

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета/филиала)
Выпускающая(ие) кафедра(ы) Кафедра математики и методики обучения
математике
(полное наименование кафедры)

Судочакова Анастасия Сергеевна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема Использование анимационных возможностей среды GeoGebra при
дистанционной форме обучения алгебре в 7 классе по теме «Многочлены»
Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления)
Магистерская программа Информационные и суперкомпьютерные
технологии в математическом образовании
(наименование программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ


Заведующий кафедрой
д.п.н., к.ф.м.н., профессор Шкерина Л. В.
Ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)
04.12.2018. Шкерина
(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы
д.п.н., к.ф.м.н. профессор Майер В. Р.
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)
04.12.2018
(дата, подпись)

Научный руководитель
проф., к.ф.м.н., Ларин С.В. Ларин
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)
(дата, подпись)

Обучающийся Судочакова А.С.
(фамилия, инициалы)
03.12.2018
(дата, подпись)

Красноярск 2018

Реферат

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, включает список используемой литературы и приложения. Общий объем работы составляет 93 страниц, включая приложения. Работа иллюстрирована 16 рисунками и 7 таблицами. Список литературы включает 51 источник.

Объект исследования: образовательный процесс в 7 классе, ориентированный на использование в обучении математике интерактивных систем с опорой на чувственное, интуитивное восприятие математических терминов, понятий, утверждений.

Цель данной работы: разработка методики реализации дистанционного обучения по теме «многочлены» для учащихся 7 класса на основе использования компьютерной среды GeoGebra.

Магистерская программа решала следующие задачи:

- проанализировать тему школьного курса алгебры в 7 классе на предмет использования таких форм обучения, как лабораторные и лабораторно-практические занятия на базе компьютерной среды GeoGebra;
- обосновать дидактические возможности среды GeoGebra как виртуальной лаборатории на предмет использования их при обучении учащихся 7 класса отдельным темам математики;
- обосновать дидактические возможности внедрения дистанционных технологий обучения в образовательный процесс;
- разработать методическое сопровождение дистанционного обучения алгебре для обучающихся 7 класса, включающую в себя разработку не менее 5 лабораторных или лабораторно-практических занятий, видео-уроков, тестов и контрольных заданий;
- осуществить апробацию разработанной системы дистанционного обучения, проверку эффективности ее сопровождения в компьютерной среде GeoGebra;

- обосновать перспективу развития разработанной методики для изучения и закрепления других тем школьного предмета математики.

Гипотеза заключалась в следующем: использование компьютерной среды GeoGebra в процессе дистанционного обучения по теме «Многочлены» в 7 классе способствует:

- повышению уровня сформированности предметных результатов обучения по теме «Многочлены»;

- повышению интереса учащихся к изучаемому материалу.

В магистерской диссертации были использованы методы исследования:

-анализ литературы;

-теоретический анализ и синтез;

-аналогия;

-обобщение;

-проектирование.

В первой главе проведен анализ школьных учебников алгебры 7 класса ведущих авторов России, определены анимационные возможности среды GeoGebra в изучении темы «Многочлены» в 7 классе, обозначены дидактические условия использования дистанционной формы обучения.

Во второй главе определены целевой, содержательный и технологический компоненты методики обучения теме «Многочлены» в 7 классе в аспекте использования анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra. Также представлен компьютерный лабораторный практикум, состоящий из 5 лабораторных работ по теме «Многочлены» и продемонстрированы результаты апробирования созданной системы дистанционного обучения.

Научная новизна дипломной работы состоит в применении возможностей компьютерной анимации GeoGebra к изучению многочленов.

Материалы исследования были представлены на:

- III Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников «Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы (Красноярск, 18 мая 2018 г.);

- VII Всероссийской научно-методической конференции с международным участием «Информационные технологии в математике и математическом образовании» (Красноярск, 14-15 ноября 2018 г.);

- Международной научно-практической конференции «Наука сегодня: вызовы, перспективы и возможности» (Вологда, 12 декабря 2018 г.).

По теме исследования опубликовано 3 работы:

1. Рычковская А. С. (Судочакова А. С.) «Компьютерная анимация в арифметике многочленов» / Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы III Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2018 года / отв.ред. М. Б. Шашкина; ред. кол. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В. П. Астафьева. – Красноярск, 2018. – 258 с.

2. Судочакова А. С. «Деление многочленов уголком в рамках дистанционного курса «Занимательная математика» / Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VII Всероссийской научно-методической конференции с международным участием. Красноярск, 14–15 ноября 2018 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2018. – 166 с.

3. Судочакова А. С. «Использование системы CAS программы GeoGebra в изучении темы «многочлены» / Наука сегодня: вызовы, перспективы и возможности : материалы международной научно-практической конференции, Вологда, 12 декабря 2018 г.

Оглавление

Введение	6
Глава 1. Теоретические аспекты обучения теме «Многочлены» с использованием анимационных возможностей компьютерной среды GeoГebra в дистанционной форме обучения.....	9
1.1. Анализ введения понятия многочлена в школьных учебниках по алгебре 7 класса.....	9
1.2. Анимационные возможности компьютерной среды GeoGebra в обучении теме школьного курса алгебры «Многочлены» в 7 классе.	15
Сложение и умножение многочленов «столбиком»	30
1. 3. Дидактические условия использования дистанционной формы обучения в основной школе.....	37
Глава 2. Методическое сопровождение дистанционного обучения по теме «Многочлены» в 7 классе на основе использования анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra.....	56
2.1. Цели и содержание обучения теме «Многочлены» в 7 классе в аспекте использования анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra.....	56
2.2. Лабораторные работы: решение задач по теме «Многочлены» с использованием анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra.....	66
2.3. Апробация внедрения дистанционных технологий в процесс обучения теме «Многочлены», перспективы развития.	78
Заключение	82
Библиографический список.....	84
Приложения	90

Введение

В современном обществе математическая подготовка необходима каждому человеку, так как математика присутствует во всех сферах человеческой деятельности. Предметом её изучения являются количественные отношения и процессы реального мира, описанные математическими моделями.

В связи с новыми реалиями стремительно изменяется образовательная среда. Одним из наиболее востребованных в настоящее время направлений инновационной деятельности является организация обучения средствами виртуальной образовательной среды, которые позволяют перейти от принципа образования на всю жизнь к принципу образования на протяжении всей жизни.

В концепции российского образования в целях создания необходимых условий достижения нового, современного качества образования планируется обеспечить в рамках федеральной целевой программы «Развитие единой образовательной информационной среды» развитие дистанционного образования. Применение дистанционного образования в математике позволяет расширить диапазон знаний учащихся. Внедрение среды GeoGebra дает возможность усиления экспериментальной и исследовательской составляющих обучения математике в школе.

Концепция исследования: обучение математике с опорой на чувственное, интуитивное восприятие математических терминов, понятий, утверждений.

Цель исследования: разработка методики реализации дистанционного обучения по теме «многочлены» для учащихся 7 класса на основе использования компьютерной среды GeoGebra.

Объект исследования: образовательный процесс в 7 классе, ориентированный на использование в обучении математике интерактивных

систем с опорой на чувственное, интуитивное восприятие математических терминов, понятий, утверждений.

Предмет исследования: дидактические условия реализации дистанционной формы обучения алгебре в 7 классе по теме «Многочлены» с применением компьютерной среды GeoGebra.

Гипотеза: Использование компьютерной среды GeoGebra в процессе дистанционного обучения по теме «Многочлены» в 7 классе способствует:

- повышению уровня сформированности предметных результатов обучения по теме «Многочлены»;
- повышению интереса учащихся к изучаемому материалу.

Задачи исследования:

- проанализировать тему школьного курса алгебры в 7 классе на предмет использования таких форм обучения, как лабораторные и лабораторно-практические занятия на базе компьютерной среды GeoGebra;
- обосновать дидактические возможности среды GeoGebra как виртуальной лаборатории на предмет использования их при обучении учащихся 7 класса отдельным темам математики;
- обосновать дидактические возможности внедрения дистанционных технологий обучения в образовательный процесс;
- разработать методическое сопровождение дистанционного обучения алгебре для обучающихся 7 класса, включающую в себя разработку не менее 5 лабораторных или лабораторно-практических занятий, видео-уроков, тестов и контрольных заданий;
- осуществить апробацию разработанной системы дистанционного обучения, проверку эффективности ее сопровождения в компьютерной среде GeoGebra;
- обосновать перспективу развития разработанной методики для изучения и закрепления других тем школьного предмета математики.

Методы исследования:

- анализ литературы;
- теоретический анализ и синтез;
- аналогия;
- обобщение;
- проектирование.

Научная новизна дипломной работы состоит в применении возможностей компьютерной анимации GeoGebra к изучению многочленов.

Практическая значимость: готовая к внедрению система дистанционного обучения школьников алгебре многочленов на основе использования компьютерной среды GeoGebra.

Глава 1. Теоретические аспекты обучения теме «Многочлены» с использованием анимационных возможностей компьютерной среды GeoГebra в дистанционной форме обучения.

1.1. Анализ введения понятия многочлена в школьных учебниках по алгебре 7 класса.

Практическая значимость школьного курса алгебры 7 класса состоит в том, что в нем формируются основные понятия математики – понятие функции и понятие многочлена.

В данной работе рассматривается только лишь одна из тем школьного курса алгебры 7 класса, а именно тема «Многочлены».

Авторы школьных учебников описывают разные методики изучения темы «Многочлены». Но практически везде понятие многочлена представлено, как сумма нескольких одночленов.

Для более детального изучения данной темы проведем сравнительный анализ изложения программного материала по теме «Многочлены» в учебниках различных авторов, а именно: А. Г. Мерзляк [Мерзляк,2015], А. Г. Мордкович [Мордкович, 2009], Ю. Н. Макарычев [Макарычев,2013].

1. Учебник: Алгебра 7 класс, автор А. Г. Мерзляк [Мерзляк,2015]

В этом учебнике тема «Многочлены» изложена во 2 главе «Целые выражения». Прежде чем перейти к изучению этой темы, автор дает определение степени с натуральным показателем. В связи с вычислением значений степени в 7 классе дается представление о нахождении значений степени с помощью калькулятора. Рассматриваются свойства степени с натуральным показателем. На примере доказательства свойств степени учащиеся впервые знакомятся с доказательствами, проводимыми на алгебраическом материале. Вводятся понятия одночлен, стандартный вид одночлена и степень одночлена. Свойства степени с натуральным

показателем находят применение при умножении одночленов и возведении одночленов в степень.

Далее рассматриваются понятия многочлена, стандартного вида многочлена, степени многочлена. Очень большое внимание автор уделяет усвоению алгоритмов действий с многочленами – вычитание, сложение, умножение. Эти действия выступают как составной компонент в заданиях на преобразования целых выражений. Поэтому нецелесообразно переходить к комбинированным заданиям прежде, чем усвоены основные алгоритмы. Серьезное внимание в этой теме уделяется разложению многочленов на множители с помощью вынесения за скобки общего множителя и с помощью группировки. Соответствующие преобразования находят широкое применение как в курсе алгебры 7 класса, так и в последующих курсах, особенно в действиях с рациональными дробями.

После изучения многочленов автор предлагает перейти к теме «Формулы сокращенного умножения», где продолжается работа по формированию у учащихся умения выполнять тождественные преобразования целых выражений.

В заключительной части главы рассматривается применение различных приемов разложения многочленов на множители, а также использование преобразований целых выражений для решения широкого круга задач. В данной теме учащиеся встречаются с примерами использования рассматриваемых преобразований при решении разнообразных задач, в частности при решении уравнений. Это позволяет в ходе изучения темы продолжить работу по формированию умения решать уравнения, а также решать задачи методом составления уравнений. В число упражнений включаются несложные задания на доказательство тождеств.

2. Учебник: Алгебра 7 класс. автор А. Г. Мордкович [Мордкович,2009].

Начинается изложение материала учебника с повторения понятий числового и алгебраического выражений. «Под числовым выражением мы

понимаем всякую запись, составленную из чисел и знаков арифметических действий. По некоторым причинам часто вместо конкретных чисел употребляются буквы; тогда получается алгебраическое выражение». В дальнейшем автор описывает, какие действия с данными выражениями осуществляют. Формирование же понятия многочлена автор начинает с понятия одночлена как алгебраического выражения, представляющего собой произведение чисел и переменных, возведенных в степени с натуральным показателем. Хотя понятие одночлена вводится через понятия степени, вся дальнейшая теория направлена на форму записи одночлена, т.е. предполагает формально-алгебраический подход. Автор вводит правила действий над одночленами, соблюдая также формально-алгебраический подход, делая акцент на форме записи результата в «стандартном» виде. Однако само понятие многочлена Мордкович А.Г. вводит как функцию, называя многочленом сумму одночленов, но, сразу же, после определения делает акцент на форме записи результата. При описании правил действия над многочленами автор так же постоянно напоминает о форме записи результата. Материал 7 класса по многочленам автор ограничивает рассмотрением способов разложения многочлена на множители. Применение этого материала Мордкович А.Г. показывает через сокращение алгебраических дробей. Само понятие алгебраической дроби автор вводит по аналогии с понятием обыкновенной дроби, как запись определенного вида, а под сокращением дроби понимает получение записи более простого вида.

