисел?	слушать учителя, хорошо выполнять задания	доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, предметные
Этап 5. Реализация проекта *Цель этапа: реализация плана проектаТочка, плоскость, вектор*					
Точка, плоскость, вектор на языке комплексн ых чисел	Какое определение у точки z и комплексной плоскости? Как мы его обозначаем?	Всякое комплексное число z назовем точкой z, а множество всех комплексных чисел С назовем плоскостью; z_1z_2 .	Презентация, доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, познавательные, предметные
	Упорядоченную пару точек (z_1, z_2) плоскости С назовем вектором плоскости. Как вы				

	вспомнили, обозначать вектор плоскости мы будем через z_1z_2 .				
	Что мы назовем началом вектора? Концом вектора?	*Точку z_1. Точку z_2.*			
	Если начало и конец вектора совпадают, то вектор называют нулевым.				
	Вектор $\overrightarrow{u_1 u_2}$ назовем равным вектору $\overrightarrow{z_1 z_2}$, если $u_2 - u_1 = z_2 - z_1$. (рис. 3)				
	Запишем свойства равенства векторов в таблицу (табл. 2). Рефлексивность: всякий вектор равен самому себе. Симметричность: если первый вектор равен второму, то второй равен первому. Транзитивность: если первый вектор равен второму, а второй — третьему, то и первый вектор равен третьему.				
	Ненулевой вектор $\overrightarrow{u_1 u_2}$ назовем коллинеарным вектору $\overrightarrow{z_1 z_2}$ и будем это обозначать: $\overrightarrow{u_1 u_2} \parallel \overrightarrow{z_1 z_2}$, если существует такое действительное число k, что				

	$u_2 - u_1 = k\ (z_2 - z_1)$. При этом, если $k > 0$, то вектор $\overrightarrow{u_1 u_2}$ будем называть сонаправленным вектору $\overrightarrow{z_1 z_2}$ и записывать: $\overrightarrow{u_1 u_2} \uparrow\uparrow \overrightarrow{z_1 z_2}$, а при $k < 0$ - противоположно направленным и обозначать: $\overrightarrow{u_1 u_2} \uparrow\downarrow \overrightarrow{z_1 z_2}$.				
Этап 6. Обобщение затруднений во внешней речи *Цель этапа: первичное усвоение и закрепление во внешней речи*					
Точка, плоскость, вектор на языке комплексных чисел	1. Перечислите свойства равенства векторов на языке комплексных чисел. 2. Назовите, какой вектор мы называем равным другому вектору; коллинеарным на языке комплексных чисел.		Презентация, доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, познавательные, предметные
Этап 7. Самостоятельная работа с проверкой по эталону *Цель этапа: формирование умений по применению новых знаний*					
Точка, плоскость, вектор на языке комплексных чисел	Допишите свойства операций: 5. Коммутативность сложения: $\vec{u}_1 + \vec{u}_2 = \ldots$ 6. Свойство нулевого вектора:	*Ответы: 1.* $\vec{u}_2 + \vec{u}_1$; *2.* $\vec{u}_1$; *3.* $\vec{u}_1 + (\vec{u}_2 + \vec{u}_3)$	Презентация, доска	индивидуальная	Личностные, коммуникативные, познавательные, предметные, регулятивные

	$\vec{u}_1+0 = \ldots$ 7. Ассоциативность сложения: $(\vec{u}_1+\vec{u}_2)+\vec{u}_3 = \ldots$				
Этап 8. Включение в систему знаний *Цель этапа: установление взаимосвязи*					
Точка, плоскость, вектор на языке комплексных чисел	Докажите теорему: если ненулевые векторы $\vec{z}_1$ и $\vec{z}_2$ не коллинеарны, то из равенства $k\,\vec{z}_1 = m\,\vec{z}_2$ следует, что $k = m = 0$.	Доказательство: предполагаем, что $k \neq 0$. Получаем, что $\vec{z}_1 = \frac{m}{n}\vec{z}_2$ . .из этого следует, что $\vec{z}_1 \parallel \vec{z}_2$. Приходим к противоречию.	доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, познавательные, предметные
Этап 9. Рефлексия *Цель этапа: соотнесение поставленных целей в начале урока с результатами*					
Точка, плоскость, вектор на языке комплексных чисел	Запишите домашнее задание: найдите в специальной литературе определение перпендикулярных векторов на языке комплексных чисел. Обучающимся предлагается выполнить рефлексию своей деятельности с помощью своей руки. Необходимо обвести свою руку на листе бумаги и поставить своё			фронтальная	Личностные, коммуникативные, познавательные, предметные, регулятивные

	мнение по работе на уроке в соответствии с условиями. Большой палец отвечает за то, что на уроке для школьников оказалось важной информацией, к чему возник большой интерес. Указательный палец — с какими трудностями, затруднениями столкнулся школьник. Средний палец — какое было настроение на уроке, менялось или нет. Безымянный палец — в какой момент и что не понравилось. Мизинец — что нужно изменить, добавить, высказывают свои предложения.				

