МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы
Математика

Квалификация (степень) выпускника
БАКАЛАВР

Заочная форма обучения

Красноярск 2018

Рабочая программа дисциплины «Геометрия» составлена доктором педагогических наук, профессором кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания В.Р.Майером

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания

протокол № 9 от 15 мая 2015 г.

Заведующий кафедрой ___________________________ В.Р. Майер

Одобрена научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики

20 мая 2016г. Протокол №9
Председатель НМСС (Н)________________________С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2016/2017 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.
2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания
протокол № 9 от «04» мая 2016 г.

Заведующий кафедрой В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«20» мая 2016 г. Протокол № 9

Председатель С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2017/2018 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами.
2. Обновлен перечень информационных справочных систем.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания
протокол № 9 от «17» мая 2017 г.

Заведующий кафедрой В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«24» мая 2017 г. Протокол № 8

Председатель С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

3. В фонд оценочных средств внесены изменения в соответствии с приказом «Об утверждении Положения о фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации» от 28.04.2018 №297(п)

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания

протокол № 9 от 03 мая 2018 г.

Заведующий кафедрой ______________________________ В.Р. Майер

Одобрена научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева

23 мая _ 2018г. Протокол №8

Председатель НМСС (Н)__________________________С.В. Бортновский

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
КГПУ им. В.П. Астафьева
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. На титульном листе РПД и ФОС изменено название ведомственной принадлежности «Министерство науки и высшего образования РФ» на основании приказа «о внесении изменений в сведения о КГПУ им. В.П. Астафьева» от 15.07.2018 № 457 (п).

2. На титульном листе РПД и ФОС изменено название кафедры разработчика «Кафедра математики и методики обучения математике» на основании решения Ученого совета КГПУ им. В.П. Астафьева «О реорганизации структурных подразделений университета» от 01.06.2018

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 1 от « 05 » сентября 2018 г.

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«12» сентября 2018 г. Протокол № 1

Председатель С.В. Бортновский

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ * КГПУ им. В.П. Астафьева * ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2019/2020 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Обновлена карта литературного обеспечения дисциплины.

2. Обновлена карта материально-технической базы дисциплины

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 7 от « 08 » мая 2019 г.

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«16» мая 2019 г. Протокол № 8

Председатель С.В. Бортновский

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
КГПУ им. В.П. Астафьева
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1.Место дисциплины в структуре образовательной программы

Рабочая программа по дисциплине «Геометрия» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 04 декабря 2015 г. № 1426 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н.; нормативно-правовыми документами, регламентирующими образовательный процесс в КГПУ им. В.П. Астафьева по направленности (профилю) образовательной программы Математика, заочной формы обучения в институте математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева с присвоением квалификации Бакалавр. Данная дисциплина Б1.В.08 «Геометрия» включена в список обязательных дисциплин Вариативной части учебного плана по заочной форме обучения в 3, 4, 5, 6, 7 и 8 семестрах (2, 3 и 4 курсы).

1.2. Общая трудоемкость дисциплины

Общий объем времени, отводимый на изучение дисциплины – 20 зачетных единиц или 720 часов. На аудиторную работу отводится 68 контактных часа, на самостоятельную – 621 час, контроль знаний – 31 час: экзамен (5, 7 и 8 семестры), зачёт с оценкой (4 семестр).

Предусмотрено построение индивидуальных планов (виды и темы заданий, сроки представления результатов, самостоятельной работы студента в пределах трудоёмкости дисциплины).

Предполагается следующая работа студентов над освоением курса:

- освоение основных теоретических положений геометрии;
- решение задач прикладной и исследовательской направленности по геометрии
- работа с литературой и первоисточниками;
- подготовка докладов и сообщений;
- создание GSP файлов в системе динамической геометрии Живая геометрия;
- разработка компьютерного сопровождения тем курса геометрии;
- исследовательские работы (проекты) методического характера (или проекты).

1.3. Цель и задачи освоения дисциплины.

Главная **цель** освоения дисциплины – формирование у обучающихся общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций в ходе изучения важнейших теоретических положений и математического аппарата геометрии, имеющих приложения к понимаемому в широком смысле школьному курсу геометрии.

Основные задачи дисциплины:

- дать современное базовое теоретическое обоснование обязательных разделов курса геометрии, необходимых для формирования компетенций обучаемого;
- сформировать навыки активного применения теоретических знаний к практическим приложениям, в особенности, к решению задач элементарной геометрии;
- ознакомить с основными концепциями и направлениями развития геометрии с целью последующей успешной адаптации к возможным изменениям формы и содержания действующих стандартов образования.
- сформировать уровень математической культуры, достаточный для осознанной ориентации в многообразии учебной литературы по школьному курсу геометрии;
- дать теоретические положения дополнительных разделов геометрических курсов, входящих в программы классов естественнонаучного профиля, элективных математических курсов и кружков.

Достижение цели и задач изучения дисциплины обеспечивается так же решением целого ряда **вспомогательных задач**, таких как:

- установление междисциплинарных связей между информатикой, геометрией и алгеброй;
- использование современных образовательных технологий;
- формирование системы предметных знаний и умений;
- овладение методикой применения информационных технологий при обучении математике;
- активизация самостоятельной деятельности, включение в исследовательскую работу.

Дисциплина опирается на компетентности и курс математики, позволяющие студентам освоить дисциплину «Геометрия».

1.4. Основные модули дисциплины

1. Геометрия на плоскости (3 семестр).
2. Геометрия в пространстве (4 семестр).
3. Геометрические преобразования (5 и 6 семестры).
4. Проективная геометрия (7 семестр).
5. Основания геометрии (8 семестр).

1.5. Планируемые результаты обучения.

В результате изучения дисциплины «Геометрия» и решения отмеченных выше задач, обучающийся должен:

знать:

- основные теоремы и факты планиметрии и стереометрии;
- простейшие построения циркулем и линейкой;
- критерий разрешимости задач на построение циркулем и линейкой;
- методы изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании;

- аксиоматическое определение площади многоугольника, объема многогранника, включая теоремы их существования и единственности;
- основные геометрические преобразования плоскости и пространства;
- основные факты проективной планиметрии;
- аксиоматическое обоснование математических теорий;
- основные факты геометрии Лобачевского;
- возможности СДГ как эффективного средства обучения геометрии;

уметь:

- применять основные геометрические преобразования к решению задач, применять на практике методы решения задач на построение;
- строить изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании;
- решать аффинные и метрические задачи аксонометрии;
- использовать в приложениях проективные свойства фигур;
- обосновывать непротиворечивость аксиоматических теорий;
- применять системы динамической геометрии при решении задач элементарной геометрии, проведении математических экспериментов.

владеть:

- основами математики как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов,
- основными методами построения математических моделей для решения практических проблем;
- принципами экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий;
- теоретико-групповым подходом к изучению геометрии и основных геометрических инвариантов;
- методом Монжа построения изображений при параллельном проектировании.

Изучение дисциплины «Геометрия» и решение отмеченных выше задач направлено на формирование следующих ***компетенций***:

Общекультурные компетенции:

ОК-3. Способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-1. Готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности.

Профессиональные компетенции:

ПК-1. Готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов

ПК-2. Способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики.

1.6. Контроль результатов освоения дисциплины.

- текущий контроль: проводится с целью реализации обратной связи, организации самостоятельной работы и текущей проверки усвоения модуля дисциплины. Методы контроля успеваемости: выполнение практических и лабораторных работ, посещение лекций, написание рефератов. Форма контроля: подготовка проектов, составление конспектов, презентаций, программ компьютерного сопровождения тем курсов геометрии, их анализ.

- рубежный контроль: проводится между модулями с целью определения уровня освоения изученного материала через разработку и защиту проектов.

- итоговый контроль: зачёт с оценкой, зачёт и экзамен по итогам 2, 3 и 4 курсов соответственно и представление портфолио проводятся с целью оценки уровня овладения компетенциями в соответствии с ФГОС ВО.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонд оценочных средств по дисциплине».

1.7. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.

1. Современное традиционное обучение (лекционно-семинарская-зачетная система) с использованием системы динамической математики.
2. Педагогические технологии на основе гуманно-личностной ориентации педагогического процесса:

а) педагогика сотрудничества;

б) гуманно-личностная технология.

3. Педагогические технологии на основе активизации и интенсификации деятельности обучащихся (активные методы обучения):

а) проблемное обучение;

б) технология проектного обучения;

в) интерактивные технологии;

г) информационные технологии.

4. Педагогические технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса:

а) технологии уровневой дифференциации;

б) технология дифференцированного обучения;

в) технологии индивидуализации обучения;

5. Педагогические технологии на основе дидактического усовершенствования и реконструирования материала:

а) технологии модульного обучения;

б) технологии интеграции в образовании.

2. Организационно-методические документы
2.1. Технологическая карта обучения дисциплине «Геометрия» для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,
Направленность (профиль) образовательной программы Математика

по заочной форме обучения

(общая трудоемкость 20 з.е.)

Модули. Наименование разделов и тем дисципли-ны	Всего часов / з.е	Аудиторных часов				Самост. работа	Формы и методы контроля
		всего	лекций	лабор-х работ	практ. зан.		
МОДУЛЬ 1. ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКРСТИ	**116 / 3,2**	**12**	**4**		**8**	**104**	
Раздел № 1. Геометрические построения на плоскости	**37**	**3**	**1**		**2**	**34**	
1.1. Задачи на построение. Аксиомы циркуля и линейки. Элементарные задачи на построении. Основные этапы решения задач на построение.	11	1	1			10	Самостоятельная работа
1.2. Геометрические места точек. Решение задач на построение методом ГМТ.	11	1			1	10	
1.3. Алгебраический метод решения задач на построение. Золотое сечение. Построение правильных многоугольников. Задачи, неразрешимые циркулем и линейкой	15	1			1	14	Контрольная работа
Раздел №2. Метрические соотношения. Площади	**37**	**3**	**1**		**2**	**34**	
2.1. Треугольник, определение, свойства и признаки его основных элементов. Теорема синусов, двух синусов, косинусов. Теоремы Эйлера.	13	1			1	12	Контрольная работа
2.2. Четырехугольники, определение, свойства и признаки его основных элементов. Теорема Птолемея.	13	1			1	12	Контрольная работа
2.3. Площади многоугольников. Теорема Брахмагупты. Равновеликие и равносоставленные многоугольники.	11	1	1			10	
Раздел №3. Векторный и координатный методы. Линии первого и второго порядка на плоскости	**42**	**6**	**2**		**4**	**36**	
3.1. Координаты векторов и точек. Операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Скалярное произведение векторов.	14	2	1		1	12	Самостоятельная работа
3.2. Способы задания прямой. Различные уравнения прямой. Взаимное расположение прямых. Метрические задачи.	13	1			1	12	Контрольная работа
3.3. Линии второго порядка. Приведение линии второго порядка к каноническому виду.	15	3	1		2	12	Контрольная работа
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ							Коллоквиум
МОДУЛЬ 2. ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ	**64/ 1,8**	**12**	**6**		**6**	**48**	**4** (зачёт с оценкой)
Раздел № 1. Изображения фигур	**20**	**4**	**2**		**2**	**16**	
1.1. Параллельное проектиро-	5	1	1			4	

вание. Свойства параллельного проектирования. Изображение плоских фигур в пространстве							
1.2. Изображение пространственных фигур. Изображение сферы.	5	1			1	4	Самостоятельная работа
Раздел №2. Правильные многогранники. Тела вращения.	**20**	**4**	**2**		**2**	**16**	
2.1. Правильный тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.	7	1	1			6	Индивидуальная домашняя работа Контрольная работа
2.2. Эйлерова характеристика для многогранников. Теорема Декарта-Эйлера. Теорема Эйлера.	8	2	1		1	6	
2.3. Понятие объема. Объем призмы, пирамиды, цилиндра и конуса	5	1			1	4	
Раздел №3. Исследование линий и поверхностей векторным и координатным методами.	**20**	**4**	**2**		**2**	**16**	
3.1. Векторное и смешанное произведения векторов, свойства и приложения.	5	1	1			4	
3.2. Прямая в пространстве, Взаимное расположение прямых в пространстве. Метрические задачи по теме прямая в пространстве.	5	1			1	4	Индивидуальная домашняя работа
3.3.. Плоскость, уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Метрические задачи по теме плоскость.	5	1	1			4	
3.4. Поверхности: цилиндрические и конические поверхности, поверхности второго порядка.	5	1			1	4	Самостоятельная работа
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ	4						Зачёт с оценкой
МОДУЛЬ 3. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ	**216/6**	**12**	**6**		**6**	**272**	**экзамен**
Раздел №1. Движения.	**94**	**4**	**2**		**2**	**90**	
1.1. Движения. Свойства движений. Группа движений. Композиция осевых симметрий. Решение задач с помощью движений.	46	2	1		1	44	Самостоятельная работа Контрольная работа
1.2. Классификация движений плоскости. Аналитическое задание движений. Симметрии плоских фигур.	48	2	1		1	46	
Раздел №2. Подобия.	**94**	**4**	**2**		**2**	**90**	
2.1. Подобие плоскости и пространства. Свойства подобия. Группа подобий. Аналитическое задание подобия.	46	2	1		1	44	Контрольная работа
2.2. Гомотетия. свойства гомотетии. Построение соответственных точек. Аналитическое задание гомотетии.	48	2	1		1	46	
Раздел №3 Аффинные преобразования плоскости. Инверсия.	**96**	**4**	**2**		**2**	**92**	
3.1. Аффинные преобразования, свойства. Группа аффинных преобразований.	32	2	1		1	30	Индивидуальное домашнее задание
3.2. Родство. Свойства родства. Задание родства. Задание аффинного преобразования плоскости.	31	1	1			30	
3.3. Инверсия. Свойства инвер-	33	1			1	32	

сии. Решение задач с помощью инверсии.							
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ	**9**						**экзамен**
МОДУЛЬ 4. ПЕРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ	**144/4**	**14**	**8**		**6**	**90**	
Раздел №1. Основные факты проективной геометрии	**48**	**6**	**4**		**2**	**42**	
1.1. Центральное проектирование, проективная плоскость, ее модели. Теорема Дезарга, обратная теорема, ее приложения	16	2	1		1	14	Самостоятельная работа Контрольная работа
1.2. Координаты точек и прямых, сложные отношения, гармонические четверки	16	1	1			15	
1.3. Проективные преобразования. Гомология	16	3	2		1	13	
Раздел №2. Линии второго порядка на проективной плоскости	**56**	**8**	**4**		**4**	**48**	
2.1. Проективные и перспективные отображения прямых и пучков.	19	3	1		2	16	Контрольная работа Индивидуальная домашняя работа
2.2. Линии второго порядка, их пересечения с прямой, касательные, полюсы и поляры.	19	3	1		2	16	
2.3. Теоремы Штейнера, Паскаля и Брианшона	18	2	2			16	
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ	9						**экзамен**
МОДУЛЬ 5. ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ	**180/5**	**16**	**8**		**8**	**119**	
Раздел №1. Аксиоматический метод построения геометрии. Начала Евклида. Система аксиом Гильберта евклидовой геометрии	**63**	**4**	**2**		**2**	**59**	
1.1. Общие вопросы аксиоматики. Требования к системе аксиом.	20	1			1	19	Контрольная работа Индивидуальная домашняя работа
1.2. Начала Евклида. Проблема пятого постулата.	21	1	1			20	
1.3. Система аксиом Гильберта евклидовой геометрии.	22	2	1		1	20	
Раздел №2 Геометрия Лобачевского, ее непротиворечивость. Векторное обоснование евклидовой геометрии.	**72**	**18**	**10**		**8**	**58**	
2.1. Геометрия Лобачевского. Аксиома Лобачевского, первые следствия. Параллельные и сверхпараллельные прямые.	26	6	4		2	20	Контрольная работа Индивидуальная домашняя работа
2.2. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Эквидистанта и орицикл.	24	6	2		4	18	
2.3. Непротиворечивость планиметрии Лобачевского. Система аксиом Вейля.	26	6	4		2	20	
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ	**9**						**экзамен**
Итого	**720 / 20 з.е.**	**68**	**32**		**34**	**621**	**36**

2.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины «Геометрия»

Геометрия – одна из основных дисциплин школьной программы. Ее особенностью является уникальное сочетание наглядности и логической последовательности построения математической теории. Никакая другая из изучаемых в школе дисциплин естественнонаучного цикла не обладает такими возможностями и не предъявляет к учащимся столь строгих требований. Этим объясняется значение элементарной геометрии в формировании мышления школьников и определяется место настоящего курса в основной образовательной программе подготовки учителя математики.

