МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФГБОУ ВПО «КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»

С.В. ЛАТЫНЦЕВ
Н.В. ПРОКОПЬЕВА

ФИЗИКА:

МЕХАНИКА, ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

учебное пособие
для студентов педагогических вузов

Красноярск 2012

ББК 22.3
Л 27

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор СФУ
В.М. Киселев
Доктор физико-математических наук, профессор СибГТУ
И.С. Виноградова

Латынцев С.В., Прокопьева Н.В.

Л 27 Физика: механика, электродинамика: Учебное пособие для студентов педагогических вузов /С.В. Латынцев, Н.В. Прокопьева. Изд. 2-е, стереотип.- Красноярск: РИО КГПУ им. В.П. Астафьева, 2012. – 201с.

Учебное пособие составлено согласно модульной программы по разделам физики «механика» и «электродинамика». Пособие содержит не только теоретический материал, в изложении которого авторы использовали нестандартный подход, но и перечень вопросов и задач для самостоятельной работы студентов по каждой теме.

Учебное пособие соответствует требованиям ФГОС ВПО по подготовке по физике студентов нефизических специальностей педагогических вузов. Также может быть использовано для работы с учащимися профильных классов общеобразовательных учреждений.

ББК 22.3

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие предназначено для подготовки студентов нефизических специальностей по таким разделам физики, как механика, электродинамика, и соответствует требованиям ФГОС ВПО.

Особенность современного образования заключается в том, что большая часть учебного времени отводится на самостоятельную работу студентов. Это обстоятельство выдвигает определенные требования к учебным пособиям, которые позволят студенту оптимально организовать свою учебную деятельность.

Структура пособия носит модульный характер и включает в себя пять модулей: входной, три базовых и итоговый. Входной модуль содержит тестовые задания по механике и электродинамике и позволяет выявить исходный уровень подготовки студентов по данным разделам физики. Каждый базовый модуль состоит из нескольких тем, теоретическое содержание которых определяется дидактическими единицами, представленными в начале модуля. В основу изложения теоретического материала положен дедуктивный метод (от общего к частному). Например, в разделе «механика» рассмотрение законов Ньютона позволяет получить ряд основных уравнений кинематики как следствие этих законов. В разделе «электродинамика» сначала изучаются уравнения Максвелла, а затем как частные случаи этих уравнений – электростатика, магнитостатика, электромагнитная индукция и т.д. Традиционно же изучение уравнений Максвелла завершало рассмотрение электродинамики и носило обобщающий характер.

После теоретического материала следует материал для дополнительного чтения, который содержит либо необходимую информацию, не вошедшую в основную часть темы, либо информацию познавательного характера.

Каждая тема заканчивается перечнем вопросов для самоконтроля и задачами для самостоятельной работы. Основная часть вопросов сформулирована таким образом, что ответы на них предполагают не репродуктивное воспроизведение изученной информации, а ее анализ и осмысление. Задачи для самостоятельной работы, содержание которых охватывает весь изучаемый в рамках темы материал, позволяют закрепить полученные знания.

Итоговый модуль предполагает контроль освоения студентами дидактических единиц базовых модулей. Форма контроля – тестирование. Тест, который составляет основу итогового модуля, является образцом и отражает примерную тематику заданий контрольных тестов.

В помощь студенту составлен глоссарий. В нем содержатся основные определения по физике согласно изучаемым темам в пособии.

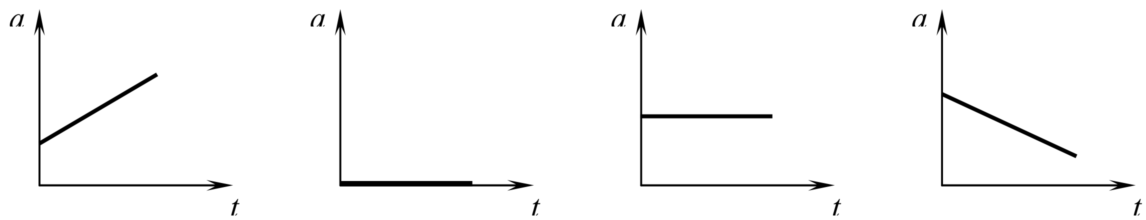
ВХОДНОЙ МОДУЛЬ

Тест состоит из 25 тестовых заданий. На его выполнение отводится 45 минут. Задания рекомендуется выполнять по порядку. Если задание не удается выполнить сразу, перейдите к следующему. Если остается время, вернитесь к пропущенным заданиям. Тест позволяет проверить репродуктивный и базовый уровни знаний и умений по таким разделам школьного курса физики, как механика и электродинамика.

Форма тестовых заданий № 1, 4, 7–9, 11–16, 18–25 закрытая. В каждом из этих заданий может быть только один правильный ответ. Тестовые задания № 2, 3, 5, 6, 10, 17 представлены в открытой форме, где правильным ответом является либо символ (число, буква), либо одно слово.

ТЕСТ

1. График зависимости ускорения от времени, отражающий прямолинейное равноускоренное движение, представлен на рисунке:



а) *б)* *в)* *г)*

2. Ускорение точки, движущейся вдоль оси *OX* по закону x=6+5t-4,5t^2, равно ... ($м/с^2$).

3. Средняя скорость движения человека, если 1/3 пути он шел со скоростью 0,7 *м/с*, а оставшуюся – со скоростью 1 *м/с*, равна … (*м/с*).

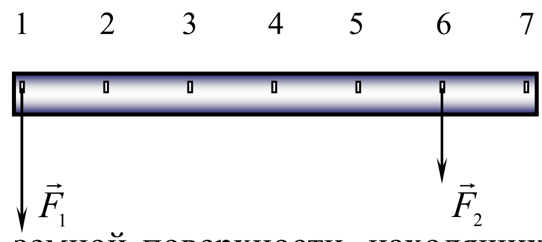
4. Ускорение тела массой 2 *кг* под действием на него силы 20 *Н* равно ($м/с^2$):
   а) 40;
   б) 22;
   в) 18;
   г) 10.

5. … – явление сохранения телом величины и направление скорости движения при отсутствии действия на него других тел.

6. Начальная скорость движущегося автомобиля массой 3 тонны, если под действием тормозящей силы 3 *кН* он останавливается на расстоянии 50 *см*, равна … (*м/с*).

7. Линейная скорость точки, находящейся на ободе колеса радиусом 10 *см*, которое совершает 3000 оборотов за 2 минуты, равна (*м/с*):
   а) 54,3;
   б) 33,6;
   в) 15,7;
   г) 10,5.

8. Точка, в которой нужно расположить ось вращения, чтобы стержень находился в равновесии, если в точках 1 и 6 к стержню приложены силы F_1=600 *Н* и F_2=400 *Н*, изображена на рисунке под номером:
   а) 2;
   б) 3;
   в) 4;
   г) 5.



9. Центростремительное ускорение точек земной поверхности, находящихся на широте 60°, вследствие суточного вращения Земли равно (*м/с*^{2}):

   а) $17\cdot10^{-3}$;
   б) $33\cdot10^{-3}$;
   в) $45\cdot10^{-3}$;
   г) $67\cdot10^{-3}$.

10. Импульс тела массой m=2 *кг*, которое движется прямолинейно со скоростью v=5 *м/с*, равен … $\left(кг \cdot \frac{м}{с}\right)$.

11. Кинетическая энергия тела массой *m*=80 *кг*, движущегося со скоростью $\upsilon = 30\ м/с$, равна ($Дж$):
    - а) 1200;
    - б) 2400;
    - в) 36000;
    - г) 72000.

12. Наименьшая работа, потраченная на вертикальную установку столба длиной $l = 14\ м$, массой *m*=80 *кг*, лежащего горизонтально, равна (*кДж*) ($g = 10\ м/с^2$):
    - а) 1,4;
    - б) 2,8;
    - в) 5,6;
    - г) 11,2.

13. Формула полной энергии частицы:
    - а) $E = mc^2$;
    - б) $E = mc$;
    - в) $E = m^2c$;
    - г) $E = m^2c^2$.

14. Скорость света в вакууме в подвижной и неподвижной инерциальных системе отсчета с точки зрения классической механики:
    - а) не зависит от скорости наблюдателя, но зависит от скорости источника света;
    - б) не зависит от выбора системы отсчета;
    - в) зависит от величины скорости подвижной системы отсчета;
    - г) зависит от скорости источника света, но не зависит от скорости подвижной системы отсчета.

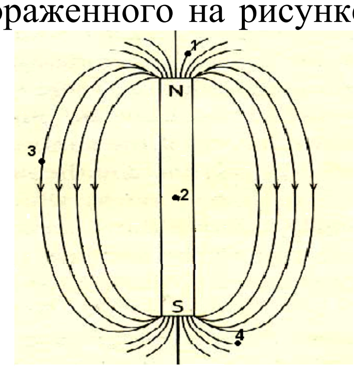
15. Элементарная частица, которая обладает минимальным отрицательным зарядом:
    - а) протон;
    - б) фотон;
    - в) электрон;

г) нейтрон.

16. Одинаковые шарики, имеющие заряды: –10*e*, 6*e*, и 12*e*, приводят в соприкосновение и опять разводят. На каждом шарике будет:
   а) нулевой заряд;
   б) одинаковый положительный заряд;
   в) одинаковый отрицательный заряд;
   г) заряды шариков не изменятся.

17. Заряд, находящийся на каждой из обкладок конденсатора электроёмкостью 5 *nФ* и разностью потенциалов между обкладками U=1000 *В*, равен … (*нКл*).

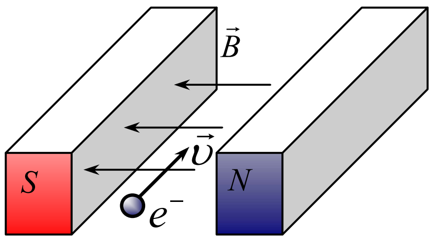
18. Точка, в которой величина магнитного поля, изображенного на рисунке, максимальна:



   а) 1;
   б) 2;
   в) 3;
   г) 4.

19. Если силу тока в катушке увеличить вдвое, то энергия магнитного поля:
   а) уменьшится в 2 раза;
   б) увеличится в 2 раза;
   в) уменьшится в 4 раза;
   г) увеличится в 4 раза.

20. Направление силы Лоренца, действующей на электрон, летящий с некоторой скоростью в магнитном поле:

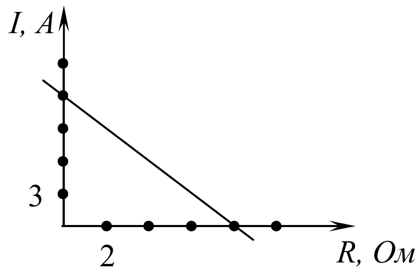


   а) вверх;
   б) вниз;
   в) влево;
   г) вправо.

21. Физическая величина, равная отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда по замкнутой электрической цепи, к величине этого заряда есть:
    а) электродвижущая сила источника тока;
    б) сила тока в цепи;
    в) напряжение в цепи;
    г) сопротивление полной цепи.

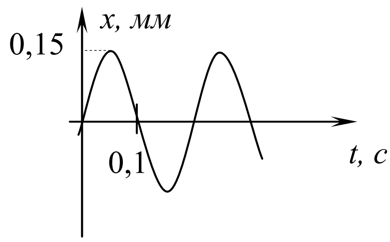
22. Сила тока в проводнике, если за 4,5 *с* через поперечное сечение проводника прошел заряд 9 *Кл*, равна (*А*):
    а) 1;
    б) 2;
    в) 3;
    г) 4.

23. Сопротивление согласно графику зависимости силы тока от сопротивления, при котором будет наибольшее напряжение, равно (*Ом*):
    а) 2;
    б) 4;
    в) 6;
    г) 8.



24. Количество колебаний, которые совершит математический маятник длиной 4,9 *м* за 5 минут:
    а) 86;
    б) 67;
    в) 64;
    г) 57.

25. Период колебаний, согласно графику зависимости координаты от времени, равен (*с*):
    а) 0,05;
    б) 0,10;
    в) 0,15;
    г) 0,20.



МОДУЛЬ 1. МЕХАНИКА

ОСНОВНЫЕ ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЕДИНИЦЫ

1. Кинематика поступательного движения.
2. Кинематика вращательного движения.
3. Динамика поступательного движения.
4. Динамика вращательного движения.
5. Механические работа и энергия.
6. Закон сохранения импульса.
7. Закон сохранения механической энергии.
8. Элементы специальной теории относительности.

ТЕМА 1.1. ЗАКОНЫ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

Физика как наука изучает наиболее общие виды (формы) движения материи и ее строения, тем самым физика делится на части, каждая из которых изучает определенный вид движения материи. В широком смысле слова движение материи есть всякое её изменение. Раньше других разделов физики развилась механика, которая рассматривает простейшую форму движения, а именно механическое движение. *Механическое* движение – это процесс изменения положения тела в пространстве с течением времени относительно другого тела, выбранного за тело отсчета.

Развитие механики как науки начиналось с III в. до н.э., когда древнегреческий ученый Архимед (287–212 до н.э.) сформулировал закон равновесия рычага и законы равновесия плавающих тел. Основные законы механики установлены итальянским физиком и астрономом Галилео Галилеем (1564–1642) и окончательно сформулированы английским учёным Исааком Ньютоном (1643–1627).


Галилео Галилей

Механика Галилея-Ньютона называется классической. Она изучает законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света в вакууме. Движение макроскопических тел, скорости которых сравнимы со скоростью света, изучается в релятивистской механике, основанной на специальной теории относительности. Для описания движения микроскопических тел (отдельных атомов и элементарных частиц) применяются законы квантовой механики.

Основная задача механики (ОЗМ) заключается в определении положения тела в пространстве в любой момент времени. При решении ОЗМ можно как рассматривать, так и не рассматривать причины, вызывающие механическое движение, что делит механику, соответственно, на два основных раздела: динамику и кинематику.

Кинематика изучает движение тел, не учитывая причины, которые это движение обусловливают.

Динамика изучает движение тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

Таким образом, если кинематика изучает состояние движения материальных тел без учета взаимодействия между ними, то динамика, напротив, учитывает движение как результат взаимодействия тел.

Как правило, помимо кинематики и динамики, выделяется третий раздел механики – *статика,* который изучает законы равновесия системы тел. Так как законы статики отдельно от законов динамики не изучаются, мы будем рассматривать статику в рамках раздела «динамика».

При изучении механического движения выделяют два его вида:

1) *поступательное* – движение тела, при котором прямая, соединяющая любые две точки этого тела, перемещается, оставаясь все время параллельной самой себе. При поступательном движении все точки тела испытывают одинаковые перемещения, обладая одинаковыми скоростями;

2) *вращательное* – движение тела, при котором прямая (ось вращения), проходящая через какую-либо его точку, остается неподвижной. При вращательном движении точки тела описывают окружности, центры которых лежат на оси вращения.

Механика для описания движения тел в зависимости от условий конкретных задач использует различные идеализированные физические модели. Простейшей моделью является *материальная точка* – идеализированная физическая модель, соответствующая телу, размерами которого в данных условиях можно пренебречь. Понятие материальной точки – абстрактное, но его введение значительно облегчает решение многих практических задач. При дальнейшем изучении механического движения условимся все тела считать материальными точками, т.е. рассматриваемые нами законы будут описывать движение именно материальной точки.

Поступательное движение

Механическое поступательное движение характеризуется такими параметрами, как перемещение ($\vec{S}$), скорость ($\vec{\upsilon}$), ускорение ($\vec{a}$), координата ($\vec{x}$).

Механическое движение тела всегда возникает в результате взаимодействия его с окружающими материальными объектами (другими телами, полями). Мерой взаимодействия тел является сила.

Сила – векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей.

Результат действия силы зависит от её величины (модуля), направления и точки приложения. Тем самым в процессе взаимодействия происходят изменения скоростей тел в целом или отдельных их частей, т.е. возникает деформация тела.

Исаак Ньютон

Задачи, рассматривающие движения тел в связи с действующими на него силами, называются *динамическими*. В основе решения динамических задач в классической механике лежат три закона движения, сформулированные Ньютоном.

Первый закон Ньютона: всякое тело (материальная точка) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.

Первый закон Ньютона утверждает существование *инерциальных систем отсчета*, относительно которых поступательно движущиеся тела, не подверженные воздействию других тел, движутся равномерно и прямолинейно, или, как говорят, по инерции.

В инерциальных системах отсчета справедливы все законы динамики.

Системы отсчета, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета с ускорением, называются неинерциальными.

Второй закон Ньютона: ускорение, приобретаемое телом, прямо пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе данного тела.

Если на тело одновременно действует несколько сил (система сил), то их можно заменить одной силой – равнодействующей. *Равнодействующая* системы сил – сила, эквивалентная данной системе сил. Равнодействующая системы сил равна векторной сумме всех этих сил: $\vec{R} = \sum \vec{F}_i$.

Математическая запись второго закона Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m},$$

где $\vec{a}$ – ускорение тела, $\sum \vec{F}_i$ – векторная сумма сил, действующих на тело, m – масса тела.

На рис.1 изображено тело, на которое действуют четыре силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$, сообщающие телу такое ускорение, которое оно получило бы при действии только одной силы $\vec{R}$, равной геометрической сумме этих сил:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 .$$

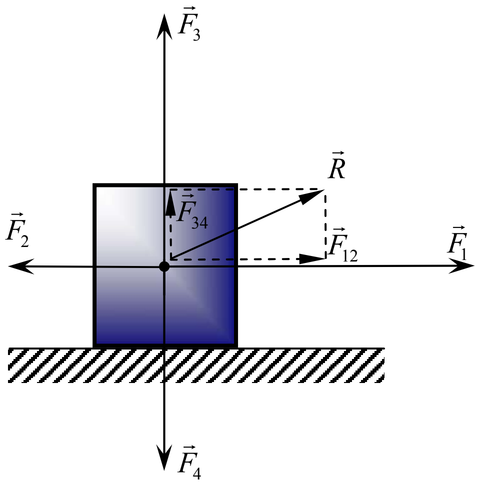


Рис. 1

Второй закон Ньютона также можно представить и в дифференциальной форме:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

где $\vec{p}$ – импульс тела.

Импульс – векторная физическая величина, численно равная произведению массы тела на его скорость и имеющая направление скорости:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}, \ [p] = кг \cdot \frac{м}{с}.$$

Импульсом системы частиц называется сумма импульсов всех частиц этой системы: $\vec{P} = \sum \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \ldots + \vec{p}_n$.

Импульс – мера поступательного движения. Для получения дифференциальной формы второго закона Ньютона необходимо воспользоваться определением ускорения $\vec{a} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}$. Тогда $\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dfrac{\vec{F}}{m}$.

Преобразовав предыдущее уравнение, получим:

$$\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}\cdot m=\vec{F}\text{, или }\frac{d(m\cdot\vec{\upsilon}\,)}{dt}=\vec{F}\,.$$

Находящееся под знаком дифференциала произведение $m\cdot\vec{\upsilon}$ и есть импульс тела.

Умножив обе части последнего уравнения на dt, получим $d(m\cdot\vec{\upsilon}\,)=\vec{F}\cdot dt$, где $\vec{F}\cdot dt$ – *импульс силы*. Таким образом, под силой в механике понимают всякую причину, изменяющую импульс движущегося тела.

Характер действия силы при поступательном движении тела определяет *вид* этого *движения*:

1) если $\sum\vec{F}=0$, то $\vec{a}=0$ – *равномерное прямолинейное движение или состояние покоя*.

При равномерном прямолинейном движении $\vec{a}=\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt}=0$, следовательно, скорость $\vec{\upsilon}=const$ определяется формулой $\vec{\upsilon}=\dfrac{d\vec{S}}{dt}$, путь равен $\vec{S}=\vec{\upsilon}\cdot t$, координата в любой момент времени изменяется по закону $x=x_0+\upsilon_x\cdot t$.

На рис. 2 представлены графики, отражающие зависимости величин, характеризующих равномерное прямолинейное движение.

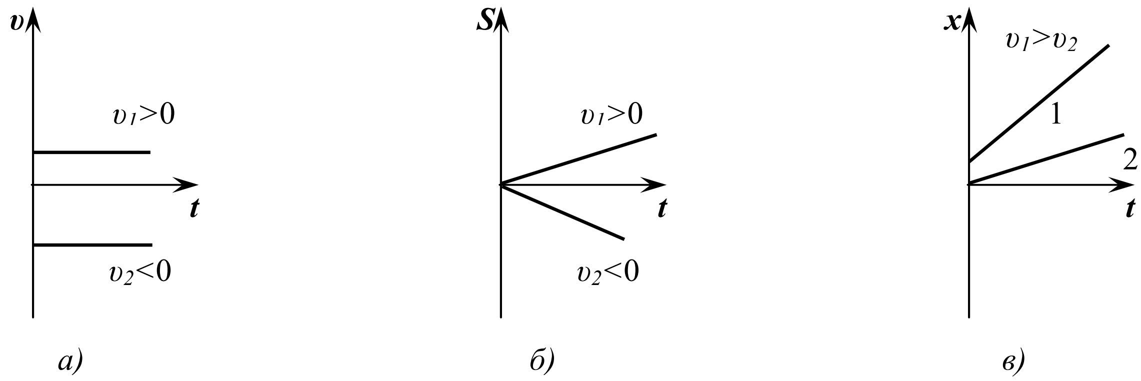


Рис. 2

2) если $\sum\vec{F}=const$, то $\vec{a}=const$ – *равнопеременное прямолинейное движение* ($\vec{a}>0$ – равноускоренное движение, $\vec{a}<0$ – равнозамедленное движение).

При равнопеременном прямолинейном движении $\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = const$, следовательно, скорость, перемещение и координата определяются соответственно:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a} \cdot t, \qquad \vec{S} = \vec{\upsilon}_0 \cdot t + \frac{\vec{a} \cdot t^2}{2}, \qquad x = x_0 + \upsilon_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}.$$

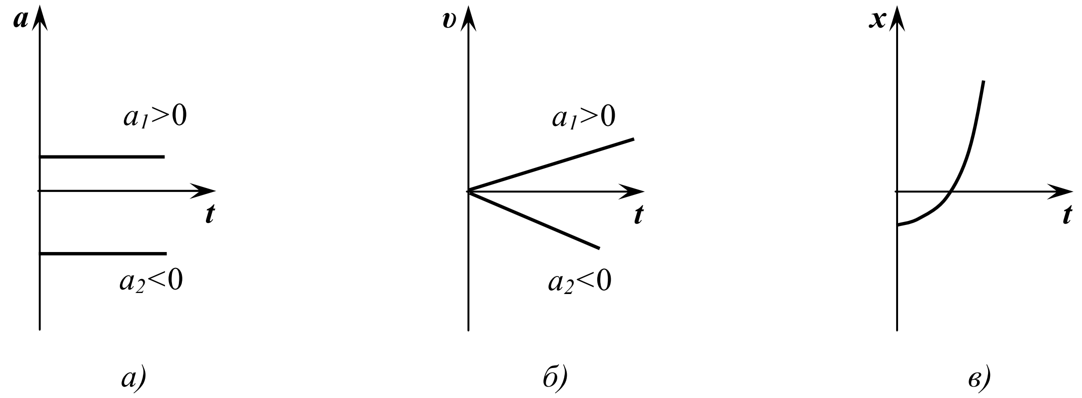


Рис. 3

Графики зависимости от времени величин, характеризующих равнопеременное движение, изображены на рис. 3.

3) если $\sum \vec{F} \neq const$, то $\vec{a} \neq const$ – неравномерное движение. При неравномерном прямолинейном движении второй закон Ньютона приводится к виду:

$$\int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} d(m \cdot \vec{\upsilon}) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt, \qquad m \cdot \vec{\upsilon}_2 - m \cdot \vec{\upsilon}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot dt.$$

Второй закон Ньютона позволяет также изучать движение тел переменной массы. В этом случае удобно пользоваться понятием импульс силы.

Третий закон Ньютона: силы, с которыми взаимодействуют тела, равны по модулю, противоположны по направлению и действуют вдоль одной прямой, соединяющей эти тела (рис. 4):

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

Согласно второму и третьему законам Ньютона, для двух взаимодействующих тел справедливо равенство: $m_1 \cdot \vec{a}_1 = -m_2 \cdot \vec{a}_2$.

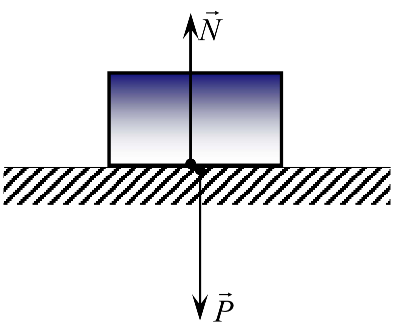


Рис. 4

Следовательно, отношение модулей ускорений взаимодействующих тел равно обратному отношению их масс $\left.\frac{a_2}{a_1}\right| = \frac{m_1}{m_2}$ и не зависит от сил, с которыми эти тела взаимодействуют.

Закон всемирного тяготения: между любыми двумя телами действует сила взаимного тяготения, пропорциональная массам тел и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними (рис. 5):

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2},$$

где m_1 – масса первого тела; m_2 – масса второго тела; R – расстояние между ними; G – гравитационная постоянная, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$.

В указанном виде закон всемирного тяготения справедлив либо для материальных точек, либо для шарообразных тел.

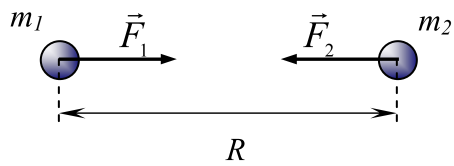


Рис. 5

Закон всемирного тяготения позволяет описать множество физических явлений: приливы и отливы на Земле, движение космических аппаратов и обращение планет вокруг Солнца, процессы, происходящие в двойных звездах и звездных скоплениях. С помощью закона всемирного тяготения астрономы Дж. Адамс в Англии и У. Леверье во Франции теоретически предсказали существование планеты Нептун.

Вращательное движение

Рассматривая движение тела, мы говорим о том, что скорость его может изменяться со временем. Но так как скорость векторная величина, то она может изменить не только свое значение (модуль), но и направление. Движение, при котором с течением времени изменяется направление скорости, называется *криволинейным.*

Частный случай криволинейного движения – это движение тела по окружности, вращательное движение.

Вращательное движение при неподвижной оси вращения может рассматриваться в двух случаях: 1) когда вращающееся тело можно принять за материальную точку; 2) когда вращающееся тело необходимо рассматривать как совокупность материальных точек. До этого мы рассматривали поступательное движение, полагая, что движущееся тело является материальной точкой.

При изучении вращения твердых тел как совокупности материальных точек будем пользоваться также понятием *момента инерции*.

Момент инерции – скалярная физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси вращения:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2 \ .$$

Единица измерения момента инерции в СИ – $кг \cdot м^2$. Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.

Рассмотрим, при каких условиях тело начинает вращаться и приобретает угловое ускорение. Любое ускоренное движение тела вызвано действием на него нескомпенсированных сил. При отсутствии оси вращения, нескомпенсированные силы приводят тело в поступательное движение. Вращение могут вызвать лишь такие силы, линии, действия которых не проходят через ось вращения.

Вращающее действие силы характеризуется *моментом силы*.

Момент силы относительно оси вращения – это векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора точки на силу, действующую на нее:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \ .$$

Момент силы в СИ измеряется в $Н \cdot м$.

При возникновении момента силы тело начинает вращаться с ускорением. Направление углового ускорения совпадает с направлением момента сил и определяется по правилу правого винта (рис. 6).

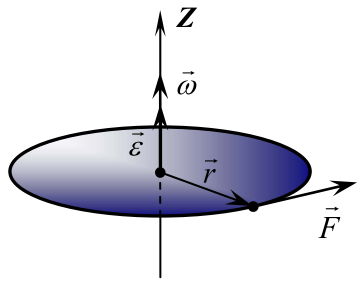


Рис. 6

Вращательное движение описывается законом, являющимся *аналогом второго закона Ньютона (второй закон Ньютона для вращательного движения)*: угловое ускорение, приобретаемое телом под действием внешней силы, прямо пропорционально моменту этой силы и обратно пропорционально моменту инерции данного тела.

Математическая запись *второго закона Ньютона для вращательного движения*:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I},$$

где $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение, $\vec{M}$ – момент силы $\vec{F}$, действующей на тело, I – момент инерции.

Как и в случае с поступательным движением, аналог второго закона Ньютона также можно представить в дифференциальной форме:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

где $\vec{L}$ – момент импульса тела.

Момент импульса – физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора точки на ее импульс. Также момент импульса можно определить через момент инерции и угловую скорость: векторная физическая величина, численно равная произведению момента инерции тела на его угловую скорость и имеющая направление угловой скорости:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{\upsilon} \cdot m \text{ или } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega}.$$

Момент импульса – мера вращательного движения. Для получения дифференциальной формы рассматриваемого закона вращательного движения необходимо воспользоваться определением углового ускорения $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$. Тогда $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{\vec{M}}{I}$. Преобразовав предыдущее уравнение, получим:

$$\vec{M} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \Rightarrow \quad \vec{M} = \frac{d(I \cdot \vec{\omega})}{dt}.$$

Находящееся под знаком дифференциала произведение $I \cdot \vec{\omega}$ и есть момент импульса тела.

Характер действия силы при вращении тела определяет вид вращательного движения:

1) если $\sum \vec{M} = 0$, то $\vec{\varepsilon} = 0$ – равномерное вращательное движение или состояние покоя. При равномерном вращательном движении $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0$,

следовательно, угловая скорость не изменяется $\omega = const$ и определяется формулой $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$, а угловая координата зависит от времени линейно $\varphi = \omega \cdot t$;

2) если $\sum \vec{M} = const$, то $\vec{\varepsilon} = const$ – равнопеременное вращательное движение ($\varepsilon > 0$– равноускоренное движение, $\varepsilon < 0$ – равнозамедленное движение). При равнопеременном прямолинейном движении $\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = const$, следовательно, скорость равна $\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t$, координата определяется по закону $\Delta\varphi = \omega_0 \cdot t + \dfrac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$.

Выше описанные законы механического движения позволяют решать ОЗМ в простейших ситуациях.

Дополнительное чтение

1

Скорость – векторная физическая величина, равная производной перемещения частицы по времени:

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{S}}{dt}.$$

Скорость определяет быстроту движения тела, а также направление движения в данный момент времени.

За определенный промежуток времени Δt значение скорости может изменяться неоднократно, поэтому в таких случаях бывает удобно пользоваться понятием средняя скорость. *Средняя скорость* – это отношение приращения вектора перемещения к промежутку времени, за который это приращение произошло.

$$\vec{\upsilon}_{ср} = \frac{\Delta\vec{S}}{\Delta t}, \qquad [\upsilon] = \text{м/с}.$$

При неограниченном уменьшении Δt средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется *мгновенной скоростью*:

$$\vec{\upsilon}_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{S}}{\Delta t} = \frac{d\vec{S}}{dt}.$$

Длина пути, пройденного точкой за промежуток времени от t_1 до t_2, задается интегралом $S = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)dt$.

Ускорение – векторная физическая величина, равная производной скорости по времени:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{S}}{dt^2}.$$

Ускорение определяет быстроту изменения скорости по модулю и направлению, является первой производной от скорости и второй производной от перемещения.

Среднее ускорение – это отношение приращения вектора скорости к промежутку времени, за который это приращение произошло:

$$\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

Ускорение в СИ измеряется в м/с^2.

Мгновенное ускорение определяется формулой: $\vec{a}_{мгн} = \lim\limits_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$.

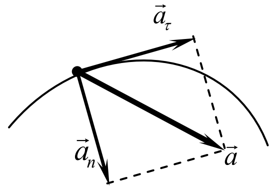


Рис. 7

Так как ускорение отвечает за изменение скорости не только по модулю, но и по направлению, то оно имеет две составляющих: тангенциальное ускорение и нормальное ускорение (рис. 7)

Нормальное ускорение a_n характеризует быстроту изменения направления скорости (направлено к центру кривизны траектории):

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}.$$

Тангенциальное ускорение a_τ характеризует быстроту изменения скорости по модулю (направлено по касательной к траектории):

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

Полное ускорение тела есть геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,\ a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

В случае поступательного движения $a_n = 0$.

2 Причиной изменения движения является сила. Силы возникают в результате взаимодействия тел друг с другом. В природе существуют четыре вида фундаментальных взаимодействий: гравитационное, электромагнитное, сильное и слабое. Каждая из сил обусловлена одним из этих взаимодействий. В механике рассматриваются силы, возникающие в результате гравитационных и электромагнитных взаимодействий. Рассмотрим некоторые из этих сил.

Сила тяжести – это гравитационная сила, с которой Земля притягивает к себе тело, численно равная произведению массы этого тела на ускорение свободного падения:

$$\vec{F}_{тяж} = m\vec{g}.$$

Сила тяжести направлена к центру Земли перпендикулярно её поверхности и приложена к центру масс тела (рис. 8).

Сила упругости – это сила, характеризующая действие, оказываемое на частицу упруго деформированным телом. При малых деформациях подчиняется закону Гука:

$$F_{упр} = -kx,$$

где x – абсолютное удлинение тела, k – жесткость тела.

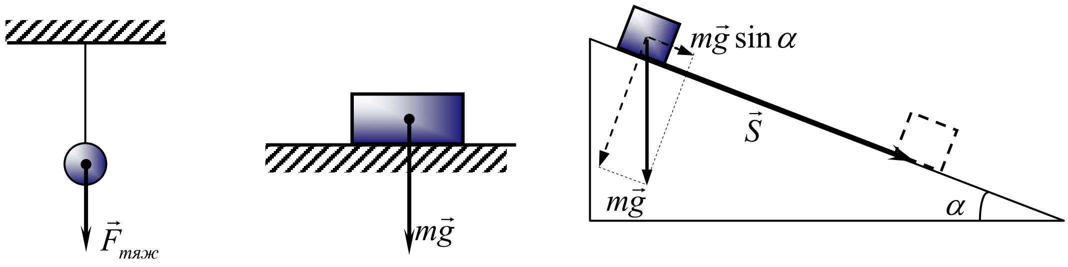


Рис. 8

Согласно закону Гука сила упругости прямо пропорциональна абсолютному удлинению тела и противоположна направлению деформации. Сила упругости имеет электромагнитную природу (притяжение/отталкивание между молекулами). Сила упругости приложена к телу в точке соприкосновения самого тела и деформированного тела, со стороны которого возникла сила упругости (рис. 9).

Сила упругости, действующая на тело со стороны нити или пружины, называется *силой натяжения* и обозначается буквой $\vec{T}$.

Если тело лежит на поверхности, то поверхность под действием тела деформируется, вследствие чего возникает сила упругости, или *сила реакции опоры*, направленная на тело со стороны деформированной опоры (обозначается буквой $\vec{N}$).

Сила трения – это сила, препятствующая относительному перемещению соприкасающихся тел, направленная вдоль поверхности их контакта.

Природа возникновения силы трения – электромагнитная. Сила трения возникает вдоль поверхностей двух трущихся тел из-за деформации этих поверхностей. Сила трения направлена вдоль трущихся поверхностей в сторону, противоположную смещению.

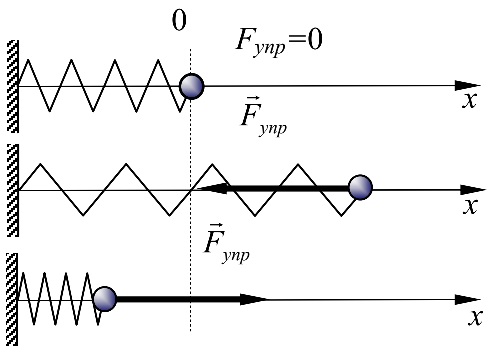


Рис. 9

Рассмотрим *виды* силы трения, возникающие между твердыми поверхностями:

– сила трения покоя;
– сила трения скольжения;
– сила трения качения.

Сила трения покоя – сила трения, препятствующая возникновению движения одного тела по поверхности другого. Сила трения покоя равна по модулю силе, стремящейся привести в движение тело, и возрастает только до определенного значения, после чего тело начинает двигаться.

Тело, находясь на наклонной плоскости, покоится, если результирующая сила, действующая вдоль этой плоскости, не превышает силу трения покоя (рис. 10, *а*).

Сила трения скольжения возникает при относительном перемещении соприкасающихся поверхностей. Сила трения скольжения всегда направлена в сторону, противоположную относительной скорости соприкасающихся тел (рис. 10, *б*). Сила трения определяется формулой:

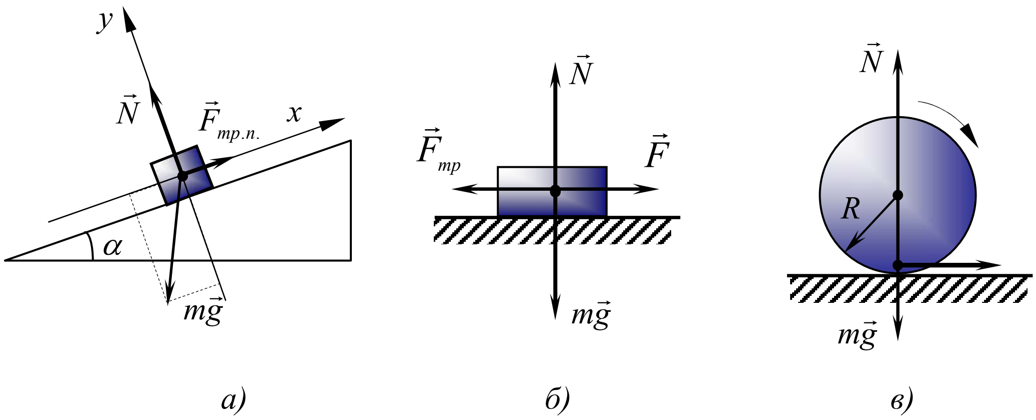


Рис. 10

$$F_{тр} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения, N – сила реакции опоры.

Сила трения влияет на характер движения тела под действием силы $\vec{F}$, приложенной к этому телу:

– если $|\vec{F}_{тр}| = |\vec{F}|$, то тело движется равномерно либо покоится;

– если $|\vec{F}_{тр}| < |\vec{F}|$, то тело движется равноускоренно;

– если $|\vec{F}_{тр}| > |\vec{F}|$, то тело движется равнозамедленно.

Сила трения скольжения меньше силы трения покоя: $F_{тр} < F_{тр.п.}$.

Сила трения качения возникает в случае, если одно тело катится по поверхности другого. Она направлена вдоль поверхности качения, против вращения (рис. 10, *в*).

Сила трения качения вычисляется по следующей формуле: $F_к = \mu_к \dfrac{N}{R}$,

где $\mu_к$ – коэффициент трения качения, имеющий размерность длины, R – радиус катящегося тела. Сила трения скольжения много меньше силы трения покоя $F_к << F_{тр}$.

Вес тела – это сила, с которой тело, вследствие его притяжения к Земле, действует на опору или подвес:

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}).$$

Точка приложения – опора или подвес.

Невесомость – это состояние тела, когда оно не действует на опору или подвес, вследствие чего внутри этого тела отсутствует деформация, т.е. $\vec{P} = 0$.

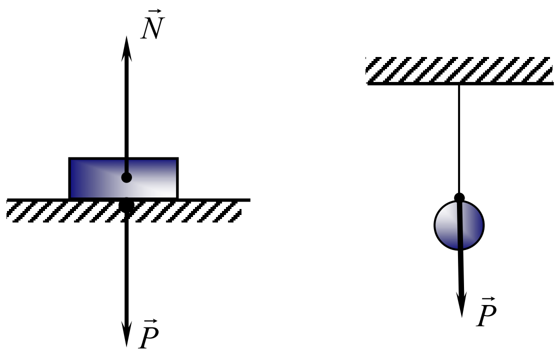


Рис. 11

3 Вращательное движение материальной точки можно описать с помощью физических величин, представленных в таблице 1. Связь между линейными и угловыми величинами выражается следующими формулами:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot R \qquad a_n = \omega^2 \cdot R \qquad S = \varphi \cdot R \qquad \upsilon = \omega \cdot R.$$

Таблица 1

Название физической величины	**Обозначение**	**Единица измерения**	**Формула**
Угловая координата	φ	рад	
Угловое перемещение	$\Delta\varphi$	рад	$\Delta\varphi = \dfrac{l}{R}$
Элементарный угол поворота	$d\vec{\varphi}$	рад	
Угловая скорость	$\vec{\omega}$	рад/с	$\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Угловое ускорение	$\vec{\varepsilon}$	рад/с^2	$\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$
Период	T	с	$T = \dfrac{t}{N}$; $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$
Частота	ν	с$^{-1}$	$\nu = \dfrac{1}{t}$
Радиус кривизны траектории	R	м	
Нормальное ускорение	a_n	м/с	$a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$;
Тангенциальное ускорение	a_τ	м/с	$a_\tau = \dfrac{d\upsilon}{dt}$

4 Формулы для определения момента инерции различных тел (таблица 2):

Таблица 2

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр или обруч радиусом R	Ось симметрии	mR^2
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Ось симметрии	$\frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Штейнера:

$$I = I_0 + m \cdot l^2 ,$$

где I – момент инерции тела относительно любой оси, I_0 – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс и параллельно данной, l – расстояние между осями.

5 Законы Ньютона позволяют узнать, какие ускорения получают тела под действием приложенных к ним сил, при каких условиях тело совершает поступательное движение, вращательное движение. Также законы Ньютона позволяют выяснить, какие именно условия обеспечивают равновесие и, прежде всего, состояние покоя материальной точки, твердого тела. *Состояние равновесия* – это такое состояние тела, при котором силы, действующие на него, не вызывают изменения скорости данного тела, т.е. тело либо покоится, либо движется с постоянной скоростью.

Условия равновесия:

1. Геометрическая сумма сил, приложенных к телу, равна нулю.
2. Геометрическая сумма моментов сил, приложенных к телу, относительно оси вращения равна нулю.

Тело будет находиться в состоянии равновесия в случае одновременного выполнения указанных выше условий.

Виды равновесия: устойчивое, неустойчивое, безразличное.

Равновесие тела устойчиво, если при малом отклонении от равновесного положения равнодействующая сил, приложенных к телу, возвращает его в положение равновесия (рис. 12, *а*). Равновесие неустойчиво, если при малом отклонении тела от положения равновесия равнодействующая сил, приложенных к телу, удаляет его от этого положения (рис. 12, *б*). Равновесие безразлично, когда отклонение от него не приводит к каким-либо изменениям в состоянии тела (рис. 12, *в*).

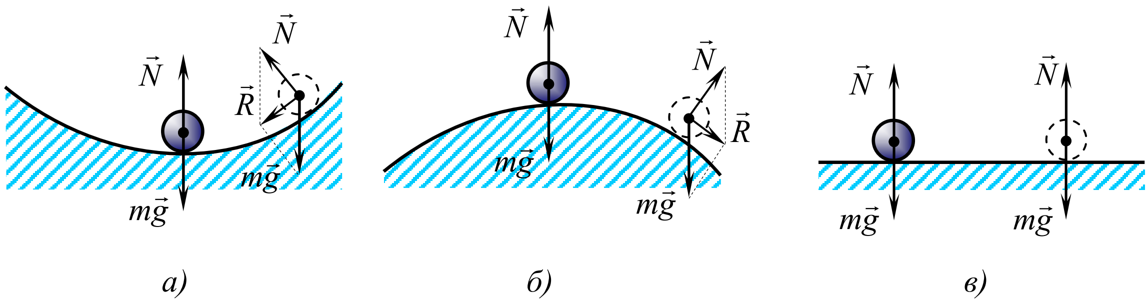


Рис. 12

Для устойчивого равновесия необходимо, чтобы центр тяжести тела находился в самом низком из возможных для него положений.

Равновесие тела, имеющего ось вращения, устойчиво при условии, что центр тяжести расположен ниже оси вращения.

В положении устойчивого равновесия тело обладает минимальной потенциальной энергией.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется материальной точкой? Зачем в механике вводится эта модель?
2. Что такое система отсчета?
3. Что такое вектор перемещения?
4. Какое движение называется поступательным, вращательным?
5. Дайте определения векторов средней скорости и среднего ускорения, мгновенной скорости и мгновенного ускорения. Каковы их направления?
6. Какая система отсчета называется инерциальной? Неинерциальной? Приведите примеры.
7. Что такое сила? Чем она характеризуется?
8. Сформулируйте первый закон Ньютона.
9. Сформулируйте второй закон Ньютона. Запишите второй закон Ньютона в дифференциальной форме.
10. Сформулируйте третий закон Ньютона.
11. Что такое момент инерции тела?
12. Перечислите существующие в природе виды взаимодействий.
13. Что называется силой тяжести?

14. Одинакова ли сила тяжести во всех местах на земном шаре?
15. Изменяется ли сила тяжести при удалении тела от поверхности Земли?
16. Как направлена сила тяжести, действующая на любое тело?
17. Какое взаимодействие приводит к возникновению силы упругости?
18. В чем состоит закон Гука?
19. Что такое натяжение нити?
20. Что такое реакция опоры?
21. Сформулируйте определение силы трения.
22. Чему равна сила трения покоя?
23. Куда направлена сила трения скольжения и чему она равна?
24. Дайте определение силы трения качения?
25. Куда направлена сила трения качения? Как она вычисляется?
26. Что называют весом тела? По какой формуле он вычисляется?
27. В чем различие между весом тела и силой тяжести, действующей на тело?
28. В каких случаях тело находится в состоянии невесомости?
29. Назовите составляющие полного ускорения. Что они характеризуют?
30. Приведите примеры движений, при которых отсутствует нормальное ускорение, тангенциальное ускорение.
31. Что называется угловой скоростью? Угловым ускорением? Как определяются и направления?
32. Что называют частотой вращения? Периодом?
33. Какова связь между линейными и угловыми величинами?
34. При каком условии тело будет вращаться равномерно? Запишите уравнение равномерного вращательного движения.
35. При каком условии тело будет вращаться равноускоренно? Запишите уравнение равноускоренного вращательного движения.
36. Какую роль играет момент инерции во вращательном движении?
37. Сформулируйте и поясните теорему Штейнера.
38. Что называется моментом силы? Как определяется направление вектора момента силы?
39. Сформулируйте и поясните уравнение динамики вращательного движения.
40. Что такое момент импульса? Как определяется направление вектора момента импульса?

41. Сформулируйте уравнение динамики вращательного движения твердого тела в дифференциальной форме.
42. Проведите аналогию между основными уравнениями поступательного и вращательного движений.
43. Какое состояние называют равновесным?
44. Каковы условия равновесия тела?
45. Перечислите виды равновесия тела. Дайте им характеристику.

Задачи для самостоятельной работы

1.1. Первую половину времени своего движения автомобиль двигался со скоростью υ_1=80 *км/ч*, а вторую половину времени – со скоростью υ_2=40 *км/ч*. Какова средняя скорость движения автомобиля?

1.2. Первую половину своего пути автомобиль двигался со скоростью υ_1=80 *км/ч*, а вторую половину пути – со скоростью υ_2=40 *км/ч*. Какова средняя скорость движения автомобиля?

1.3. Поезд, двигаясь равнозамедленно, в течение времени t=1 *мин* уменьшает свою скорость от υ_1=40 *км/ч* до υ_2=28 *км/ч*. Найти ускорение поезда и расстояние, пройденное им за время торможения.

1.4. Поезд движется равнозамедленно, имея начальную скорость υ_0=54 *км/ч* и ускорение a=-0,5 $м/с^2$. Через какое время и на каком расстоянии от начала торможения поезд остановится?

1.5. Тело 1 движется равноускоренно, имея начальную скорость υ_{10} и ускорение a_1. Одновременно с телом 1 начинает двигаться равнозамедленно тело 2, имея начальную скорость υ_{20} и ускорение a_2 Через какое время после начала движения оба тела будут иметь одинаковую скорость?

1.6. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=At-Bt^2+Ct^3$, где A=2 *м/с*, B=3 $м/с^2$ и C=4 $м/с^3$. Найти: а) зависимость скорости υ и ускорения a от времени; б) расстояние s, пройденное телом, скорость υ и ускорение a тела через время t=2 *с* после начала движения. Построить график зависимости пути s, скорости υ и ускорения a от времени t для интервала $0 \le t \le 3$ *с* через 0,5 *с*.

1.7. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=A-Bt+Ct^2$, где A=6 *м*, B=3 *м/с* и C=2 $м/с^2$. Найти среднюю скорость и среднее ускорение a тела для интервала времени $1 \le t \le 4\,с$. Построить график зависимости пути *s*, скорости *υ* и ускорения *a* от времени для интервала $0 \le t \le 5$ *с* через 1 *с*.

1.8. Найти угловую скорость *ω*: а) суточного вращения Земли; б) часовой стрелки на часах; в) минутной стрелки на часах; г) искусственного спутника Земли, движущегося по круговой орбите с периодом вращения *T*=88 *мин*. Какова линейная скорость *υ* движения этого искусственного спутника, если известно, что его орбита расположена на расстоянии *H*=200 *км* от поверхности Земли?

1.9. Найти линейную скорость вращения точек земной поверхности на широте Санкт-Петербурга (*φ*=60°).

1.10. Найти радиус *R* вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость υ_1 точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости v_2 точки, лежащей на расстоянии *r*=5 *см* ближе к оси колеса.

