МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА
С КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДДЕРЖКОЙ

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Профиль: Математика

Форма обучения: Заочная

Квалификация (степень) выпускника

БАКАЛАВР

Красноярск, 2018

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой» составлена к. ф.-м. н, профессором С.В. Лариным

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания

протокол № 9 от 03 мая 2018 г.

Заведующий кафедрой ___________________________ В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева

23 мая _ 2018г. Протокол №8

Председатель НМСС (Н)_________________________С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики обучения математике
протокол № ___ от «___» ____________ 2019 г.

Заведующий кафедрой ____________________________Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики
«____»__________ 2019г. Протокол №____

Председатель НМСС (Н)_________________________С.В. Бортновский

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1. *Место дисциплины в структуре образовательной программы.*

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 21 ноября 2014 г. N 1505 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н. Программа составлена в соответствии со стандартом РПД в КГПУ им. В.П. Астафьева, утвержденным Учёным советом университета 30.09.2015 (протокол №9). Данная дисциплина Б1.В.ДВ.09.02 «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой» включена в список дисциплин по выбору Вариативной части в 6 семестре (3 курс) учебного плана по заочной форме обучения.

1.2. *Трудоемкость дисциплины.*

Общий объем времени, отводимый на изучение дисциплины – 1 зачетная единица или 36 часов. На аудиторную работу (контактные часы) отводится 12 часов, на самостоятельную – 20 часов, на контрольные мероприятия 4 ч. в том числе зачет – 3 часа.

Предусмотрено построение индивидуальных планов (в пределах трудоёмкости дисциплины).

Предполагается следующая работа студентов над освоением курса:

- освоение основного учебного материала по линейной алгебре;
- знакомство с пакетом Linalg программы Maple;
- решение задач линейной алгебры с использованием пакета Maple;
- подготовка докладов и сообщений, связанных с методикой решения задач линейной алгебры с использованием пакета Linalg программы Maple;
- практика создания методического обеспечения отдельных тем линейной алгебры в виде компьютерной поддержки;
- исследовательские работы методического характера.

1.3. *Цели и задачи освоения дисциплины.*

Цель освоения дисциплины состоит в подготовке учителя, готового к использованию компьютерных знаний в преподавании алгебры.

Основные задачи дисциплины:

• повторить основные темы курса линейной алгебры;

• углубить и расширить имеющиеся у студентов знания по линейной алгебре;

• познакомить студентов с некоторыми новыми методами и приемами решения задач линейной алгебры, использующими пакет Maple;

• сформировать умение решать алгебраические задачи различной степени сложности с компьютерной поддержкой;

• способствовать развитию творческого потенциала студентов, необходимого для решения сложных исследовательских задач по линейной алгебре с использованием Maple.

Достижение цели и задач изучения дисциплины обеспечивается также решением целого ряда вспомогательных задач, таких как:

- использование современных образовательных технологий;

- формирование системы предметных знаний и умений;

- активизация самостоятельной деятельности, включение в исследовательскую работу.

Дисциплина опирается на курс линейной алгебры (Алгебра, 1-2 семестры).

1.4. *Планируемые результаты обучения.*

В результате изучения дисциплины «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой» и решения отмеченных выше задач, обучающийся должен:

знать: основное содержание учебной программы по линейной алгебре, основные возможности пакета Maple и методы его использования как при изложении учебного материала, так и при решении алгебраических задач;

уметь: математически грамотно формулировать и логически строго доказывать теоремы линейной алгебры, применять изученную теорию к решению алгебраических задач на доказательство и вычисление, используя при этом компьютерную поддержку;

владеть: навыками решения задач линейной алгебры различного уровня сложности, умело используя возможности пакета Maple.

Изучение дисциплины «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой» и решение отмеченных выше задач направлено на формирование следующих *компетенций*:

Общекультурные компетенции:

ОК-4. Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

ПК-2. Способен к самоорганизации и самообразованию.

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-1. Готов сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности.

1.5. *Контроль результатов освоения дисциплины.*

- текущий контроль: проводится с целью реализации обратной связи, организации самостоятельной работы и текущей проверки усвоения дисциплины. Методы контроля успеваемости: выполнение самостоятельных работ, решение задач на практических занятиях с использованием пакета Maple, Форма контроля: выполнение домашних заданий, контрольных тестов,

- рубежный контроль: проводится между основными темами дисциплины с целью определения уровня освоения изученного материала через написание и защиту контрольных работ.

- итоговый контроль: зачёт, проводится с целью оценки уровня овладения компетенциями в соответствии с ФГОС ВО.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонд оценочных средств по дисциплине».

1.6. *Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.*

1. Традиционное чтение лекций и проведение практических занятий.
2. Педагогические технологии на основе гуманно-личностной ориентации педагогического процесса:
   -педагогика сотрудничества;
   -гуманно-личностная технология.
3. Педагогические технологии на основе активизации и интенсификации деятельности обучающихся (активные методы обучения):
   -проблемное обучение;
   -технология проектного обучения;
4. Педагогические технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса:
   -технология дифференцированного обучения;
   -технологии индивидуализации обучения.

2. Организационно-методические документы

2.1. Технологическая карта обучения дисциплине «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой»

НАПРАВЛЕНИЕ: 44.03.01 Педагогическое образование
Профиль: Математика

(направление и уровень подготовки, шифр, профиль)

по заочной форме обучения
(укажите форму обучения)

(общая трудоемкость 1 з.е.)

одули. Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов (1 з.е.)	Контактные часы				Самостоятельная работа	Формы и методы контроля оценочн. средством
		всего	лекций	практ-х занятий	семинаров		
МОДУЛЬ 1. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ, МАТРИЦЫ	**18**	**8**	**4**	**4**		**10**	Индивидуальная домашняя работа №1,
Решение и исследование систем линейных уравнений (СЛУ) методом Гаусса. Линейная зависимость вектором	8	4	2	2		4	
Алгебра матриц	4	2	1	1		2	
Определители. Решение СЛУ методом Крамера	4	2	1	1		4	
МОДУЛЬ 2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ	**14**	**4**	**2**	**2**		**10**	Индивидуальная домашняя работа № 2
Векторные пространства. Ортогональные векторы.	6	2	1	1		4	
Линейные операторы	8	2	1	1		6	
Зачёт	**4**						Зачёт 4
Итого	**36**	**12**	**6**	**6**		**20**	**4**

2.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой»

Дисциплина «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой» занимает одно из важных мест в основной образовательной программе подготовки учителя математики. Посредством этой дисциплины формируются навыки применения компьютерных средств при изложении линейной алгебры и при решении задач линейной алгебры, закладываются основы методического мастерства, повышается уровень профессиональной подготовки будущего учителя математики. Освоение дисциплины «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой» тесно связано с изучением в педагогическом вузе таких дисциплин как «Алгебра», «Геометрия», «Методика обучения математики», с педагогическими практиками, что требует согласования содержания и порядка преподавания названных дисциплин.