Курс геометрии в педагогическом университете должен обеспечить развитие у будущего преподавателя достаточно широкого взгляда на геометрию и вооружить его конкретными знаниями, дающими ему возможность преподавать геометрию в средней школе и квалифицированно вести элективные курсы по геометрии. При составлении настоящей программы учитывалось, что достижению этой цели, помимо курса геометрии, должны служить дисциплины по выбору, а также курс истории математики.

В структуре изучаемого курса выделены пять модулей: модуль 1 – геометрия на плоскости, модуль 2 – геометрия в пространстве; модуль 3 – геометрические преобразования, модуль 4 – проективные преобразования; модуль 5 – основания геометрии.

При изучении *модулей курса* особое внимание уделяется ликвидации пробелов в знаниях студентов по школьному курсу планиметрии и стереометрии. Одна из задач модулей – систематизировать и углубить представления студентов об основных геометрических фактах, изучаемых в школе, пополнить знания будущих учителей математики новыми фактами и методами, которые в школе не рассматриваются.

Модуль 1 посвящён геометрическим построениям и метрическим задачам планиметрии, углубленному изучению свойств геометрических фигур на плоскости, в частности аналитической геометрии на плоскости.

Модуль 2 посвящен методам изображения пространственных фигур, метрическим задачам стереометрии, изучению элементов аналитической геометрии и векторной алгебры на плоскости и в пространстве. Приоритетное внимание уделяется тем его темам и разделам, которые имеют непосредственное отношение к школьному курсу геометрии.

Модуль 3 посвящен геометрическим преобразованиям. Раздел «Преобразования плоскости и пространства» в программе школы представлен отрывочными знаниями, единичными фактами, поэтому задачи данного модуля:

1) сформировать у студентов полное представление о таких преобразованиях плоскости как: движения, подобия, аффинные преобразования, инверсия (инверсия рассматривается с целью продемонстрировать преобразование, не сохраняющее прямолинейность расположения точек);

2) познакомить с основной идеей использования перечисленных выше преобразований, при решении задач на построение, доказательство и вычисление;

3) показать полный набор методов решения задач по геометрии, который можно использовать при обучении учащихся в школе на уроках и элективных курсах.

Модуль 4 посвящён изучению свойств проективной плоскости, проективным преобразованиям, свойствам линий второго порядка на проективной плоскости, построениям изображений в центральной проекции.

Модуль 5 посвящён общим вопросам аксиоматики, аксиоматическому построению евклидова пространства, геометрии Лобачевского.

Во всех модулях курса активно используются такие системы динамической геометрии (СДГ) как «Живая геометрия» и «Живая математика» (русскоязычные версии американской программной среды «The Geometer's Sketchpad). Причем СДГ применяются не только для обучения геометрии и формирования у будущего учителя математика общекультурных и профессиональных компетенций, но и используются как средство, позволяющее студенту в будущем формировать у школьников менталитет математика-экспериментатора и математика-исследователя.

Приведем содержание дисциплины «Геометрия» по каждому модулю.

Модуль 1. Геометрия на плоскости

Задачи на построение. Основные построения. Схема решения задач на построение. Методы решения задач на построение. Геометрические места точек (или множества точек с заданным свойством). Метод пересечения множеств. Алгебраический метод решения задач на построение. Построения отрезков по формулам. О разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Примеры задач не разрешимых циркулем и линейкой. Классические задачи не разрешимые циркулем и линейкой (квадратура круга, удвоение куба, трисекция угла). Золотое сечение. Построение правильных многоугольников. Построения одной линейкой, двусторонней линейкой, циркулем, другими инструментами.

Медианы треугольника, прямоугольного треугольника, свойства. Обратные теоремы. Биссектрисы треугольника, свойства и признаки. Высоты треугольника, свойства. Замечательные точки в треугольнике.

Теоремы Анищенко (о двух синусах), Чевы и Менелая. Задача Апполония. Теорема синусов, теорема косинусов для треугольника и четырехугольника. Теорема Пифагора. Задача Эйлера. Аксиомы площади. Площадь треугольника, четырехугольника. Теорема Брахмагупты. Равновеливость, равносоставленность. Теорема Бояи-Гервина. Изопериметрические задачи.

Координаты точек на плоскости и в пространстве. Исторический обзор возникновения аналитической геометрии. Векторы на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Скалярное произведение векторов. Существование площади многоугольника.

Прямая на плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой. Исследование общего уравнения прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

Линии второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Линии второго порядка как конические сечения. Замена координат. Приведение линии второго порядка к каноническому виду. Классификация линий второго порядка.

Модуль 2. Геометрия в пространстве

Аксиомы стереометрии. Простейшие следствия, параллельное проектирование. Свойства. Изображение плоских фигур в пространстве. Изображение окружности и сопряженных диаметров. Изображение пространственных фигур. Теорема Польке-Шварца. Изображение сферы. Построение сечений многогранников плоскостью: метод следов, метод внутреннего проектирования. Понятие полного изображения. Признак полноты чертежа. Примеры задач. Метрическая определенность чертежа. Аксонометрия.

Многогранники. Теорема Эйлера для многогранников. Правильные многогранники, их основные свойства. Теорема о существовании 5 видов правильных многогранников. Изображение куба, тетраэдра, октаэдра, додекаэдра, икосаэдра.

Аксиоматический метод измерения объемов. Принцип Кавальери. Объем призмы, пирамиды, конуса, цилиндра, шара.

Векторное и смешанное произведения векторов. Прямая в пространстве, векторное, параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Метрические задачи по теме прямая в пространстве. Винтовая линия, свойства винтовой линии.

Плоскость, уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Метрические задачи по теме плоскость.

Поверхности. Поверхности вращения, цилиндрические и конические поверхности. Поверхности второго порядка, отличные от цилиндрических и конических поверхностей (эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды).

Модуль 3. Преобразования плоскости и пространства.

Преобразование множества. Группа преобразований множества.

Движение. Группа движений плоскости. Осевая симметрия, поворот плоскости вокруг точки, параллельный перенос (определения, свойства). Аналитическое задание движения.

Представление движения в виде композиции осевых симметрий. Классификация движений. Группа симметрий ограниченной плоской фигуры.

Подобие плоскости (определение, аналитическое задание, свойства). Гомотетия(определение, аналитическое задание, свойства). Задание гомотетии, построение соответственных точек. Приложение гомотетии к решению задач.

Аффинные преобразования (определение, свойства). Задание аффинного преобразования тремя парами соответственных точек. Аналитическое задание аффинного преобразования. Родство (определение, свойства). Задание родства, построение соответственных точек. Применение родства при построении сечения призмы плоскостью.

Инверсия (определение, свойства). Построение соответственных точек в инверсии. Инверсия прямой. Инверсия окружности. Аналитическое задание инверсии. Приложение инверсии к решению задач.

Преобразования пространства. Движения пространства. Подобия пространства. Применение преобразований пространства при решении задач.

Модуль 4. Проективная геометрия.

Центральное проектирование. Аксиомы проективной плоскости. Модели проективных плоскостей. Теорема Дезарга. Проективный репер. Координаты точек на проективной плоскости и прямой. Условие принадлежности трёх точек одной прямой. Уравнение прямой. Сложное отношение точек и прямых. Гармонизм. Гармонические четвёрки точек и пямых. Проективные отображения и преобразования. Неподвижные точки проективных преобразований. Гомологии. Представление проективных преобразований в виде композиции гомологий. Проективные и перспективные отображения точек прямых и прямых пучков. Линии второго порядка на проективной плоскости. Пересечение линии второго порядка и прямой, касательная к линии второго порядка. Конструктивное определение линии второго порядка, теорема Штейнера. Прямая и обратная теоремы Паскаля и Брианшона, предельные случаи теорем Паскаля и Брианшона. Применение методов проективной геометрии к решению задач элементарной геометрии. Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой. Построения одной линейкой.

Модуль 5. Основания геометрии.

Аксиоматический метод. «Начала» Евклида. Проблема пятого постулата. Абсолютная геометрия. Утверждения эквивалентные пятому постулату. Система аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии. Простейшие следствия системы аксиом Гильберта. Непротиворечивость первой группы аксиом принадлежности Гильберта. Геометрия Лобачевского, простейшие следствия. Окружность, эквидистанта, орицикл. Непротиворечивость геометрии Лобачевского, построение модели Кели-Клейна плоскости Лобачевского. Векторное обоснование евклидовой геометрии. Система аксиом Вейля аффинной и евклидовой плоскости, основные факты, непротиворечивость. Многомерные пространства в схеме Вейля. Арифметическая модель системы аксиом Вейля.

2.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины.

Сформулируем основные рекомендации по каждому модулю дисциплины:

Модуль № 1. Геометрия на плоскости

Основные геометрические фигуры планиметрии – это треугольник, четырехугольник и окружность. Чтобы успешно освоить материал данного модуля студентам необходимо:

- завести свой словарик по геометрии, в котором систематизировать свойства и признаки основных понятий, связанных с такими объектами, как треугольник, параллелограмм, окружность;
- чтобы успешно решать задачи на построение методом выделения вспомогательной фигуры, необходимо самостоятельно отработать основные построения с помощью циркуля и линейки;
- метод пересечения множеств требует умения строить основные множества, поэтому необходимо отработать навык построения этих множеств;
- алгебраический метод решения задач на построение, как метод в школьном курсе геометрии не рассматривается. Однако построение некоторых отрезков, заданных формулами, присутствует в школьном куре. Необходимо уметь строить отрезки, заданные формулами. Данный метод решения задач на построение позволяет ответить на вопрос: разрешима ли данная задача с помощью циркуля и линейки.
- овладеть технологией использования векторного и координатного методов решения задач на построение и исследование прямых и линий второго порядка на плоскости, решения метрических задач по теме линии первого и второго порядка.

В итоге изучения данного модуля студенты должны:

- уметь решать задачи на построение, четко выделяя четыре этапа;
- уметь решать задачи на вычисление и доказательство;
- знать основные аффинные и метрические свойства треугольника, параллелограмма, четырехугольника и окружности;
- владеть методами аналитической геометрии при решении планиметрических задач.

Сформулируем рекомендации по выполнению следующих контрольных мероприятий модуля, связанных с использованием информационных технологий:

1). Разработка презентации «Решение простейших задач конструктивной геометрии в среде Живая математика». Для успешной разработки презентации необходимо освоить конструктивные и презентационные возможности среды, выполнить решение простейших конструктивных задач классическим способом, выполнить аналогичные построения виртуальными инструментами.

2). Разработка динамических чертежей «Основные геометрические места точек плоскости». Для успешной разработки динамических чертежей необходимо освоить конструктивные и динамические возможности среды, знать основные геометрические места точек.

3). Проект «Решение конструктивных задач школьного курса геометрии методом ГМТ в среде Живая математика». Для реализации этого проекта необходимо отобрать в школьном курсе планиметрии все задачи на построение, в которых используется метод ГМТ, создать в среде Живая математика собственные инструменты построения ГМТ, решить каждую задачу с созданием динамического чертежа.

4). Создание в среде Живая математика собственных инструментов на построение отрезков. Для этого необходимо задать в среде Живая математика собственные инструменты построения циркулем и линейкой отрезков по заданным простейшим формулам вычисления их длин.

5). Проект «Виртуальные паркеты из правильных многоугольников». Для выполнения этого проекта необходимо создать в среде Живая математика собственные инструменты правильных многоугольников, изучить соответствующий параграф школьного учебника Геометрия 7-9 (авторы Смирновы И.М. и В.А), взяв материал этого параграфа за теоретическую основу проекта. Практическая основа проекта – динамические чертежи паркетов в среде Живая математика.

6). *Разработка компьютерного сопровождения фрагмента темы с использованием систем динамической геометрии.* Для его разработки необходимо выбрать одну из тем планиметрии (медианы, высоты, биссектрисы и т.п.) и подготовить в среде Живая математика компьютерное сопровождение темы (т.е. динамические чертежи, поддерживающие теорию и решение задач выбранной темы).

7). *Разработка компьютерного сопровождения решения планиметрических задач ОГЭ или ЕГЭ с использованием систем динамической геометрии.* Для разработки компьютерного сопровождения необходимо выбрать один из вариантов демонстрационной версии ОГЭ или ЕГЭ, построить динамические чертежи решения планиметрических задач этого варианта в среде Живая математика.

8). *Составление динамической модели решения задачи на разрезание.* Для составления такой модели необходимо в одной из систем динамической геометрии построить динамический чертёж с элементами анимации, который представляет собой модель-подсказку решения одной из задач на разрезание многоугольника на части.

Модуль № 2 «Геометрия в пространстве»

Основные геометрические фигуры стереометрии – прямая, плоскость, многогранники, тела вращения. В данном модуле большой объем материала отводится на самостоятельную работу студентов. На самостоятельное освоение выносится материал из школьного курса стереометрии. В данном семестре предусмотрены две индивидуальные домашние контрольные работы. Прежде, чем приступать к их выполнению, внимательно изучите необходимую теорию. Данные домашние контрольные работы обязательно необходимо защитить в сроки, оговоренные преподавателем. В ходе защиты домашней контрольной работы проверяются не только степень самостоятельности выполнения заданий, но и знание основных фактов начального курса стереометрии. В итоге изучения данного модуля студенты должны:

- знать основные свойства объектов пространства;
- уметь решать задачи на построение в пространстве;
- правильно строить изображения плоских и пространственных фигур;
- уметь решать задачи на доказательство и вычисление объемов тел;
- овладеть технологией использования векторного и координатного методов решения задач на построение и исследование прямых и поверхностей первого и второго порядка в пространстве, решения метрических задач в пространстве.

Разработка динамических моделей пространственных фигур. Для разработки таких моделей необходимо знать алгоритмы построения простейших стереометрических фигур (шар, куб и т.д.), реализовать эти алгоритмы в среде Живая математика, создать модели основных стереометрических фигур школьного курса стереометрии.

Модуль № 3. Преобразования плоскости

В данном модуле студенты должны усвоить понятия отображения множества в множество, а также отображение множества на множество, уметь отличать их друг от друга. Знать определения: 1) преобразования множества; 2) обратное преобразование» 3) композиция преобразований. Должны хорошо знать определение движения, виды движений, свойства движений; уметь представлять всякое движение в виде композиции не более трех осевых симметрий, уметь различать движения первого и второго родов. В ходе решения задач студенты должны освоить основные построения, связанные с движениями, приобрести навыки построения образов и прообразов данных точек и фигур при том или ином движении, уметь находить пары соответственных точек на соответствующих фигурах. важно, чтобы при решении задач студенты могли четко перечислять те свойства движений, которые ими были использованы при решении. студент должен уметь задать всякое движение аналитически.