КЗ1

Допишите свойства операций:

1. Коммутативность сложения: $\vec{u}_1+\vec{u}_2 = \ldots$
2. Свойство нулевого вектора: $\vec{u}_1+0 = \ldots$
3. Ассоциативность сложения: $(\vec{u}_1+\vec{u}_2)+\vec{u}_3 = \ldots$

Ответы: 1. $\vec{u}_2+\vec{u}_1$ ***; 2.*** $\vec{u}_1$ ***; 3.*** $\vec{u}_1+(\vec{u}_2+\vec{u}_3)$

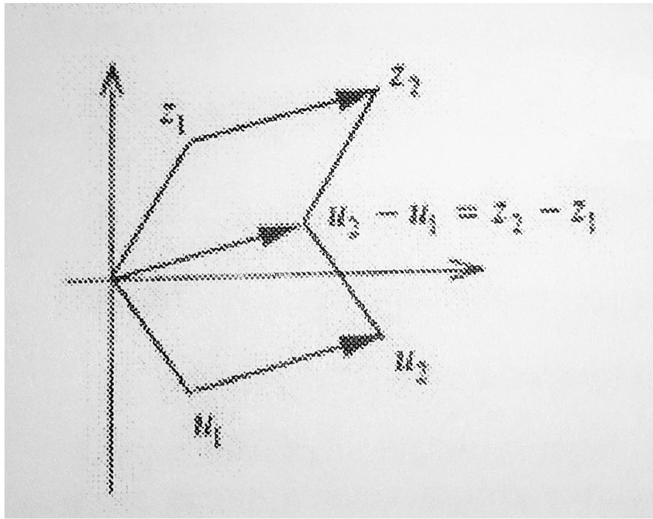

Рисунок 3. Равные вектора

Таблица 2

Свойство	Формулировка
Рефлексивность	
	Если первый вектор равен второму, то второй равен третьему.
Транзитивность	

2.3.2 Урок 2. «Понятие параллелограмма с точки зрения комплексной плоскости»

Технологическая карта урока «Понятие параллелограмма с точки зрения комплексной плоскости»

Тема урока	Понятие параллелограмм с точки зрения комплексной плоскости
Тип урока	урок общеметодологической направленности
Цель урока	**Предметные:** формирование умения определять понятие «параллелограмм» его свойства на языке комплексных чисел. **Личностные:** создание условий для воспитания уважительного отношения к учителю и сверстникам в процессе совместной деятельности. **Метапредметные:** создание условий для формирования умения анализировать, обобщать информацию; умения полно и точно выражать свои мысли в письменной и устной форме; развития навыков самостоятельного поиска
Планируемый результат	**Предметные УУД:** знать определение понятия «параллелограмм» его свойства на языке комплексных чисел. **Личностные УУД:** сформировать и развить математическое воображение. **Познавательные УУД:** уметь выбирать эффективные способы решения задачи в зависимости от данных условий. **Регулятивные УУД:** уметь контролировать и оценивать результаты своей деятельности. **Коммуникативные УУД:** проявлять уважительное отношение друг к другу в процессе совместной парной деятельности.
Основное содержание урока	Параллелограмм
Методы обучения	Проблемный метод
Средства обучения	Презентация, доска

Организация пространства урока

Межпредметные связи	Формы работы:	Ресурсы:
Алгебра и геометрия (планиметрия)	фронтальная, индивидуальная	Ларин С. В. и др. Комплексные числа в математическом классе

Мотивация к деятельности	
Цель – настроить на учебную деятельность, включить обучающихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне	Проблемная ситуация: проблемные вопросы

Учебно-познавательная деятельность		
Цель: формирование умения определять понятие «параллелограмм» его свойства на языке комплексных чисел.	Последовательность изучения: от легкого к сложному	
Контроль и оценка результатов деятельности		
Формы контроля	Контрольные задания:	Оценка результатов деятельности
Самостоятельная работа	КЗ1	Взаимооценка

План урока:

1	Мотивация к учебной деятельности	1 мин
2	Актуализация знаний	5 мин.
3	Постановка проблемы	2 мин.
4	Поиск проекта выхода из затруднения	3 мин.
5	Реализация проекта	9 мин.
6	Обобщение затруднений во внешней речи	5 мин.
7	Самостоятельная работа с проверкой по эталону	8 мин.
8	Включение в систему знаний	10 мин.
9	Рефлексия	2 мин.

Ход урока

Содержание этапа	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Средства обучения	Формы контроля, Способы оценки	Формируемые УУД
Этап 1. Мотивация к учебной деятельности *Цель этапа: организация положительного отношения обучающихся к учебной деятельности*					
	Здравствуйте, ребята! Разгадайте кроссворд (рис.4, рис.5). Ссылка: http://puzzlecup.com/?guess=CE06F13159F56713		Презентация, доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные

	По горизонтали: четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны По вертикали (слева направо): 1. Окружность, проходящая через все вершины многоугольника. 2. Трапеция, у которой боковые стороны равны 3. Отрезок, соединяющий противоположные вершины четырехугольника. 4. Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны. 5. Параллелограмм, у которого все стороны равны. 6. Отрезок четырехугольника. 7. Параллелограмм, у которого все углы прямые.	Параллелограмм описанная равнобедренная диагональ медиана ромб сторона прямоугольник			
Этап 2. Актуализация знаний *Цель этапа: выявление остаточных знаний и затруднений*					
Параллело грамм	Сформулируйте определение параллелограмма на языке комплексных чисел Назовите признак параллелограмма на языке комплексных чисел. Докажите первый признак параллелограмма.		доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, предметные