3. Учебник: Алгебра 7 класс автор Ю. Н. Макарычев [Макарычев, 2013]

Изучение многочленов начинается достаточно рано. Уже вторая глава отведена одночленам. Ей предшествует глава «Выражение и множество его значений», где дается понятие числового выражения и выражения с переменными. Перед определением одночлена вводится понятие степени с натуральным показателем, умножение и деление степеней, затем одночлен вводится как произведение чисел, переменных и их степеней, дается понятие

стандартного вида одночлена. После вводится понятие тождества и тождественных преобразований. Глава 3 посвящена многочленам, и ее изложение повторяет изложение предыдущих изданий.

Подведем итог сравнительного анализа учебников в таблице 1.

Таблица 1

Сравнительный анализ учебников алгебры за 7 класс

Материал	Комментарии		
	Мерзляк	Мордкович	Макарычев
Одночлен	Выражение, представляющее собой произведение чисел, переменных и их степеней	Алгебраическое выражение, которое представляет собой произведение чисел и переменных, возведенных в степень с натуральными показателями	Выражение, представляющее собой произведение чисел, переменных и их степеней
Стандартный вид одночлена	Одночлен, который содержит только один числовой множитель, отличный от нуля, стоящий на первом месте. Все остальные множители- это степени с различными основаниями.	Четкое понятие отсутствует	Одночлен, представленный в виде произведения числового множителя, записанного на первом месте, и степеней различных переменных.
Алгоритм приведения одночлена к стандартному виду		<ol style="list-style-type: none"> 1. Перемножить все числовые множители и поставить их произведение на первое место; 2. перемножить все имеющиеся степени с одним буквенным основанием; 3. перемножить все имеющиеся степени с другим буквенным основанием и т.д. 	
Коэффициент одночлена	Числовой множитель одночлена, записанного в стандартном виде	Числовой множитель одночлена, записанного в стандартном виде	Числовой множитель одночлена, записанного в стандартном виде

Алгоритм сложения одночленов	-	<ol style="list-style-type: none"> 1. Привести все одночлены к стандартному виду; 2. Убедиться, что все одночлены подобны (если не подобны, то алгоритм дальше не применяется) 3. Найти сумму коэффициентов подобных одночленов; 4. Записать ответ: одночлен, подобный данным с коэффициентом, полученным на третьем шаге 	
Многочлен	Выражение, которое является суммой нескольких одночленов	Сумма одночленов	
Многочлен стандартного вида	Многочлен, состоящий из одночленов стандартного вида, среди которых нет подобных	Многочлен, в котором все члены записаны в стандартном виде и приведены подобные члены.	
Умножение одночлена на многочлен	Чтобы умножить одночлен на многочлен, нужно умножить этот одночлен на каждый член многочлена и полученные произведения сложить.	Чтобы умножить многочлен на одночлен, нужно каждый член многочлена умножить на этот одночлен и полученные произведения сложить. Это же правило действует и при умножении одночлена на многочлен	
Умножение многочлена на многочлен	Чтобы умножить многочлен на многочлен, можно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого и полученные произведения сложить	Чтобы умножить многочлен на многочлен, нужно умножить каждый член одного многочлена поочередно на каждый член другого многочлена и полученные произведения сложить.	

Проведя сравнительный анализ ведущих учебников по алгебре за 7 класс, можно сделать вывод, что значительных различий в изложении предметного материала по теме «многочлены» нет. Далее в работе будем рассматривать учебник А. Г. Мерзляка.

Как уже описывалось выше, в учебнике А. Г. Мерзляка [Мерзляк,2015] действия сложения, вычитания и умножения многочленов выступают как составной компонент в заданиях на преобразования целых выражений. Поэтому автор акцентирует внимание учащихся на алгоритмах выполнения этих действий. Рассмотрим эти алгоритмы.

Алгоритм вычитания многочленов:

1. Взять в скобки имеющиеся многочлены;
2. Перед вычитаемым поставить знак минус;
3. Раскрыть скобки с учетом знака;
4. Привести подобные слагаемые;

Полученный многочлен является разностью представленных многочленов.

Алгоритм сложения многочленов:

1. Взять в скобки имеющиеся многочлены и поставить между ними знак плюс.
2. Раскрыть скобки.
3. Привести подобные слагаемые

Полученный многочлен является суммой представленных многочленов.

Алгоритм умножения многочленов:

1. Умножить каждый член одного многочлена на каждый член другого;
2. Полученные произведения сложить.

Полученный многочлен является произведением представленных многочленов.

Для лучшего усвоения учащимися этих алгоритмов мы предлагаем дополнить образовательный процесс изучения этой темы анимационными рисунками, выполненными в компьютерной среде GeoGebra, о чем подробнее мы расскажем во втором параграфе первой главы.

1.2. Анимационные возможности компьютерной среды GeoGebra в обучении теме школьного курса алгебры «Многочлены» в 7 классе.

Учитывая, что концепция нашего исследования - обучение математике с опорой на чувственное, интуитивное восприятие математических терминов, понятий и утверждений, было принято решение дополнить образовательный процесс анимационными рисунками, выполненными в компьютерной среде GeoGebra.

GeoGebra - это динамическое математическое программное обеспечение для всех уровней образования, которое объединяет геометрию, алгебру, электронные таблицы, графику, статистику и исчисление в одном удобном пакете. GeoGebra стала ведущим поставщиком программного обеспечения для динамической математики, поддерживая образование и инновации в области науки, технологии, инженерии и математики (STEM) в области обучения во всем мире. [2] Рассмотрим ее достоинства более подробно.

Среда GeoGebra [2] распространяется бесплатно, что позволяет беспрепятственно устанавливать её на персональные компьютеры как в школе, так и дома. Она имеет удобный и эргономичный интерфейс, переведена на многие языки мира; является кроссплатформенной, то есть может быть установлена на различные операционные системы, такие как Windows, Linux, MacOS. Кроме того, есть возможность установить программу на смартфоны и планшеты, работающие под управлением операционных систем iOS и Android OS, а при необходимости — работать онлайн на сайте.

С одной стороны, GeoGebra представляет собой интерактивную систему геометрии. Пользователь может сделать конструкции точек, векторов, отрезков, прямых, многоугольников и конических сечений, а также функции и их динамические изменения. С другой стороны, уравнения

и координаты могут быть введены непосредственно. Таким образом, GeoGebra может работать с числовыми переменными, векторами, есть возможность находить производные и интегралы от функции \square и пр.

Внедрение среды GeoGebra в образовательный процесс позволяет визуализировать математику, проводить эксперименты и исследования при решении математических задач, появляется возможность по-новому посмотреть на задачи, неразрешимые циркулем и линейкой. Анимационные рисунки побуждают обучающихся к изучению новых возможностей среды GeoGebra, что является хорошей основой для развития их ИКТ-компетентности. Использование анимационных рисунков превращает обучающегося в руководителя вычислениями согласно рассматриваемому алгоритму, при этом вычисления поручаются компьютеру. Это позволяет избежать вычислительных трудностей и сосредоточиться на отработке знания вычислительных алгоритмов.

Мы не будем здесь описывать как пользоваться программой GeoGebra, так как это заняло бы слишком много места. Ограничимся лишь перечислением некоторых умений, которых, как показывает личный опыт автора, вполне достаточно для того, чтобы самостоятельно создавать анимационные рисунки.

Основные умения в работе с программой GeoGebra

1. Построить объект с помощью одного из встроенных инструментов: точку, прямую, отрезок, луч, угол, многоугольник, окружность, параллельные (перпендикулярные) прямые,
2. Заставить объект (например, точку) оставлять след.
3. Включить-выключить анимацию точки.
4. Скрыть-показать построенный объект.
5. Создать надпись.
7. Пользоваться инструментом «Ползунок».
8. Уметь использовать условия видимости объекта.

9. Редактировать чертеж, в частности, изменять масштаб.

10. Перемещать изображение в текстовый файл.

При создании компьютерного сопровождения уроков алгебры будем придерживаться следующих принципов.

1) *Принцип наглядности.* Математические рисунки должны наглядно раскрывать основные положения, заложенные в математическом понятии или утверждении, быть яркими, эстетичными, запоминающимися.

2) *Принцип анимационности изображения.* Изображение должно включать в себя анимацию в различных ее проявлениях: «ручное» перемещение объектов на экране, изменение данных с помощью встроенного инструмента под названием «Ползунок», использование условий видимости объектов и др.

3) *Принцип адекватности.* Изображение должно соответствовать учебному материалу и целям обучения.

4) *Принцип вариативности.* Необходимо предусмотреть возможность создания анимационного рисунка для решения целого класса (однотипных) задач с помощью процедуры настраивания изображения.

5) *Принцип убедительности.* Изображаемое должно не оставлять сомнений в выводах из наблюдений. Вместе с тем, эти выводы должны опираться на существование математического доказательства в рамках строгой математической теории. [Ларин, 2018]

Мы будем использовать три вида анимации:

1) геометрическая анимация, основанная на сохранении последовательности построения чертежа при изменении положения его частей;

2) алгебраическая анимация – управляемое изменение параметров формул (с помощью Ползунков), обеспечивающее выполнение решения математической задачи;

3) текстовая анимация – управляемое преобразование текста (с помощью Ползунка и условий видимости) для реализации некоторого алгоритма решения математической задачи.

На практике эти три вида анимации используются совместно, дополняя и обогащая друг друга.

Таким образом, под анимацией мы понимаем ручное или инструментальное изменение объекта – геометрической фигуры, формулы или текста. [Ларин,2018]

Пример алгебраической анимации. Деление «уголком»

Поясним суть алгебраической анимации на примере создания анимационного рисунка для деления натуральных чисел «уголком». Выбор именно этого примера объясняется тем, что ниже на базе этого примера будет построен анимационный рисунок деления «уголком» одного многочлена на другой.

Напомним, что разделить натуральное число a на натуральное число b означает найти неполное частное q и остаток r такие, что $a = bq + r$, причем $0 \leq r < b$.

В школе для деления данного натурального число u на данное натуральное число b используется алгоритм под названием «Деление уголком». Шагом этого алгоритма является подбор очередной цифры частного. Этот шаг на анимационном рисунке осуществляется путем промежуточного деления с остатком некоторого целого числа a на делитель b : $a = bc + r$, откуда $0 \leq r = a - bc < b$.

Создадим анимационный рисунок для «деления уголком» (рис. 1).
Построение (рис. 1а, 1б).

1) Удаляем (делаем невидимыми) оси координат за ненадобностью.

2) Вводим «ключевые» числа: делимое $u = 155112$ и делитель $b = 567$.

При решении нового примера эти числа вводятся заново.

ДЕЛЕНИЕ УГОЛКОМ

Для решения нового примера удалите с Палатки записи чисел предыдущего примера и введите новые делимое a и делитель b .

155112	567	Промежуточное деление $a = bc + r$ Введите промежуточное делимое a и выберите цифру c так, чтобы двойное неравенство оказалось верным. $\underline{c = 3} \quad 0 \leq 331 < 567$ Промежуточный остаток $r = 331$ Промежуточное произведение $bc = 1701$
1134	2	
417		
—		

Рис. 1а

ДЕЛЕНИЕ УГОЛКОМ

Для решения нового примера удалите с Палатки записи чисел предыдущего примера и введите новые делимое a и делитель b .

155112	567	Промежуточное деление $a = bc + r$ Введите промежуточное делимое a и выберите цифру c так, чтобы двойное неравенство оказалось верным. $\underline{c = 3} \quad 0 \leq 331 < 567$ Промежуточный остаток $r = 331$ Промежуточное произведение $bc = 1701$
1134	27	
4172		
3969		

Рис. 1б

ДЕЛЕНИЕ УГОЛКОМ

Для решения нового примера удалите с Палатки записи чисел предыдущего примера и введите новые делимое a и делитель b .

155112	567	Промежуточное деление $a = bc + r$ Введите промежуточное делимое a и выберите цифру c так, чтобы двойное неравенство оказалось верным. $\underline{c = 3} \quad 0 \leq 331 < 567$ Промежуточный остаток $r = 331$ Промежуточное произведение $bc = 1701$
1134	273	
4172		
3969		

Рис. 1в

Рис. 1. Анимационный рисунок для «деления уголком»

3) Вводим параметры для промежуточного деления с остатком при подборе очередной цифры частного. Ориентируемся на запись деления с остатком: $a = bc + r$, где c – искомая цифра частного, а остаток r

удовлетворяет условию $0 \leq r < b$. В нашем случае вводим $a = 1551$, строим Ползунок для параметра c , вводим $r = a - bc$ (запись в «Строку ввода»: $r = a - b * c$), произведение $bc = b * c$ (здесь левая часть равенства воспринимается компьютером как обозначение, а правая часть как результат произведения). Возле Ползунка делаем надпись: $0 \leq r < b$, при создании надписи параметры r и b берем в Объектах.