Всеобщая заинтересованность в компьютерной грамотности на все более высоком уровне диктует всестороннее использование новых информационных технологий в образовании.

В структуре изучаемого курса выделены два основных модуля: *модуль 1 – Решение и исследование СЛУ методом Гаусса, линейная зависимость* *векторов, модуль 2 – Векторные пространства, линейные операторы.* При изучении курса большое внимание уделено использованию пакета Maple. Особенностью использования этого пакета является не столько возможность решения задачи одной командой, сколько использование символьных вычислений для поддержки основных алгоритмов линейной алгебры, например, таких как решение и исследование СЛУ методом Гаусса, нахождение линейной зависимости данной системы арифметических векторов, нахождение обратной матрицы, процесс ортогонализации данной системы векторов, и др. При этом, устраняются вычислительные трудности и можно сосредоточиться на отработке соответствующих алгоритмов.

Программой дисциплины предусмотрено проведение практических компьютерных занятий. Также программой предусмотрены следующие виды контроля: индивидуальные домашние задания, контрольные тесты. Аттестация по усвоению содержания дисциплины проводится в виде зачета.

Модуль 1. Решение и исследование СЛУ методом Гаусса, линейная зависимость векторов

Рассматриваются основные команды пакета Linalg системы Maple. Отрабатывается алгоритм решения и исследования системы линейных уравнений (СЛУ) с использованием команд пакета Linalg системы Maple. Отрабатывается теория линейной зависимости систем векторов и решаются задачи на эту тему с использованием Maple.

Модуль 2. Векторные пространства, линейные операторы.

Отрабатываются основные понятия и теоремы теории векторных пространств, выделяются евклидовы векторные пространства. Отрабатывается алгоритм ортогонализации данной системы векторов и нахождения ортогональных базисов с использованием пакета Linalg системы Maple. Решаются задачи на линейные операторы с использованием Maple.

2.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины.

Сформулируем основные рекомендации по каждому модулю дисциплины:

Модуль 1. Решение и исследование СЛУ методом Гаусса, линейная зависимость векторов

Основные задачи этого модуля являются фундаментальными в линейной алгебре. Следует уделить основное внимание отработке основных алгоритмов решения задач модуля с использованием пакета Linalg системы Maple.

Модуль 2. Векторные пространства, линейные операторы. Модуль № 2. Анимация в тригонометрии

Целесообразно рассмотреть основные понятия и теоремы модуля. Основное внимание уделить отработке алгоритмов

Тематика компьютерных занятий по линейной алгебре
с использованием пакета Linalg системы Maple.

1. Компьютерная работа с матрицами
1.1. Ввод матриц разного размера, в том числе однострочечной, одностолбцовой.
1.2. Ввод случайной матрицы данного размера.
1.3. Вызов: элемента матрицы, строки, столбца.
1.4. Стирание строк, столбцов.
1.5. Приписывание к одной матрице другой матрицы, по горизонтали и по вертикали.
1.6. Транспонирование матицы.

2. Элементарные преобразования матриц с пакетом Linalg системы Maple.
2.1. Умножение строки (столбца) матрицы на число.
2.2. Прибавление к одной строке другой строки, умноженной на число.
2.3. Перемена мест строк (столбцов).
2.4. Преобразование матрицы к ступенчатому виду. Нахождение ранга матрицы.
2.5. Преобразование матрицы к виду, содержащему единичную матрицу.

2. Решение систем линейных уравнений (СЛУ) методом Гаусса
3.1. Пошаговое решение СЛУ с квадратной матрицей системы. Компьютерная проверка решения подстановкой.
3.2. Пошаговое решение СЛУ с матрицей системы, вытянутой по горизонтали, и приводимых к ним. Компьютерная проверка решения подстановкой.
3.3. Пошаговое решение СЛУ со случайной матрицей системы.

3.4. Компьютерное решение СЛУ.
3.5. Решение СЛУ с параметром.

4. Линейная зависимость векторов с пакетом Linalg системы Maple.
4.1. Решение задачи: Является ли данная система векторов линейно зависимой, и если «да», то найти эту зависимость.
4.2. Привести пример линейно зависимой (линейно независимой) системы векторов и проверить свой ответ.
4.3. Привести пример СЛУ данного вида и проверить свой ответ.
4.4. Найти базис данной системы векторов и векторы, не входящие в базис, выразить через векторы базиса.

5. Действия над матрицами с пакетом Linalg системы Maple.
5.1. Сложение матриц (векторов).
5.2. Умножение матрицы (вектора) на число.
5.3. Умножение одной строки на один столбец.
5.4. Пошаговое умножение матриц по правилу «строка на столбец» с последующей компьютерной проверкой.
5.5. Нахождение значения многочлена от данной матрицы.

6. Нахождение обратной матрицы
6.1. Нахождение обратной матрицы путем приписывания к ней единичной матрицы с последующим преобразованием. Компьютерная проверка произведения данной матрицы на найденную обратную матрицу.
6.2. Нахождение обратной матрицы командой.
6.3. Решение матричных уравнений.
6.4. Решение СЛУ в матричной форме.

7. Подстановки
7.1. Задание подстановки, умножение подстановок.
7.2. Разложение подстановки в произведение независимых циклов с последующей компьютерной проверкой.
7.3. Разложение подстановки в произведение транспозиций с последующей компьютерной проверкой. Знак подстановки.

8. Определитель квадратной матрицы с пакетом Linalg системы Maple.
8.1. Пошаговое нахождение определителей 2-го и 3-го порядков с последующей компьютерной проверкой.
8.2. Нахождение определителя матрицы приведением к треугольному виду.
8.3. Нахождение минора и алгебраического дополнения элемента. Разложение определителя по элементам некоторой строки (столбца).
8.4. Вычисление определителя с помощью разложений по элементам строки (столбца).