1.11. Колесо, вращаясь равноускоренно, через время *t*=1 мин после начала вращения приобретает частоту *υ*=720 *об/мин*. Найти угловое ускорение колеса и число оборотов колеса за это время.

1.12. Точка движется по окружности радиусом *r*=20 *см* с постоянным тангенциальным ускорением a_τ=5 *см/с*^{2}. Через какое время после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет: а) равно тангенциальному; б) вдвое больше тангенциального?

1.13. Точка движется по окружности радиусом *r*=10 *см* с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки *υ*=79,2 *см/с*.

1.14. Точка движется по окружности радиусом *r*=10 *см* с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти нормальное ускорение a_n точки через время *t*=20 *с* после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки *υ*=10 *см/с*.

1.15. Сравнить ускорение свободного падения у поверхности Луны $g_л$ с ускорением свободного падения у поверхности Земли $g_з$.

1.16. Найти линейную скорость движения Земли по круговой орбите.

1.17. Найти центростремительное ускорение, с которым движется по круговой орбите искусственный спутник Земли, находящийся на высоте *H*=200 *км* от поверхности Земли.

1.18. На какой высоте *H* от поверхности Земли ускорение свободного падения g_H=1 *м/с*^{2}?

1.19. Стальная проволока некоторого диаметра выдерживает силу натяжения 4,4 *кН*. С каким наибольшим ускорением а можно поднимать груз массой 400 *кг*, подвешенный на этой проволоке, чтобы она не разорвалась?

1.20. Масса лифта с пассажирами 800 *кг*. С каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если известно, что сила натяжения троса, поддерживающего лифт: а) 12 *кН*; б) 6 *кН*?

1.21. Автомобиль массой 1020 *кг*, двигаясь равнозамедленно, останавливается через время 5 *с*, пройдя путь 20 *м*. Найти начальную скорость автомобиля и силу торможения.

1.22. Поезд массой 500 т после прекращения тяги локомотива под действием силы трения 98 *кН* останавливается через время 1 *мин*. С какой скоростью шел поезд?

1.23. Вагон массой 20 т движется равнозамедленно, имея начальную скорость 54 *км/ч* и ускорение 0,3 *м/с*^{2}. Какая сила торможения действует на вагон? Через какое время вагон остановится? Какое расстояние вагон пройдёт до остановки?

1.24. На автомобиль массой 1 т во время движения действует сила трения, равная 0,1 действующей на него силы тяжести. Какова должна быть сила тяги, развиваемая мотором автомобиля, чтобы автомобиль двигался: а) равномерно; б) с ускорением 2 *м/с*^{2}?

1.25. Какой угол с горизонтом составляет поверхность бензина в баке автомобиля, движущегося горизонтально с ускорением 2,44 *м/с*^{2}?

1.26. Шар на нити подвешен к потолку трамвайного вагона. Вагон тормозится, и его скорость за время 3 *с* равномерно уменьшается от 18 *км/ч* до 6 *км/ч*. На какой угол отклонится при этом нить с шаром?

1.27. Вагон тормозится, и его скорость за время 3,3 *с* равномерно уменьшается от 47,5 *км/ч* до 30 *км/ч*. Каким должен быть предельный коэффициент трения между чемоданом и полкой, чтобы чемодан при торможении начал скользить по полке?

1.28. Канат лежит на столе так, что часть его свешивается со стола, и начинает скользить тогда, когда длина свешивающейся части составляет 1/4 его длины. Найти коэффициент трения каната о стол.

1.29. На автомобиль массой 1 т во время движения действует сила трения, равная 0,1 действующей на него силы тяжести. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с ускорением 1 *м/с*^{2} в гору с уклоном 1 *м* на каждые 25 *м* пути.

1.30. Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 4°. При каком предельном коэффициенте трения тело начнет скользить по наклонной плоскости? С каким ускорением будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения 0,03? Какое время потребуется для прохождения при этих условиях пути 100 *м*? Какую скорость тело будет иметь в конце пути?

1.31. Две гири с массами 2 *кг* и 1 *кг* соединены нитью и перекинуты через невесомый блок. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силу натяжения нити. Трением в блоке пренебречь.

1.32. Однородный стержень длиной l=1 *м* и массой m=0,5 *кг* вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением вращается стержень, если на него действует момент сил M=98,1 *мН·м*?

1.33. Однородный диск радиусом R=0,2 *м* и массой m =5 *кг* вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его плоскости. Зависимость угловой скорости ω вращения диска от времени дается уравнением $\omega=A+Bt$, где B=8 *рад/с*^{2}. Найти касательную силу, приложенную к ободу диска. Трением пренебречь.

1.34. Маховик радиусом R=0,2 *м* и массой m=10 *кг* соединен с мотором при помощи приводного ремня. Сила натяжения ремня, идущего без скольжения, T=14,7 *Н*. Какую частоту вращения ν будет иметь маховик через время t=10 с после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.

1.35. Маховое колесо, момент инерции которого I =245 *кг·м*^{2}, вращается с частотой ν=20 *об/с*. Через время t=1 *мин* после того как на колесо перестал действовать момент сил М, оно остановилось. Найти момент сил трения и число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил. Колесо считать однородным диском.

ТЕМА 1.2. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Использование законов динамики позволяет описать эволюцию механической системы в результате действия на нее внешних сил и взаимодействия ее элементов.

При этом силы, действующие между телами системы, называются *внутренними силами* для данной системы. Силы, действующие на тела системы со стороны тел, не входящих в данную систему, называют *внешними силами*.

При изучении движения механической системы уделяется большое внимание поиску физических величин, остающихся неизменными в процессе эволюции системы. Такие величины называют *инвариантами*. К ним относятся импульс, энергия, заряд, масса.

Сохраняющиеся величины должны подчиняться законам, справедливость которых подтверждается экспериментально. Такие законы называются законами сохранения. В механике рассматриваются два фундаментальных закона сохранения: закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

Закон сохранения импульса

При рассмотрении второго закона Ньютона была введена физическая величина – импульс, тем самым второй закон Ньютона принял вид:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \text{ или } \vec{F} \cdot dt = d\vec{p}, \text{ где } \vec{F} \cdot dt \text{ – импульс силы.}$$

Импульс силы – временна́я характеристика действия силы. Это означает, что изменение импульса тела как результат действия силы зависит от величины этой силы и времени ее действия.

Логично считать, что при отсутствии внешних сил, действующих на тело, $\vec{F} = 0$, при этом импульс тела не изменяется ($d\vec{p} = 0$), т.е. $\vec{p} = const$ или $\vec{p} = \vec{p}_0$.

Рассмотрим действие друг на друга двух изолированных тел, не взаимодействующих с другими телами. Пусть тело 1 действует на тело 2 с силой $\vec{F}_{12}$, и тело 2 действует на тело 1 с силой $\vec{F}_{21}$.

В соответствии со вторым законом Ньютона:

для первого тела $m_1 \cdot \vec{a}_1 = \vec{F}_{21}$, $\Delta\vec{p}_1 = \vec{F}_{21} \cdot \Delta t_1$,

для второго тела $m_2 \cdot \vec{a}_2 = \vec{F}_{12}$, $\Delta\vec{p}_2 = \vec{F}_{12} \cdot \Delta t_2$,

где $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$ – время взаимодействия тел. Если время взаимодействия тел достаточно короткое, т.е. $\Delta t \to 0$, то такое взаимодействие называют *ударом* {1}.

По третьему закону Ньютона $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$. Учитывая, что $\vec{F}_{21} = \dfrac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t_1}$ и $\vec{F}_{12} = \dfrac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t_2}$, получаем $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$, или $\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$.

Иными словами, если суммарное изменение импульса тел, входящих в систему, равно нулю, то суммарный импульс этих тел остается постоянным:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = const .$$

Это означает, что если два тела представляют замкнутую систему, то импульс системы до взаимодействия входящих в нее тел равен импульсу системы после взаимодействия этих тел $\vec{p} = \vec{p}_0$, где $\vec{p}_0$ – импульс системы до взаимодействия, $\vec{p}$ – импульс системы после взаимодействия. Таким образом:

$$\vec{p}_0 = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 ,$$

$$\vec{p} = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1' + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2' ,$$

$$m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1' + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2' .$$

Полученный результат может быть распространен на любое число взаимодействующих тел и на силы, меняющиеся со временем:

$$\sum_{i=1}^{n} d\vec{p}_i = d\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = 0 .$$

Проинтегрировав уравнение, получаем, что

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = const .$$

Данное выражение является математической записью *закона сохранения импульса:* при любых процессах в замкнутой системе ее полный импульс остается неизменным. Из определения следует, что закон сохранения импульса выполняется в случае, когда система взаимодействующих тел замкнута.

Замкнутая система – это система тел, для которой результирующая внешних сил равна нулю.

Интересный и важный случай практического использования закона сохранения импульса – это реактивное движение {2}.

В случае вращательного движения, при отсутствии момента внешних сил, действующих на систему ($\vec{M} = 0$), выполняется *закон сохранения момента импульса*: при любых процессах в замкнутой системе её полный момент импульса остается неизменным, т.е. $\vec{L} = const$ или $I \cdot \vec{\omega} = const$.

Яркой иллюстрацией выполнения закона сохранения момента импульса может служить прием, используемый в фигурном катании при совершении фигуристами вращений {3}.

Энергия. Работа. Мощность

Существует множество видов движения, но не следует считать, что это только механическое движение, это и тепловое, и электромагнитное.

Рассмотрим пример: два одинаковых шарика из пластилина движутся навстречу друг другу с равными скоростями, т.е. $m_1 = m_2$, $\upsilon_1 = \upsilon_2$ (рис. 13, *а*).

После удара шары слиплись (неупругий удар), при этом их масса стала равна $M=m_1+m_2$. Суммарный импульс тел до взаимодействия равен

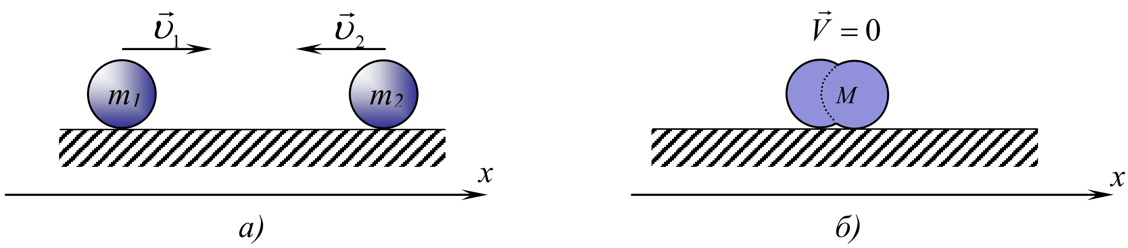


Рис. 13

$\vec{p}_0 = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2$ (рис. 13, *а*). Записав равенство в проекциях на ось *x,* получим $p_0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2$, тогда $p_0 = 0$. После удара импульс системы равен $\vec{p} = M \cdot \vec{V}$. Согласно закону сохранения импульса $p = p_0 = 0$, следовательно, $V = 0$ (рис. 13, *б*), т.е. тела после удара остановились, но до удара шары двигались. Возникает вопрос: неужели то движение, которым обладали шары в отдельности, исчезло?

Если сравнить температуры шаров до и после взаимодействия, то можно обнаружить, что они после удара повысились. Другими словами, механическое движение шаров не исчезло, а перешло в молекулярную форму движения вещества, из которого изготовлены шары: механическое движение не исчезает, а переходит в эквивалентное количество других видов движения материи.

Все формы движения могут быть количественно определены одной и той же мерой. Такой мерой является энергия. Единица измерения энергии в СИ – *Дж* (джоуль).

Энергия – это общая количественная мера движения и взаимодействия всех видов материи.

Весь опыт науки говорит, что материя и движение вечны и нерасторжимы. Данное утверждение отражается в формуле Эйнштейна: $E = m \cdot c^2$

С другой стороны, *энергия* определяется как способность системы совершить работу. Это означает, что тело, совершая работу, уменьшает свою энергию на величину совершенной работы.

Работа силы – количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.

Работа (механическая) – физическая величина, равная скалярному произведению силы, действующей на тело, и перемещения этого тела:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S},$$

$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{F}$ и $\vec{S}$ (рис. 14).

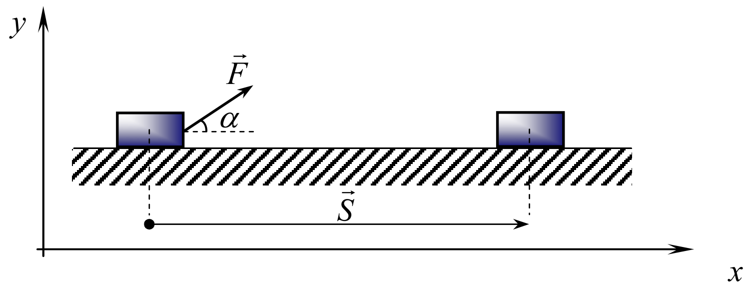


Рис.14

Работа является пространственной характеристикой действия силы.

Работа может быть как положительной, так и отрицательной:

– если $\cos\alpha > 0$, то сила совершает положительную работу, при этом телу передается энергия от того тела, со стороны которого действует сила (энергия – запас работы, которую может совершить тело);

– если $\cos\alpha < 0$, то сила совершает отрицательную работу, или иначе работа совершается движущимся телом против внешних сил, работа совершается за счет энергии тела;
– если $\cos\alpha = 0$, то работа силы равна нулю, передачи энергии нет.

Если на тело действует несколько сил, то работа результирующей силы равна алгебраической сумме работ составляющих сил.

Очень важно знать не только работу, но и время, в течение которого она была произведена.

Мощность – физическая величина, характеризующая скорость совершения работы. Мощность численно равна работе, совершаемой силой в единицу времени:

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

По определению, работа равна $dA = \vec{F} \cdot d\vec{S}$, тогда $N = \dfrac{\vec{F} \cdot d\vec{S}}{dt}$. Учитывая, что $\dfrac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\upsilon}$, получаем $N = \vec{F} \cdot \vec{\upsilon}$.

Единица измерения мощности в СИ – *Вт=Дж/с* (ватт).

В механике различают два вида энергии:

– *кинетическая энергия* – энергия, зависящая от скорости тела;
– *потенциальная энергия* – энергия, зависящая от взаимного расположения (координат) взаимодействующих тел.

Для того чтобы получить выражение энергии в виде функции параметров состояния механического движения, надо найти, как меняется величина энергии с изменением величины этих параметров.

Кинетическая энергия

Кинетическая энергия – скалярная физическая величина, равная половине произведения массы частицы на квадрат ее скорости, т.е.

$$E_k = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2}.$$

Для нахождения кинетической энергии системы выделим в ней любое тело. Действие на него тел (внутренних, внешних) заменим результирующей сил. Вычислим работу, которую должна произвести результирующая сила $\vec{F}$, чтобы тело массой *m* изменило скорость от $\vec{\upsilon}_1$ до $\vec{\upsilon}_2$. Сила $\vec{F}$, действуя на тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия тела изменяется на величину затраченной работы. Таким образом, работа dA силы $\vec{F}$ на пути, который тело прошло за время изменения скорости от $\vec{\upsilon}_1$ до $\vec{\upsilon}_2$, идет на изменение кинетической энергии dE тела, т.е.

$$dA = dE .$$

Перемножая силу $\vec{F}$, которая совершает работу, и перемещение $d\vec{S} = \vec{\upsilon} \cdot dt$, при этом используя второй закон Ньютона $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$, получим

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{S} = m \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \cdot \vec{\upsilon} \cdot dt .$$

Поскольку направление вектора изменения скорости совпадает с направлением скорости, то работу можно представить в скалярной форме:

$$dA = m \cdot \upsilon \cdot d\upsilon .$$

Полную работу силы по изменению скорости тела от $\vec{\upsilon}_1$ до $\vec{\upsilon}_2$ можно найти, вычислив интеграл

$$A = \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} m \cdot \upsilon \cdot d\upsilon = \frac{m \cdot \upsilon_2^2}{2} - \frac{m \cdot \upsilon_1^2}{2} .$$

Выражение справа и есть изменение кинетической энергии, т.е.

$$A = E_{k_2} - E_{k_1} = \Delta E_k .$$

Теорема о кинетической энергии: изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на тело, т.е.

$$A = \Delta E_k .$$

Кинетическая энергия системы тел равна сумме кинетических энергий тел, составляющих систему $E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \cdot \upsilon_i^2}{2}$, т.е. кинетическая энергия является аддитивной величиной.

Аналогично кинетической энергии поступательного движения тела, можно получить выражение для кинетической энергии вращательного движения тела:

$$E_k = \frac{I \cdot \omega^2}{2} .$$

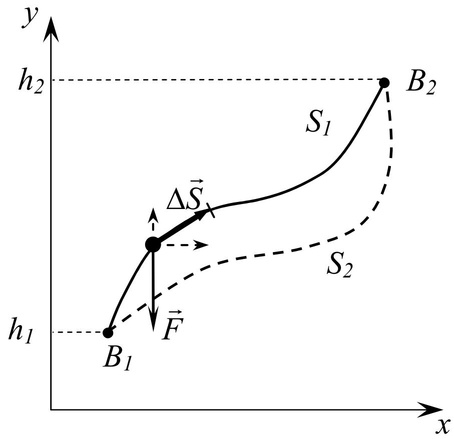


Рис. 15

Учитывая, что тело может одновременно совершать как поступательное, так и вращательное движение, полная кинетическая энергия данного тела складывается из кинетических энергий поступательного и вращательного движений:

$$E_k = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2}.$$

Потенциальная энергия

Потенциальная энергия – механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними. *Потенциальная энергия* численно равна работе, совершаемой консервативными силами при перемещении частицы из данного положения в нулевое (т.е. в такое, в котором потенциальная энергия считается равной нулю).

Потенциальная энергия системы в некотором положении будет определена однозначно, если работа по перемещению тел системы из одного положения в другое не зависит от формы пути перехода.

Рассчитаем работу, совершаемую некоторой силой при движении тела <u>с постоянной скоростью</u> по некоторой кривой в однородном поле, например, в поле силы тяжести.

Разобьем кривую B_1B_2 (рис. 15) на элементарные перемещения $\Delta\vec{S}$, настолько малые, чтобы каждое из них можно было считать прямолинейным. Элементарная работа ΔA, совершаемая внешней силой $\vec{F}$ при движении вдоль отрезка $\Delta\vec{S}$, равна:

$$\Delta A = F \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha = -m \cdot g \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha,$$

где α – угол между направлением действия силы $\vec{F}$ и перемещением $\Delta\vec{S}$.

Направление действия силы тяжести строго вертикально, поэтому в горизонтальном направлении работа силы тяжести равна нулю.

Проекция перемещения $\Delta\vec{S}$ на вертикальную ось равна $\Delta h = \Delta S \cdot \cos\alpha$.

Если число элементарных перемещений ΔS безгранично увеличивать, так, что $\Delta S \to 0$, тогда $dh = dS \cdot \cos\alpha$ и работа силы тяжести на участке dS будет равна

$$dA = -m \cdot g \cdot dh.$$

Для подсчета работы на конечном перемещении тела от B_1 до B_2 проинтегрируем последовательно выражение:

$$A = -\int_{h_1}^{h_2} m \cdot g \cdot dh = -m \cdot g \cdot \int_{h_1}^{h_2} dh = m \cdot g\left(h_1 - h_2\right),$$

$$A = m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2.$$

Работа силы тяжести равна разности двух величин, называемых потенциальными энергиями тела в начальном и конечном положениях:

$$A = E_{p1} - E_{p2}.$$

Таким образом, потенциальная энергия тела, находящегося в поле тяжести, определяется по формуле:

$$E_p = m \cdot g \cdot h.$$

Теорема о потенциальной энергии: работа консервативных сил, действующих на тело, равна изменению его потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком, т.е.

$$A = -\Delta E_p.$$

Так как потенциальная энергия – это энергия взаимодействия, то разным видам взаимодействия (или разным видам потенциальных сил) соответствуют разные формулы потенциальной энергии. Потенциальная энергия системы тел может быть определена, если указаны взаимное расположение тел в системе и силы, действующие между ними.

Аналогично потенциальной энергии тела, на которое действует сила тяжести, вычисляется потенциальная энергия тела, на которое действует сила упругости пружины (рис. 16). Потенциальная энергия данного тела равна половине произведения жесткости пружины k и квадрата её удлинения x: $E_p = \dfrac{k \cdot x^2}{2}$.

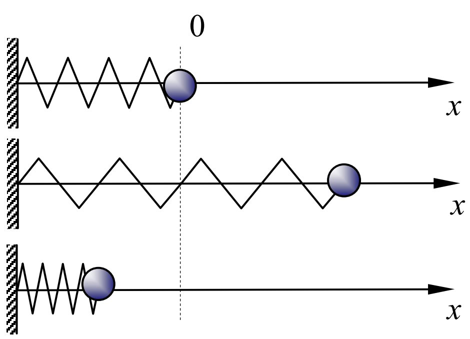


Рис. 16

Потенциальная энергия зависит от деформации:

- чем больше деформация, тем выше потенциальная энергия;
- если тело не деформировано, то потенциальная энергия упругодеформированного тела равна нулю**.**

Принцип минимума потенциальной энергии

Если потенциальная энергия тела в начальном положении больше его потенциальной энергии в конечном положении ($E_{p0} > E_p$), то, согласно теореме о потенциальной энергии, работа потенциальной силы положительна. Это означает, что сила имеет компоненту в направлении перемещения, т.е. направлена в сторону убывания потенциальной энергии.

Состояние с меньшей потенциальной энергией является энергетически более выгодным. Подобная закономерность имеет общий характер и справедлива не только для гравитационного, но и для любого фундаментального взаимодействия.

Принцип минимума потенциальной энергии – любая замкнутая система стремится перейти в такое состояние, в котором ее потенциальная энергия минимальна.

Данный принцип позволяет объяснить с энергетической точки зрения различные состояния равновесия тела.

Закон сохранения механической энергии

Следствием двух теорем – теоремы о кинетической энергии и теоремы о потенциальной энергии – является *закон сохранения механической энергии:* при любых процессах, происходящих в консервативной системе, ее полная механическая энергия остается неизменной, т.е.

$$E = E_k + E_p \,,$$

$$E_k + E_p = E_{k0} + E_{p0} \,.$$

При наличии непотенциальных сил (незамкнутая система) полная механическая энергия системы не сохраняется. Данное утверждение отражает *закон изменения механической энергии*: изменение механической энергии системы равно работе всех непотенциальных сил (например, силы трения):

$$\left(E_k + E_p\right) - \left(E_{k0} + E_{p0}\right) = A_{тр} \,.$$

Учитывая, что энергия может переходить из одного вида в другой (например, механическая энергия системы может переходить во внутреннюю энергию), сформулируем *закон сохранения энергии* в наиболее общем виде: при любых процессах, происходящих в системе при неизменных внешних условиях, ее полная энергия остается постоянной. Иными словами, энергия ниоткуда не берется и никуда не исчезает, она только переходит из одного вида в другой.

Данный закон является фундаментальным законом природы, не знающим никаких исключений.

Дополнительное чтение

1

Абсолютно неупругий удар – столкновение тел, в результате которого тела движутся как единое целое.

Примерами абсолютного неупругого удара является столкновение метеорита с Землей, мухи с лобовым стеклом автомобиля, захват нейтрона ядром урана и т.д.

При неупругом ударе механическая энергия системы не сохраняется. Часть кинетической энергии системы не сохраняется. Часть кинетической энергии сталкивающихся тел идет на их деформацию, изменяя внутреннюю энергию тел (переходя в тепло). Так, например, при неупругом ударе пули о яблоко, яблоко деформируется, пуля теряет часть энергии, а два одинаковых шарика, двигающихся навстречу друг другу при ударе, останавливаясь, нагреваются.

При неупругом ударе двух шаров разной массы, двигающихся навстречу друг другу со скоростями υ_1 и υ_2 ($\upsilon_1 > \upsilon_2$), тела, слипшись, буду двигаться со скоростью $\vec{V}$, причем $\vec{V} < \vec{\upsilon}_1$ (рис. 17).

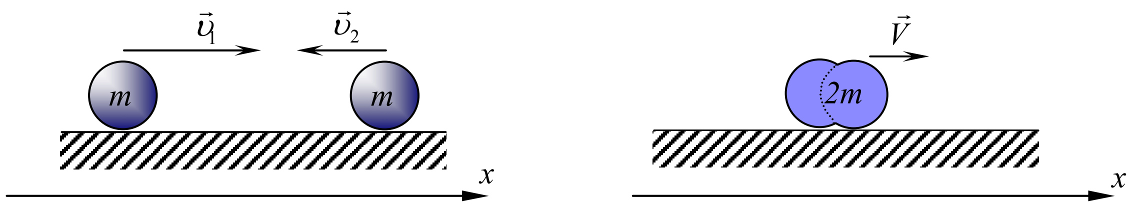


Рис. 17

Абсолютно упругий удар – столкновение, при котором деформация тел оказывается обратимой, т.е. исчезающей после прекращения взаимодействия.

Виды абсолютно упругого удара: нецентральный, центральный.

При нецентральном абсолютно упругом столкновении одинаковых тел, например шаров, они разлетаются под некоторым углом друг к другу (рис. 18).

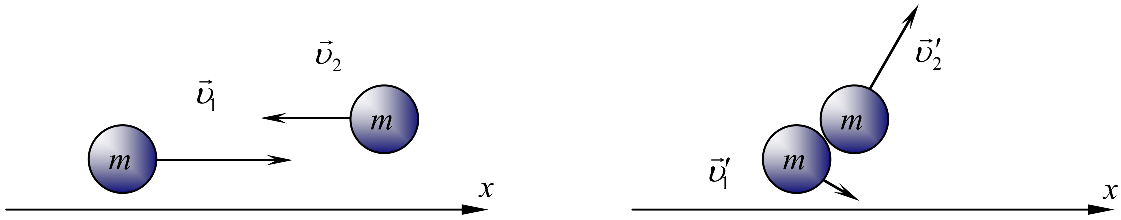


Рис. 18

При упругом центральном ударе покоящийся шар приобретает бо́льшую скорость, чем при неупругом ударе, при котором часть энергии расходуется на деформацию шара. В результате упругого столкновения одинаковые шары обмениваются проекциями скорости на линию, соединяющую их центры (рис. 19):

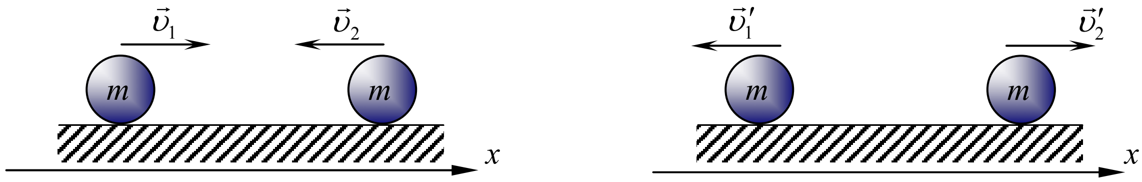


Рис. 19

При центральном ударе одинаковых шаров движущийся шар останавливается, а неподвижный приобретает скорость движущегося. При центральном ударе шаров различной массы их скорости зависят от соотношения их масс.

2

Реактивное движение – это движение, возникающее при отделении от тела с некоторой скоростью какой-либо его части.

Если, например, взять детский резиновый шарик и надуть его, а затем отпустить, то воздух начнет выходить из него в одну сторону, а сам полетит в другую. По принципу реактивного движения передвигаются и некоторые представители животного мира, например кальмары, осьминоги. Периодически вбирая в себя воду, они способны развить скорость 60–70 км/ч.

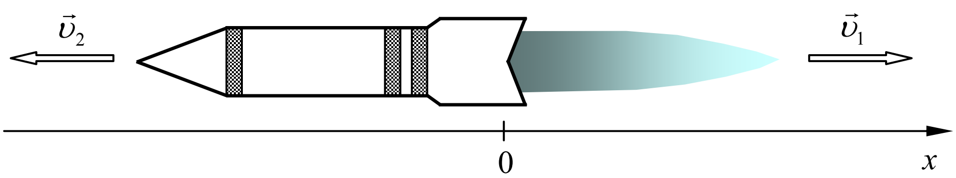
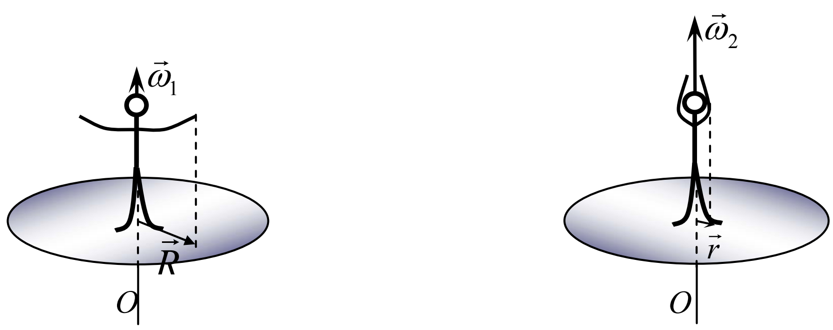


Рис. 20

Реактивное движение совершают самолеты, снаряды знаменитых «катюш», а также ракеты. Современная космическая ракета представляют собой очень сложный летательный аппарат, имеющий огромную массу и состоящий из сотен тысяч и миллионов деталей. Однако всю начальную массу ракеты можно разделить на две основные части: 1) массу рабочего тела, т.е. раскаленных газов, образующихся в результате сгорания топлива и выбрасываемых в виде реактивной струи и 2) конечную или, как говорят, «сухую» массу ракеты, остающуюся после выброса из ракеты рабочего тела. Когда реактивная струя с большой скоростью вылетает из ракеты, сама ракета устремляется в противоположную сторону. Для того чтобы определить скорость, развиваемую ракетой, воспользуемся законом сохранения импульса. Предположим, что реактивная струя массой m_1 выбрасывается из ракеты массой m_2 (без учета топлива) со скоростью υ_1 в направлении оси x (рис. 20).

Суммарный импульс системы из закона сохранения импульса, учитывая, что в на-



3

Рис. 21

чальный момент времени ракета покоилась, равен:

$$0 = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 \text{ или } \upsilon_2 = -(m_1 / m_2)\upsilon_1 ,$$

где $m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1$ – импульс газовой струи (рабочего тела), $m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2$ – импульс ракеты, полученный ею после выгорания топлива.

Скорость υ_{2x}, приобретаемую ракетой в направлении, противоположном оси x, можно найти при известном соотношении m_1 / m_2.

Качественным подтверждением закона сохранения момента импульса может служить прием, который используют фигуристы для регулирования скорости своего вращения.

Фигурист на коньках для сообщения своему телу быстрого вращения при начальном толчке отбрасывает в сторону руки (рис. 21), а затем приближает руки к телу, при этом момент инерции уменьшается и возрастает скорость его вращения. Когда фигурист снова разводит руки в стороны, момент инерции увеличивается, а скорость, наоборот, уменьшается.

4

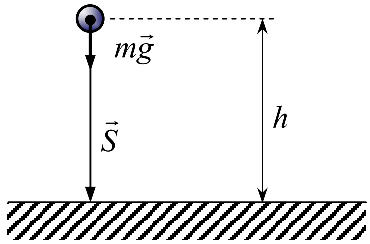


Рис. 22

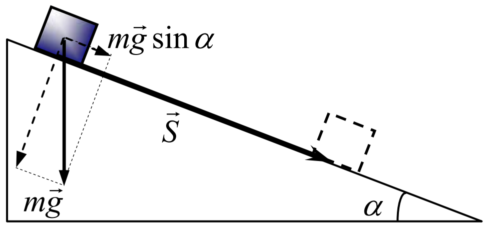


Рис. 23

Одну и ту же работу возможно совершить, прикладывая разную силу. Так, тело массой m можно равномерно поднимать на высоту H, совершив работу $m \cdot g \cdot H$ двумя способами:

– приложив силу $m \cdot g$ по вертикали (рис. 22);

– приложив меньшую силу $m \cdot g \cdot \sin\alpha$ вдоль наклонной плоскости (рис. 23). При этом меньшая сила должна действовать на большем расстоянии.

Выигрыш в прилагаемой силе во втором случае является очевидным, но при этом мы однозначно «проигрываем» в расстоянии: в первом случае сила больше, чем во втором, но расстояние меньше.

Вопросы для самопроверки

1. Какие силы называют внутренними? Внешними?
2. Какие силы называют инвариантами?
3. Сформулируйте определение импульса тела.
4. Что такое импульс силы?
5. Можно ли сказать, что тело обладает импульсом потому, что на него действует сила?
6. В чем состоит закон сохранения импульса?
7. В каких системах выполняется закон сохранения импульса?
8. Какой удар является абсолютно упругим?
9. Какой удар является абсолютно неупругим?
10. Чем отличается абсолютно упругий удар от абсолютно неупругого?
11. Почему в результате абсолютно неупругого удара шаров их суммарная кинетическая энергия уменьшается?
12. Какое движение называют реактивным?
13. От чего зависит скорость ракеты?
14. В чем заключается закон сохранения момента импульса?
15. Объясните, каким образом вращающийся фигурист изменяет скорость своего вращения?

16. Что такое энергия?
17. Сформулируйте определение работы силы. В чем заключается физический смысл работы?
18. При каких условиях работа силы положительна, отрицательна, равна нулю?
19. Как зависимость силы от координаты влияет на величину работы силы?
20. Что называют потенциальными силами?
21. Дайте определение мощности.
22. Как зависит мощность от скорости движения тела?
23. Сформулируйте определение кинетической энергии.
24. Сформулируйте теорему о кинетической энергии.
25. Может ли оставаться неизменной кинетическая энергия тела, если равнодействующая сил, приложенных к нему, отлична от нуля?
26. Изменяется ли кинетическая энергия движущегося тела при изменении направления вектора его скорости?
27. Что называется потенциальной энергией тела?
28. Как связана работа силы тяжести с потенциальной энергией тела?
29. Что можно сказать о потенциальной энергии тела, находящегося в состоянии устойчивого равновесия?
30. Чему равна потенциальная энергия упруго деформированного тела?
31. Верно ли утверждение, что потенциальная энергия тела – это энергия взаимодействия?
32. Сформулируйте принцип минимума потенциальной энергии. Объясните с точки зрения принципа равновесное состояние тела (устойчивое, неустойчивое, безразличное равновесие).
33. Что называют полной механической энергией системы?
34. При каких условиях полная механическая энергия системы сохраняется?
35. Сформулируйте закон изменения механической энергии.
36. Сформулируйте закон сохранения энергии в общем виде.

Задачи для самостоятельной работы

1.36. На рельсах стоит платформа массой m_1=10 т. На платформе закреплено орудие массой m_2=5 т, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Масса снаряда m_3 = 100 *кг*; его начальная скорость относительно орудия υ_0=500 *м/с*. Найти скорость платформы в первый момент после выстрела, если: а) платформа стояла неподвижно; б) платформа двигалась со скоростью υ=18 *км/ч* и выстрел был произведен в направлении ее движения.

1.37. Из ружья массой m_1=5 *кг* вылетает пуля массой m_2=5 *г* со скоростью υ=600 *м/с*. Найти скорость отдачи ружья.

1.38. Тело массой m1=2 кг движется навстречу второму телу массой m2= 1,5 *кг* и неупруго соударяется с ним. Скорости тел непосредственно перед ударом были υ_1 = 1 *м/с* и υ_2=2 *м/с*. Какое время будут двигаться эти тела после удара, если коэффициент трения μ=0,05?

1.39. Из орудия массой m_1=5 т вылетает снаряд массой m_2=100 *кг*. Кинетическая энергия снаряда при вылете 7,5 *МДж*. Какую кинетическую энергию получает орудие вследствие отдачи?

1.40. Тело массой m_1=3 *кг* движется со скоростью υ=4 *м/с* и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты, выделившееся при ударе.

1.41. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от центра шара до точки подвеса стержня l=1 *м*. Найти скорость υ пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол α=10°.

1.42. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули m_1=5 *г*, масса шара m_2=0,5 *кг*. Скорость пули υ_1=500 *м/с*. При каком предельном расстоянии l от центра шара до точки подвеса стержня шар от удара пули поднимется до верхней точки окружности?

1.43. Стальной шарик массой m=20 г, падая с высоты h_1=1 *м* на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту h_2=81 *см*. Найти импульс силы, полученный плитой за время удара, и количество теплоты, выделившееся при ударе.

1.44. Обруч и диск одинаковой массы m_1=m_2 катятся без скольжения с одной и той же скоростью υ. Кинетическая энергия обруча 4 *Дж*. Найти кинетическую энергию диска.

1.45. Диск диаметром D=60 *см* и массой m=1 *кг* вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно к его плоскости, с частотой ν=20 *об/с*. Какую работу надо совершить, чтобы остановить диск?

1.46. Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой ν=5 *об/с*, равна 60 *Дж*. Найти момент импульса вала.

1.47. Найти кинетическую энергию велосипедиста, едущего со скоростью υ=9 *км/ч*. Масса велосипедиста вместе с велосипедом m=78 *кг*, причем на колеса приходится *масса* m_0=3 *кг*. Колеса велосипеда считать обручами.

1.48. Вентилятор вращается с частотой ν=900 *об/мин*. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки N=75 *об*. Работа сил торможения A =44,4 *Дж*. Найти момент инерции вентилятора и момент сил торможения.

1.49. Маховик вращается с частотой ν=10 *об/с*. Его кинетическая энергия 7,85 *кДж*. За какое время момент сил M =50 *Н·м*, приложенный к маховику, увеличит угловую скорость маховика вдвое?

1.50. К ободу диска массой m=5 *кг* приложена касательная сила F=19,6 *Н*. Какую кинетическую энергию будет иметь диск через время t=5 *с* после начала действия силы?

ТЕМА 1.3. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Согласно классическим представлениям о пространстве и времени, считавшимися на протяжении веков незыблемыми, движение не оказывает никакого влияния на течение времени (время абсолютно), а линейные размеры любого тела не зависят от того, покоится тело или движется (длина абсолютна).

Ряд научных фактов заставил задуматься над абсолютностью представлений о времени, например, элементарная частица π-мезон рождается в верхних слоях атмосферы на расстоянии 25–30 $км$ от поверхности Земли. Время жизни частицы, определенное в лабораторных условиях, составляет примерно $10^{-8}\,c$. Несложные подсчеты позволяют определить расстояние, которое π-мезон, летящий скоростью света, сможет преодолеть за время своей жизни: $l = c \cdot t$, $l \approx 3 \cdot 10^{8}\,\frac{м}{c} \cdot 10^{-8}\,c = 3\ м$. Полученные результаты вызывают вопрос: каким образом частицы, рождающиеся в естественных условиях только в верхних слоях атмосферы, регистрируются у поверхности Земли. Данный экспериментальный факт не объясняется классическими законами физики.

Также с точки зрения классической механики не объясняется тот факт, что ни при каких условиях не удается разогнать электрон массой $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,кг$ до скорости света $c = 3 \cdot 10^{8}\,м/c$, хотя для этого, согласно классической теории, необходима энергия $E = 4{,}1 \cdot 10^{-14}\,Дж = 0{,}25МэВ$, а современные ускорители сообщают электрону энергию в 8000 раз больше!

Таким образом, классическая теория не позволяет достаточным образом объяснить результаты экспериментов, а значит, у нее есть границы применимости, за пределами которых нужны новые идеи.

Специальная теория относительности Эйнштейна – это новое учение о пространстве и времени, пришедшее на смену старым классическим представлениям. Специальная теория относительности (СТО) рассматривает взаимосвязь физических процессов, происходящих только в инерциальных системах отсчета, т.е. в системах отсчета, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно.

Случаи движения в неинерциальных системах отсчета рассматриваются в общей теории относительности (ОТО), которая является релятивистской теорией тяготения (гравитации).

Специальная *теория относительности* А. Эйнштейна основана на двух *постулатах*:

1. Все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета. Все инерциальные системы отсчета равноправны.
2. Скорость света в вакууме одинакова во всех системах отсчета.

Относительность одновременности

Причиной несостоятельности классических представлений о пространстве и времени является неправильное предположение о возможности мгновенной передачи взаимодействий и сигналов из одной точки пространства в другую. Существование предельной конечной скорости передачи взаимодействий вызывает необходимость глубокого изменения обычных представлений о пространстве и времени, основанных на повседневном опыте. Представление об абсолютном времени, текущем раз и навсегда заданным темпом и совершенно не зависящим от материи и ее движения, оказывается неправильным.

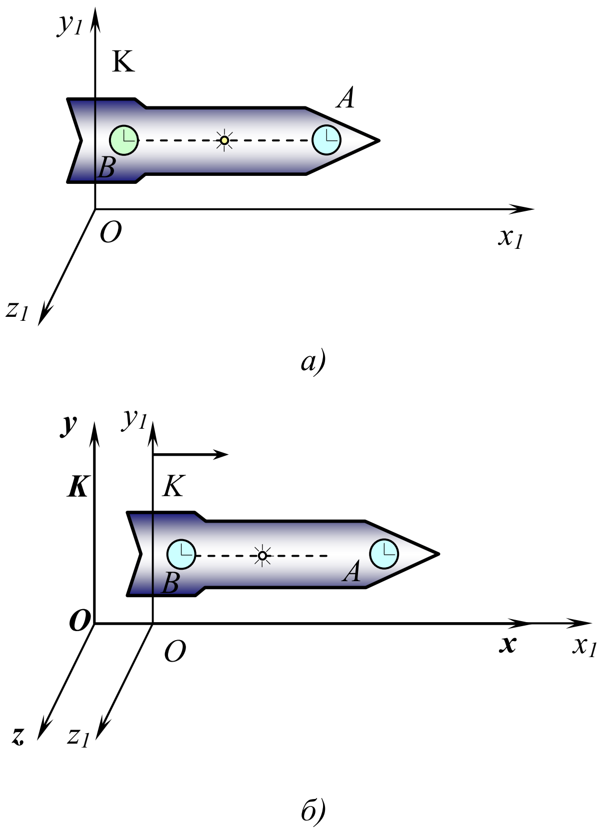


Рис. 24

Заключение, что *одновременность пространственно разделенных событий относительна*, мы докажем на примере с синхронизацией часов. Допустим, космонавт хочет узнать, одинаково ли идут часы A и B, установленные на противоположных концах космического корабля (рис. 24, *а*). Для этого с помощью источника, неподвижного относительно корабля и расположенного в его середине, космонавт производит вспышку света. Свет одновременно достигает обоих часов. Если показания часов в этот момент одинаковы, то часы идут синхронно.

Но так будет лишь относительно системы K_1, связанной с кораблем. В системе же отсчета K, относительно которой корабль движется, положение иное (рис. 24, *б*). Часы на носу корабля удаляются от того места, где произошла вспышка света, и, чтобы достичь часов A, свет должен преодолеть расстояние, большее половины длины корабля. Напротив, часы B на корме приближаются к месту вспышки, и путь светового сигнала меньше половины длины корабля. Поэтому наблюдатель в системе K придет к выводу, что сигналы достигают обоих часов *неодновременно!* Причиной относительности одновременности является, как мы видим, конечность скорости света.

Релятивистский закон сложения скоростей

Согласно первому постулату СТО, по данным эксперимента нельзя судить о том, покоится или движется та или иная система отсчета. Согласно второму постулату, скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника или приемника света (наблюдателя). Это означает, что скорость света – максимально возможная скорость распространения любого взаимодействия, то есть скорость света образует верхний предел скоростей для всех математических тел. Таким образом, классический закон сложения скоростей не выполняется. Убедимся в этом, рассмотрев пример с человеком, идущим в поезде (рис. 25).

Пусть $\vec{V}$ – скорость вагона относительно наблюдателя, $\vec{\upsilon}'$ – скорость человека относительно вагона, $\vec{\upsilon}$ – скорость человека относительно наблюдателя. Неподвижная система отсчета (СО) связана с наблюдателем.

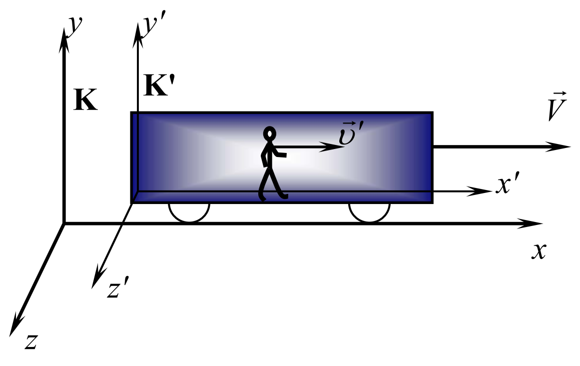


Рис. 25

Допустим вагон движется со скоростью света ($V = c$), тогда, применив классический закон сложения скоростей $\vec{\upsilon} = \vec{V} + \vec{\upsilon}'$, видим, что человек относительно наблюдателя движется со скоростью бóльшей скорости света $\vec{\upsilon} = \vec{c} + \vec{\upsilon}'$. Но это противоречит второму постулату СТО, который гласит, что тело не может двигаться со скоростью, большей скорости света.

Таким образом, классический закон сложения скоростей применим только в случаях движения с малыми скоростями $\upsilon' << c$ и $V << c$. Возникла необходимость в преобразовании классического закона сложения скоростей.

Исходя из сказанного выше, скорость человека как относительно вагона, так и относительно неподвижного наблюдателя будет меньше либо равна скорости света:

$$\begin{cases} \upsilon \le c, \\ \upsilon' \le c \end{cases}$$

Умножим последнее неравенство на $\left(1 - \dfrac{V}{c}\right)$, получим $\upsilon' \cdot \left(1 - \dfrac{V}{c}\right) \le c \cdot \left(1 - \dfrac{V}{c}\right)$. Раскроем скобки $\upsilon' - \dfrac{\upsilon' \cdot V}{c} \le c - \dfrac{c \cdot V}{c}$ $\upsilon' - \dfrac{\upsilon' \cdot V}{c} \le c - V$, перегруппируем слагаемые $\upsilon' + V \le c + \dfrac{\upsilon' \cdot V}{c}$ и получим $\upsilon' + V \le c\left(1 + \dfrac{\upsilon' \cdot V}{c^2}\right)$.

Деление обеих частей неравенства на $\left(1 + \dfrac{\upsilon' \cdot V}{c^2}\right)$ дает соотношение:

$$\frac{\upsilon' + V}{1 + \dfrac{\upsilon' \cdot V}{c^2}} \le c.$$

В левой части этого неравенства стоит величина со следующими свойствами:

1) при $\upsilon' < c$ получаем $\dfrac{\upsilon' + V}{1 + \dfrac{V \cdot \upsilon'}{c^2}} < c$. Данное неравенство доказывает справедливость второго постулата относительности;

2) при $\upsilon' = c$ получаем $\dfrac{\upsilon' + V}{1 + \dfrac{V \cdot \upsilon'}{c^2}} = c$, т.е. тело будет двигаться со скоростью света относительно любой системы отсчета;

3) при $\upsilon' << c$ и $V << c$ получаем $\dfrac{\upsilon' + V}{1 + \dfrac{\upsilon' \cdot V}{c^2}} = \upsilon' + V$, т.е. $\upsilon' + V \leq c$.

В левой части последнего неравенства фигурирует в соответствии с классическим законом сложения скоростей скорость υ человека относительно неподвижной системы отсчета. Обобщая полученные результаты на случай произвольных скоростей, можно предположить, что левая часть неравенства также представляет скорость υ:

$$\frac{\upsilon' + V}{1 + \dfrac{\upsilon' \cdot V}{c^2}} = \upsilon .$$

Итак, мы пришли к выводу, что полученное выражение есть *релятивистский закон сложения скоростей*.

Данный закон удовлетворяет всем требованиям специальной теории относительности. Так, классический закон сложения скоростей является частным случаем релятивистского закона сложения скоростей при малых скоростях.

Относительность промежутков времени

Пусть интервал времени между двумя событиями, происходящими в одной и той же точке инерциальной системы *K′*, равен *t′*. Тогда интервал *t* между этими же событиями в системе отсчета К, движущейся относительно системы K' со скоростью $\vec{\upsilon}$, выражается так:

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}}} \ \{1\}.$$

Очевидно, что $t < t'$. В этом состоит релятивистский эффект замедления времени в движущихся системах отсчета. Если $\upsilon << c$, то в полученной формуле можно пренебречь величиной $\dfrac{\upsilon^2}{c^2}$. Тогда $t \approx t'$, т.е. релятивистское замедление времени в движущейся системе отсчета можно не учитывать.

Относительность расстояний

Расстояние не является абсолютной величиной, а зависит от скорости движения относительно данной системы отсчета. Обозначим за l_0 длину стержня в системе отсчета K', относительно которой стержень покоится. Тогда длина l стержня в системе отсчета K, относительно которой стержень движется со скоростью $\vec{\upsilon}$, определяется формулой

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}.$$

Как видно из этой формулы, $l < l_0$. В этом состоит релятивистское сокращение размеров движущихся тел относительно неподвижных систем отсчета.

Если $\upsilon << c$, то в формуле для расчета длины можно пренебречь величиной $\frac{\upsilon^2}{c^2}$. Тогда $l \approx l_0$, т.е. релятивистское сокращение размеров тел в движущейся системе отсчета можно не учитывать.