4) Строим «уголок» и отрезки для подчеркивания.

5) Создаем пояснительные надписи.

Использование анимационного рисунка 1.

На рисунке 1а при подборе первой цифры частного выделяем начальную часть делимого u и вводим число $a = 1551$. С помощью Ползунка подбираем цифру c так, чтобы выполнялось указанное двойное неравенство. При $c = 2$ получаем приемлемое двойное неравенство $0 \leq 417 < 567$. Одновременно компьютер вычисляет и выводит на экран произведение $bc = 1134$. Теперь найденные первую цифру $c = 2$, произведение $bc = 1134$ и остаток $r = 417$ нужно расставить в нужные места. Например, чтобы цифру $c = 2$ поставить на нужное место, нажимаем кнопку АВС, кликаем на нужное место и вводим текст: 2.

После введения всех надписей первого шага алгоритма, запечатленных на рисунке 1а, нужно к промежуточному остатку 417 приписать (снести) цифру 1. Полученное число $a = 4171$ вводим в компьютер. Повторяем шаг промежуточного деления с остатком для подбора следующей цифры частного (рис. 1б). Окончательный результат получаем на третьем шаге алгоритма (рис. 1в).

Методический комментарий. Созданный анимационный рисунок 1 позволяет выполнять «деление уголком» с устранением вычислительных трудностей подбора цифр частного. Устраняется вычислительная трудность и при нахождении произведения делителя на цифру. Запись деления

«уголком» такая же, как и при «ручном» решении в тетради. Такая реализация «деления уголком» позволяет выделить шаги алгоритма и сосредоточиться на усвоении данного алгоритма. Подчеркнем очередной раз, что использование созданного анимационного рисунка целесообразно, если не преследуется цель отработки вычислительных навыков.

Технология подбора очередной цифры частного является примером алгебраической анимации.

Пример текстовой анимации. Ползунок

На Панели инструментов можно найти очень полезный инструмент под названием Ползунок. Знак инструмента – отрезок с точкой. Если кликнуть на него, а затем на точку Полотна, то в этом месте появится таблица с параметрами переменной, а после нажатия **ok** появится отрезок с изображенной на нем точкой, над которой стоит имя переменной.

Построим анимационный рисунок для демонстрации расположения простых чисел в натуральном ряду (рис. 2).

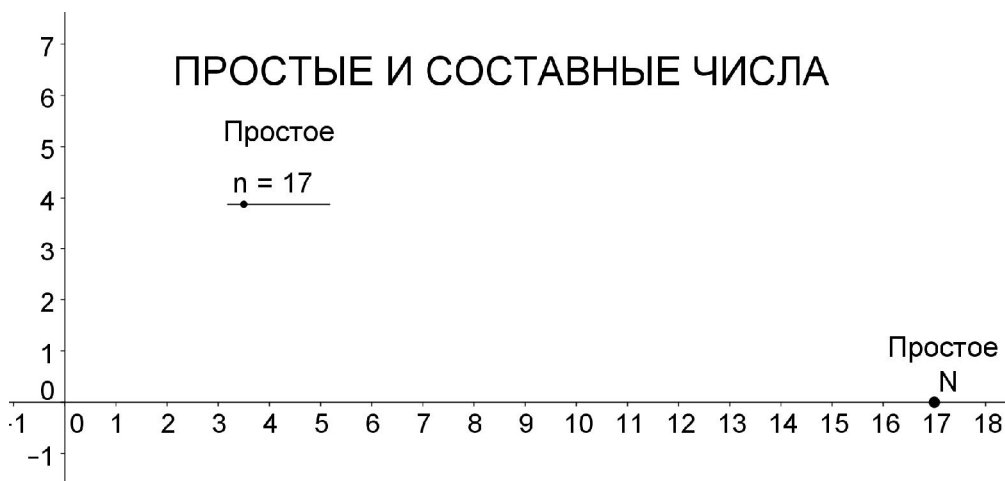


Рис. 2. Анимационный рисунок для демонстрации расположения простых чисел в натуральном ряду

Построение.

1) Строим Ползунок для натуральной переменной. В списке характеристик Ползунка выбираем «Целое число» и имя переменной n .

2) Строим точку $N = (n, 0)$.

3) Вводим (в Строку ввода) логическую команду $a = \text{Простое}[n]$. На Панели объектов появляется запись: $a := true$, если n – простое число, и запись $a := false$, если n – составное число.

4) Над Ползунком делаем надпись: Простое. Затем, кликнув на нее правой кнопкой мыши и в Свойствах, Дополнительно, Условие видимости, записываем условие видимости введенного слова $a = true$. Аналогично делаем надпись Составное и устанавливаем условие его видимости $a = false$.

5) Делаем аналогичные надписи над точкой N , привязывая надписи к этой точке.

Перемещая точку на Ползунке, видим характеристику очередного натурального числа: простое оно или составное. Если точка N уходит с экрана, рисунок можно передвинуть с помощью инструмента «Переместить чертеж».

Как отмечалось ранее, применение компьютерных технологий дает педагогу неоспоримые преимущества в обучении. Однако применение любой технологии должно соответствовать главной цели. Как бы ни были привлекательны возможности анимации, предлагаемые компьютерными программами, необходимо в первую очередь думать о целесообразности их использования в учебном процессе.

В школьном курсе математики изучение многочленов в 7 классе преследует цель научить школьников преобразовывать рациональные выражения и решать рациональные уравнения, неравенства и их системы. Здесь на первый план выходят тождественные преобразования выражений. С этой целью из теории многочленов следует вынести на отработку в 7-м классе форму записи многочлена, стандартный вид многочлена. Именно в 7 классе очень хорошо начать работу с использованием анимационных возможностей программы GeoGebra. Конечно, с самой программой учащиеся

могут познакомиться и задолго до 7 класса, даже учащиеся начальной школы смогут освоить самые простые функции GeoGebra и научиться их применять.

Серьезное освоение данной программы для изучения математики целесообразно начать именно с 7 класса. Для этого существует несколько причин: в 7 классе начинается изучение геометрии, а GeoGebra большей частью оперирует именно геометрическими объектами. В курсе алгебры до 7 класса изучаемый материал больше требует «ручной» отработки - выработки вычислительных навыков, умения оперировать с рациональными числами.

Основные понятия темы «Многочлены»

В 7 классе учащиеся должны хорошо освоить такие понятия, как одночлен, многочлен, степень одночлена, степень многочлена, старший член многочлена, стандартный вид одночлена, многочлена, сложение многочленов, умножение многочлена на число и умножение многочленов. Для успешного понимания данных понятий и закрепления умений необходимо дополнительно освоение следующих знаний и умений:

- сложение, вычитание, умножение натуральных чисел;
- сложение рациональных чисел;
- вычитание рациональных чисел;
- умножение рациональных чисел;
- понятие алгебраического выражения;
- действия с алгебраическими выражениями;
- приведение подобных в алгебраическом выражении;
- значение алгебраического выражения.

Отработка перечисленных умений и закрепление новых понятий и действий будет проходить более успешно, если использовать анимационные рисунки, выполненные в среде GeoGebra. Увиденная «живая» алгебра гораздо лучше запоминается, потому что при этом задействуется не только визуальное восприятие, но и тактильное, и чувственное.

Рассмотрим примеры использования анимационных рисунков при обучении действиям с многочленами в алгебре 7-го класса.

Прежде, чем представить анимационный материал к теме «Многочлены» (см. [Макарычев, 2, с. 83-88 и 106-139]), выстроим систему математических понятий, которыми должен овладеть ученик.

Определение 1. *Числовое выражение* есть запись, состоящая из чисел и знаков арифметических действий. Для указания порядка выполнения арифметических действий используются скобки. Если выполнить все указанные в числовом выражении действия, то получим число, которое называется *значением* числового выражения.

Определение 2. *Переменная* – это буква, обозначающая число, взятое из некоторого числового множества, которое называется *областью определения* переменной. Если переменная y выражается через другие переменные, например, $y = ax + b$, то y называется *зависимой переменной*, а ее область определения называется областью значений зависимой переменной y . Если при этом нас интересует зависимость y только от переменной x при произвольно зафиксированных значениях переменных a и b , то x называется *независимой переменной*, переменные a и b называются параметрами, а y называется *переменной, зависящей от x* .

Слова «натуральная переменная n » обозначают некоторое число, произвольно взятое из множества всех натуральных чисел N . Другими словами, областью определения переменной n является множество N . Всякое натуральное число является значением переменной n . Слова « k – четное число» задают переменную k , значения которой находятся по формуле $k = 2n$, где $n \in N$, и областью значений переменной k является множество всех чисел, кратных двум.

Кстати, формулой называют всякую формулировку на языке математических символов.

В записи $y = 2x + 3$ две буквы, обозначающие переменные. Область определения переменной x можно задать в виде любого непустого подмножества множества действительных чисел R , а множество значений переменной y зависит от выбора области определения переменной x . Например, если областью определения переменной x является отрезок оси абсцисс от 2 до 5, то областью значений переменной y будет отрезок оси ординат от 7 до 13. Если в качестве области определения независимой переменной x взять множество натуральных чисел N , то x образно называют натуральной переменной, при этом значения зависимой переменной находятся по формуле $y = 2x + 3$, $x \in N$, и составляют множество значений переменной y .

Определение 3. *Выражением с переменной* называется запись, содержащая переменные, которая превращается в числовое выражение при подстановке вместо переменных их значений. Значение этого числового выражения называется значением данного выражения с переменными.

Если в числовом выражении некоторые числа заменить буквами, то получим выражение с переменными. К примеру, вычисляя площадь прямоугольника со сторонами 2 и 3, мы получаем числовое выражение $2 \cdot 3$, а заменяя здесь числа 2 и 3 соответственно буквами a и b , получаем выражение с переменными $a \cdot b$, которое дает формулу (формулировку) площади прямоугольника $s = a \cdot b$. В этом выражении уже три переменных, две независимые и одна зависимая. Областью определения переменных a , b и множеством значений переменной s является одно и то же множество всех неотрицательных действительных чисел.

Определение 4. *Одночленом* называется произведение чисел и степеней переменных. *Стандартным видом* одночлена называется такая его запись, в которой сначала идет число, называемое коэффициентом одночлена, а затем степени различных переменных. *Степенью* одночлена называется сумма

показателей степеней всех переменных, входящих в его запись. Если одночлен не содержит переменных, то его степень считается равной нулю.

Таким образом, одночлен представляет собой выражение, которое записывается с помощью операций умножения и возведения в степень с натуральным показателем.

Определение 5. *Многочленом* называется сумма одночленов. При этом одночлены называются членами многочлена. В записи многочлена два одночлена называются подобными, если они либо одинаковы, либо отличаются друг от друга только коэффициентами. Стандартной записью многочлена называется запись его, не содержащая подобных членов.

Правила действий над многочленами. Чтобы сложить два многочлена, нужно раскрыть скобки и привести подобные. Чтобы перемножить два одночлена, нужно перемножить их коэффициенты и сложить показатели степеней одинаковых переменных. Чтобы умножить одночлен на многочлен, нужно этот одночлен умножить на каждый член данного многочлена. Чтобы один многочлен умножить на другой, нужно каждый член первого многочлена умножить на каждый член второго многочлена и привести подобные.

На наш взгляд целесообразно провести отдельный урок по упорядочению и проверке знаний учащихся перечисленных выше математических понятий.

Использование системы CAS

При отработке действий с одночленами и многочленами можно использовать символьные вычисления в системе CAS программы GeoGebra. CAS – Computer Algebra Sistem – система компьютерной алгебры, обеспечивает символьные вычисления, вычисления с формулами. После «ручного» решения ученику предлагается для проверки выполнить вычисления, используя программу GeoGebra. После открытия файла кликаем

«Настройки», CAS и в появившемся окне записываем пример. На рисунке 3 показаны решения следующих примеров из [Мордкович, 2].