Этап 3. Постановка проблемы *Цель этапа: постановка темы и цели урока*					
Параллело грамм	Поставьте цель урока, предположите тему урока. Запишите тему урока: «Понятие параллелограмма с точки зрения комплексной плоскости»		доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, предметные
Этап 4. Поиск проекта выхода из затруднения *Цель этапа: построение плана, поиск решения проблемы*					
Параллело грамм	Решите задачу. Докажите, что в любом четырехугольнике сумма квадратов длин диагоналей равна удвоенной сумме квадратов длин отрезков, соединяющих середины противоположных сторон. Какие понятия встречаются в условии задачи?	четырехугольник, квадрат, диагональ, отрезок	доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, предметные
Этап 5. Реализация проекта *Цель этапа: реализация плана проекта*					
Параллело грамм	Какое решение будет у данной задачи без использования комплексных чисел? (Один обучающийся решает у доски, другие контролируют его).	1 способ. (рис.9) Пусть AC и BD — диагонали параллелограмма $ABCD$. По теореме косинусов из треугольников ABD и ACD находим, что $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos \angle BAD$, $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cos$	доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, познавательные, предметные

		$\angle ADC = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD$ $\cos(180^\circ - \angle BAD) = AD^2 + CD^2 +$ $2AD \cdot CD \cos \angle BAD$. Следовательно, $BD^2 + AC^2 = 2 \, . \, AB^2 + 2 \, . \, AD^2$.			
	А на языке комплексных чисел вы можете данную задачу решите?	Для начала необходимо ввести переменные, которые обозначают вершины четырехугольника: *a, b, c, d*. С помощью сведений из планиметрии составить равенства для нахождения середин диагоналей: $m=\frac{1}{2}(a+c),\ n=\frac{1}{2}(b+d)$. Применяется третий признак параллелограмма: четырехугольник $z_1z_2z_3z_4$ является параллелограммом тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{z_1z_2} + \overrightarrow{z_1z_4} = \overrightarrow{z_1z_3}$. В конце решения применяется формула: $\|z\|^2 = z\bar{z}$. Отдельно подсчитывается левая и правая части.			
Этап 6. Обобщение затруднений во внешней речи *Цель этапа: первичное усвоение и закрепление во внешней речи*					
Параллелограмм	Назовите этапы решения задачи. Какой способ быстрее на ваш взгляд? Возникли ли у вас трудности с пониманием решения?		доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, познавательные, предметные
Этап 7. Самостоятельная работа с проверкой по эталону *Цель этапа: формирование умений по применению новых знаний*					
Параллелограмм	**Задача.** Докажите, что в любом четырехугольнике	(решение задачи 7 этапа представлено ниже)	доска	индивидуальная	Личностные, коммуникативные,

	сумма квадратов длин сторон равна сумме квадратов длин диагоналей, сложенной с учетверенным квадратом расстояния между серединами диагоналей. Обменяйтесь с соседом по парте тетрадями. Проверьте тетрадь.				познавательные, предметные, регулятивные
Этап 8. Включение в систему знаний *Цель этапа: установление взаимосвязи*					
Параллелограмм	Работа в парах. Перед вами **задача**: докажите, что в описанном около окружности четырехугольнике середины диагоналей и центр окружности лежат на одной прямой.	(решение задачи 8 этапа представлено ниже)	доска	фронтальная	Личностные, коммуникативные, познавательные, предметные
Этап 9. Рефлексия *Цель этапа: соотнесение поставленных целей в начале урока с результатами*					
Параллелограмм	*Домашнее задание.* Решить задачу: докажите, что если диагонали вписанного в окружность четырехугольника перпендикулярны, то расстояние от центра окружности до любой стороны четырехугольника равно половине длины соответствующей противоположной стороны. Обучающимся предлагается письменно на листочках			фронтальная	Личностные, коммуникативные, познавательные, предметные, регулятивные

	ответить на следующие вопросы: 1. Чему вы научились на уроке? 2. За что вы себя бы похвалили? 3. Что вам понравилось на уроке? 4. Опишите своё эмоциональное состояние тремя словами.				

Решение задачи 7 этапа урока. *Докажите, что в любом четырехугольнике сумма квадратов длин сторон равна сумме квадратов длин диагоналей, сложенной с учетверенным квадратом расстояния между серединами диагоналей.*

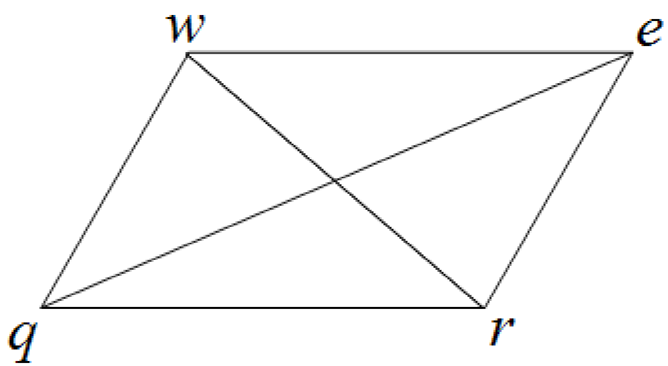

Рисунок 4. Чертёж к задаче

Для начала необходимо ввести переменные, которые обозначают вершины четырехугольника: *q, w, e, r* (рис.4). С помощью сведений из планиметрии составить равенства для нахождения середин диагоналей:

$a=\frac{1}{2}(q+e), b=\frac{1}{2}(w+r).$ Далее составляется следующее равенство: $|q-w|^2 + |w-e|^2 + |e-r|^2 + |r-q|^2 = |q-e|^2 + |w$

$-r|^2 + |a-b|$.

Применяется третий признак параллелограмма: четырехугольник $z_1z_2z_3z_4$ является параллелограммом тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{z_1z_2} + \overrightarrow{z_1z_4} = \overrightarrow{z_1z_3}$.

В конце решения применяется формула: $|z|^2 = z\bar{z}$.

Отдельно подсчитывается левая и правая части.