9. Нахождение обратной матрицы с помощью определителей

9.1. Нахождение присоединенной матрицы.
9.2. Пошаговое нахождение обратной матрицы с помощью определителей с последующей компьютерной проверкой.

10. Решение СЛУ методом Крамера.
10.1. Решение и исследование данных в задачнике СЛУ методом Крамера с последующей компьютерной проверкой.
10.2. Решение методом Крамера случайных СЛУ.

11. Метод ортогонализации.
11.1. Компьютерная проверка ортогональности данной системы векторов.
11.2. Ортогонализация линейно независимой системы векторов.
11.3. Нахождение ортогонального базиса.

12. Линейные операторы.
12.1. Различные способы задания линейного оператора.
12.2. Работа с матрицами линейных операторов.

3. Компоненты мониторинга учебных достижений

3.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины

Наименование дисциплины	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Линейная алгебра с компьютерной поддержкой	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	1 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: вузовский курс алгебры		
Последующие: теория и методика обучения математике		

Модуль № 1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 50 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа №1	**9**	**15**
	Контрольная работа №1	**12**	**20**
Итого		**21**	**50**

Модуль № 2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа №2	**9**	**15**
Итого		**9**	**15**

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	зачет	**30**	**50**
Итого		**30**	**50**
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей)		min	max
		60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к экзамену
60-72 – удовлетворительно
73-86 – хорошо
87-100 – отлично

3.2. Фонд оценочных средств (контрольно-измерительные материалы)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики, информатики

Кафедра-разработчик: алгебры, геометрии и методики их преподавания

УТВЕРЖДЕНО	**ОДОБРЕНО**
на заседании кафедры	**на заседании научно-методического совета**
Протокол № 9	**специальности (направления подготовки)**
от «3» мая 2018	**Протокол № ___8____**
Зав. каф. АГиМП	**От 23 мая 2018**
_________________Майер В.Р.	**Председатель НМС С.В. Бортновский**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
Обучающихся по дисциплине

«Линейная алгебра с компьютерной поддержкой»

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) Математика
Квалификация (степень): бакалавр
Форма обучения: заочная

Составитель: Ларин С.В., профессор
кафедры АГиМП

Красноярск 2018

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО и профессиональным стандартам Педагог (профессиональная деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Минтруда России от 18.10.2013 N 544н.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы Информационные и суперкомпьютерные технологии в математическом образовании, квалификация (степень): магистр, форма обучения: заочная.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС, установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.

Эксперт-работодатель,
директор МАОУ гимназия №14
«Экономики, управления и права» Шуляк Н.В.

27.04.2018

1. Назначение фонда оценочных средств

1.1. Целью создания фонда оценочных средств дисциплины «Компьютерная алгебра в среднем и профессиональном образовании» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. Фонд оценочных средств по дисциплине «Компьютерная алгебра в среднем и профессиональном образовании» решает следующие **задачи**:

– управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль Математика;

– управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

– оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой зовании», с определением положительных / отрицательных результатов и планирование предупреждающих / корректирующих мероприятий;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

– совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

1.3. Фонд оценочных средств разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

-образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Компьютерная алгебра в среднем и профессиональном образовании»:

Общекультурные компетенции:

ОК-3. Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

ОК-6. Способен к самоорганизации и самообразованию.

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-1. Готов сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности.

Профессиональные компетенции:

ПК-4. Способен использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.

Компетенции	**Этап формирования**	**Дисциплины, участвующие в формировании компетенции**	**Тип контроля**	**Оценочное средство/КИМ**	
				номер	**форма**
ОК-3 Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	Зачет
ОК-6 Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	Зачет
ОПК-1 Способен к подготовке и редактированию текстов профессионального и социально значимого содержания»	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	Зачет
ПК-4 Способен использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная	1	Зачет

учебного предмета.			аттестация		

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы и задания к зачету.

3.2. Оценочные средства вопросы и задания к зачёту

Критерии оценивания по оценочным средствам 1 – вопросы и задания к зачёту

Формируемые компетенции	Высокий уровень сформированности компетенций	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно /зачтено
ОК-3 Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на высоком уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на среднем уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на удовлетворительном уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве
ОК-6 Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования	Способен на высоком уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования	Способен на среднем уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования	Способен на удовлетворительном уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования
ОПК-1 Способен реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях	Способен на высоком уровне реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях	Способен на среднем уровне реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях	Способен на удовлетворительном уровне реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях
ПК-4 Способен использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.	Способен на высоком уровне использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.	Способен на среднем уровне использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.	Способен на удовлетворительном уровне использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств для текущего контроля успеваемости включают в себя: контрольную работу, индивидуальную домашнюю работу.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение фондов оценочных средств (литература; методические указания, рекомендации, программное обеспечение и другие материалы, использованные для разработки ФОС).

1. Шалашова М.М. Компетентностный подход к оцениванию качества химического образования. Арзамас: АГПИ, 2011. 384 с. С.244 – 253.

6. Оценочные средства для аттестации

ЗАЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ 1

1. Ввести в компьютер матрицу М размера 4x5 и, рассматривая М как расширенную матрицу системы линейных уравнений, решить систему методом Гаусса.

2. Придумать систему четырех четырехмерных векторов и выяснить будет ли она линейно зависимой, и если да, то найти эту линейную зависимость.

3. Записать систему линейных уравнений в матричной форме и решить ее с помощью вычислений на компьютере. Обратную матрицу найти двумя способами.

4. Ввести матрицы А и В размера 4x4 и решить матричные уравнения AX=B и YA=B.

5. Решить систему линейных уравнений методом Крамера.

КОМПЬЮТЕРНЫЕ КОМАНДЫ

1. **M:=matrix(4,5,[[2,3,4,5],[6,7,8,9],[10,11,12,13],[14,15,16,17]]);**
2. **M1:=mulrow(M,1,1/2);**
3. **M2:=addrow(M1,1,2,-6);**
4. **a1:=row(M,1);**
5. **b:=evalm(3*a1+5*a2-3*a3);**
6. **K:=stackmatrix(a1,a2,a3,b);**
7. **A:=delcols(M,5..5);**
8. **A1:=augment(A,E).**

ЗАЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ 2

1. Попросите компьютер придумать для Вас матрицу данного размера и проведите следующие эксперименты.