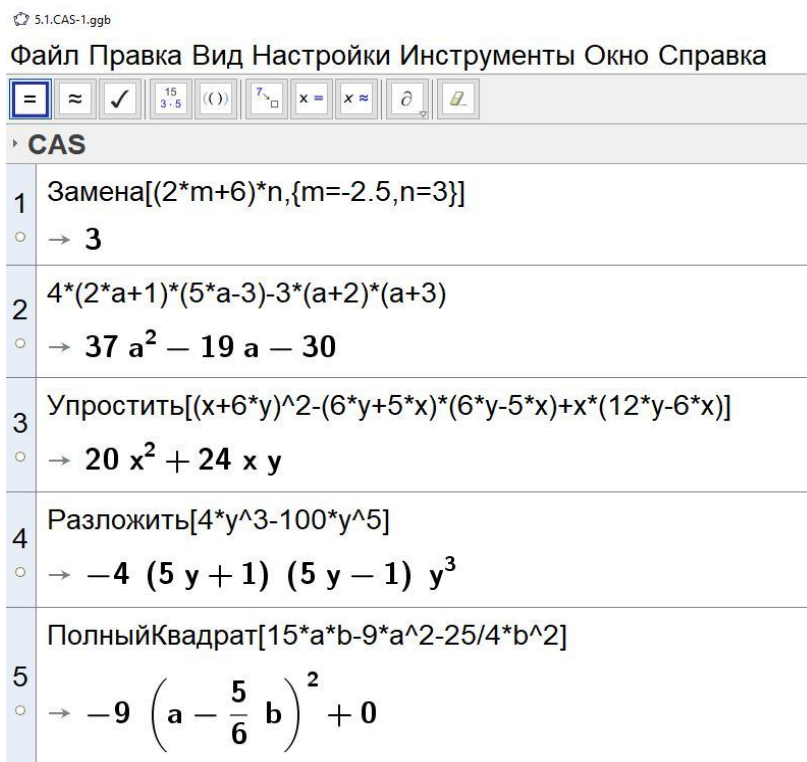


Рис. 3. Решение примеров из школьного учебника

1. Задание 30. Вычислите значение выражения:

а) $(2m + 6) \cdot n$ при $m = -2\frac{1}{2}$, $n = 3$.

2. Задание 977. Преобразуйте в многочлен:

д) $4(2a + 1)(5a - 3) - 3(a + 2)(a + 3)$.

3. Задание 981. Упростите выражение:

г) $(x + 6y)^2 - (6y + 5x)(6y - 5x) + x(12y - 6x)$.

4. Задание 991 (аналогично 853). Представьте в виде произведения:

е) $4y^3 - 100y^5$.

5. Задание 986. Представьте данный трехчлен, если это возможно, в виде квадрата двучлена или в виде выражения, противоположного квадрату

двучлена: в) $15ab - 9a^2 - 6\frac{1}{4}b^2$.

Понятно, что все примеры из учебника [Макарычев, 2004]. должны решаться «вручную», чтобы ученик мог проявить при их решении определенную сообразительность. Возможности CAS можно использовать при этом для проверки, а также при решении более сложных примеров

Заметим, что примеры 2 и 3 можно выполнить также с помощью Строки ввода. При решении примера 2 нужно букву a заменить на букву x , ввести функцию $f(x) = 4(2x+1)(5x-3) - 3(x+2)(x+3)$, а затем в Строку ввода записать команду Упростить[$f(x)$]. Аналогично решается пример 3.

Использование кнопки CAS позволяет конструировать примеры с «хорошими» ответами. При решении примера немаловажно, чтобы ученик, придя к «красивому» ответу, получил эмоционально-эстетическое удовлетворение. Работу по изготовлению «хороших» примеров может существенно облегчить система CAS, устраняя вычислительные трудности. Например, задание 386 из [Макарычев, 2004] можно было бы придумать, выполнив в CAS раскрытие скобок в ответе $-9(a - \frac{5}{6}b)^2$. Сначала придумываем хороший ответ, а после раскрытия скобок получаем пример для решения.

Система CAS позволяет также манипулировать с формулами. Например, рисунок 4 демонстрирует «переоткрытие» формулы квадрата суммы n слагаемых.

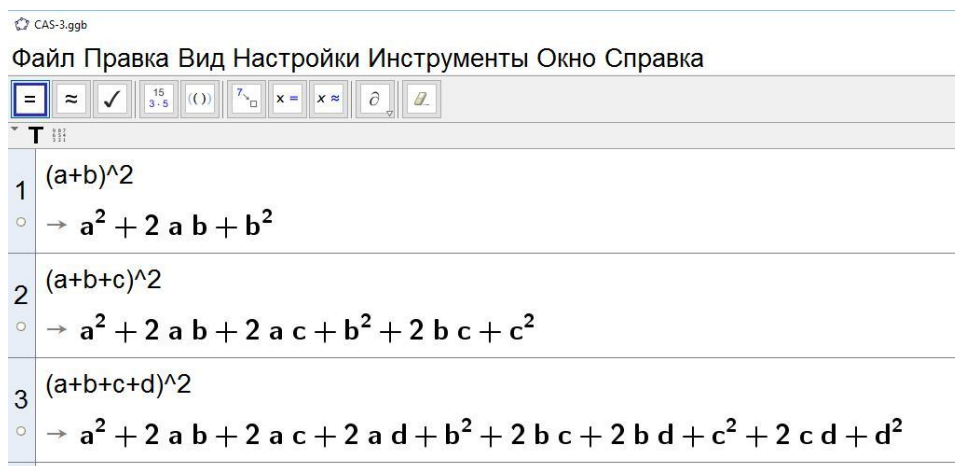


Рис. 4. «Переоткрытие» формулы квадрата суммы n

Ученику предлагается после экспериментирования сформулировать вывод: квадрат суммы n слагаемых равен сумме квадратов слагаемых, сложенной со всевозможными их удвоенными произведениями.

На рисунке 5 подмечается формула куба суммы n слагаемых.

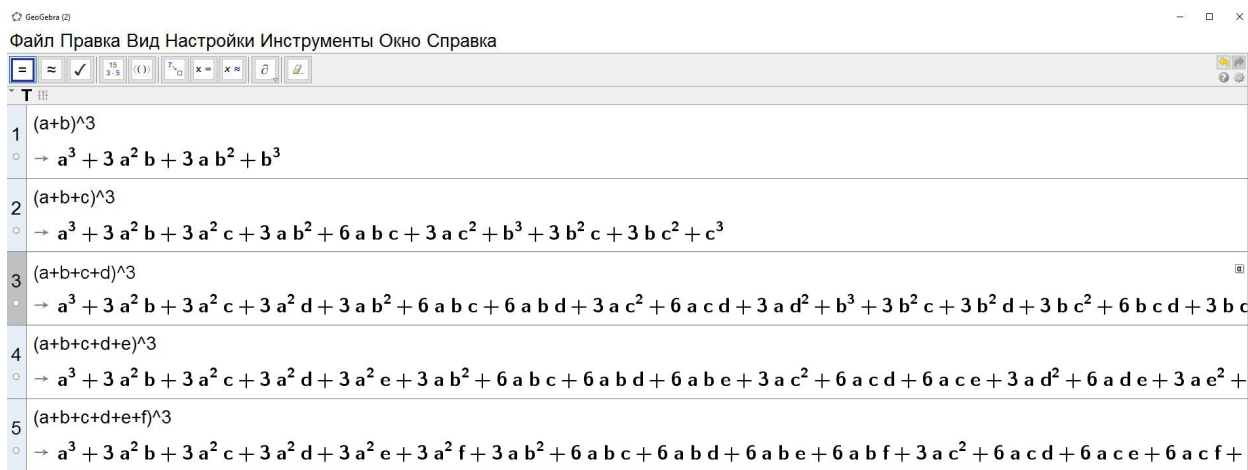


Рис. 5 формула куба суммы n слагаемых.

Ученик должен результаты эксперимента сформулировать в виде правила написания соответствующей формулы.

При систематическом использовании программы GeoGebra не будет выглядеть одиноким упражнение 630 из [Макарычев, 2004]:

Используя калькулятор, найдите значение многочлена:

а) $x^2 + 4,23$ при $x = 1,97$;

б) $a^4 + 2b$ при $a = 2,3$, $b = 138,9$.

Способы решения этого задания в среде GeoGebra:

1) с помощью CAS, командой: Замена[<Выражение>, <СписокЗамен>];

2) введением в Строку ввода числового выражения (в случае задания б)

вводим $2.3^4 + 2 \cdot 138.9$);

3) графически – в случае задания а).

При этом можно увеличить количество значений переменных, заменить выражение другим, придуманным учеником.

Полезно дать задание придумать два многочлена и найти их сумму и произведение «вручную» с проверкой на компьютере. Полезно попросить ученика изменить данные в условии задания из учебника и решить его на компьютере.

Сложение и умножение многочленов «столбиком»

Ученикам известны способы сложения и умножения целых чисел «столбиком». Перенесем эти способы на многочлены.

1. Анимационный рисунок 6 позволяет сложить два многочлена. При этом, сложение соответствующих коэффициентов поручается компьютеру.

Использование анимационного рисунка 6.

1) Вводим (Строкой ввода) данные многочлены $f(x) = 4x^5 - 27x^3 - 32x + 53$, $h(x) = 48x^3 - 37x^2 + 149x - 75$. Затем записываем их на Полотне с помощью кнопки АВС. При этом восстанавливаем пропущенные одночлены, записывая их с нулевыми коэффициентами. Если же нет пропущенных одночленов, то многочлен можно записать на Полотне с помощью кнопки АВС, взяв его из Объектов. Записи многочленов располагаем одну под другой, выравнивая по возможности столбцы, содержащие одинаковые степени переменной. Устанавливаем горизонтальную черту, ухватившись за выделенную точку отрезка.

СЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Введите складываемые многочлены $f(x)$ и $h(x)$ и запишите их, один под другим, вставляя пропущенные одночлены с нулевыми коэффициентами.

$$f(x) = 4x^5 - 27x^3 - 32x + 53 \qquad h(x) = 48x^3 - 37x^2 + 149x - 75$$

$$4x^5 + 0x^4 - 27x^3 + 0x^2 - 32x + 53$$

$$\underline{48x^3 - 37x^2 + 149x - 75}$$

$$4x^5 + 21x^3 - 37x^2 + 117x - 22$$

Введите очередные одночлены $a(x)$ и $b(x)$ и получите их сумму $c(x)$

$$a(x) + b(x) = -27x^3 + 48x^3 = c(x) = 21x^3$$

Ответ:

$$4x^5 - 27x^3 - 32x + 53 + (48x^3 - 37x^2 + 149x - 75) = 4x^5 + 21x^3 - 37x^2 + 117x - 22$$

Рис. 6. Сложение многочленов

2) (Нулевой шаг алгоритма). Вводим складываемые одночлены $a(x) = 53$, $b(x) = -75$ и на Полотне находим их сумму $c(x) = -22$. С помощью кнопки ABC записываем этот результат под чертой в столбце свободных членов.

3) (Первый шаг алгоритма). Вводим складываемые одночлены $a(x) = -32x$, $b(x) = 149x$ и на Полотне находим их сумму $c(x) = 117x$. С помощью кнопки ABC записываем этот результат со знаком + под чертой в столбце одночленов, содержащих x .

4) – 6) Повторяем шаги алгоритма.

7) Одночлен $0x^4$ можно не записывать под чертой.

8) Записываем под чертой одночлен $4x^5$.

9) Открываем ответ. При создании этой надписи соответствующие многочлены берутся из Объектов и результат находит компьютер. Поэтому в случае несовпадения записи многочлена под чертой с результатом в ответе следует пересчитать соответствующую сумму одночленов.

На рисунке 7 приведен пример использования анимационного рисунка 6 для многочленов с дробными коэффициентами. В этом случае особенно ощутима помощь компьютера, который вычисления берет на себя.

СЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Введите складываемые многочлены $f(x)$ и $h(x)$ и запишите их, один под другим, вставляя пропущенные одночлены с нулевыми коэффициентами.

$$\begin{array}{r}
 f(x) = \frac{1}{4}x^5 - \frac{15}{27}x^3 - \frac{7}{32}x + \frac{4}{53} \\
 \frac{1}{4}x^5 + 0x^4 - \frac{15}{27}x^3 + 0x^2 - \frac{7}{32}x + \frac{4}{53} \\
 \frac{3}{48}x^3 - \frac{9}{37}x^2 + 149x - \frac{75}{17} \\
 \hline
 \frac{1}{4}x^5 - \frac{71}{144}x^3 - \frac{9}{37}x^2 + \frac{4761}{32}x - \frac{3907}{901}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 h(x) = \frac{3}{48}x^3 - \frac{9}{37}x^2 + 149x - \frac{75}{17} \\
 \text{Введите очередные одночлены } a(x) \text{ и } b(x) \\
 \text{и получите их сумму } c(x) \\
 a(x) + b(x) = \frac{4}{53} + -\frac{75}{17} = c(x) = -\frac{3907}{901}
 \end{array}$$

☑ Ответ: $\frac{1}{4}x^5 - \frac{15}{27}x^3 - \frac{7}{32}x + \frac{4}{53} + (\frac{3}{48}x^3 - \frac{9}{37}x^2 + 149x - \frac{75}{17}) =$
 $= \frac{1}{4}x^5 - \frac{71}{144}x^3 - \frac{9}{37}x^2 + \frac{4761}{32}x - \frac{3907}{901}$

Рис. 7. Сложение многочленов с дробными коэффициентами

2) (Шаг алгоритма). Вводим свободный член $b(x)=7$ многочлена $h(x)$. Компьютер выдает произведение многочлена $f(x)$ на одночлен $b(x)$, которое мы записываем под чертой выравнивая по возможности столбцы одинаковых степеней переменной.