Решение задачи 8 этапа урока. *В описанном около окружности четырехугольнике середины диагоналей и центр окружности лежат на одной прямой.*

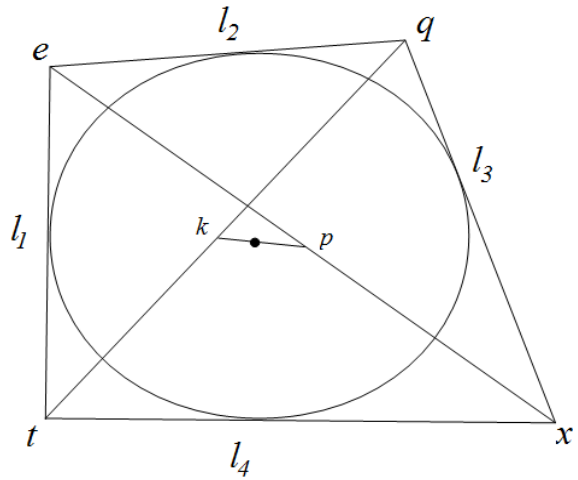

Рисунок 5. Чертёж к задаче

Пусть нам дан четырехугольник *teqx,* тогда *k* и *p* являются серединами диагоналей *tq* и *ex* соответственно (рис.5).

За начало координат возьмем центр окружности, а радиус окружности — за единицу. Получаем, что $p = \frac{1}{2}(e + x)$,

$k=\frac{1}{2}(t+q)$.

Точки единичной окружности обозначим за l_1, l_2, l_3, $l4$.

Воспользуемся формулой точки пересечения касательных, если известны точки касания: $t=\frac{2\,l_1\,l_4}{l_1+l_4}$, $e=\frac{2\,l_1\,l_2}{l_1+l_2}$, $q=\frac{2\,l_2\,l_3}{l_2+l_3}$, $x=\frac{2\,l_3\,l_4}{l_3+l_4}$. Необходимо доказать, что $\frac{p-0}{k-0}\in R$.

Произведем подсчет и убедимся, что

$\frac{p}{k}=\frac{e+x}{t+q}=K=\frac{(l_1+l_4)(l_2+l_3)}{(l_1+l_2)(l_3+l_4)}$. Так как l_1, l_2, l_3, l_4 — точки единичной окружности, то

$|l_1|=|l_2|=|l_3|=|l_4|=1$, откуда находим $\bar{l}_1=\frac{1}{l_1}$, $\bar{l}_2=\frac{1}{l_2}$, $\bar{l}_3=\frac{1}{l_3}$, $\bar{l}_4=\frac{1}{l_4}$.

Используя полученные значения получаем: $\frac{\bar{p}}{\bar{k}}=\frac{(\bar{l}_1+\bar{l}_4)(\bar{l}_2+\bar{l}_3)}{(\bar{l}_1+\bar{l}_2)(\bar{l}_3+\bar{l}_4)}=K=\frac{p}{k}$. Следовательно, точки p, O, k лежат на одной прямой.

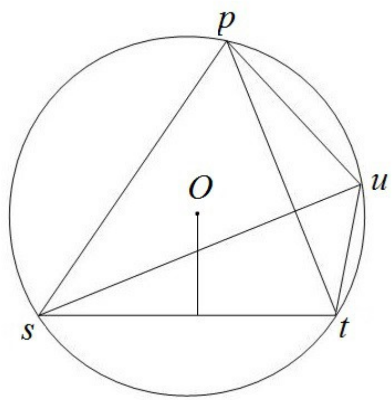

Рисунок 6. Чертёж к задаче

Решение задачи 9 этапа урока. *Докажите, что если диагонали вписанного в окружность четырехугольника перпендикулярны, то расстояние от центра окружности до любой стороны четырехугольника равно половине длины соответствующей противоположной стороны.*

Пусть дан вписанный четырехугольник *sput* (рис.6).

За начало координат возьмем центр окружности, а радиус окружности — за единицу. По условию $|s| = |p| = |u| = |t| = 1$, $\frac{t-p}{u-s} \in R$. Нужно доказать, что $\frac{|t+s|}{2} = \frac{|u-p|}{2}$, т. е. $|t + s| = |u - p|$, что эквивалентно равенству $(t+s)(\overline{t+s}) = (u-p)(\overline{u-p})$. По условию, $\frac{\bar{t}-\bar{p}}{\bar{u}-\bar{s}} = \frac{t-p}{u-s}$, $\bar{t} = \frac{1}{t}$, $\bar{u} = \frac{1}{u}$, $\bar{p} = \frac{1}{p}$, $\bar{s} = \frac{1}{s}$, откуда $\frac{t-p}{s-u} = \frac{\frac{1}{t}-\frac{1}{p}}{\frac{1}{u}-\frac{1}{s}} = \frac{(p-t)\,us}{(s-u)\,tp}$, следовательно, $us = -tp$.

Требуемое равенство принимает вид: $(t+s)\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{s}\right)=(u-p)\left(\frac{1}{u}-\frac{1}{p}\right)$, и с помощью предыдущего соотношения приводится к очевидно верному.