Студенты должны знать определение подобия, свойства, аналитическое задание. Знать, что всякое подобие есть либо движение, либо гомотетия, либо композиция гомотетии и движения. Знать определение гомотетии, свойства, уметь строить соответственные элементы при различных заданиях гомотетии, знать, что основным понятием геометрии подобия являются понятие подобных фигур.

Знать определение аффинного преобразования, свойства, уметь задавать аффинное преобразование аналитически. Задав аффинное преобразование тремя парами соответственных точек, уметь строить соответственные элементы. Знать понятие родства, уметь строить соответствующие фигуры в родстве. Уметь строить эллипс по его сопряженным диаметрам, а также фигуру, родственную окружности. Уметь строить сечение призмы плоскостью, используя родство. Уметь отличать полный чертеж от неполного, знать достаточный признак полноты чертежа, уметь решать позиционные задачи на полном чертеже. Студенты должны знать определение метрически определенного чертежа, уметь решать задачи метрического характера, на метрически определенном чертеже.

Модуль № 4. Проективная геометрия

Основные геометрические фигуры проективной геометрии – это точка, прямая, трёхвершинник, трёхсторонник, четырёхвершинник, четырёхсторонник, шестивершинник, шестисторонник, овальная линия второго порядка, полюс, поляра, проективный репер прямой и плоскости. Чтобы успешно освоить материал данного модуля студентам необходимо:

- завести свой словарик по проективной геометрии, в котором систематизировать свойства и признаки основных понятий, связанных с основными объектами проективной геометрии;
- чтобы успешно решать задачи на применение теоремы Дезарга при решении задач элементарной геометрии необходимо уметь формулировать эту теорему и обратную к ней на языке евклидовой геометрии;
- для успешного применения свойств полного четырёхвершинника к решению задач на применение этих свойств необходимо эти свойства, причем как для шести сторон полного четырехвершинника, так и для трёх его диагоналей.;
- для построения с помощью одной линейки касательных к линиям второго порядка необходимо знать теоремы Штейнера, Паскаля и Брианшона теории кривых второго порядка на проективной плоскости.

В итоге изучения данного модуля студенты должны:

Знать: основные инварианты центрального проектирования; свойства проективных плоскостей малого порядка, формулировки прямой и обратной т. Дезарга, основные проективные преобразования, основные свойства полного четырехвершинника, основные свойства проективных и перспективных отображений точек и прямых, основные теоремы теории кривых второго порядка.

Уметь: строить плоскости малого порядка (7, 13), применять т. Дезарга к решению задач элементарной геометрии, применять СДГ при построениях одной линейкой, доказывать основные свойства сложного отношения точек и прямых, строить образ фигуры в гомологии; строить образы точек и прямых при проективных отображения прямых и пучков, строить полюс и поляру с помощью одной линейки, использовать СДГ для построения поляр и полюсов, создавать в СДГ инструменты построения линий второго порядка по пяти точкам.

Владеть навыками: решения задач на построение одной линейкой, в том числе с использованием СДГ, построения одной линейкой образа фигуры в гомологии, других проективных преобразований; поиска решения задач на применение теорем Паскаля и Брианшона и их предельных случаев; выполнения проективных динамических чертежей в СДГ; оформления решения задач проективной геометрии.

Рекомендации по выполнению следующих контрольных мероприятий модуля, связанных с использованием информационных технологий:

1). *Разработка сопровождения фрагмента одной из тем в системе динамической геометрии*. Для этой разработки необходимо знать соответствующие возможности среды Живая математика, связанные с построениями одной линейкой, презентационные и анимационные возможности среды.

2) *Разработка проекта по одной из тем раздела*. Для разработки проекта необходимо знать теоретическую основу построения шестой точки коники по пяти заданным элементам (точкам или касательным), анимационные и конструктивные возможности среды Живая математика.

Модуль №5. Основания геометрии.

По данному модулю студенты должны знать тот теоретический минимум, который определён следующим материалом:

Аксиоматический метод построения теории. Модель системы аксиом. Непротиворечивость. Критерий непротиворечивости.

Опр1. Говорят, что теория Т построена на основе *аксиоматического метода*, если:

1. Перечислены (без определения) *основные понятия* теории Т (например, точка, прямая, плоскость, принадлежность и т.д. в случае, когда Т – евклидово пространство).

2. Сформулированы *аксиомы* $A_1, A_2, \ldots, A_n$, обозначим их $\sum$, в которых сообщены некоторые свойства основных понятий необходимые для построения теории Т.

3. *Все понятия* теории Т, не являющиеся основными, определенны через основные понятия или понятия ранее определенные (например, треугольник, окружность, куб и т.д.).

4. *Все предложения* (утверждения, теоремы), не являющиеся аксиомами, доказаны на основе аксиом и ранее доказанных предложений (например, теорема Пифагора и т.д.).

Опр2. Говорят, что на базе некоторой теории T_0 построена *модель М системы аксиом* $\sum =\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ теории Т, если в теории T_0 удалось придать конкретный смысл основным понятиям теории Т так, что все аксиомы $\sum$ оказались выполненными.

Пример. Связка прямых и плоскостей евклидова пространства является моделью проективной плоскости: точка модели – прямая связки, прямая модели – плоскость связки.

Опр3. Система аксиом $\sum$, состоящая из аксиом $A_1, A_2, \ldots, A_n$, *непротиворечива*, если из этой системы аксиом нельзя вывести два противоречащих друг другу утверждения.

Критерий непротиворечивости. Система аксиом $\sum$ непротиворечива, если существует модель этой системы, построенная на базе некоторой непротиворечивой теории T_0.

Доказательство. Если предположить противное, то в теории T_0, на базе которой построена модель М, можно вывести два противоречащих друг другу утверждения.

Независимость системы аксиом. Критерий независимости, доказательство.

Опр1. Система аксиом называется *независимой,* если ни одну из аксиом этой системы нельзя вывести из остальных аксиом как теорему.

Пример: Аксиомы инцидентности P_1, P_2 и размерности P_3 проективной плоскости.

Критерий независимости. Система аксиом независима, если для любой её аксиомы новая система, полученная заменой в данной системе этой аксиомы на её логическое отрицание, будет непротиворечивой.

Доказательство. Рассмотрим произвольную аксиому A_i. Новую систему аксиом полученную из системы $\sum$ заменой аксиомы A_i на её логическое отрицание $\overline{A_i}$ обозначим через $\sum_i = \{A_1, A_2, .., A_{i-1}, \overline{A_i}, A_{i+1},.., A_n\}$. Предположим противное, т.е. пусть A_i выводима из остальных аксиом $\sum$ как теорема. В этом случае из аксиом $\sum_i$ можно вывести как аксиому A_i (ведь аксиомы $\{A_1, A_2, \ldots, A_{i-1}, A_{i+1},.. A_n\}$, из которых по нашему предположению можно вывести A_i, содержатся в $\sum_i$), так и её отрицание (аксиома $\overline{A_i}$ просто находится в списке аксиом $\sum_i$). Это противоречит непротиворечивости $\sum_i$.

Полнота системы аксиом. Критерий полноты, доказательство критерия.

Опр1. Две модели называются *изоморфными*, если между её одноимёнными объектами установлены взаимнооднозначные соответствия, сохраняющие соответствующие отношения.

Опр2. Система аксиом $\sum$ называется *полной*, если к ней нельзя добавить ни одной аксиомы, которая:

1) в объединении с $\sum$ даёт непротиворечивую систему аксиом;

2) независима от аксиом $\sum$, т.е. ее нельзя вывести как теорему из аксиом системы $\sum$.

Критерий полноты. Система аксиом $\sum$ полная, если все её модели изоморфны.

Доказательство. Предположим, что все модели системы аксиом $\sum$ изоморфны, но $\sum$ не является полной. Тогда существует аксиома А, для которой выполняются 1) и 2). Из 1) следует, что для ∑ в объединении с A существует модель M_1. Из 2) и из критерия независимости аксиомы A от ∑ следует, что для системы аксиом, представляющей собой объединение ∑ и логического отрицания A, существует модель M_2. Очевидно, что эти две модели являются моделями системы аксиом ∑, так как ∑ является частью обеих объединённых систем аксиом. Но эти модели очевидно не изоморфны, так как в модели M_1 выполняется аксиома A, а в модели M_2 - логическое отрицание A. Полученное противоречие завершает доказательство критерия.

«Начала» Евклида. Аксиоматический метод в «Началах». Терема о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника.

Перечислить некоторые определения, с которых начинается каждая из 13 книг (точка, линия, концы линии, прямая, поверхность, концы поверхности, плоская поверхность, плоский угол, прямолинейный угол, прямой угол и т.д.). *Перечислить постулаты и некоторые аксиомы* (постулаты: единственная прямая через две точки, ограниченную прямую можно продолжить непрерывно, можно построить окружность всяким радиусом, все прямые углы равны; если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы, меньшие двух прямых, то продолженные эти две прямые неограниченно встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых).

Доказать теорему о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника.

Аксиомы соединения (принадлежности) Д. Гильберта. Теорема о том, что каждая плоскость содержит, по крайней мере, три неколлинеарные точки.

Сформулировать 8 аксиом соединения системы аксиом Д. Гильберта (1. Для любых двух точек существует прямая, содержащая каждую из них; 2. Для любых двух точек существует не более одной прямой, содержащей их; 3. На любой прямой существуют, по крайней мере, две точки. Существуют, по крайней мере, три неколлинеарные точки; 4. Для любых трёх неколлинеарных точек существует плоскость, содержащая их. Для любой плоскости существует принадлежащая ей точка; 5. Для любых трёх неколлинеарных точек существует не более одной плоскости, содержащей их; 6. Если две точки прямой лежат в плоскости, то и все точки прямой лежат в этой плоскости; 7. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют по крайней мере ещё одну общую точку; 8. Существуют по крайней мере четыре точки, не лежащие в одной плоскости). Обосновать непротиворечивость группы аксиом соединения.

Доказать теорему о том, что каждой плоскости принадлежит по крайней мере три неколлинеарные точки.

Аксиомы порядка Д. Гильберта. Теорема о том, что прямая не может пересекать три стороны треугольника во внутренних точках сторон.

Сформулировать 4 аксиомы порядка (1. Если точка B лежит между точками A и C, то эти точки – три различные точки прямой, причём B лежит между C и A; 2. Для любых двух точек A и B на прямой AB существует по крайней мере одна точка C такая, что точка B лежит между A и C; 3. Среди любых трёх точек прямой существует не более одной точки, лежащей между двумя другими; 4. Если прямая лежит в плоскости треугольника, не проходит через его вершины и пересекает одну из его сторон, то она пересекает ещё одну его сторону).

Доказать теорему о том, что прямая не может пересекать три стороны треугольника во внутренних точках сторон.

Аксиомы конгруэнтности и непрерывности Д. Гильберта. Доказательство первого признака равенства треугольников. Теоремы Лежандра (формулировки).

*Сформулировать 5 аксиом конгруэнтности (*1. На любом луче от его начала можно отложить отрезок, равный данному; 2. Если два отрезка равны третьему, то первый равен второму; 3. Пусть AB и BC – два отрезка одной прямой, не имеющие общих внутренних точек, DE и EF два отрезка одной прямой, также не имеющие общих внутренних точек. Если при этом AB=DE и BC=EF, то AC=DF; 4. В заданную полуплоскость относительно прямой, содержащей заданный луч, можно отложить и притом единственный угол равный данному; 5. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то и вторая пара соответсвенных углов треугольника равны между собой).

*Доказать теорему (*первый признак равенства треугольников).

Сформулировать 2 аксиомы непрерывности (1. Для любых двух отрезков можно столько раз отложить один из них, что получится отрезок, превышающий второй; 2. Если имеется бесконечная последовательность вложенных друг в друга стягивающихся отрезков, то существует точка, лежащая внутри всех отрезков последовательности).

Сформулировать теоремы Лежандра (Первая: сумма внутренних углов любого треугольника не превышает двух прямых углов. Вторая: Если сумма внутренних углов одного треугольника равна двум прямым, то сумма внутренних углов любого другого треугольника равна двум прямым).

Аксиома параллельности системы аксиом Д. Гильберта. Теорема об эквивалентности аксиомы параллельности и пятого постулата.

Сформулировать аксиому параллельности (Даны прямая и не принадлежащая ей точка. В плоскости, определяемой этой точкой и прямой, существует не более одной прямой, проходящей через эту точку и параллельной данной прямой).

Доказать лемму о том, что если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то соответствующие углы равны.

Опр.: Два утверждения A и B называются *эквивалентными* относительно некоторой системы аксиом, если из этой системы аксиом и A можно вывести B и, наоборот, из этой системы аксиом и B можно вывести A.

Доказать теорему о том, аксиома параллельности и пятый постулат эквивалентны относительно аксиом абсолютной геометрии. Под *абсолютной геометрией* понимается теория, которая строится на основе первых четырех групп аксиом Гильберта, т.е. всех аксиом за исключением аксиомы параллельности.

Система аксиом плоскости Лобачевского. Параллельность прямых и угол параллельности. Теорема о том, что если прямая параллельна другой прямой в некоторой точке, то она параллельна ей в этом же направлении и в любой другой точке.

Сформулировать аксиому Лобачевского (Существуют прямая и точка, ей не принадлежащая, что через эту точку проходит не менее двух прямых, не пересекающих данную прямую и лежащих с ней в одной плоскости).

Определить параллельные прямые (прямая AB параллельна прямой CD в точке A и в направлении от C к D, если, во-первых, AB и CD не имеют общих точек (критерий непересечения) и, во-вторых, любой луч с началом в точке A и лежащий внутри угла CAB пересекает прямую CD (критерий угла)) *и угол параллельности* (если прямая AB параллельна CD в точке A и в направлении от C к D, причём C – ортогональная проекция A на CD, угол CAB называется углом параллельности прямой AB в точке A). *Доказать теорему* о том, если прямая параллельна другой прямой в некоторой точке в некотором направлении, то она параллельна ей в этом же направлении и в любой другой своей точке (стр. 38-39).

Сумма внутренних углов треугольника и четырехугольника на плоскости Лобачевского. Теорема о равенстве треугольников по трем углам.

Используя теоремы Лежандра (и теорему о том, что если сумма внутренних углов любого треугольника равна 180º, то выполняется аксиома параллельности), обосновать следующие два утверждения:

1) сумма внутренних углов любого треугольника на плоскости Лобачевского меньше двух прямых углов, и

2) сумма внутренних углов любого четырёхугольника с непересекающимися противоположными сторонами меньше четырёх прямых углов.

Доказать теорему о том, что треугольники равны по трём углам (четвертый признак равенства треугольников на плоскости Лобачевского).

Параллельные и сверхпараллельные (расходящиеся) прямые на плоскости Лобачевского, свойства. Теорема о сверхпараллельности двух прямых, имеющих равные внутренние накрест лежащие углы при пересечении их третьей прямой.

Определить параллельность прямых на плоскости Лобачевского.

Доказать теорему о том, что если прямая a параллельна c в некотором направлении, то и прямая c параллельна a в том же направлении.