3) (Повторение шага алгоритма). Вводим одночлен $b(x) = -3x^2$ многочлена $h(x)$. Компьютер выдает произведение многочлена $f(x)$ на одночлен $b(x)$, которое мы записываем ниже, выравнивая по возможности столбцы одинаковых степеней переменной.

4) (Повторение шага алгоритма). Вводим одночлен $b(x) = 4x^3$ многочлена $h(x)$. Компьютер выдает произведение многочлена $f(x)$ на одночлен $b(x)$, которое мы записываем ниже, выравнивая по возможности столбцы одинаковых степеней переменной.

5) (Нахождение результата). Суммируем по столбцам и получаем ответ.

3. Наметим учебно-исследовательскую работу с учащимися по созданию анимационного нахождения произведения двух многочленов.

Пусть даны два многочлена от одной переменной степени 5:

$$A = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0,$$

$$B = b_5x^5 + b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0.$$

Задание 1. Создать анимационную запись многочленов с регулируемыми коэффициентами.

Решение. Для каждого коэффициента нужно задать Ползунок, моделирующий этот коэффициент.

Задание 2. Как записать в общем виде многочлен, равный произведению данных многочленов?

Ответ:

$$A \cdot B = c_{10}x^{10} + c_9x^9 + c_8x^8 + c_7x^7 + c_6x^6 + c_5x^5 + c_4x^4 + c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0$$

Задание 3. Найдите формулы, выражающие коэффициенты произведения через коэффициенты сомножителей.

Ответ: $c_0 = a_0b_0$, $c_1 = a_1b_0 + a_0b_1$, $c_2 = a_2b_0 + a_1b_1 + a_0b_2$
 $c_3 = a_3b_0 + a_2b_1 + a_1b_2 + a_0b_3$, $c_4 = a_4b_0 + a_3b_1 + a_2b_2 + a_1b_3 + a_0b_4$,
 $c_5 = a_5b_0 + a_4b_1 + a_3b_2 + a_2b_3 + a_1b_4 + a_0b_5$, $c_6 = a_5b_1 + a_4b_2 + a_3b_3 + a_2b_4 + a_1b_5$,
 $c_7 = a_5b_2 + a_4b_3 + a_3b_4 + a_2b_5$, $c_7 = a_5b_2 + a_4b_3 + a_3b_4 + a_2b_5$

Задание 4. Записать на экране компьютера многочлен, равный произведению данных многочленов при выбранных коэффициентах.

Решение. Создаем запись формулы для $A \cdot B$, беря коэффициенты c_i из Объектов.

Анимационный рисунок 8 реализует построения.

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ от одной переменной

$$\begin{array}{cccccc} \underline{a_5 = 2} & \underline{a_4 = -3} & \underline{a_3 = 4} & \underline{a_2 = -5} & \underline{a_1 = 2} & \underline{a_0 = 1} \\ \underline{b_5 = 3} & \underline{b_4 = -4} & \underline{b_3 = 5} & \underline{b_2 = -2} & \underline{b_1 = -3} & \underline{b_0 = 2} \end{array}$$

$$A = 2x^5 + (-3)x^4 + (4)x^3 + (-5)x^2 + (2)x + (1)$$

$$B = 3x^5 + (-4)x^4 + (5)x^3 + (-2)x^2 + (-3)x + (2)$$

$$A \cdot B = 6x^{10} + (-17)x^9 + (34)x^8 + (-50)x^7 + 46x^6 + (-25)x^5 + (-2)x^4 + (24)x^3 + (-18)x^2 + (1)x + 2$$

Рис. 8. Умножение многочленов от одной переменной

Задание 5. Приведите характерные примеры и протестируйте на них созданный анимационный файл.

Ответ: например, 1) $A = 2x^i$, $B = 3x^j$ для $i = 0, 1, \dots, 5$, $j = 0, 1, \dots, 5$;

2) $A = 2x^i$, $i = 0, 1, \dots, 5$, $B = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

Деление многочленов «уголком»

Пользуясь анимационным рисунком 9, выполним деление «уголком» многочлена $f(x) = 2x^5 - 3x + 5$ на многочлен $b(x) = x^2 + x + 1$. В правом нижнем углу рисунка расположен своеобразный «калькулятор», который выполняет шаг алгоритма деления «уголком». При его использовании вводим многочлен $a(x)$ и очередное слагаемое $c(x)$ неполного частного (расположенное под «уголком»). «Калькулятор» выдает произведение $b(x) \cdot c(x)$ и остаток от деления многочлена $a(x)$ на многочлен $b(x)$. Так, на первом шаге деления «уголком» в качестве $a(x)$ вводим данный многочлен $f(x)$.

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ УГОЛКОМ

Введите делимое $f(x)$ и делитель $b(x)$

Запишите $f(x) = 2x^5 - 3x + 5$ и $b(x) = x^2 + x + 1$.

$$\begin{array}{r}
 2x^5 - 3x + 5 \quad | \quad x^2 + x + 1 \\
 2x^5 + 2x^4 + 2x^3 \quad \cdot \\
 \hline
 -2x^4 - 2x^3 - 3x + 5 \\
 -2x^4 - 2x^3 - 2x^2 \quad \cdot \\
 \hline
 2x^2 - 3x + 5 \\
 2x^2 + 2x + 2 \quad \cdot \\
 \hline
 -5x + 3
 \end{array}$$

Промежуточное деление

$$a(x) = b(x) \cdot c(x) + r(x)$$

Введите промежуточное делимое $a(x)$ и слагаемое частного $c(x)$.

Запишите $c(x) = 2$,

$$b(x) \cdot c(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

$$r(x) = -5x + 3.$$

Рис. 9. Деление многочленов «уголком»

Процесс вычисления.

1) Вводим (строкой ввода) многочлены $f(x)$ и $b(x)$ и записываем их на Полотне (берем из Объектов).

2) Вводим (строкой ввода) многочлен $a(x) = 2x^5 - 3x + 5$,

3) Вводим (строкой ввода) первое слагаемое частного $c(x) = 2x^3$ и записываем его на Полотне (с помощью кнопки АВС).

4) Записываем (с помощью кнопки АВС) готовые произведение $b(x) \cdot c(x) = 2x^5 + 2x^4 + 2x^3$ и остаток $r(x) = -2x^4 - 2x^3 - 3x + 5$.

5) (Повторение пункта 2). Вводим (строкой ввода) многочлен $a(x) = -2x^4 - 2x^3 - 3x + 5$.

6) (Повторение пункта 3). Вводим (строкой ввода) второе слагаемое частного $c(x) = 2x^2$ и записываем его на Полотне.

7) (Повторение пункта 4). Записываем готовое произведение $b(x) \cdot c(x) = -2x^4 - 2x^3 - 2x^2$, вычисленное компьютером, и готовый остаток $r(x) = 2x^2 - 3x + 5$.

9) (Повторение пункта 2). Вводим (строкой ввода) многочлен $a(x) = 2x^2 - 3x + 5$.

11) (Повторение пункта 3). Вводим (строкой ввода) третье слагаемое частного $c(x) = 2$ и записываем его на Полотне.

12) (Повторение пункта 4). Записываем готовое произведение $b(x) \cdot c(x) = 2x^2 + 2x + 2$ и готовый остаток $r(x) = -5x + 3$.

Деление «уголком» закончено.

Ответ: $f(x) = b(x) \cdot (2x^3 - 2x^2 + 2) + (-5x + 3)$.

Пользуясь рисунком 9, уже не надо бояться вычислительных трудностей и можно смело выполнять деление «уголком» «не взирая» на коэффициенты многочленов, ибо вычисления берет на себя компьютер «в лице» «калькулятора».

Анимационный рисунок 10 демонстрирует вычисления с дробными коэффициентами.

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ УГОЛКОМ

Введите делимое $f(x)$ и делитель $b(x)$.

$$\begin{array}{r}
 2x^5 - 3x + 5 \quad \Big| \quad 3x^2 + 2x + 5 \\
 \underline{2x^5 + \frac{4}{3}x^4 + \frac{10}{3}x^3} \\
 -\frac{4}{3}x^4 - \frac{10}{3}x^3 - 3x + 5 \\
 \underline{-\frac{4}{3}x^4 - \frac{8}{9}x^3 - \frac{20}{9}x^2} \\
 -\frac{22}{9}x^3 + \frac{20}{9}x^2 - 3x + 5 \\
 \underline{-\frac{22}{9}x^3 - \frac{44}{27}x^2 - \frac{110}{27}x} \\
 \phantom{-\frac{22}{9}x^3 -} \frac{104}{27}x^2 + \frac{29}{27}x + \frac{135}{27} \\
 \underline{\phantom{-\frac{22}{9}x^3 -} \frac{104}{27}x^2 + \frac{208}{21}x - \frac{115}{81}} \\
 \phantom{-\frac{22}{9}x^3 -} \phantom{\frac{104}{27}x^2 +} -\frac{121}{81}x - \frac{115}{81}
 \end{array}$$

Калькулятор для промежуточного деления

$$a(x) = b(x) \cdot c(x) + r(x)$$

Введите промежуточное делимое $a(x)$ и слагаемое частного $c(x)$.

Запишите $c(x) = \frac{104}{81}$,

$$b(x) \cdot c(x) = \frac{312x^2 + 208x + 520}{81}$$

$$r(x) = \frac{-121x - 115}{81}.$$

Рис. 10. Деление многочленов «уголком» с дробными коэффициентами

На рисунке 11 демонстрируется пример с другими «неудобными» коэффициентами. Полезно выполнить это деление с остатком «вручную» и сравнить трудоемкость данных способов.

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ УГОЛКОМ

Введите делимое $f(x)$ и делитель $b(x)$.

$$\begin{array}{r}
 2.3x^5 - 3.2x + 5 \quad \Big| \quad 3x^2 + 2x + 5 \\
 \underline{2x^5 + \frac{46}{30}x^4 + \frac{115}{30}x^3} \\
 -\frac{46}{30}x^4 - \frac{115}{30}x^3 - \frac{96}{30}x + 5 \\
 \underline{-\frac{69}{45}x^4 - \frac{46}{45}x^3 - \frac{115}{45}x^2} \\
 -\frac{253}{90}x^3 + \frac{230}{90}x^2 - \frac{288}{90}x + 5 \\
 \underline{-\frac{759}{270}x^3 - \frac{506}{270}x^2 - \frac{1265}{270}x} \\
 \phantom{-\frac{759}{270}x^3 -} \frac{1196}{270}x^2 + \frac{401}{270}x + \frac{1350}{270} \\
 \underline{\phantom{-\frac{759}{270}x^3 -} \frac{1794}{405}x^2 + \frac{1196}{405}x - \frac{2990}{405}} \\
 \phantom{-\frac{759}{270}x^3 -} \phantom{\frac{1794}{405}x^2 +} -\frac{1189}{810}x - \frac{1930}{810}
 \end{array}$$

Калькулятор для промежуточного деления

$$a(x) = b(x) \cdot c(x) + r(x)$$

Введите промежуточное делимое $a(x)$ и слагаемое частного $c(x)$.

Запишите $c(x) = \frac{1196}{810}$,

$$b(x) \cdot c(x) = \frac{1794x^2 + 1196x + 2990}{405}$$

$$r(x) = \frac{-1189x - 1930}{810}.$$

Рис. 11. Деление многочленов уголком с «неудобными» коэффициентами

Заметим, что выполнить деление с остатком для многочленов можно одной командой: Деление $\{[\langle \text{Делимый многочлен} \rangle, \langle \text{Делитель многочлен} \rangle]\}$. В результате выполнения команды компьютер выдает (на Панели объектов) список из двух многочленов: неполного частного и остатка. Например, для сопоставления результатов, полученных на рисунке, введем команду

Деление $\{[3*x^5-3*x+5, 3*x^2+2*x+5]\}$.

Компьютер выдает список:

$\{(54x^3 - 36x^2 - 66x + 104) / 81, (-121x - 115) / 81\}$.

При решении задач с использованием GeoGebra освоение понятий и правил принимает игровую форму. Учащиеся сами смогут по аналогии с натуральными числами выводить правила действий над многочленами. Помощь учителя в данном случае будет заключаться в создании шаблонов, так как ученикам на первом этапе знакомства с новым понятием сложно понять, что именно от него требуется. Имея перед глазами готовый шаблон, учащийся без предварительной теории в состоянии самостоятельно сформулировать свойства исследуемого объекта, правила действий над ним.

1. 3. Дидактические условия использования дистанционной формы обучения в основной школе.