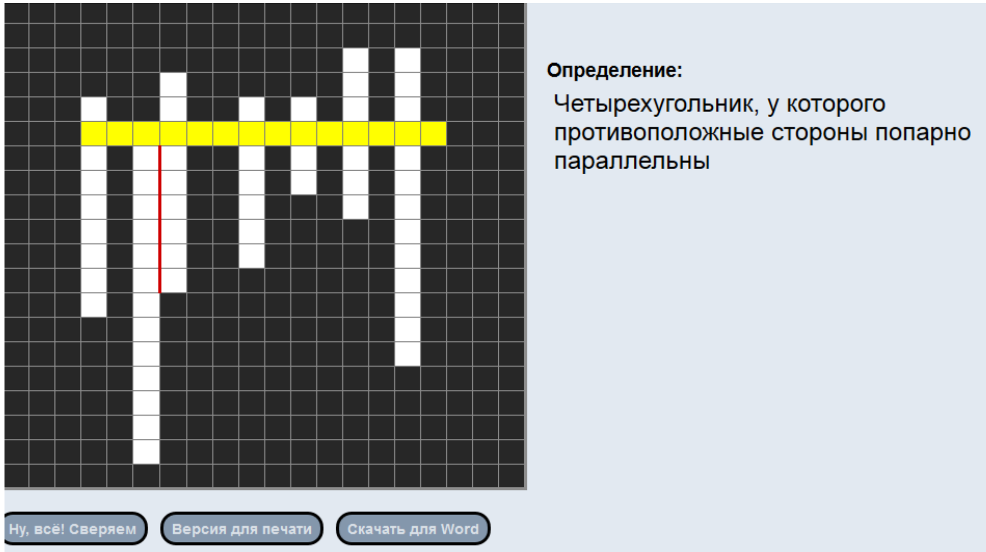

Рисунок 7. Кроссворд

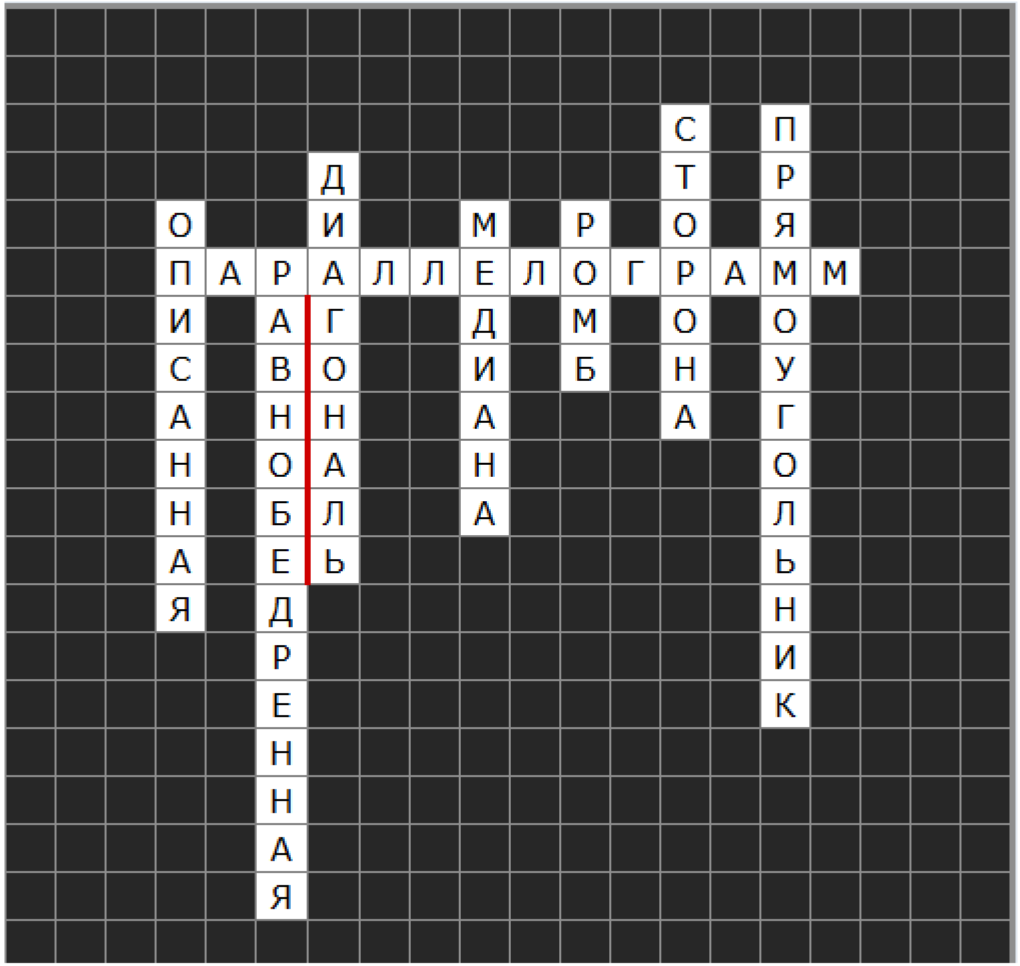

Рисунок 8. Ответы на кроссворд

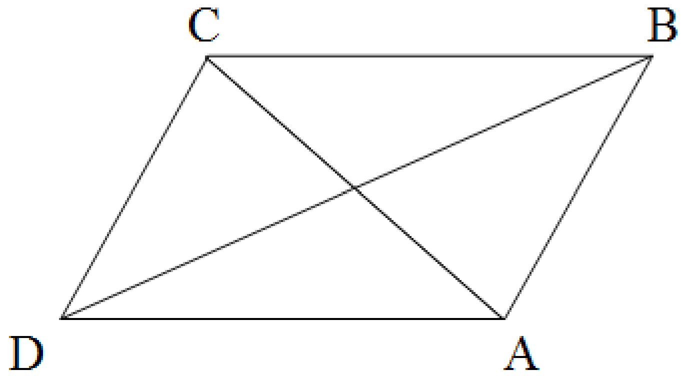

Рисунок 9. Параллелограмм ABCD

2.4. Апробация разработанных методических приемов

Некоторые уроки разработанного интегрированного модуля были реализованы в МАОУ «Лицей №6 Перспектива». В эксперименте были задействованы обучающиеся 11 инженерно-технического класса. Количество обучающихся, посещающих данные уроки, составляло 12-14 человек. Апробация проводились на дополнительных уроках, посвященных углубленному изучению математики.