Дать определение сверхпараллельных прямых и *доказать теорему* о том, что если при пересечении двух прямых третьей внутренние накрест лежащие (или соответственные) углы равны, то две данные прямые сверхпараллельны (стр 42). *Дать определение* эквидистанты (линия равных расстояний или траектория точки относительно пучка сверхпараллельных прямых) и орицикла (траектория точки относительно пучка параллельных прямых). Сформулировать некоторые свойства этих линий.

Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Проверка аксиом соединения (принадлежности) и аксиомы Лобачевского. Расстояние между точками, величина угла, угол параллельности.

Построить модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Проверить некоторые аксиомы плоскости Лобачевского, например, аксиомы принадлежности и аксиому Лобачевского. *Знать* о том, что угол параллельности α удовлетворяет следующей зависимости

$$e^{-\frac{x}{2}} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2},$$ где x – расстояние от точки до прямой

Результаты всех видов учебной деятельности студентов оцениваются рейтинговыми баллами. В каждом модуле определяется минимальное и максимальное количество баллов. Сумма максимальных баллов по всем модулям равняется 100%-ному усвоению материала. Минимальное количество баллов в каждом модуле является обязательным и не может быть заменено набором баллов в других модулях, Для получения положительной оценки необходимо набрать не менее 60 % баллов, предусмотренных по дисциплине (при условии набора всех обязательных минимальных баллов). Перевод баллов в академическую оценку осуществляется по следующей схеме: оценка «удовлетворительно» 60– 72 % баллов, «хорошо» 73 – 86 % баллов, «отлично» 87 – 100 % баллов Сумма минимальных границ диапазонов всех дисциплинарных модулей должна составлять 60 % баллов, а максимальных – 100 % баллов.

3. Компоненты мониторинга учебных достижений

3.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины «Геометрия»

Модуль 1

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Геометрия на плоскости (3 семестр)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	3,2 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: школьный курс геометрии		
Последующие: дополнительные главы геометрии		

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 5 %	
		min	max

Входной рейтинг-контроль	Тестирование входное	**0**	**5**
Итого		**0**	**5**

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 16 %	
		min	max
	Самостоятельная работа	**4**	**6**
	Контрольная работа	**6**	**10**
Итого		**10**	**16**

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 17 %	
		min	max
	Контрольная работа	**5**	**8**
	Контрольная работа	**5**	**9**
Итого		**10**	**17**

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 3			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 17 %	
		min	max
	Самостоятельная работа	**2**	**5**
	Контрольная работа	**4**	**6**
	Контрольная работа	**4**	**6**
Итого		**10**	**17**

ИТОГОВЫЙ РАЗДЕЛ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 45 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Коллоквиум	**30**	**45**
Итого		**30**	**45**

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №1 Тема № 3	Разработка GSP-файлов «ГМТ в школьном курсе геометрии»	**0**	**10**
Итого		**0**	**10**
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)		min	max
		60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к коллоквиуму;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

Модуль 2

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Геометрия в пространстве (4 семестр)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	1,8 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: школьный курс по геометрии, модуль «Геометрия на плоскости»		
Последующие: компьютерные эксперименты в геометрии		

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1			
	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	**10**	**20**
Итого		**10**	**20**

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2			
	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
	Индивидуальная домашняя работа	**4**	**8**
Текущая работа	Контрольная работа	**6**	**12**
Итого		**10**	**20**

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 3			
	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
	Индивидуальная домашняя работа	**4**	**8**
Текущая работа	Самостоятельная работа	**6**	**12**
Итого		**10**	**20**

Итоговый раздел			
	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Зачёт с оценкой	**30**	**40**
Итого		**30**	**40**

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №3 Тема № 1	Разработка GSP-файла «Вычислительные задачи стереометрии»	0	10
Итого		**0**	**10**
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)		min	max
		60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:
50 баллов – допуск к экзамену;
60–72 – удовлетворительно
73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

Модуль 3

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Геометрические преобразования (5 и 6 семестры)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	6 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: модули «Геометрия на плоскости» и «Геометрия в пространстве»		
Последующие: модуль «Проективная геометрия»		

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1			
	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	**10**	**15**
	Контрольная работа	**10**	**15**
Итого		**20**	**30**

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2			
	Форма работы	Количество баллов 15 %	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	**10**	**15**
Итого		**10**	**15**

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 3			
	Форма работы	Количество баллов 15 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа	**10**	**15**
Итого		**10**	**15**

Итоговый раздел			
	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Экзамен	**20**	**30**
Итого		**20**	**30**

Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех разделов)	min	max
	60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:
50 баллов – допуск к экзамену;
60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

Модуль 4

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Проективная геометрия (7 семестр)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	4 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: модуль «Геометрические преобразования»		
Последующие: основания геометрии		

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1			
	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	**6**	**10**
	Контрольная работа	**9**	**15**
Итого		**15**	**25**

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2			
	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	**5**	**10**
	Индивидуальная домашняя работа	**10**	**20**
Итого		**15**	**30**

Итоговый контроль			
	Форма работы	Количество баллов 45 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Экзамен	**30**	**45**
Итого		**30**	**45**

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №1 Тема № 2	Разработка GSP-файла «Теоремы Паскаля и Брианшона»	0	10
Итого		**0**	**10**
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)		min	max
		60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к экзамену;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

Модуль 5

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Основания геометрия (8 семестр)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	5 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: модуль «Проективная геометрия»		
Последующие: элементарная математика (геометрия)		

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1			
	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	**5**	**10**
	Индивидуальная домашняя работа	**10**	**15**
Итого		**15**	**25**

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2			
	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	**5**	**10**
	Индивидуальная домашняя работа	**10**	**20**
Итого		**15**	**30**

Итоговый контроль			
	Форма работы	Количество баллов 45 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Экзамен	**30**	**45**
Итого		**30**	**45**

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №1 Тема № 2	Разработка GSP-файла «Модель Кели-Клейна»	0	10
Итого		**0**	**10**
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)		min	max
		60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к экзамену;
60–72 – удовлетворительно
73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики, информатики

Кафедра-разработчик: Алгебры, геометрии и методики их преподавания

УТВЕРЖДЕНО	ОДОБРЕНО
на заседании кафедры	на заседании научно-методического совета
Протокол № 9	специальности (направления подготовки)
от «3» мая 2018	Протокол № ___8____
Зав. каф. АГиМП	От 23 мая 2018
__________________Майер В.Р.	Председатель НМС С.В. Бортновский

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине
ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки: 44.03.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Направленность (профиль) образовательной программы Математика
квалификация (степень): Бакалавр
Форма обучения: заочная

Составитель Майер В.Р., профессор.

Красноярск 2018

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО и профессиональным стандартам Педагог (профессиональная деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Минтруда России от 18.10.2013 N 544н.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы Математика, квалификация (степень): бакалавр, форма обучения: заочная.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС, установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.

Эксперт-работодатель,
директор МАОУ гимназия №14
«Экономики, управления и права» Шуляк Н.В.

27.04.2018

1. Назначение фонда оценочных средств

1.1. **Целью** создания фонда оценочных средств дисциплины «Геометрия» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. Фонд оценочных средств по дисциплине «Геометрия» решает следующие **задачи**:

– управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль0 образовательной программы Математика;

– управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

– оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины «Геометрия», с определением положительных / отрицательных результатов и планирование предупреждающих / корректирующих мероприятий;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

– совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

1.3. Фонд оценочных средств разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

-образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Геометрия»:

Общекультурные компетенции:

ОК-3. способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-1. готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности.

Профессиональные компетенции:

ПК-1. готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов;

ПК-2. способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики.

Компетенции	Этап формирования	Дисциплины, участвующие в формировании компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/КИМ	
				номер	форма
ОК-3 «способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве»	ориентировочный	Информационная культура и тех-нологии в образовании естествен-нонаучная картина мира, основы математической обработки информации, элементарная алгебра, элементарная геометрия, элемен-тарные теолрия вероятнос-тей и матанализ, матлогика, дискретная математика, алгебра, физика, поли-контекстные модули, допглавы алгебры и геометрии, подготовка и сдача госэкзаменов, подготовка и защита ВКР, педпрактика, методика обучения математике	Текущий контроль	3, 4	Контрольная раб
	когнитивный		Текущий контроль	2,5	Самостоятельная раб.
	праксиологический		Текущий контроль	1	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный		Текущий контроль Промежуточная аттестация	3 2	Индив дом работа Экзамен
ОПК-1 «готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности»	ориентировочный	Социология, психология, педагогика, математика, физика, геометрия, математический анализ и элементы теории теории фунций, теория вероятности и математическая статистика, линейная алгебра с компьютерной поддержкой, дифференциальные уравнения, дискретная математика, математическая логика, элементарная математика (алгебра), история математики, информационные технологии в математике, классное руководство, числовые системы, компьютерная алгебра в среднем и профессиональном образовании, элементарная математика (геометрия), приложения теории графов, практика по получению профессиональных умений и навыков в том числе профессиональных умений и навыков в научно-исследовательской деятельности, педагогическая практика, преддипломная практика, подготовка и сдача государственного экзамена, подготовка и защита выпускной квалификационной работы	Текущий контроль	6,7,8	Контрольная раб
	когнитивный		Текущий контроль	2,4,5	Самостоятельная раб.
	праксиологический		Текущий контроль	3,6,8	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный		Текущий контроль Промежуточная аттестация	1,2 1	Индив дом работа Зачет с оц
ПК-1 «готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов»	ориентировочный	Психология, педагогика, элементарная алгебра, элементар-ные теолрия вероятностей и мат-анализ, дифференциальные урав-нения, математическая логика, информационные технологии в математике, дискретная математи-ка, теория вероятностей и матста-тистика, матанализ, физика, история математики, практика по ППУиОПД, преддипломная практика, подготовка и сдача ГЭ, подготовка и защита ВКР, педпрак-тика интерна, методика математики	Текущий контроль	1,2,5	Контрольная раб
	когнитивный		Текущий контроль	1,2,3	Самостоятельная раб.
	праксиологичес-кий		Текущий контроль	1	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный		Промежуточная аттестация	1 2	Зачет с оценкой Коллоквиум
ПК-2 «способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики»	ориентировочный	Психология, педагогика, основы научной деятельности, современ -ные технологии инклюзивного образования, диффуравнения, матанализ, физика, элективная дисциплина по физкультуре, прикладные задачи ШКМ, поликонтекстные модули, практика по ППУиОПД, преддипломная практика, подготовка и сдача ГЭ, подготовка и защита ВКР, педпрак-тика интерна, методика математики	Текущий контроль	6,7,8	Контрольная раб
	когнитивный		Текущий контроль	2,4,5	Самостоятельная раб.
	праксиологичес-кий		Текущий контроль	3,6,8	Контрольная раб
	рефлексивно-		Текущий контроль	1,2	Индив дом работа

	оценочный		Промежуточная аттестация	1	Экзамен

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы к экзамену (коллоквиуму), вопросы к зачету с оценкой.

3.2. Оценочные средства

3.2.1.

Критерии оценивания по оценочному средству 1 – вопросы к экзамену (коллоквиуму)

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно /зачтено
ОК-3. Способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на высоком уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на среднем уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.	Способен на удовлетворительном уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.
ОПК-1. Готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности	Готов на высоком уровне сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности	Готов на среднем уровне сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности	Готов на удовлетворительном уровне сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности
ПК-1. Готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на высоком уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на среднем уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на удовлетворительном уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов
ПК-2. Способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на высоком уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на среднем уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на удовлетворительном уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

3.2.2.

Критерии оценивания по оценочному средству 2 – вопросы к зачету с оценкой

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно /зачтено
ОК-3. Способностью использовать естественнонаучные и математические знания	Способен на высоком уровне использовать естественнонаучные и математические знания для	Способен на среднем уровне использовать естественнонаучные и математические знания для	Способен на удовлетворительном уровне использовать естественнонаучные и математиче-

для ориентирования в современном информационном пространстве	ориентирования в современном информационном пространстве	ориентирования в современном информационном пространстве.	ские знания для ориентирования в современном информационном пространстве.
ОПК-1. Готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности	Готов на высоком уровне сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности	Готов на среднем уровне сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности	Готов на удовлетворительном уровне сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности
ПК-1. Готовностью реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на высоком уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на среднем уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов	Готов на удовлетворительном уровне реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов
ПК-2. Способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на высоком уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на среднем уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Способен на удовлетворительном уровне использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: тексты контрольных (самостоятельных) работ, индивидуальные домашние задания.

4.2. Оценочные средства

4.2.1. Оценочное средство «Контрольная (самостоятельная) работа»,

1. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – контрольной (самостоятельной) работе

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задания контрольной работы, обучающийся опирался на теоретические знания и умения решать исследовательские задачи по геометрии с использованием Живой математики.	5-8
Обосновывает основные положения каждого этапа решения задач контрольной работы	3-5
Аргументирует результат, проверяет верность найденного решения задач контрольной работы	2-4
Решение контрольной работы сопровождает (при необходимости) верными и наглядными чертежами	2-3
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	12-20

2. Критерии оценивания по оценочному средству 4 – индивидуальной домашней работе.

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задачи индивидуальной домашней работы, в том числе задачи, связанные с построением динамических чертежей в среде Живая математика	3-6
Динамические чертежи сопровождены текстовыми комментариями, обосновывающими основные этапы решения задачи	3-4
Аргументирует основные выкладки, предлагает иные варианты решения задач индивидуальной домашней работы	2-3
Формулирует задачи аналогичные задачам индивидуальной домашней работы	1-2
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	9-15

5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

Входной контроль
Тестовые задания по элементарной планиметрии

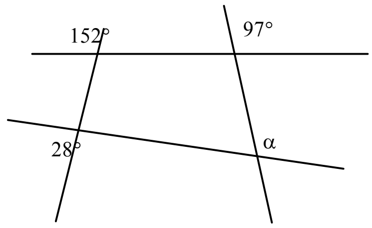
Вариант №1

ЧАСТЬ 1

А1. Если один из смежных углов в 9 раз больше другого, то градусная мера острого угла равна

1) 18° 2) 16° 3) 22° 4) 28°

А2. По данным, указанным на рисунке, найдите градусную меру угла α



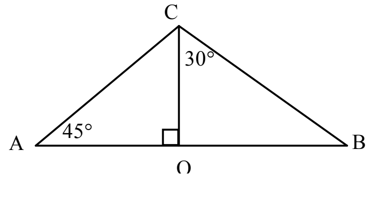
1) 28° 2) 52°
3) 83° 4) 97°

А3. Если внутренний угол треугольника равен 130°, а один из внешних его углов – 154°, то острый угол треугольника, не смежный с данным внешним, равен

1) 50° 2) 44° 3) 26° 4) 24°

А4. Если в треугольниках *DEF* и *NKP* *DE*=*NP*, *DF*=*KN*, ∠*N*=57°, ∠*E*=38°, ∠*F*=85°, то угол *K* равен

1) 38° 2) 57° 3) 75° 4) 85°



А5. Используя данные, указанные на рисунке, найдите *CB*, если *AO*=3.

1) $2\sqrt{3}$ 2) 6

3) $1{,}5\sqrt{3}$ 4) $3\sqrt{2}$

А6. Если в ромбе *ABCD* проведена диагональ *AC* и $\angle CAD$=40°, то $\angle BCD$ равен

1) 40° 2) 50° 3) 80° 4) 100°

А7. Даны два утверждения:

А. Любые два равнобедренных прямоугольных треугольника подобны.