Зависимость массы от скорости. Релятивистский импульс

С новыми пространственно-временными представлениями не согласуются законы Ньютона. Так, при больших скоростях второй закон Ньютона в своей привычной форме $m\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \vec{F}$ несправедлив. Но в дифференциальной форме $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ второй закон Ньютона неизменен. Изменения касаются только массы. *При увеличении скорости тела его масса возрастает*.

Масса тела, движущегося со скоростью $\vec{\upsilon}$, определяется формулой:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}},$$

где m_0 – масса покоящегося тела, m – масса тела, движущегося со скоростью υ.

Неудивительно, что заметить увеличение массы с ростом скорости при малых скоростях невозможно, так как при скоростях, много меньших скорости света, выражение $\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}$ стремится к единице.

Но элементарные частицы в современных ускорителях заряженных частиц достигают огромных скоростей. Если скорость частицы всего лишь на 90 *км/с* меньше скорости света, то ее масса увеличивается в 40 раз. Мощные ускорители для электронов способны разгонять эти частицы для скоростей, которые меньше скорости света лишь на 35–40 *м/с*. При этом масса электрона возрастает примерно в 2000 раз и электрон по массе превосходит протон. Чтобы такой электрон удерживался на круговой орбите, на него со стороны магнитного поля должна действовать сила, в 2000 раз большая, чем можно было бы предполагать, не учитывая зависимость массы от скорости.

По мере увеличения скорости движения масса тела увеличивается. При $\upsilon \to c$ масса тела возрастает неограниченно, поэтому ускорение стремится к нулю и скорость практически перестает возрастать, как бы долго ни действовала сила. Тем самым подтверждается справедливость второго постулата теории относительности.

С учетом релятивистской массы импульс тела равен:

$$p = m \cdot \upsilon = \frac{m_0 \cdot \upsilon}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}.$$

Основной же закон релятивистской динамики записывается в прежней форме:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}.$$

Связь между массой и энергией

Классическая механика разделяет два вида материи: вещество и поле. Вещество характеризуется массой, а поле – энергией. Соответственно существуют два закона сохранения: закон сохранения массы и закон сохранения энергии. Согласно теории относительности нет существенного различия между массой m и энергией E.

Вместо двух законов сохранения есть только один – закон сохранения массы-энергии:

$$E = m \cdot c^2.$$

Интерес и новизну представляет собой формула, определяющая энергию тела при скорости, равной нулю, – так называемую энергию покоя E_0:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 .$$

Это замечательный результат. Любое тело уже только благодаря факту своего существования обладает энергией, которая пропорциональна массе покоя m_0. При превращении элементарных частиц, обладающих массой покоя, в частицы с массой, равной нулю, энергия покоя целиком превращается в кинетическую энергию вновь образовавшихся частиц. Этот факт является наиболее очевидным экспериментальным доказательством существования энергии покоя.

Дополнительное чтение

1

Формулу относительности промежутков времени получим, рассмотрев световые часы, которые представляют собой два зеркала, расположенные параллельно друг другу на расстоянии *l* (рис. 26). Световой импульс, отражаясь от одного зеркала, достигает противоположного за время $t' = \frac{l}{c}$, t' – *собственное время*.

При каждом отражении часы тикают. Часы переместили в корабль, движущийся со

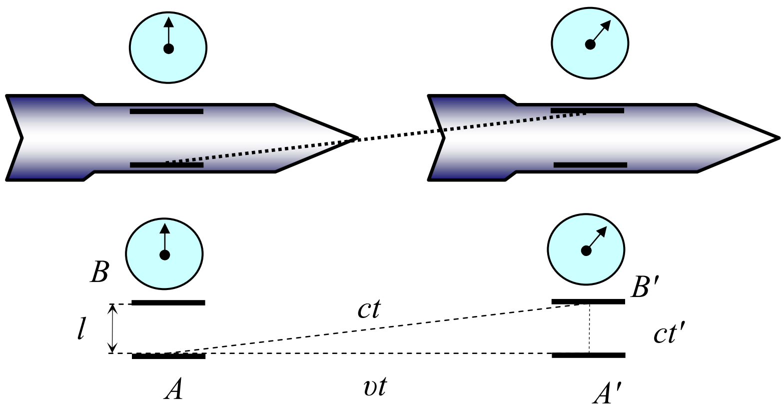


Рис. 26

скоростью $\vec{\upsilon}$, параллельно плоскостям зеркал. Наблюдателю путь светового импульса будет казаться более длинным, чем *l*, так как световой импульс движется по диагонали относительно наблюдателя. Согласно второму постулату СТО скорость света одинакова во всех ИСО, т.е. $(c \cdot t)^2 = (\upsilon \cdot t)^2 + (c \cdot t')^2$, при $t' = t$ получаем равенство, противоречащее законам математики $c^2 = \upsilon^2 + c^2$.

А это значит, что $t \neq t'$!, то есть время в неподвижной системе отсчета и в движущейся относительно ее течет по-разному.

Перегруппировав слагаемые: $t^2 \cdot (c^2 - \upsilon^2) = (c \cdot t')^2$, получаем $t = \dfrac{t'}{\sqrt{1 - \dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}$.

Вопросы для самопроверки

1. В чем заключаются причины возникновения специальной теории относительности? Ответ обоснуйте.
2. Что изучают специальная теория относительности и общая теория относительности?
3. В чем заключаются основные постулаты специальной теории относительности? Сформулируйте их.
4. Зависит ли от скорости движения системы отсчета скорость тела? Скорость света?
5. Приведите пример того, что одновременность не абсолютная характеристика явлений, а относительная, зависящая от положения в пространстве наблюдателя.
6. Какие события называются одновременными?
7. С чем связана относительность одновременности?
8. Какие следствия вытекают из специальной теории относительности для размеров тел и длительности событий в разных системах отсчета?
9. В чем заключается релятивистский закон сложения скоростей?
10. Покажите, что релятивистский закон сложения скоростей не противоречит постулатам теории относительности.
11. Покажите, что классический закон сложения скоростей является следствием релятивистского закона сложения скоростей.
12. Какой вид имеет основной закон релятивистской динамики?
13. Что такое масса покоя тела?
14. Сформулируйте и запишите закон взаимосвязи массы и энергии. В чем его физическая сущность?
15. Почему нагревание тела приводит к увеличению его массы? Почему на опыте мы не обнаруживаем это увеличение?

Задачи для самостоятельной работы

1.51. При какой относительной скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

1.52. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в 2 раза?

1.53. Мезоны космических лучей достигают поверхности Земли с самыми разнообразными скоростями. Найти релятивистское сокращение размеров мезона, скорость которого равна 95% скорости света.

1.54. Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы по часам неподвижного наблюдателя, если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 99% скорости света?

1.55. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95% скорости света. Какой промежуток времени по часам неподвижного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

1.56. На сколько увеличится масса α-частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 0,9 скорости света?

1.57. Две частицы удаляются друг от друга, имея скорость 0,8с каждая, относительно земного наблюдателя. Какова относительная скорость частиц?

1.58. Какова масса протона, летящего со скоростью $2{,}4 \cdot 10^{8}$ *м/с*? Массу покоя протона считать равной 1 а.е.м. ($1{,}66057 \cdot 10^{-27}$ *кг*).

1.59. При какой скорости движения космического корабля масса продуктов питания увеличится в 2 раза? Увеличится ли вдвое время использования запаса питания?

1.60. Чайник с 2 *кг* воды нагрели от 10ºС до кипения. На сколько при этом изменилась масса воды?

1.61. Определить импульс протона, если его энергия равна энергии покоя α-частицы.

1.62. Найти кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью $0{,}6 \cdot c$.

1.63. Найти кинетическую энергию электрона, который движется с такой скоростью, что его масса увеличивается в 2 раза.

1.64. Найти импульс протона, движущегося со скоростью $0{,}8 \cdot c$.

МОДУЛЬ 2. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

ОСНОВНЫЕ ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЕДИНИЦЫ

1. Электростатическое поле в вакууме.
2. Законы постоянного тока.
3. Магнитостатика.
4. Явление электромагнитной индукции.
5. Электрические и магнитные свойства вещества.
6. Уравнения Максвелла.

ТЕМА 2.1. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Система уравнений Максвелла лежит в основе такого раздела физики, как электродинамика. Поэтому прежде чем перейти к рассмотрению самих уравнений, выясним, что является предметом изучения электродинамики.

Электродинамика

Электродинамика – это раздел физики, который изучает все вопросы, касающиеся электромагнитного взаимодействия, то есть определяет все свойства электромагнитного поля.

Электродинамика как наука возникла не сразу, ее развитие берет начало с древних времен. Первые исследования электромагнитных явлений сформировали два независимых раздела, определяющих свойства электрических явлений (взаимодействие покоящихся зарядов) и магнитных явлений (взаимодействие постоянных токов).

Еще в Древней Греции было обнаружено, что янтарь (по-гречески – электрон), потертый о шерсть, притягивает легкие предметы. Проявление природного электричества – разряды молний, шаровая молния – привлекали своей загадочностью и силой. Также были найдены минералы, притягивающие железо.

Исследования и наблюдения этих явлений осуществлялись веками, однако только в 1600 году английский физик Вильям Гильберт впервые ввел термин «электрический» и разграничил электрические и магнитные явления. Им было открыто существование магнитных полюсов, их неотделимость друг от друга, а также установлено, что земной шар является гигантским магнитом.

В семнадцатом, начале восемнадцатого веков было установлено существование зарядов двух типов, обнаружена электропроводность металлов. С изобретением первого конденсатора – лейденской банки (1745) – появилась возможность накапливать большие электрические заряды. В 1747–1753 годах Бенжамин Франклин изложил первую последовательную теорию электрических явлений, окончательно установил электрическую природу молнии и изобрёл молниеотвод. Во второй половине восемнадцатого века началось количественное изучение электрических явлений. Генри Кавендиш в 1773 году и Шарль Огюстен Кулон в 1785 году экспериментально установили закон взаимодействия неподвижных точечных зарядов.

В 1800 году Алессандро Вольта изобрел первый источник электрического тока. В 1826 году Георг Симон Ом определил количественную зависимость электрического тока от напряжения в цепи. В 1830 году Карл Фридрих Гаусс сформулировал основную теорему электростатики. В 1841 году Джеймс Прескотт Джоуль установил, что количество теплоты, выделяемое в проводнике, пропорционально квадрату силы тока.

Наиболее фундаментальным было открытие Ганса Христиана Эрстеда в 1820 году. Он обнаружил действие электрического тока на магнитную стрелку – явление, свидетельствовавшее о связи между электричеством и магнетизмом. В том же году А.М. Ампер установил закон взаимодействия электрических токов. Он показал также, что свойства постоянных магнитов могут быть объяснены на основе предположения о том, что в молекулах намагниченных тел циркулируют постоянные электрические токи. Таким образом, согласно Амперу, все магнитные явления сводятся к взаимодействиям токов, магнитных же зарядов не существует. Данные открытия привели к тому, что учение о магнетизме сделалось составной частью учения об электричестве, и положили начало развитию электродинамики как науки.

Большой вклад в развитие электродинамики внес Майкл Фарадей, который в 1831 году открыл явление электромагнитной индукции (возникновение электрического тока в контуре, находящемся в переменном магнитном поле). Фарадей предположил, что наблюдаемые взаимодействия электрических зарядов и токов осуществляются через создаваемые ими в пространстве электрические и магнитные поля, введя, таким образом, сами эти поля как реальные физические объекты.

В 1861–1873 годах электродинамика получила свое развитие и завершение в работах Джеймса Клерка Максвелла, который сформулировал уравнения классической электродинамики, добавив к известным законам и соотношениям, доказанным экспериментально, гипотезу о порождении магнитного поля переменным электрическим полем. В настоящее время классическая электродинамика как наука изучает все вопросы, касающиеся электромагнитного взаимодействия в неподвижных средах.

Таким образом, исследования в области электромагнетизма показали, что объектами электромагнитного взаимодействия являются электрически заряженное вещество и электромагнитное поле. При этом установлена неразрывная связь между ними: поля действуют на заряженные частицы, а заряженные частицы, в свою очередь, являются источниками электромагнитного поля, где q (электрический заряд) – характеристика заряженного вещества, а $\vec{E}$ (напряженность электрического поля) и $\vec{B}$ (индукция магнитного поля) – характеристики электромагнитного поля (схема 1). Векторные поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$ удобно описывать с помощью силовых линий. *Силовая линия* – это воображаемая линия в пространстве, касательная к которой в каждой точке совпадает с вектором силовой характеристики {1}.

Схема 1

Мерой любого взаимодействия является сила. Для электромагнитного поля и электрически заряженного вещества такой силой является полная сила Лоренца:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

где q – электрический заряд частицы, $\vec{v}$ – скорость её движения.

Выражение для силы Лоренца универсально, оно справедливо как для постоянных, так и для переменных электромагнитных полей, при любых скоростях движения заряженных частиц.

В 1865 году Джеймс Максвелл, обобщив результаты исследований своих предшественников, в дополнение к выражению для силы записал ещё четыре уравнения, которые, как оказалось, не только описывали все известные на тот момент проявления электромагнетизма, но и приводили к предсказанию неизвестных в то время явлений (например, существование электромагнитных волн).

Уравнения Максвелла имеют две формы представления: дифференциальную и интегральную. В таблице 3 представлены обе формы уравнений, при этом перевести уравнения из одной формы в другую можно, совершив ряд математических преобразований.

Таблица 3

Дифференциальная форма	Интегральная форма
1) $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$	1) $\oint\!\!\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho \cdot dV$ *Поток вектора $\vec{E}$ через замкнутую поверхность площадью S равен отношению заряда, заключенного внутри этой поверхности, к электрической постоянной ε_0*
2) $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	2) $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}\right]$ *Циркуляция вектора $\vec{E}$ по замкнутому контуру L равна скорости изменения потока вектора $\vec{B}$ через поверхность площадью S, опирающуюся на этот контур. Знак минус определяет направление вектора $\vec{E}$*

3) $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	3) $\oint\!\!\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ *Поток вектора $\vec{B}$ через замкнутую поверхность S всегда равен нулю*
4) $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2\varepsilon_0}\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	4) $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{c^2\varepsilon_0}\iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\cdot\left[\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}\right]$ *Циркуляция вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру L равна сумме двух слагаемых, первое из которых есть поток вектора $\vec{j}$ через поверхность S, опирающуюся на контур L (электрический ток), а второе слагаемое представляет собой скорость изменения потока вектора $\vec{E}$ через ту же поверхность S*

Входящие в уравнения символы имеют следующие значения:

$\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля, [*E*]=*В/м.*

$\vec{B}$ – вектор индукции магнитного поля, [*B*]=*Тл*.

ρ – плотность электрического заряда в некоторой области пространства (отношение величины заряда к объёму той области, в которой этот заряд располагается), [ρ]=$\frac{Кл}{м^3}$.

$\vec{j}$ – вектор плотности электрического тока (отношение силы тока к площади поверхности, через которую этот ток протекает), [$\vec{j}$]=$\frac{А}{м^2}$.

$\vec{\nabla}$ – векторный оператор {2}.

Кроме величин $\vec{E}$ и $\vec{B}$, для описания электромагнитного поля часто используются величины $\vec{D}$ и $\vec{H}$:

$\vec{D}$ – индукция электрического поля $\quad \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} \quad \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{Ф}{м}$,

$\vec{H}$ – напряженность магнитного поля $\quad \vec{B} = \mu_0\vec{H} \quad \mu_0 = 1{,}25 \cdot 10^{-6}\ \frac{Гн}{м}$.

Константа *c*, присутствующая в уравнениях Максвелла, является комбинацией констант ε_0 и μ_0: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$.

Систему уравнений Максвелла можно записать, используя величины $\vec{D}$ и $\vec{H}$ следующим образом, учитывая, что $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$:

Дифференциальная форма	Интегральная форма
1) $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$	1) $\oiint\limits_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint\limits_V \rho \cdot dV$
2) $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	2) $\oint\limits_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\dfrac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\iint\limits_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right]$
3) $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	3) $\oiint\limits_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$
4) $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	4) $\oint\limits_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint\limits_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \dfrac{\partial}{\partial t} \cdot \left[\iint\limits_S \vec{D} \cdot d\vec{S} \right]$

Физический смысл уравнений Максвелла

Для дальнейшего изучения электромагнитных явлений необходимо пояснить смысл уравнений Максвелла:

1) $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \dfrac{1}{\varepsilon_0} \rho$, $\oiint\limits_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0} \cdot \iiint\limits_V \rho \cdot dV$.

Дифференциальная форма первого уравнения показывает, что электрическое поле $\vec{E}$ может расходиться, т.е. имеет источники (электрический заряд). Поле $\vec{E}$ имеет начало (точку, из которой выходит поле) и конец (точку, в которой заканчивается поле). Если источником поля является положительный заряд, то дивергенция положительна, линии напряженности направлены от источника. Если источником поля $\vec{E}$ является отрицательный заряд, то дивергенция отрицательна, линии напряженности направлены к источнику.

Интегральный вид этого уравнения показывает, что всегда можно выбрать такую поверхность *S*, поток электрического поля $\vec{E}$ через которую не будет равен нулю. Значит, внутри этой поверхности находится источник электрического поля $\vec{E}$.

2) $\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$, $\oint\limits_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\dfrac{\partial}{\partial t}\cdot\left[\iint\limits_S \vec{B}\cdot d\vec{S}\right]$.

Смысл дифференциальной формы второго уравнения Максвелла заключается в том, что изменение магнитного поля $\vec{B}$ порождает так называемое вихревое электрическое поле $\vec{E}$, т.е. такое поле, что его ротор не равен нулю.

Интегральная форма говорит, что вектор электрического поля $\vec{E}$ циркулирует вокруг изменяющегося с течением времени магнитного поля $\vec{B}$, то есть циркуляция электрического поля $\vec{E}$ есть вихревое электрическое поле, которое вызвано изменением магнитного поля $\vec{B}$.

3) $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0$, $\oiint\limits_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$.

Дифференциальная форма третьего уравнения показывает, что магнитное поле $\vec{B}$ не расходится (нет ни начала, ни конца), то есть не имеет точечных источников (магнитных зарядов).
Интегральная форма уравнения говорит, что, взяв любую произвольную замкнутую поверхность, нельзя добиться того, чтобы поток магнитного поля $\vec{B}$ был не равен нулю.

4) $\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=\dfrac{1}{c^2\varepsilon_0}\vec{j}+\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$, $\oint\limits_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\dfrac{1}{c^2\varepsilon_0}\iint\limits_S \vec{j}\cdot d\vec{S}+\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial}{\partial t}\cdot\left[\iint\limits_S \vec{E}\cdot d\vec{S}\right]$.

Дифференциальная форма четвертого уравнения Максвелла показывает, что циркулирующее магнитное поле $\vec{B}$ порождается электрическим током, а также изменяющимся со временем электрическим полем $\vec{E}$.

Интегральная форма говорит, что вектор магнитного поля $\vec{B}$ циркулирует вокруг электрического тока $\vec{j}$, а также вокруг изменяющегося с течением времени электрического поля $\vec{E}$, то есть циркуляция магнитного поля $\vec{B}$ есть вихревое магнитное поле, которое вызвано как наличием электрического тока $\vec{j}$, так и изменением поля $\vec{E}$, а также при их одновременном существовании.

У вихревых (циркулирующих) полей силовые линии всегда замкнуты. У расходящихся полей (с дивергенцией отличной от нуля) силовые линии начинаются в какой-либо точке, а также они могут входить в некоторую точку, т.е. заканчиваться в ней либо уходят в бесконечность.

Уравнения Максвелла являются наиболее общими уравнениями для электрических и магнитных полей в *покоящихся средах.* Они играют в электромагнетизме такую же роль, как законы Ньютона в механике. Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным, т. е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом – они образуют единое **электромагнитное поле.** Важнейшим следствием уравнений Максвелла являлось теоретическое предсказание существования электромагнитных волн – переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью, равной скорости света.

Дополнительное чтение

1

Векторные поля удобно описывать с помощью силовых линий.

Силовая линия – это воображаемая линия в пространстве, касательная к которой в каждой точке совпадает с вектором силовой характеристики. Пусть $\vec{C}$ *– силовая характеристика некоторого поля. В случае циркулирующего поля* $\vec{C}$*, его силовые линии выглядят так, как показано на рис. 27. Если поле* $\vec{C}$ *задано произвольным образом, то один из вариантов расположения его силовых линий представлен на рис. 27. Следующий рисунок (рис. 29) отражает силовые линии однородного поля* $\vec{C}$.

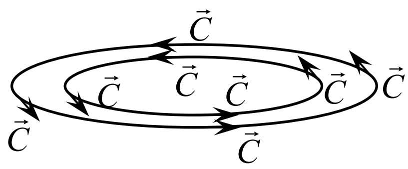


Рис. 27

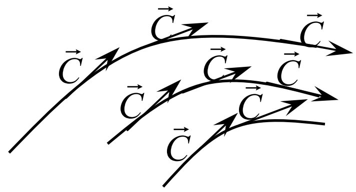


Рис. 28

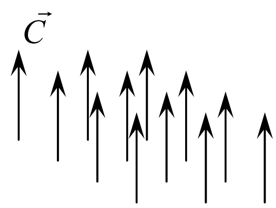


Рис. 29

2

Электрический заряд – это источник электромагнитного поля, связанный с материальным носителем; внутренняя характеристика элементарной частицы, определяющая её электромагнитные взаимодействия. Различают два вида электрических зарядов, условно называемых положительным и отрицательным; при этом одноимённо заряженные тела (частицы) отталкиваются, а разноимённо заряженные притягиваются (это впервые установлено французским физиком Ш.Ф. Дюфе в 1733–34 гг.). Заряд наэлектризованной стеклянной палочки назвали положительным, а смоляной (в частности янтарной) – отрицательным. В соответствии с этим условием электрический заряд электрона («электрон» по-гречески – янтарь) отрицателен. Электрический заряд дискретен: существует минимальный, элементарный электрический заряд, которому кратны все электрические заряды тел. Для электрических зарядов выполняется *закон сохранения*: полный электрический заряд замкнутой физической системы, равный алгебраической сумме зарядов, образующих систему элементарных частиц (для обычных макроскопических тел – протонов и электронов), строго сохраняется во всех взаимодействиях и превращениях частиц системы. Сила взаимодействия между покоящимися заряженными телами (частицами) подчиняется закону Кулона. Связь с электромагнитным полем определяется уравнениями Максвелла. Единица измерения электрического заряда – *кулон (Кл).*

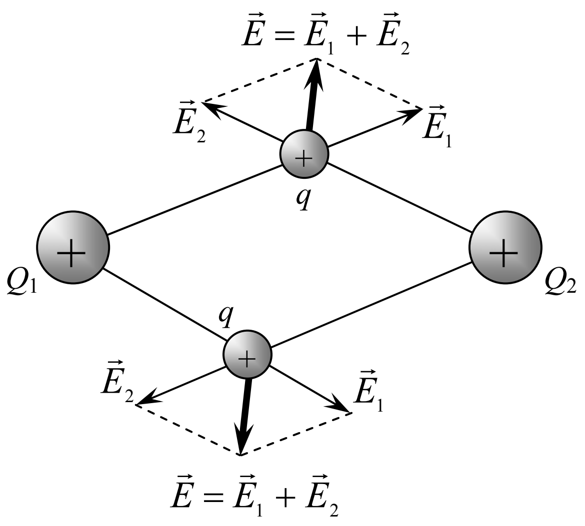


Рис. 30

Напряженность электрического поля $\vec{E}$ – векторная физическая величина, являющаяся основной количественной характеристикой электрического поля; она определяется отношением силы, действующей со стороны поля на электрический заряд, к величине этого заряда (при этом заряд должен быть малым, чтобы не изменять ни величины, ни расположения тех зарядов, которые порождают исследуемое поле). В вакууме напряженность электрического поля подчиняется принципу суперпозиции, согласно которому полная напряжённость поля в точке равна геометрической сумме напряжённостей полей, создаваемых отдельными заряженными частицами (рис. 30). Единицей измерения напряженности электрического поля является *вольт/метр (В/м).*

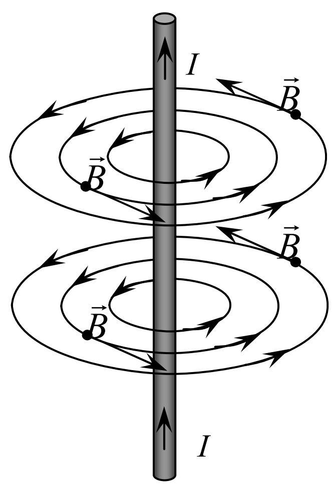


Рис. 31

Индукция магнитного поля $\vec{B}$ – векторная величина, характеризующая магнитное поле (рис. 31) и определяющая силу, действующую на движущуюся или смещающуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля в заданной точке. Модуль и направление вектора магнитной индукции определяется по влиянию магнитного поля на рамку с током, помещаемую в заданную точку магнитного поля. Единицей измерения индукции магнитного поля является *тесла (Тл).*

3

Смысл оператора $\vec{\nabla}$.

$\vec{\nabla}$ – это векторный оператор, имеющий три компонента:

$$\nabla_x = \frac{\partial}{\partial x}, \qquad \nabla_y = \frac{\partial}{\partial y}, \qquad \nabla_z = \frac{\partial}{\partial z};$$

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}; \frac{\partial}{\partial y}; \frac{\partial}{\partial z}\right);$$

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}; \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right).$$

Сам по себе данный оператор ничего не означает. Но при различных комбинациях этого оператора со скалярными и векторными величинами получаются новые скалярные и векторные величины, имеющие смысл:

1) градиент $\vec{\nabla} \cdot T = \vec{i}\,\frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial T}{\partial z}$ – это вектор;

2) дивергенция $\vec{\nabla} \cdot \vec{h} = \frac{\partial h_x}{\partial x} + \frac{\partial h_y}{\partial y} + \frac{\partial h_z}{\partial z}$ – это скаляр;

3) ротор $\vec{\nabla} \times \vec{h}$ $\begin{cases} \left(\vec{\nabla} \times \vec{h}\right)_z = \nabla_x h_y - \nabla_y h_x \\ \left(\vec{\nabla} \times \vec{h}\right)_x = \nabla_y h_z - \nabla_z h_y \\ \left(\vec{\nabla} \times \vec{h}\right)_y = \nabla_z h_x - \nabla_x h_z \end{cases}$ – это вектор.

Смысл понятия «дивергенция вектора»

Дивергенция – это расходимость, характеризующая поток вектора $\vec{C}$ через замкнутую поверхность. *Поток* – это интеграл вектора по замкнутой поверхности.

Теорема Гаусса: интеграл от нормальной составляющей произвольного вектора по замкнутой поверхности может быть представлен также в виде интеграла от дивергенции вектора по объему, заключенному внутри поверхности. Математическая запись теоремы Гаусса:

$$\oint\!\!\oint_S \vec{C} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{C}\right) dV,$$

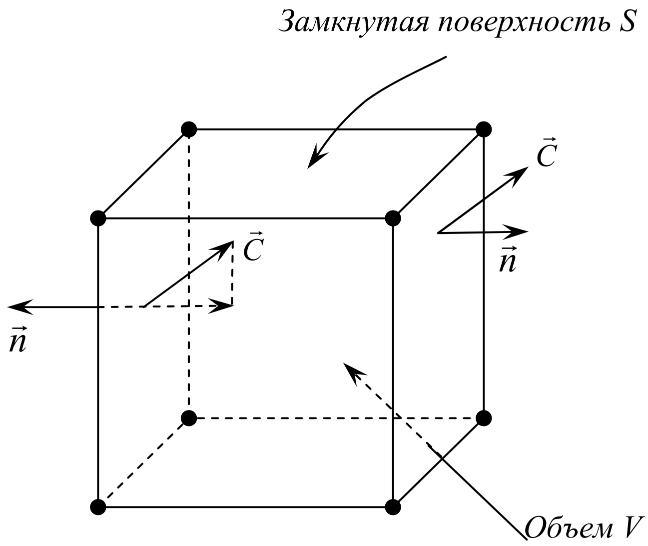


Рис. 32

где $\vec{\nabla} \cdot \vec{C}$ - дивергенция вектора $\vec{C}$, численно равная потоку $\vec{C}$ на единицу объема *V*, который заключен внутри поверхности *S*.

Физический смысл: если дивергенция отлична от нуля, то поток вектора $\vec{C}$, пронизывающий замкнутую поверхность площадью S, имеет источники внутри объема, ограниченного этой поверхностью.

На рис. 32 изображен частный случай потока вектора $\vec{C}$ из куба.

Смысл ротора вектора

Ротор векторного поля связан с циркуляцией этого поля. *Циркуляция* – это интеграл вектора по замкнутому контуру.

Теорема Стокса: циркуляция вектора $\vec{C}$ по замкнутому контуру L равна поверхностному интегралу от нормальной компоненты вектора $\vec{\nabla}\times\vec{C}$. Математическая запись теоремы Стокса:

$$\oint_L \vec{C}\cdot d\vec{l} = \iint_S \left(\vec{\nabla}\times\vec{C}\right)\cdot d\vec{S}\,.$$

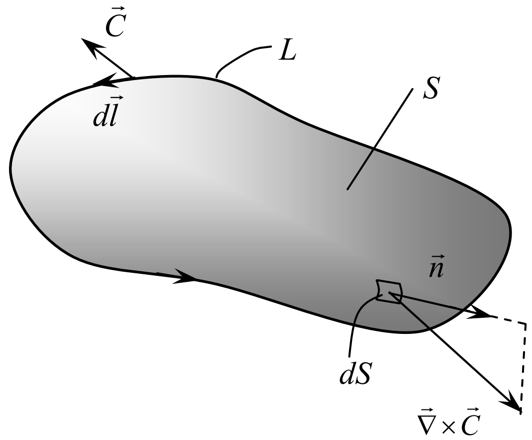


Рис.33

Положительное направление циркуляции определяется по правилу «правого винта». Физический смысл: вектор $\vec{C}$ циркулирует по замкнутому контуру вокруг источника поля, которое порождает его. На рис. 33 представлена циркуляция вектора $\vec{C}$ по замкнутому контуру L.

Вопросы для самопроверки

1. Что является причиной возникновения вихревого электрического поля? Чем оно отличается от электростатического поля?
2. Чему равна циркуляция вихревого электрического поля?
3. Запишите полную систему уравнений Максвелла в интегральной форме.
4. Запишите полную систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме.
5. Объясните физический смысл первого уравнения Максвелла.
6. Объясните физический смысл второго уравнения Максвелла.
7. Объясните физический смысл третьего уравнения Максвелла.
8. Объясните физический смысл четвертого уравнения Максвелла.
9. Запишите систему уравнений Максвелла в дифференциальной и интегральной формах, используя напряженность магнитного поля и индукцию электрического поля.
10. Какие основные выводы можно сделать на основе теории Максвелла?

ТЕМА 2.2. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электростатика – это раздел электродинамики, изучающий поле неподвижных зарядов и их взаимодействие.

Уравнения Максвелла позволяют утверждать, что электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом и образуют единое электромагнитное поле. При условиях, когда электрическое и магнитное поля не меняются с течением времени (статический случай), в уравнениях Максвелла все члены, являющиеся производными по времени, становятся равными нулю ($\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$ и $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$). Тогда система уравнений Максвелла принимают следующий вид:

1) $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho$ 1) $\oiint\limits_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \iiint\limits_V \rho \cdot dV$

2) $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ 2) $\oint\limits_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

3) $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ 3) $\oiint\limits_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

4) $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2 \varepsilon_0} \vec{j}$ 4) $\oint\limits_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\frac{1}{c^2 \varepsilon_0} \iint\limits_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$.

Следует обратить внимание на то, что система уравнений распалась на две части. Электрическое поле $\vec{E}$ присутствует только в первых двух уравнениях, а магнитное поле $\vec{B}$ – только в третьем и четвертом уравнениях.

Анализ полученных уравнений позволяет сделать вывод, что в статическом случае, когда электрические заряды либо покоятся, либо двигаются таким образом, что их ток постоянен (т.е. ρ и $\vec{j}$ постоянны во времени), электрическое и магнитное поля можно рассматривать как разные объекты, независимо друг от друга. Разделы, в которых рассматриваются электрическое и магнитное поля в статическом состоянии, называются, соответственно, «электростатика» и «магнитостатика».

Как уже говорилось ранее, мерой взаимодействия электромагнитного поля и электрически заряженного вещества является полная сила Лоренца. В случае независимого рассмотрения электрического и магнитного полей выражение полной силы Лоренца также можно разделить на два независимых уравнения:

$$\vec{F}_э = q\vec{E} \qquad \text{и} \qquad \vec{F}_м = q(\vec{v} \times \vec{B}).$$

Первое из этих выражений описывает силу, действующую на электрический заряд со стороны электрического поля, второе – со стороны магнитного поля.

Электрическое поле

Электрическое поле – это частная форма проявления (наряду с магнитным полем) электромагнитного поля, определяющая действие на электрический заряд силы, не зависящей от скорости его движения.

Электростатическое поле – электрическое поле неподвижных электрических зарядов, осуществляющее взаимодействие между ними.

В дальнейшем в этом разделе под электрическим полем мы будем подразумевать электростатическое поле. Источником электрического поля является электрический заряд, которому присущи следующие фундаментальные свойства:

1) электрический заряд существует в двух видах – положительном и отрицательном;
2) в любой электрически изолированной системе выполняется закон сохранения заряда (алгебраическая сумма зарядов остается постоянной);
3) электрический заряд релятивистски инвариантен (не меняет своего значения при переходах между системами отсчета).

Пусть неподвижный электрический заряд Q создает электрическое поле. Данное поле проявляет себя через действие с некоторой силой на пробный заряд q, помещенный в какую-либо точку этого поля на расстоянии r от источника. Эта сила определяется выражением $\vec{F}_э = q\vec{E}$ (электрическая составляющая полной силы Лоренца), где $\vec{E}$ – напряженность электрического поля. Воспользовавшись первым уравнением Максвелла, получим выражение для модуля вектора $\vec{E}$.

Выделим область пространства, ограниченную замкнутой сферической поверхностью, так, чтобы заряд Q находился в центре сферы. Симметрия выделенной области пространства относительно Q позволяет утверждать, что вектор $\vec{E}$ совпадает с нормалью к этой поверхности, а его величина по модулю в каждой точке поверхности одинакова (рис. 34). Учитывая вышесказанное, левую часть первого уравнения Максвелла можно записать следующим образом:

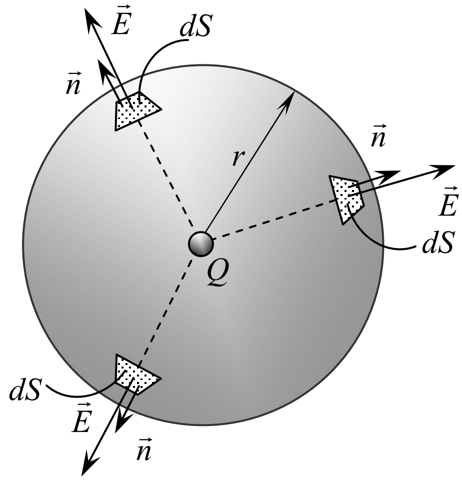


Рис. 34

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oiint_S E \cdot dS = E \oiint_S dS = E \cdot S,$$

где S – площадь сферы, равная $4\pi r^2$.

В свою очередь, интеграл в правой части первого уравнения Максвелла $\iiint_V \rho \cdot dV$ есть полный заряд Q, заключенный внутри области, ограниченной замкнутой поверхностью S. Объединяя полученные левую и правую части первого уравнения Максвелла, получаем: $E \cdot S = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$, откуда выражаем $E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$ или, учитывая значение площади сферы, $E = \dfrac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$.

Полученный результат позволяет записать выражение для электрической составляющей полной силы Лоренца в следующем виде:

$$F = qE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q \cdot q}{r^2}.$$

Данное выражение является *законом Кулона*: сила, с которой электрическое поле, созданное зарядом Q, действует на пробный заряд q, помещенный в это поле, прямо пропорциональна произведению величин этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль линии, соединяющей эти заряды. Для того чтобы учесть направление электрической силы, введем единичный вектор $\vec{e}_r$, направленный по линии, соединяющей заряды q и Q, в сторону пробного заряда. Тогда закон Кулона примет следующий вид:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \vec{e}_r \, .$$

В случае когда электрическое поле создается системой неподвижных точечных зарядов (двух и более), напряженность этого поля равна векторной сумме напряженностей полей, которые созданы каждым из зарядов в отдельности:

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum \frac{Q_i}{r_i^2} \cdot \vec{e}_{ri}$$ – *принцип суперпозиции электрических полей.*

Виды распределения заряда

При выводе закона Кулона рассматривались электрические поля, созданные точечными зарядами. В случаях, когда источником электрического поля будет являться заряженное протяженное тело, чтобы упростить расчеты, будем заменять истинное распределение точечных дискретных зарядов непрерывным распределением. Для характеристики распределения зарядов на поверхности проводника вводится величина, называемая поверхностной плотностью электрических зарядов. Она представляет собой отношение величины заряда Q на поверхности проводника к площади поверхности S:

$$\sigma = \frac{Q}{S} \, .$$

Если заряженное тело представляет собой длинную прямую нить, толщиной которой можно пренебречь, то вводится величина – линейная плотность заряда, равная отношению заряда Q на поверхности проводника к его длине l:

$$\lambda = \frac{Q}{l} \, .$$

В случае равномерного распределения электрического заряда Q по объему V, используется величина, называемая объемной плотностью:

$$\rho = \frac{Q}{V} \, .$$

Работа в электрическом поле

Рассмотрим перемещение заряда в однородном электрическом поле, образованном двумя параллельными разноименно заряженными пластинами.

Так как на всякий заряд, находящийся в электрическом поле, действует сила, то это поле совершает работу по перемещению заряда. Второе уравнение Максвелла в случае электростатического поля $\oint\limits_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$ позволяет утверждать, что это поле потенциально, т.е. его работа по замкнутому контуру равна нулю, а значит, линии напряженности электростатического поля не замкнуты. Докажем это.

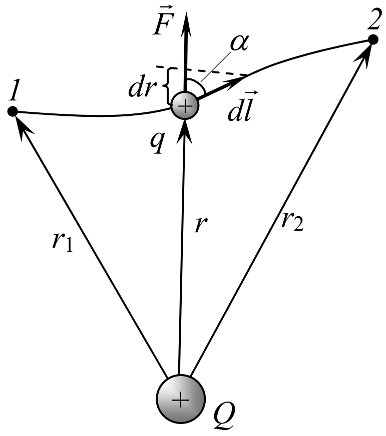


Рис. 35

Если в электростатическом поле точечного заряда Q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории (рис. 35) перемещается другой точечный заряд q, то сила, приложенная к заряду, совершает работу. Работа силы $\vec{F}$ на элементарном перемещении dl равна $dA = \vec{F}\cdot d\vec{l} = Fdl\cos\alpha = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{r^2}dl\cos\alpha$. Так как $dl\cos\alpha = dr$, то $dA = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{r^2}dr$.

Работа при перемещении заряда q из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int\limits_{r_1}^{r_2} dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}Qq\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Qq}{r_1} - \frac{Qq}{r_2}\right)$$

не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является *потенциальным,* а электростатические силы *консервативными*.

Из формулы $A_{12} = \int\limits_{r_1}^{r_2} dA = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}Qq\int\limits_{r_1}^{r_2}\dfrac{dr}{r^2} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{Qq}{r_1} - \dfrac{Qq}{r_2}\right)$ следует, что работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути L, равна нулю, т. е.

$$\oint\limits_L dA = 0.$$

Если в качестве заряда, переносимого в электростатическом поле, взять единичный точечный положительный заряд, то элементарная работа сил поля на пути dl численно равна $\vec{E}d\vec{l} = Edl\cos\alpha$, где $E\cos\alpha$ – проекция вектора $\vec{E}$

на направление элементарного перемещения. Тогда формулу $\oint_L dA = 0$ можно записать в виде

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = \oint_L E\cos\alpha \; dl = 0 \text{ – \textit{циркуляция вектора напряженности}.}$$

Следовательно, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю. Такое силовое поле называется *потенциальным*. Из обращения в нуль циркуляции вектора $\vec{E}$ следует, что линии напряженности электростатического поля не замкнуты, т.е. они начинаются и заканчиваются на зарядах (соответственно, на положительных и отрицательных) или же уходят в бесконечность.

Потенциал

Согласно теореме о потенциальной энергии, работа консервативных сил равна разности потенциальных энергий тела в начальном и конечном положениях, взятой с противоположным знаком. Знак «–» объясняется тем, что работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии. Рассматривая формулу $A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Qq}{r_1} - \frac{Qq}{r_2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r_2}$, приходим к выводу, что потенциальная энергия точечного заряда q в электростатическом поле, созданном зарядом Q, равна

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r},$$

где r – расстояние от источника поля до заряда q.

Иначе работу электрического поля можно записать следующим образом:

$$A_{12} = U_1 - U_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где φ_1, φ_2 – потенциалы электростатического поля, созданного зарядом Q, в точках 1 и 2.

Потенциал – это величина, численно равная потенциальной энергии единичного положительного заряда в данной точке поля:

$$\varphi = \frac{U}{q}.$$

В случае поля, созданного точечным зарядом Q, потенциал равен $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$.

Очевидно, что энергетическая характеристика поля, созданного зарядом Q, не должна зависеть от величины пробного заряда, внесенного в это поле.

Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{Q_i}{r_i}.$$

В случае когда поле создается зарядом, распределенным по протяженному телу, то потенциал данного поля рассчитывается по следующим формулам:

– если заряд распределен по объему V, то $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \dfrac{\rho \cdot dV}{r}$;

– если заряд распределен по поверхности S, то $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \dfrac{\sigma \cdot dS}{r}$;

– если заряд распределен линейно, то $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \dfrac{\lambda \cdot dl}{r}$.

Так как работа, с одной стороны, равна произведению перемещаемого пробного заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках $A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, а с другой стороны, по определению, работа равна $A_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 q\vec{E} \cdot d\vec{l}$, тогда $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$ или $-d\varphi = \vec{E} \cdot d\vec{l}$. Последнее выражение говорит о том, что вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ всегда направлен в сторону убывания потенциала этого поля.

Зная потенциал $\varphi(r)$ данного электрического поля, можно восстановить само поле $E(r)$, т.е. установить связь между потенциалом, являющимся энергетической характеристикой электростатического поля, и напряженностью – силовой характеристикой этого поля. Если единичный точечный положительный заряд перемещается вдоль оси x, то элементарная работа по его перемещению равна $\vec{E} \cdot d\vec{l} = E_x dx$. Учитывая, что $-d\varphi = \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_x \cdot dx$, то $E_x = -\dfrac{\partial \varphi}{\partial x}$, где символ частной производной подчеркивает, что функцию $\varphi(x,y,z)$ дифференцируем только по x, при условии $y=const,\ z=const$.

Аналогично определив E_y, E_z, получаем сам вектор $\vec{E}$:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \vec{k} \right),$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы координатных осей x, y, z.

Из определения градиента следует, что $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$, т.е. напряженность $\vec{E}$ поля, равная градиенту потенциала со знаком «–». Знак «–» говорит о том, что вектор напряженности $\vec{E}$ поля направлен в сторону убывания потенциала φ.

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля удобно пользоваться понятием *эквипотенциальные поверхности* – поверхности, во всех точках которых потенциал φ имеет одно и то же значение. Если поле создается точечным зарядом, то эквипотенциальные поверхности представляют собой концентрические сферы, а линии напряженности – радиальные прямые (рис. 36), тем самым линии напряженности перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

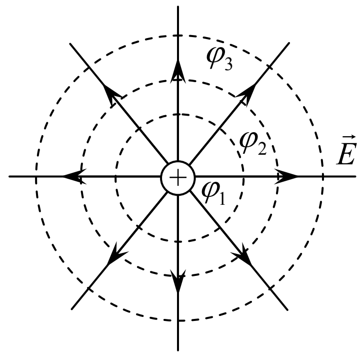


Рис. 36

Очень часто приходится встречаться с задачами, в которых распределение зарядов неизвестно, но заданы потенциалы проводников, их форма и относительное расположение. Определение потенциала возможно при нахождении такой функции φ, которая во всем пространстве между проводниками удовлетворяет уравнениям:

$\vec{\nabla}^2\varphi = \frac{1}{\varepsilon_0}$ – уравнение Пуассона (если между проводниками существуют заряды).

$\vec{\nabla}^2\varphi = 0$ – уравнение Лапласа (если между проводниками нет зарядов).

Энергия электростатического поля

Характеристикой электростатического поля, как и любого другого, является энергия. В случае если источником поля является система из n неподвижных точечных зарядов, находящихся на некотором расстоянии друг от друга, энергия взаимодействия системы этих зарядов равна:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i \varphi_i ,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме Q_i, в той точке, где находится заряд Q_i.

Энергия уединенного равномерно заряженного проводника, заряд и потенциал которого равны соответственно Q и φ, равна $W = \frac{1}{2}Q\varphi$.

Энергия заряженного конденсатора: $W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q\Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}$, где Q – заряд конденсатора, C – его емкость, $\Delta\varphi$ – разность потенциалов между обкладками конденсатора {2}.

Преобразовав формулу для энергии конденсатора так, чтобы учесть напряженность $\vec{E}$, получим:

$$W = \iiint_V \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot E}{2} \cdot dV$$ – энергия электростатического поля,

где V – объем пространства, в котором заключено это поле.

Величина, численно равная энергии, заключенной в единице объема пространства, называется объемной плотностью энергии:

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot E^2}{2}.$$

Дополнительное чтение

1

Электростатическое поле, как и другие статичные поля, не изменяет свою конфигурацию с течением времени. Это означает, что в любой точке пространства, где существует такое поле, плотность силовых линий остается постоянной с течением времени. Особым видом электростатического поля считается *однородное* электрическое поле. Для него характерно, что при переходе между любыми произвольными точками этого поля плотность силовых линий не меняется (рис. 37). Однородное электростатическое поле создается, например, бесконечной заряженной плоскостью.

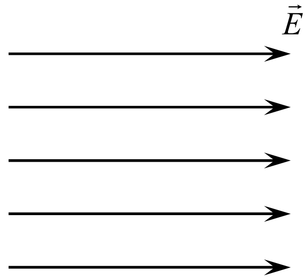


Рис. 37

2

Электрическая емкость (электроемкость) уединенного проводника – физическая величина, равная отношению заряда проводника к потенциалу этого проводника:

$$C = \frac{Q}{\varphi}.$$

Единицей электроемкости является *фарад* (*Ф*), 1 *Ф* = 1 *Кл/В*.

В качестве примера найдем электроемкость уединенной проводящей сферы радиусом R, на электростатическое поле которой не влияют другие заряженные тела. *Величиной, характеризующей электрическую емкость сферы, является ее радиус.* Потенциал электростатического поля вне заряженной сферы определяется такой же формулой, как и потенциал поля точечного заряда. Поэтому на поверхности сферы потенциал равен:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

где Q – заряд сферы, R – её радиус. Поэтому электроемкость сферы выражается следующим образом:

$$C = \frac{Q}{Q/4\pi\varepsilon_0 R} = 4\pi\varepsilon_0 R.$$

Следовательно, электроемкость сферы зависит от ее радиуса и не зависит от заряда на ее поверхности. Электроемкость уединенного проводника в вакууме является чисто геометрической характеристикой, так же как емкость сосуда.

Электроемкость 1 Ф очень большая. Такой электроемкостью обладает, например, сфера радиусом $R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^6$ *км.* Это в 13 раз превышает радиус Солнца. На практике используют кратные единицы фарада. Электроемкость земного шара достаточно велика и составляет 0,7 *мФ*. Поэтому при соединении заряженных тел проводником с Землей, т.е. при заземлении, практически весь заряд тела переходит на Землю.

Система, состоящая из нескольких проводников, способна накапливать больший заряд, чем уединенный проводник. Это свойство используется в устройствах, называемых конденсаторами. *Конденсатор* – это система двух проводников с равными по величине и противоположными по знаку зарядами.

В конденсаторе накапливается электрический заряд и соответственно энергия электростатического поля. Способность конденсатора к накоплению заряда характеризуется его электрической емкостью. Для вычисления электрической емкости системы заряженных проводников нельзя воспользоваться определением электроемкости уединенного проводника.

Электрическая емкость конденсатора — физическая величина, равная отношению заряда одного из проводников к разности потенциалов между этим проводником и соседним:

$$C = \frac{Q}{\Delta\varphi}.$$

В качестве примера рассмотрим электроемкость плоского конденсатора (системы двух плоскопараллельных пластин площадью S, находящихся на расстоянии d друг от друга). Будем считать, что пространство между пластинами заполнено воздухом, для которого $\varepsilon \approx 1$.