В ходе эксперимента были проведены уроки по различным темам. Несколько разработок представлены в данной работе: «Точка, вектор на плоскости», «Понятие параллелограмма с точки зрения комплексной плоскости», зачёт по разделу «Многоугольники» (приложение А, приложение Б). Материалы и содержание уроков в полной мере соответствовали поставленной теме, целям изучаемых тем. Были использованы различные формы, средства и методы проведения уроков. По результатам заданий, выполненных обучающимися в течение уроков, по анализу ответов на зачёте, контрольной работе можно сделать вывод, что применение интегрированного модуля «Геометрические приложения комплексных чисел» способствует улучшению качества профильной математической подготовки старшеклассников.

На зачёте у школьников проверялся уровень знаний по разделу «Многоугольники», который включал в себя следующие темы: «Определение многоугольника с точки зрения комплексной плоскости», «Понятие треугольника с точки зрения комплексной плоскости», «Понятие параллелограмма с точки зрения комплексной плоскости», «Площадь многоугольника». Для зачёта были составлены теоретические вопросы и предложены задачи на доказательство.

Ниже представлены задания, вынесенные на зачёт (табл. 3). На первые пять вопросов необходимо было ответить устно, остальные задания — письменно.

Таблица 3

№ задания	Задания
1	Дайте определение понятия «многоугольник» на языке комплексных чисел.
2	Дайте определение понятия «треугольник» на языке комплексных чисел.
3	Дайте определение понятия «параллелограмм» на языке комплексных чисел.
4	Дайте формулировки четырех признаков параллелограмма на языке комплексных чисел.
5	Назовите формулу площади многоугольника на языке комплексных чисел.
6	Докажите один из признаков параллелограмма с использование языка комплексных чисел.
7	Сформулируйте и докажите на языке комплексных чисел признаки квадрата.
8	Найдите площадь четырехугольника $z_1z_2z_3z_4$, если $z_1 = -1$, $z_2 = -i$, $z_3 = 2$, $z_4 = 1 + i$.
9	Найдите площадь треугольника $z_1z_2z_3$, если $z_1 = -1$, $z_2 = 1$, $z_3 = i$.
10	Докажите, что если шестиугольник вписан в окружность, то точки пересечения прямых, содержащих противоположные стороны, лежат на одной прямой.

Результаты проведенного зачёта представлены на рисунке 10.

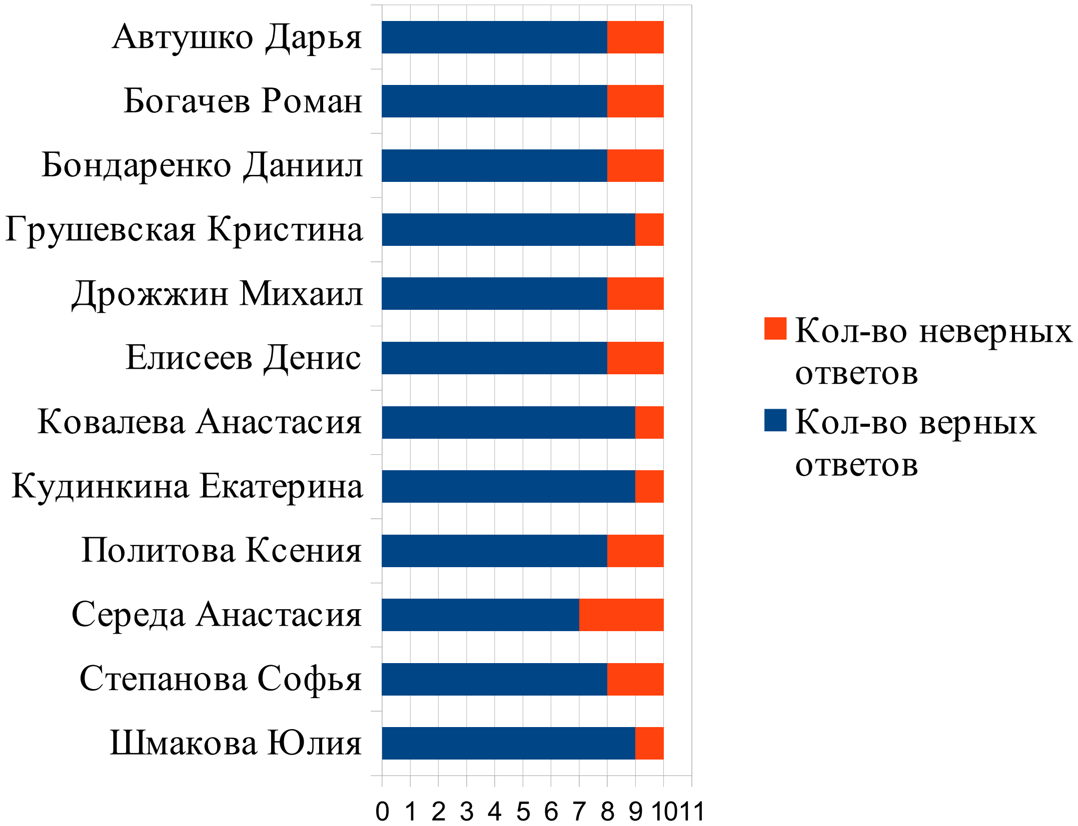

Рисунок 10. Результаты зачёта

На основе полученных результатов составлена диаграмма процентного соотношения верных и неверных ответов (рис. 11).