К сожалению, в рамках школьной программы нет возможности подробно изучить принципы работы, и познакомиться с функциями среды GeoGebra. Для этого был разработан дистанционный курс «Занимательная математика», в рамках которого обучающиеся изучают основные элементы среды GeoGebra и занимаются исследовательской деятельностью.

Прежде, чем перейти к детальному рассмотрению дистанционного курса «Занимательная математика», необходимо определиться с основной терминологией, которую мы будем использовать далее.

Многолетний отечественный и зарубежный опыт теории и практики дистанционного обучения (ДО) подтверждает в целом актуальность и новизну направления исследований. Он приближает нас к пониманию сущности дистанционного обучения, которое является одним из способов получения образования, основанного на использовании специфических образовательных технологий, базирующихся на современных методиках обучения, технических средствах передачи информации, информационных и телекоммуникационных технологиях.

Анализируя позиции различных авторов относительно понятия «дистанционное образование», мы установили, что дистанционное образование определяется как:

- процесс;
- способ;
- комплекс;
- система;
- новая форма заочного обучения.

Мы же, вслед за О. Околеловым, под дистанционным образованием понимаем специальную педагогическую образовательную систему, предполагающую организацию учебного процесса на базе телекоммуникационных и информационных технологий, средств Интернет.

А.Д.Чут (A. G. Chute), Л.Б.Балтазар (L.V. Balthazar), Л.С.Шатзер (L.S. Shatzer) отводят большую роль телекоммуникациям в организации дистанционного обучения. Они определяют его как "телеобучение" - комплексную систему, включающую планирование, распространение и управление программами обучения, использующую для этого передовые средства дальней связи. [Хусяинов, 2014]

По мнению российских исследователей В. Дмитриева, В. Прокофьев, П. Самойленко, "дистанционное обучение - это комбинация очной и заочной форм обучения в оптимальном варианте", суть которого состоит в

том, что обучаемый, имея перед собой банк информации (пакет информационно-деятельностных модулей или блоков модулей), целевую программу действий (индивидуальный учебный план), индивидуальную стратегию обучения и методическое руководство по достижению поставленной цели, может относительно самостоятельно или полностью самостоятельно работать по предложенной ему или выбранной им самим программе, согласно принципу "сделай себя сам".

Казахстанские ученые Ж. Караев, Е. Балафанов, определяют дистанционное обучение как новый вид обучения, характеризующийся полифункциональностью образовательных услуг, специфичностью методов обучения, высокой степенью активизации субъектов образовательного процесса.

Е. Полат рассматривает дистанционное обучение, как новую специфичную форму, предполагающую использование своеобразных средств, методов, способов обучения, взаимодействия учителя и учащихся, учащихся между собой. Она отмечает, что дистанционное обучение имеет тот же компонентный состав, что и любая другая система обучения: цели, обусловленные социальным заказом, содержание, также во многом определенное действующими программами для конкретного типа учебного заведения, методы, организационные формы, средства обучения. [Хусяинов, 2014]

Некоторые ученые (В. Овсянников, В. Утенков, А. Александров и др.) непосредственно связывают дистанционное обучение с традиционным заочным обучением и характеризуют его как "современную форму заочного обучения на основе новых информационных технологий".

Г. Тарунина, Г. Можаяева, В. Демкин, В. Вымятин положительно оценивают применение дистанционного обучения в высшей школе, и рассматривают его как «включение в учебный процесс информационно-

образовательной системы удаленного доступа, основанной на современных информационных технологиях».

А. Бершадский, И. Краевский, исследуя проблемы развития дистанционного обучения в России, характеризуют его как метод, который может использоваться как в рамках новой, дистанционной формы получения образования, так и в рамках традиционных форм - очной и заочной, а также при обучении, не имеющем целью получения систематического образования. [Хусяинов, 2014]

Анализ источников показал, что в последнее время наметилась тенденция преимущественного использования термина «дистанционное обучение», что более четко указывает как на процесс, так и на непосредственную связь с технологиями обучения.

Таким образом, рассматривая дистанционное обучение как технологию, мы будем руководствоваться определением, данным О. Околеловым, который определяет дистанционное обучение как новый метод дидактики, основу которого составляют специальные компьютерные технологии, обеспечивающие обучение студента в рамках учебной дисциплины по индивидуальным оптимальным программам с управлением процессом обучения.

Принципы дистанционного обучения – определенная система исходных основных дидактических и других требований к процессу проектирования и обучения в системе дистанционного обучения, которая и должна формироваться с учетом этих требований.

Система дистанционного обучения должна базироваться на общедидактических принципах:

- соответствие дидактического процесса закономерностям учения;
- ведущая роль теоретических знаний;
- единство образовательной, воспитательной и развивающей функций обучения;

- стимуляция и мотивация положительного отношения обучающихся к учебе;
- соединение коллективной учебной работы с индивидуальным подходом в обучении;
- сочетание абстрактности мышления с наглядностью в обучении;
- сознательность, активность и самостоятельность обучающихся при руководящей роли преподавателя;
- системность и последовательность в обучении;
- доступность; прочность овладения содержанием обучения;

Из дополнительных принципов применительно к дистанционному обучению наиболее значимыми являются следующие:

- гуманистический принцип: направленность обучения и образовательного процесса на личность; создание максимально благоприятных условий для овладения обучающимися знаниями, соответствующими избранной профессии, для развития и проявления творческой индивидуальности, высоких гражданских, нравственных, интеллектуальных и физических качеств.

- принцип целесообразности применения новых информационных технологий: новые информационные технологии воздействуют на все компоненты системы обучения: цели, содержание, методы и организационные формы обучения, средства обучения, что позволяет решать сложные и актуальные задачи педагогики, а именно: развитие интеллектуального, творческого потенциала, аналитического мышления и самостоятельности человека.

- принцип безопасности включает широкий спектр мероприятий, касающихся защиты секретной информации, распространения ложной информации, исключения недобросовестности и фальсификации обучения и другие;

- принцип опережающего образования заключается не только в передаче новому поколению уже накопленного научного и культурного наследия прошлых поколений, но и в формировании его сознания и мировоззрения, которое помогло бы этому поколению адаптировать в быстро меняющемся мире.

- принцип стартового уровня образования: эффективное обучение требует определенного начального набора знаний, умений, навыков.

- принцип выбора содержания образования: содержание в дистанционном обучении должно соответствовать нормативным требованиям государственного стандарта РФ.

Понятие «функция» многозначно, оно используется в естественных и гуманитарных науках в очень широком диапазоне: от математического понимания как зависимости любого рода между двумя и более переменными до функции как характеристики или признака какого-либо системного явления. В науках, исследующих социально-педагогический аспект деятельности человека, под функцией чаще всего понимают качественную характеристику, направленную на сохранение, поддержание и развитие системы. Устойчивость функциональных компонентов системы определяется их связью со структурными компонентами и между собой. Отсутствие связей у каких-либо компонентов с другими ведет к их изоляции и, в конечном итоге, к вытеснению из системы.

Основными функциями методической системы дистанционного обучения являются: гносеологическая, гуманистическая, проектировочная, нормативная и рефлексивная.

Гносеологическая функция направлена на познание учебного процесса как объекта конструирования; на изучение конкретных технологий; на создание информационного «банка» способов, приемов решения психолого-педагогических задач.

Гуманистическая функция направлена на утверждение в педагогическом процессе ценности личности ребенка, становление позитивной концепции «Я-профессиональное» учителя и «Я-самость» ученика, осознание личного опыта.

Проектировочная функция проявляется в операционном, процедурном, технологическом обеспечении учебно-воспитательного процесса, то есть в проектировании содержания, форм, методов обучения и практической деятельности участников педагогического процесса, выборе наиболее эффективных педагогических, методических приемов разрешения конкретных ситуаций.

Нормативная функция поддерживает соблюдение педагогических норм, выполняющих функцию ценностей в образовательной деятельности, обуславливает учет определенных требований, предписаний, правил к проектированию учебно-воспитательного процесса, к созданию и осуществлению конкретных педагогических технологий, обеспечивает целенаправленную деятельность по реализации образовательного стандарта.

Рефлексивная функция обеспечивает осмысление субъектами учебного процесса основ своей деятельности, в ходе которой осуществляется оценка и переоценка своих способностей, ошибок и возможностей; создание условий для развития рефлексии.

Наиболее распространёнными видами дистанционного обучения являются:

- интерактивное телевидение;
- компьютерные телекоммуникационные сети (региональные, глобальные), с различными дидактическими возможностями в зависимости от используемых конфигураций (текстовых файлов, мультимедийных технологий, видеоконференций);
- сочетание технологий компакт-дисков и сети Интернет.

Преимущество обучения, базирующегося на интерактивном телевидении, заключается в его возможности непосредственного визуального контакта с аудиторией, находящейся на различных расстояниях от преподавателя. При таком обучении практически тиражируется обычное занятие, будь оно построено по традиционной методике или с использованием современных педагогических технологий. Это может иметь эффект новизны только при демонстрации уникальных методик, лабораторных опытов, когда преподаватели, и учащиеся могут стать свидетелями и участниками использования новых знаний, методов в своей области, новых информационных технологий, принять участие в дискуссии. Данная форма дистанционного обучения интерактивна и может считаться весьма перспективной в системе повышения квалификации и подготовки специалистов. Но в настоящий момент это чрезвычайно дорогостоящие технологии.

Следующий способ организации дистанционного обучения предполагает использование компьютерных телекоммуникаций в режиме электронной почты, телеконференций, информационных ресурсов региональных сетей и сети Интернет. Это самый распространен и не дорогой способ дистанционного обучения. При его организации предусматривается применение новейших средств телекоммуникационных технологий.

Третий способ, предполагает использование компакт-дисков в качестве базового электронного учебника. Он включает в себе большие дидактические возможности для вузовского, школьного образования и для повышения квалификации специалистов. Преимущество компакт-диска в том, что он сочетает в себе следующие качества: интерактивность, мультимедийность, содержит большой объем информации и за счёт этого в значительной степени оптимизирует процесс дистанционного обучения.

Анализ деятельности образовательных учреждений, использующих технологии ДО, выявил общие (присущие всем) организационные особенности:

- непрерывность обучения;
- открытость и индивидуальный подход в осуществлении учебного процесса;
- централизм, с центром ДО на базе ведущего вуза, и территориально удаленных учебно-консультационных пунктов;
- наличие преподавателей-консультантов (тьюторов), прикрепляемых к слушателям по направлениям или дисциплинам;

Рассматривая различные варианты организации деятельности зарубежных образовательных учреждений, можно выделить следующие модели дистанционного обучения:

1. Консультативная модель – ее основной отличительной чертой является регулярное посещение учащимися консультативного (учебного) центра. В центре они прослушивают лекции, встречаются с другими учащимися и преподавателями, получают необходимые им разъяснения и результаты оценки предыдущих работ. Условия, необходимые для реализации данной модели:

- учащиеся должны иметь время для регулярного посещения консультативного центра и достаточно средств для оплаты проезда к нему;
- необходимое условие – наличие в центре тьюторов;
- формирование группы учащихся;
- успех обучения зависит от мотивации.

2. Модель корреспонденции (переписки) – в основе этой модели лежит процесс перманентного обмена между преподавателем и учащимся учебными материалами, домашними заданиями и результатами по почте или каким-то другим способом, без личного контакта.

Необходимые условия для существования модели:

- надежная система связи;
- наличие преподавателей, способных дать быструю и квалификационную оценку работы учащихся;
- время кругооборота информации между учащимся и преподавателем должно быть не меньше 2 недель;
- как и в консультационной модели асинхронная модель может быть дополнена личными встречами, отдельными лекциями (по выбору). Учебные материалы должны быть хорошо структурированы.

3. Модель регулируемого самообучения – основной ее характеристикой можно назвать самостоятельность учащегося – большая свобода выбора времени и места учебы, количества времени, затраченного на учебу, выбор даты начала курса и экзамена. Обучение проходит с помощью задания, вопросов и структурированного материала.

Необходимые условия:

- учащиеся должны быть высокодисциплинированными, иметь способности к самообучению;
- в разработке учебного материала должны принимать участие высококвалифицированные преподаватели-разработчики.

С учетом российской специфики некоторые исследователи выделяют следующие модели (схемы, варианты) организации образовательного процесса в системе дистанционного обучения. За основание классификации (типологизации) моделей принимаются средства доставки учебных материалов.

В этих моделях, как условие, предполагается, что потенциальный потребитель образовательных услуг выбрал конкретное образовательное учреждение, прошел вступительные испытания и оформил все необходимые документы. Вступительные испытания в системе дистанционного обучения проводятся в форме специальных анкет, тестов, собеседования, а иногда – экзаменов.