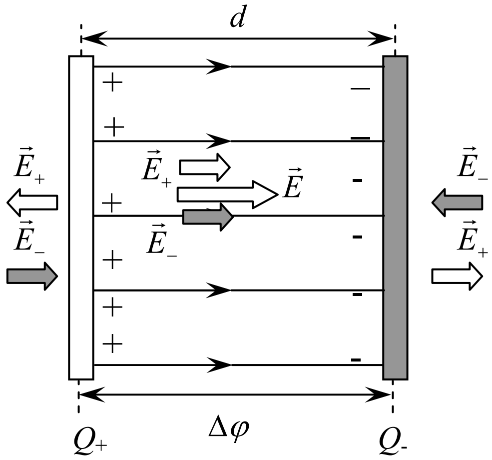


Рис. 38

Для вычисления электроемкости необходимо определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между пластинами. Напряженность однородного поля внутри конденсатора складывается (по принципу суперпозиции) из напряженностей электростатического поля E_+ и E_-, созданных соответственно положительной и отрицательной пластинами (рис. 38). Вне пластин поле отсутствует, так как напряженности E_+ и E_- полей компенсируют друг друга. Таким образом, электростатическое поле конденсатора сосредоточено между его пластинами. Напряженность поля заряженного плоского конденсатора рассчитывается по формуле $E_+ = E_- = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, где σ – поверхностная плотность заряда на пластинах.

Внутри конденсатора результирующая напряженность электростатического поля рассчитывается следующим образом $E = E_+ + E_- = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Разность потенциалов между пластинами определятся выражением

$$\Delta\varphi = \frac{A}{q} = \frac{qEd}{q} = Ed,$$

где q – пробный заряд, помещенный в электростатическое поле конденсатора, d – расстояние между пластинами конденсатора.

Таким образом, электроемкость плоского конденсатора равна $C = \dfrac{Q}{\Delta\varphi} = \dfrac{Q}{Ed} = \dfrac{Q\varepsilon_0}{\sigma d}$.

Учитывая, что $\sigma = \dfrac{Q}{S}$, получаем $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$.

Если между пластинами конденсатора поместить диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε, то электроемкость конденсатора с диэлектриком возрастет в ε раз по сравнению с электроемкостью воздушного конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Вопросы для самопроверки

1. Что является предметом изучения электростатика?
2. Запишите систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме для статического случая.
3. Запишите систему уравнений Максвелла в интегральной форме для статического случая.
4. Почему в статическом случае электрическое и магнитное поля можно рассматривать независимо друг от друга.
5. Запишите выражения для электрической и магнитной составляющих полной силы Лоренца.
6. Какое поле называется электростатическим? В чем особенность однородного электрического поля?
7. Перечислите фундаментальные свойства электрического заряда.
8. Получите выражение для напряженности E точечного электрического заряда.
9. Сформулируйте закон Кулона и запишите его математическое выражение.
10. В чем заключается принцип суперпозиции электрических полей?
11. Что называется линейной, поверхностной и объемной плотностями заряда?
12. Докажите, что электростатическое поле является потенциальным.
13. Запишите выражение для расчета работы электростатического поля по перемещению электрического заряда.
14. Запишите выражение потенциальной энергии заряда q в электростатическом поле, созданном зарядом Q.
15. Дайте определение потенциала электростатического поля.
16. Установите связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля.
17. Что называется эквипотенциальными поверхностями?
18. Чему ровна работа электростатического поля по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности?
19. Запишите выражение для энергии электростатического поля, создаваемого системой n точечных зарядов.
20. Дайте определение электроемкости уединенного проводника.

21. Запишите выражение для определения электроемкости заряженной сферы.
22. Что называется конденсатором?
23. Получите выражение для электроемкости плоского конденсатора.
24. Запишите формулы для расчета энергии заряженного конденсатора.
25. Запишите выражение для энергии электростатического поля с учетом напряженности поля E.
26. Что называется объемной плотностью энергии?

Задачи для самостоятельной работы

2.1. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами q_1=8 *нКл* и q_2=-6 *нКл*. Расстояние между зарядами r=10 *см*.

2.2. В центр квадрата, в каждой вершине которого находится заряд q=2,33 *нКл*, помещен отрицательный заряд q_0. Найти этот заряд, если на каждый заряд q действует результирующая сила F=0.

2.3. Два точечных заряда q_1=7,5 *нКл* и q_2=–14,7 *нКл* расположены на расстоянии r=5 *см*. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстояниях 3 *см* от положительного заряда и 4 *см* от отрицательного заряда.

2.4. До какого расстояния могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью 10^6 *м/с*?

2.5. Два шарика с зарядами q_1=6,66 *нКл* и q_2=13,33 *нКл* находятся на расстоянии 40 *см*. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния 25 *см*?

2.6. Шарик с массой m=1 г и зарядом q=10 *нКл* перемещается из точки 1, потенциал которой φ_1=600 *В*, в точку 2, потенциал которой φ_2=0. Найти его скорость в точке 1, если в точке 2 она стала равной 20 *см/с*.

2.7. Найти скорость электрона, прошедшего разность потенциалов, равную 1 *В*.

2.8. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 90 *В*. Площадь каждой пластины 60 $см^2$, ее заряд 1 *нКл*. На каком расстоянии друг от друга находятся пластины?

2.9. Плоский конденсатор можно применить в качестве чувствительных микровесов. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого 3,84 *мм*, находится заряженная частица с зарядом $1{,}44\cdot10^{-9}$ *Кл*. Для того чтобы частица находилась в равновесии, между пластинами конденсатора нужно было приложить разность потенциалов 40 *В*. Найти массу частицы.

2.10. Электрон летит от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами 3 *кВ*; расстояние между пластинами 5 *мм*. Найти силу, действующую на электрон, ускорение электрона, скорость, с которой электрон приходит ко второй пластине, и поверхностную плотность заряда на пластинах.

2.11. Найти электроемкость земного шара. Считать радиус земного шара равным 6400 *км*. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить заряд 1 *Кл*?

2.12. Шарик радиусом 2 *см* заряжается отрицательно до потенциала 2 *кВ*. Найти массу всех электронов, составляющих заряд, сообщенный шарику.

2.13. Восемь заряженных водяных капель радиусом 1 *мм* и зарядом 0,1 *нКл* каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал большой капли.

ТЕМА 2.3. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Постоянный электрический ток

При условии, что векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ не изменяются с течением времени, из четвертого уравнения Максвелла следует, что вектор магнитной индукции циркулирует вокруг электрического тока, который в данном случае задается вектором плотности электрического тока $\vec{j}$.

Рассмотрим, в чем заключается сущность электрического тока, и постараемся выяснить законы, которыми описывается данное явление.

Электрический ток – это любое упорядоченное (направленное) движение заряженных частиц.

Для возникновения и существования электрического тока необходимо, с одной стороны, наличие свободных носителей тока – заряженных частиц, способных перемешаться упорядоченно, а с другой, – наличие электрического поля, энергия которого расходовалась бы на их упорядоченное движение. За направление тока *условно* принимают направление движения *положительных* электрически заряженных частиц. Носителями тока в проводящей среде могут быть электроны (например в металлах) либо ионы (например в газах и электролитах).

Количественной мерой электрического тока служит *сила тока* – скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

Единица измерения силы тока – *ампер (А).*

Если сила тока и его направление не изменяются с течением времени, то такой ток называется *постоянным*.

Электрический ток может быть неравномерно распределен по поверхности, через которую он протекает, поэтому для более детальной характеристики тока вводится вектор плотности тока $\vec{j}$. *Плотность тока* – физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через поперечное сечение проводника, перпендикулярного силе тока: $j = \dfrac{dI}{dS_\perp}$.

За направление $\vec{j}$ принимается направление движения положительно заряженных частиц.

С другой стороны, плотность тока определяется формулой:

$$\vec{j} = \rho_+ \cdot \vec{\upsilon}_+ + \rho_- \cdot \vec{\upsilon}_-,$$

где ρ_+ – объемная плотность положительно заряженных частиц, $\vec{\upsilon}_+$ – средняя скорость их упорядоченного движения, ρ_- – объемная плотность отрицательно заряженных частиц, $\vec{\upsilon}_-$ – средняя скорость их упорядоченного движения.

В проводниках, где носители тока – электроны, плотность тока определяется выражением $\vec{j} = \rho_- \cdot \vec{\upsilon}_-$, так как $\vec{\upsilon}_+ = 0$. Учитывая, что по определению направление вектора $\vec{j}$ совпадает с направлением упорядоченного движения положительно заряженных частиц, принято считать $\rho_- < 0$.

Исходя из определения плотности тока, силу тока через поверхность S можно найти по формуле:

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Заметим, что данный интеграл является частью четвертого уравнения Максвелла.

При отсутствии электрического поля носители тока совершают хаотичное движение, и через любую воображаемую поверхность S в обе стороны в среднем проходит одинаковое число носителей, так что ток через поверхность S равен нулю. При включении же электрического поля заряженные частицы начнут упорядоченно двигаться со скоростью $\vec{\upsilon}$, и через поверхность S появится ток.

Закон Ома

Закон, согласно которому сила тока I, текущего по однородному металлическому проводнику (т.е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению U на концах проводника, получил название закон Ома для участка цепи в честь немецкого физика Георга Ома, установившего его экспериментально:

$$I = \frac{U}{R},$$

где R – электрическое сопротивление проводника, единица измерения которого *ом (Ом)*. Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Для однородного линейного проводника сопротивление R прямо пропорционально его длине l и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S},$$

где ρ – коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника и называемый *удельным электрическим сопротивлением*.

Единица измерения удельного электрического сопротивления – *Ом·м*.

Закон Ома для участка цепи можно представить в дифференциальной форме. Для этого найдем связь между плотностью тока $\vec{j}$ и полем $\vec{E}$ в той же точке проводящей среды. Рассмотрим случай изотропного проводника, в котором направления $\vec{j}$ и $\vec{E}$ совпадают. Выделим в окрестности некоторой точки проводящей среды элементарный цилиндрический объем с образующими параллельными векторам $\vec{j}$ и $\vec{E}$ (рис. 39), тогда, учитывая, что $I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$ и $dR = \rho \cdot \frac{dl}{dS}$. Закон Ома для участка цепи можно представить в следующем скалярном виде: $j \cdot dS = \frac{E \cdot dl}{\rho \cdot dl/dS}$, где $E \cdot dl = \delta U$ – элементарное напряжение на концах выделенного участка проводника, dl – длина образующих цилиндра, dS – площадь поперечного сечения цилиндра.

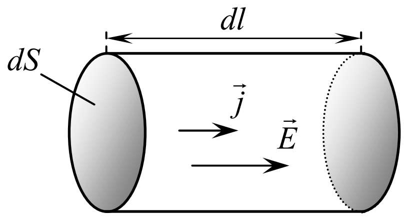


Рис. 39

Сокращая ряд величин, получаем: $j = \frac{1}{\rho} \cdot E = \sigma \cdot E$, где σ – удельная электропроводимость среды, обратная удельному сопротивлению, единица измерения которой $См/м$ (*Сименс на метр*).

Так как в изотропном проводнике носители тока в каждой точке движутся в направлении вектора $\vec{E}$, то направления $\vec{j}$ и $\vec{E}$ совпадают. Поэтому *дифференциальная форма закона Ома* выражается следующей формулой:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{E} = \sigma \cdot \vec{E}.$$

В случае наличия в электрической цепи сторонних сил закон Ома приобретает обобщенный вид:

$$\vec{j} = \sigma\left(E + \vec{E}^*\right),$$

где $\vec{E}^*$ – напряженность поля сторонних сил, численно равная сторонней силе, действующей на единичный положительный заряд.

Рассмотрим циркуляции векторов $\vec{j}$, $\vec{E}$ и $\vec{E}^*$ вдоль проводника на участке 1–2 длиной dl:

$$\int_1^2 \frac{\vec{j} \cdot d\vec{l}}{\sigma} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}^* \cdot d\vec{l},$$

где левая часть уравнения есть $I\int_1^2 \rho \dfrac{dl}{S} = IR$, первое слагаемое правой части – $\varphi_1 - \varphi_2$, а второе – ε_{12} (электродвижущая сила). Тогда последнее уравнение запишем следующим образом:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}.$$

Получившееся выражение – это *интегральная форма закона Ома для неоднородного участка цепи*.

В случае когда $\varepsilon_{12} > 0$, сторонние силы способствуют движению положительно заряженных носителей тока.

При $\varepsilon_{12} < 0$ сторонние силы препятствуют движению положительно заряженных носителей тока.

Помимо обобщенного закона Ома, расчет разветвленных цепей значительно упрощают *законы Кирхгофа*:

1) Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_k I_k = 0.$$

2) Алгебраическая сумма произведений сил токов в отдельных участках произвольно замкнутого контура на их сопротивления равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_k I_k \cdot R_k = \sum_k \varepsilon_k.$$

Узел – это точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током, при этом ток, входящий в узел, считается положительным, а ток, выходящий из узла, – отрицательным.

С прохождением тока через проводник, обладающий сопротивлением, неразрывно связано выделение теплоты – тепловое действие тока.

Количество теплоты Q, выделяемое на участке проводника, позволяет рассчитать *закон Джоуля-Ленца*: количество теплоты, выделяющееся в проводнике, прямо пропорционально квадрату силы тока, проходящего по проводнику, сопротивлению проводника и времени, в течение которого поддерживается неизменный ток в проводнике. Математическая запись закона представлена следующим выражением:

$$Q = R \cdot I^2 \cdot \Delta t .$$

Получим выражение закона Джоуля-Ленца в локальной форме, характеризующее выделение теплоты в различных местах проводящей среды, на примере участка проводящей среды, который рассматривался при выводе дифференциальной формы закона Ома (рис. 39). Тогда на основании закона Джоуля-Ленца в этом объеме за время dt выделяется количество теплоты:

$$dQ = RI^2 dt = \frac{\rho dl}{dS}\left(jdS\right)^2 dt = \rho j^2 dVdt ,$$

где $dV = dSdl$ – объем рассматриваемой области.

Разделив последнее уравнение на $dVdt$, получим формулу, которая определяет количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема проводящей среды:

$$\dot{Q}_{уд} = \rho j^2 \text{ или } \dot{Q}_{уд} = \vec{j}\vec{E} = \sigma E^2 ,$$

где $\dot{Q}_{уд}$ – *удельная тепловая мощность*.

Удельная тепловая мощность в неоднородной проводящей среде рассчитывается по формуле $\dot{Q}_{уд} = \rho j^2 = \vec{j}(\vec{E} + \vec{E}^*)$.

Дополнительное чтение

1 Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение этих носителей от точек с бóльшим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом (в случае если в качестве носителей тока рассматриваются положительно заряженные частицы). Это приведет к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и к исчезновению электрического поля. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называются источниками тока. Силы *неэлектростатического происхождения,* действующие на заряды со стороны источников тока, называются сторонними.

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе – за счет механической энергии вращения ротора генератора и т. п. Под действием сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Сторонние силы совершают работу по перемещению электрических зарядов. Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС), действующей в цепи:

$$\varepsilon = \frac{A_{ст}}{q}.$$

Единица измерения ЭДС – *вольт* (*В*). Сторонняя сила $F_{ст}$, действующая на заряд q, может быть выражена как

$$F_{ст} = qE_{ст},$$

где $E_{ст}$ – напряженность поля сторонних сил. Работа сторонних сил по перемещению заряда на замкнутом участке цепи, равна

$$A = \oint_L F_{ст} dl = q\oint_L E_{ст} dl.$$

Разделив это выражение на q, получим выражение для ЭДС, действующей в цепи:

$$\varepsilon = \oint_L E_{ст} dl,$$

т.е. ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил.

ЭДС, действующая на участке *1–2,* равна

$$\varepsilon = \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l}.$$

На заряд q помимо сторонних сил действуют также силы электростатического поля $\vec{F}_{эл} = q\vec{E}$. Таким образом, результирующая сила, действующая в цепи на заряд q, равна

$$\vec{F} = \vec{F}_{эл} + \vec{F}_{ст} = q\left(\vec{E} + \vec{E}_{ст}\right).$$

Работа, совершаемая результирующей силой над зарядом q на участке *1–2*, равна

$$A_{12} = q\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l} + q\int_1^2 \vec{E}_{ст} \cdot d\vec{l}.$$

Учитывая, что $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$ и $\varepsilon = \int_1^2 \vec{E}_{cm} d\vec{l}$, выражение для работы на участке 1–2 можем записать следующим образом:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\varepsilon_{12};$$

$$\frac{A_{12}}{q} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}.$$

Величина, стоящая в левой части, называется *напряжением* на участке 1–2. *Напряжение* – физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи. Таким образом,

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}.$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует ЭДС, т.е. участок цепи не содержит источников тока.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется электрическим током?
2. Назовите условия возникновения и существования электрического тока.
3. При каком условии электрический ток является постоянным?
4. Дайте определение силы тока.
5. Дайте определение плотности тока.
6. Сформулируйте закон Ома для участка цепи.
7. Выведите закон Ома в дифференциальной форме.
8. Что называется сторонними силами? Какова их природа?
9. В чем заключается физический смысл электродвижущей силы, действующей в цепи?
10. Что называется напряжением?
11. В чем отличие напряжения от разности потенциалов? В каком случае напряжение равно разности потенциалов?
12. Запишите закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме.
13. Для чего предназначены законы Кирхгофа?
14. Сформулируйте первое правило Кирхгофа.
15. Сформулируйте второе правило Кирхгофа.

16. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца. Запишите его математическое выражение.
17. Выведите выражение закона Джоуля-Ленца в локальной форме.

Задачи для самостоятельной работы

2.14. Ток в проводнике меняется со временем по закону $I = 4 + 2t\ A$. Какой заряд проходит через поперечное сечение проводника за промежуток времени от 2 до 6 секунд? При каком постоянном токе через поперечное сечение проводника за то же время пройдет такой же заряд?

2.15. Определите величину силы тока в проводнике поперечным сечением 1,4 *мм*^{2}, если его плотность равна 0,3 *А/мм*^{2}.

2.16. Кабель состоит из двух стальных жил площадью поперечного сечения 0,6 *мм*^{2} каждая. Каково падение напряжения на каждом километре кабеля при силе тока 0,1 *А*?

2.17. Найти количество теплоты, выделяющееся в единицу времени в единице объема медного провода при плотности тока 300 *кА/м*^{2}.

2.18. По медному проводу сечением 0,3 *мм*^{2} течет ток 0,3 *А*. Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля.

2.19. Сила тока в проводнике сопротивлением 10 *Ом* равномерно убывает от 3 *А* до 0 за 30 *с*. Определить выделившееся за это время в проводнике количество теплоты.

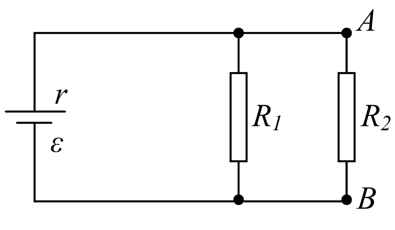


Рис. 40

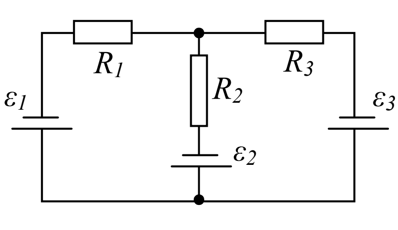


Рис. 41

2.20. В схеме, изображенной на рис. 40, $\varepsilon = 4\,B$, $r = 1\,Ом$, $R_1 = R_2 = 2\,Ом$. Найти разность потенциалов между точками А и В, т.е. $\varphi_A - \varphi_B$.

2.21. Найти силу тока во всех участках цепи (рис. 41), если $\varepsilon_1 = 2\,B$, $\varepsilon_2 = 4\,B$, $\varepsilon_3 = 6\,B$, $R_1 = 4\,Ом$, $R_2 = 6\,Ом$, $R_3 = 8\,Ом$.

ТЕМА 2.4. МАГНИТОСТАТИКА

Для рассмотрения магнитного поля в статическом случае остановимся на третьем и четвертом уравнениях Максвелла.

3) $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ 3) $\oiint\limits_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

4) $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \dfrac{1}{c^2 \varepsilon_0} \vec{j}$ 4) $\oint\limits_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = -\dfrac{1}{c^2 \varepsilon_0} \iint\limits_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$.

Согласно третьему уравнению Максвелла, магнитное поле не имеет точечных источников, т.е. его силовые линии замкнуты. Четвертое уравнение Максвелла позволяет утверждать, что источником постоянного магнитного поля является постоянный электрический ток.

Помимо постоянного тока, источником магнитного поля также являются постоянные магниты. Классическая теория Ампера объясняет этот факт вращением электронов в атомах, движение которых обусловливает микроскопические токи, порождающие магнитное поле.

Магнитная составляющая полной силы Лоренца характеризует действие магнитного поля на заряженную частицу, помещенную в это поле, и определяется формулой:

$$\vec{F}_м = q\left(\vec{\upsilon} \times \vec{B}\right),$$

где q – заряд частицы, $\vec{\upsilon}$ – скорость ее движения относительно магнитного поля $\vec{B}$.

Модуль магнитной составляющей полной силы Лоренца равен: $F_м = q\upsilon B\sin\alpha$. Данное выражение принято называть силой Лоренца.

Если в магнитное поле поместили проводник l с током I, то каждый носитель тока испытывает действие силы Лоренца $\vec{F}_м$, действие этой силы передается проводнику, по которому заряды движутся. В результате магнитное поле действует с определенной силой на сам проводник с током. Эта сила называется *силой Ампера* и выражается уравнением:

$$\vec{F}_м = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right),$$

где $F_м = IBl\sin\alpha$ – модуль этой силы.

Если проводник не линейный (изогнутый), то каждый его участок длиной dl испытывает силу $d\vec{F}_м$ со стороны магнитного поля, определяемую формулой: $d\vec{F}_м = I\left(d\vec{l} \times \vec{B}\right)$ или $d\vec{F}_м = \left(\vec{j} \times \vec{B}\right) \cdot dV$.

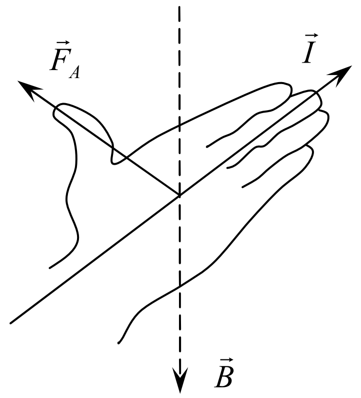


Рис. 42

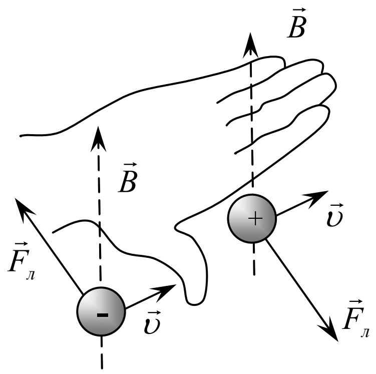


Рис. 43

Направления силы Лоренца и силы Ампера определяются *правилом левой руки* (рис.43, 44): если расположить левую ладонь так, чтобы четыре вытянутых пальца показывали направление тока в проводнике (или направление движения положительного заряда), а силовые линии магнитного поля входили в ладонь, то отставленный большой палец покажет направление силы, действующей на проводник с током (или положительный заряд).

Из раздела 2.1 уже известно, что силовыми характеристиками магнитного поля являются $\vec{B}$ – вектор магнитной индукции и $\vec{H}$ – напряженность магнитного поля, связь между которыми определяется выражением $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$.

Магнитное поле, которое порождается точечным зарядом q, движущимся с постоянной нерелятивистской скоростью $\vec{\upsilon}$, определяется формулами:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\left(\vec{\upsilon} \times \vec{r}\right)}{r^3} \quad \text{или} \quad B = \varepsilon_0\mu_0\left(\vec{\upsilon} \times \vec{E}\right) = \frac{\vec{\upsilon} \times \vec{E}}{c^2}, \text{ так как } c^2 = \frac{1}{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}.$$

Опыт показывает, что для магнитного поля, как и для электрического, справедлив *принцип суперпозиции*: магнитное поле, создаваемое несколькими движущимися зарядами или токами, равно векторной сумме магнитных полей, создаваемых каждым зарядом или током в отдельности: $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$.

Рассмотрим вопрос о нахождении магнитного поля, создаваемого постоянными электрическими токами. Преобразовав формулу для магнитной индукции поля равномерно движущегося заряда $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q(\vec{\upsilon} \times \vec{r})}{r^3}$ с учетом того, что $q = \rho dV$ и $\rho\vec{\upsilon} = \vec{j}$, получаем:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot (\vec{j} \times \vec{r}) \cdot dV}{r^3}.$$

Если ток I течет по тонкому проводу с площадью поперечного сечения ΔS, то $jdV = j\Delta Sdl = Idl$, где dl – элемент длины провода. Введя вектор $d\vec{l}$ в направлении тока I, перепишем последнее равенство так: $\vec{j}dV = Id\vec{l}$.

С учетом полученного равенства вектор магнитной индукции $\vec{B}$ постоянного магнитного поля, создаваемого постоянным электрическим током, определяется следующей формулой:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot (d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}.$$

Соотношения $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot (\vec{j} \times \vec{r}) \cdot dV}{r^3}$ и $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot (d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}$ отражают закон Био-Савара-Лапласа.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера. Если проводник не закреплен, то под действием силы Ампера он будет перемещаться в магнитном поле. Таким образом, магнитное поле совершает работу по перемещению этого проводника.

Для определения работы магнитного поля рассмотрим проводник длиной l, по которому течет ток I. Данный проводник является подвижной перемычкой замкнутого проводящего контура, который помещен в однородное магнитное поле перпендикулярно его магнитной индукции (рис. 44). Сила Ампера, действующая на проводник, равна: $F_м = IBl$.

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на расстояние dx из положения 1 в положение 2.

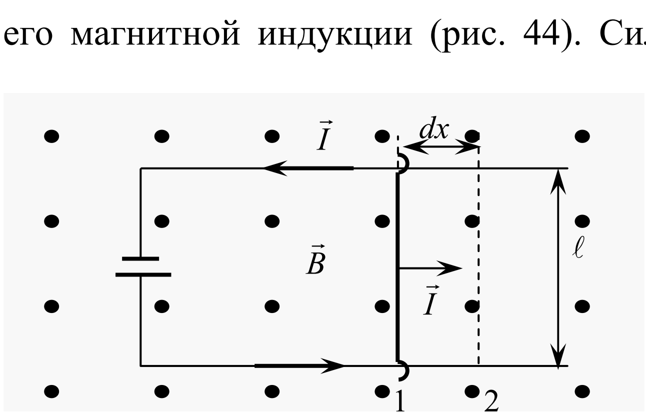


Рис. 44

Работа, совершаемая магнитным полем, при этом равна:

$$dA = F_м dx = IBldx = IBdS = Id\Phi,$$

так как $ldx = dS$ – площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле, $BdS = d\Phi$ – поток вектора магнитной индукции, пронизывающей эту площадь. Таким образом, $dA = Id\Phi$, т.е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником. Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора $\vec{B}$.

Энергия магнитного поля

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, как и электрическое, является носителем энергии. Исходя из закона сохранения энергии, можно утверждать, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью *L*, по которому течет ток *I*, где *L* – индуктивность контура, единица измерения которой *генри (Гн)*.

Индуктивность – это скалярная физическая величина, являющаяся коэффициентом пропорциональности между магнитным потоком, пронизывающим некоторый проводящий контур, и силой тока в этом контуре. Она определяется физическими параметрами проводника, т.е. зависит от формы и размеров контура, а также от магнитных свойств окружающей среды.

Данный контур пронизывается магнитным потоком $\Phi = LI$, причем при изменении тока на dI магнитный поток изменяется на $d\Phi = LdI$. Однако для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ необходимо совершить работу $dA = Id\Phi = LIdI$. Тогда работа по созданию магнитного потока Φ будет равна

$$dA = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром, равна

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Исследования свойств магнитных полей позволили доказать, что энергия магнитного поля локализована в пространстве.

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве:

$$W = \frac{B^2}{2 \cdot \mu \cdot \mu_0} \cdot V = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \cdot V = \frac{BH}{2} \cdot V \qquad \text{или} \qquad W = \int \frac{B^2}{2 \cdot \mu \cdot \mu_0} \cdot dV .$$

Магнитное поле можно охарактеризовать такой величиной, как объемная плотность энергии: $w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2 \cdot \mu \cdot \mu_0} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}$, где w – объемная плотность энергии.

Дополнительное чтение

Уменьшение напряженности электростатического поля в среде по сравнению с вакуумом характеризуется *относительной диэлектрической проницаемостью среды ε*. Относительная проницаемость среды – число, показывающее, во сколько раз напряженность электрического поля в однородном диэлектрике меньше, чем в вакууме: $\varepsilon = \frac{E_{вак}}{E}$. *Магнитная проницаемость среды* – физическая величина, показывающая, во сколько раз индукция магнитного поля в однородной среде отличается от магнитной индукции внешнего (намагничивающего) поля в вакууме:

$$\mu = \frac{B}{B_0} .$$

Вопросы для самопроверки

1. Докажите, что магнитное поле не имеет точечных источников.
2. Что является источником постоянного магнитного поля?
3. Дайте определение силы Ампера и запишите математические выражения для её вычисления.
4. Что называется силой Лоренца? Запишите математические выражения для ее вычисления.
5. Сформулируйте «правило левой руки».
6. Запишите формулы для вычисления индукции магнитного поля, создаваемого точечным зарядом.
7. Сформулируйте принцип суперпозиции магнитных полей.
8. Выведите математические выражения закона Био-Савара-Лапласа.

9. Как рассчитать работу по перемещению проводника с током в магнитном поле?
10. Дайте определение индуктивности.
11. Получите выражение энергии магнитного поля проводящего контура, по которому протекает электрический ток I.
12. Запишите выражение энергии магнитного поля с использованием магнитной индукции B.

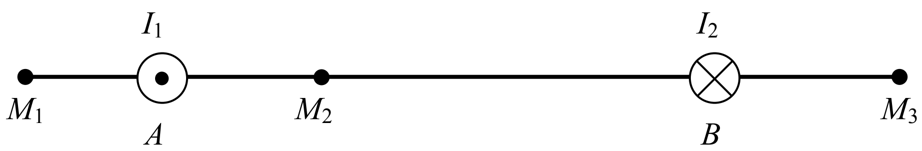
Задачи для самостоятельной работы

2.22. Найти индукцию магнитного поля в точке, отстоящей на расстоянии 2 *м* от бесконечно длинного проводника, по которому течет ток 5 *А*.

2.23. Найти индукцию магнитного поля в центре кругового проволочного витка радиусом 1 *м* , по которому течет ток 1 *А*.

2.24. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U=1 *кВ*, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно направлению его движения. Индукция магнитного поля B=1,19 *мТл*. Найти радиус окружности, по которой движется электрон, период обращения и момент импульса электрона.

2.25. Расстояние между прямолинейными бесконечно длинными проводниками с токами AB=10 *см*, токи I_1=20 *А*, I_2=30 *А*. Найти индукцию магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2, M_3. Расстояние M_1A=2 *см*, AM_2=4 *см*, BM_3=3 *см*.



2.26. Между полюсами электромагнита создается однородное поле с индукцией равной 0,1 *Тл*. По проводу длиной 70 *см*, помещенному перпендикулярно направлению магнитного поля, течет ток 70 *А*. Найти силу, действующую на провод.

2.27. Электрон влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно направлению его движения. Скорость электрона $\upsilon = 4 \cdot 10^7\ м/с$. Индукция магнитного поля B = 1 *мТл*. Найти тангенциальное и нормальное ускорения электрона в магнитном поле.

2.28. Определить индукцию магнитного поля, создаваемого прямолинейно равномерно движущимся со скоростью 500 *км/с* электроном в точке, находящейся от него на расстоянии 20 *нм* и лежащей на перпендикуляре к скорости, проходящем через мгновенное положение электрона.

2.29. Протон, ускоренный разностью потенциалов 0,5 *кВ*, влетая в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 *Тл*, движется по окружности. Определить радиус этой окружности.

2.30. Определить, при какой скорости пучок заряженных частиц, проходя перпендикулярно область, в которой созданы однородные поперечные электрическое и магнитное поля с E = 10 *кВ/м* и B = 0,2 *Тл*, не отклоняется.

ТЕМА 2.5. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

Свободные и связанные заряды

При рассмотрении электростатического поля мы выяснили, что заряженные частицы взаимодействуют между собой посредством этого поля, но мы не учитывали наличие среды. Считалось, что электрическое взаимодействие происходит в вакууме. Между тем, среда, в которой находятся заряженные частицы, оказывает существенное влияние на силу их взаимодействия.

Электрические свойства среды определяются степенью подвижности электрически заряженных частиц в ней. Все вещества по степени подвижности заряженных частиц делят на три группы:

- *проводники* – вещества, в которых свободные заряды могут перемещаться по всему объему (металлы, растворы солей, щелочей, кислот, влажный воздух, плазма, тело человека);
- *диэлектрики* – вещества, содержащие только связанные заряды (газы, некоторые жидкости, дистиллированная вода, бензол, масла и др.);
- *полупроводники* – вещества, в которых количество свободных зарядов зависит от внешних условий, таких, как температура, освещенность, напряженность электрического поля (вещества, составляющие 80% массы земной коры: минералы, оксиды, сульфиды, теллуриды, германий, кремний, селен и др.).

В полупроводниках энергия связи электрона с атомом соизмерима с энергией его взаимодействия с соседним атомом. Свободные электроны могут образоваться в полупроводнике лишь при получении ими дополнительной энергии (в результате нагревания, освещения или под действием электрического поля).

Диэлектрики в электростатическом поле

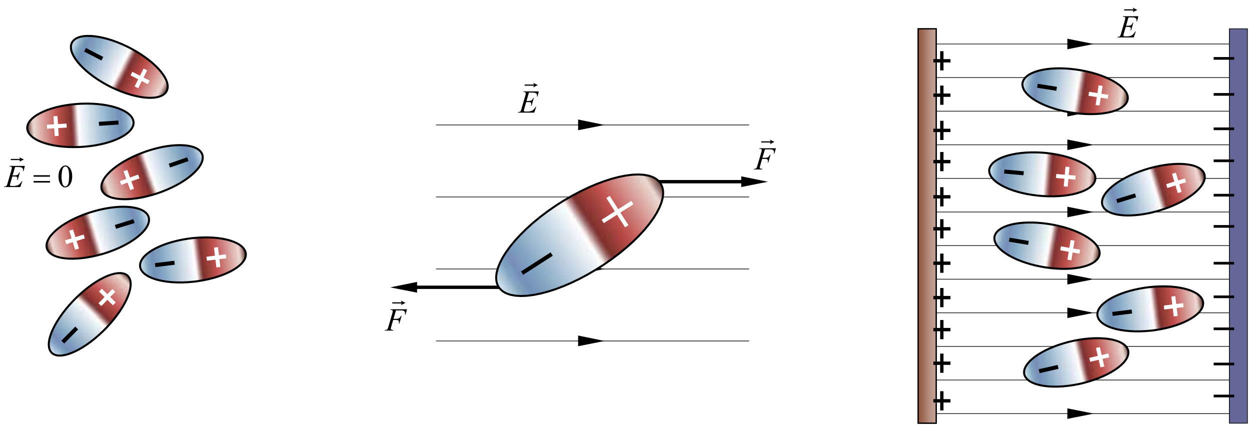
Внутри атомов и молекул диэлектриков отрицательно и положительно заряженные частицы связаны между собой электрическими силами так, что свободные заряды в диэлектрике отсутствуют, поэтому диэлектрик практически не проводит электрический ток, являясь хорошим изолятором. Но под действием приложенных к заряженным частицам сил они способны, в известной мере, смещаться. Отрицательные и положительные заряды каждой молекулы одинаковы, поэтому любая молекула в целом электрически нейтральна.

Если в молекуле диэлектрика центры связанных зарядов (ядер, электронных оболочек) находятся на некотором расстоянии друг от друга, то такие диэлектрики называются *полярными*. Моделью такой электронейтральной молекулы может служить электрический диполь.

Если в молекулах диэлектрика (таких как H_3, N_2, O_2), имеющих симметричное строение, центры положительных и отрицательных связанных зарядов совпадают, то такие диэлектрики относят к *неполярным*.

При помещении диэлектрика в электрическое поле на его положительные и отрицательные заряды молекул начнут действовать противоположно направленные силы, что приведет к переориентации молекул в диэлектрике. Внутри диэлектрика, помещенного во внешнее электростатическое поле, происходит пространственное перераспределение зарядов.

В полярных диэлектриках электростатическое поле ориентирует хаотически расположенные молекулы, поворачивая их вдоль напряженности внешнего поля (рис. 45).



а) *б)* *в)*

Рис. 45

В неполярных диэлектриках электростатическое поле сначала поляризует молекулы, растягивая в разные стороны положительные и отрицательные заряды (рис. 46), а затем поворачивает их оси вдоль напряженности поля.

Выше описанный процесс перераспределения зарядов в молекуле и дальнейшей переориентации этих молекул в диэлектрике называется поляризацией.

Поляризация диэлектрика – процесс ориентации диполей или появление под действием внешнего электростатического поля ориентированных по полю диполей.

Диполь – система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов ($+q$, $-q$), расстояние между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля, создаваемого им.

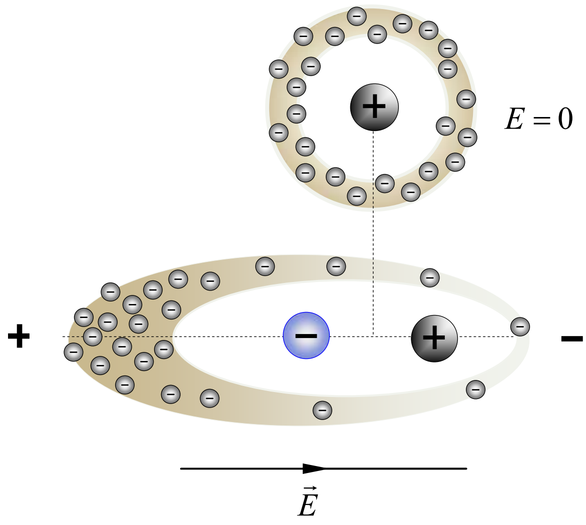


Рис. 46

Явлением поляризации объясняется притяжение наэлектризованным телом легких кусочков бумаги. В электрическом поле тела электронейтральные кусочки бумаги поляризуются. На поверхности, ближайшей к заряженному телу, появляется противоположный заряд, что приводит к притяжению бумаги к наэлектризованному телу.

Относительная диэлектрическая проницаемость. Напряженность суммарного поля связанных зарядов $\vec{E}_{св.з}$ направлена противоположно напряженности внешнего поля (рис. 47). Вследствие этого поле в диэлектрике ослабляется. Уменьшение напряженности электростатического поля в среде по сравнению с вакуумом характеризуется *относительной диэлектрической проницаемостью среды*.

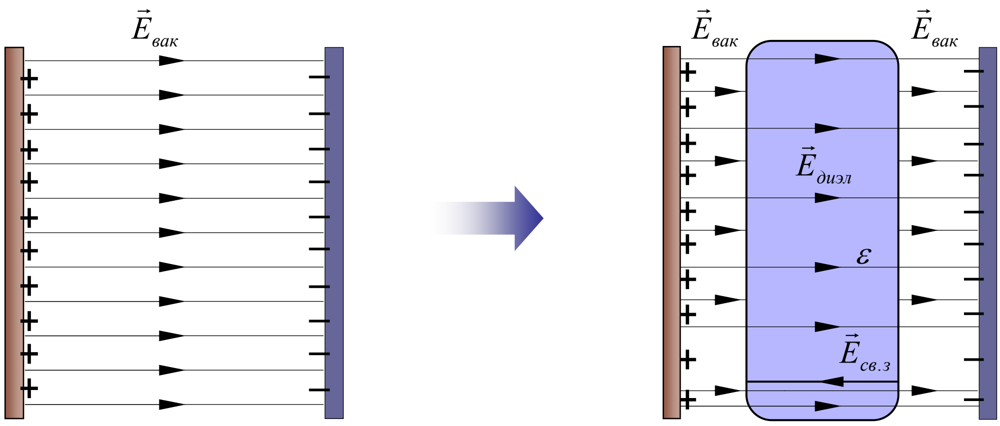


Рис. 47

Относительная проницаемость среды – число, показывающее, во сколько раз напряженность электрического поля в однородном диэлектрике меньше, чем в вакууме:

$$\varepsilon = \frac{\vec{E}_{вак}}{\vec{E}}.$$

Следовательно, напряженность поля в диэлектрике определяется выражением:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{вак}}{\varepsilon}.$$

Уменьшение напряженности электростатического поля в диэлектрике приводит к тому, что сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга, уменьшается в ε раз:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}.$$

Соответственно напряженность поля, созданного точечным зарядом, диполем, заряженной сферой и плоскостью, в диэлектрике уменьшается в ε раз. Аналогичным будет уменьшение потенциалов для других конфигураций зарядов.

Поляризация частиц в сильном электростатическом поле используется в электрических фильтрах для очистки газа от угольной пыли.

Проводники в электростатическом поле

В незараженном проводнике, как и в любом другом веществе, суммарный заряд электронов и протонов равен нулю. Выясним, как пространственно распределяются электрические заряды в металлическом проводнике в отсутствие внешнего электростатического поля.

Рассмотрим отрицательно и положительно заряженные проводники. Отрицательно заряженный проводник содержит избыточное число электронов. Эти избыточные электроны из-за взаимного отталкивания расходятся на максимально возможное расстояние друг от друга, распределяясь при этом по поверхности проводника. В положительно заряженном проводнике электронов меньше, чем протонов. Свободные электроны втягиваются внутрь проводника избыточным положительным зарядом. Из-за ухода электронов с поверхности проводника на ней остается избыточный положительный заряд.

Таким образом, заряды, сообщенные проводнику, распределяются по его поверхности.

Электростатическая индукция. На поверхности электронейтрального проводника, помещенного во внешнее электростатическое поле, происходит перераспределение зарядов, называемое *электростатической индукцией*. Предположим, что внешнее электростатическое поле создается двумя разноименными пластинами (рис. 48, *а*).

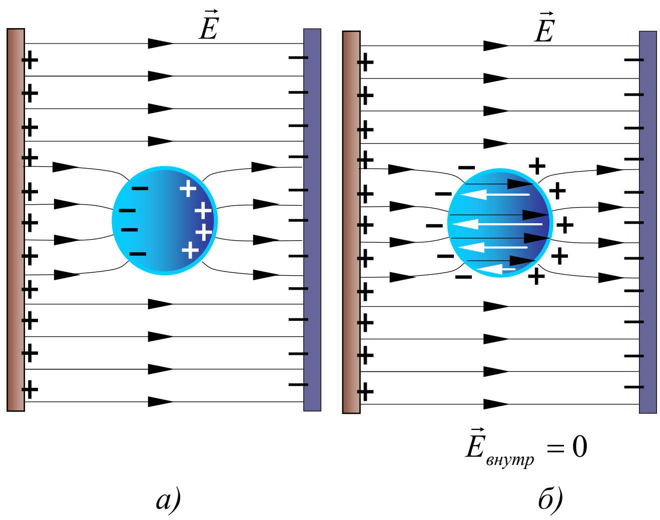


Рис. 48

Отрицательные заряды проводника притягиваются к положительной пластине конденсатора, а положительные заряды – к отрицательной. Эти заряды называются *индуцированными* (или *наведенными*). Разделение зарядов прекращается при установлении равновесия, когда сила притяжения к пластинам будет равна силе притяжения между индуцированными зарядами (рис. 48, *б*).

Идеальный проводник – проводник, в котором движение свободных зарядов возникает при сколь угодно малой напряженности электростатического поля.

В равновесии движение свободных зарядов прекращается, что свидетельствует об отсутствии электростатического поля внутри проводника.

Если в диэлектрике напряженность поля связанных зарядов лишь уменьшает напряженность внешнего поля, то в проводнике поле индуцированных зарядов полностью его компенсирует.

Напряженность поля внутри проводника, помещенного в электростатическое поле, равна нулю. Для идеального проводника E=0, поэтому для такого проводника относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon \to 0$. Заряды, сообщенные проводнику, располагаются на его поверхности.

Суммарный заряд внутренней области проводника равен нулю и не влияет на распределение зарядов на поверхности и на напряженность поля внутри проводника. Следовательно, напряженность электростатического поля в полости проводника будет такой же, как и в сплошном проводнике.

Внутри пустой полости в проводящей оболочке напряженность поля равна нулю. Это означает, что электростатическое поле внутрь проводника не проникает.

Это свойство проводников используется при электростатической защите, когда проводящие оболочки защищают различные измерительные приборы от воздействия электростатических полей.

Напряженность поля в проводнике равна нулю, следовательно, равна нулю и работа по перемещению заряда в металле. При таком перемещении заряда потенциал во всех точках металла одинаков ($\varphi_1 = \varphi_2$). Следовательно, поверхность металла – эквипотенциальная поверхность. Линии напряженности электростатического поля перпендикулярны поверхности металла.

Магнитное поле в веществе

Опыт показывает, что все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Рассмотрим причину этого явления с точки зрения строения атомов и молекул. Согласно гипотезе Ампера, внутри атомов и молекул существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов. При рассмотрении магнитных явлений на качественном уровне, можно считать, что электроны в атомах движутся по круговым орбитам, создавая микроскопические круговые токи, которые создают магнитные поля. Эти поля, складываясь, образуют в веществе собственное магнитное поле $\vec{B}_c$, поэтому магнитная индукция $\vec{B}$ отличается от индукции $\vec{B}_0$ внешнего магнитного поля в той же точке пространства в отсутствие среды:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_c .$$

Микроскопические токи под действием внешнего магнитного поля определенным образом ориентируются: чем больше индукция $\vec{B}_0$, тем больше индукция собственного магнитного поля среды:

$$\vec{B}_c = \chi \vec{B}_0 ,$$

где χ – магнитная восприимчивость среды.

Вектор собственной магнитной индукции среды может быть как сонаправлен с вектором магнитной индукции внешнего поля, так и противоположен ему, что зависит от магнитных свойств среды.

Различие магнитных свойств веществ определяется их разной магнитной восприимчивостью. Существует три основных класса веществ с резко отличающимися магнитными свойствами: *диамагнетики*, *парамагнетики* и *ферромагнетики*.

Диамагнетик – вещество, которое намагничивается в направлении, противоположном индукции внешнего намагничивающего поля, т.е. ослабляет внешнее магнитное поле. Для диамагнетика вектор индукции собственного магнитного поля значительно меньше по модулю вектора магнитной индукции внешнего (намагничивающего) поля. Магнитная восприимчивость диамагнетиков определяется соотношениями $\chi < 0$, при этом $|\chi| << 1$.

Диамагнетиками являются большинство газов (водород, гелий, азот, двуокись углерода), плазма, некоторые металлы (золото, серебро, медь, висмут), стекло, вода, соль, резина, алмаз, дерево, пластики и т.д.

Парамагнетик – вещество, которое слабо намагничивается в направлении индукции внешнего поля. Вектор индукции собственного магнитного поля парамагнетика по модулю меньше вектора магнитной индукции внешнего (намагничивающего) поля. Магнитная восприимчивость даже самых сильных парамагетиков много меньше единицы: $\chi > 0$, при этом $|\chi| << 1$.

Парамагнетиками являются кислород, алюминий, платина, уран, щелочные и щелочноземельные металлы.

Ферромагнетик – вещество, которое значительно усиливает магнитное поле. Вектор индукции собственного магнитного поля ферромагнетика сонаправлен с вектором магнитной индукции внешнего (намагничивающего) поля и значительно превышает его по модулю. Магнитную восприимчивость ферромагнетика характеризуют следующие соотношения: $\chi > 0$, при этом $|\chi| >> 1$.

Ферромагнетиками являются железо, кобальт, никель, их сплавы, редкоземельные элементы.

Так как вещество влияет на величину результирующего магнитного поля в нем, то для количественной характеристики данного влияния введем физическую величину, которая носит название магнитная проницаемость среды – физическая величина, показывающая, во сколько раз индукция магнитного поля в однородной среде отличается от магнитной индукции внешнего (намагничивающего) поля в вакууме:

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

Установим связь между магнитной проницаемостью среды μ и ее магнитной восприимчивостью χ. В формулу $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_c$ подставляем выражение $\vec{B}_c = \chi\vec{B}_0$ для индукции собственного магнитного поля среды, в результате получаем

$$\vec{B} = (1+\chi)\vec{B}_0$$

$$\vec{B} = \mu\vec{B}_0,$$

т.е. $\mu = 1+\chi$ – магнитная проницаемость среды.

В диамагнетике внешнее магнитное поле незначительно ослабляется, так что $\mu \le 1$ (например, для золота $\mu = 0{,}99996$). В парамагнетике внешнее магнитное поле незначительно усиливается, так что $\mu \ge 1$(например, для платины $\mu = 1{,}00025$). В ферромагнетике внешнее магнитное поле значительно усиливается (например, для чистого железа $\mu \approx 10^4$).

Диамагнетизм

Каждый электрон как круговой ток создает магнитное поле, которое называется орбитальным. Кроме того, у электрона в атоме есть собственное магнитное поле, называемое спиновым (от англ. spin – волчок). У атомов диамагнетиков магнитные поля электронов полностью скомпенсированы. При наличии внешнего магнитного поля орбитальное движение электронов меняется так, что компенсация магнитных полей нарушается таким образом, что вектор индукции орбитального магнитного поля атома направлен против индукции внешнего магнитного поля.