Б. Если в треугольнике *ABC* *AB*=2,7, *BC*=3,4 и $\angle B$=85°, в треугольнике *KMN* *KM*=10,8, *MN*=13,6, $\angle M$=95°, то треугольники *ABC* и *KMN* подобны.

Выберите верное высказывание:

1) А – верно и Б – верно 2) А – верно и Б – неверно

3) А – неверно и Б – верно 4) А – неверно и Б – неверно

А8. Если длина окружности равна 28π, то радиус этой окружности равен

1) 14 2) 28 3) $2\sqrt{7}$ 4) $4\sqrt{7}$

А9. Если диагонали трапеции *ABCD* пересекаются в точке *M* и *AM*=12, *MC*=6, *BC*=8, то основание *AD* равно

1) 16 2) 4 3) 12 4) 9

А10. Если в треугольнике *CEK* *KC*=8, *EC*=6, $\sin E = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, то угол *K* равен

1) 45° 2) 60° 3) 120° 4) 135°

А11. Через точку *A* окружности с центром *O* проведена касательная *AB*. Если *OB*=8, $\angle AOB$=60°, то радиус окружности равен

1) $4\sqrt{3}$ 2) 8 3) $4\sqrt{2}$ 4) 4

А12. Если в треугольнике *ABC* *AC*=5, *BC*=8, $\angle C$=120°,то сторона *AB* равна

1) 7 2) $\sqrt{69}$ 3) $\sqrt{129}$ 4) 13

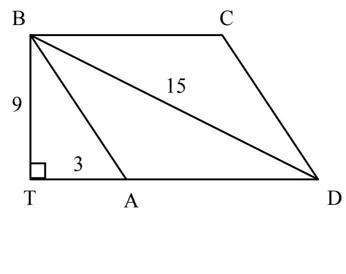
ЧАСТЬ 2

В1. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений всегда верны.

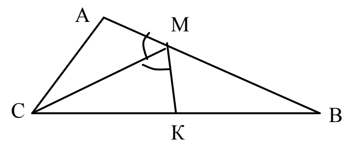
1) Все углы ромба – острые.
2) Все высоты ромба равны.
3) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
4) В ромбе с углом в 60° одна из его диагоналей равна его стороне.

В2. Основание равнобедренного треугольника равно 18, а проведенная к нему медиана, равна 12. Найдите периметр треугольника.

В3. В параллелограмме *ABCD* *BD*=15. Найдите площадь параллелограмма, если *TA*=3, *BT*=9.



B4. В треугольнике ABC AC=5, BC=13, $\angle$ AMC= $\angle$ KMC, отрезок CM – биссектриса угла ACB. Найдите BK.



B5. Биссектриса угла A прямоугольника $ABCD$ пересекает сторону BC в точке M. Найдите периметр прямоугольника, если BM=8 и CM=5.

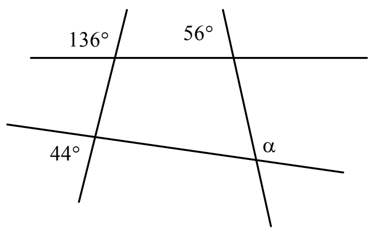
Вариант №2

ЧАСТЬ 1

А1. Если один из смежных углов на 50° больше другого, то градусная мера тупого угла равна

1) 105° 2) 115° 3) 110° 4) 65°

А2. По данным, указанным на рисунке, найдите градусную меру угла α



1) 136° 2) 124°

3) 83° 4) 44°

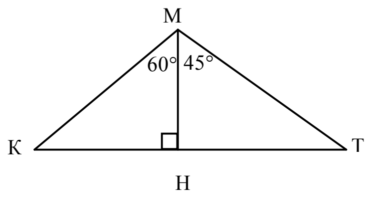
А3. Если внутренний угол треугольника равен 145°, а один из внешних его углов – 165°, то острый угол треугольника, не смежный с данным внешним, равен

1) 5° 2) 20° 3) 15° 4) 35°

А4. Если в треугольниках ABC и MNK $AC=KN$, $\angle A$=67°, $\angle C$=54°, $\angle K$=67°, $\angle M$=69°, то угол B равен

1) 67° 3) 54° 3) 69° 4) 136°

А5. Используя данные, указанные на рисунке, найдите MK, если HT=12.



1) $12\sqrt{3}$ 2) $6\sqrt{3}$

3) $8\sqrt{3}$ 4) 24

А6. Если диагонали прямоугольника $KMNP$ пересекаются в точке C и $\angle MCN$=46°, то $\angle MNC$ равен

1) 67° 2) 46° 3) 23° 4) 44°

А7. Даны два утверждения:

А. Любые два равнобедренных треугольника подобны.

Б. Если в равнобедренных треугольниках углы, противолежащие основаниям, равны, то треугольники подобны.

Выберите верное высказывание:

1) А – верно и Б – верно　　2) А – верно и Б – неверно

3) А – неверно и Б – верно　　4) А – неверно и Б - неверно

А8. Если окружность описана около прямоугольника, диагональ которого равна 6, то длина окружности равна

1) 6π　　2) 9π　　3) 12π　　4) 36π

А9. Если диагонали трапеции *KPMO* пересекаются в точке *C* и *PC*=4, *KP*=5, *OM*=15, то отрезок *CO* равен

1) 14　　2) 12　　3) 10　　4) 8

А10. Если в треугольнике *OMT* *OM*=12, $\angle T$=60°, $\sin M = \frac{\sqrt{3}}{2}$, то отрезок *OT* равен

1) 6　　2) $6\sqrt{2}$　　3) $6\sqrt{3}$　　4) 24

А11. К окружности с центром *O* проведена касательная *AB*, *A* – точка касания. Если *AB*= $2\sqrt{5}$, *OB*=6, то радиус окружности равен

1) 4　　2) $2\sqrt{14}$　　3) $2\sqrt{5}$　　4) 3

А12. Если в треугольнике *MNK* *MN*=3, *MK*=2, $\angle M$=120°, то сторона *NK* равна

1) $\sqrt{3}$　　2) $\sqrt{19}$　　3) $\sqrt{7}$　　4) 7

ЧАСТЬ 2

В1. Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений не верны.

1) Четырехугольник с равными сторонами – ромб.

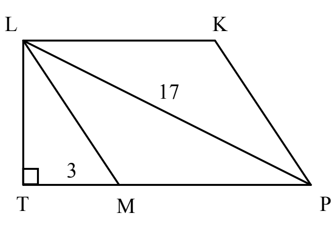
2) Диагонали квадрата равны.

3) Диагонали прямоугольника взаимно перпендикулярны.

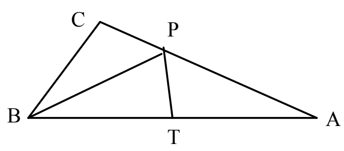
4) Центр окружности, описанной около прямоугольника, - точка пересечения его диагоналей.

В2. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17, а медиана, проведенная к основанию, равна 15. Найдите периметр треугольника.

В3. В параллелограмме *KLMP* *PL*=17. Найдите площадь параллелограмма, если *TP*=15, *MT*=3.



В4. Отрезок *BP* – биссектриса угла треугольника *ABC*, *BC*=*BT*, $\angle APT$=70°. Найдите $\angle$ *BPC*.



В5. Меньшая сторона параллелограмма равна 4. Биссектрисы углов, прилежащих к большей стороне, пересекаются в точке на противоположной стороне. Найдите периметр параллелограмма.

МОДУЛЬ № 1 «ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ»

(контрольно измерительные материалы)

Самостоятельная работа
Тема: «Решение элементарных задач на построение»

Вариант № 1

1. Постройте с помощью циркуля и линейки серединный перпендикуляр к данному отрезку.
2. Постройте с помощью циркуля и линейки биссектрису данного угла.
3. Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по трем его сторонам.

Вариант № 2

1. Постройте с помощью циркуля и линейки угол, равный данному.
2. Постройте с помощью циркуля и линейки прямую, параллельную данной и проходящей через данную точку.
3. Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Контрольная работа
Тема: «Геометрические места точек и алгебраический метод»

Вариант №1

1. Постройте равнобедренный треугольник по основанию и медиане, проведенной к основанию.
2. Постройте треугольник ABC по следующим элементам: a, b, h_c.
3. Постройте отрезок $x = \sqrt{\dfrac{ab\sqrt{3b^2 - c^2}}{c}}$, где a, b, c – данные отрезки.
4. Постройте квадрат, равновеликий данному треугольнику.

Вариант №2

1. Постройте равнобедренный треугольник по боковой стороне и высоте, проведенной к основанию.
2. Постройте треугольник ABC по следующим элементам: a, h_a, m_a.
3. Постройте отрезок $x = \dfrac{a\sqrt{b\sqrt{3b^2 - a^2}}}{c}$, где a, b, c – данные отрезки.
4. Постройте прямоугольник равновеликий данному квадрату при условии, что одна сторона прямоугольника – данный отрезок.

Вариант №3

1. Постройте квадрат по его диагонали.
2. Постройте треугольник ABC по следующим элементам: b, m_b, $\angle A$.
3. Постройте отрезок $x=\frac{\sqrt{3a^2+b^2}\cdot\sqrt{ab}}{c}$, где a, b, c – данные отрезки.
4. Постройте равнобедренный треугольник, основание которого равно данному отрезку, а площадь равна площади данного прямоугольника.

Вариант №4

1. Постройте ромб по стороне и острому углу.
2. Постройте треугольник ABC по следующим элементам: a, h_b, $\angle B$.
3. Постройте отрезок, $x=\frac{a\sqrt{b\sqrt{5c^2+a^2}}}{c}$ где a, b, c – данные отрезки.
4. Постройте квадрат, равновеликий данному ромбу.

Контрольная работа
Тема: «Решение треугольников»

Вариант 1

1. Точка, взятая на гипотенузе прямоугольного треугольника и одинаково удаленная от его катетов, делит гипотенузу на отрезки 30 и 40 см. Найдите катеты.
2. Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника равна 8, а проекция одного из катетов на гипотенузу равна 4. Найдите второй катет и площадь треугольника.
3. Точка H лежит на стороне AO треугольника AOM. Известно, что $AH=4$, $OH=12$, $\angle A=30^0$, $\angle AMH=\angle AOM$. Найдите площадь треугольника AHM.
4. Площадь треугольника ABC равна $20\sqrt{3}$. Найдите периметр треугольника, если сторона AB равна 8 и она больше половины стороны AC, а медиана BM равна 5.

Вариант 2

1. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle A=90^0$) AB:BC=3:5, AC=16. Найдите длины биссектрис треугольника, проведенных из вершин острых углов.
2. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 6, а проекция другого катета на гипотенузу равна 5. Найдите неизвестный катет и высоту, проведенную к гипотенузе.
3. Найдите площадь треугольника KMP, если сторона KP равна 5, медиана $PO=3\sqrt{5}$, $\angle KOP=45^0$.

4. Биссектриса угла делит противоположную сторону на отрезки длиной 2 и 4 см, а высота, проведенная к той же стороне, равна $\sqrt{15}$ см. Найдите стороны треугольника и определите его вид.

Вариант 3

1. Найдите биссектрисы острых углов прямоугольного треугольника с катетами 18 и 24 см.
2. Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника равна $4\sqrt{3}$, а один из катетов равен 8. найдите второй катет и гипотенузу.
3. В треугольнике *ACD* сторона *AC* равна $6\sqrt{2}$, сторона *CD* равна 10, $\angle A=45^0$. Найдите площадь треугольника *ACD*.
4. Площадь треугольника *KMP* равна $12\sqrt{6}$. Сторона *KP* равна 12, а медиана *ME*, проведенная к этой стороне равна 5. Найдите сторону *MP* и высоту треугольника, проведенную к стороне *KP*.

Вариант 4

1. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на отрезки длиной 4 см и 5 см. Найдите площадь треугольника.
2. Проекции катетов на гипотенузу прямоугольного треугольника равны 15 и 5. Найдите больший катет и высоту, проведенную к гипотенузе.
3. В треугольнике *ABC* проведена медиана *AM*. Найдите площадь треугольника *ABC*, если $AC=3\sqrt{2}$, $BC=10$, $\angle MAC=45^0$.
4. Биссектриса угла *B* пересекает сторону *AC* треугольника *ABC* в точке *M* и делит ее на отрезки $AM=21$ и $CM=27$. Найдите периметр треугольника *ABC*, если биссектриса угла *AMB* перпендикулярна прямой *AB*.

Контрольная работа
Тема: «Решение четырёхугольников»

Вариант № 1

1. В прямоугольнике *ABCD* диагонали пересекаются в точке *O*. Найдите периметр треугольника *AOB*, если $\angle CAD = 30^\circ$, $AC = 12$ см.

2. В параллелограмме *ABCD* из вершин тупых углов *B* и *D* на диагональ *AC* опущены перпендикуляры *BE* и *DF*. Докажите, что четырехугольник *BFDE* – параллелограмм.

3. Сторона *BC* параллелограмма *ABCD* вдвое больше стороны *AB*. Биссектрисы углов *A* и *B* пересекают прямую *CD* в точках *M* и *N*, причем *MN = 12*. Найдите стороны параллелограмма.

4. Один из углов трапеции 30°, боковые стороны перпендикулярны. Найдите меньшую боковую сторону трапеции, если ее средняя линия равна 10 см, а одно из оснований 8 см.

Вариант № 2

1. Найдите периметр ромба *ABCD*, если $\angle B = 60^\circ$, $AC = 10{,}5$ см.

2. В прямоугольнике *ABCD* проведены биссектрисы углов *A* и *C*, которые пересекают стороны *CD* и *AB* соответственно в точках *M* и *N*. Докажите, что *AMCN* – параллелограмм.

3. Внутри квадрата *ABCD* взята точка *M*. $\angle MAB = 60^\circ, \angle MCD = 15^\circ$. Найдите $\angle MBC$.

4. Биссектрисы тупых углов при основании трапеции пересекаются на другом ее основании и равны *13* и *15*. Найдите стороны трапеции, если ее высота равна *12*.

Вариант № 3

1. Найдите периметр прямоугольника *ABCD*, если биссектриса угла *A* делит сторону *BC* на отрезки 45,6 см и 7,85 см;
2. В параллелограмме *ABCD* из вершины тупого угла *D* опущены перпендикуляры *DF* и *DE* на стороны *AB* и *BC* соответственно, причем *DF=DE*. Докажите, что *ABCD* – ромб.
3. Пусть *M* и *N* – середины сторон *AD* и *BC* параллелограмма *ABCD*. Докажите, что прямые *BM* и *DN* делят диагональ *AC* на три равные части.

4. Диагонали трапеции делят углы, прилежащие к большему основанию, пополам. Периметр трапеции *36*, а ее средняя линия *11,7*. Найдите длину большей стороны трапеции.

Вариант № 4

1. Углы, образуемые диагональю ромба с одной из его сторон, относятся как 4:5. Найдите углы ромба.
2. На продолжении диагонали *AC* прямоугольника *ABCD* отложены равные отрезки *AM* и *CN*. Докажите, что четырехугольник *MBND* – параллелограмм.
3. Найдите стороны параллелограмма, диагонали которого 8 и 10, а угол между ними 60°.

4. Средняя линия равнобедренной трапеции делится диагональю на отрезки *2 см* и *5 см*. Боковая сторона равна *5 см*. Найдите основания трапеции и высоту.

Самостоятельная работа
Тема: «Векторы, линейная комбинация векторов»

Вариант № 1.