1.1. Выясните, является ли ее система вектор-строк (вектор-столбцов) линейно зависимой.

1.2. Если система вектор-строк (вектор-столбцов) линейно независима, то добавьте строчки (соответственно, столбцы) так, чтобы строчки (столбцы) оказались линейно зависимыми.

1.3. Найдите несколько линейных зависимостей вектор-строк (вектор-столбцов) полученной матрицы.

1.4. Найдите базис системы вектор-строк (вектор-столбцов) данной матрицы.

1.5. Найдите базис данной системы векторов и векторы системы, не входящие в найденный базис, выразите через векторы базиса.

2. Рассматривая матрицу, придуманную компьютером, как расширенную матрицу системы линейных уравнений, решите систему методом Гаусса, методом Крамера и в матричной записи.

3. Введите несколько векторов и найдите векторы, ортогональные данным.

4. Введите матрицу и найдите значение придуманного многочлена от данной матрицы.

5. Введите матрицы *A*, *B*, *C* и решите матричные уравнения $AX = B$, $YA = B$, $AXB = C$, $BXA = C$.

6. Для случайным образом выбранной квадратной матрицы найдите ее ранг и если матрица обратима, то найдите обратную матрицу пошаговыми вычислениями.

7. Для обратимых квадратных матриц *A* и *B* найдите $K = A^{-1}B^{-1}AB$ и проверьте равенство $AB = BA \cdot K$. Всегда ли равенство верно? Если матрицы *A* и *B* треугольные, то как выглядит матрица K? По результатам экспериментов сделайте общий вывод и докажите его. Продолжите эксперименты, заменяя *A* и *B* матрицами вида K.

ЗАЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ-3

1. Задайте линейный оператор каждым из следующих способов:
   а) словесным описанием;
   б) заданием образа произвольного вектора в координатах;
   в) заданием образов базисных векторов;
   г) заданием матрицы.
2. Найдите матрицу каждого из следующих линейных операторов:
   а) нулевого;
   б) тождественного;

в) гомотетии;

г) поворота плоскости геометрических векторов.

д) проектирования плоскости $V = \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ на векторную прямую $\langle \vec{a} \rangle$ параллельно векторной прямой $\langle \vec{b} \rangle$;

е) проектирования плоскости $V = \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ на векторную прямую $\langle \vec{b} \rangle$ параллельно векторной прямой $\langle \vec{a} \rangle$;

ж) линейного оператора φ векторного пространства $V = \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$, если φ на базисе $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ действует следующим образом: $\varphi(\vec{a}) = 2\vec{a}$, $\varphi(\vec{b}) = -3\vec{b}$;

з) линейного оператора ψ векторного пространства $V = \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$, если ψ на базисе $\{\vec{a}, \vec{b}\}$ действует следующим образом: $\psi(\vec{a}) = 2\vec{b}$, $\psi(\vec{b}) = -3\vec{a}$;

и) суммы и произведения двух линейных операторов, взятых из примеров а)-з);

к) линейного оператора -7φ, где φ - один из линейных операторов а)-з).

3. Найдите собственные векторы и собственные значения линейных операторов из а)-з).

ЗАЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ-4

1. Задайте линейный оператор φ четырехмерного векторного пространства матрицей M ранга 2 относительно некоторого "старого" базиса.

2. Задайте матрицу перехода от "старого" базиса к "новому" и найдите матрицу $M(\varphi)$ линейного оператора φ относительно нового базиса.

3. Найдите ранг линейного оператора, заданного матрицей $M(\varphi)$.

4. Найдите дефект линейного оператора φ.

5. Используя матрицу $M(\varphi)$, найдите ядро линейного оператора φ.

6. Найдите образ линейного оператора φ.

ЗАЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ-5

1. Задайте линейный оператор φ трехмерного векторного пространства диагональной матрицей D относительно некоторого "старого" базиса.

2. Задайте матрицу перехода от "старого" базиса к "новому" и найдите матрицу $M(\varphi)$ линейного оператора φ относительно нового базиса.

3. Задайте вектор в новом базисе и найдите его образ, пользуясь матрицей $M(\varphi)$.

4. Найдите координаты образов при φ базисных векторов нового базиса.

5. Найдите набор собственных значений линейного оператора φ.

6. Для каждого собственного значения найдите подпространство собственных векторов, принадлежащих этому собственному значению.

Анализ результатов обучения и перечень корректирующих мероприятий по учебной дисциплине

Для проведения анализа усвоения учебных достижений студентов по учебной дисциплине применяются:

1. составление картотеки команд пакета Linalg системы Maple;
2. опрос по теоретическому материалу курса линейной алгебры;
3. решение зачетного задания;
4. выступления с сообщениями на практических занятиях и конференциях;
5. индивидуальные домашние работы.

Контрольные задания по базовому модулю №1
Домашняя контрольная работа «30 задач на индукцию»

Подобрать и решить 30 задач на доказательства методом полной математической индукции по следующим темам:
1. Доказательства равенств.
2. Доказательства неравенств.
3. Доказательства делимости.
4. Доказательство формулы общего члена рекуррентной последовательности.
5. Доказательство геометрических утверждений.

Примерный перечень задач

1. Доказательство равенств

1) Докажите, что сумма первых n натуральных чисел равна $\dfrac{n(n+1)}{2}$.

2) Докажите, что сумма квадратов первых n натуральных чисел равна $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

3) Докажите, что $\dfrac{1}{1\cdot 5}+\dfrac{2}{5\cdot 9}+...+\dfrac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\dfrac{n}{4n+1}$.

4) Докажите, что $5+45+325+...+(4n+1)\cdot 5^{n-1}=n\cdot 5^n$.