Для того чтобы выяснить, какие физические процессы определяют диамагнитные свойства вещества, рассмотрим плазму, помещенную во внешнее магнитное поле.

Внешнее магнитное поле $\vec{B}_0$, приложенное к плазме, действует на свободные положительные и отрицательные заряды (ионы и электроны). Заряды, имеющие компоненту скорости $\upsilon_\perp$, перпендикулярную направлению индукции $\vec{B}_0$, начинают двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной $\vec{B}_0$. Если $\vec{B}_0$ направлена перпендикулярно плоскости чертежа (от нас), ионы и электроны закручиваются в противоположном направлении (рис. 49). Так как за направление электрического тока принимается движение положительных зарядов, то токи I_+ и I_-, соответствующие движению этих зарядов, протекают по окружности в одну сторону (против часовой стрелки). Собственная индукция $\vec{B}_c$, создаваемая этими токами, будет направлена (по правилу буравчика) к нам противоположно $\vec{B}_0$. Аналогично движутся и другие свободные заряды в плазме внешнего магнитного поля. Этим объясняется ослабление в плазме внешнего магнитного поля, т.е. диамагнитные свойства плазмы.

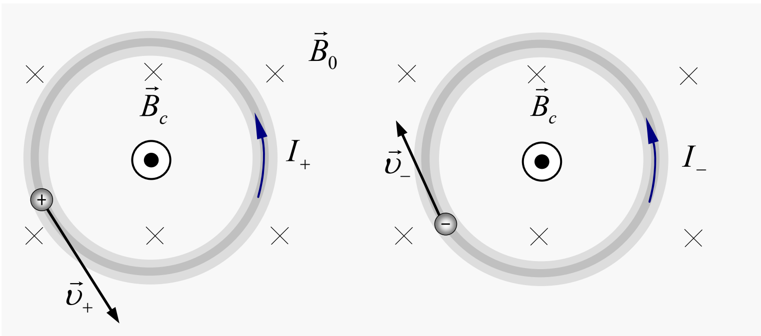


Рис. 49

Парамагнетизм

В парамагнетиках магнитные поля электронов в атомах скомпенсированы не полностью. Источником собственного магнитного поля в атомах парамагнетиков является микроток, обусловленный, как говорилось ранее, вращением валентного электрона вокруг собственной оси (спин).

Собственная индукция спина $\vec{B}_S$ определяется правилом буравчика, с учетом того, что микроток I_S направлен противоположно скорости вращения электрона вокруг собственной оси, так как электрон заряжен отрицательно (рис. 50). В силу хаотичности расположения атомов результирующая собственная индукция в парамагнетике в отсутствие внешнего магнитного поля равна нулю. Это объясняется тем, что у соседнего атома ось вращения валентного электрона может быть ориентирована в пространстве иначе (рис. 51, *а*).

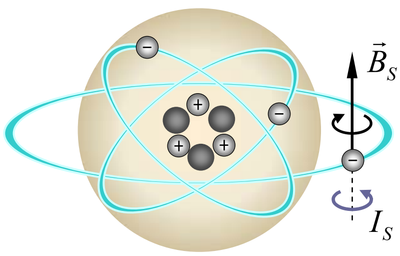


Рис. 50

При помещении парамагнетика во внешнее магнитное поле микротоки (вращающиеся вокруг своей оси электроны) начинают выстраиваться так, чтобы направление их собственной индукции $\vec{B}_S$ совпало с $\vec{B}_0$ (рис. 51, *б*).

Векторы индукции спинов оказываются преимущественно направленными примерно вдоль направления вектора индукции внешнего магнитного поля. В результате магнитное поле в парамагнетике усиливается по сравнению с приложенным к нему внешним магнитным полем. Нагревание парамагнетика приводит к дезориентации спинов, уменьшению его магнитной проницаемости μ.

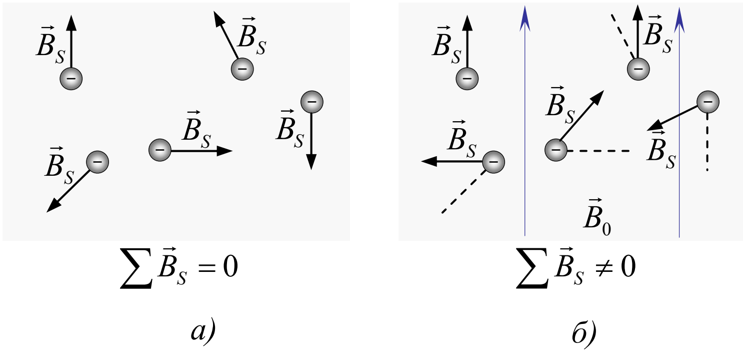


Рис. 51

Ферромагнетизм

В атомах ферромагнетиков собственная индукция создается не только валентными электронами, но и электронами внутренних электронных оболочек. Это заметно увеличивает результирующую собственную индукцию атома.

Для описания природы ферромагнетизма воспользуемся понятием домен. Домен (от франц. domaine – владение) – это область самопроизвольного намагничивания с параллельной ориентацией спинов всех атомов. Даная

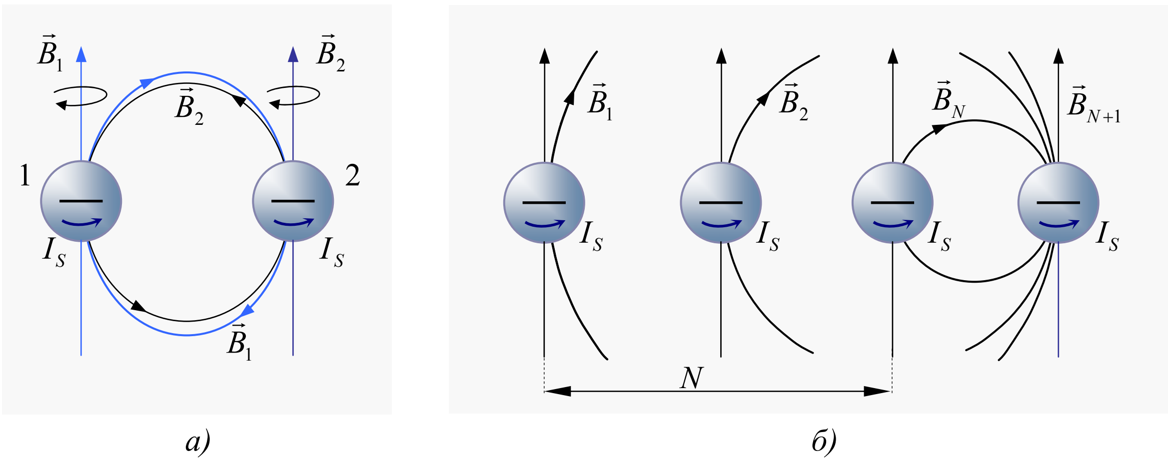


Рис. 52

ориентация спинов оказывается энергетически выгодной, т.е. домен обладает минимальной энергией. Ферромагнетизм объясняется доменной структурой вещества. В макроскопическом образце ферромагнетика находится много доменов размером порядка 0,5 *мкм*. То, что домен имеет конечные размеры, связано с магнитным взаимодействием между спинами.

Магнитное взаимодействие спинов соседних атомов стремится ориентировать их антипараллельно друг другу (рис. 52, *а*). Магнитная индукция $\vec{B}_1$ спина электрона 1 направлена в области электрона со спином 2 противоположно собственной индукции $\vec{B}_2$ спина электрона 2 и, наоборот. Однако взаимодействие атомов, вызывающее параллельную ориентацию спинов, оказывается сильнее. В домене число атомов с параллельными спинами велико. Потому результирующей индукции, созданной N атомами домена, оказывается достаточно для переворота спинов атомов, начиная с $N+1$ (рис. 52, *б*). Возникает деление доменов. Домен (1 – 2) (рис. 53, *а*) делится на два домена: 1 и 2 с антипараллельными спинами (рис. 53, *б*). Суммарное магнитное поле доменов 1 и 2 приводит к образованию доменов 3 и 4 (рис. 53, *в*).

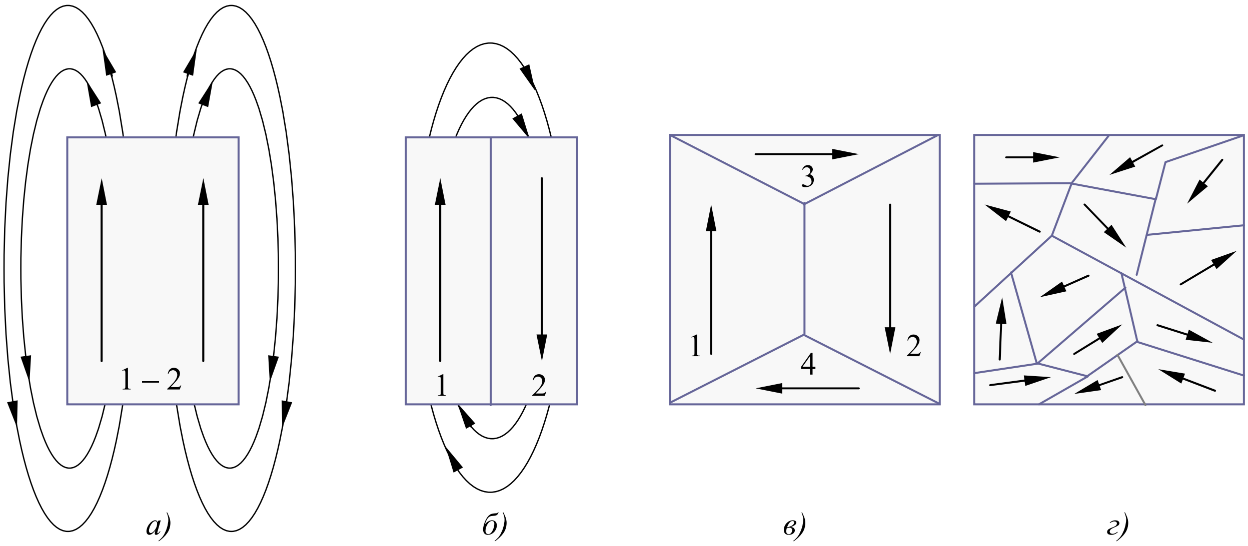


Рис. 53

В поликристаллах ориентация спинов в различных доменах хаотична, так что результирующая собственная индукция в ферромагнетике в отсутствие внешнего магнитного поля равна нулю (рис. 53, *г*).

Ферромагнетик во внешнем магнитном поле

Примерная структура доменов в отсутствие внешнего магнитного поля показана на рисунке 54, *а*. При приложении к ферромагнетику внешнего магнитного поля сначала (при не очень большой индукции $\vec{B}_0$) происходят обратимый поворот доменов направлении $\vec{B}_0$ и их рост (рис. 54, *б*). Это означает, что при выключении поля доменная структура ферромагнетика восстанавливается. В более сильном магнитном поле поворот и рост доменов становится необратимым (рис. 54, *в*): первоначальная доменная структура не восстанавливается при выключении магнитного поля. Подобным образом перетянутая пружина не принимает первоначальные размеры даже в отсутствие внешних сил. Начиная с некоторого значения индукции внешнего магнитного поля, возникает явление насыщения, при котором все домены выстраиваются в направлении внешнего поля (рис. 54, *г*).

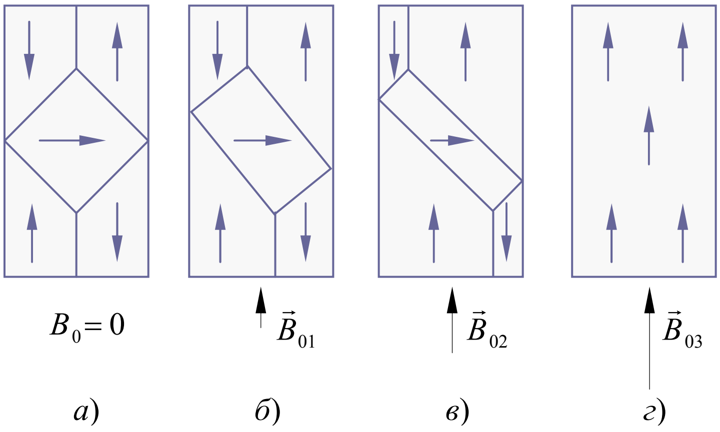


Рис. 54

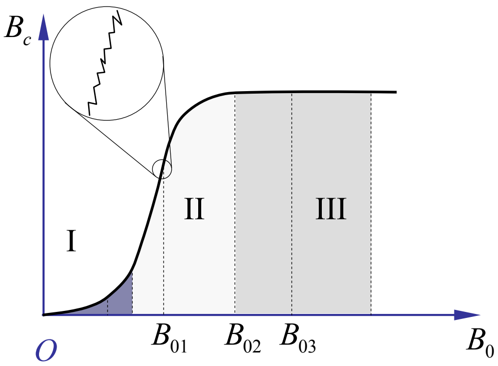


Рис. 55

Зависимость собственной индукции от индукции внешнего магнитного поля характеризуется кривой намагничивания (рис. 55).

При увеличении индукции $\vec{B}_0$ внешнего поля в результате выстраивания доменов возрастает собственная индукция $\vec{B}_c$ ферромагнетика.

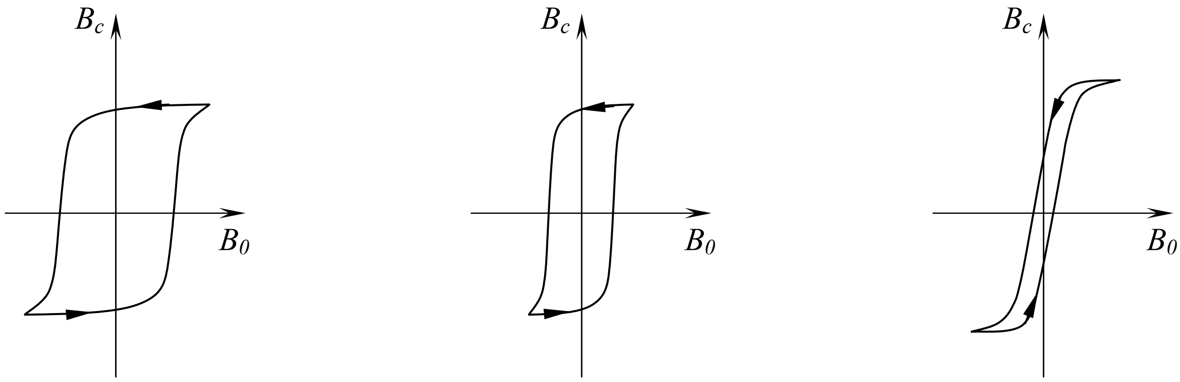
Точные измерения собственной индукции позволяют уловить поворот отдельных доменов в направлении индукции $\vec{B}_0$ внешнего магнитного поля. При каждом повороте домена $\vec{B}_c$ возрастает скачком.

При уменьшении индукции внешнего поля после достижения насыщения вновь образуются домены, однако собственная магнитная индукция некоторых из них остается ориентированной по внешнему полю. Это происходит от того, что такие домены не могут развернуться в прежнее положение из-за взаимодействия с соседями. Даже при полном выключении внешнего магнитного поля ферромагнетик остается намагниченным (рис. 56).

Остаточная намагниченность – собственная магнитная индукция в ферромагнетике в отсутствие внешнего магнитного поля.

Магнито-жесткие ферромагнетики – ферромагнетики, у которых остаточная намагниченность велика, т.е. при отсутствии магнитного поля они не размагничиваются (рис. 56, *а*, *б*).

Магнито-мягкие ферромагнетики – ферромагнетики, у которых оста-



а) *б*) *в*)

Рис. 56

точная намагниченность мала (рис. 56, *в*).

К магнито-мягким ферромагнетикам относят чистое железо, некоторые сорта стали. Для полного размагничивания образца следует изменить направление вектора индукции внешнего магнитного поля на противоположное остаточной намагниченности.

Коэрцитивная (задерживающая) сила – магнитная индукция внешнего поля, необходимая для размагничивания образца.

Дальнейшее перемагничивание ферромагнетика происходит до насыщения в точке 1, при уменьшении магнитной индукции внешнего поля до нуля и последующем ее увеличении в первоначальном направлении до состояния насыщения в точке 1 получается замкнутая кривая намагничивания, симметричная относительно начала отсчета.

Замкнутая кривая намагничивания и размагничивания ферромагнетика называется петлей гистерезиса (от греч. hysteresis – отставание).

Форма петли – важнейшая характеристика ферромагнитного материала. Чем шире петля, тем труднее размагнитить образец.

Магнито-жесткие ферромагнетики с широкой петлей гистерезиса (рис. 56, *а*) применяют для изготовления постоянных магнитов, так как у них велики остаточная намагниченность и коэрцитивная сила. Магнито-жесткие ферромагнетики с узкой петлей гистерезиса (рис. 56, *б*) применяют для изготовления элементов памяти компьютеров, магнитных лент, видеомагнитофонов, кредитных карточек, так как они обладают высокой остаточной намагниченностью и легко перемагничиваются из-за малости коэрцитивной силы.

Магнито-мягкие ферромагнетики с узкой петлей гистерезиса (рис. 56, *в*) используют в устройствах, где требуется постоянное быстрое перемагничивание образца, которое облегчается из-за малой остаточной намагниченности и коэрцитивной силы (например, в трансформаторах, электродвигателях).

Исчезновение ферромагнитных свойств вещества вследствие нарушения ориентации доменов может происходить при механическом воздействии на образец (например при ударе).

Температура Кюри

Ферромагнитные свойства могут также исчезать при сильном нагревании образца. Беспорядочное тепловое движение атомов становится столь значительным, что упорядоченная доменная структура ферромагнетика разрушается: материал становится парамагнетиком. Поэтому сильный нагрев постоянного магнита приводит к его размагничиванию. Переход ферромагнетика в парамагнитное состояние происходит при определенной критической температуре, которая называется *температурой Кюри*, различной для разных материалов. Это явление впервые исследовал в 1894 г. известный французский ученый Пьер Кюри, измерив критическую температуру железа: $T_K = 768\ ^{\circ}C$.

Вопросы для самопроверки

1. На какие группы по степени мобильности электрических зарядов делят все вещества? Чем определяется подвижность заряженных частиц в среде?
2. Какие заряды называют свободными? Какие вещества называют проводниками? Приведите примеры проводников.

3. Какие заряды называют связанными? Какие вещества называют диэлектриками? Приведите примеры диэлектриков.
4. Какие вещества называют полупроводниками? Приведите примеры полупроводников.
5. Сопоставьте энергии связи электрона с атомом проводника, полупроводника, диэлектрика.
6. На какие два типа делят молекулы веществ по характеру пространственного распределения в них зарядов?
7. В чем проявляется действие внешнего электростатического поля на молекулы пространственного диэлектрика?
8. Как действует внешнее электростатическое поле на молекулы неполярного диэлектрика?
9. Почему диэлектрик ослабляет электростатическое поле?
10. Что называют относительной диэлектрической проницаемостью среды?
11. Чему равен суммарный заряд незаряженного проводника?
12. Как размещается избыточный заряд на изолированном проводнике в отсутствие внешнего электростатического поля?
13. Чему равна напряженность поля внутри проводника, помещенного в электростатическом поле?
14. На чем основана электростатическая защита?
15. Какие вещества называют диа-, пара- и ферромагнетиками?
16. Какая физическая величина называется магнитной проницаемостью? Какие значения принимает магнитная проницаемость для диа-, пара- и ферромагнетиков?
17. Чем объясняется диамагнетизм плазмы?
18. Почему магнитное поле в парамагнетике усиливается по сравнению с приложенным к нему внешним магнитным полем?
19. Как и почему изменятся магнитная проницаемость парамагнетика с ростом температуры?
20. Какое движение частиц создает собственную индукцию в ферромагнетике?
21. Что такое домены в ферромагнетике? Как изменяется доменная структура под действием внешнего магнитного поля?
22. Что такое кривая намагничивания? Объясните ее ход.

ТЕМА 2.6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Рассмотренные в предыдущих темах «Электростатика» и «Магнитостатика» уравнения, характеризующие постоянные во времени электрические и магнитные поля ($\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$ и $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$), позволяют изучать эти поля независимо друг от друга. В случае, когда поля не постоянны ($\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$ и $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$), обнаруживается тесная связь между ними, которая описывается вторым и четвертым уравнениями Максвелла (при этом первое и третье уравнения остались без изменения):

$$2)\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad 2)\ \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\left[\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}\right]$$

$$4)\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2 \varepsilon_0}\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad 4)\ \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{c^2 \varepsilon_0}\iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}\right].$$

Рассмотрим второе уравнение Максвелла. Смысл данного уравнения заключается в том, что при изменении с течением времени потока магнитного поля $\vec{B}$, пронизывающего поверхность *S*, возникает циркуляция поля $\vec{E}$ по замкнутому контуру *L*, на который опирается поверхность *S* (рис. 57).

Иными словами, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле, причем линии напряженности данного поля замкнуты – поле вихревое. Знак «–» говорит о направлении вихревого электрического поля: возникающее вихревое электрическое поле направлено так, чтобы препятствовать изменению магнитного поля, которое породило это вихревое электрическое поле.

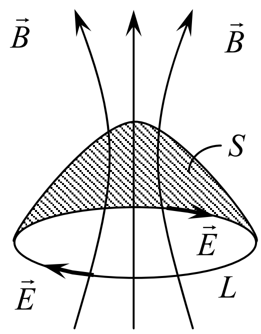


Рис. 57

Возникающее вихревое электрическое поле вследствие изменения магнитного потока обнаруживается по возникновению в замкнутом проводящем контуре индукционного тока. Таким образом, наличие индукционного тока в проводящем контуре является индикатором существования вихревого электрического поля.

Явление возникновения индукционного тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего данный контур, называется *электромагнитной индукцией*. Его открыл в 1831 году Майкл Фарадей.

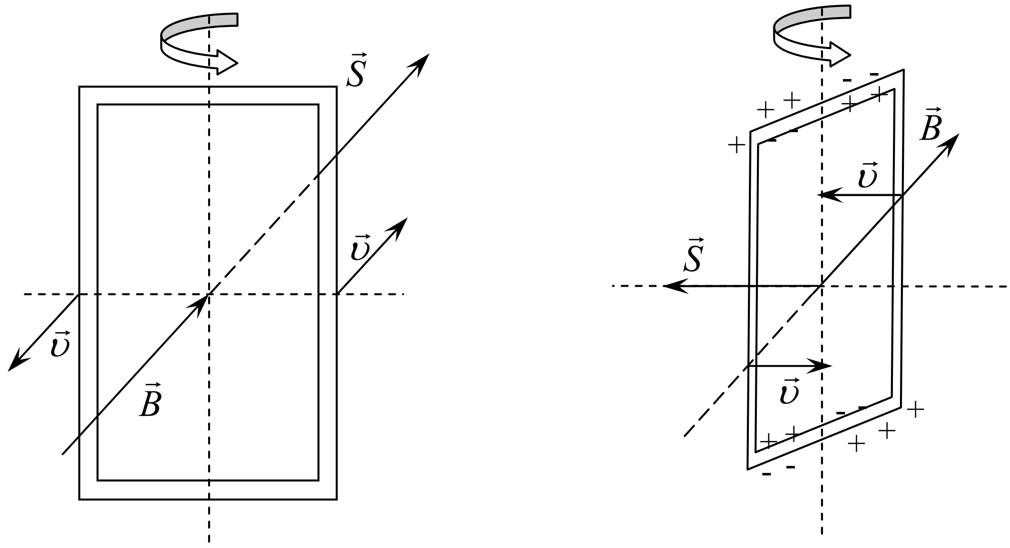


Рис. 58

Индукционный ток можно получить двумя способами:

– изменяя взаимное расположение проводящего контура и постоянного магнитного поля таким образом, что количество линий индукции магнитного поля, пронизывающих контур, непрерывно менялось (рис. 58);
– изменяя индукцию магнитного поля, пронизывающего неподвижный проводящий контур (рис. 59).

Направление индукционного тока определяется *правилом Ленца*: индукционный ток направлен так, что созданный им магнитный поток препятствует <u>изменению</u> магнитного потока, вызывающего этот ток (рис. 60).

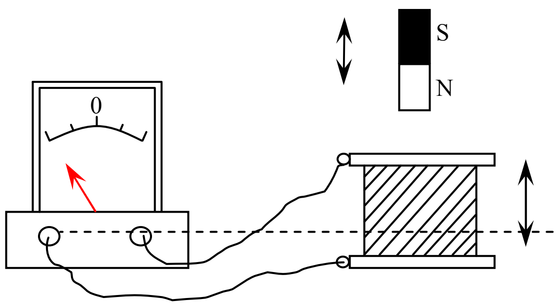


Рис. 59

Явление электромагнитной индукции описывается *законом электромагнитной индукции (закон Фарадея)*: ЭДС индукции в замкнутом контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром.

Математическая запись закона электромагнитной индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где ε_i – электродвижущая сила индукции, $\dfrac{d\Phi}{dt}$ – скорость изменения магнитного потока, Φ – поток магнитного поля $\{1\}$.

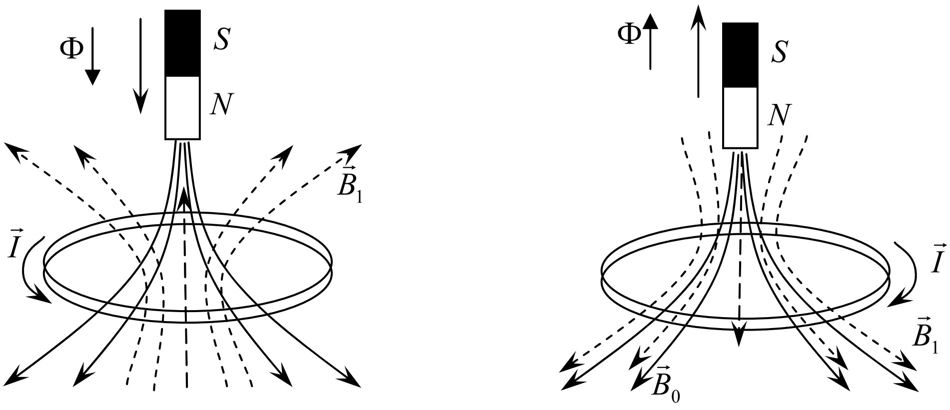


Рис. 60

В случае когда проводящий замкнутый контур равномерно вращается в однородном магнитном поле $\vec{B}$ с угловой скоростью $\vec{\omega}$, ЭДС, индуцируемую в произвольном положении контура, можно найти из закона Фарадея. Магнитный поток через площадь контура изменяется с течением времени из-за изменения угла $\alpha = \omega t$ между линиями магнитной индукции и вектором площади контура:

$$\Phi = BS\cos\omega t .$$

Закон Фарадея в этом случае выглядит следующим образом:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega\sin\omega t = \varepsilon_{i\,\max}\sin\omega t .$$

Ряд математических действий позволяет привести закон электромагнитной индукции (с учетом определений магнитного потока и электродвижущей силы) ко второму уравнению Максвелла, т.е. закон электромагнитной индукции является частным случаем второго уравнения Максвелла при наличии проводящего замкнутого контура в вихревом электрическом поле.

Самоиндукция

Майкл Фарадей в своих экспериментах показал, что электромагнитная индукция в контуре возникает во всех случаях, когда изменяется магнитный поток, обусловленный внешним по отношению к этому контуру магнитным полем. В 1832 году Дж. Генри установил, что совершенно не важно, чем вызывается это изменение потока. Он наблюдал возникновение индукционного тока в катушке, когда магнитный поток в ней увеличивался или уменьшался вследствие изменения тока, уже протекавшего в самой катушке.

Если в некотором контуре течет изменяющийся во времени ток, то магнитное поле этого тока также будет изменяться. Это влечет за собой изменение магнитного потока через контур, а, следовательно, и появление ЭДС индукции в этом же самом контуре. Явление возникновения ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется *самоиндукцией*. ЭДС индукции возникает при изменении магнитного потока. Если это изменение вызывается собственным током, то говорят об *ЭДС самоиндукции* (ε_S).

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим, что ЭДС самоиндукции выражается следующим образом:

$$\varepsilon_S = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(L \cdot I) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right).$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не меняется, то $L = const$ и

$$\varepsilon_S = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt},$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к <u>замедлению изменения</u> тока в нем. Индуктивность является своего рода мерой «инертности» электрической цепи по отношению к изменению силы тока.

Знак «–» показывает, что ε_S всегда направлена так, чтобы препятствовать изменению силы тока в контуре, тем самым стремится сохранить ток неизменным.

Если ток со временем возрастает, то $\frac{dI}{dt} > 0$ и $\varepsilon_S < 0$, т.е. ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и замедляет его возрастание. Если ток со временем убывает, то $\frac{dI}{dt} < 0$ и $\varepsilon_S > 0$, т.е. ток самоиндукции имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание.

В разделе 2.4 мы выяснили, что контур с индуктивностью L, по которому течет ток I, обладает энергией:

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}.$$

Теория электромагнитного поля, начало которой заложил Фарадей, математически была завершена Максвеллом. При этом важнейшей мыслью была идея о *симметрии во взаимозависимости электрического и магнитного полей*. Поскольку меняющееся во времени магнитное поле $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ создает вихревое электрическое, следует ожидать, что меняющееся во времени электрическое поле $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ создает в свою очередь магнитное поле.

Так, второе уравнение Максвелла описывает явление порождения электрического поля магнитным, а четвертое уравнение Максвелла показывает возникновение магнитного поля вследствие изменения электрического поля:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2 \cdot \varepsilon_0}\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

В этом уравнении слагаемое $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = j_{см}$ Максвелл называл током смещения. Следует учитывать, что ток смещения эквивалентен току проводимости только в отношении способности создавать магнитное поле.

Существование магнитного поля токов смещения, задаваемое четвертым уравнением, позволило Максвеллу за 20 лет до экспериментального обнаружения предсказать существование *электромагнитных волн* – переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. В дальнейшем было доказано, что скорость распространения свободного электромагнитного поля (не связанного с зарядами и токами) в вакууме равна скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ *м/с*. Этот вывод и теоретическое исследование свойств электромагнитных волн привели Максвелла к созданию электромагнитной теории света, согласно которой свет представляет собой также электромагнитные волны.

Дополнительное чтение

1 Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через площадку *dS* называется скалярная физическая величина, равная

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} \text{ или } d\Phi_B = B_n \cdot dS,$$

где $B_n = B\cos\alpha$ – проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали к площадке *dS* (α – угол между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$), $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление его совпадает с направлением нормали $\vec{n}$ к площадке (рис. 61). Поток вектора $\vec{B}$ может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака $\cos\alpha$ (определяется выбором положительного направления нормали $\vec{n}$).

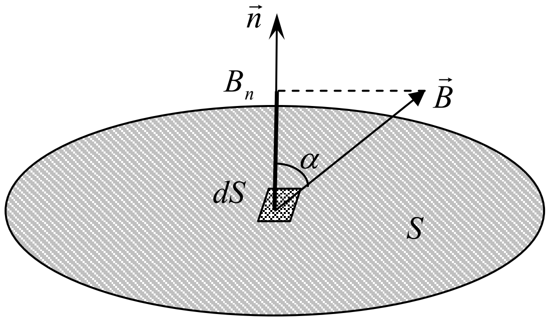


Рис. 61

Поток вектора магнитной индукции Φ_B через произвольную поверхность S равен

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n \cdot dS.$$

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору $\vec{B}$, $B_n = B = const$ и

$$\Phi_B = B \cdot dS.$$

Из этой формулы определяется единица измерения магнитного потока *вебер (Вб)*: 1 *Вб* – магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью 1 $м^2$, расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 *Тл*.

Вопросы для самопроверки

1. При каких условиях возможно установить взаимосвязь электрического и магнитного полей.
2. Запишите уравнения Максвелла, описывающие взаимосвязь электрического и магнитного полей.
3. В чем заключается смысл второго уравнения Максвелла?
4. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
5. Опишите способы получения индукционного тока.
6. Что является причиной возникновения ЭДС индукции в замкнутом проводящем контуре, покоящемся относительно магнитного поля?
7. От чего зависит ЭДС индукции, возникающая в контуре?

8. Сформулируйте закон электромагнитной индукции. Запишите его математическое выражение.
9. Сформулируйте правило Ленца.
10. Какое физическое явление называется самоиндукцией?
11. Чему равна ЭДС самоиндукции?
12. В чем заключается физический смысл индуктивности?
13. Почему при замыкании цепи сила тока в ней не нарастает мгновенно?
14. Почему возникает ток размыкания, в каком направлении он протекает?
15. Определите ЭДС, которая индуцируется во вращающейся рамке в магнитном поле.
16. Чему равна энергия магнитного поля проводящего контура с индуктивностью L, по которому протекает ток I?
17. В чем заключается смысл четвертого уравнения Максвелла?

Задачи для самостоятельной работы

2.31. Прямоугольная рамка со сторонами a = 5 и b = 8 *см* вращается вокруг вертикальной оси с периодом T = 0,02 *с* в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,2 *Тл*, направленной перпендикулярно оси вращения. Найдите максимальную ЭДС, индуцируемую в рамке, и зависимость ЭДС от времени.

2.32. Найдите частоту вращения катушки с числом витков N = 20 в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,5 *Тл*, если максимальная ЭДС в катушке ε_i = 7,85 *В*, а площадь сечения одного витка S = 25 *см*^{2}.

2.33. Ротор генератора переменного тока, представляющий из себя катушку, содержащую N = 10 витков, каждый площадью S = 1200 *см*^{2}, вращается с постоянной частотой ν = 50 *Гц* в магнитном поле с индукцией B = 0,58 *Тл*. Найдите максимальную ЭДС, индуцируемую в обмотке ротора.

2.34. Внутри витка радиусом 5 *см* магнитный поток изменился на 18,6 *мВб* за 5,9 *мс*. Найти напряженность вихревого электрического поля в витке.

2.35. Какой заряд q пройдет через поперечное сечение витка, сопротивление которого R = 0,03 *Ом*, при уменьшении магнитного потока внутри витка на $\Delta\Phi$ = 12 *мВб*?

2.36. В магнитное поле индукцией B=0,1 *Тл* помещен контур, выполненный в форме кругового витка радиусом R = 3,4 *см*. Виток сделан из медной проволоки, площадь поперечного сечения которой S=1 *мм*^{2}. Нормаль к плоскости витка совпадает с линиями индукции поля. Какой заряд пройдет через поперечное сечение витка при исчезновении поля?

2.37. Рамка площадью 200 *см*^{2} вращается с частотой 8 *с*$^{-1}$ в магнитном поле индукцией 0,4 *Тл*. Написать уравнения $\Phi=\Phi(t)$ и $\varepsilon=\varepsilon(t)$, если при t=0 нормаль к плоскости рамки перпендикулярна линиям индукции поля. Найти амплитуду ЭДС индукции.

2.38. При вращении проволочной рамки в однородном магнитном поле пронизывающий рамку магнитный поток изменяется в зависимости от времени по закону $\Phi = 0{,}01\sin 10\pi t$. Вычислив производную Ф', написать формулу зависимости ЭДС от времени $\varepsilon=\varepsilon(t)$. В каком положении была рамка в начале отсчета времени? Какова частота вращения рамки? Чему равны максимальные значения магнитного потока и ЭДС?

МОДУЛЬ 3. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ОСНОВНЫЕ ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЕДИНИЦЫ

1. Свободные и вынужденные механические колебания.
2. Сложение гармонических колебаний.
3. Механические волны. Уравнение волны.
4. Энергия механической волны. Перенос энергии волной.
5. Электромагнитные колебания.
6. Электромагнитные волны. Уравнение волны.
7. Энергия электромагнитной волны. Перенос энергии волной.

ТЕМА 3.1. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Повторяющиеся циклические явления в окружающем нас мире, такие, как смена времен года, смена дня и ночи, колебания маятников и пружин, классифицируются как периодические.

Периодическое движение – движение, которое повторяется через равные промежутки времени.

Характеристикой такого движения является период.

Период – минимальный интервал времени, через который движение повторяется.

Через период частица вновь попадает в начальную точку движения и повторяет свой путь по прежней траектории. Различают два вида периодических движений: вращательное и колебательное.

Вращательное движение – движение в одном направлении по плоской замкнутой траектории (или пространственной траектории).

Колебательное движение – движение вдоль одного и того же отрезка с изменением направления движения.

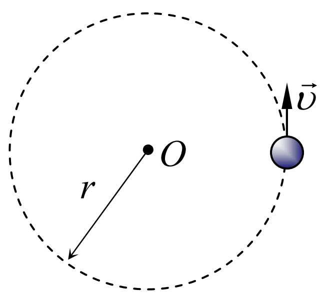


Рис. 62

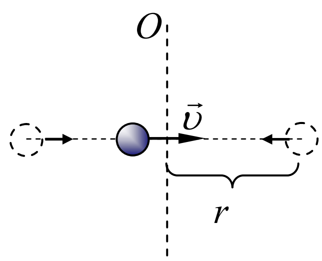


Рис. 63

Взаимосвязь двух видов периодического движения особенно наглядно проявляется при наблюдении вращения тела вокруг неподвижной оси в плоскости вращения.

Рассмотрим пример вращательного движения. Пусть шар вращается вокруг вертикальной оси *O*. Если мы будем наблюдать за движением шара сверху, то траекторией движения будет окружность радиусом *r* (рис. 62). Шар будет двигаться по ней все время в одном направлении, периодически повторяя свое движение. Но если мы посмотрим на шар сбоку (рис. 63), то его траектория движения будет представлять из себя некоторый отрезок длиной $2r$, вдоль которого и будет перемещаться шар, периодически изменяя направление своего движения, достигнув концов отрезков. Это пример колебательного движения.

Вращательное движение рассматривалось нами ранее в теме «Законы механического движения». Поэтому перейдем к рассмотрению колебательного движения, которое лежит в основе целого ряда явлений: звука, света, возникновения и распространения радиоволн, сейсмических волн и т.д.

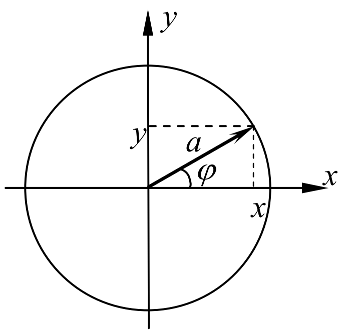


Рис. 64

Для получения закона колебательного движения воспользуемся координатным способом описания вращательного движения, так как вращательное движение относительно осей x и y можно рассматривать как колебательное. Координаты частицы (тела) по осям x и y связаны с радиусом окружности a и углом поворота φ следующими отношениями (рис. 64):

$$x = a \cdot \cos\varphi,\ y = a \cdot \sin\varphi.$$

Если частица движется по окружности с угловой скоростью ω, то за промежуток времени t её радиус-вектор поворачивается на угол $\varphi = \omega t$ (фаза), поэтому закон вращательного движения в координатной форме имеет вид:

$$x = a \cdot \cos(\omega t),\ y = a \cdot \sin(\omega t).$$

В случае когда в начальный момент времени радиус-вектор повернут на угол φ_0 (начальная фаза), $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ и закон вращательного движения принимает форму:

$$x = a \cdot \cos(\omega t + \varphi_0),\ y = a \cdot \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Как мы видим, координаты изменяются со временем по законам синуса и косинуса, такие колебания называются гармоническими.

Гармонические колебания – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса (косинуса).

Зависимость координаты x от времени t описывается уравнением $x = a \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$, где a – амплитуда колебания, ω – циклическая частота колебания, φ_0 – начальная фаза колебания.

Зависимость *x(t)* можно представить графически (рис. 65), где λ – длина волны, а T – период колебания.

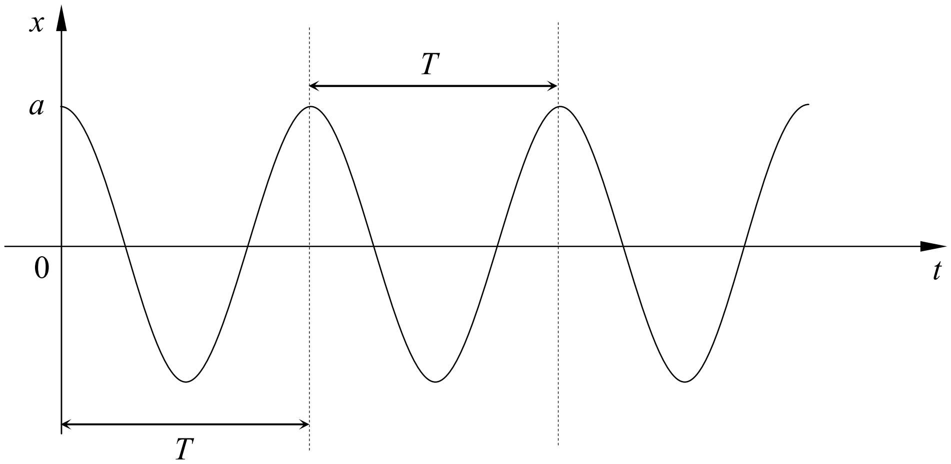


Рис. 65

Принципиально возможны *три вида колебаний* в системе под действием внешних и внутренних сил:

– свободные;
– вынужденные;
– автоколебания.

Свободные колебания – колебания, возникающие в системе под действием внутренних сил после того как система была выведена из состояния равновесия и предоставлена самой себе. Это такие колебания, которые возникают при однократном воздействии внешней силы (первоначальном сообщении энергии).

Свободные колебания делятся, в свою очередь, на *затухающие* (при наличии сил трения в колебательной системе) и *незатухающие* колебания (при отсутствии сил трения).

Для возникновения свободных колебаний необходимы следующие *условия*:

- колебательная система имеет положение устойчивого равновесия;
- колебательная система обладает инертностью;
- силы трения (сопротивления) в системе отсутствуют или пренебрежимо малы.

Вынужденные колебания – колебания, возникающие под действием внешних, периодически изменяющихся сил (при периодическом поступлении энергии извне к колебательной системе).

Рассмотрим простейшие примеры гармонических свободных колебаний: движение математического, пружинного и физического маятников.

Математический маятник

Математический маятник – это колебательная система, состоящая из груза, прикрепленного к идеальной (нерастяжимой, невесомой) нити, другой конец которой закреплен неподвижно. Размеры груза много меньше длины нити.

Ближе всего по своим свойствам к идеальному математическому маятнику подходит система из практически нерастяжимой, очень легкой нити и подвешенного к ней груза, размеры которого малы по сравнению с длиной нити, а масса велика по сравнению с ее массой. Центр тяжести такой системы можно считать совпадающим с центром тяжести груза.

Когда система находится в покое, сила тяжести, действующая на шарик, уравновешивается натяжением нити. Легко проверить, что состояние равновесия математического маятника является состоянием устойчивого равновесия. Если вывести груз из состояния равновесия, то возникает результирующая сил тяжести и натяжения нити (влиянием сопротивления воздуха движению груза можно пренебречь), стремящаяся вернуть тело к прежнему положению. Маятник колеблется около положения равновесия, так как груз, двигаясь к положению равновесия, проходит его и отклоняется в сторону, противоположную первоначальному смещению. Маятник переходит положение равновесия вследствие инерции.

Получим уравнение движения для математического маятника, находящегося в поле силы тяжести и отклоненного от состояния равновесия на угол φ (рис. 66). Система, выведенная из состояния устойчивого равновесия и предоставленная сама себе, совершает свободные колебания. На маятник действует возвращающая сила:

$$F = mg\sin\varphi,$$

где m – масса шарика, φ – угол отклонения.

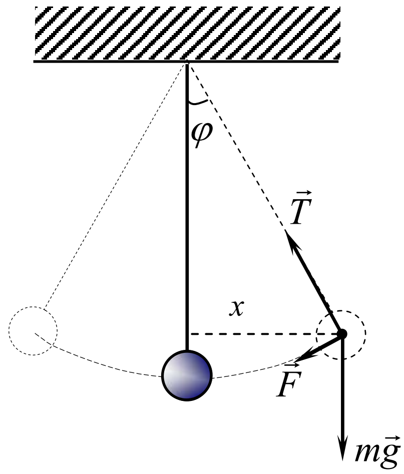


Рис. 66

Сила $\vec{F}$ направлена по касательной к траектории груза в сторону положения равновесия. Легко видеть, что возвращающая сила направлена в сторону, противоположную направлению возрастания x. Поэтому знак ускорения противоположен знаку смещения. По второму закону Ньютона:

$$-ma = F, \; -ma = mg\sin\varphi,$$

где ускорение можно представить как $a = \dfrac{d^2x}{dt^2}$, тогда уравнение примет вид:

$$-m\frac{d^2x}{dt^2} = mg\sin\varphi .$$

Данное уравнение называют уравнением движения математического маятника.

Рассмотрим случай, когда отклонение мало (φ не превышает 5°), тогда $\sin\varphi \approx \varphi \approx \dfrac{x}{l}$. Следовательно уравнение движения математического маятника можно представить в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{l}x .$$

Заметим, что малые колебания происходят под действием силы, возвращающей его к положению равновесия и пропорциональной величине смещения x.

Обозначим $\dfrac{g}{l} = \omega^2$, где ω – *круговая* или *циклическая частота*.

Тогда *уравнение математического маятника* примет вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x .$$

Так как циклическая частота $\omega = 2\pi\nu$ или $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, то период колебаний математического маятника вычисляется по формуле $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

Пружинный маятник

Рассмотрим случай возникновения гармонических колебаний пружинного маятника.

Пружинный маятник – это колебательная система, состоящая из упругой пружины, один край которой неподвижно закреплен, а к другому прикреплен груз. При этом масса пружины много меньше массы груза.

Пусть груз массой m закреплен на горизонтальной пружине, причем масса пружины мала по сравнению с массой груза и сила трения в системе отсутствует (рис. 67).

Если вывести груз из положения равновесия, то со стороны деформированной пружины на груз действует сила, направленная к положению равновесия и пропорциональная величине смещения, при условии, что изменение длины пружины невелико и выполняется закон Гука.

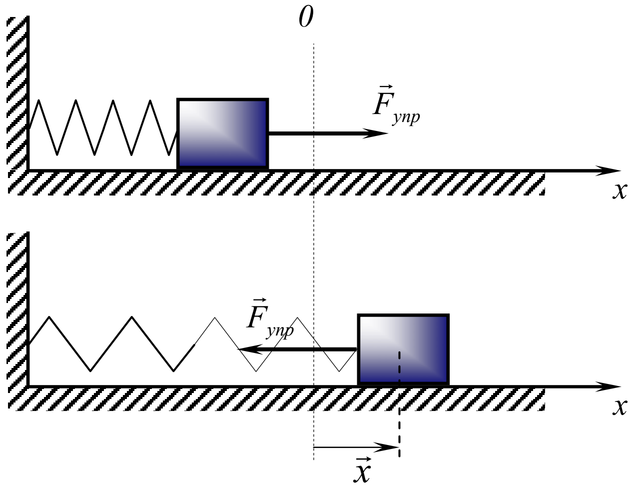


Рис. 67

Выведенный из положения равновесия груз движется под действием силы упругости пружины. Запишем второй закон Ньютона для движения пружинного маятника: $m\vec{a} = \vec{F}_{упр}$, где $\vec{F}_{упр} = -k\vec{x}$.

В проекциях на ось x второй закон Ньютона для движения пружинного маятника имеет вид:

$$ma = -kx.$$

Учитывая, что ускорение – это вторая производная от смещения, уравнение движения можно представить следующим образом: $m\dfrac{d^2x}{dt} = -kx$.

Разделив на m обе части выражения, получаем

$$\frac{d^2x}{dt} = -\frac{k}{m}x\,.$$

Это уравнение формально имеет тот же вид, что и уравнение движения для математического маятника. Обозначив $\frac{k}{m} = \omega^2$, получим уравнение, имеющее тот же вид, что и уравнение математического маятника

$$\frac{d^2x}{dt} = -\omega^2 x\,.$$

Период колебаний в случае с пружинным маятником вычисляется по формуле $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Физический маятник

Физический маятник – это колебательная система, представляющая собой тяжелое тело, свободно колеблющееся вокруг оси, не проходящей через его центр тяжести.

Рассмотрим колебание абсолютно твердого тела в вертикальной плоскости относительно горизонтальной неподвижной оси O (рис. 68). Так как ось вращения не проходит через центр тяжести, то момент силы тяжести, действующей на тело, отклоненное от равновесия, отличен от нуля.

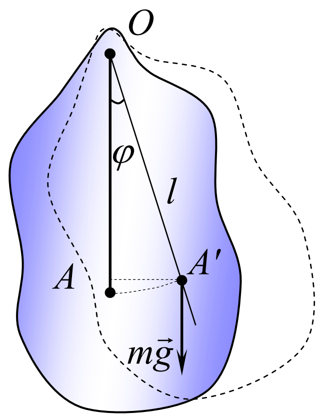


Рис. 68

Если центр тяжести лежит в точке A на расстоянии l от оси вращения, то момент силы тяжести относительно оси: $M = m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi$, где φ – угол, на который отклонена линия OA от вертикальной линии.