1. ABCD – параллелограмм, M – середина BC, $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AM}$. Выразите вектор $\overrightarrow{AB}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. В параллелограмме ABCD, M – середина DC, $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AM}$. Найдите координаты вершин B, C и D, если A(-1, 5), $\vec{a}$(-4; 2), $\vec{b}$(5; 3).

3. Представьте вектор $\vec{c}$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}(2; -1)$, $\vec{b}(-3; 7)$, $\vec{c}(1; 5)$.

Вариант №2.

1. ABCD – параллелограмм, M – середина DC, $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AM}$. Выразите вектор $\overrightarrow{AB}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
2. В параллелограмме ABCD, M – середина BC, $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AM}$. Найдите координаты вершин B, C и D, если A(2, 3), $\vec{a}(6; -2)$, $\vec{b}(3; 4)$.
3. Представьте вектор $\vec{c}$ в виде линейной комбинации векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}(1; 3)$, $\vec{b}(4; -2)$, $\vec{c}(9; -1)$

Контрольная работа
Тема: «Прямая, уравнения прямой»

Вариант 1.

1. В параллелограмме ABCD даны уравнения прямой AB: $x - y - 1 = 0$ и прямой BC: $x - 2y = 0$ и координаты точки O(3; -1) пересечения диагоналей. Написать: а) параметрические уравнения прямой AD; б) канонические уравнения прямой CD, в) общее уравнение прямой AC.
2. Найти уравнения биссектрис углов, образованных прямыми $x - 3y + 2 = 0$ и $3x + y - 1 = 0$.
3. Найти уравнение биссектрисы того угла между прямыми $x - 3y + 2 = 0$ и $3x + y - 1 = 0$, в котором лежит начало координат.

Вариант 2.

1. Даны середины M(2; 1), N(-3; -3) и P(-1; 0) сторон треугольника A, B и C. Написать: а) параметрические уравнения прямой AB; б) канонические уравнения прямой AC, в) общее уравнение прямой BC.
2. 2. Найти уравнения биссектрис углов, образованных прямыми $x + 2y + 5 = 0$ и $4x + 2y - 3 = 0$.
3. Найти уравнение биссектрисы того угла между прямыми $x + 2y + 5 = 0$ и $4x + 2y - 3 = 0$, в котором лежит начало координат.

Контрольная работа
Тема: «Линии второго порядка»

Вариант 1

Привести к каноническому виду следующие уравнения линий второго порядка, написать формулы преобразования координат.

1. $29x^2 + 144xy + 71y^2 - 40x + 30y - 50 = 0$.
2. $\sqrt{3}\,x^2 + 2xy - \sqrt{3}\,y^2 - 2x - 2\sqrt{3}\,y = 0$.

Вариант 2

Привести к каноническому виду следующие уравнения линий второго порядка, написать формулы преобразования координат.

1. $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0$.
2. $25x^2 + 36xy + 40y^2 - 34x - 116y + 89 = 0$.

Вариант 3

Привести к каноническому виду следующие уравнения линий второго порядка, написать формулы преобразования координат.

1. $9x^2 - 24xy + 16y^2 + 30x - 40y - 25 = 0$.
2. $16x^2 - 24xy + 9y^2 + 66x - 88y + 121 = 0$.

Вариант 4

Привести к каноническому виду следующие уравнения линий второго порядка, написать формулы преобразования координат.

1. $9x^2 + 4xy + 6y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.
2. $9x^2 - 12xy + 4y^2 + 39 = 0$.

ВОПРОСЫ К КОЛЛОКВИУМУ
Модуль «Геометрия на плоскости»

1. Задачи на построение. Аксиомы циркуля и линейки. Основные этапы решения задач на построение. *Пример*: к данной окружности провести касательную, проходящую через данную точку.
2. Решение задач на построение методом пересечения фигур. *Пример*: в данный угол вписать окружность данного радиуса.
3. Множество точек, из которых данный отрезок виден под данным углом (анализ, построение, доказательство).
4. Алгебраический метод решения задач на построение. *Пример*: построить прямую, параллельную стороне данного треугольника так, чтобы она разделила данный треугольник на две равновеликие фигуры.
5. Основные построения отрезков, заданных формулами.
6. Золотое сечение отрезка.
7. Построение правильного десятиугольника (анализ, построение).
8. Построение правильного пятиугольника (анализ, построение, доказательство).
9. Примеры задач, неразрешимых циркулем и линейкой: квадратура круга, удвоение куба, трисекция угла. Решения этих задач другими средствами.
10. Аксиомы площади. Площади простейших многоугольников.
11. Равновеликость, равносоставленность. Теорема Бояи-Гервина.
12. Прямоугольная система координат на плоскости, задание линий уравнениями.
13. Векторы, сложение векторов, умножение вектора на число.
14. Линейная комбинация векторов, линейная зависимость.
15. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой, его исследование.
16. Взаимное расположение прямых

17. Расстояние от точки до прямой.
18. Определение алгебраической линии. Уравнение окружности, её параметрические уравнения.
19. Задачи, приводящие к окружности.
20. Эллипс, каноническое и параметрические уравнения, построение эллипса.
21. Гипербола, каноническое уравнение, построение.
22. Парабола, каноническое уравнение, построение.
23. Замена координат, изменение координат при параллельном переносе.
24. Изменение координат при повороте осей и осевой симметрии.
25. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
26. Неразрешимость задач на построение циркулем и линейкой, критерий.

МОДУЛЬ № 2 «ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ»

(контрольно измерительные материалы)

Самостоятельная работа
Тема: «Методы изображений»

Вариант №1

1. Постройте изображение окружности и вписанного в нее квадрата.
2. Дано изображение треугольника и центра описанной около него окружности. Постройте изображение точки пересечения высот этого треугольника.
3. Постройте изображение ромба и прямых, каждая из которых проходит через середину стороны, перпендикулярно диагоналям.

Вариант №2

1. Постройте изображение окружности и описанного около нее квадрата.
2. Постройте изображение ромба и прямых, каждая из которых проходит через середину стороны, перпендикулярно диагоналям.
3. Дано изображение ромба с углом 60°. Постройте изображение высоты ромба, проведенной из вершины острого угла.

Индивидуальная домашняя работа
Тема: «Элементарная стереометрия»

1. По стороне основания a и боковому ребру b найдите полную поверхность правильной призмы: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
2. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 5 см, а одна из диагоналей основания 4 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда, зная, что меньшая диагональ образует с плоскостью основания угол 60°.
3. Основанием пирамиды является правильный треугольник. Одна из боковых граней перпендикулярна основанию, а две другие наклонены к нему под углом α. Как наклонены к плоскости основания боковые ребра?

4. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Все двугранные углы при основании пирамиды равны 60°. Найдите высоту пирамиды.
5. По стороне основания *a* и боковому ребру *b* найдите объем правильной призмы: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
6. Основание призмы – треугольник, у которого одна сторона равна 2 см, а две другие по 3 см. Боковое ребро равно 4 см и составляет с плоскостью основания угол 45°. Найдите ребро равновеликого куба.
7. По стороне основания *a* и боковому ребру *b* найдите объем правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
8. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды а, а двугранный угол при основании равен 45°. Найдите объем пирамиды.
9. По ребру *a* правильного тетраэдра найдите его объем.
10. По ребру *a* правильного октаэдра найдите его объем.
11. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9 м и 12 м, все боковые ребра равны 12,5 м. Найдите объем пирамиды.
12. Основание пирамиды – равнобедренный треугольник со сторонами 6 см, 6 см и 8 см. Все боковые ребра равны 9 см. Найдите объем пирамиды.
13. В пирамиде с площадью основания Q_1 проведено сечение, параллельное основанию, на расстоянии *h* от него. Площадь сечения равна Q_2. Найдите высоту пирамиды.
14. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде стороны нижнего и верхнего оснований равны *a* и *b*, а двугранный угол при ребре нижнего основания равен α. найдите объем пирамиды.

Контрольная работа
Тема: «Вычислительные задачи стереометрии»

Вариант №1

1. Плоскость α проходит через основание *AC* равнобедренного треугольника *ABC* и образует с плоскостью этого треугольника угол в 60^0. Угол наклона боковой стороны к плоскости α равен 45^0. Найдите площадь треугольника *ABC*, если *AB*=3 см.
2. В пирамиде *SABCD*, *ABCD* – квадрат со стороной *3*. Ребро $SA \perp (ABC)$, *SA=4*. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Вариант №2

1. Катеты прямоугольного треугольника равны 7 см и 24 см. Определите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, которая проходит через гипотенузу и составляет угол в 30^0 с плоскостью треугольника.
2. В пирамиде *SABCD*, *ABCD* – прямоугольник со сторонами *3* и *4*. Ребро $SD \perp (ABC)$, *SD=5*. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Вариант №3

1. Плоскости правильного треугольника *ABC* и треугольника *ADC* образуют угол в 30^0, причем вершина *D* проектируется в центр треугольника *ABC*.

Найдите длину BD, если расстояние от центра треугольника ABC до его стороны равно 3 см.
2. В пирамиде $SABC$, ABC – равнобедренный прямоугольный треугольник, $\angle C = 90^\circ$, AC=2. Ребро $SB \perp (ABC)$, $SB=4$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Вариант №4

1. В треугольнике ABC, AB=10 см, BC=11 см, AC=7 см. Через сторону AC проходит плоскость α, образующая с плоскостью треугольника угол 60^0. Найдите углы наклона прямых AB и BC к плоскости α.
2. В пирамиде $SABCD$, $ABCD$ – квадрат, диагональ которого равна 4. Ребро $SB \perp (ABC)$, $SB=4$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды

Индивидуальная домашняя работа
Тема: «Координаты и векторы в пространстве»

Даны точки A, B, C, D координатами своих вершин в прямоугольной декартовой системе координат.

1. Доказать, что точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости.
2. Найти S ΔABC.
3. Найти объем тетраэдра.
4. Найти высоту DH тетраэдра.
5. Найти координаты точки H.
6. Найти высоту DT грани ABD.
7. Найти координаты точки T.
8. Найти расстояние между прямыми AB и CD.

1)	A(2;0;1)	B(2;2;0)	C(-1;1;-1)	D(1;-1;3)
2)	(-2;0;1)	(2;2;0)	(-1;1;-1)	(2;-1;3)
3)	(2;1;0)	(-1;1;1)	(1;-1;0)	(1;-1;3)
4)	(-2;0;1)	(-2;1;1)	(1;-2;0)	(2;-1;3)
5)	(3;2;0)	(0;2;1)	(1;1;3)	(-2;1;-3)
6)	(3;-2;0)	(0;2;1)	(1;1;3)	(2;-1;3)
7)	(3;2;0)	(-1;2;3)	(1;-1;0)	(-2:1;-3)
8)	(3;-2;0)	(-1;2;3)	(1;-1;0)	(2;-1;3)
9)	(2;0;1)	(-1;2;3)	(1;-1;0)	(2;-1;3)
10)	(-2,0;1)	(-1;1;1)	(1;1; 3)	(2;-2;3)
11)	(0;2;1)	(2;2;0)	(1;-1;-1)	(-1;1;3)
12)	(0;-2;1)	(2;2;0)	(1;-1;-1)	(-1;2;3)
13)	(1;2;0)	(1;-1;1)	(-1;1;0)	(-1;1;3)
14)	(0;-2;1)	(1;-2;1)	(-2;1;0)	(-1;2;3)
15)	(2;3;0)	(2;0;1)	(1;1;3)	(1;-2;-3)
16)	(-2;3;0)	(2;0;1)	(1;1;3)	(-1;2;3)
17)	(2;3;0)	(2;-1;3)	(-1;1;0)	(1;-2;-3)
18)	(-2;3;0)	(2;-1;3)	(-1;1;0)	(-1;2;3)

19) (0;2;1) (2;-1;3) (-1;1;0) (-1;2;3)
20) (0;-2;1) (1;-1;1) (1;1;т.3) (-2;2;3)
21) (1;0;2) (0;2;2) (-1;1;-1) (3;-1;1)
22) (1;0;-2) (0;2;2) (-1;1;-1) (3;-1;2)
23) (0;1;2) (1;1;-1) (0;-1;1) (3;-1;1)
24) (1;0;-2) (1;1;-2) (0;-2;1) (3;-1;2)
25) (0;2;3) (1;2;0) (3;1;1) (-3;1;-2)
26) (0;-2;3) (1;2;0) (3;1;1) (3;-1;2)
27) (0;2;3) (3;2;-1) (0;-1;1) (-3;1;-2)
28) (0;-2;3) (3;2;-1) (0;-1;1) (3;-1;2)
29) (1;0;2) (3;2;-1) (0;-1;-1) (3;-1;2)
30) (1;0;-2) (1;1;-1) (3;1;1) (3;-2;2)

Самостоятельная работа
Тема: «Поверхности второго порядка»

Вариант 1

1. Напишите каноническое уравнение эллипсоида, который прогходит через точку A(2;0;1) и пересекает плоскость XOY по линии $x^2 + 8y^2 - 8 = 0$
2. Исследуйте методом сечения плоскостями и постройте изображение поверхности $x^2 + y^2 - 4z^2 - 4 = 0$.
3. Определите вид поверхности, которая задана уравнением $x^2 - 2x + y^2 = 8$.

Вариант 2

1. Напишите каноническое уравнение эллипсоида, который прогходит через точку A(-2;0;-1) и пересекает плоскость XOY по линии $x^2 + 8y^2 + 18 = 0$.
2. Исследуйте методом сечения плоскостями и постройте изображение поверхности $x^2 +2 y^2 - 6z^2 + 24 = 0$.
3. Определите вид поверхности, которая задана уравнением $x^2 + y^2 -9z = 0$.

Вопросы к зачёту с оценкой
Модуль 2: «Геометрия в пространстве»

1. Параллельное проектирование (определение, свойства).
2. Изображение плоских фигур в пространстве. Пример.
3. Изображение окружности. Пример.
4. Изображение пространственных фигур. Примеры.
5. Изображение сферы.
6. Правильные многогранники: правильный тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.
7. Эйлерова характеристика для многогранников (т. Декарта-Эйлера, т. Эйлера).
8. Объемы многогранников: призмы, пирамиды, усеченной пирамиды.
9. Объемы тел вращения: цилиндра, конуса, сферы.
10. Векторное произведение двух векторов (определение, свойства).
11. Смешанное произведение векторов (определение, свойства).

12. Уравнения плоскости: каноническое, параметрические, уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором, общее уравнение.
13. Неполные уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, заданных общими уравнениями.
14. Расстояние от точки до плоскости.
15. Угол между двумя плоскостями.
16. Уравнения прямой в пространстве: канонические, параметрические. Прямая, как пересечение двух плоскостей.
17. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости.
18. Расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещивающимися прямыми.
19. Угол между прямой и плоскостью.
20. Уравнения сферы: каноническое, параметрические.
21. Цилиндрические поверхности.
22. Конические поверхности.
23. Эллипсоид.
24. Однополостный гиперболоид.
25. Двуполостный гиперболоид.
26. Эллиптический параболоид.
27. Гиперболический параболоид.

МОДУЛЬ № 3 «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ»

(контрольно измерительные материалы)

Самостоятельная работа
Тема: «Движения»

Вариант 1

1. Движение задано формулами $\begin{matrix} x_1 = -x - 6 \\ y_1 = y \end{matrix}$. Найдите:

   1) образ точки $M(3;2)$;
   2) прообраз точки M;
   3) неподвижные точки;
   4) образ окружности $(x-1)^2 + y^2 = 4$.