5) Докажите, что

$(a_1+a_2+...+a_n)^2=a_1^2+a_2^2+...+a_n^2+2a_1a_2+2a_1a_3+...+2a_{n-1}a_n$

6) Докажите тождества

$$\frac{x}{1-x^2}+\frac{x^2}{1-x^4}+\frac{x^4}{1-x^8}+...+\frac{x^{2^{n-1}}}{1-x^{2^n}}=\frac{1}{1-x}\cdot\frac{x-x^{2^n}}{1-x^{2^n}};$$

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4)...(1+x^{2^{n-1}})=1+x^2+x^3+...+x^{2^n-1}.$$

7) Найдите и докажите формулы:

$$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}\alpha&0&0&0\\0&\alpha&0&0\\0&0&\alpha&0\\0&0&0&\alpha\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}0&1&0&0&...&0\\0&0&1&0&...&0\\0&0&0&1&...&0\\ \multicolumn{6}{c}{\dotfill}\\0&0&0&0&...&0\end{pmatrix}^k.$$

2. Доказательство неравенств

Докажите неравенства: 1) $5^n>7n-3$ при любом натуральном n;

2) $2^n-1>n(n+1)$ при любом натуральном $n\ge 7$;

3) $3^n\ge 2^n+n$ при любом натуральном n;

4) $4^n\ge 3^n+n^2$ при любом натуральном n;

5) $4^n>3^n+2^n+n$ при $n\ge 2$; 6) $\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{3n+1}>1$

7) $\frac{(2n)!}{(n!)^2}>\frac{4^n}{n+1}$; 8) $|\sin n\alpha|\le n|\sin\alpha|$;

9) $x^n+x^{n-2}+x^{n-4}+...+\frac{1}{x^{n-4}}+\frac{1}{x^{n-2}}+\frac{1}{x^n}\ge n+1$.

10) $\sqrt{n}<1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}$, $n>1$.

3. Доказательство делимости

Докажите, что для любого натурального числа n:

1) $6^{2n-1}+1\,\vdots\,7$; 2) $7^n+3n-1\,\vdots\,9$; 3) $7^{n+2}+8^{2n+1}\,\vdots\,57$; 4) $4^n+15n-1\,\vdots\,9$; 5) $5^n-3^n+2n\,\vdots\,4$; 6) $6^{2n}+19^n-2^{n+1}$ кратно 17.

4. Доказательство формулы общего члена последовательности, заданной рекуррентно

1) Дано: $a_1=4$, $a_{n+1}=3a_n-2$. Докажите, что $a_n=3^n+1$.

2) Дано: $a_1=1$, $a_2=9$, $a_{n+2}=9a_{n+1}-20a_n$. Докажите, что $a_n=5^n-4^n$.

3) Дано: $a_1=3$, $a_2=15$, $a_{n+2}=5a_{n+1}-4a_n$. Докажите, что $a_n=4^n-1$.

4) Дано: $a_1=29$, $a_2=85$, $a_{n+2}=5a_{n+1}-6a_n$. Докажите, что $a_n=2^n+3^{n+2}$.

5) Последовательность Фибоначчи задана рекуррентно: $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_{n-1} + a_n$. Докажите, что: $a)$ $a_1 + a_3 + ... + a_{2n+1} = a_{2n+2}$, $b)$ $1 + a_2 + a_4 + ... + a_{2n} = a_{2n+1}$.

6) Последовательность задана рекуррентно: $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $a_{n+1} - 2a_n + a_{n-1} = 0$. Выразите a_n через n.

7) Последовательность задана рекуррентным соотношением $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$ с начальными значениями $a_1 = 3$, $a_2 = 15$. Докажите, что: $a)$ все члены последовательности делятся на 3;
$b)$ все члены последовательности с четными номерами делятся на 5.

5. Доказательства по индукции в геометрии

1) На сколько частей разделят плоскость n прямых плоскости, проходящих через одну точку?

2) На сколько интервалов разделят прямую n ее точек?

3) Докажите, что n плоскостей пространства, из которых каждые три пересекаются и никакие четыре не имеют общей точки, делят пространство на $\frac{(n-1)n(n+1)}{6} + n + 1$ частей.

4) В плоскости проведено n окружностей так, что каждые две из них пересекаются в двух точках и никакие три не имеют общей точки. Докажите, что при этом плоскость разбивается на $n^2 - n + 2$ частей.

5) Докажите, что сторона правильного 2^n-угольника выражается через радиус R описанной окружности выражается формулой: $a_n = R\sqrt{2 - \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + ... + \sqrt{2}}}}_{n}}$.

6) На сколько треугольников n-угольник может быть разбит своими непересекающимися диагоналями?

7) Докажите, что сумма внутренних углов выпуклого n-угольника равна $2d(n-2)$.

Используемые источники:
1. М.Л.Галицкий, М.М.Мошкович, С.И.Шварцбурд, Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа. М.: «Просвещение», 1990.
2. Н.Я.Виленкин, Г.С.Сурвилло, Ф.С.Симонов, А.И.Кудрявцев Алгебра 9. М.: «Просвещение», 1998.
3. М.Л.Галицкий, А.М.Гольдман, Л.И.Звавич, Сборник задач по алгебре 8-9. М.: «Просвещение», 1997.
4. И.С.Соминский, Л.И.Головина, И.М.Яглом, О математической индукции. М.: «Наука», 1967.

ЗАЧЕТНЫЕ ТЕСТЫ

1. Что такое бинарное отношение на непустом множестве A?
   1.1. Это рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение.
   1.2. Это прямое произведение множеств $A \times A$.
   1.3. Это подмножество прямого произведения множеств $A \times A$.
   1.4. Это функция.

2. Что такое бинарная операция на непустом множестве A?
   2.1. Отображение множества A в множество A.
   2.2. Отображение множества A на множество A.
   2.3. Отображение множества A в множество $A \times A$.

2.4. Отображение множества $A \times A$ в множество A.

3. Что называется натуральным рядом?
   3.1. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая трем аксиомам Пеано.
   3.2. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая аксиоме индукции.
   3.3. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая аксиомам Пеано.
   3.4. Множество чисел, которые используются при счете.

4. Как формулируется принцип полной математической индукции?
   4.1. $(T(1) - u, (T(n) - u \Rightarrow T(n') - u)) \Rightarrow (\forall n\, T(n) - u)$.
   4.2. Из предположения о том, что $T(n)$ истинно следует, что $T(n')$ истинно.
   4.3. $T(1)$ истинно и $T(n)$ истинно и $T(n')$ истинно.
   4.4. Если $T(1)$ истинно, $T(n)$ истинно и $T(n')$ истинно, то $T(n)$ истинно для любого n.