Момент силы направлен так, что тело движется к положению равновесия, в котором момент M становится равным нулю. Напишем уравнение моментов, полагая, что трение на оси отсутствует: $I \cdot \vec{\varepsilon} = \vec{M}$.

Учитывая, что $I \cdot \varepsilon = I \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2}$, тогда $I \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi$ или $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{m \cdot g \cdot l}{I}\sin\varphi$.

Ограничиваясь случаем малых отклонений при которых $\sin\varphi \approx \varphi$, найдем:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{m \cdot g \cdot l}{I}\varphi .$$

Введя обозначение $-\dfrac{m \cdot g \cdot l}{I} = \omega^2$, получим уравнение, совпадающее с уравнениями для математического и пружинного маятников:

$$\frac{d^2\varphi}{dt} = -\omega^2\varphi .$$

Период колебаний физического маятника определяется выражением:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot l}} .$$

Период колебания физического маятника тем больше, чем больше его момент инерции и чем меньше расстояние от оси вращения до центра масс.

Несложно заметить, что уравнения, описывающие движения выше рассмотренных колебательных систем, имеют одну и ту же форму: $\dfrac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ или $\dfrac{d^2\varphi}{dt^2} = -\omega^2\varphi$.

Решением данных уравнений являются функции

$$x_1(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0) \textbf{ и } x_2(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где ωt – фаза колебания; φ_0 – начальная фаза.

Так как $-1 \le \sin(\omega t + \varphi_0) \le 1$, то наибольшее смещение маятника от положения равновесия $\pm x_{\max} = A$, где A – амплитуда колебания.

Амплитуда и начальная фаза определяется начальным отклонением маятника от положения равновесия и скоростью υ_0, которая сообщается системе (в данном случае маятнику) в начальный момент времени. Допустим в момент времени $t = 0$ смещение $x = x_0$, а скорость тела $\upsilon = \upsilon_0$. Подставив эти значения в $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ и в равенство для скорости движения маятника $\upsilon = x' = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$, полученное дифференцированием по времени уравнения $x(t)$, получим $x_0 = A\sin\varphi_0$ и $\upsilon_0 = \omega A\cos\varphi_0$, откуда

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{\upsilon_0^2}{\omega^2}}\,,\qquad tg\varphi_0=\frac{\omega x_0}{\upsilon_0}\,.$$

В случае когда маятник только смещен от положения равновесия и отпущен без толчка ($\upsilon_0=0$), то $A=x_0$, $\varphi_0=\dfrac{\pi}{2}$ и $x=A\cos\omega t$.

Если телу сообщена начальная скорость υ_0, а $x_0=0$ (маятник ударом выведен из положения равновесия), то $A=\dfrac{\upsilon_0}{\omega}$, $\varphi_0=0$ и $x=\dfrac{\varphi_0}{\omega}\sin\omega t=A\sin\omega t$.

В первом случае отсчет времени начинается с момента, когда тело находится в положении наибольшего отклонения (в этот момент скорость меняет знак на противоположный, т.е. становится равной нулю). Во втором случае отсчет времени начинается, когда тело проходит положение равновесия (скорость максимальна). В остальных случаях начальная фаза φ_0 и амплитуда A рассчитываются по выше указанным формулам.

Энергия колебательного движения

Пусть система совершает собственные гармонические колебания. При отсутствии сил трения эти колебания продолжаются неограниченно долго, так как полная энергия замкнутой системы постоянна. Полная механическая энергия системы складывается из энергий кинетической и потенциальной. В процессе колебаний величина каждой из них периодически меняется: в положении наибольшего отклонения величина кинетической энергии равна нулю, так как скорость движения системы в этот момент обращается в нуль, а потенциальная энергия имеет максимальное значение. В положении равновесия потенциальная энергия приобретает минимальное значение, а величина кинетической энергии – максимальна (рис. 69).

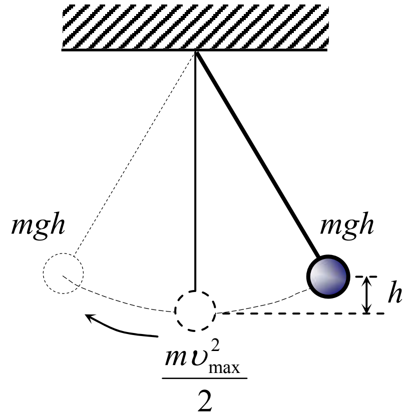


Рис. 69

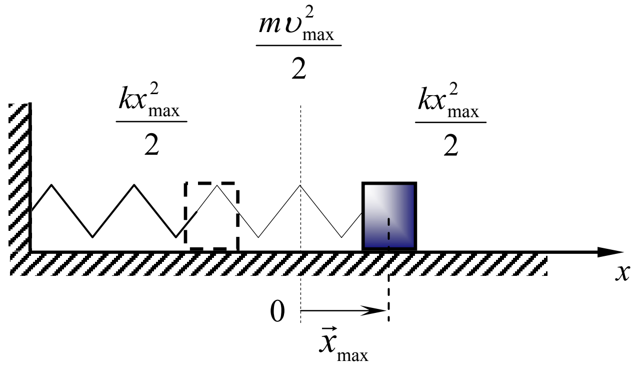


Рис. 70

Рассмотрим случай с пружинным маятником, когда маятник только смещен от положения равновесия и отпущен без толчка, т.е. $\upsilon_0 = 0$ (рис. 70). Тогда система будет совершать колебания по закону $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$. Подставим в формулы для кинетической энергии $E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}$ и для потенциальной энергии $E_p = \frac{kx^2}{2}$ зависимости $x(t)$ и $\upsilon(t)$:

$$E_k = \frac{mA^2\omega^2\sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2} = \frac{kA^2\sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2},$$

$$E_p = \frac{mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2} = \frac{kA^2\cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2},$$

где $k = m\omega^2$ – коэффициент жесткости.

Сравнивая данные выражения, видим, что E_k и E_p колеблются со сдвигом фаз, равным $\frac{\pi}{2}$, следовательно, минимуму кинетической энергии в положении максимального отклонения соответствует максимум потенциальной

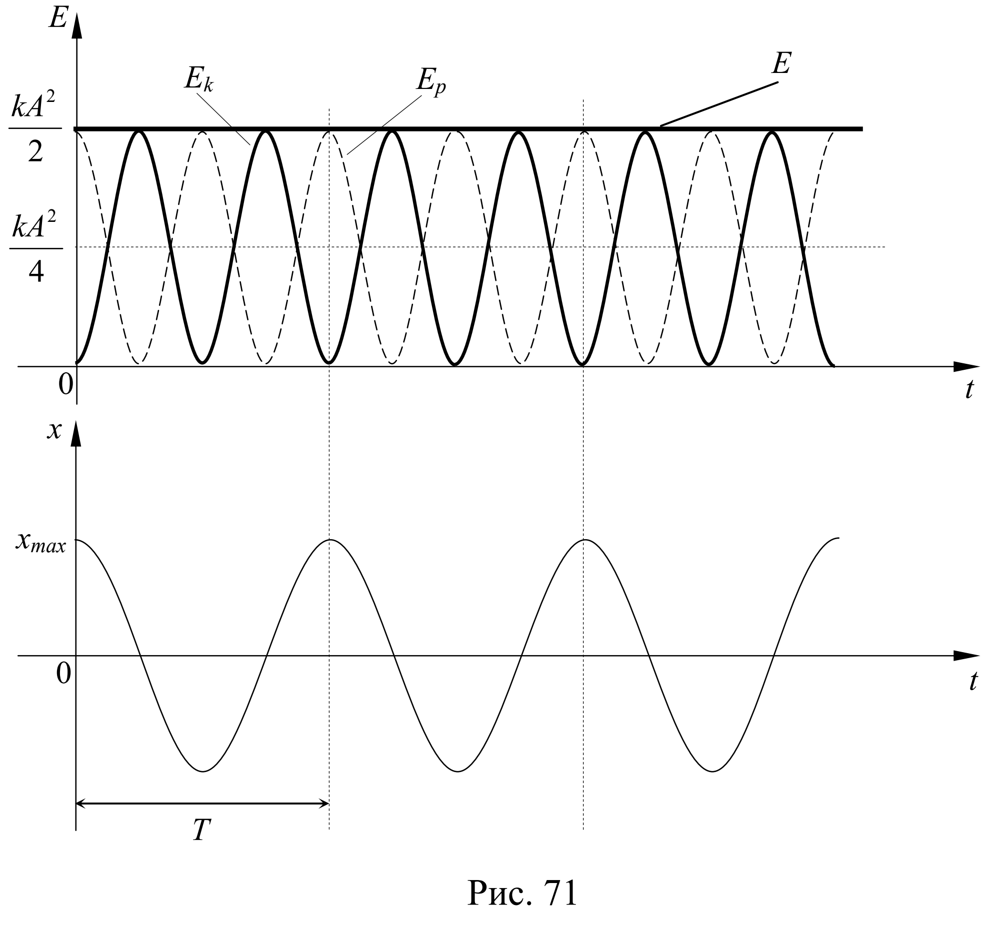


Рис. 71

энергии (рис. 71).

Выражения для энергий можно записать в следующем в виде:

$$E_k = \frac{kA^2}{4} - \frac{kA^2}{4}\cos\left(2\omega t + \varphi_0'\right)$$

$$E_p = \frac{kA^2}{4} + \frac{kA^2}{4}\cos\left(2\omega t + \varphi_0'\right)$$

Таким образом, кинетическая и потенциальная энергии совершают колебания около некоторого среднего значения $\frac{kA^2}{4}$, при этом колеблются с частотой, вдвое большей, чем частота колебания маятника, изменяясь от 0 до $\frac{kA^2}{2}$ в течение каждого полупериода колебаний системы (рис. 71).

Полная энергия системы в любой момент времени равна сумме потенциальной и кинетической энергий:

$$E = E_k + E_p = \frac{kA^2}{2} = const,$$

или $E = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$, если учитывать, что $k = m\omega^2$.

Затухающие колебания

Всякое реальное колебание происходит с постепенным расходованием энергии движения на работу против внешних сил (например, сил трения). При этом амплитуда и скорость колебательного движения убывают, следовательно, происходит затухание колебаний (рис. 72). Если расходование энергии происходит медленно, то их (колебания) можно рассматривать приближенно как периодические.

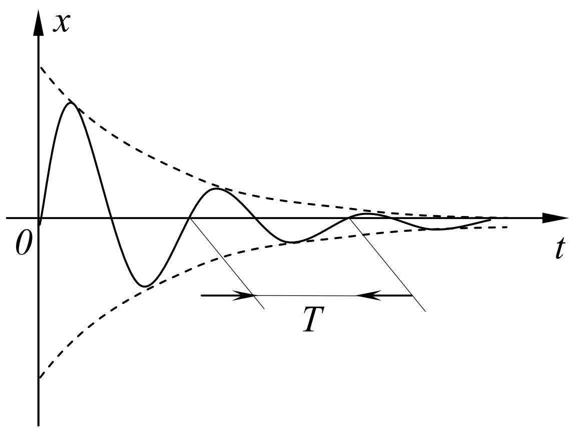


Рис. 72

Период затухающего колебания – время, в течение которого система дважды проходит положение равновесия в одном и том же направлении.

Амплитуда затухающего колебания – наибольшие значения смещения, скорости и ускорения, которых они достигают в пределах одного периода.

Закон убывания амплитуды затухающих колебаний зависит от характера сил сопротивления.

Пусть система колеблется под действием квазиупругой возвращающей силы в среде, сопротивление которой зависит от скорости линейно. Тогда по второму закону Ньютона движение маятника описывается уравнением:

$$m\frac{d^2x}{dt} = -kx - r\frac{dx}{dt},$$

где r – коэффициент сопротивления.

Это выражение называется дифференциальным уравнением свободных колебаний в среде с линейным сопротивлением.

Решением данного уравнения является следующая функция времени:

$$x(t) = A_0 e^{-\frac{r}{2m}t}\cos(\omega t + \varphi_0).$$

Величина $\beta = \frac{r}{2m}$ есть показатель затухания.

Значение $A_0\cos\varphi_0 = x_0$, которое принимает функция при t=0, является начальной амплитудой. Частота затухающих колебаний: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, где ω_0 – собственная частота.

Амплитуда колебаний убывает по экспоненциальному закону $A = A_0 e^{-\beta t}$. Графически изменение амплитуды со временем изображается огибающей кривой затухающих колебаний (пунктирная линия на рис. 72). Частота затухающих колебаний и показатель затухания определяются свойствами системы и среды, в которой происходит колебание. Величины A_0 и φ_0 определяются так же, как и для свободных незатухающих колебаний, начальными условиями.

Период затухающих колебаний, в соответствии с формулой $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}$, определяется выражением:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}}.$$

Период затухающих колебаний несколько больше периода колебаний той же системы в отсутствие затухания, что связано с некоторым замедлением движения, обусловленным силами сопротивления:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}} \quad > \quad T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}.$$

Вычислим отношение амплитуд $A_t = A_0 e^{-\beta \cdot t}$ и $A_{t+T} = A_0 e^{-\beta(t+T)}$, отстоящих друг от друга во времени на один период:

$$\frac{A_t}{A_{t+T}} = \frac{1}{e^{-\beta T}} = e^{\beta T} = const,$$

т.е. отношение амплитуд затухающего колебания постоянно во всё время колебаний. При условии, что амплитуды отстоят друг от друга на интервал времени, равный периоду. Натуральный логарифм этого отношения называется *логарифмическим декрементом затухания*:

$$\delta = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \beta T \text{ или } \delta = \frac{r}{2m} T.$$

Логарифмический декремент затухания характеризует быстроту убывания амплитуды.

Теоретически амплитуда колебания, убывающая по экспоненциальному закону, обращается в ноль (т.е. колебания полностью затухают) через бесконечно большой промежуток времени. Но практически величина их становится равной нулю спустя конечное время. Обычно считают, что колебание затухло, если амплитуда стала меньше 0,01 начальной величины.

Если коэффициент сопротивления среды r достаточно велик, то движение системы теряет черты колебательного движения. Система просто движется медленно к положению равновесия. Колебания, при которых вследствие большого трения система не колеблется, а лишь медленно движется к положению равновесия, называются *апериодическими*.

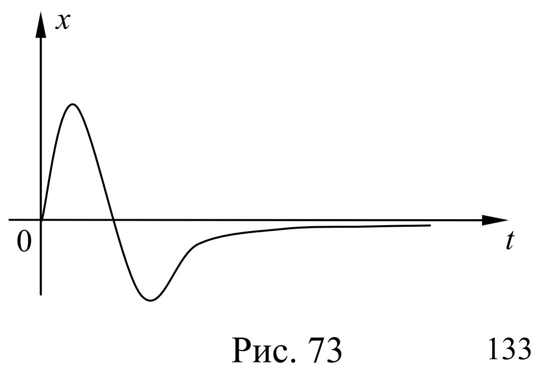


Рис. 73

Движение системы переходит к апериодическому колебанию при условии, что $r = \sqrt{km}$ (рис. 73).

Вынужденные колебания

Система, выведенная из положения равновесия, совершает, как мы видели, свободные затухающие колебания, зависящие только от параметров системы и сопротивления среды. Для поддержания колебаний такой системы необходимо восполнять убыль энергии в ней за счет работы внешних сил. Такие колебания станут тогда *вынужденными*.

Вынужденные колебания происходят по тому же закону, по которому колеблется внешняя сила, и период их равен периоду колебаний внешней силы, также частота вынужденных колебаний определяется вынуждающей силой.

Рассмотрим установившиеся колебания системы, на которые действует внешняя сила, величина которой меняется по гармоническому закону:

$$F = F_0 \cos(\omega t).$$

Запишем второй закон Ньютона для описания движения данной системы:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx + r\frac{dx}{dt} = F_0 \cos(\omega t),$$

где $F_в = -kx$ – возвращающая сила, $F_c = -r\dfrac{dx}{dt}$ – сила сопротивления среды.

Так как установившиеся колебания должны происходить также по гармоническому закону и с той же частотой, что и колебания внешней силы, то решение уравнения примет вид:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где φ – сдвиг фаз.

Величина сдвига фаз φ и амплитуду колебания A вычисляются по формулам:

$$A = \frac{F_0}{m \cdot \sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \quad tg\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

где ω_0 – собственная частота колебаний системы, β – показатель затухания.

Из последнего равенства следует, что при отсутствии затухания в системе ($\beta = 0$) сдвиг фаз между вынуждающей силой и колебаниями системы также равен нулю ($\varphi = 0$).

Амплитуда вынужденных колебаний пропорциональна амплитуде вынуждающей силы. Если затухание в системе весьма мало ($\beta \approx 0$), то амплитуда колебания данной системы зависит от частоты вынуждающей силы ω. Пусть частота вынуждающей силы много меньше собственной частоты колебательной системы $\omega << \omega_0$, тогда амплитуда колебания $A \approx \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}$, т.е. амплитуда примерно равна статическому смещению, которое может создать постоянная сила F_0. При увеличении ω разность $\omega_0^2 - \omega^2$ убывает. При $\omega_0^2 = \omega^2$ амплитуда вынужденных колебаний теоретически должна возрасти до бесконечно большой величины, но так как во всякой реальной системе имеет место затухание ($\beta \neq 0$), то амплитуда приобретает лишь некоторое максимальное значение ($A = A_{\max}$).

Максимум амплитуды можно найти, приравняв к нулю производную от выражения $((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2)$, тогда частота вынуждающей силы, при которой амплитуда принимает максимальное значение, равна $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \omega_{рез}$.Эта частота называется *резонансной частотой*.

В системе, для которой затухание мало так, что можно считать $\beta = 0$, резонанс наступает при частоте вынуждающей силы, равной собственной частоте системы:

$$\omega_{рез} = \omega_0 .$$

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний системы при приближении частоты действующей на нее внешней силы к собственной частоте этой системы, называется *резонансом*.

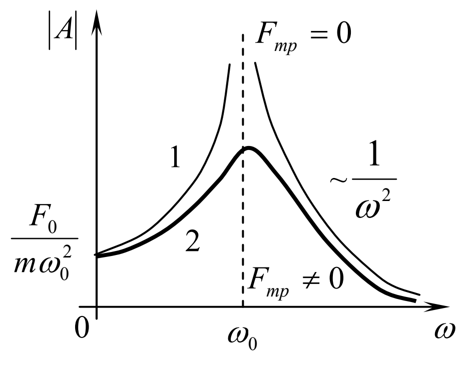


Рис. 74

Частота вынуждающей силы, при которой возникает резонанс, называется резонансной частотой $\omega_{рез}$, а величина максимальной амплитуды называется резонансной амплитудой: $A_{рез} = \dfrac{F_0}{2m\beta \cdot \sqrt{(\omega_0^2 - \beta^2)}}$.

Графическое изображение зависимости амплитуды колебаний от частоты вынуждающей силы $A(\omega)$ есть амплитудная резонансная кривая (рис. 74).

Резонансные кривые:

1) при отсутствии сил сопротивления $(\beta = 0)$;

2) при наличии сил сопротивления $\beta \neq 0$.

Сложение колебаний

Колеблющаяся частица одновременно может участвовать в нескольких колебательных движениях. Чтобы найти результирующее колебание, необходимо сложить все колебания, в которых участвует частица. Для этого удобно использовать метод векторных диаграмм, в котором гармоническое колебание представляют в виде вектора. Модуль этого вектора равен амплитуде колебания, а угол, образуемый вектором с осью *x*, равен начальной фазе колебания (рис. 75).

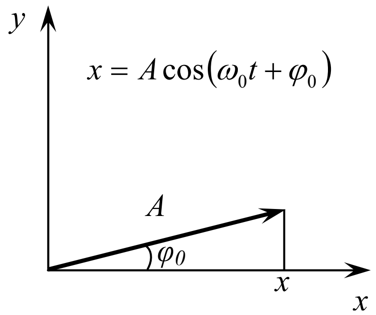


Рис. 75

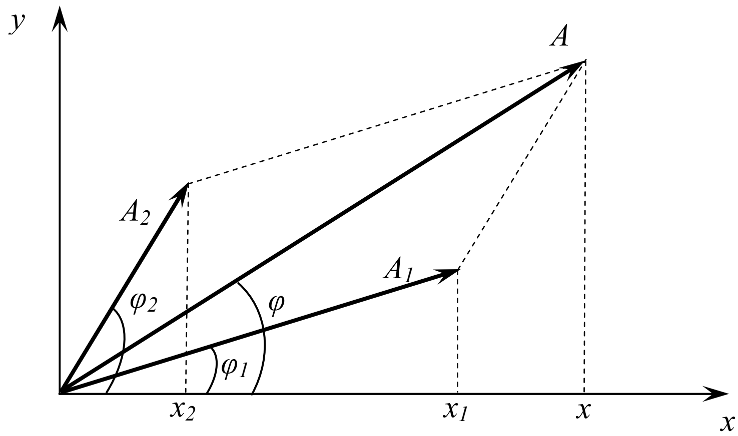


Рис. 76

Пусть частица участвует в двух гармонических колебаниях одного направления и одинаковой частоты, задаваемых уравнениями:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1);$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2).$$

Сложим эти колебания, используя метод векторных диаграмм (рис. 76). Так как векторы A_1 и A_2 вращаются с одинаковой угловой скоростью ω_0, то разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ между ними остается постоянной. Из векторной диаграммы видно, что уравнением результирующего колебания будет выражение: $x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$. В этом выражении амплитуда A и начальная фаза φ задаются соотношениями:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1);$$

$$tg\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Таким образом, частица, участвуя в двух гармонических колебаниях одного направления и одинаковой частоты, совершает также гармоническое колебание в том же направлении и с той же частотой, что и складываемые колебания.

Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз складываемых колебаний:

1) Если $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$, то сложение колебаний происходит в фазе и амплитуда результирующего колебания A равна сумме амплитуд складываемых колебаний ($A=A_1+A_2$);
2) Если $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2n+1)\pi \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$, то сложение колебаний происходит в противофазе и амплитуда результирующего колебания A равна разности амплитуд складываемых колебаний $A = |A_1 - A_2|$.

Особый интерес представляет случай, когда два складываемые гармонические колебания одинакового направления мало отличаются по частоте. В результате сложения этих колебаний получаются колебания с периодически изменяющейся амплитудой. Периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами, называются *биениями*.

Пусть частица участвует в двух гармонических колебаниях с одинаковыми амплитудами A и близкими частотами ω и $\omega + \Delta\omega$, причем $\Delta\omega << \omega$. Уравнения, описывающие эти колебания, выглядят следующим образом:

$$x_1 = A\cos\omega t;$$

$$x_2 = A\cos(\omega + \Delta\omega)t.$$

При сложении этих выражений получается уравнение, описывающее результирующее колебание:

$$x = \left(2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t \right)\cos\omega t .$$

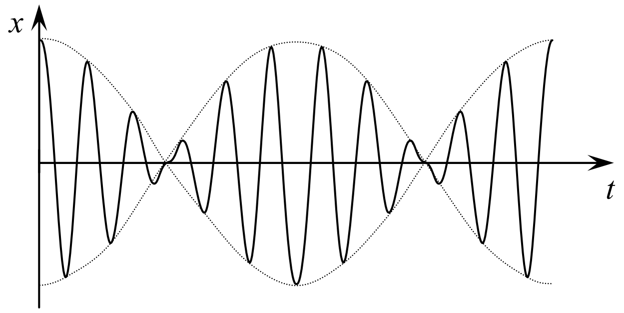


Рис. 77

Полученное результирующее колебание x можно рассматривать как гармоническое колебание с частотой ω, амплитуда которого $A_б$ изменяется по закону $A_б = 2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t$. Характер результирующего колебания показан на рис. 77 сплошной линией. Огибающая её пунктирная линия – график медленно меняющейся амплитуды.

Дополнительное чтение

1 *Применение резонанса и борьба с ним.* Если какая-либо колебательная система находится под действием внешней периодической силы, то может наступить резонанс, т.е. возникает резкое возрастание амплитуды, которое может вызывать как полезные последствия, так и негативные.

Так, на явлении резонанса основано устройство частотометра – прибора дял измерения частоты переменного тока. Также явление резонанса используется в вибромашинах в горнодобывающей промышленности, а также при разработке мерзлого грунта, т.к. позволяет с помощью сравнительно малой силы получить значительное увеличение амплитуды колебаний.

В случае резонанса амплитуда колебаний может возрасти настолько, что возможна поломка машин, технических устройств. Так, при переходе через мост воинским частям запрещается идти в ногу. Строевой шаг приводит к периодическому воздействию на мост. Если случайно частота этого воздействия совпадет с собственной частотой моста, то он может разрушиться.

Избежать нежелательного резонанса можно и изменяя частоту собственных колебаний системы. Пластилин, прикрепленный в центре оконного стекла, предотвращает его дребезжание, возникающее при проезде автомашин мимо окон, так как эффективное увеличение массы стекла изменяет частоту его собственных колебаний.

2 Незатухающие вынужденные колебания поддерживаются в системе действием внешней периодической силы. Но если в самой системе, в которой могут существовать свободные колебания, имеется источник энергии, при этом сама система будет регулировать поступление энергии на компенсацию потерь энергии, то в ней (в колебательной системе) могут возникнуть незатухающие колебания. Системы, в которых генерируются незатухающие колебания за счет поступления энергии от источника внутрь системы, называются *автоколебательными*. Колебания, существующие в системе без воздействия на нее внешних сил, называются *автоколебаниями*.

Вопросы для самопроверки

1. Какое движение называют периодическим?
2. Каковы признаки периодического движения?
3. Каков физический смысл периода?
4. Перечислите основные виды периодического движения.
5. Дайте определения вращательного и колебательного движений.
6. Какова связь между колебательным и вращательным движениями?
7. Какие физические величины позволяют описать колебательное движение? Какова связь между ними?
8. Опишите колебательное движение, используя координатный способ.
9. Дайте определения свободным колебаниям.
10. При каких условиях возникают свободные колебания?
11. Что называют незатухающими колебаниями? вынужденными?
12. Приведите простейшие примеры колебательных систем.
13. Получите уравнение движения математического маятника.
14. Каков физический смысл циклической частоты колебаний?
15. Чему равна циклическая частота колебаний математического маятника?
16. Установите связь между периодом свободных колебаний математического маятника и его длиной.
17. Получите уравнение движения пружинного маятника.
18. Чему равна циклическая частота колебаний пружинного маятника?
19. Установите связь между периодом свободных колебаний пружинного маятника и его параметрами.
20. Получите уравнение движения физического маятника.
21. Чему равна циклическая частота колебаний физического маятника?
22. Установите связь между периодом свободных колебаний физического маятника и его параметрами.
23. Установите связь между амплитудой колебаний и начальными параметрами колебаний (начальными отклонением и скоростью).

24. Какая связь между начальными параметрами колебательной системы (фазой, скоростью, отклонением)?
25. При каких условиях колебательное движение описывается функцией синуса, а при каких – косинуса?
26. Опишите процесс колебаний с энергетической точки зрения.
27. Сопоставьте графическим способом преобразования энергии в колебательной системе и координаты колеблющегося тела.
28. Получите зависимости кинетической и потенциальной энергий от времени в колебательной системе.
29. Чему равна полная энергия колебательной системы?
30. Какие колебания называют затухающими? При каких условиях возникают затухающие колебания?
31. Какие физические величины описывают затухающие колебания?
32. Запишите дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний.
33. Какая функция описывает зависимость координаты тела от времени при затухающих колебаниях? Какой функцией определяется циклическая частота затухающих колебаний?
34. Какие параметры определяют период затухающих колебаний? Какая между ними связь?
35. Что называется логарифмическим декрементом затухания? Каков его физический смысл?
36. Установите связь между логарифмическим декрементом затухания и периодом затухающих колебаний.
37. Какие колебания называют апериодическими? При каких условиях возникают апериодические колебания?
38. Какие условия необходимы для возникновения вынужденных колебаний?
39. Опишите вынужденные колебания на основе второго Ньютона. Запишите дифференциальное уравнение вынужденных колебаний.
40. Установите связь между амплитудой вынужденных колебаний и параметрами колебательной системы.
41. Какое явление называется резонансом?
42. Каковы условия возникновения резонанса в колебательной системе?

43. Что называется резонансной частотой?
44. Какова связь между резонансной частотой и параметрами колебательной системы? Запишите формулу.
45. Установите графически связь между амплитудой колебаний и частотой вынуждающей силы.
46. Где применяется явление резонанса? Приведите примеры борьбы с резонансом.
47. Какие методы позволяют описать движение частицы, если она участвует в двух и более колебаниях одновременно? Опишите эти методы.
48. Что называется биениями? При каких условиях возникают биения?
49. Дайте определение автоколебаниям. Каковы условия их возникновения?

Задачи для самостоятельной работы

3.1. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 5 *см*, если за время t=1 *мин* совершается 150 колебаний и начальная фаза колебаний $\varphi=\pi/4$. Начертить график этого движения.

3.2. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 0,1 *м*, периодом T=4 *с* и начальной фазой φ =0.

3.3. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 50 *мм*, периодом T=4 *с* и начальной фазой $\varphi=\pi/4$. Найти смещение x колеблющейся точки от положения равновесия при t=0 и t=1,5 *с*. Начертить график этого движения.

3.4. Через какое время от начала движения точка, совершающая гармоническое колебание, сместится от положения равновесия на половину амплитуды? Период колебаний 24 *с*, начальная фаза φ =0.

3.5. Через какое время от начала движения точка, совершающая колебательное движение по уравнению $x = 7\sin\frac{\pi}{2}t$, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?

3.6. Уравнение движения точки дано в виде $x = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$см. Найти период колебаний, максимальную скорость и максимальное ускорение точки.

3.7. Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний T=2 *с*, амплитуда A=50 *мм*, начальная фаза φ=0. Найти скорость точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия x=25 *мм*.

3.8. Начальная фаза гармонического колебания φ=0. При смещении точки от положения равновесия x_1=2,4 *см* скорость точки υ_1=3 *см/с*, а при смещении x_2=2,8 *см* ее скорость υ_2=2 *см/с*. Найти амплитуду и период этого колебания.

3.9. Уравнение колебания материальной точки массой m=16 *г* имеет вид $x = 0{,}1\sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{4}\right)$. Построить график зависимости от времени (в пределах одного периода) силы, действующей на точку. Найти максимальную силу.

3.10. Уравнение колебаний материальной точки массой m=10 *г* имеет вид $x = 5\sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$ *м*. Найти максимальную силу, действующую на точку, и полную энергию колеблющейся точки.

3.11. Найти отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов времени: а) t=T/12 б) t=T/8; в) t=T/6. Начальная фаза колебаний φ=0.

3.12. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, 30 *мкДж*, максимальная сила, действующая на тело, 1,5 *мН*. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний 2 *с* и начальная фаза π/3.

3.13. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковым периодом T=8 *с* и одинаковой амплитудой A=0,02 *м*. Разность фаз между этими колебаниями $\varphi_2 - \varphi_1$=π/4. Начальная фаза одного из этих колебаний равна нулю.

3.14. Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, данных уравнениями $x_1 = 4\sin(\pi t)$*см* и $x_2 = 3\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$*см*. Написать уравнение результирующего колебания. Начертить векторную диаграмму сложения амплитуд.

3.15. К пружине подвешен груз. Максимальная кинетическая энергия колебаний груза равна 1 *Дж*. Амплитуда колебаний составляет 5 *см*. Найти жесткость пружины.

ТЕМА 3.2. МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Существует два фундаментальных способа передачи энергии и импульса между двумя точками пространства:

- непосредственное перемещение частицы из одной точки в другую;
- перенос энергии без переноса вещества в результате последовательной передачи энергии и импульса от одной частицы среды к другой в результате их взаимодействия.

Второй способ передачи энергии и импульса называется волновым процессом.

Волновой процесс – это процесс распространения колебаний в сплошной среде, периодический во времени и в пространстве.

В результате внешнего воздействия на среду в ней возникает возмущение – отклонение частиц среды от положения равновесия.

Волна (механическая) – возмущения (колебания), которые распространяются со временем в пространстве в упругой среде.

В природе и технике мы встречаем разнообразие волн: зыбь океанов, волны землетрясения, волны звука и так далее (в том числе электромагнитные волны – свет, радио). При всех различиях в происхождении и проявлении волн они обладают целым рядом общих свойств. Эти свойства могут быть выявлены и математически описаны в общем виде, одинаковом для различных систем.

Волна характеризуется такими параметрами, как скорость (υ), длина волны (λ), период (T).

Длина волны – расстояние между ближайшими частицами среды, испытывающими в один и тот же момент времени одинаковое смещение и колеблющимися в одной фазе. Иными словами, длина волны – это расстояние, на которое распространяется волна за период колебаний ее источника:

$$\lambda = \upsilon T .$$

Поверхности равной фазы называются *волновыми поверхностями*. Линия, перпендикулярная к волновой поверхности, называется *лучом*. Под направлением распространения волн понимают направление лучей. Вдоль лучей происходит перенос энергии.

Скорость механической волны – скорость распространения возмущений (колебаний) в среде:

$$\upsilon = \lambda \nu .$$

Существуют волны следующих видов: продольные, поперечные и поверхностные.

Продольные волны – волны, в которых смещения частиц среды от положения равновесия происходят в направлении распространения волны (звук, удар по пружине и так далее – в любой среде) (рис. 78).

Поперечные волны – волны, в которых смещения частиц среды от положения равновесия происходят перпендикулярно направлению распространения волны (сейсмические волны, волны в шнуре) (рис. 79).

Рис. 78

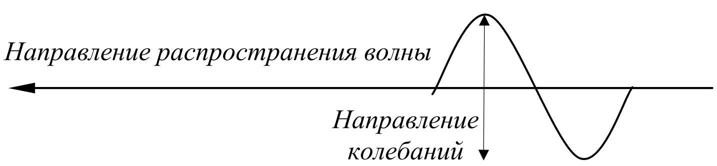


Рис. 79

Поверхностные волны – волны, возникающие на поверхности раздела двух сред с разной плотностью (волны на поверхности воды, волны в атмосфере с разной температурой).

Рассмотрим процесс возникновения механической волны. Система, помещенная в какую-либо среду (например воздух), колеблясь, взаимодействует с частицами, находящимися в прилегающем слое этой среды. Допустим, система совершает колебания по гармоническому закону, тогда и сила, с которой она действует на частицы среды, заставляя их колебаться, также меняется по гармоническому закону.

Частицы среды, прилегающие к системе, приходят в колебательное движение практически одновременно с возникновением колебаний системы. Очевидно, что частица, отстоящая от системы на расстоянии x в направлении распространения колебаний, начнет колебаться, когда до нее дойдет начало возмущения среды, распространяющегося со скоростью $\vec{\upsilon}$.

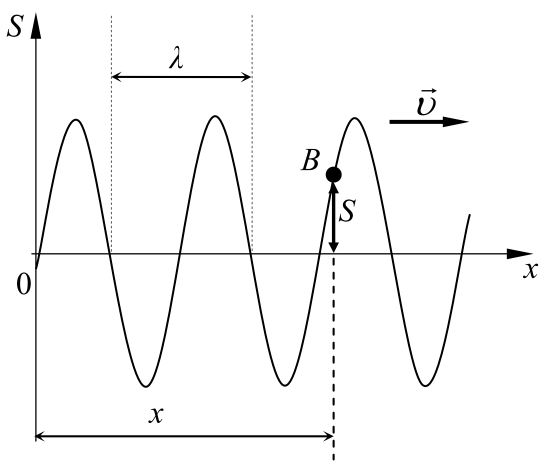


Рис. 80

На графике (рис. 80) представлена гармоническая поперечная волна, распространяющаяся со скоростью $\vec{\upsilon}$ вдоль оси x, т.е. приведена зависимость между смещением S частиц, участвующих в волновом процессе, и расстоянием x этих частиц от источника колебаний для какого-то фиксированного момента времени t. Если колебания системы происходят по закону $S = A\sin\omega t$, где S – смещение частицы от положения равновесия, то частица B среды, отстоящая от источника колебаний на расстоянии x, колеблется по тому же закону, но в момент t она имеет смещение S, которое имела частица, прилегающая к возмущающей системе, в момент времени $t - \frac{x}{\upsilon}$. Таким образом, частицы среды смещаются по закону: $S = A\sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right)$ – это выражение называется *уравнением бегущей волны*.

Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, запишем уравнение бегущей волны следующим образом:

$$S = A\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\upsilon T}\right)\right) \text{ или } S = A\sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right).$$

Частицы среды колеблются с одинаковой амплитудой, но точка, отстоящая на x от начальной, имеет относительно нее сдвиг фаз $\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda}$. На расстоянии одной длины волны фаза колебания изменяется на 2π.

Величина $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{\upsilon}$ есть *волновое число*. Оно показывает, сколько длин волн укладывается на отрезке длиной 2π.

Тем самым уравнение бегущей волны принимает вид: $S = A\sin(\omega t - kx)$.

Чтобы найти скорость $\vec{u}$, с которой смещается в волне колеблющаяся частица среды, возьмем производную $S'(t)$ по времени, считая, что $x=const$:

$$u = \frac{\partial S}{\partial t} = \omega A \cos(\omega t - kx) \text{ или } u = \frac{\partial S}{\partial t} = \omega A \sin\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right).$$

Полученное выражение позволяет утверждать, что скорость частиц в волне меняется по тому же закону, что и смещение S, и сдвинута по оси влево на $\frac{\pi}{2}$. Когда смещение максимально, скорость частицы стремится к нулю, и, наоборот, когда смещение равно нулю, то скорость принимает максимальное значение.

Продифференцировав по времени уравнение скорости, получим закон изменения ускорения $\vec{j}$ с течением времени:

$$j = \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t - kx) \text{ или } j = -\omega^2 S.$$

Уравнение для ускорения частицы в волне $\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -\omega^2 S$ аналогично уравнению свободных колебаний. Таким образом, можно утверждать, что каждая частица среды, участвующая в волновом движении, совершает свободные гармонические колебания около собственного положения равновесия.

Если умножить левую и правую части уравнения $\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -\omega^2 S$ на m, легко увидеть, что распространение волны в среде обусловлено действием упругих сил:

$$m\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -\omega^2 m S,$$

где m – масса частицы, $\omega^2 m$ – коэффициент упругости (см. раздел «Механические колебания»), а $m\frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$ – упругая сила, под действием которой происходит смещение частиц. Таким образом, распространение волны обусловлено действием упругих сил, величина которых пропорциональна деформации.

В твердых телах, поскольку в них возникают упругие силы при продольных и поперечных деформациях, распространяются как продольные, так и поперечные волны. В жидкостях и газах, которые не оказывают сопротивления деформациям сдвига, возникают и распространяются только продольные волны.

Для того чтобы найти распределение деформаций в поперечной волне, рассмотрим две частицы среды, отстоящие друг от друга на расстоянии Δx.

Если смещение одной частицы S_1, а второй S_2, то длина участка Δx изменится на $\Delta S = S_2 - S_1$ (рис. 81).

Относительная деформация участка Δx равна $\varepsilon = \dfrac{\Delta S}{\Delta x}$, если $\Delta x \to 0$, то относительная деформация $\varepsilon = \dfrac{dS}{dx}$. Физический смысл ε заключается в том, что величина деформаций зависит от разности смещений близких частиц относительно направления распространения волны.

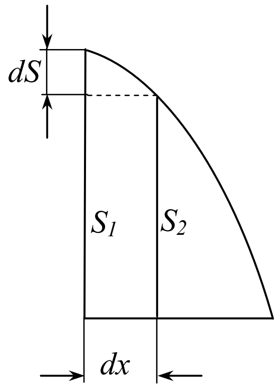


Рис. 81

Разность смещений оказывается наибольшей в области, где частицы проходят положение равновесия, т.к. одни частицы имеют положительное смещение, а близкие к ним – отрицательное. В области, где частицы достигли максимального смещения, эта разность минимальная, а для бесконечно близких частиц равна нулю.

На рис. 82 изображена гармоническая поперечная волна с обозначенными смещениями частиц. Из рисунка видно, что величины относительных смещений частиц различны в зависимости от области, в которой эти смещения происходят, так $\varepsilon_2 > \varepsilon_1 > \varepsilon_3$.

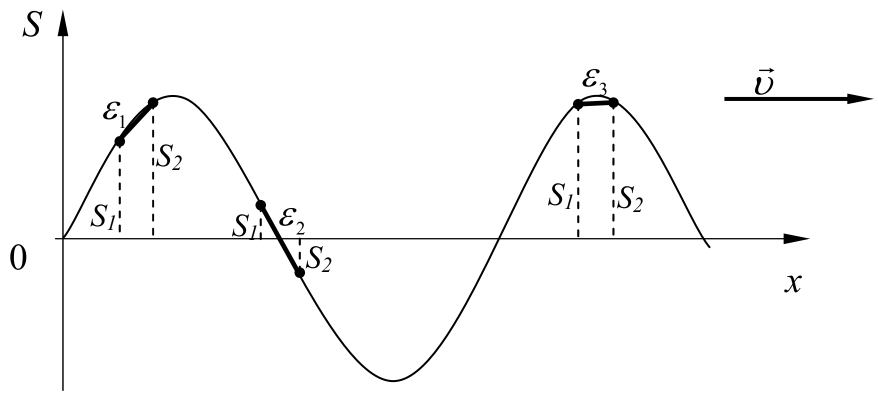


Рис. 82

Уравнение $\varepsilon = \dfrac{dS}{dx}$ позволяет описать распределение деформаций в волне. Для нахождения закона распределения деформаций в волне надо взять производную по x от функции, выражающей закон распределения смещений $S = A\sin(\omega t - kx)$:

$$\varepsilon = \frac{dS}{dx} = -Ak\cos(\omega t - kx) = -A\frac{\omega}{\upsilon}\cos(\omega t - kx), \text{ где } k = \frac{\omega}{\upsilon}.$$

Учитывая, что $\omega A\cos(\omega t - kx) = \dfrac{\partial S}{\partial t} = u$, относительная деформация равна:

$$\varepsilon = -\frac{u}{\upsilon}.$$

Данное выражение позволяет описать связь между относительной деформацией и скоростью частицы с учетом их направления.

Анализ уравнений, описывающих скорость смещения частицы $\vec{u}$ и относительную деформацию ε, показывает, что скорость и деформация сдвинуты относительно друг друга по фазе на π, т.е. находятся в противофазе (при максимальной деформации скорость максимальна и противоположна ей по знаку, при минимальной деформации скорость минимальна и также противоположна ей по знаку).

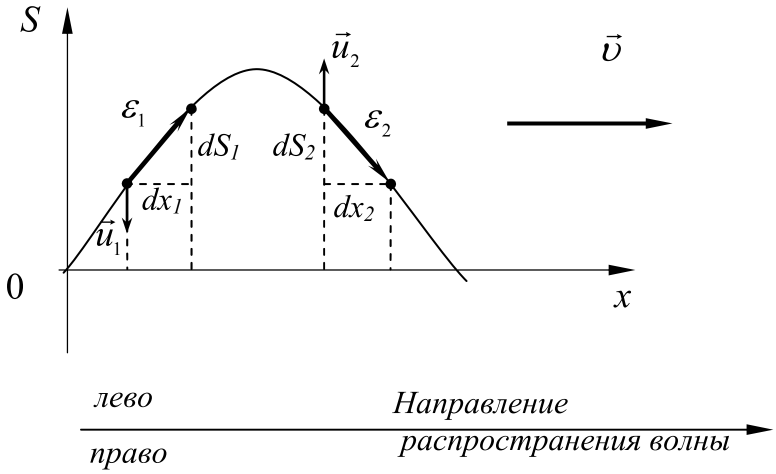


Рис. 83

Рассмотрим мгновенное распределение смещений в поперечной волне (рис. 83). В случае когда скорость частицы среды направлена вниз ($u < 0$), сдвиг (деформация) направлен влево относительно направления распространения ($\varepsilon > 0$). В случае когда скорость частицы направлена вверх ($u > 0$), то сдвиг происходит вправо ($\varepsilon < 0$).

Итак, в результате дифференцирования $\frac{dS}{dx}$ мы установили связь между относительной деформацией (относительным смещением) ε и скоростью колебания частицы $\vec{u}$. Возьмем производную от ε по x:

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = \frac{d^2S}{dx^2} = -\frac{\omega^2}{\upsilon^2} A\sin(\omega t - kx).$$

Сопоставив полученное выражение с уравнением $\frac{d^2S}{dt^2} = \omega^2 A\sin(\omega t - kx)$, заметим, что

$$\frac{d^2S}{dx^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{d^2S}{dt^2}.$$

Данное уравнение называется *дифференциальным уравнением волнового движения.* Решением этого уравнения является функция $S = A\sin(\omega t - kx)$, которая описывает синусоидальные и косинусоидальные волны.

Перенос энергии волной

В начале раздела говорилось о том, что волновой процесс позволяет переносить энергию в пространстве без переноса вещества, а также что источником волнового движения в среде является колебательная система. За счет ее энергии возникают колебания частиц среды, прилегающих к колебательной системе. Эти частицы передают энергию следующим за ними и так далее. Передача энергии от колеблющегося тела к частицам окружающей среды называется *излучением*. То есть волна является переносчиком энергии в среде.

Рассмотрим передачу механической энергии волной, т.е. найдем закон распределения энергии в волне.

Выделим в области среды, возмущенной распространяющейся волной, малый участок объемом V и массой m (рис. 84). Если плотность среды ρ, то $V = \frac{m}{\rho} = \Omega\Delta x$, где Ω – площадь сечения этого участка, Δx – расстояние между сечениями.

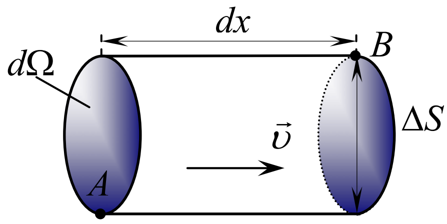


Рис. 84

При прохождении волны благодаря разности смещений ΔS частиц A и B, лежащих в сечениях, отстоящих друг от друга на расстоянии Δx, возникает относительная деформация участка между сечениями $\frac{\Delta S}{\Delta x} = \varepsilon$ и упругая сила.

Бесконечно малый участок волны обладает потенциальной и кинетической энергиями. Так, потенциальная энергия данного участка волны равна:

$$W_p = \frac{k\Delta S^2}{2} = \frac{EV}{2}\left(\frac{dS}{dx}\right)^2 = \frac{\rho \cdot \upsilon^2 \cdot V}{2} \cdot \left(\frac{dS}{dx}\right)^2,$$

где $E = \frac{k\Delta x}{\Omega} = \rho\upsilon^2$ – модуль Юнга возмущенного участка, ρ – плотность этого участка.

Кинетическая энергия рассматриваемого нами участка волны определяется формулой $W_k = \frac{mu^2}{2} = \frac{\rho V}{2}\left(\frac{dS}{dt}\right)^2$, где $m = \rho V$.

Полная энергия возмущенного участка равна сумме его потенциальной и кинетической энергий: $W = W_p + W_k = \frac{\rho V}{2}\left[\left(\frac{dS}{dt}\right)^2 + \upsilon^2\left(\frac{dS}{dx}\right)^2\right]$.

С учетом того, что $\frac{dS}{dt} = A\omega\cos(\omega t - kx)$ и $\frac{dS}{dx} = -A\frac{\omega}{\upsilon}\cos(\omega t - kx)$, полная энергия выражается следующим образом:

$$W = \rho A^2\omega^2 V\cos^2(\omega t - kx),$$

т.е. энергия участка волны прямо пропорциональна плотности среды и квадратам амплитуды и частоты колебаний частиц среды.

Таким образом, значение полной энергии волны есть величина переменная. При распространении волны энергия из одного участка среды переходит в другие. Деформированные участки среды в волне движутся и передают тем самым свою энергию соседним участкам среды. Энергия течет со скоростью распространения волны в направлении распространения бегущей волны.

Для энергетической характеристики волны удобно пользоваться такими понятиями, как плотность энергии (e) и поток энергии (Q).

Плотность энергии – количество энергии, приходящееся на единицу объема: $e = \frac{W}{V}$. Единица измерения плотности энергии – $\frac{Дж}{м^3}$.

Приняв во внимание выражение для полной энергии, получим:

$$e = \rho a^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx).$$

Плотность энергии в волне непрерывно меняется со временем, поэтому нам необходимо найти среднее значение плотности энергии. В пределах одного периода оно составляет половину амплитудного значения плотности энергии: $\bar{e} = \frac{1}{2}\rho a^2 \omega^2$.

Плотность потока энергии – это векторная физическая величина, равная отношению количества энергии, проходящего в единицу времени площадку $\Delta\Omega$*, перпендикулярную направлению распространения волны*:

$$Q = \frac{\Delta W}{\Delta\Omega \Delta t}.$$

Если скорость распространения волны υ, то за время Δt через сечение $\Delta\Omega$ будет пронесена волной вся энергия, которой обладает среда объемом $V = \Delta\Omega\Delta t\upsilon$:

$$Q = \frac{e\Delta S\Delta t\upsilon}{\Delta S\Delta t} = e\upsilon.$$

Так как скорость распространения волны $\vec{\upsilon}$ является вектором, то плотность потока энергии можно также рассматривать как вектор, направление которого совпадает с вектором скорости. Вектор плотности потока энергии называется вектором Умова:

$$\vec{Q} = e\vec{\upsilon}.$$

Среднее по времени значение плотности потока энергии есть *интенсивность волны* в данной точке:

$$\overline{Q} = \frac{1}{2}\rho a^2 \omega^2 \upsilon.$$

Дополнительное чтение

1 Где бы мы ни находились, что бы мы ни делали, нас всюду сопровождают самые различные звуки: шорох, скрип, стук, пение птиц, голоса людей.