2. Напишите аналитическое задание центральной симметрии с центром $O(1;3)$.

Вариант 2

1. Движение задано формулами $\begin{matrix} x_1 = -x + 1 \\ y_1 = -y \end{matrix}$. Найдите:

   1) образ точки $M(3;2)$
   2) прообраз точки M;
   3) неподвижные точки;
   4) образ окружности $(x-1)^2 + y^2 = 4$.

2. Напишите аналитическое задание центральной симметрии с центром $O(-2;0)$.

Контрольная работа
Тема: «Решение задач методом движения»

Вариант 1

1. Дан треугольник *ABC* и точка *O*. Постройте:

а) $\Delta A_1B_1C_1 = \beta_O^{60^\circ}(\Delta ABC)$;

б) образ средней линии треугольника *ABC*, параллельной стороне *AC*.

2. Даны две равные неконцентрические окружности ω_1 и ω_2. Назовите все движения, при которых ω_1 отображается на ω_2.

3. Окружность, вписанная в угол, касается его сторон в точках *M* и *N*. Докажите, что *M* и *N* – соответственные точки при осевой симметрии, ось которой содержит биссектрису данного угла.

4. Даны точка *A*, прямая *l* и окружность ω. постройте равносторонний треугольник *ABC*, вершины *B* и *C* которого принадлежат соответственно прямой *l* и окружности ω.

Вариант 2

1. Дан треугольник *ABC* и точка *O*. Постройте:

а) $\Delta A_1B_1C_1 = \beta_O^{45^\circ}(\Delta ABC)$;

б) образ центра окружности, описанной около треугольника *ABC*.

2. *ABCDEF* – правильный шестиугольник. Назовите все движения, при которых отрезок *AB* отображается на отрезок *DE*.

3. Точка *C* принадлежит внутренней области прямого угла *AOB*. $C_1 = \sigma_{OA}(C)$, $C_2 = \sigma_{OB}(C)$. Докажите, что точки C_1, C_2 и *O* принадлежат одной прямой.

4. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник *ABC* ($\angle C = 90^\circ$), вершина *C* которого – данная точка, а вершины *A* и *B* принадлежат соответственно данной прямой *l* и данной окружности ω.

Вариант 3

1. Дан треугольник ABC и вектор $\vec{a}$. Постройте:

а) $\Delta A_1B_1C_1 = p_{\vec{a}}(\Delta ABC)$;

б) образ центра тяжести треугольника *ABC*.

2. *ABCDE* – правильный пятиугольник. Назовите все движения, при которых отрезок *AB* отображается на отрезок *CD*.

3. Через центр квадрата проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Докажите, что отрезки этих прямых, заключенные внутри квадрата, равны.

4. Даны прямая *l*, окружности ω_1 и ω_2. Постройте точки *A* и *B*, принадлежащие соответственно ω_1 и ω_2 такие, что отрезок *AB* перпендикулярен прямой *l* и делится ею пополам.

Вариант 4

1. Дан треугольник ABC и вектор $\vec{a}$. Постройте:

а) $\Delta A_1B_1C_1 = p_{\vec{a}}(\Delta ABC)$;

б) образ ортоцентра треугольника *ABC*.

2. $ABCDEF$ – правильный шестиугольник. Назовите все движения, при которых отрезок AB отображается на отрезок CD.

3. $ABCD$ – равнобедренная трапеция ($BC \| AD$). Докажите, что прямые AB и DC пересекаются в точке, принадлежащей прямой, проходящей через середины оснований трапеции.

4. Даны две пересекающиеся прямые и точка, не принадлежащая этим прямым. Постройте отрезок, концы которого принадлежат данным прямым, а данная точка – середина этого отрезка.

Контрольная работа
Тема: «Подобия»

Вариант 1

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите образ точки $M(-7;2)$, если $S(0;-5)$ – центр гомотетии, коэффициент которой равен (-2).

2. Постройте образ параллелограмма в гомотетии, центр которой – одна из вершин параллелограмма, а $k = \frac{m}{n}$ (m, n – данные отрезки).

3. Через точку касания двух окружностей проведены две секущие, пересекающие первую окружность в точках A и B, вторую – в точках C и D. Докажите, что $AB \parallel CD$.

4. Постройте прямоугольный треугольник по отношению катетов $m : n$, где m и n – данные отрезки, и гипотенузе.

Вариант 2

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите прообраз точки $M(-5;1)$, если $S(0;1)$ – центр гомотетии, коэффициент которой равен (-3).

2. Постройте образ угла ABC в гомотетии с центром S и коэффициентом $k = \frac{m}{n}$ (m, n – данные отрезки).

3. $ABCD$ – параллелограмм. Через вершину C проведена прямая, параллельная диагонали BD и пересекающая продолжения сторон AB и AD в точках N и K. Докажите, что точка C – середина отрезка NK.

4. Постройте равнобедренный треугольник по углу при вершине и сумме боковой стороны и основания.

Вариант 3

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите ее центр, если коэффициент гомотетии равен (-2), а $A(-1;5)$ и $A_1(3;2)$ – пара соответственных точек.

2. Постройте образ окружности в гомотетии, центр которой – внутренняя точка окружности, а $k = \frac{m}{n}$ (m, n – данные отрезки).

3. Каждая из диагоналей квадрата разделена на три равные части. Докажите, что точки деления являются вершинами квадрата и найдите отношение площадей данного квадрата и полученного.

4. Постройте прямоугольный треугольник, если дан один из его острых углов и биссектриса, проведенная из вершины прямого угла.

Вариант 4

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите ее центр, если коэффициент гомотетии равен 5, а $M(-1;3)$ и $M_1(4;1)$ – пара соответственных точек.
2. Постройте образ ромба в гомотетии, центр которой – точка пересечения диагоналей ромба, а $k=\dfrac{m}{n}$ (*m*, *n* – данные отрезки).
3. Пусть *P* – произвольная точка плоскости, A_1, B_1, C_1 – точки, симметричные точке *P* относительно середин сторон *BC*, *CA*, *AB* треугольника *ABC* соответственно. Докажите, что отрезки AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке.
4. Постройте треугольник по двум углам и радиусу описанной окружности.

Индивидуальная домашняя работа
Тема: «Аффинные преобразования»

Родственное преобразование задано уравнением оси родства в аффинной системе координат. Точка *M* переходит в точку M_1 в данном родстве.

1. В аффинной системе координат O, E_1, E_2 построить ось родства, точки *M* и M_1.
2. Построить образы точек O, E_1, E_2. Выделить реперы *R* и R_1.
3. Определить род аффинного преобразования.
4. Определить вид родства.
5. Записать координатные формулы этого аффинного преобразования.
6. Определить координаты точки O_1 и координаты образов векторов $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$ в репере *R*.

1. $x+2y-2=0$, $M(1; -2)$, $M_1(3;2)$
2. $3x-y+1=0$, $M(1; -2)$, $M_1(0;4)$
3. $2x+y+3=0$, $M(1; 0)$, $M_1(0;1)$
4. $3x-y+6=0$, $M(2; -1)$, $M_1(3;2)$
5. $x+y-3=0$, $M(-1; 0)$, $M_1(3;4)$
6. $2x+y-4=0$, $M(-1; 1)$, $M_1(3;2)$
7. $2x+y+4=0$, $M(1; 1)$, $M_1(2;-1)$
8. $x-2y-2=0$, $M(-1; 1)$, $M_1(1;2)$
9. $x+2y+2=0$, $M(2; -1)$, $M_1(0;-2)$
10. $3x+y+6=0$, $M(1; 0)$, $M_1(0;-1)$
11. $3x-y-6=0$, $M(0; -1)$, $M_1(3;-2)$
12. $x+y-2=0$, $M(-1; 1)$, $M_1(-2;2)$
13. $x+y+2=0$, $M(2; 1)$, $M_1(0;-7)$
14. $x-y+2=0$, $M(-1; 0)$, $M_1(0;4)$
15. $x+y-1=0$, $M(-2; 0)$, $M_1(0;-2)$
16. $x+y+1=0$, $M(1; -1)$, $M_1(-2;2)$
17. $x-y-1=0$, $M(1; 1)$, $M_1(0;3)$
18. $x-y+1=0$, $M(1; 0)$, $M_1(0;2)$

19. $2x+y=0$, $M(-1;\ 0)$, $M_1(0;2)$
20. $2x-y=0$, $M(2;\ 0)$, $M_1(0;2)$
21. $x+y-2=0$, $M(2;\ -1)$, $M_1(3;1)$

Вопросы к экзаменуу
Модуль 3 «Геометрические преобразования»

1. Геометрические преобразования, композиция преобразований, группа преобразований.
2. Движения, основные инварианты, группа движений.
3. Неподвижные точки движений, теорема о представлении движения композицией не более трёх осевых симметрий.
4. Классификация движений плоскости.
5. Решение задач с использованием движения.
6. Аналитическое задание движений плоскости.
7. Подобия, группа подобий.
8. Гомотетия, композиция гомотетий и движений.
9. Аналитическое задание гомотетий и подобий.
10. Решение задач с помощью подобий.
11. Представление подобий в виде композиции гомотетии и движения.
12. Аффинные преобразования, группа аффинных преобразований.
13. Задание аффинных преобразований аффинными реперами, аналитическое задание аффинных преобразований.
14. Неподвижные точки аффинных преобразований, родство.
15. Представление аффинных преобразований композицией родственных.
16. Аксонометрия. Аффинные координаты.
17. Инверсия, свойства инверсии, решение задач с помощью инверсии.

МОДУЛЬ № 4 «ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

(контрольно измерительные материалы)

Самостоятельная работа

(теорема Дезарга иееприложения)

1. Используя теорему Дезарга, доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке.

2. Используя теорему Дезарга, доказать, что если противоположные вершины параллелограмма расположены соответственно на противоположных сторонах второго, то оба параллелограмма имеют общий центр симметрии.

3. С помощью одной линейки разделить отрезок пополам, если задана прямая, параллельная этому отрезку.

4. С помощью одной линейки построить четвёртую гармоническую точку к трём данным точкам.

Контрольная работа

(основные факты проективной геометрии)

1. Точки А, В, С, Д, Е, F расположены на прямой так, что АВ=ВС=СД=ДЕ=ЕF. Найдите: а) (CF, BE), б) (ДА, EF).

2. Прямые a, b, c принадлежат одному пучку. Постройте прямую d этого пучка, если (bd, ca)=-1.

3. Точка М – середина отрезка РЕ. Пользуясь только линейкой, проведите через точку N, не принадлежащую прямой РЕ, прямую, параллельную РЕ.

4. Задайте гомологию осью, центром и парой соответственных точек. Постройте образ несобственной прямой.

5. Гомология задана осью, центром и парой соответственных точек. На двух данных прямых a и b найдите пару соответственных точек.

6. Проективное отображение точек одной прямой на точки другой прямой задано тремя парами соответственных точек. Найти образ четвёртой точки.

7. Проективное отображение прямых одного пучка на прямые другого пучка задано тремя парами соответственных прямых. Найти образ четвёртой прямой.

Контрольная работа

(линии второго порядка на проективной плоскости)

1. Построить поляру для некоторой точки.

2. Построить касательную к овальной линии второго порядка.

3. Построить полюс для некоторой прямой.

4. Овальная линия задана пятью точками общего положения. Используя теорему Паскаля, построить шестую точку линии.

5. Овальная линия задана пятью точками общего положения. Используя теорему Паскаля (предельный случай), построить касательную в одной из данных точек.

6. Овальная линия задана тремя неколлинеарными точками и двумя касательными в двух из них. Используя теорему Паскаля (предельный случай), построить касательную в третьей точке.

7. Овальная линия задана пятью касательными. Используя теорему Брианшона, построить шестую касательную.

8. Овальная линия задана пятью касательными. Используя теорему Брианшона (предельный случай), построить точку касания одной из них.

9. Используя проективную модель аффинной плоскости, доказать, что в параллелограмме диагонали делятся точкой пересечения пополам.

Индивидуальные домашние задания

(системы динамической математики в проективной геометрии)

1. Теорема Дезарга и ее приложения в системах динамической геометрии Живая математика.
2. Применение основных фактов проективной геометрии в решении задач элементарной математики.
3. Поддержка аналитической проективной геометрии с помощью системы динамической геометрии Живая математика.

4. Проективные и перспективные отображения прямых и пучков в системе динамической геометрии Живая математика.
5. Теорема Штейнера и ее приложения в системе динамической геометрии Живая математика.
6. Прямая и обратная теоремы Паскаля, их приложения и предельные случаи в системе динамической геометрии Живая математика.
7. Прямая и обратная теоремы Брианшона, их приложения и предельные случаи в системе динамической геометрии Живая математика.
8. Конечные модели проективных плоскостей, разработка соответствующих элективных курсов длястаршеклассников.

Вопросы к экзамену

1. Проективная плоскость, модели проективных плоскостей.

2. Координаты точек на прямой и плоскости, условие коллинеарности трех точек. Уравнение прямой.

3. Принцип двойственности. Теорема Дезарга, обратная теорема.

4. Сложное отношение четырех точек прямой и четырех прямых пучка.

5. Гармонические четвёрки точек и прямых. Гармонические свойства полного четырёхвершинника.

6. Проективные преобразования проективной плоскости, свойства проективных преобразований.

7. Гомология. Представление проективного преобразования в виде композиции гомологий.

8. Проективные и перспективные отображения прямых.

9. Проективные и перспективные отображения пучков.

10. Линии второго порядка на проективной плоскости, пересечение с прямой, касательные.

11. Сопряжённость точек. Полюс и поляра.

12. Классификация линий второго порядка.

13. Проективное определение линий второго порядка. Теорема Штейнера.

14. Свойства шестивершинника, вписанного в овальную линию второго порядка. Теорема Паскаля.

15. Свойства шестивершинника, описанного около овальной линии второго порядка. Теорема Брианшона.

16. Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой.