5. Как определяется сложение натуральных чисел?
   5.1. $m+1=m'$, $(n+m')=(n+m)'$ для любых $m,n \in N$.
   5.2. $\underbrace{1+1+\ldots+1}_{m}+\underbrace{1+1+\ldots+1}_{n}=\underbrace{1+1+\ldots+1}_{m+n}$.
   5.3. $m+n'=(m+n)'$.
   5.4. $m+1=m'$, $m+n'=(m+n)'$ для любых $m,n \in N$.

6. Как определяется умножение натуральных чисел?
   6.1. $\underbrace{m+m+\ldots+m}_{n}=m\cdot n$.
   6.2. $m\cdot 1=m'$, $m\cdot n'=(m\cdot n)'$ для любых $m,n \in N$.
   6.3. $m\cdot 1=m'$, $m\cdot n'=m\cdot n+m$ для любых $m,n \in N$.
   6.4. $m\cdot 1=m$, $m\cdot n'=m\cdot n+m$ для любых $m,n \in N$.

7. Как доказать, что дважды два — четыре?
   7.1. $2\cdot 2=2+2=4$.
   7.2. $2\cdot 2=2+1'=(2+1)'=3'=4$.
   7.3. $2\cdot 2=2\cdot 1'=2\cdot 1+2=2+2=2+1'=(2+1)'=(2')'=3'=4$.
   7.4. $2\cdot 2=2\cdot 1'=2+1'=(2+1)'=(2')'=3'=4$.

8. Как формулируется усиленный принцип полной математической индукции?
   8.1. Утверждение $T(n)$ истинно для любого натурального числа n, если оно истинно для $n=1$ и из предположения о том, что оно истинно для всех натуральных чисел, меньших n, следует истинность его для n.
   8.2. $(T(1)-u, (T(m)-u \Rightarrow T(n)-u \text{ для } n>m)) \Rightarrow T(n)-u \text{ длялюбого } n\in N$.
   8.3. Ели $T(1)$ истинно и $T(n)$ истинно для любого натурального числа, меньшего n, то $T(n)$ истинно для любого натурального числа n.
   8.4. Ели $T(1)$ истинно и $T(m)$ истинно для любого натурального числа $m<n$, то $T(n)$ истинно для любого натурального числа n.

9. Что называется системой целых чисел?
   9.1. Поле, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности натуральных чисел.

9.2. Кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и элементы которого исчерпываются натуральными числами, нулем и числами, противоположными натуральным.
9.3. Коммутативное кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности натуральных чисел.
9.4. Кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде суммы натуральных чисел.

10. Что называется системой рациональных чисел?
10.1. Кольцо, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде отношения двух целых чисел.
10.2. Поле, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности двух целых чисел.
10.3. Поле, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде отношения двух целых чисел.
10.4. Множество всех дробей вида $\frac{a}{b}$, где $a,b \in Z$, $b \neq 0$.

11. Что называется упорядоченным полем?
11.1. Система $\langle P,+,\cdot,<\rangle$, где $\langle P,+,\cdot\rangle$ есть поле, $\langle P,<\rangle$ есть линейно упорядоченное множество, и операции сложения и умножения монотонны.
11.2. Система $\langle P,+,\cdot,<\rangle$, где $\langle P,+,\cdot\rangle$ есть поле, $\langle P,<\rangle$ есть линейно упорядоченное множество, и для любых $a,b,c \in P$, если $a<b$, то $a+c<b+c$ и $a\cdot c<b\cdot c$.
11.3. Система $\langle P,+,\cdot,<\rangle$, где $\langle P,+\rangle$ – коммутативная группа, $\langle P,\cdot\rangle$ – коммутативная группа, для любых $a,b,c \in P$ $(a+b)\cdot c = a\cdot c + b\cdot c$, система $\langle P,<\rangle$ есть линейно упорядоченное множество и если $a<b$, то $a+c<b+c$, и если $a<b$ и $c>0$, то $a\cdot c<b\cdot c$.
11.4. Система $\langle P,+,\cdot,<\rangle$, где $\langle P,+,\cdot\rangle$ есть поле, отношение $<$ транзитивно, для любых $a,b \in P$ одно и только одно из трех: либо $a<b$, либо $a=b$, либо $b<a$ и если $a<b$, то $a+c<b+c$ и $a\cdot c<b\cdot c$.

12. Каково наименьшее числовое поле?
12.1. Наименьшего числового поля не существует.
12.2. Поле рациональных чисел.
12.3. Целые числа.
12.4. Поле действительных чисел.
13. Что называется системой действительных чисел?
13.1. Упорядоченное поле, удовлетворяющее аксиоме Архимеда.
13.2. Поле, удовлетворяющее аксиоме Архимеда и аксиоме Кантора.
13.3. Упорядоченное поле, в котором для любого элемента a и любого элемента b существует натуральное число n такое, что $na>b$, и для всякой последовательности вложенных отрезков существует элемент, принадлежащий всем отрезкам последовательности.
13.4. Непрерывное упорядоченное поле.

14. Что такое сечение линейно упорядоченного множества?
14.1. Пара непустых подмножеств, пересечение которых пусто, а объединение есть данное упорядоченное множество.

14.2. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется упорядоченная пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B = \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a < b$.

14.3. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B \neq \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a < b$.

14.4. 14.2. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется упорядоченная пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B = \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a \leq b$.

15. Что такое граничный элемент сечения?

15.1. Граничным элементом сечения (A, B) называется элемент c, расположенный между A и B.

15.2. Граничным элементом сечения (A, B) называется элемент c такой, что для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ имеем $a \leq c \leq b$.

15.3. Граничным элементом сечения (A, B) называется наибольший элемент множества A.

15.4. Элемент c называется граничным элементом сечения (A, B), если он является наибольшим элементом множества A или наименьшим элементом множества B.

16. Как определяется система действительных чисел по Дедекинду?

16.1. Системой действительных чисел называется поле, в котором выполняется аксиома Дедекинда.

16.2. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует граничный элемент.

16.3. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует не более одного граничного элемента.

16.4. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует не менее одного граничного элемента.

17. Как определяется система действительных чисел с помощью понятия точной верхней границы?

17.1. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует наибольший элемент.

17.2. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует наименьший элемент.

17.3. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует точная верхняя граница.