1. Модель «кейс» - технологии – после прохождения вступительных испытаний учащийся для проведения учебы получает набор (кейс, комплект) учебных материалов. Обычно формируется группа учащихся, компактно проживающих в районе. Основу комплекта средств обучения составляют бумажные (печатные) учебные пособия, которые могут дополняться аудио- и видеоматериалами, компьютерными программами на CD или других носителях. Модель кейс-технологии напоминает схему заочного обучения. Видимые отличия заключаются в том, что разрабатываются и используются специальные учебные комплекты средств обучения, предоставляются более свободные временные рамки процесса и обязательность посещения занятий. По каждой дисциплине закрепляется преподаватель-консультант, который в обязательном порядке проходит сертификацию в базовом вузе и проводит с учащимися занятия по индивидуальному, согласованному с администрацией графику.

2. Модель корреспондентского обучения – в этой схеме организации учебного процесса после оформления необходимых документов студент получает учебные материалы и к нему прикрепляется преподаватель, который консультирует и проверяет контрольные работы. Очные контакты не планируются. Важную роль в информационном процессе играет традиционная почта. При большом числе студентов из-за значительного объема документации оформление и учет, как правило, автоматизированы. Отличие современной модели можно заметить в формировании комплекта средств обучения, а также использование телефона и других средств связи для дидактического и организационного взаимодействия студента с вузом. Модель в целом ориентирована на случаи, когда в месте обучения студента отсутствуют телекоммуникации. Временной график обучения гибкий.

3. Радиотелевизионная модель обучения – для доставки к обучающемуся учебной информации могут использоваться телевидение, радио, радиотрансляционные городские сети. На основе этих систем и

средств проводятся установочные занятия, лекции. Консультации, экзамены и другие организационные формы занятий реализуются обычно в очной форме. Такая модель включает в себя следующие этапы:

- лекционная форма обучения по радиовещанию или телевидению;
- самоподготовка по учебным пособиям и дополнительной литературе в соответствии с утвержденной программой;
- консультации по предложенному учебному курсу; написание контрольных работ, а также дипломной работы;
- мониторинг образовательного процесса, заключающийся в оценке письменных работ и тестировании;
- итоговый контроль.

Такая модель находит применение в Японии, Китае, в Институте телеобразования Франции, в Центре ДО старшеклассников общеобразовательной школы и незанятого населения;

4. Модель сетевого обучения – базируется на использовании сети Интернет. Желая обучаться оформляет и отправляет в Центр необходимые документы, представленные в электронном виде. После прохождения формальных процедур по оформлению и оплате курса обучающийся получает пароль для санкционированного доступа к учебной информации и фамилию тьютора для индивидуальных консультаций и сдачи промежуточных тестов. Общение с преподавателем реализуется посредством электронной почты, теле- и видеоконференцсвязи. Экзамены (для выдачи) сертификата реализуются в очной форме или с помощью видеоконференцсвязи.

Что такое дистанционное обучение в средней школе?

Под дистанционным обучением в средней школе следует понимать образовательную систему на основе компьютерных телекоммуникаций с использованием современных педагогических и информационных технологий. Дистанционное обучение - это получение образовательных услуг

без посещения образовательного учреждения с помощью современных информационных технологий и систем телекоммуникации, таких как электронная почта, телевидение и Интернет. Дистанционное обучение можно использовать также для повышения квалификации и переподготовки учителей. Главным преимуществом дистанционного обучения, как и всей технологии работы в Интернете, является смещение акцента с вербальных методов обучения чему-либо на методы поисковой, творческой деятельности. Курсы дистанционного обучения не должны заменять учебники и пособия, они, на наш взгляд, должны формировать основу для организации учебно-познавательной деятельности учащихся. На рисунке 12 представлена возможная модель использования дистанционных образовательных технологий в школе.



Рис. 12. Дистанционные образовательные технологии в школе

На основе анализа представленной модели дистанционных образовательных технологий в школе можно выделить следующие основные направления использования ДОТ в образовательных учреждениях:

- организация системы информационно-методической поддержки образовательного процесса в школе;

- применение ДОТ для дополнительной подготовки учеников, по каким-либо причинам не посещающих или не посещавших определенное время общеобразовательную школу (проблемы местонахождения учеников, что особенно актуально для сельских школьников, семейные обстоятельства, состояние здоровья и другие возможные причины);

- выравнивание педагогических условий для получения достойного образования детьми сельских или других удаленных школ (дети военнослужащих, дети в местах заключения), детьми-инвалидами;

- развитие способностей учеников с повышенным творческим потенциалом с помощью Интернет-ресурсов и использованием инновационных образовательных технологий;

- развитие коллективной творческой деятельности учеников школы с удаленными сверстниками, находящимися как в нашей стране, так и за рубежом;

- совместное выполнение проектной деятельности, объединяющей детей по интересам;

- проведение различных олимпиад, конкурсов, диспутов, другое;

- повышение культурного-образовательного и художественно-воспитательного уровня детей и членов их семьи, других субъектов воспитательного процесса;

- предоставление учащимся, учителям возможности установления связей по интересам с другими школами и сообществами с использованием компьютерного класса свободного доступа, имеющего выход в сеть района и глобальную сеть Интернет;

- подготовка, непрерывное повышение квалификации педагогических кадров, представителей общественных организаций, культурных и социальных учреждений района по использованию современных информационных технологий в профессиональной деятельности.

Как видим, круг вопросов, которые могут быть в значительной степени решены в школе с привлечением дистанционных образовательных технологий, очень широк. Задача обеспечения учебного процесса непосредственно в традиционной классно-урочной системе малоперспективна в условиях современного этапа развития системы образования и общества. Использование же материала дистанционных курсов непосредственно на уроках вряд ли возможно, поскольку любая модель дистанционного обучения должна предусматривать гибкое сочетание самостоятельной познавательной деятельности учащихся с различными формами обучения и общения.

Анализ материалов сети Интернет показывает, что использованием технологий дистанционного взаимодействия для школ сегодня занимается целый ряд государственных и коммерческих центров. Наиболее полно ресурсы в области дистанционного образования отражены на порталах Евразийской ассоциации дистанционного образования (<http://www.dist-edu.ru>), центра ДО школьников Эйдос (<http://www.eidos.techno.ru>), института новых технологий образования (<http://www.school.edu.ru>) и многих других образовательных структурах.

Безусловно, определяющим условием внедрения дистанционных образовательных технологий в нашей стране является развитая система телекоммуникаций. Особое развитие получили компьютерные телекоммуникации как наиболее дешевый и доступный вид дистанционного общения педагогов и обучающихся.

Для разработки и организации учебной деятельности в дистанционном курсе «Занимательная математика» была использована система управления обучением «Ё-стади».

Система управления обучением - основа системы управления учебной деятельностью, используется для разработки, управления и распространения учебных онлайн-материалов с обеспечением совместного доступа. Создаются данные материалы в визуальной учебной среде с заданием последовательности изучения. В состав системы входят различного рода индивидуальные задания, проекты для работы в малых группах и учебные элементы для всех студентов, основанные как на содержательном компоненте, так и на коммуникативном. [Dias,2013]

Существует ряд систем управления обучением, которые осуществляют дистанционное обучение посредством Интернет и других сетей. Таким образом, процесс обучения можно осуществлять в режиме реального времени, организовывая онлайн лекции и семинары.

Непосредственное отношение к дистанционному обучению имеет понятие «система управления обучением» (learning management system). Это понятие также претерпевало изменения с ходом времени, в связи с включением в него функций администрирования образовательной организации. [Kats,2013]

Традиционно, назначение системы управления обучением – предоставление возможности обмена материалами (контентом) по курсу и доступа к интерактивным средствам проверки знаний. Однако, с учетом современных особенностей применения, понятие системы управления обучением стало включать в себя средства администрирования и мониторинга образовательного процесса, а, модуль создания учебного контента (т.н. конструктор курсов LCMS) в некоторых LMS стал выноситься за пределы системы.

Система управления обучением «Е-стади» обладает следующими преимуществами:

- поддерживается SSL шифрование для безопасной передачи данных, что позволяет сохранять данные пользователей в тайне;

- персональные данные пользователей в системе управления обучением скрыты и доступны только тем, кто является членом одной организации или рабочей области;

- доступность и вариативность;

- наличие бесплатного контента;

- наличие возможностей интеграции.

Помимо этого система «Е-стади» открывает больше возможностей для организации учебного процесса, в отличие от других систем управления обучением:

- рабочая область. В рабочей области публикуются материалы по дисциплине, объявления и задания. Рабочая область создается преподавателем или администратором может объединять несколько групп или дисциплин. Учащиеся получают доступ к рабочей области по заявкам или группами;

- лента событий. В ней отображаются последние события, затрагивающие именно вас. Лента событий позволяет не пропустить важное задание и первым узнать обо всех изменениях в системе управления обучением;

- форум. Его можно использовать для обсуждения учебных вопросов, прикрепляя к ответам документы и изображения. Оценки выставляются напротив ответа;

- тестирование. Для создания тестов можно пользоваться редактором на сайте или импортировать существующий тест, предварительно оформив его в соответствии с правилами разметки. Преподавателю доступен подробный отчет с разбором ошибок студента.

- журнал. Журнал формируется системой на основе созданных преподавателем заданий. Оценки попадают в журнал автоматически при прохождении тестирования или выполнения задания, это значительно облегчает труд при работе в системе управления обучением.

Дистанционный курс «Занимательная математика» включает в себя несколько разделов:

- 1 раздел. Знакомство с компьютерной программой геогейбра;
- 2 раздел. Многочлены.
- 3 раздел. Время исследовать!

По каждой теме учащийся просматривает видео-урок, в котором отражены все особенности данной темы, и отвечает на теоретические вопросы, представленные в блоке «Задание». Затем он детально изучает текстовый документ, в котором описан алгоритм действий, необходимый при выполнении практических заданий. Для закрепления темы учащийся должен выполнить лабораторную работу, опираясь на предложенный алгоритм. Завершением изучения темы является прохождение тестирования, в котором отражена как теоретическая, так и практическая составляющая темы.

В завершении каждого раздела учащимся дается открытое задание, провоцирующее их на исследовательскую деятельность. Завершает процесс обучения по данному курсу раздел «Время исследовать!». В этом разделе учащиеся в свободной форме могут разгадывать математические тайны, интересные именно им. Педагогическое сопровождение в этом разделе происходит в форме чата, в формате вопрос-ответ.

Выводы по первой главе:

Тема школьного курса алгебры 7 класса «многочлены» играет фундаментальную роль в формировании умения выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений. Анализируя учебники ведущих

авторов, было выявлено, что большой акцент в изучении этой темы они делают на отработке алгоритма действий с многочленами. Внедрение среды GeoGebra в процесс изучения темы «многочлены» позволяет визуализировать математику, проводить эксперименты и исследования при решении математических задач. Использование анимационных рисунков превращает учащегося в руководителя вычислениями согласно рассматриваемому алгоритму, при этом вычисления поручаются компьютеру. Это позволяет избежать вычислительных трудностей и сосредоточиться на отработке знания вычислительного алгоритма. К сожалению, в рамках школьной программы нет возможности подробно изучить принципы работы, и познакомиться с функциями среды GeoGebra. Для этого был разработан дистанционный курс «Занимательная математика», в рамках которого обучающиеся изучают основные элементы среды GeoGebra и занимаются исследовательской деятельностью.

Глава 2. Методическое сопровождение дистанционного обучения по теме «Многочлены» в 7 классе на основе использования анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra.

2.1. Цели и содержание обучения теме «Многочлены» в 7 классе в аспекте использования анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra.

Приоритетным направлением государственной политики Российской Федерации является создание цифровой экономики. В связи с этим в области образования всех уровней встает задача подготовки кадров для решения поставленной задачи. Цифровые и информационные технологии в образовании являются элементом соответствующей подготовки учащихся. Математическое образование не может оставаться в стороне, поэтому первостепенной задачей становится внедрение цифровых технологий в обучение математике.

Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. [Концепция развития математического образования Российской Федерации, 2013]

Согласно концепции развития математического образования Российской Федерации, на сегодняшний день обострились проблемы обучения математике, одной из которых является низкий уровень учебной мотивации учащихся, связанный с:

- недооценкой значимости математического образования;

- несоответствием учебного материала современным тенденциям образования;

- неоправданной загруженностью учащихся.

Реализация дистанционного курса «Занимательная математика» способна решить проблему мотивационного характера путем обновления программного содержания, развития ИКТ-компетентности учащихся и введения исследовательской деятельности в образовательный процесс.

Под ИКТ-компетентностью подразумевается способность и стремление применять информационные инструменты для решения учебных и иных задач.

Новизна курса обусловлена внедрением компьютерной анимации и компьютерного моделирования в образовательный процесс. Учащиеся познакомятся с компьютерной средой GeoGebra, научатся использовать ее возможности в исследовательской деятельности и в решении математических задач повышенной сложности.

В течение учебного года учащиеся будут принимать участие в математических конференциях разного уровня. Достижение положительного результата, в том числе и призовых мест, создание ситуации успеха для каждого учащегося является средством повышения уровня мотивации.