МОДУЛЬ № 5 «ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ»

(контрольно измерительные материалы)

Контрольная работа

(в форме тестов) тема: Общие вопросы аксиоматики

1. Задание {{ 179 }} ТЗ № 179

Группа аксиом, содержащих основное отношение «принадлежности»:

☑ соединения

☐ параллельных

☐ соответствия
☐ непрерывности

2. Задание {{ 180 }} ТЗ № 180

Группа аксиом, содержащих основное отношение «между»:

☑ порядка
☐ связности
☐ сочетания
☐ метрики

3. Задание {{ 181 }} ТЗ № 181

Группа аксиом, содержащих основное понятие «равенство»:

☑ конгруэнтности
☐ принадлежности
☐ измеримости
☐ предшествования

4. Задание {{ 182 }} ТЗ № 182

Аксиома, эквивалентная пятому постулату Евклида:

☐ непрерывности
☑ параллельности
☐ конгруэнтности
☐ принадлежности

5. Задание {{ 183 }} ТЗ № 183

Название четырехугольника ABCD, в котором углы A и D прямые и AB=CD:

☐ Евклида
☐ Бельтрами
☑ Саккери
☐ Пуанкаре

13. Задание {{ 191 }} ТЗ № 191

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☑ вокруг любого треугольника можно описать окружность
☐ в любой треугольник можно вписать окружность
☐ сумма внутренних углов четырехугольника > 360°
☐ через любую точку вне прямой проходит прямая, параллельная ей

14. Задание {{ 194 }} ТЗ № 194

Доказательством непротиворечивости систем аксиом является существование в ней:

☑ модели заданной системы аксиом
☐ противоречащих друг другу аксиом
☐ эквивалентных предложений
☐ предложений, эквивалентных пятому постулату

15. Задание {{ 195 }} ТЗ № 195

Количество секущих AB равного наклона, проходящих через точку A прямой AA_1 к прямой BB_1:

☐ две

☑ одна
☐ три
☐ четыре

16. Задание {{ 196 }} ТЗ № 196

Метод, лежащий в основе построения математической теории:

☑ аксиоматический
☐ геометрический
☐ эмпирический
☐ аналитический

17. Задание {{ 197 }} ТЗ № 197

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☐ через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость
☑ прямая, пересекающая одну из двух параллельных прямых, пересекает и вторую
☐ не существует общего перпендикуляра для двух параллельных прямых
☐ если углы одного квадрата равны углам другого квадрата, то квадраты равны

18. Задание {{ 198 }} ТЗ № 198

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☑ теорема Пифагора
☐ сумма углов треугольника > 180°
☐ сумма углов треугольника < 180°
☐ теорема Паскаля

19. Задание {{ 199 }} ТЗ № 199

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☑ медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине
☐ в любой треугольник можно вписать окружность
☐ из любой точки можно провести касательную к окружности
☐ внешний угол треугольника больше любого внутреннего

20. Задание {{ 200 }} ТЗ № 200

Критерий, по которому система аксиом является независимой:

☑ ни одну из аксиом нельзя вывести из остальных аксиом системы
☐ в ней не существует противоречащих друг другу аксиом
☐ в ней не существует эквивалентных предложений
☐ ее нельзя пополнить другими эквивалентными аксиомами

21. Задание {{ 201 }} ТЗ № 201

Критерий, по которому система аксиом является полной:

☐ в ней нет исключающих друг друга положений
☐ ни одна из аксиом не является следствием остальных
☐ в ней нет зависимых предложений
☑ к ней нельзя добавить независимую от них аксиому

22 Задание {{ 208 }} ТЗ № 208

Утверждение, эквивалентное пятому постулату Евклида:

☐ первый признак равенства треугольников

☑ аксиома параллельности

☐ аксиома параллельности Лобачевского

☐ сумма углов треугольника < 180°

Индивидуальная домашняя работа

Тема: «Утверждения, эквивалентные V постулату»

1 Утверждение «Любые перпендикуляр и наклонная к некоторой прямой всегда пересекаются» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

2. Утверждение «Через любую внутреннюю точку угла всегда можно провести прямую, пересекающую стороны угла и не проходящую через вершину» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

3. Утверждение «Внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов, не смежных с ним» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

4. Утверждение «Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести окружность» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

5. Утверждение «Сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна ее радиусу» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

6. Утверждение «Средняя линия треугольника равна половине его основания» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

7. Утверждение «Угол, вписанный в окружность и опирающийся на ее диаметр, - прямой» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

8. Утверждение «Существуют неравные треугольники такие, что три угла одного из них равны соответственно трем углам другого» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

9. Утверждение «Три точки, одинаково удаленные от некоторой прямой и лежащие по одну сторону от нее, лежат на одной прямой» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

10. Утверждение «Прямая, пересекающая одну из параллельных прямых, пересекает и вторую» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

Контрольная работа

(в форме тестов)

Тема: «Планиметрия Лобачевского»

1. Задание {{ 184 }} ТЗ № 184

Угол параллельности на плоскости Лобачевского:

- ☑ острый
- ☐ тупой
- ☐ прямой
- ☐ развернутый

2. Задание {{ 185 }} ТЗ № 185

Свойство S - суммы углов треугольника на плоскости Лобачевского:

- ☑ S < 2d
- ☐ S > 2d
- ☐ S = 2d
- ☐ S >= 2d

3. Задание {{ 186 }} ТЗ № 186

Свойство S -суммы углов четырехугольника на плоскости Лобачевского:

- ☑ S < 4d
- ☐ S > 4d
- ☐ S = 4d
- ☐ S >= 4d

4. Задание {{ 187 }} ТЗ № 187

Свойство внешнего угла α и внутренних, не смежных с ним углов β и γ треугольника на плоскости Лобачевского:

- ☐ $\alpha < \beta + \gamma$
- ☑ $\alpha > \beta + \gamma$
- ☐ $\alpha = \beta + \gamma$
- ☐ $\alpha \geq \beta + \gamma$

5. Задание {{ 188 }} ТЗ № 188

Треугольники плоскости Лобачевского, у которых равны соответственные углы:

- ☑ равные
- ☐ подобные
- ☐ прямоугольные
- ☐ равнобедренные

6. Задание {{ 189 }} ТЗ № 189

Свойство S - суммы углов четырехугольника Саккери в абсолютной геометрии:

- ☑ $S \leq 4d$
- ☐ $S > 4d$
- ☐ $S = 4d$
- ☐ $S \geq 4d$

7. Задание {{ 190 }} ТЗ № 190

Углы B и C в четырехугольнике Саккери на плоскости Лобачевского, если углы A и D – прямые:

☑ острые
☐ тупые
☐ прямые
☐ различные

8. Задание {{ 202 }} ТЗ № 202

Модель, которая является доказательством непротиворечивости геометрии Лобачевского:

☑ Кели-Клейна
☐ Евклида
☐ Гильберта
☐ Архимеда

9. Задание {{ 203 }} ТЗ № 203

Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского, перпендикулярных третьей прямой:

☐ параллельны
☑ сверхпараллельны
☐ перпендикулярны
☐ совпадают

10. Задание {{ 204 }} ТЗ № 204

Название общей части геометрии Евклида и Лобачевского:

☐ относительная
☑ абсолютная
☐ собственная
☐ несобственная

11. Задание {{ 205 }} ТЗ № 205

Фигура, которая является множеством точек, удаленных от прямой на данное расстояние и лежащих в одной полуплоскости относительно ее:

☐ парабола
☐ орицикл
☑ эквидистанта
☐ гипербола

12. Задание {{ 206 }} ТЗ № 206

Результаты абсолютной геометрии, справедливые на плоскости Лобачевского:

☑ признаки равенства треугольников
☐ сумма углов треугольника < 2d
☐ сумма углов четырехугольника < 4d
☐ теорема о средней линии треугольника

13. Задание {{ 207 }} ТЗ № 207

Изменение значения угла параллельности на плоскости Лобачевского при увеличении расстояния от точки до прямой:

☑ уменьшается

☐ увеличивается
☐ не изменяется
☐ не существует

14. Задание {{ 192 }} ТЗ № 192

Верное утверждение на плоскости Лобачевского:

☑ через любые две точки проходит прямая
☐ через любые три точки проходит окружность
☐ сумма углов треугольника равна 2d
☐ существуют подобные неравные треугольники

15. Задание {{ 193 }} ТЗ № 193

Свойство основания a и противоположной стороны b в четырехугольнике Саккери на плоскости Лобачевского:

☑ a < b
☐ a > b
☐ a = b
☐ a >= b

Индивидуальная домашняя работа

(решение задач элементарной геометрии на динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского)

1. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского через данную точку провести прямую параллельную данной прямой.
2. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую параллельную двум параллельным прямым.
3. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую параллельную двум пересекающимся прямым.
4. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую параллельную двум сверхпараллельным прямым.
5. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить параллелограмм.
6. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямоугольный треугольник.
7. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить трапецию.
8. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского для заданного отрезка построить серединный перпендикуляр.
9. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить треугольник, симметричный данному относительно прямой, содержащей сторону треугольника.
10. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского удвоить данный отрезок.
11. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского разделить отрезок пополам.

12.На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского провести биссектрису данного угла.

13.На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского удвоить данный угол.

14.На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского через данную точку провести прямую перпендикулярную данной прямой.

15.На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую перпендикулярную одной стороне угла и параллельную второй.

16.На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить четырехугольник Саккери.

17.На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить общий перпендикуляр двух сверхпараллельных прямых.

18.Доказать на динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, что параллельные прямые не имеют общего перпендикуляра.

19.На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского на заданном луче отложить отрезок равный данному отрезку.

20.На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить точку (несколько точек), из которой (которых) данный отрезок «виден» под прямым углом.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Аксиоматический метод построения теории. Непротиворечивость системы аксиом. Критерий непротиворечивости. Примеры.
2. Независимость системы аксиом. Критерий независимости. Примеры независимых систем аксиом.
3. Полнота системы аксиом. Критерий полноты. Примеры полных и неполных систем аксиом.
4. «Начала» Евклида. Аксиоматический метод в «Началах» Евклида. Первые следствия из системы аксиом Евклида.
5. Группа аксиом соединения (принадлежности) Д. Гильберта, простейшие следствия группы аксиом соединения, непротиворечивость этой группы аксиом.
6. Группа аксиомы порядка Д. Гильберта. Простейшие следствия групп аксиом соединения и порядка.
7. Группы аксиом конгруэнтности и непрерывности Д. Гильберта. Простейшие следствия групп аксиом соединения, порядка, конгруэнтности и непрерывности.
8. Аксиома параллельности, простейшие следствия, эквивалентность аксиомы параллельности пятому постулату.
9. Система аксиом плоскости Лобачевского. Простейшие следствия о треугольниках и четырехугольниках на плоскости Лобачевского.
10. Параллельность прямых на плоскости Лобачевского, определение и простейшие следствия.

11. Свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Поведение параллельных прямых на бесконечности.
12. Угол параллельности, существование и единственность прямой перпендикулярной одной и параллельной другой стороне острого угла, свойства угла параллельности.
13. Сверхпараллельные (расходящиеся) прямые, определение, свойства и признаки сверхпараллельных прямых.
14. Пучки прямых на плоскости Лобачевского. Принадлежность одному пучку прямых серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. Соответствующие точки пучков.
15. Траектория точки относительно пучка прямых на плоскости Лобачевского. Эквидистанта, некоторые свойства эквидистанты.
16. Траектория точки относительно пучка прямых на плоскости Лобачевского. Орицикл, некоторые свойства орицикла.
17. Непротиворечивость планиметрии Лобачевского. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Движения на модели Кэли-Клейна. Проверка некоторых аксиом первой, второй, третьей и пятой групп аксиом.
18. Расстояние между точками на модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, свойства расстояний между точками. Проверка четвертой группы аксиом.
19. Величина угла на модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, перпендикулярность прямых. Вывод формулы для угла параллельности.
20. Многомерные пространства. Система аксиом Вейля, непротиворечивость.

Учебные ресурсы

Карта литературного обеспечения дисциплины
«Геометрия»

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы
«Математика»
Квалификация: бакалавр
по заочной форме обучения
(общая трудоемкость 20 з.е.)

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек доступа
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Анищенко, Сергей Александрович. Лекции по геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 1 / С. А. Анищенко. - Красноярск : РИО КГПУ, 1999. - 144 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	93
Анищенко С.А. Лекции по геометрии. Ч.2 Геометрия в пространстве. Красноярск: Издательство КГПУ им. В.П. Астафьева, 1999. – 175 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	54
Анищенко, С. А. Лекции по геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 3. Основания геометрии / С. А. Анищенко. - 2-е изд., дораб. и доп. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2009. - 121 с. - 83 р.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	133
Анищенко, Сергей Александрович. Лекции по геометрии. Ч. 4. Сферическая геометрия. Инверсия [Текст] : курс лекций / С.А. Анищенко. - 2-е изд., перераб. и доп. - Красноярск : РИО КГПУ, 2003. - 96 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	47
Майер, Валерий Робертович. Двенадцать лекций по дифференциальной геометрии [Текст] : учебное пособие / В. Р. Майер, В. В. Абдулкин, Т. В. Апакина. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2016. - 112 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	30
Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии [Текст] : методическое пособие. Ч. 1. Геометрия на плоскости. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 1995. - 72 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	118
Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии [Текст]	Научная библиотека	18

: учебное пособие. Ч. 2. Геометрия в пространстве / В. Р. Майер ; сост. В. Р. Майер ; отв. исполн. Н. Н. Пономарева. - Красноярск : КГПУ, 1996. - 128 с.	КГПУ им. В.П. Астафьева	
Карлан, И.А. Практические занятия по высшей математике: аналитическая геометрия на плоскости в пространстве. Дифференциальное исчисление функций одной и многих независимых временных, интегральное исчисление функций одной независимой переменной, интегрирование дифференциальных уравнений : учебное пособие / И.А. Карлан ; отв. ред. Д.З. Гордевский, Р.В. Солодовников. - Изд. 3-е. - Харьков : Издательство Харьковского Ордена Трудового Красного Знамени Государственного Университета имени А. М. Горького, 1967. - 947 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459744	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Атанасян, Л. С. Сборник задач по геометрии [Текст] : учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч. I / Л. С. Атанасян, В. А. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1973. - 256 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	145
Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 1. Аналитическая геометрия на плоскости / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1967. - 298 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	167
Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 2. Аналитическая геометрия в пространстве / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1970. - 368 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	99
Майер, Валерий Робертович. Информационные технологии в обучении геометрии бакалавров – будущих учителей математики: монография /В.Р. Майер, Е.А. Сёмина. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2014. – 516 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	17
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ		
Сборник олимпиадных задач по геометрии для учащихся 8-11 классов [Текст] : методическое пособие / сост. В. В. Абдулкин, В.Р. Майер [и др.]. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2011. - 204 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	30
Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст] : учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / ред. Е. С. Полат. - М. : Академия, 2003. - 272 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 268.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	12
ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ		

Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение : справочная правовая система. – Москва, 1992– .	Научная библиотека	локальная сеть вуза
Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000– . – Режим доступа: http://elibrary.ru.	http://elibrary.ru	Свободный доступ
East View : универсальные базы данных [Электронный ресурс] : периодика России, Украины и стран СНГ . – Электрон.дан. – ООО ИВИС. – 2011 - .	https://dlib.eastview.com/	Индивидуальный неограниченный доступ
Антиплагиат. Вуз [Электронный ресурс]	https://krasspu.antiplagiat.ru/	Индивидуальный доступ
Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	https://icdlib.nspu.ru/	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь / / Фортова А.А.

(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О.)

Карта материально-технической базы дисциплины
«ГЕОМЕТРИЯ»
Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы
«Математика»
Квалификация: бакалавр
по заочной форме обучения
(общая трудоемкость 20 з.е.)

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Компьютер с выходом в интернет-10шт, проектор – 1 шт., учебная доска-1 шт.
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-12	Компьютер с выходом в интернет-10шт, учебная доска-1 шт.
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-19	Маркерная доска-2шт, интерактивная доска-1шт, проектор-1шт, ноутбук-10шт, телевизор- 1 шт., ПК с выходом в Интернет- 2шт
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-11 Учебно-исследовательская лаборатория «Теория и методика обучения математике»	Электронная библиотека Липкина-1шт, атлас электронных многогранников -1шт ,компьютер-10 шт., доска маркерная 1- шт.

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. На титульном листе РПД и ФОС изменено название ведомственной принадлежности «Министерство науки и высшего образования РФ» на основании приказа «о внесении изменений в сведения о КГПУ им. В.П. Астафьева» от 15.07.2018 № 457 (п).

2. На титульном листе РПД и ФОС изменено название кафедры разработчика «Кафедра математики и методики обучения математике» на основании решения Ученого совета КГПУ им. В.П. Астафьева «О реорганизации структурных подразделений университета» от 01.06.2018

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры МиМОМ протокол № __ от «__» ___________2019 г.

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«__» __________ 2019 г. Протокол № __

Председатель С.В. Бортновский