17.4. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует точная нижняя граница.

18. Что означает «действительное число представимо в виде десятичной дроби»?

18.1. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если $a = \dfrac{a}{b}$ и при делении a на b получаем данную десятичную дробь.

18.2. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если для любого номера n имеет место неравенство

$$a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} \le a < a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} + \frac{1}{10^n}.$$

18.3. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если для любого номера n имеет место неравенство

$$a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} \le a \le a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} + \frac{1}{10^n}.$$

18.4. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если для любого номера n имеет место неравенство

$$a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} < a < a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} + \frac{1}{10^n}.$$

19. Какой десятичной дробью представимо рациональное число?

19.1. Конечной десятичной дробью.
19.2. Бесконечной непериодической десятичной дробью.
19.3. Бесконечной периодической десятичной дробью.
19.4. Чисто периодической десятичной дробью.

20. Какой десятичной дробью представимо иррациональное число?

20.1. Непериодической десятичной дробью.
20.2. Периодической десятичной дробью.
20.3. Бесконечной десятичной дробью с 9 в периоде.
20.4. Иррациональной десятичной дробью.

21. Верно ли, что сумма двух непериодических десятичных дробей является непериодической десятичной дробью?

21.1. Нет.
21.2. Верно.
21.3. Иногда верно.
21.4. В некоторых случаях неверно.

22. Верно ли, что произведение двух непериодических десятичных дробей является непериодической десятичной дробью?

22.1. Нет.
22.2. Верно.
22.3. Иногда верно.
22.4. В некоторых случаях неверно.

23. Что называется системой комплексных чисел?

23.1. Упорядоченное поле, состоящее из чисел вида $a+bi$, где $a,b \in R$, i – мнимая единица.

23.2. Упорядоченное поле, содержащее упорядоченное поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2 = -1$, и всякий элемент которого представим в виде $a+bi$, где $a,b \in R$.

23.3. Поле, содержащее упорядоченное поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2 = -1$, и всякий элемент которого представим в виде $a+bi$, где $a,b \in R$.

23.4. Поле, содержащее поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2 = -1$, и всякий элемент которого представим в виде $a + bi$, где $a, b \in R$.

24. Зачем строится модель кольца целых чисел?
24.1. Для аксиоматического построения теории целых чисел.
24.2. Для доказательства независимости аксиом, определяющих систему целых чисел.
24.3. Для доказательства непротиворечивости теории целых чисел.
24.4. Для доказательства того, что множество целых чисел образует кольцо.

25. Как определяется сложение произвольных десятичных дробей?
25.1. По правилу сложения «столбиком».
25.2. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1a_2...$ и $\beta = b_0, b_1b_2...$, то $\alpha + \beta = \gamma$, где $\gamma = c_0, c_1c_2...$ и $c_0 = a_0 + b_0$, $c_1 = a_1 + b_1$, и так далее.
25.3. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1a_2...$ и $\beta = b_0, b_1b_2...$, причем $\alpha_n = a_0, a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0, b_1b_2...b_n$, $\beta'_n = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha + \beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n + \beta_n, \alpha'_n + \beta'_n])$.
25.4. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1a_2...$ и $\beta = b_0, b_1b_2...$, причем $\alpha_n = a_0, a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0, b_1b_2...b_n$, $\beta'_n = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha + \beta = \gamma$ тогда и только тогда, когда для любого номера n имеем $\alpha_n + \alpha'_n \le \gamma \le \beta_n + \beta'_n$.

26. Как определяется умножение десятичных дробей?
26.1. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1a_2...$ и $\beta = b_0, b_1b_2...$, причем $\alpha_n = a_0, a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0, b_1b_2...b_n$, $\beta'_n = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha \cdot \beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n\beta_n, \alpha'_n\beta'_n])$.
26.2. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1a_2...$ и $\beta = b_0, b_1b_2...$, причем $\alpha_n = a_0, a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0, b_1b_2...b_n$, $\beta'_n = \beta_n + 10^{-n}$, то при $\alpha \ge 0$, $\beta \ge 0$ $\alpha \cdot \beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n\beta_n, \alpha'_n\beta'_n])$. Если же $\alpha \ge 0$, $\beta < 0$, то $\alpha \cdot \beta$ есть дробь $-(\alpha \cdot (-\beta))$, а если $\alpha < 0$, $\beta \ge 0$, то $\alpha \cdot \beta$ есть дробь $-((-\alpha) \cdot \beta)$, если же $\alpha < 0$, $\beta < 0$, то $\alpha \cdot \beta$ есть дробь $(-\alpha) \cdot (-\beta))$.
26.3. Произведение находится по правилу умножения «столбиком».
26.4. При неотрицательных α и β произведение находится «столбиком», а в остальных случаях используем «правила знаков».

27. Что такое тело?
27.1. Тело – это некоммутативное поле.
27.2. Тело – это кольцо с делением.
27.3. Тело – это кольцо без делителей нуля.
27.4. Тело – это коммутативное кольцо.

28. Что такое тело кватернионов?
28.1. Это множество чисел вида $a + bi + cj + dk$, где $a, b, c, d \in R$, $i^2 = j^2 = k^2 = (ij)^2 = -1$.
28.2. Это множество чисел вида $a + bi + cj + dk$, где $a, b, c, d \in R$, $i^2 = j^2 = k^2 = (ij)^2 = -1$ относительно покомпонентного сложения и умножения.

28.3. Тело кватернионов – это такое тело, которое содержит поле комплексных чисел C, содержит мнимую единицу j, причем всякий элемент тела представим в виде $a+bj$, где $a,b \in C$.

28.4. Тело кватернионов – это такое тело, которое содержит поле комплексных чисел C с мнимой единицей i, содержит новую мнимую единицу j, причем $j^2=-1,\ (ij)^2=-1$ и всякий элемент тела представим в виде $a+bj$, где $a,b \in C$.

29. Всякое рациональное число представимо в виде
29.1. конечной десятичной дроби;
29.2. бесконечной десятичной дроби;
29.3. непериодической десятичной дроби;
29.4. периодической десятичной дроби.

30. Укажите пример поля между Q и R.
30.1. $\{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in Z\}$;
302. $\{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in Q\}$;
30.3. $\{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in R\}$;
30.4. $\{a+b\sqrt{2} \mid a \in Q, b \in R\}$.