Звуковые волны – упругие волны в среде, вызывающие у человека слуховые ощущения. Изучению звука посвящена специальная область физики – *акустика*.

Звуковые волны могут распространяться только в материальной среде – это необходимое условие. В вакууме звуковые волны не распространяются, так как там нет частиц, передающих взаимодействие от источника колебаний. Колебания источника (например, струны) вызывают в воздухе волны сжатия и разряжения.

Звуковая волна может проходить самые различные расстояния. Но проводником звука может быть не только воздух. Так, металл проводит звук лучше и быстрее, чем воздух. Вода также хорошо проводит звук.

Слуховые ощущения определяются физическими параметрами звуковой волны, воздействующей на орган слуха. Традиционными физиологическим характеристиками воспринимаемого звука являются высота, тембр и громкость.

Высота звука определяется частотой источника звуковых колебаний. Чем больше частота колебаний, тем выше звук. Звук рождается колебательным движением тел, но далеко не всякое колебание сопровождается звуком, который мы можем услышать. Тело издает звук, воспринимаемый ухом, только в том случае, если оно колеблется не меньше 16 и не больше 20000 раз в секунду. Однако неверно считать, что тело, совершающее колебания вне данного предела, не звучит. Медленно колеблющийся маятник тоже звучит, как звучат тела и при тысячах колебаний в секунду. Только мы этих звуков не слышим. Звуки с частотой меньше 16 Гц называют инфразвуками, а с частотой больше 20000 Гц – ультразвуками.

По высоте звука может определяться частота колебаний тела.

Тембр звука позволяет отличить музыкальные инструменты, исполняющие одну и ту же ноту. Данной ноте соответствует определенный период колебаний. Форма колебаний (или зависимость давления воздуха, создаваемого источником колебаний, от времени) отличается для разных инструментов. Объясняется это тем, что любое реальное колебание складывается из гармонических колебаний основной моды и обертонов. Таким образом, тембр звука определяется формой звуковых колебаний.

Громкость звука определяется амплитудой колебаний давления в звуковой волне. Минимальное изменение давления, которое может фиксироваться человеческим ухом, определяет порог слышимости. Максимальное изменение давления, которое еще в состоянии фиксировать человеческое ухо, определяет болевой порог.

Нужно, однако, иметь в виду, что чувствительность нашего уха зависит от частоты звука. Звуковые колебания одинаковых амплитуд не кажутся нам одинаково громкими, если частоты их различны. Ухо человека наиболее чувствительно к колебаниям с частотой около 3500 Гц.

Вопросы для самопроверки

1. Какой процесс называется волновым? Каковы основные его признаки?
2. При каких условиях возникает волновой процесс?
3. Приведите примеры механических волн.

4. Какие параметры характеризуют механическую волну? Какова связь между ними?
5. Какие волны называют продольными? Поперечными? Поверхностными?
6. Опишите процесс возникновения и распространения механической волны.
7. Установите зависимость смещения частицы в волне от времени. Получите уравнение бегущей волны.
8. Что называют волновым числом? Каков его физический смысл?
9. Получите закон, описывающий зависимость скорости частицы в волне от времени.
10. Сравните законы, описывающие зависимости смещения частицы и ее скорости от времени.
11. Получите закон изменения ускорения с течением времени.
12. Каков характер движения частицы в волне относительно ее положения равновесия? Ответ обоснуйте.
13. Что называется абсолютной деформацией?
14. Что называется относительной деформацией? Каков ее физический смысл?
15. При каких условиях относительная деформациях максимальна, при каких – минимальна?
16. Установите связь относительного смещения частиц в волне с их скоростью колебаний.
17. Получите дифференциальное уравнение волнового движения.
18. Что называется излучением? При каких условиях возникает излучение?
19. Какими параметрами характеризуется энергия участка волны? Установите связь между ними.
20. Опишите механизм передачи энергии волной.
21. Дайте определение плотности энергии. Каков ее физический смысл?
22. Каков физический смысл плотности потока энергии?
23. Представьте плотность потока энергии в векторной форме.
24. Какие волны называются звуковыми?
25. Опишите процесс возникновения и восприятия звуковых волн?
26. Охарактеризуйте частотный диапазон инфразвуковых, звуковых и ультразвуковых волн?

27. Сравните скорости звука в твердом теле, жидкости и газе?
28. Какая физическая величина определяет высоту звука?
29. Чем определяется отличие тембра звуков?
30. Какой параметр звуковой волны определяет громкость звука?
31. Что такое порог слышимости?

Задачи для самостоятельной работы

3.16. Звуковые колебания, имеющие частоту 500 *Гц* и амплитуду 0,25 *мм*, распространяются в воздухе. Длина волны 70 *см*. Найти скорость распространения колебаний и максимальную скорость частиц воздуха.

3.17. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = 4\sin 600\pi t$ см. Найти смещение x от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии l=75 см от источника колебаний, для момента времени t=0,01 *с* после начала колебаний. Скорость распространения колебаний 300 *м/с*.

3.18. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = \sin 2{,}5\pi t$ *см*. Найти смещение x от положения равновесия, скорость υ и ускорение a точки, находящейся на расстоянии 20 *м* от источника колебаний, для момента времени t=1 *с* после начала колебаний. Скорость распространения колебаний 100 *м/с*.

3.19. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, отстоящих от источника колебаний на расстояниях l_1= 10*м* и l_2=16*м*. Период колебаний 0,04 *с*; скорость распространения 300 *м/с*.

3.20. Смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии 4 *см*, в момент времени $t=T/6$ равно половине амплитуды. Найти длину бегущей волны.

3.21. Найти длину волны основного тона «ля» (частота 435 *Гц*). Скорость распространения звука в воздухе 340 *м/с*.

3.22. Человеческое ухо может воспринимать звуки частотой приблизительно от 20 *Гц* до 20000 *Гц*. Между какими длинами волн лежит интервал слышимости звуковых колебаний? Скорость распространения звука в воздухе 340 *м/с*.

ТЕМА 3.3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Колебательный контур

Среди различных электрических явлений особое место занимают *электромагнитные колебания* – колебания, при которых электрические величины (заряды, токи) периодически изменяются. В процессе электромагнитных колебаний происходят взаимные превращения электрического и магнитного полей. Для возбуждения электромагнитных колебаний используется колебательный контур – цепь, состоящая из последовательно включенных катушки индуктивности L, конденсатора емкости C и резистора сопротивлением R (рис. 85).

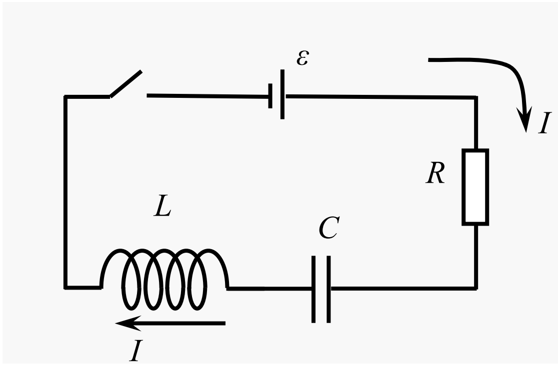


Рис. 85

Выясним, каким образом в колебательном контуре возникают и поддерживаются электромагнитные колебания. Для этого рассмотрим идеальный колебательный контур, в котором отсутствует сопротивление R (рис. 86).

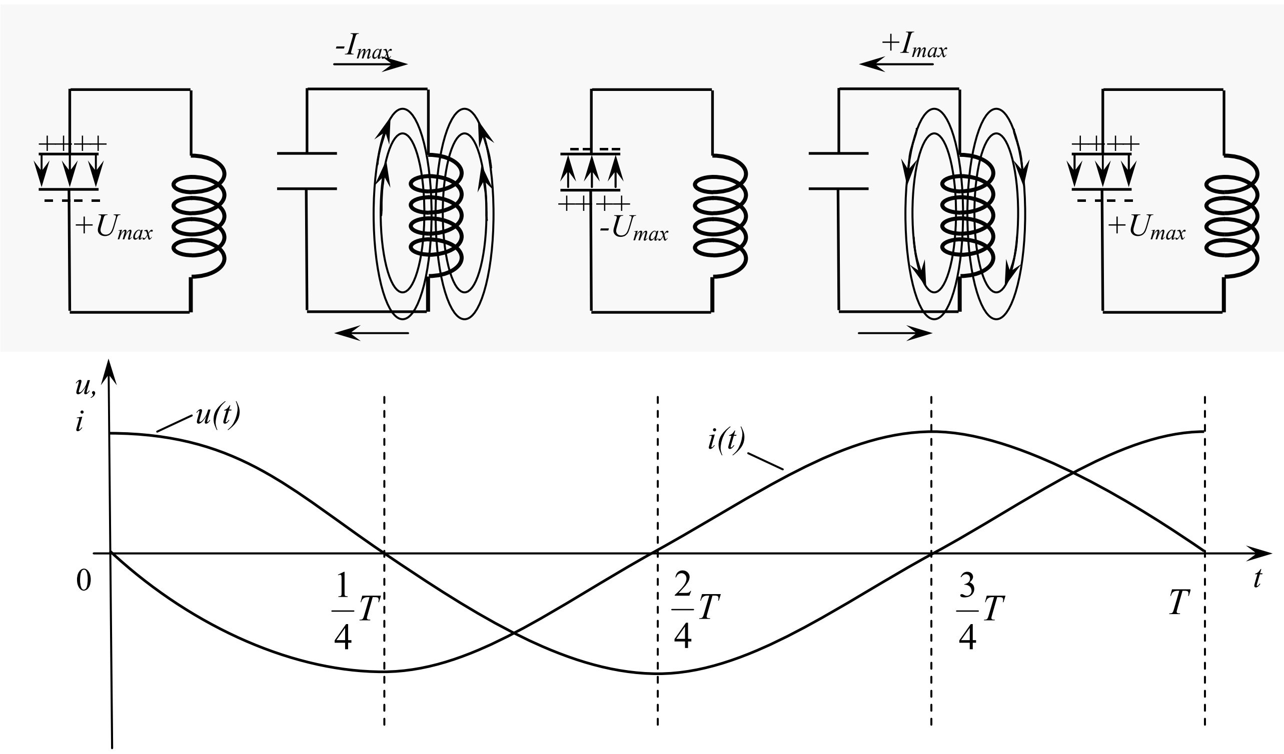


Рис. 86

Для возбуждения в контуре колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды $\pm q_m$. Пусть в начальный момент времени $t=0$ верхняя обкладка конденсатора заряжена положительно, а нижняя – отрицательно. Вся энергия колебательного контура сосредоточена в конденсаторе и равна $\frac{q_m^2}{2C}$. При замыкании цепи конденсатор начнет разряжаться, и через катушку потечет возрастающий со временем электрический ток i. В результате электрическая энергия конденсатора (энергия электрического поля) начнет уменьшаться, превращаясь в магнитную энергию катушки, т.е. энергия магнитного поля будет возрастать. Из графика видно, что разрядный ток не мгновенно достигает своего максимального значения, а нарастает постепенно, так же, как постепенно разряжается сам конденсатор. Причиной этого явления служит возникновение в цепи ЭДС самоиндукции, которая препятствует любому изменению электрического тока в этой цепи.

В момент времени $t=\frac{1}{4}T$ процесс разрядки конденсатора закончится, ток в цепи достигнет максимума, при этом энергия магнитного поля также достигнет максимального значения и будет равна $\frac{Li_m^2}{2}$. С этого момента ток, не меняя направления, начнет убывать, следовательно, начнет ослабевать магнитное поле катушки. Однако ток прекратится не сразу – его будет поддерживать ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке. Этот ток будет перезаряжать конденсатор, в котором возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток.

К моменту времени $t=\frac{2}{4}T$ перезарядка конденсатора закончится, заряд на конденсаторе достигнет максимального значения, ток прекратится. С окончанием процесса перезарядки конденсатора энергия магнитного поля катушки полностью превратится в энергию электрического поля, существующего между пластинами конденсатора, причем направление напряженности этого поля будет противоположно начальному. С этого момента конденсатор начнет разряжаться снова, ток потечет в обратном направлении.

При $t = \frac{3}{4}T$ в контуре ток достигнет максимального значения, но направление его будет обратно направлению тока при $t = \frac{1}{4}T$. К моменту времени $t = T$ система вернется к первоначальному состоянию. После этого начнется повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора, процесс будет повторяться. Следовательно, в контуре возникают электромагнитные колебания, причем колебания сопровождаются взаимными превращениями энергий электрического и магнитного полей.

Так как данный контур был рассмотрен при отсутствии сопротивления проводников, то в нем будут совершаться строго периодичные колебания по причине отсутствия потерь энергии (нагревание проводников). В ходе колебательного процесса периодически изменяются заряд на обкладках конденсатора q, напряжение на конденсаторе u, а также сила тока i, текущего через катушку.

Уравнение колебательного контура

Найдем уравнение колебаний в контуре RLC, соединение последовательно. Положительное направление – обход контура по часовой стрелке (рис. 85).

По определению, сила тока в контуре равна $i = \frac{dq}{dt}$. Запишем закон Ома для колебательного контура:

$$i \cdot R = \varphi_2 - \varphi_1 + \varepsilon_s + \varepsilon,$$

где $\varepsilon_s = -L\frac{di}{dt}$ – ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке при протекании в ней переменного тока, $u = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C}$ – напряжение на конденсаторе.

Закон Ома можно записать в виде:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = \varepsilon \text{ или } L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \varepsilon.$$

Получим *дифференциальное уравнение колебаний заряда*, которое также называется *дифференциальным уравнением колебательного контура*, введя обозначения $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$, где ω_0 – собственная частота колебательного контура и $2\beta = \dfrac{R}{L}$, где β – коэффициент затухания:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon}{L}.$$

Свободные электромагнитные колебания

Рассмотрим колебательный контур при отсутствии внешней ЭДС ($\varepsilon = 0$). В этом случае электромагнитные колебания являются *свободными*, которые описываются уравнением:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0.$$

Если R=0, то колебания не затухают со временем, тогда уравнение колебательного контура можно записать следующим образом:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \text{ или } \frac{d^2q}{dt^2} = -\omega_0^2 q.$$

Последнее уравнение отражает гармонический характер колебаний, т.к. решением его будет являться гармоническая функция $q = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$, где Q_m – амплитудная энергия заряда на обкладках, ω_0 – собственная частота контура, φ – начальная фаза.

Период таких колебаний рассчитывают по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Ранее отмечалось, что в колебательном контуре периодически изменяется не только заряд, но и напряжение *u*, и сила тока *i*. Уравнения для напряжения и силы тока можно получить, исходя из определений электроемкости и силы тока: $u = \dfrac{q}{C}$, $i = \dfrac{dq}{dt}$.

Тогда зависимость напряжения от времени на обкладках конденсатора от времени определяется следующим уравнением:

$$u = \frac{q}{C} = \frac{Q_m}{C}\cos(\omega_0 t + \varphi) \text{ или } u = U_m\cos(\omega_0 t + \varphi), \text{ где } U_m = \frac{Q_m}{C}.$$

Для определения зависимости силы тока от времени в колебательном контуре продифференцируем по времени функцию $q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$, получаем:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Заметим, что колебания силы тока и напряжения в колебательном контуре происходят со сдвигом фаз на $\frac{\pi}{2}$, ток опережает напряжение (рис. 86).

При наличии активного сопротивления ($R \neq 0$) электромагнитные колебания с течением времени затухают. Затухающие электромагнитные колебания описываются с помощью уравнения:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -2\beta \frac{dq}{dt} - \omega_0^2 q .$$

Решением данного уравнения является функция $q = Q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$, где частота колебаний заряда ω меньше собственной частоты колебательного контура ω_0 и определяется выражением $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$. Амплитуда затухающих колебаний убывает по экспоненциальному закону $Q = Q_m e^{-\beta t}$ (рис. 87).

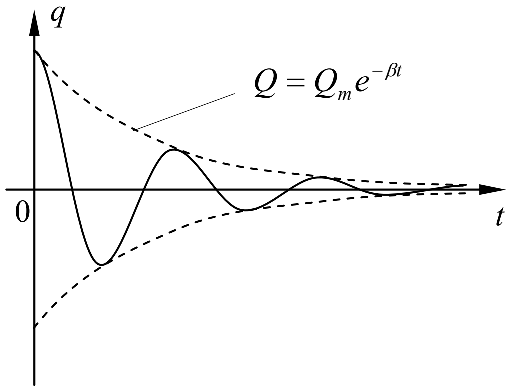


Рис. 87

Период затухающих колебаний равен $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$.

Значения напряжения на обкладках конденсатора и силы тока в контуре определяются по формулам $u = \frac{q}{C} = \frac{Q_m}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$ и $i = \frac{dq}{dt} = \omega Q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi + \delta)$, где $\cos\delta = -\frac{\beta}{\omega_0}$ и $\sin\delta = \frac{\omega}{\omega_0}$.

При наличии активного сопротивления ток в контуре опережает по фазе напряжение на конденсаторе более чем на $\frac{\pi}{2}$.

Вынужденные электромагнитные колебания

Вернемся к уравнению колебательного контура и рассмотрим случай, когда в контур включена внешняя переменная ЭДС ($\varepsilon \neq 0$). Такие колебания называют вынужденными.

Наличие внешней ЭДС обеспечивает компенсацию потерь энергии на нагревание. Для того чтобы колебательный контур сохранял гармонический вид колебаний, необходимо, чтобы ЭДС подчинялась гармоническому закону $\varepsilon = E_m \cos(\omega t)$.

В данном случае уравнение колебательного контура записывается следующим образом:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{E_m}{L}\cos(\omega t) \text{ или}$$

$$L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E_m \cos(\omega t) \text{ или}$$

$$u_L + u_R + u_C = E_m \cdot \cos(\omega t),$$

где u_L – напряжение на катушке индуктивности, u_R – напряжение на сопротивлении, u_C – напряжение на конденсаторе.

Нетрудно убедиться, что решение первого и второго уравнений имеет вид $q = Q_m \cos(\omega_0 t - \psi)$, где ψ – разность фаз между колебаниями заряда на конденсаторе и внешней ЭДС.

Максимальный заряд Q_m и разность фаз ψ определяются свойствами самого контура и вынуждающей ЭДС, причем, оказывается, что $\psi > 0$, поэтому q отстает по фазе от ε.

Резонанс в колебательном контуре

Найдем условия, при которых в колебательном контуре возникнет явление *резонанса* – возбуждение сильных колебаний при частоте внешней ЭДС, близкой к собственной частоте колебательного контура.

Продифференцировав уравнение колебания заряда по времени, найдем выражение для силы тока в колебательном контуре:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q_m \sin(\omega t - \psi) = \omega Q_m \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right).$$

Запишем это выражение так: $i = I_m \cdot \cos(\omega t - \alpha)$, где $\alpha = \psi - \dfrac{\pi}{2}$ – сдвиг по фазе между током и внешней ЭДС, $I_m = \omega Q_m$ – амплитуда силы тока.

Представим уравнение колебательного контура в виде

$$u_L + u_R + u_C = E_m \cdot \cos(\omega t).$$

Сумма напряжений на каждом элементе колебательного контура в каждый момент времени равна внешней ЭДС. Найдем уравнения, определяющие каждое из этих напряжений:

$$u_R = i \cdot R = I_m \cdot R \cdot \cos(\omega t - \alpha),$$

$$u_C = \frac{q}{C} = \frac{Q_m}{C}\cos(\omega t - \psi) = \frac{I_m}{\omega C}\cos\left(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = -\omega L I_m \sin(\omega t - \alpha) = \omega L I_m \cos\left(\omega t - \alpha + \frac{\pi}{2}\right).$$

Из последних трех формул видно, что u_R находится в фазе с током i, u_C отстает от силы тока i на $\dfrac{\pi}{2}$, u_L опережает I на $\dfrac{\pi}{2}$.

Это можно наглядно представить с помощью векторной диаграммы, изобразив амплитуды напряжений $U_{Rm} = I_m R$, $U_{Cm} = \dfrac{I_m}{\omega C}$, $U_{Lm} = \omega L I_m$ и их векторную сумму, равную вектору величины E_m (рис. 88).

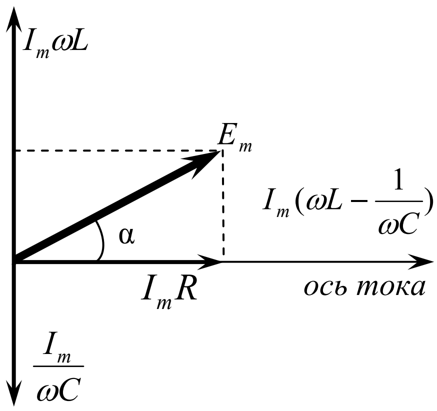


Рис. 88

Из прямоугольного треугольника этой диаграммы легко получить следующие выражения для амплитуды силы тока I_m и сдвигом по фазе α между током и внешней ЭДС:

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

$$tg\alpha = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}.$$

Амплитуда силы тока будет максимальной при минимальном значении выражения, стоящего под корнем $R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2$. Сопротивление R не зависит от частоты, а минимальное значение квадрата разности ωL и $\dfrac{1}{\omega C}$ равно нулю. Поэтому максимальное значение силы тока возникает, если $\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$. Равенство справедливо, если частота вынужденных колебаний равна

$$\omega_{рез}=\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Максимумы амплитуд для заряда и напряжения определяются с учетом коэффициента затухания, при этом для напряжений на разных элементах колебательного контура резонансные частоты не совпадают.

Электромагнитные волны

Ранее уже говорилось о том, что статические электрическое и магнитное поля можно описывать независимо друг от друга. Также мы выяснили, что между изменяющимися во времени электрическим и магнитным полями существует взаимосвязь, задаваемая вторым и четвертым уравнениями Максвелла. Из этих уравнений следует важный вывод о существовании принципиально нового физического явления: электромагнитное поле способно существовать самостоятельно – без электрических зарядов и токов. При этом изменение его состояния обязательно имеет волновой характер – такие поля называют электромагнитными волнами, которые имеют скорость света в вакууме.

Источником электромагнитных волн может быть любой колебательный контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток, поскольку для возбуждения электромагнитных волн необходимо создать в пространстве переменное электрическое поле или, соответственно, переменное магнитное поле.

Рассмотрим механизм распространения электромагнитной волны в вакууме. Пусть в некоторой области пространства возникло переменное магнитное поле $\vec{B}$. Данное поле вызовет появление переменного вихревого электрического поля $\vec{E}$. Оно, в свою очередь, вызовет появление переменного магнитного поля уже на бо́льшем расстоянии от начального. Таким образом, в рассматриваемой области пространства, захватывая все бо́льшие и бо́льшие области, возникает система взаимно перпендикулярных, периодически изменяющихся электрических и магнитных полей (рис. 89).

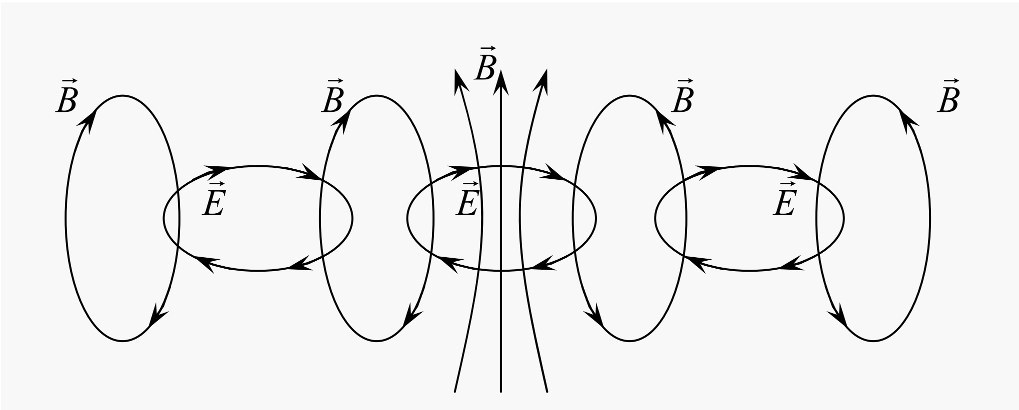


Рис. 89

Для математического описания электромагнитной волны воспользуемся системой уравнений Максвелла. Рассмотрим второе и четвертое уравнения:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2 \varepsilon_0} \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Пусть в рассматриваемой области однородного пространства ($\varepsilon = const$, $\mu = const$) отсутствуют электрические заряды ($\rho = 0$) и токи ($j = 0$). В данной области пространства распространяется электромагнитная волна вдоль оси *x*.

Второе уравнение Максвелла в проекциях на координатные оси будет иметь вид:

$$\left(\nabla \times \vec{E}\right)_z = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t},$$

$$\left(\nabla \times \vec{E}\right)_y = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t},$$

$$\left(\nabla \times \vec{E}\right)_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t}.$$

Четвертое уравнение в проекциях на те же оси запишется следующим образом:

$$\left(\nabla\times\vec{B}\right)_z=\frac{\partial B_y}{\partial x}-\frac{\partial B_x}{\partial y}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial E_z}{\partial t},$$

$$\left(\nabla\times\vec{B}\right)_y=\frac{\partial B_x}{\partial z}-\frac{\partial B_z}{\partial x}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial E_y}{\partial t},$$

$$\left(\nabla\times\vec{B}\right)_x=\frac{\partial B_z}{\partial y}-\frac{\partial B_y}{\partial z}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial E_x}{\partial t}.$$

Учитывая, что волна распространяется в одном направлении вдоль оси x, значения векторов напряженности электрического поля $\vec{E}$ и индукции магнитного поля $\vec{B}$ не будут зависеть от y и z. Тогда:

$$\frac{\partial E_x}{\partial y}=0,\qquad \frac{\partial E_x}{\partial z}=0,\qquad \frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}=0;$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial y}=0,\qquad \frac{\partial B_x}{\partial z}=0,\qquad \frac{\partial B_z}{\partial y}-\frac{\partial B_y}{\partial z}=0.$$

Согласно полученным результатам, запишем второе и четвертое уравнения Максвелла, объединив их в группы так, чтобы первая группа задавала связь между E_y и B_z, а вторая – между E_z и B_y:

$$1)\ \frac{\partial E_y}{\partial x}=-\frac{\partial B_z}{\partial t};\ \frac{\partial B_z}{\partial x}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial E_y}{\partial t};$$

$$2)\ \frac{\partial E_z}{\partial x}=\frac{\partial B_y}{\partial t};\ \frac{\partial B_y}{\partial x}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial E_z}{\partial t}.$$

Для описания плоской электромагнитной волны достаточно одной системы уравнений, например первой. Продифференцируем по x первое уравнение: $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}=-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial B_z}{\partial t}\right)$ или $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)$. В полученное равенство подставим $\frac{\partial B_z}{\partial x}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial E_y}{\partial t}$, в результате уравнение примет вид $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$. Продифференцировав второе уравнение по x и подставив в него первое, получим следующее уравнение $\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$. Объединим уравнения в систему, описывающую распространение электромагнитной волны вдоль оси x, вектор напряженности электрического поля при этом совершает колебания относительно оси y, а вектор магнитной индукции – относительно оси z:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \\ \dfrac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} \end{cases}.$$

Решениями этих уравнений являются функции:

$$E_y = E \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x),$$

$$B_z = B \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x).$$

Следствием теории Максвелла является ряд свойств электромагнитных волн:

1) скорость распространения электромагнитных волн в непроводящей нейтральной неферромагнитной среде определяется только свойствами самой среды и задается соотношением $\upsilon = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}$, где $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$ – скорость электромагнитной волны в вакууме;

2) векторы напряженности электрического поля $\vec{E}$ и индукции магнитного поля $\vec{B}$ волны взаимно перпендикулярны (рис. 90) и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{\upsilon}$ скорости распространения волны, причем все эти векторы образуют правовинтовую систему;

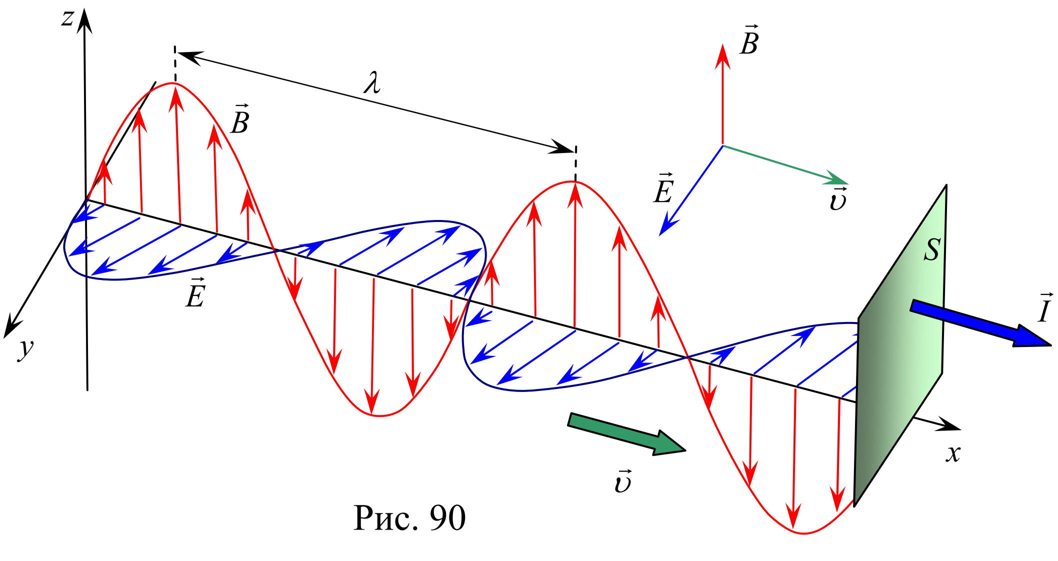


Рис. 90

3) векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ всегда колеблются в одинаковых фазах, причем мгновенные значения $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в любой точке связаны соотношением $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$ или $E = \dfrac{B}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}$. Это означает, что значения $\vec{E}$ и $\vec{B}$ одновременно достигают максимума и минимума.

Энергия и поток энергии электромагнитного поля

Излученные электромагнитные волны переносят энергию электромагнитного поля. Важно знать энергетические характеристики, описывающие волну, к ним относятся: плотность энергии электромагнитного поля, поток энергии, плотность потока энергии (интенсивность).

Плотностью или объемной плотностью энергии называют физическую величину, равную отношению энергии выделенной области пространства к объему этой области. Объемная плотность w энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей энергии электрического и магнитного полей:

$$w = w_л + w_м = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} + \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} \quad \text{или} \quad \omega = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2}{2} + \frac{B^2}{2 \cdot \mu \cdot \mu_0}.$$

Поток энергии электромагнитной волны – энергия электромагнитного излучения, проходящего в единицу времени сквозь поверхность площадью ΔS. Иными словами, поток энергии электромагнитной волны – это мощность электромагнитного излучения:

$$\Phi_W = \frac{\Delta W}{\Delta t}.$$

Плотностью потока электромагнитного излучения I называют отношение энергии ΔW, проходящей за время Δt через перпендикулярную лучам поверхность площадью ΔS, к произведению площади ΔS на время Δt:

$$I = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot \Delta S}.$$

Иногда эту величину называют *интенсивностью* излучения. Единица измерения – $\dfrac{Вт}{м^2}$. Интенсивность I можно выразить через плотность электромагнитной энергии и скорость ее распространения. Выберем поверхность площадью ΔS, перпендикулярную лучам, и построим на ней, как на основании,

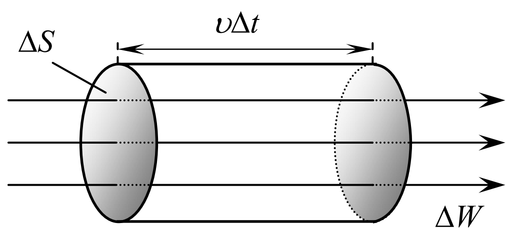


Рис. 91

цилиндр с образующей $\upsilon\Delta t$ (рис. 91). Объем цилиндра $\Delta V = \upsilon\Delta t\Delta S$. Энергия электромагнитного поля внутри цилиндра равна произведению плотности энергии на объем: $\Delta W = w\upsilon\Delta t\Delta S$. Вся эта энергия за время Δt пройдет через правое основание цилиндра. Поэтому, подставляя полученное выражение в исходную формулу для интенсивности, получаем:

$$I = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot \Delta S} = \frac{w\upsilon\Delta t\Delta S}{\Delta t \cdot \Delta S} = w \cdot \upsilon,$$

т.е. плотность потока электромагнитной волны равна произведению плотности энергии волны на скорость ее распространения.

Ряд преобразований позволяет получить выражение для плотности потока электромагнитной энергии через напряженности электрического и магнитного полей:

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{\mu \cdot \mu_0}} \cdot E^2 = \frac{E \cdot B}{\mu \cdot \mu_0} = E \cdot H.$$

Так как векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление вектора $\vec{E} \times \vec{H}$ совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен $E \cdot H$.

Вектор $\vec{I}$ плотности потока электромагнитной энергии называется *вектором Умова – Пойнтинга*:

$$\vec{I} = \vec{E} \times \vec{H}.$$

Вектор $\vec{I}$ направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Плотность потока электромагнитной энергии волны пропорциональна четвертой степени частоты. Зависимость интенсивности излучения от частоты означает, что для получения интенсивных электромагнитных волн частота колебаний в их источнике должна быть достаточно высокой.

Дополнительное чтение

1 Диапазон частот излучаемых электромагнитных волн огромен. Он определяется всеми возможными частотами колебаний заряженных частиц.. В настоящее время фиксируются электромагнитные излучения с частотами от 0 до $3\cdot10^{22}$ *Гц*. Этот диапазон соответствует *спектру электромагнитных волн* с длиной волны, изменяющейся от 10^{-14} *м* до бесконечности. Условно выделяют восемь диапазонов электромагнитных волн:

1. Волны *звуковых частот* ($\nu = 0 \div 2\cdot10^4\,Гц,\ \lambda = 1{,}5\cdot10^4 \div \infty\ м$). Источником волн звуковых частот является переменный электрический ток соответствующей частоты. Из-за невысокой частоты этих излучений, их интенсивность достаточно мала.
2. *Радиоволны* ($\nu = 2\cdot10^4 \div 10^9\,Гц,\ \lambda = 0{,}3 \div 1{,}5\cdot10^4\,м$). Впервые радиоволны были открыты Г. Герцем в 1886 году. Источником радиоволн, так же, как и волн звуковых частот, является переменный ток высокой частоты. Интенсивность их излучения в окружающее пространство гораздо выше, чем интенсивность излучения волн звуковых частот. Это позволяет использовать их для передачи информации на значительное расстояние (радиовещание, телевидение, радиолокация).
3. *Сверхвысокочастотное* (СВЧ) излучение, или *микроволновое* излучение ($\nu = 10^9 \div 3\cdot10^{11}\,Гц,\ \lambda = 10^{-3} \div 0{,}3\ м$). Источник СВЧ излучения – изменение направления спина валентного электрона атома или скорости вращения молекул вещества. СВЧ-излучение используют для космической связи, учитывая, что атмосфера практически не поглощает волны в этом диапазоне. Кроме того, СВЧ-излучение используют в бытовых микроволновых печах для быстрого разогрева продуктов.
4. Инфракрасное (ИК) излучение ($\nu = 3\cdot10^{11} \div 3{,}85\cdot10^{14}\,Гц,\ \lambda = 780\cdot10^{-9} \div 10^{-3}\,м$). ИК-излучение было открыто в 1800 г. английским астрономом Уильямом Гершелем. Изучая повышение температуры термометра, нагреваемого видимым светом, Гершель обнаружил наибольшее нагревание термометра вне области видимого света (за красной областью). Невидимое излучение, учитывая его место в спектре, было названо инфракрасным. Источником инфракрасного излучения являются колебание и вращение молекул вещества, поэтому ИК электромагнитные волны излучаются нагретыми телами, молекулы которых движутся особенно интенсивно. Часто ИК излучение называют тепловым. Около 50% энергии Солнца излучается в инфракрасном диапазоне. Максимальная интенсивность излучения человеческого тела приходится на длину волны 10 *мкм*. Зависимость интенсивности ИК-излучения от температуры позволяет измерять температуру различных объектов, что используется в приборах ночного видения, искусственных спутниках, а также при обнаружении инородных образова-

ний в медицине. Дистанционное управление телевизором и другой бытовой техникой осуществляется также с помощью ИК-излучения.

5. Видимый свет ($\nu = 3{,}85 \cdot 10^{14} \div 7{,}89 \cdot 10^{14}\,Гц,\ \ \lambda = 380 \cdot 10^{-9} \div 780 \cdot 10^{-9}\ м$) – единственный диапазон электромагнитных волн, воспринимаемый человеческим глазом. Источником видимого света являются валентные электроны в атомах и молекулах, изменяющие свое положение в пространстве, а также свободные заряды, движущиеся ускоренно. Изучением свойств видимого света занимается отдельный раздел физики – оптика.
6. Ультрафиолетовое (УФ) излучение ($\nu = 8 \cdot 10^{14} \div 3 \cdot 10^{16}\,Гц,\ \ \lambda = 10^{-8} \div 380 \cdot 10^{-9}\,м$). УФ излучение было открыто в 1801 г. немецких ученым Иоганном Риттером. Изучая почернение хлористого серебра под действием видимого света, Риттер обнаружил, что серебро чернеет еще более эффективно в области, находящейся за фиолетовым краем спектра, где видимое излучение отсутствует. Невидимое излучение, вызвавшее это почернение, было названо ультрафиолетовым. В малых дозах УФ-излучение оказывает благотворное оздоровительное влияние на организм человека, активизируя синтез витамина D, а также вызывая загар. Большая доза УФ-облучения может вызвать ожог кожи и раковые новообразования. Кроме того, чрезмерное УФ-облучение ослабляет иммунную систему организма, способствуя развитию некоторых заболеваний. Ультрафиолетовое излучение с длиной волны меньше 300 *нм* деполимеризует нуклеиновые кислоты и разрушает протеины, нарушая жизненные процессы в организме. Поэтому в малых дозах такое излучение обладает бактерицидным действием, уничтожая микроорганизмы. Озоновый слой атмосферы Земли сильно поглощает УФ-излучение с длиной волны меньше 320 *нм*, а кислород воздуха – коротковолновое УФ-излучение (λ<185 *нм*). Практически не пропускает УФ-излучение оконное стекло. Человеческий глаз не воспринимает УФ-излучение, так как роговица оболочки глаза и глазная линза поглощают ультрафиолет. Однако люди, у которых удалена глазная линза при снятии катаракты, могут видеть УФ-излучение в диапазоне длин волн 300 ÷ 350 *нм*. Ультрафиолетовое излучение видят некоторые животные. Например, голубь ориентируется по Солнцу даже в пасмурную погоду.
7. Рентгеновское излучение ($\nu = 3 \cdot 10^{16} \div 3 \cdot 10^{20}\,Гц,\ \ \lambda = 10^{-12} \div 10^{-8}\,м$). Рентгеновское излучение было открыто в 1895 году немецким физиком Вильгельмом Рентгеном. Изучая ускоренное движение заряженных частиц в закрытой черным картоном разрядной трубке, Рентген обнаружил свечение экрана, покрытого солью бария, находящегося на некотором расстоянии от трубки. Излучение высокой проникающей способности, испускаемое заряженными частицами в трубке, проходящее, в отличие от ИК- и УФ-излучения, через картон, Рентген назвал X-лучами. Подобно видимому свету, оставляющему тень за непрозрач-

ными предметами, рентгеновское излучение тоже оставляло такие тени. Проникающая способность этого излучения была столь велика, что Рентген мог рассматривать скелет собственной руки на экране. Рентгеновские волны могут проникать через деревянную доску толщиной несколько сантиметров, металлическую пластину толщиной порядка сантиметра. Благодаря высокой проникающей способности рентгеновское излучение применяется в рентгеноструктурном анализе (исследовании структуры кристаллической решетки), при изучении структуры молекул, дефектоскопии, в медицине (рентгеновские снимки, флюорография, лечение раковых заболеваний), криминалистике. Большая доза рентгеновского облучения приводит к ожогам и изменению структуры крови человека.

8. Гамма-излучение (γ-излучение) – самое коротковолновое электромагнитное излучение ($\nu = 3 \cdot 10^{20} \div \infty$ *Гц*, $\lambda = 0 \div 10^{-12}$ *м*). γ-излучение было открыто французским ученым Полем Вилларом в 1900 г. Изучая излучение радия в сильном магнитном поле, Виллар обнаружил коротковолновое электромагнитное излучение, не отклоняющееся магнитным полем. Оно было названо γ-излучением. Это излучение обладает еще большей проникающей способностью, чем рентгеновское излучение. Оно проходит сквозь метровый слой бетона и слой свинца толщиной несколько сантиметров. γ-излучение губительно для живых организмов. Почти все это излучение, приходящее на Землю из космоса, поглощается атмосферой Земли. Это обеспечивает возможность существования органической жизни на Земле. γ-излучение также возникает при взрыве ядерного оружия, вследствие радиоактивного распада ядер.

Вопросы для самопроверки

1. В чем заключается сущность такого явления, как электромагнитные колебания? При каких условиях возникают электромагнитные колебания?
2. Перечислите признаки, по которым обнаруживаются электромагнитные колебания.
3. Объясните сущность электромагнитных колебаний на основе закона сохранения энергии.
4. Какова роль явления самоиндукции в возникновении электромагнитных колебаний?
5. Какое влияние оказывает активное сопротивление колебательного контура на электромагнитные колебания?
6. Какие величины позволяют описать электромагнитные колебания?
7. Выведете дифференциальное уравнение колебательного контура.

8. При каких условиях электромагнитные колебания являются свободными?
9. Запишите уравнения колебательного контура для свободных незатухающих колебаний.
10. Установите связь между периодом свободных незатухающих электромагнитных колебаний и параметрами колебательного контура.
11. Установите зависимости напряжения на обкладках конденсатора и силы тока в контуре от времени при свободных незатухающих колебаниях.
12. Запишите уравнения колебательного контура для свободных затухающих колебаний.
13. Установите связь между периодом свободных затухающих электромагнитных колебаний и параметрами колебательного контура.
14. Установите зависимости напряжения на обкладках конденсатора и силы тока в контуре от времени при свободных затухающих колебаниях.
15. Каков сдвиг фаз между током и напряжением при свободных электромагнитных колебаниях?
16. При каких условиях в колебательном контуре возникают вынужденные электромагнитные колебания?
17. Установите связь между физическими величинами, описывающими вынужденные электромагнитные колебания.
18. Дайте определение резонанса в колебательном контуре.
19. При каких условиях возникает резонанс в колебательном контуре?
20. Каковы признаки возникновения резонанса в колебательном контуре?
21. Какова связь между резонансной частотой и параметрами колебательного контура?
22. Установите связь между амплитудным значением силы тока при вынужденных колебаниях и параметрами колебательного контура.
23. Что называют электромагнитной волной?
24. По каким признакам можно обнаружить электромагнитные волны?
25. При каких условиях происходит излучение электромагнитных волн?
26. В чем заключается сущность данного явления?
27. Объясните, как распространяется в пространстве гармоническое возмущение электромагнитного поля.

28. Какие характеристики поля периодически меняются в бегущей электромагнитной волне?
29. Получите уравнения бегущей электромагнитной волны в дифференциальной форме.
30. Объясните при помощи уравнений Максвелла, почему электромагнитная волна является поперечной?
31. Как зависит плотность энергии электромагнитного поля от напряженности электрического поля?
32. Какова скорость распространения электромагнитных волн?
33. Напишите уравнения бегущей гармонической волны для напряженности электрического поля и индукции магнитного поля.
34. Что характеризует поток энергии электромагнитной волны? Дайте определение потока энергии электромагнитной волны, раскройте ее физический смысл.
35. Что характеризует плотность потока энергии электромагнитной волны? Дайте определение плотности потока энергии электромагнитной волны, раскройте ее физический смысл.
36. Установите связь интенсивности гармонической электромагнитной волны с амплитудами напряженности электрического и магнитного полей в волне?
37. Как интенсивность электромагнитной волны зависит от ее частоты?
38. Перечислите восемь основных диапазонов длин волн (частот) в спектре электромагнитных волн в порядке возрастания частоты излучения и укажите границы этих диапазонов.
39. Назовите основные источники излучения волн звуковой частоты, радиоволн, СВЧ-излучения и ИК-излучения.
40. Назовите основные источники ультрафиолетового, рентгеновского и γ-излучения.
41. Охарактеризуйте основные особенности действия электромагнитного излучения в этих диапазонах на живые организмы
42. Установите аналогию между электромагнитными и механическими волнами.

Задачи для самостоятельной работы

3.23. При увеличении напряжения на конденсаторе колебательного контура на 20 *В* амплитуда силы тока увеличилась в 2 раза. Найти начальное напряжение.

3.24. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 400$ *пФ* и катушки индуктивностью $L = 10$ *мГн*. Найти амплитуду колебаний силы тока I_m, если амплитуда колебаний напряжения $U_m = 500$ *В*.

3.25. Амплитуда силы тока в контуре 1,4 *мА*, а амплитуда напряжения 280 *В*. Найти силу тока и напряжение в тот момент времени, когда энергия магнитного поля катушки равна энергии электрического поля конденсатора.

3.26. Заряд q на пластинах конденсатора колебательного контура изменяется с течением времени t в соответствии с уравнением $q = 10^{-6}\cos 10^4 \pi t$. Записать уравнение $i=i(t)$, выражающее зависимость силы тока от времени. Найти период и частоту колебаний в контуре, амплитуду колебаний заряда и амплитуду колебаний силы тока.

3.27. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 1 *мкФ* и катушки индуктивностью 4 *Гн*. Амплитуда колебаний заряда на конденсаторе 100 *мкКл*. Написать уравнения $q=q(t)$, $i=i(t)$, $u=u(t)$. Найти амплитуду колебаний силы тока и напряжения.

3.28. Во сколько раз изменится частота собственных колебаний в колебательном контуре, если емкость конденсатора увеличить в 25 раз, а индуктивность катушки уменьшить в 16 раз?

3.29. При увеличении емкости конденсатора колебательного контура на 0,08 *мкФ* частота колебаний уменьшилась в 3 раза. Найти первоначальную емкость конденсатора. Индуктивность катушки осталась прежней.

3.30. Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид $i = -0{,}02\sin 400\pi t\ A$. Индуктивность контура L=1 *Гн*. Найти период колебаний, емкость контура, максимальную энергию магнитного поля и максимальную энергию электрического поля.

3.31. Найти отношение энергии магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени $t=T/8$.

3.32. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C=405 *нФ*, катушки с индуктивностью L=10 *мГн* и сопротивления R=2 *Ом*. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний?

3.33. Колебательный контур имеет емкость C=1,1 *нФ* и индуктивность L=5 *мГн*. Логарифмический декремент затухания равен 0,005. За какое время вследствие затухания потеряется 99% энергии контура?

3.34. Найти длину волны, колебания, период которого 10^{-14} *с*. Скорость распространения колебаний $3{\cdot}10^{8}$ *м/с*.

3.35. На расстоянии 300 *м* от Останкинской телевизионной башни плотность потока излучения максимальна и равна 40 *мВт/м*^{2}. Какова плотность потока излучения на расстоянии уверенного приема, равном 120 *км*?

3.36. Плотность энергии электромагнитной волны равна $4\ 10^{-11}$ *Дж/м*^{3}. Найти плотность потока излучения.

3.37. Плотность потока излучения равна 6 *мВт/м*^{2}. Найти плотность энергии электромагнитной волны.

3.38. Максимальная напряженность электрического поля электромагнитной волны по санитарным нормам не должна превышать 5 *В/м*. Найти допустимую плотность потока электромагнитного излучения.

3.39. Мощность импульса радиолокационной станции 100 *кВт*. Найти максимальную напряженность электрического поля волны в точке, где площадь поперечного сечения конуса излучения равна 2,3 *км*^{2}.

3.40. Радиолокатор работает на волне 15 *см* и дает 4000 импульсов в 1 *с*. Длительность каждого импульса 2 *мкс*. Сколько колебаний содержится в каждом импульсе и какова глубина разведки локатора?

ИТОГОВЫЙ МОДУЛЬ

Тест состоит из 26 тестовых заданий. На его выполнение отводится 45 минут. Задания рекомендуется выполнять по порядку. Если задание не удается выполнить сразу, перейдите к следующему. Если остается время, вернитесь к пропущенным заданиям.

Тест позволяет проверить репродуктивный и базовый уровни знаний и умений по таким разделам курса физики, как механика и электродинамика.

Форма тестовых заданий закрытая. В каждом из этих заданий может быть один или несколько правильных ответов.