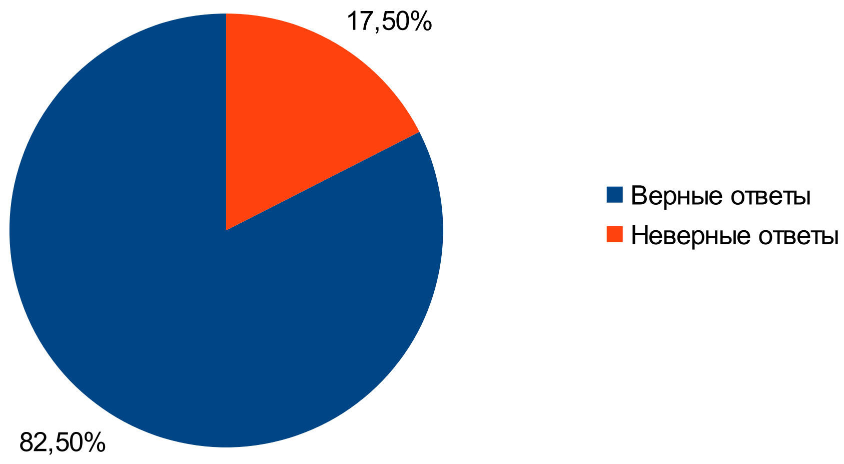

Рисунок 11. Результаты освоения раздела "Многоугольники"

По анализу результатов можно сделать вывод, что в целом школьники усвоили содержание раздела «Многоугольники» достаточно хорошо.

Заключение

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы были получены следующие результаты:

1. проанализирована психолого-педагогическая и методическая литература и выявлены основные тенденции в контексте заявленной тематики;
2. описана сущность понятия «интегрированное обучение», его функции, дана его характеристика в условиях математической подготовки;
3. разработана теоретическая модель интегрированного модуля в контексте математической подготовки обучающихся;
4. спроектирована примерная программа интегрированного модуля, которая состоит из 3 разделов, приведены методические рекомендации некоторых занятий модуля;
5. проведена частичная апробация данного модуля на базе МАОУ «Лицей №6 Перспектива» в 11 ИТ классе.

В итоге можно сделать вывод о том, что выдвинутая гипотеза была частично подтверждена, так как из-за недостатка времени не удалось провести все уроки разработанной программы модуля. Как показали результаты проведенных уроков, данный модуль будет способствовать повышению качества профильной математической подготовки старшеклассников.

Список использованных источников

1. Асмолов, А.Г. Системно-деятельностный подход к разработке стандартов нового поколения // Педагогика, 2009. №4, С.18-22.

2. Ахметова М.Н. Универсальные учебные действия в системе совершенствования и реализации творческого опыта школьников // Сибирский педагогический журнал, 2009. С.166-172.

3. Баянова Л. А. Технология модульного обучения в школе // Педагогика: традиции и инновации: материалы Междунар. науч. конф. (г. Челябинск, октябрь 2011 г.).Т. I, 2011. С. 107-109.

4. Гордина С.В. Функции интеграции среднего математического образования // Интеграция образования, 2001. №4, стр.116-121.

5. Голованова Ю. В. Модульность в образовании: методики, сущность, технологии [Электронный ресурс]. URL: https://moluch.ru/archive/59/8492 (дата обращения: 30.05.2019).

6. Дахин А.Н. Педагогическое моделирование: сущность, эффективность и неопределенность // Педагогика. 2003. No 4. С. 21–26.

7. Зайнетдинова К.М. К вопросу о возможности перехода образовательной организации на ФГОС среднего общего образования // Вестник Саратовского областного института развития образования. 2015. № 3, стр.139-146.

8. Зеленина Л.В. Интегрированное обучение как форма повышения интереса школьников к процессу обучения // Всероссийская научно-практическая конференция «Актуальные проблемы профессионального и технического образования», 2015. стр.120-122.

9. Землянская Е.Н. Моделирование как метод педагогического исследования // Преподаватель XXI, 2013. №3. С. 35-43.

10. Каллаур Н.А. Методика использования технологии интегративного обучения при изучении математики в средней школе. / Избранные вопросы современной науки. Монография. Брест, Беларусь, Центр научной мысли, Москва, 2016.

11. Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: https://base.garant.ru/70552506/ (дата обращения: 29.05.2019).

12. Коробкова М.В. Интегрированное обучение в общеобразовательной школе [Электронный ресурс]. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_21138497_76961343.pdf (дата обращения: 10.04.2019).

13. Концепция Федеральной целевой программы развития образования на 2016-2020 годы. [Электронный ресурс]. URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_180188/ (дата обращения: 29.05.2019).

14. Королева В. В. Модульное обучение как один из способов повышения качества подготовки специалиста [Электронный ресурс]. URL: https://moluch.ru/archive/83/15149/ (дата обращения: 02.06.2019).

15. Криволапова Е. В. Интегрированный урок как одна из форм нестандартного урока // Инновационные педагогические технологии: материалы II Междунар. науч. конф. Казань: Бук, 2015. С. 113-115.

16. Крысин, Л. П. Иллюстрированный толковый словарь иностранных слов / Л. П. Крысин. –М. : Эксмо, 2011. –864 с.