31. Выполняется ли в упорядоченном поле рациональных чисел аксиома Кантора?
31.1. Да.
31.2. Да, если поле рациональных чисел рассматривать как подполе поля действительных чисел.
31.3. Да, если рациональные числа рассматривать в виде десятичных дробей.
31.4. Нет.
32. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества Q, R, C и множество алгебраических чисел A.

33. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества N, $2Z$, $Z+Zi$.

34. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества $Z+Zi$, R, C.

35. Нарисуйте диаграмму, изображающую множество всех групп G, множество всех колец K, множество всех полей P и множество всех упорядоченных полей U.

36. Изобразите на одной диаграмме множество всех колец, кольцо целых чисел, множество всех полей и поле рациональных чисел.

Вопросы к зачету

1. Определение натурального ряда, независимость аксиом Пеано. Доказательство принципа полной математической индукции.
2. Определение сложения натуральных чисел, доказательство существования и единственности сложения.
3. Основные свойства сложения и умножения натуральных чисел. (3 свойства доказать).
4. Вспомогательные свойства, позволяющие ввести отношение «меньше» для натуральных чисел.

5. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, его основные свойства.
6. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, доказательство существования наибольшего числа для ограниченного сверху множества натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел вполне упорядочено.
7. Доказательство существования наименьшего числа для непустого множества натуральных чисел. Усиленный принцип полной математической индукции.
8. Определение системы целых чисел. Основные свойства: свойство нуля, правила знаков, коммутативность умножения целых чисел. Отсутствие делителей нуля.
9. Непротиворечивость теории целых чисел.
10. Определение системы рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.
11. Определение системы действительных чисел. Включение Q в R. Существование и единственность целой части действительного числа.
12. Целая часть действительного числа. Представление действительных чисел десятичными дробями.
13. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей. Конечные десятичные дроби. Свойство усиленной плотности.
14. Последовательность стягивающихся отрезков. Определение сложения и умножения десятичных дробей.
15. Свойство слабой монотонности сложения. Доказательство свойств сложения и умножения десятичных дробей.
16. Различные определения системы действительных чисел и их эквивалентность.
17. Определение системы комплексных чисел. Непротиворечивость теории комплексных чисел. Основные свойства поля комплексных чисел.
18. Кватернионы. Группа кватернионов.
19. Теорема Фробениуса.
20. Изоморфизм одноименных числовых систем.

4.3. Анализ результатов обучения и перечень корректирующих мероприятий по учебной дисциплине

Для проведения анализа усвоения учебных достижений студентов по учебной дисциплине применяются:

6. Формирование фонда задач на доказательства по индукции;
7. опрос по изучению чисел в школьной математике;
8. выступления с сообщениями на практических занятиях и конференциях;
9. индивидуальные домашние работы.

3. Учебные ресурсы
3.1. Карта литературного обеспечения дисциплины «Линейная алгебра с компьютерной поддержкой»

для студентов образовательной профессиональной программы

44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «математика»

по заочной форме обучения

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек доступа
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Ларин С. В.. Линейная алгебра. Часть 1 [Текст] : учебное пособие. - 3-е изд., перераб. и доп. / Ларин С.В. - Красноярск : РИО КГПУ, 2005. - 144 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	48
Ларин С. В.. Линейная алгебра. Часть 2 [Текст] : учеб. пособие / Ларин С.В. - Красноярск : РИО КГПУ, 1999. - 104 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	131
Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Текст] : учебник / В. А. Ильин. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ТК Велби, 2008. - 400 с. - (Классический университетский учебник).	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	60
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Романников, А.Н. Линейная алгебра : учебное пособие / А.Н. Романников. - Москва : Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2007. - 148 с. - ISBN 5-7764-0356-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=91062	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
Бутузов, Валентин Федорович. Линейная алгебра в вопросах и задачах [Текст] : учебное пособие / В. Ф. Бутузов, Н. Ч. Крутицкая, А. А. Шишкин. - 3-е изд., испр. - СПб. : [б. и.], 2008. - 256 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература).	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	50
Туганбаев, А.А. Линейная алгебра : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - 2-е изд., стер. - Москва : Издательство «Флинта», 2017. - 75 с. - ISBN 978-5-9765-1407-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ		
Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение : справочная правовая система. – Москва, 1992– .	Научная библиотека	Локальная сеть вуза
Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000– . – Режим доступа: http://elibrary.ru.	http://elibrary.ru	Свободный доступ

East View : универсальные базы данных [Электронный ресурс] : периодика России, Украины и стран СНГ . – Электрон.дан. – ООО ИВИС. – 2011 - .	https://dlib.eastview.com/	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь / __ _/ Фортова А.А.
(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О.)

4.2. Карта материально-технической базы дисциплины
«ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ»
Направление подготовки: **44.04.01 Педагогическое образование**
Направленность (профиль) образовательной программы
«Информационные и суперкомпьютерные технологии в математическом образовании»
Квалификация: магистр
по заочной форме обучения
(общая трудоемкость 3 з.е.)

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Компьютер с выходом в интернет-10шт, проектор – 1 шт., учебная доска-1 шт.
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-12	Компьютер с выходом в интернет-10шт, учебная доска-1 шт.
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-19	Маркерная доска-2шт, интерактивная доска-1шт, проектор-1шт, ноутбук-10шт, телевизор- 1 шт., ПК с выходом в Интернет- 2шт
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-11 Учебно-исследовательская лаборатория «Теория и методика обучения математике»	Электронная библиотека Липкина-1шт, атлас электронных многогранников -1шт ,компьютер-10 шт., доска маркерная 1- шт.

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. На титульном листе РПД и ФОС изменено название ведомственной принадлежности «Министерство науки и высшего образования РФ» на основании приказа «о внесении изменений в сведения о КГПУ им. В.П. Астафьева» от 15.07.2018 № 457 (п).

2. На титульном листе РПД и ФОС изменено название кафедры разработчика «Кафедра математики и методики обучения математике» на основании решения Ученого совета КГПУ им. В.П. Астафьева «О реорганизации структурных подразделений университета» от 01.06.2018

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры МиМОМ протокол **№ __ от «__» ___________2019 г.**

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«__» __________ 2019 г. Протокол № __

Председатель С.В. Бортновский