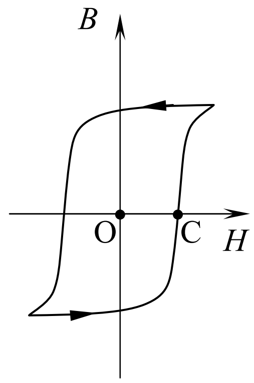
ТЕСТ

1. Два резистора сопротивлением R каждый включены параллельно. При параллельном подключении третьего резистора сопротивлением R эффективное сопротивление участка уменьшится в (раз):
   - а) 2;
   - б) 4;
   - в) $\frac{3}{2}$;
   - г) $\frac{2}{3}$.
2. Поведение витков соленоида при пропускании через него тока:
   - а) притягиваются;
   - б) отталкиваются;
   - в) сужаются;
   - г) расширяются;
   - д) не изменяются.
3. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 600 *В*, влетел в однородное магнитное поле с напряженностью, перпендикулярной его скорости и равной $24 \cdot 10^4$ *А/м*. Радиус окружности, по которой движется протон (*м*):
   - а) 0,005;
   - б) 0,5;

в) 0,2;

г) 0,02.

4. На рисунке показана зависимость проекции вектора индукции магнитного поля B в ферромагнетике от напряженности H внешнего магнитного поля. Участок ОС соответствует:



а) коэрцитивной силе;

б) остаточной намагниченности;

в) магнитной индукции насыщения;

г) остаточной магнитной индукции.

5. Свойства уравнений Максвелла:

а) линейность;

б) симметричность;

в) инвариантность;

г) непрерывность.

6. Математическая запись теоремы Гаусса:

а) $\oint\limits_S D_n dS = \varPhi$;

б) $\oint\limits_S D_n dS = \sum\limits_i q_i$;

в) $\oint\limits_S D_n dS = \int\limits_V dV$;

г) $\oint\limits_S D_n dS = \dfrac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum\limits_i q_i$;

7. Наэлектризованный мыльный пузырь раздувается настолько, что его радиус R делается вдвое больше, заряд на пузыре при этом не меняется. Энергия заряженного мыльного пузыря при этом:

а) уменьшается в 4 раза;

б) увеличивается в 4 раза;

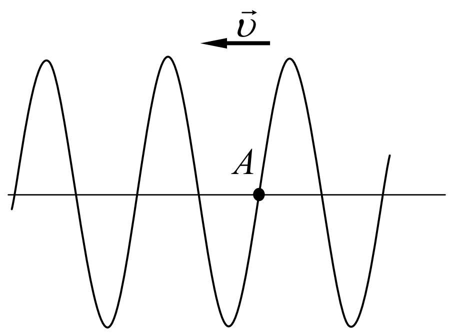
в) уменьшается в 2 раза;

г) увеличивается в 2 раза.

8. Тонкое проволочное кольцо (площадь S) поместили в магнитное поле (индукция B) так, что его плоскость перпендикулярна линиям магнитного поля. Кольцо перевернули на 180º вокруг оси, совпадающей с диаметром кольца. При этом поток вектора магнитной индукции изменился на:
   а) BS;
   б) $\frac{BS}{2}$;
   в) $2BS$;
   г) $4BS$.

9. Условие уменьшения ЭДС индукции, возникающей в контуре при изменении магнитного потока, проходящего через него:
   а) уменьшение магнитного потока;
   б) увеличение скорости изменения магнитного потока;
   в) уменьшение времени изменения магнитного потока;
   г) уменьшение скорости изменения магнитного потока.

10. Направление движения частицы A бегущей поперечной волны, где $\vec{\upsilon}$ – скорость распространения бегущей волны:
   а) вправо;
   б) влево;
   в) вверх;
   г) вниз.



11. Волна с частотой 5 *Гц* распространяется в пространстве со скоростью 3 *м/с*. Разность фаз волны в двух точках пространства, отстоящих друг от друга на расстояние 20 *см*, совпадающей с направлением распространения волны, равна:
   а) $\frac{2}{3}\pi$;
   б) $\frac{3}{2}\pi$;

в) $\frac{1}{3}\pi$;

г) $\frac{1}{2}\pi$.

12. Отношение амплитуды смещения частиц среды к длине волны (А/λ), если бегущая плоская звуковая волна описывается уравнением $\xi(x,t) = 6 \cdot 10^5 \cos(1800t - 5{,}3x), (10^{-5}\ м)$:

а) 5,06;
б) 3,89;
в) 6,02;
г) 4,03.

13. К спиральной пружине подвесили груз массой 0,1 *кг*, пружина удлинилась на 2,5 *см*. Груз отклонили от положения равновесия на 3 *см* и отпустили. Уравнение смещения груза:

а) $x = 4\cos(2t + 0{,}1\pi)$;
б) $x = 1{,}5\cos(2t + 0{,}8\pi)$;
в) $x = 0{,}03\cos 20t$;
г) $x = 0{,}05\cos 8t$.

14. Коэффициент затухания тела m=0,001 *кг*, совершающего затухающие колебания с частотой ω=3,14 *Гц*, если в течение времени t=50 *с* тело потеряло 80% своей энергии равен (c^{-1}):

а) 0,016;
б) 0,032;
в) 0,08;
г) 0,16.

15. Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания $W = 5 \cdot 10^{-7}\ Дж$, амплитуда колебаний A=0,02 *м*. Смещение, при котором на тело действует сила F=2,25·10^{-5} *Н* (*см*):

а) 0,9;
б) 1,8;
в) 0,09;
г) 0,18.

16. Длина волны, излучаемая колебательным контуром, состоящим из катушки индуктивностью 0,1 *мкГн* и конденсатора емкостью 1 *нФ* (*м*):
   а) 3;
   б) 19;
   в) 3,14;
   г) 190.

17. Амплитуда результирующего колебания при сложении гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:
   а) $A = \sqrt{A_1 + A_2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$;
   б) $A = A_1 + A_2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$;
   в) $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$;
   г) $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$.

18. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с одинаковыми периодами и начальными фазами. Амплитуда результирующего колебания, если $A_1 = 3$ *см* и $A_2 = 4$ *см* в (*см*):
   а) 5;
   б) 10;
   в) 7;
   г) 1.

19. Шарик, подвешенный на нити, качается в вертикальной плоскости так, что его ускорения в крайнем и нижнем положениях одинаковы по модулю. Угол отклонения нити в крайнем положении равен:
   а) ≈53°;
   б) ≈35°;

в) $\approx 60°$;

г) $\approx 23°$.

20. Линейная скорость точек поверхности Земли υ, обусловленная ее вращением вокруг оси на экваторе ($R_з = 6{,}4 \cdot 10^6$ *м*) (*м/с*):

а) $5{,}0 \cdot 10^2$;

б) $5{,}0 \cdot 10^3$;

в) $4{,}59 \cdot 10^2$;

г) $4{,}64 \cdot 10^2$.

21. Два шара массой 1 *кг* каждый двигаются со скоростями 2 *м/с* и 3 *м/с* навстречу друг другу. Количество теплоты, которое выделится при их абсолютно неупругом ударе (*Дж*):

а) 2,5;

б) 6,5;

в) 0,25;

г) 6,25;

22. Масса движущегося электрона в 3 раза больше его массы покоя. Электрон движется со скоростью:

а) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}c$;

б) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}c$;

в) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}c$;

г) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}c$.

23. Скорость, при которой релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 10% (*м/с*):

а) $1{,}32 \cdot 10^8$;

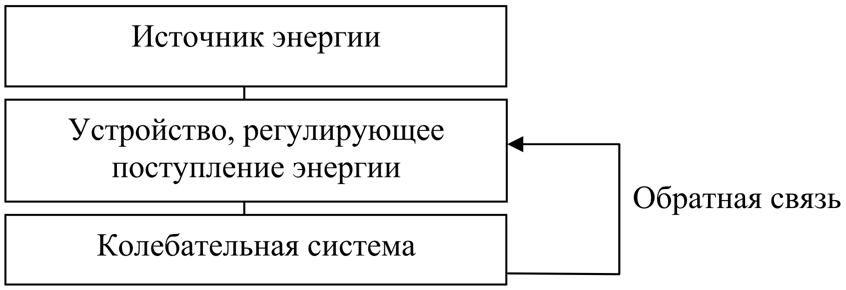
б) $0{,}57 \cdot 10^8$;

в) $2{,}43 \cdot 10^8$;

г) $3{,}12 \cdot 10^8$.

ГЛОССАРИЙ

Автоколебания – незатухающие колебания, поддерживаемые за счет энергии включенного в систему источника и не требующие для своего существования действия внешних периодически изменяющихся сил.



Примерами автоколебаний являются колебания маятника в часах, тока в генераторе электромагнитных колебаний и др. Любое из этих устройств, помимо источника энергии и собственно колебательной системы, содержит так называемый «клапан» (устройство, регулирующее поступление энергии от источника в колебательную систему) и обратную связь, с помощью которой колебательная система управляет работой «клапана». Термин «автоколебания» был введен в 1928 году советским физиком А.А. Андроновым.

Амплитуда колебаний (от лат. amlitudo – величина) – наибольшее отклонение колеблющейся величины от ее среднего отклонения. Можно говорить об амплитуде координаты, скорости, ускорения (в случае механических колебаний) или силы тока и напряжения (в случае электрических колебаний). Амплитудой механических колебаний называют наибольшее расстояние, на которое удаляется тело от положения равновесия.

Архимедова сила (выталкивающая сила) – равнодействующая всех сил давления, действующих со всех сторон на погруженное в жидкость (или газ) тело. Направлена вертикально вверх. Приложена к центру тяжести вытесняемого объема жидкости (или газа). Модуль определяется законом Архимеда. Выталкивающая сила отсутствует в том случае, когда тело плотно лежит на дне; в этом случае жидкость только сильнее прижимает его ко дну. Не действует Архимедова сила и в условиях невесомости.

Вес тела (P) – сила, с которой тело давит на горизонтальную опору или растягивает вертикальный подвес. Единицей веса в СИ является 1 Н (Ньютон).
Отсюда вес тела $\vec{P} = m \cdot \left(\vec{g} - \vec{a}\right)$.

Взаимодействие – влияние тел или частиц друг на друга, приводящее к изменению их состояния.

Вихревое поле – поле с замкнутыми силовыми линиями. Вихревым является любое магнитное поле. Электрическое поле является вихревым в том случае, когда оно порождается переменным магнитным полем.

Вынужденные колебания – колебания, происходящие под действием внешней переменной силы.

Гармонические колебания – колебания, при которых соответствующая им физическая величина изменяется во времени по синусоидальному закону:

$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$,

где x – значение колеблющейся величины (например, координаты в механических колебаниях или силы тока в электрических) в момент времени t, A – амплитуда колебаний, ω – циклическая (или круговая) частота, $(\omega t + \varphi_0)$ – полная фаза колебаний, φ_0 – начальная фаза. Графиком гармонических колебаний является синусоида.

Гравитационное взаимодействие – универсальное взаимодействие, свойственное всем телам Вселенной и проявляющееся в их взаимном притяжении друг к другу. Является одним из четырех типов фундаментальных взаимодействий (наряду с сильным, электромагнитным и слабым). В случае не слишком большой интенсивности и при медленном движении тел ($\upsilon << c$) гравитационное взаимодействие подчиняется закону всемирного тяготения (И. Ньютон, 1687). В общем случае гравитационное взаимодействие тел описывается общей теорией относительности (А. Эйнштейн, 1915).

Движение – 1) способ существования материи, выражающийся в любом изменении вообще; 2) процесс изменения положения тела относительно другого тела, выбранного за тело отсчета.

Деформация тела (от лат. deformatio – искажение) – изменение размеров или формы тела. Деформация может возникать в результате механического воздействия, теплового расширения, действия электрических и магнитных полей и др. Деформация называется упругой, если она полностью исчезает после прекращения действия вызвавших ее внешних сил, и – пластической, если она не исчезает после прекращения действия этих сил.

Диссипативные силы – силы, действие которых на движущуюся механическую систему приводит к уменьшению ее полной механической энергии. Работа диссипативных сил отрицательна. К диссипативным силам относятся силы трения и сопротивления среды.

Диэлектрическая проницаемость (ε) – физическая величина, показывающая, во сколько раз ослабляется электрическое поле после заполнения всего пространства однородным изотопным диэлектриком: $\varepsilon = {E_0}/{E}$, где E – модуль напряженности электрического поля в диэлектрике, а E_0 – модуль напряженности электрического поля в вакууме.

Длина волны (λ**)** – расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний в ней. Если волна распространяется со скоростью υ, то: $\lambda = \upsilon \cdot T$.

Жесткость (коэффициент упругости) – коэффициент пропорциональности k в формуле закона Гука: $F_{упр} = k \cdot |\Delta l|$. Чем больше жесткость тела (стержня, пружины и т. д.), тем меньше его удлинение (при заданной силе). Жесткость зависит от размеров тела и материала, из которого оно изготовлено: $k = E \cdot S/l_0$, где S – площадь поперечного сечения, l_0 – длина тела в недеформированном состоянии, E – модуль Юнга. Единицей жесткости в СИ является 1 Н/м.

Закон Ампера: сила, с которой магнитное поле действует на помещенный в него малый отрезок проводника с током, равна произведению модуля магнитной индукции B, силы тока I, длины отрезка проводника Δl и синуса угла α между направлениями тока и магнитной индукции, т.е. $F = B \cdot I \cdot \Delta l \cdot \sin\alpha$. Направлена эта сила (сила Ампера) перпендикулярно проводнику и вектору магнитной индукции в сторону, определяемую правилом левой руки.

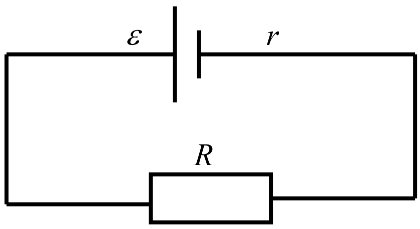
Закон взаимосвязи массы и энергии: любое тело обладает энергией уже только благодаря факту своего существования, и эта энергия, называемая собственной энергией тела, а коэффициентом пропорциональности между массой тела и его энергией служит квадрат скорости света в вакууме, т.е. $E_0 = m \cdot c^2$. Собственную энергию тела E_0 иначе называют энергией покоя тела. В нее не входят ни кинетическая энергия тела, ни его потенциальная энергия во внешнем поле.

Закон всемирного тяготения: сила гравитационного притяжения любых двух частиц прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними, т.е. $F = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, или, в векторном виде, $\vec{F}_{12} = -G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^3} \cdot \vec{r}$, где $\vec{F}_{12}$ – сила, с которой первая частица притягивает вторую, $\vec{r}$ – вектор, соединяющий эти частицы, G – гравитационная постоянная.

Закон Гука: при малых деформациях растяжения (или сжатия) механическое напряжение, возникающее в теле, прямо пропорционально его относительному удлинению, т.е. $\sigma = E \cdot |\varepsilon|$, где E – коэффициент пропорциональности, определяемый материалом тела и называемый модулем Юнга. В приведенном виде закон Гука был сформулирован после того как французский ученый Огюстен Коши ввел понятия напряжения и относительного удлинения (1822), а его соотечественник – Луи Навье – дал современное определение модуля Юнга (1826). В своем первоначальном (классическом) варианте закон Гука имел другой вид: $F_{упр} = k \cdot |\Delta l|$, где Δl – абсолютное удлинение тела, а k – его жесткость.

Закон Кулона: сила электрического взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними, т.е. $F = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$, или, в векторном виде, $\vec{F}_{12} = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \cdot \vec{r}$, где $\vec{F}_{12}$ – сила, с которой первый заряд действует на второй, $\vec{r}$ – вектор, соединяющий эти заряды.

Закон Ома для полной (замкнутой) цепи: сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна ЭДС цепи и обратно пропорциональна ее полному сопротивлению, т.е. $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где R – внешнее сопротивление, r – внутренне сопротивление источника тока.



Классический закон сложения скоростей (закон сохранения скоростей в классической механике Ньютона) имеет вид: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{V}$.

Закон сохранения массы – при любых процессах в замкнутой системе ее масса остается неизменной, т.е. M=const.

Замкнутая система – система, находящаяся на бесконечно большом расстоянии от всех остальных тел Вселенной. Замкнутая система представляет собой идеализированную модель реальной системы тел, «достаточно» удаленных от всех прочих, не входящих в данную систему тел окружающего мира. Реальную систему тел можно приближенно считать замкнутой, если окружающие ее внешние тела находятся на таком расстоянии от нее, что действующие на систему со стороны этих тел внешние силы много меньше сил взаимодействия частей этой системы между собой.

Звук (звуковые волны) – в широком смысле: то же, что и упругие волны, способные вызвать у человека слуховые ощущения.

Импульс частицы – векторная физическая величина, равная произведению массы этой частицы на ее скорость, т.е. $\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$. Направлен импульс в ту же сторону, что и скорость. Единицей импульса в СИ является 1 *кг·м/с*.

Импульс силы – векторная физическая величина, равная произведению среднего значения силы на время ее действия, т.е. $\vec{I} = \vec{F} \cdot t$.

Инвариантность (от лат. invarias, род. падеж invariantis – неизменяющийся) – неизменность какой-либо величины при тех или иных преобразованиях.

Индукционный ток – ток, возникающий в проводящем контуре при любом изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур.

Индукция магнитного поля (магнитная индукция) – векторная физическая величина, являющаяся силовой характеристикой магнитного поля. Обозначается символом $\vec{B}$. За направление вектора $\vec{B}$ принимают направление, в котором ориентируется положительная нормаль к рамке с током (или северный полюс магнитной стрелки), помещенной в данное магнитное поле.

Инертность (от лат. iners, род. падеж inertis – бездеятельный) – внутренне свойство всех тел, количественной мерой которого является масса: чем больше масса тела, тем более оно инертно, т.е. тем меньшее ускорение оно получает при действии на него данной силы и, следовательно, тем медленнее изменяет свою скорость.

Инерция – явление движения тела в отсутствии какой-либо «движущей» силы, т.е. такой силы, направление которой совпадало бы с направлением движения данного тела. Движение тела в отсутствие такой силы называют движением по инерции.

Колебания – движения или процессы, обладающие в той или иной степени способностью повторяться во времени.

Колебательный контур – электрическая цепь, состоящая из катушки индуктивности L и конденсатора емкостью C.

Конденсатор электрический (от лат. condensator – тот, кто уплотняет, сгущает) – система из двух или более проводников (обкладок), разделенных тонким слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с размерами обкладок.

Консервативная система – система, на частицы которой действуют лишь консервативные силы. Для такой системы выполняется закон сохранения механической энергии.

Консервативные силы (от лат. conservo – сохраняю) – стационарные (т.е. не изменяющиеся с течением времени силы) потенциальные силы. К консервативным силам относятся описываемые законом всемирного тяготения гравитационные силы (в частности, сила тяжести), сила упругости, электрические силы.

Линии магнитной индукции (магнитные силовые линии) – линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции $\vec{B}$ в этой точке.

Линии напряженности электрического поля (электрические силовые линии) – линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности $\vec{E}$ в этой точке.

Магнитное поле – составная часть электромагнитного поля, характерной особенностью которой является способность действовать лишь на движущиеся электрические заряды. На покоящиеся заряды магнитное поле не действует. Проявляется магнитное поле через свое воздействие на движущиеся заряды (в том числе ток), а также намагниченные тела (независимо от того, движутся они или нет).

Магнитный поток (поток магнитной индукции) – скалярная физическая величина, равная в случае однородного поля произведению модуля индукции B этого поля, площади S плоской поверхности, через которую рассматривается данный поток, и косинуса угла φ между направлениями индукции и нормали к данной поверхности: $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\varphi$.

Масса (от лат. massa – глыба, кусок) – скалярная физическая величина, измеряемая отношением модулей ускорений эталонного тела и данного тела, полученных ими в результате взаимодействия друг с другом. Масса тела является количественной мерой инертности. Масса является величиной инвариантной, т.е. не зависящей от выбора системы отсчета.

Математический маятник – колеблющаяся в поле тяжести материальная точка, подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити.

Материальная точка (частица) – идеализированная модель, соответствующая телу, размерами которого в данных условиях можно пренебречь.

Момент импульса частицы – физическая величина, равная скалярному произведению радиус-вектора частицы на ее импульс: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$.

Момент силы – физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора частицы на силу, действующую на нее: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$. Направление момента силы может быть определено по правилу буравчика: при вращении буравчика от $\vec{r}$ к $\vec{F}$ (по наименьшему углу) направление поступательного движения буравчика укажет направление вектора $\vec{M}$.

Мощность – скалярная физическая величина, равная отношению работы к промежутку времени, в течение которого она была произведена: $N = A/t$.

Мощность тока – скалярная физическая величина, численно равная работе, совершаемой током за единицу времени: $P = A/t$.

Напряжение между двумя точками электрической цепи или электрического поля – скалярная физическая величина, равная отношению работы электрического поля по перемещению заряда из одной точки в другую к величине заряда: $U = A/q$.

Напряженность электрического поля – векторная физическая величина, измеряемая отношением силы, с которой электрическое поле действует на помещенный в данную точку поля пробный электрический заряд, к величине этого заряда: $\vec{E} = \vec{F}/q$. Напряженность является силовой характеристикой электрического поля.

Невесомость – состояние тела, при котором его вес равен нулю.

Носители тока – свободно заряженные частицы, способные обеспечивать прохождение электрического тока через вещество. В металлах носителями тока являются электроны, в полупроводниках – свободные электроны и дырки, в растворах электролитов – положительные и отрицательные ионы.

Однородное поле – поле, напряженность которого во всех точках одна и та же.

Парамагнетики – слабомагнитные вещества, магнитная проницаемость которых чуть больше единицы: $\mu > 1$. Намагничиваются в направлении приложенного магнитного поля.

Перемещение ($\vec{S}$) – вектор, соединяющий положения движущейся частицы в начале и в конце некоторого промежутка времени

Период вращения (или обращения) – время *T*, за которое совершается один оборот: $T = t/N$, где *t* – время, затраченное на *N* оборотов (при равномерном вращении тела). В СИ измеряется в секундах.

Период колебаний (*T*) – время, за которое совершается одно полное колебание. Если за время *t* совершено *N* колебаний, то $T = t/N = t/\nu$, где ν –частота колебаний. В СИ измеряется в секундах.

Плазма – частично или полностью ионизированный газ, в котором плотности положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы.

Полупроводники – вещества, электрическая проводимость которых занимает промежуточное место между проводимостью металлов и диэлектриков.

Поляризация диэлектрика – смещение в противоположные стороны положительных и отрицательных зарядов в диэлектрике, вызванное действием на него электрического поля.

Поперечные волны – волны, у которых характеризующие величины совершают колебания в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны.

Поступательное движение – движение твердого тела, при котором прямая, соединяющая любые две точки этого тела, перемещается, оставаясь все время параллельной своему первоначальному направлению.

Потенциал электростатического поля (φ) – скалярная физическая величина, равная отношению потенциальной энергии пробного заряда в поле к величине этого заряда: $\varphi = W/q$.

Потенциальная сила – сила, которая не зависит от скорости и работа которой по любой замкнутой траектории равна нулю: $A_0 = 0$. Потенциальными являются все постоянные силы, а также гравитационные силы (в частности сила тяжести), сила упругости, электростатические силы. К непотенциальным относятся силы трения и сопротивления среды.

Потенциальное поле – поле, действие которого характеризуется потенциальными силами. Работа потенциального поля по любой замкнутой траектории всегда равна нулю.

Правило буравчика – правило, определяющее направление силовых линий магнитного поля: если буравчик с правой резьбой ввинчивать по направлению тока в проводнике, то направление вращения рукояти буравчика совпадает с направлением силовых линий магнитного поля, создаваемого этим током.

Правило левой руки – правило для определения направления силы, действующей на проводник с током или движущуюся заряженную частицу в магнитном поле: если расположить левую ладонь так, чтобы четыре вытянутых пальца показывали направление тока в проводнике (или направление движения положительного заряда), а силовые линии магнитного поля входили в ладонь, то отставленный большой палец покажет направление силы, действующей на проводник с током (или положительный заряд).

Принцип суперпозиции полей – напряженность поля (электрического, магнитного или гравитационного), создаваемого несколькими источниками, равна сумме напряженности полей, создаваемых этими источниками в отдельности: $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$.

Принцип суперпозиции сил: сила, с которой система частиц действует на данную материальную точку, равна сумме сил, с которыми эти частицы действуют на нее по отдельности $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$.

Проводники – вещества, содержащие свободные заряженные частицы (т.е. частицы, способные перемещаться по всему объему вещества под действием сколь угодно слабого электрического поля).

Пружинный маятник – тело, способное совершать колебания под действием силы упругости пружины.

Путь – длина участка траектории, пройденного частицей за данный промежуток времени. В отличие от перемещения является величиной скалярной. Единицей пути в СИ является метр.

Равнодействующая системы сил – сила, эквивалентная данной системе сил (две системы сил называют эквивалентными, если они вызывают одинаковые движения системы). Равнодействующая системы сил, приложенных к одной точке, равна векторной сумме всех этих сил: $\vec{R} = \sum \vec{F}_i$. Пара сил, а также система из двух сил, не лежащих в одной плоскости, не имеют равнодействующей.

Равномерное движение – движение с постоянной по модулю скоростью.

Равномерное движение по окружности – движение по окружности с постоянной по модулю скоростью $\upsilon = const$.

Равномерное прямолинейное движение – движение с постоянной скоростью $\vec{\upsilon} = const$.

Равноускоренное движение – движение с постоянным ускорением $\vec{a} = const$.

Резонанс (от лат. resono – звучу в ответ, откликаюсь) – явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний системы при приближении частоты действующей на нее внешней силы к собственной частоте этой системы.

Самоиндукция – возникновение вихревого электрического поля в проводящем контуре при изменении силы тока в нем самом; частный случай электромагнитной индукции.

Свободное падение тел – падение тел под действием только поля тяготения.

Свободные колебания – колебания, возникающие в системе под действием внутренних сил после того как система была выведена из состояния равновесия и предоставлена сама себе.

Сила Ампера – сила, с которой магнитное поле действует на помещенный в него проводник с током.

Сила тока – скалярная физическая величина, равная отношению заряда, переносимого через сечение проводника за малый промежуток времени Δt, к этому промежутку времени: $I = {}^{\Delta q}/_{\Delta t}$.

Сила тяжести тела – векторная физическая величина, равная произведению массы этого тела на ускорение свободного падения.

Сила упругости – сила, характеризующая действие, оказываемое на частицу упруго деформированным телом.

Сильное взаимодействие – одно из четырех фундаментальных взаимодействий элементарных частиц, частным проявлением которого являются ядерные силы. По сравнению с остальными типами взаимодействий является наиболее интенсивным. Обладает короткодействующим характером: радиус действия его составляет всего лишь 10^{-15} *м*. Сильное взаимодействие свойственно частицам, называемым адронами. Переносчиками сильного взаимодействия являются глюоны.

Система – выделенная для рассмотрения совокупность тех или иных объектов (тел, частиц и т.д.), находящихся в заданных внешних условиях.

Слабое взаимодействие – одно из четырех фундаментальных взаимодействий элементарных частиц, частным проявлением которого является бета-распад атомных ядер. Слабое взаимодействие менее интенсивно, чем сильное и электромагнитное взаимодействия, но гораздо сильнее гравитационного. Слабое взаимодействие свойственно почти всем частицам, однако радиус его действия чрезвычайно мал $10^{-18}\,м$. Переносчиками слабого взаимодействия являются промежуточные векторные бозоны.

Сторонние силы – силы неэлектростатического происхождения, обеспечивающие существование тока в электрической цепи. Работа сторонних сил по перемещению заряда вдоль замкнутой цепи отлична от нуля.

Ускорение свободного падения ($\vec{g}$) – ускорение, с которым движется частица во время свободного падения.

Ферромагнетики (от лат. ferrum – железо) – вещества, у которых магнитная проницаемость $\mu >> 1$.

Центр масс (центр инерции) – геометрическая точка, положение которой определяется распределением масс в системе, которая движется так, как двигалась бы материальная точка с массой, равной массе всей системы, под действием силы, равной сумме всех внешних сил, приложенных к этой системе.

Частота колебаний – число колебаний, совершаемых за 1 *с*. Если за время *t* было совершено *N* колебаний, то частота $\nu = N/t$. Частота ν является величиной, обратной периоду колебаний: $\nu = 1/T$. Единицей частоты в СИ является 1 Гц.

Эквипотенциальная поверхность – поверхность, все точки которой имеют один и тот же потенциал. Эквипотенциальные поверхности однородного электрического поля представляют собой плоскости, а поля точечного заряда – концентрические сферы. Эквипотенциальные поверхности пересекают силовые линии электрического поля под прямым углом.

Электрическая постоянная – коэффициент пропорциональности ε_0, появляющийся в ряде формул электродинамики при записи их в Международной системе единиц (СИ): $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ Ф/м$.

Электрический ток – направленное (упорядоченное) движение заряженных частиц.

Электрическое поле – составная часть электромагнитного поля, характерной особенностью которой является способность действовать на заряженные частицы с силой, не зависящей от их скорости.

Электродвижущая сила (ЭДС) – скалярная физическая величина, равная отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда вдоль контура, к величине этого заряда: $\varepsilon = A_{ст}/q$.

Электроемкость конденсатора – скалярная физическая величина, равная отношению заряда конденсатора к разности потенциалов между его обкладками: $C = q/U$.

Электромагнитная индукция (от лат. induction – наведение) – явление порождения вихревого электрического поля переменным магнитным полем.

Электромагнитное поле – особый вид материи, посредством которого осуществляется электромагнитное взаимодействие.

Электромагнитные волны – распространяющиеся в пространстве возмущения электромагнитного поля.

Электростатическое поле – электрическое поле, создаваемое неподвижными зарядами. Электростатическое поле потенциально. Силовые линии электростатического поля не могут быть замкнутыми.

Энергия (от греч. energeia – действие, деятельность) – скалярная функция состояния, имеющая размерность работы и сохраняющаяся для замкнутых систем.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Входной модуль

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	в	-9	0,875	г	инерция	1	в	б	а	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
в	в	а	б	в	б	5	б	г	б	а	б	б	б	г

Модуль 1

1.1 60 $\frac{км}{ч}$.

1.2 53,3 $\frac{км}{ч}$.

1.3 -0,055 $\frac{м}{с^2}$; 566 *м.*

1.4 30 *с*; 225 *м.*

1.5 $t = \frac{\upsilon_{20} - \upsilon_{10}}{a_1 + a_2}$.

1.6 а) $\upsilon = (2 - 6t + 12t^2)\ \frac{м}{с},\ a = (-6 + 24t)\ \frac{м}{с^2}$.

б) 24 м; 38 $\frac{м}{с}$; 42 $\frac{м}{с^2}$.

1.7 7 $\frac{м}{с}$; 4 $\frac{м}{с^2}$.

1.8 а) 7,26·10^{-5} $\frac{рад}{с}$ б) 14,5·10^{-5} $\frac{рад}{с}$ в) 1,74·10^{-3} $\frac{рад}{с}$ г) 1,19·10^{-3} $\frac{рад}{с}$; 7,8 $\frac{км}{с}$.

1.9 231 $\frac{м}{с}$.

1.10 8,33 *см.*

1.11 1,26 $\frac{рад}{с^2}$; N=360.

1.12 а) 2 *с* б) 2,8 *с.*

1.13 $a_\tau = \frac{\upsilon^2}{4\pi NR} = 0{,}1\ \frac{м}{с^2}$.

1.14 0,01 $\frac{м}{с^2}$.

1.15 $g_л$=0,165$g_з$.

1.16 30 $\frac{км}{с}$.

1.17 9,2 $\frac{м}{с^2}$.

1.18 13600 *км.*

1.19 1,25 $\frac{м}{с}$.

1.20 *а*) 4,9$\frac{м}{с^2}$ (вверх); *б*) 2,45$\frac{м}{с^2}$ (вниз).

1.21 В соответствии со вторым законом Ньютона $F = ma$,
где F – сила торможения, m – масса автомобиля, a – его ускорение (в нашем случае отрицательное). Так как автомобиль движется равнозамедленно, из уравнений кинематики равнопеременного движения получим

$$a = \frac{2\text{s}}{\text{t}^2},$$

$$\upsilon_0 = \frac{2\text{s}}{\text{t}} = 36\frac{км}{ч},$$

$$F = \frac{2sm}{t^2} = 2{,}04кН.$$

1.22 11,75$\frac{м}{с}$.

1.23 6*кН*; 50 *с*; 375*м.*

1.24 *а*) 980*Н*; *б*) 3*кН.*

1.25 $\alpha = 14^\circ$

1.26 $\alpha = 6^\circ 30'$.

1.27 $k \le 0{,}15$.

1.28 Пусть сила тяжести, действующая на весь канат длиной *L* равна mg, тогда на часть каната длиной ℓ будет действовать сила тяжести $mg\frac{\ell}{L}$. По условию сила тяжести, действующая на свешивающуюся часть каната $mg \cdot \frac{1}{4}$ уравновешивается силой трения $\frac{3}{4}\mu mg$, действующей на часть каната длиной $\frac{3}{4}L$, которая лежит на столе. Таким образом $mg\frac{1}{4} = \frac{3}{4}\mu mg$, откуда $\mu = 0{,}33$.

1.29 2,37*кН.*

1.30 $\mu \le 0{,}07$; 0,39$\frac{м}{с^2}$; 22,7*с*; 8,85$\frac{м}{с}$.

1.31 Результирующая сила $m_1g\text{-}m_2g$ сообщает обеим гирям ускорение

$$a = g\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 3{,}27\frac{м}{с^2}.$$

Уравнения движения гирь будут иметь следующий вид

$m_1a = m_1g - T_1$, $m_2a = T_2 - m_2g$, из которых получим

$$T_1 = T_2 = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}g = 13Н.$$

1.32 2,35$\frac{рад}{с^2}$.

1.33 4*Н.*

1.34 23,4 $с^{-1}$.

1.35 308 $Н \cdot м$; 100 *с*.

1.36 *а*) При неподвижной платформе начальная скорость снаряда относительно земли равна его скорости υ_0 относительно орудия. На основании закона сохранения импульса

$$(m_1 + m_2 + m_3)\upsilon = m_3\upsilon_0 + (m_1 + m_2)u.$$

В рассматриваемом случае $\upsilon = 0$, тогда $u = -\frac{m_3\upsilon_0}{m_1 + m_2} = -12\frac{км}{ч}$. Знак «минус» указывает,

что если считать направление движения снаряда положительным; т.е. если считать $\upsilon_0 > 0$, то $u < 0$, платформа стала двигаться в направлении, противоположном направлению движения снаряда.

б) Если выстрел был произведен в направлении движения платформы, то начальная скорость снаряда относительно земли равна $\upsilon + \upsilon_0$. На основании закона сохранения импульса

$$(m_1 + m_2 + m_3)\upsilon = m_3(\upsilon_0 + \upsilon) + (m_1 + m_2)u,$$

откуда

$$u = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)\upsilon - m_3(\upsilon_0 + \upsilon)}{m_1 + m_2} = 6\frac{км}{ч}.$$

Отметим, что $u > 0$, т. е. платформа продолжает двигаться в том же направлении, но с меньшей скоростью.

1.37 0,6 $\frac{м}{с}$.

1.38 0,58 *с*.

1.39 150 *кДж*.

1.40 Первое тело до удара обладало кинетической энергией $\frac{m_1\upsilon^2}{2}$. После неупругого удара оба тела начали двигаться с общей скоростью $u = \frac{m_1\upsilon}{m_1 + m_2}$. Общая кинетическая энергия тел после удара стала равна $\frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} = \frac{m_1^2\upsilon^2}{2(m_1 + m_2)}$. Разность начальной и конечной кинетических энергий равна количеству теплоту *Q*, выделившемуся при ударе:

$$Q = \frac{m_1\upsilon^2}{2} - \frac{m_1^2\upsilon^2}{2(m_1 + m_2)} = 12\,Дж.$$

1.41 550 $\frac{м}{с}$.

1.42 0,64 *м*.

1.43 0,17 $Н \cdot с$; 37,2 *МДж*

1.44 29,4 *Дж*.

1.45 253 *Дж*.

1.46 3,8 $\frac{кг \cdot м^2}{с}$.

1.47 253 *Дж*.

1.48 0,01 $кг \cdot м^2$; $94 \cdot 10^{-3}\,Н \cdot м$.

1.49 $t = \frac{E_к}{\pi \nu M}$.

1.50 $E_к = \frac{F^2t^2}{m} = 1{,}92 кДж$

1.51 $1{,}98 \cdot 10^8 \ \frac{м}{с}$.

1.52 $2{,}6 \cdot 10^8 \ \frac{м}{с}$.

1.53 $\frac{\ell_0 - \ell}{\ell_0} \le 68{,}8\%$.

1.54 В 7,1 раза.
1.55 3,2 *с*.
1.56 5,18 а.е.м.
1.57 0,976с.
1.58 1,67 а.е.м.
1.59 0,866с; не увеличится, так как продукты покоятся в системе отсчета, связанной с кораблем и их масса в этой системе отсчета не меняется.
1.60 Увеличилась на $8{,}4 \cdot 10^{-12}$ *кг*.
1.61 $1{,}93 \cdot 10^{-12}$ *Н·с*.
1.62 0,128 *МэВ*.
1.63 0,511 *МэВ*.
1.64 $6{,}69 \cdot 10^{-12} \ \frac{кг \cdot м}{с}$.

<u>Модуль 2</u>

2.1 $50{,}4 \ \frac{кВ}{м}$;
2.2 -2,23 *нКл*.
2.3 $112 \ \frac{кВ}{м}$.
2.4 $5{,}1 \cdot 10^{-10}$ *м*.
2.5 1,2 *мкДж*.
2.6 $16{,}7 \ \frac{см}{с}$.
2.7 $5{,}93 \cdot 10^5 \ \frac{м}{с}$.
2.8 4,8 *мм*.
2.9 $5{,}1 \cdot 10^{-16}$ *кг*.
2.10 $F = 9{,}6 \cdot 10^{-14} Н$; $a = 1{,}05 \cdot 10^{17} \frac{м}{с^2}$; $\upsilon = 3{,}24 \cdot 10^7 \frac{м}{с}$; $\sigma = 5{,}3 \frac{мКл}{м^2}$.
2.11 710 *мкФ*; 1400 *В*.
2.12 $2{,}1 \cdot 10^{-20}$ *кг*.
2.13 Заряд *n* капель $Q = nq$. Этот заряд будет находится на большой капле. Радиус большой капли найдем из условия:

$$n\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3, \text{ откуда } R = r\sqrt[3]{n}.$$

Тогда потенциал этой капли $\varphi = \frac{Q}{C} = \frac{nq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} = \frac{nq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\sqrt[3]{n}} = 3{,}6 кВ$.

2.14 $q = \int_{t_1}^{t_2} I dt = \int_{t_1}^{t_2} (4+2t) dt = 48 Кл$; $I_0 = 12$ *А*.

2.15 0,42 А

2.16 0,48 *В*.

2.17 1,55 $\frac{кДж}{с \cdot м^3}$;

2.18 $28 \cdot 10^{-22}$ *Тл*.

2.19 0,9 *кДж*.

2.20 2 *В*.

2.21 I_1=0,385 *А*; I_2=0,077 *А*; I_3=0,308 *А*.

2.22 $31{,}8 \cdot 10^6$ *Тл*.

2.23 $40 \cdot 10^6$ *Тл*.

2.24 $B_1 = 96 \cdot 10^6 Тл$; $B_2 = 127{,}2 \cdot 10^6 Тл$; $B_3 = 146{,}4 \cdot 10^6 Тл$.

2.25 4,9 *Н*.

2.26 *R*=9 *см*. Имеем $T = \frac{2\pi R}{\upsilon}$, причем $R = \frac{m\upsilon}{eB}$. Следовательно, $T = \frac{2\pi m}{eB}$, т.е. период не зависит от скорости электрона. Подставляя числовые данные, найдем *Т*=30 *нс*.

М=$1{,}5 \cdot 10^{-24} \frac{кг \cdot м^2}{с}$.

2.27 a_τ=0; $a_n = 7 \cdot 10^{15}$ $\frac{м}{с^2}$.

2.28 $12{,}7 \cdot 10^{-6}$ *Тл*.

2.29 3,23 *см*.

2.30 50 $\frac{км}{с}$.

2.31 0,63 *В*.

2.32 50 $с^{-1}$.

2.33 220 *В*.

2.34 10 $\frac{В}{м}$.

2.35 $q = \frac{\Delta\Phi}{R} = 400 мкКл$.

2.36 $q = \frac{BRS}{2\rho} = 0{,}1 Кл$.

2.37 $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bl\frac{dx}{dt} = -Bl\upsilon = -0{,}15 B$.

2.38 165 *мВ*.

2.39 31,4 *мВ*.

2.40 6,4 $с^{-1}$.

2.41 $\Phi(t) = 0{,}008 \sin 16\pi t$; $\varepsilon(t) = 0{,}4 \cos 16\pi t$; $\varepsilon_m = 0{,}4 B$.

2.42 $\varepsilon(t) = 0{,}1\pi \cos 10\pi t$; 5 $с^{-1}$; 0,01 *Вб*; 0,314 *В*.

Модуль 3

3.1. $x(t) = 5\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$.

3.2. $x(t) = 0{,}1\sin\frac{\pi}{2}t$.

3.3. $x(t) = 50\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$; x_1=35,2 *мм*; x_2=0.

3.4. Уравнение движения точки в общем виде $x(t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$. По условию $x = \frac{A}{2}$, следовательно, $0{,}5 = \sin\frac{\pi}{12}t$, т.е. $\frac{\pi}{12}t = \frac{\pi}{6}$, отсюда $t = 2c$.

3.5. 1 *с*.

3.6. 4 *с*; 3,14 $\frac{см}{с}$; 4,93 $\frac{см}{с^2}$.

3.7. 13,6 $\frac{см}{с}$.

3.8. 3,1 *см*; 4,1 *с*.

3.9. 246 *мкН*.

3.10. 197 *мкН*; 4,93 *мкДж*.

3.11. *а)* 6; *б)* 1; *в)* $\frac{1}{3}$.

3.12. $x(t) = 0{,}04\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$.

3.13. $x(t) = 3{,}7\sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{8}\right)$.

3.14. 5 *см*; $36^\circ 52'$; $x(t) = 5\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$.

3.15. 800 $\frac{Н}{м}$.

3.16. $\upsilon = 350\frac{м}{с}$; $u = 0{,}785\frac{м}{с}$.

3.17. 0,04 *м*.

3.18. $x = 0$; $\upsilon = 7{,}85\frac{см}{с}$; $a = 0$.

3.19. $\Delta\varphi = \pi$.

3.20. 0,48 *м*.

3.21. 0,78 *м*.

3.22. $17мм \le \lambda \le 17м$.

3.23. 20 *В*.

3.24. $I_m = U_m\sqrt{\frac{C}{L}} = 0{,}1A$.

3.25. 1 *мА*; 200 *В*.

3.26. $i(t) = -0{,}01\pi\sin(10^4\pi t)$; 0,2 *мс*; 5 *кГц*; 1 *мкКл*; 31,4 *мА*.

3.27. $q(t) = 10^{-4}\cos 500t$; $i(t) = -0{,}05\sin 500t$; $u(t) = 100\cos 500t$; 50 *мА*; 100 *В*.

3.28. уменьшится в 1,25 раза.
3.29. 0,01 *мкФ*.
3.30. T=5 *мс*; C=0,63 *мкФ*; U=25,2 *В*; $W_м$=0,2 *мДж*; $W_{эл}$=0,2 *мДж*.
3.31. $\mathrm{U} = U_0 \cos\omega t$; $\mathrm{I} = \dfrac{d(CU)}{dt} = CU_0\omega \sin\omega t$; следовательно,

$$W_м = \frac{LI^2}{2} = \frac{LI^2U_0^2\omega^2}{2}\sin^2\omega t\ ;\ W_{эл} = \frac{\mathrm{CU}^2}{2} = \frac{\mathrm{C}U_0^2}{2}\cos^2\omega t\ .$$

Отсюда

$$\frac{W_м}{W_{эл}} = \mathrm{L}C\omega^2\frac{\sin^2\omega t}{\cos^2\omega t} = \mathrm{L}C\omega^2 tg^2\omega t\ .$$

При $t = \dfrac{T}{8}$ имеем $\sin\omega t = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ и $\cos\omega t = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Так как $LC = \dfrac{T^2}{4\pi^2} = \dfrac{1}{\omega^2}$, то

$$\frac{W_м}{W_{эл}} = \frac{\sin^2\omega t}{\cos^2\omega t} = 1\ .$$

3.32. В 1,04 раза.
3.33. 6,8 *мс*.
3.34. 3 *мкм*.
3.35. 0,25 $\dfrac{мкВт}{м^2}$.
3.36. 12 $\dfrac{мВт}{м^2}$.
3.37. $2 \cdot 10^{-11}$ $\dfrac{Дж}{м^3}$.
3.38. 66 $\dfrac{мВт}{м^2}$.
3.39. 4 $\dfrac{В}{м}$.
3.40. 4000; 37,5 *км*.

Итоговый модуль

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	в	а	г	б	в	б	в	в	г	в

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
а	а	в	а	а	б	в	а	а	г	г	б	а

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Александров, Н.В. Курс общей физики. Механика [текст]: учебное пособие для студентов–заочников физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Н.В. Александров, А.Я. Яшкин. – М.: Просвещение, 1978. – 416 с.

2. Архангельский, М.М. Курс физики. Механика [текст]: учебное пособие для студентов физ.–мат. фак. пед. ин–тов / М. М. Архангельский. – М.: Просвещение, 1975. – 424 с.

3. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики [текст]: учебное пособие / В. С. Волькенштейн; ред. И. В. Савельева. – М.: Наука, 1990. – 397 с.

4. Крауфорд, Ф. Волны [текст]: учебное пособие. Т. III / Ф. Крауфорд; Пер. с англ. под. ред. А. И. Шальникова, А. О. Вайсенберга. – М.: Наука, 1984. – 511 с.

5. Парселл, Э. Электричество и магнетизм [текст]: учебное руководство. Т. II / Э. Парселл; Пер. с англ, ред. А. И. Шальникова, А. О. Вайсенберга. – М.: Наука, 1983. – 416 с.

6. Савельев, И.В. Курс общей физики [текст]: учебное пособие для студентов вузов. Т. I: Механика, молекулярная физика / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1986. – 432 с.

7. Савельев, И.В. Курс общей физики [текст]: учебное пособие для студентов вузов. Т. II: Электричество и магнетизм, волны, оптика/ И. В. Савельев. – М.: Наука, 1988. – 496 с.

8. Сивухин, Д.В. Общий курс физики [текст]: Учеб. пособие для вузов. В 5т. Т. 1: Механика/ Д.В. Сивухин. – М.: ФИЗМАТЛИТ: МФТИ, 2005. – 560 с.

9. Сивухин , Д.В. Общий курс физики [текст]: Учебное пособие: Для вузов. В 5т. Т.III. Электричество./ Д.В. Сивухин . – М.: ФИЗМАТЛИТ: МФТИ, 2004. – 656 с.

10. Трофимова, Т.И. Краткий курс физики [текст]: Учебное пособие для вузов/ Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 2000. – 352 с.

11. Трофимова Т.И. Курс физики [текст]: Учеб. пособие для вузов / Трофимова Т.И. – М.: Высш. шк., 2002. – 542 с.

12. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике: курс лекций. Вып. 1,2: Современная наука о природе, законы механики. Пространство, время, движение [текст] / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс; Пер. с англ. А. В. Ефремова, Г.И. Копылова, О.А. Хрусталева; Ред. Я.А. Смородинского. – М.: Мир, 1977. – 439 с.

13. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике: курс лекций. Вып. 5: Электричество и магнетизм [текст] / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс; Пер. с англ. Г.И. Копылова, Ю.А. Симонова; Ред. Я.А. Смородинского. – М.: Мир, 1977. – 300 с.

14. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике: курс лекций. Вып. 6: Электродинамика [текст] / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс; Пер. с англ. А.В. Ефремова, Г.И. Копылова, Ю.А. Симонова; Ред. Я.А. Смородинского. – М.: Мир, 1977. – 347 с.

15. Фриш, С.Э. Курс общей физики: в 3-х т. Т. 1.: Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны [текст] / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – СПб.: Лань, 2006. – 480 с.

16. Фриш, С.Э. Курс общей физики: в 3-х т. Т. 2.: Электрические и электромагнитные явления [текст] / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – СПб.: Лань, 2006. – 528 с.

17. Элементарный учебник физики: Учебное пособие. Т. 1: Механика. Теплота. Молекулярная физика [текст] / Ред. Г.С. Ландсберг. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 608 с.

18. Элементарный учебник физики: Уч. пособие. Т. 2: Электричество. Магнетизм [текст] / Ред. Г.С. Ландсберг. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 480 с.

Сергей Васильевич Латынцев
Надежда Владимировна Прокопьева

ФИЗИКА: МЕХАНИКА, ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Учебное пособие

Редактор Н.А. Агафонова
Корректор И.И. Канстанистова

660049, г Красноярск, ул А.Лебедевой, 89
Редакционно-издательский отдел КГПУ,
т. 211-01-25