17. Ларин С. В., Ларина П.И., Осипов Н.Н., Безносикова М.Б. Комплексные числа в математическом классе: учебное пособие. Красноярск: КГПУ, 1996. 176 с.

18. Логинова Е.А. Обучение одаренных школьников на основе реализации интегрированного подхода // Современные проблемы науки и образования. 2008, №3.

19. Луканина М.А., Азарова А.С. Интегрированный урок как средство межпредметного взаимодействия // Приоритеты педагогики и современного образования.

20. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин.. – М.: Просвещение, 2013. – 430 с.

21. Мерзляк А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа: 11 класс: базовый уровень: учебное пособие для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский, В.Б. Полонский, М.С. Якир – М.: Вентана-Граф, 2017. - 320 с.

22. Муравин Г.К. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 11 кл.: учебник / Г.К. Муравин, О.В. Муравина. – М.: Дрофа, 2014. – 318 с.

23. Невоструева Н. Г. Личностно-ориентированный подход в воспитании. [Электронный ресурс]. URL: https://moluch.ru/archive/104/24655/ (дата обращения: 03.06.2019).

24. Нефёдова Е.Ю. Основы проведения интегрированных уроков в школе [Электронный ресурс]. URL: https://moluch.ru/conf/ped/archive/275/13705/ (дата обращения: 16.04.2019).

25. Павлова В.А. Технология модульного обучения как средство осуществления индивидуального и дифференциального подходов в обучении математике [Электронный ресурс]. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_21453529_32458474.pdf (дата обращения: 30.05.2019).

26. Педагогические технологии / В. С. Кукушин и др., под общей ред. В. С. Кукушина. Ростов на Дону, 2006. - 320 с.

27. Понарин Я.П. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах: книга для учащихся математических классов школ, учителей и студентов педагогических вузов. - М.: МЦНМО, 2004, 160 стр.

28. Сергеева В.П. Метод моделирования в образовательном процессе как условие инновационного развития. // Вестник Череповецкого государственного

университета. 2012. №2, т.2. С.191-193.

29. Сластенин В.А. и др. Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; Под ред. В.А. Сластенина. -- М.: Издательский центр "Академия", 2002. .

30. Станкевич О. В., Шевченко С. В., и др. Метапредметный подход в современном образовании в условиях реализации ФГОС [Электронный ресурс]. URL: https://moluch.ru/archive/184/47158/ (дата обращения: 03.06.2019).

31. Сухаревская, Е.Ю. Технология интегрированного урока. –Ростов н/Д., 2006.

32. Телеева Е.В, Качалова Л.П., Качалов Д.В Педагогические технологии. – Шадринск, 2003.

33. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Структурно-содержательная модель процесса обучения математике в условиях реализации системно-деятельностного подхода // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева, 2015. С.62-65.

34. Ужан О.Ю. Интегрированное обучение как следствие модернизации обучения // Профессиональное развитие в России и за рубежом. № 2, 2011, стр. 90-94.

35. Утробин, И. С. Еще раз о проблеме современных философских оснований интеграции науки и образования / И. С. Утробин // Философия образования. 2004. 1(9). С. 3–5.

36. Ушаков Дмитрий Николаевич. Толковый словарь современного русского языка. - М.: «Аделант», 2013.

37. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования [Электронный ресурс]. URL: http://www.edu.ru/db/portal/obschee/ (дата обращения: 12.04.2019).

38. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 № 273-ФЗ [Электронный ресурс]. URL: https://base.garant.ru/70291362/ (дата обращения: 12.04.2019).

39. Федорец Г.Ф. Проблема интеграции в теории и практике обучения. Л.: РГПУ, 1989.-94 с.

40. Юцявичене П.А. Теория и практика модульного обучения. М.: Сов. Педагогика. 1990. 286 с.

41. Ятайкина А.А. Об интегрированном подходе в обучении [Электронный ресурс]. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_21446864_46924722.pdf (дата обращения: 16.04.2019).

Приложения

Приложение А

Карточка 1 Дайте определение понятия «многоугольник» на языке комплексных чисел.
Карточка 2 Дайте определение понятия «треугольник» на языке комплексных чисел.
Карточка 3 Дайте определение понятия «параллелограмм» на языке комплексных чисел.
Карточка 4 Дайте формулировки четырех признаков параллелограмма на языке комплексных чисел.
Карточка 5 Назовите формулу площади многоугольника на языке комплексных чисел.
Карточка 6 Докажите один из признаков параллелограмма с использование языка комплексных чисел.
Карточка 7 Сформулируйте и докажите на языке комплексных чисел признаки квадрата.
Карточка 8 Найдите площадь четырехугольника $z_1z_2z_3z_4$, если $z_1 = -1$, $z_2 = -i$, $z_3 = 2$, $z_4 = 1 + i$.
Карточка 9 Найдите площадь треугольника $z_1z_2z_3$, если $z_1 = -1$, $z_2 = 1$, $z_3 = i$.
Карточка 10 Докажите, что если шестиугольник вписан в окружность, то точки пересечения прямых, содержащих противоположные стороны, лежат на одной прямой.

Приложение Б

Пояснение. На зачёте первые пять заданий были представлены теоретическими вопросами. Последние пять заданий — задания на доказательство с применением языка комплексных чисел. Школьники, быстро и успешно справившиеся с заданиями, помогали производить проверку ответов своих одноклассников.

Ответы обучающихся заносились в таблицу (табл. 4), представленную ниже.

Таблица 4

ФИО обучающегося	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**