Внедрение компьютерной среды GeoGebra в образовательный процесс позволяет визуализировать математику, проводить эксперименты и исследования при решении математических задач, появляется возможность по-новому посмотреть на задачи, неразрешимые циркулем и линейкой.

В обучении в рамках системно-деятельностного подхода большое значение имеет эксперимент. Учащиеся не должны быть пассивными участниками образовательного процесса, введение нового материала не должно проходить как простая передача знаний от учителя ученику. Ученик должен сам приходить к нужным заключениям под руководством учителя.

Когда учащийся принимает активное участие в приобретении знаний, усвоение материала происходит гораздо лучше.

Однако организовать экспериментальную работу на уроках математики не так просто, как, например, на уроках физики, химии, биологии. Все эксперименты в основном носят теоретический характер, когда с помощью уже полученных знаний и направляющей помощи учителя ученик добивается полученного результата. Далее дело учителя направить деятельность ученика из просто игровой в исследовательскую, дополнив задание ученика конкретными задачами. Например, дать задание изменить значение параметров «ползунка» так, чтобы график занял определенное положение, а на следующем этапе, попросить ученика записать аналитическое выражение функции, имеющей график определенного вида.

Заданий подобного вида для исследовательской работы ученика можно придумать достаточно большое количество. В зависимости от методической цели, которую ставит перед собой педагог, возможно применение любого из данных видов анимации. Механическое перетаскивание объектов можно применять для проверки небольшого диапазона изменений, для отработки основных определений (в случае правильного построения при движении не должны нарушаться свойства объекта). Использование автоматической анимации дает возможность проводить исследование совершенно новых понятий и объектов. При задании ползунка можно проверить насколько хорошо учащийся знает исследуемый объект и понял поставленную задачу.

Только предварительно исследовав некоторые свойства объекта, учащийся сможет правильно задать параметры ползунка. Способность объектов в GeoGebra «оставлять след» облегчает решение задач на поиск геометрического места точек. А возможность анимации построенных объектов позволяет охватить весь спектр возможностей, которые без применения визуальной анимированной картинке учащийся мог бы

упустить. Эта возможность ценна не только в освоении геометрии, но и в освоении алгебры.

Чтобы занятие в среде GeoGebra не превращалось просто в игру, учитель может продумать задания таким образом, которые бы требовали применения ранее полученных знаний. Работа в GeoGebra также требует от учащегося точного знания основных понятий и свойств и не освобождает от обычной работы их по запоминанию и закреплению.

Анимационные рисунки побуждают обучающихся к изучению новых возможностей компьютерных сред, что является хорошей основой для развития их ИКТ-компетентности. Использование анимационных рисунков превращает обучающегося в руководителя вычислениями согласно рассматриваемому алгоритму, при этом вычисления поручаются компьютеру. Это позволяет избежать вычислительных трудностей и сосредоточиться на отработке знания вычислительного алгоритма. Курс завершается разделом «Время исследовать», который проводится в форме лабораторных и самостоятельных работ. Это развивает у учащихся интерес к исследовательской деятельности, самостоятельность и познавательную активность. Систематичный контроль знаний позволяет определить уровень усвоения программного материала учащимися, выявить трудности и построить индивидуальный маршрут для их устранения.

При разработке курса были изучены труды других представителей педагогической общественности, направленные на подготовку обучающихся к участию в исследовательском движении школьников. Отличие «Занимательной математики», заключается в том, что целеполагающим является не подготовка обучающихся к конференциям, а формирование их ИКТ-компетентности, позволяющей усилить предметные знания, развить самостоятельность и познавательную активность.

Возраст учащихся, участвующих в реализации данного курса 12-13 лет. Предполагаемый состав группы одного возраста. Количество обучающихся в

группе - 10 человек. Курс рассчитан на сопровождение одаренных детей в области математики. При приеме на обучение дети проходят входное тестирование, определяющее начальный уровень математических знаний и умений и уровень сформированности УУД. Прием осуществляется на конкурсной основе: результат входного тестирования должен быть не менее 75 баллов из 100.

Курс «Занимательная математика» рассчитана на один год обучения в объеме 72 часа.

Занятия проводятся удаленно 2 раза в неделю по 1 учебному часу, один учебный час, согласно СанПиН 2.4.4.3172-14 для обучающихся 12-13 лет, составляет 45 минут.

Основная форма проведения занятий – видео-уроки и лабораторные работы.

Курс предусматривает использование следующих форм организации деятельности детей на занятии:

- индивидуальная;
- групповая;
- фронтальная.

В течение обучения применяются такие формы проведения занятия, как:

- видео-урок;
- лабораторная работа;
- самостоятельная работа;
- тестирование;
- конференция.

Цель современного образования – создание условий для развития личности, через универсальные учебные действия (УУД): личностные, регулятивные, познавательные и коммуникативные. При овладении

учащимися УУД формируется способность самообучаться, самосовершенствоваться, самоопределяться и самореализовываться.

Познавательные УУД «отвечают» за процесс переработки учебной информации, в котором ее преобразование как организация знаний, связаны со знаково-символической деятельностью человека, в результате которой информация представляется в виде модели.

Регулятивные УУД «отвечают» за постановку учебной задачи; определение целей; составление плана; внесение необходимых дополнений и корректив в план, способ действия; выделение и осознание учащимся того что уже усвоено и что еще подлежит усвоению; способность к мобилизации сил и энергии, к волевому усилию в преодолении препятствий.

Коммуникативные УУД «отвечают» за определение цели, функций участников, способов взаимодействия; сотрудничество при поиске и сборе информации; контроль, коррекцию, оценку действий партнера; согласование действий с партнером.

Личностные УУД направлены на установление учащимся связи между целью обучения и результатами, определение значения результатов своей деятельности для удовлетворения своих потребностей, мотивов, жизненных интересов.

Метапредметными результатами изучения курса «Занимательная математика» являются формирование следующих универсальных учебных действий:

Личностные УУД:

- умеет формулировать свою мотивацию обучения.

Познавательные УУД:

- умеет осуществлять поиск недостающей информации с помощью компьютерных средств;

- умеет самостоятельно проводить анализ решения задачи и осуществить синтез в процессе решения.

Регулятивные УУД:

- умеет самостоятельно планировать последовательность действий с учетом конечного результата;
- умеет констатировать степень достижения поставленной цели и осознает необходимость выполнения шагов для ее полного достижения.

Коммуникативные УУД:

- умеет составить план своего выступления в письменной форме;
- умеет делать выводы по сообщениям интернет пользователей и корректно формулировать свои высказывания.

Цель курса: формирование ИКТ-компетентности у учащихся 12-13 лет через исследовательскую деятельность в математическом образовании.

Задачи:

Обучающие:

- обучать строить первичные анимационные рисунки и простейшие геометрические чертежи в среде GeoGebra»;
- обучать решению математических задач повышенной сложности посредством компьютерных программ;
- познакомить с исследовательской деятельностью.

Развивающие:

- развивать ИКТ-компетентность обучающихся;
- развивать самостоятельность и ответственность в решении математических задач повышенной сложности с применением ИКТ;
- развивать интерес к математике, как науке.

Воспитательные:

- расширять кругозор обучающихся в различных областях элементарной математики.

К концу обучения по программе обучающиеся будут знать:

- способы и методы решения нестандартных задач по математике повышенной сложности;

- взаимосвязь математики с другими учебными дисциплинами и областями жизни;
- этапы проведения исследования;
- особенности динамической математики.

Будут уметь:

- правильно применять математическую терминологию;
- решать математические задачи в среде GeoGebra;
- применять информационные инструменты для решения учебных задач.

Для отслеживания результативности образовательного процесса допускается использование следующих видов контроля:

- начальный контроль – тестирование;
- текущий контроль – лабораторные работы;
- промежуточный (полугодовая) аттестация – тестирование;
- итоговая аттестация – конференция.

Далее детально рассмотрим один из разделов курса «Занимательная математика», а именно раздел «многочлены».

Цель обучения в данном разделе: закрепить у учащихся 7 класса знания по теме многочлены с опорой на чувственное, интуитивное восприятие математических терминов, понятий и утверждений посредством анимационных возможностей среды GeoGebra и применения дистанционных технологий.

Задачи обучения:

- закрепить знания обучающихся о понятии «многочлен»;
- отработать основные алгоритмы действий при сложении, вычитании, умножении многочленов;
- отработать алгоритм разложения многочленов на множители.

Основной метод организации учебной деятельности – это практический метод обучения в тесной связи с наглядным и словесным методом.

В таблице 2 представлен учебно-тематический план раздела «Многочлены».

Таблица 2

Учебно-тематический план раздела «Многочлены»

Тема	Очная форма		Заочная форма	
	Теория	Практика	Теория	Практика
Многочлен	1	0	2	2
Сложение, вычитание и умножение многочленов	3	11	3	3
Деление многочленов	-	-	1	2
Разложение многочленов на множители	1	3	2	4
Итого:	19		19	

Очная форма обучения подразумевает занятия в общеобразовательной школе по дисциплине «алгебра» по учебникам А. Г. Мерзляка. Заочная форма обучения осуществляется в рамках дистанционного курса «Занимательная математика». В таблице 3 представлен список теоретических и практических заданий с часовой нагрузкой.

Таблица 3

Тематическое планирование раздела «Многочлены»

Тема	Теория		Практика	
	Ко-во часов	Форма, название	Кол-во часов	Форма, название
Многочлен	2	Видео-уроки: «Знакомство с текстовой анимацией в среде GeoGebra»; «Построение многочлена в компьютерной среде GeoGebra»	1	Лабораторная работа №1
Сложение, вычитание и умножение многочленов	3	Видео-урок «Построение анимационного рисунка, осуществляющего сложение многочленов в среде GeoGebra»	3	Лабораторная работа №2

		Видео-урок «Построение анимационного рисунка, осуществляющего вычитание многочленов в среде GeoGebra»		Лабораторная работа №3
		Видео-урок «Построение анимационного рисунка, осуществляющего умножение многочленов в среде GeoGebra»		Лабораторная работа №4
Деление многочленов	1	Видео-урок «Построение анимационного рисунка, осуществляющего деление многочленов в среде GeoGebra»	2	Лабораторная работа №5
Разложение многочленов на множители	1	Видео-урок «Разложение многочлена на множители вынесением общего множителя за скобки в среде GeoGebra»	2	Самостоятельная работа
	1	Видео-урок «Разложение многочлена на множители с помощью группировки в среде GeoGebra»	2	Самостоятельная работа

Более подробно с темой и содержанием лабораторных работ можно познакомиться в параграфе 2.5.

В результате освоения данного раздела учащиеся будут:

Уметь:

- выполнять основные действия с многочленами;

- выполнять разложение многочленов на множители вынесением общего множителя за скобки;
- выполнять разложение многочленов на множители с помощью группировки.

Знать:

- формулировку заданий: «Упростить выражение», «Разложить на множители»;
- алгоритмы действий с многочленами – сложение, вычитание, умножение.

Владеть:

- навыками работы в компьютерной среде GeoGebra ;
- навыками самостоятельного поиска и изучения учебного материала.

Для отслеживания результата обучения учащихся по разделу использованы следующие формы контроля:

- тестирование;
- лабораторные задания.

2.2. Лабораторные работы: решение задач по теме «Многочлены» с использованием анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra

Компьютерный лабораторный практикум по теме «Многочлены», как разновидность практических занятий, предполагает активное использование систем компьютерной математики в учебно-познавательном процессе. В ходе выполнения лабораторных работ учащиеся повышают свой уровень ИКТ-компетентности.

В качестве основных этапов лабораторной работы мы выделяем следующие: ориентировочный, конструкторский, заключительный.

В рамках ориентировочного этапа целесообразно уточнить основную цель, предполагаемые результаты работы и провести актуализацию знаний, которые могут быть востребованы в ходе выполнения лабораторной работы.

В ходе конструкторского этапа осуществляется компьютерное конструирование анимационных чертежей и динамических моделей для решения задач и представления основных объектов дискретной математики.

На заключительном этапе – подведение итогов выполненной работы, обсуждение в чате и загрузка полученных анимационных рисунков в систему «Ё-стади».

В таблице 4 представлено примерное учебно-тематическое планирование лабораторных работ.

Таблица 4

Примерное учебно-тематическое планирование лабораторных работ

№	Наименование темы лабораторной работы	Кол-во часов	Дидактическая цель	Использование анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra
1.	Знакомство со средой GeoGebra. Деление «уголком».	2	Формирование навыков построения анимационного рисунка для отработки алгоритма деления «уголком» двух натуральных чисел с использованием анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra	Конструирование в компьютерной среде GeoGebra инструмента анимационного представления деления «уголком» двух натуральных чисел.
2.	Сложение многочленов столбиком.	2	Формирование навыков построения анимационного рисунка для отработки алгоритма сложения многочленов столбиком с использованием анимационных возможностей компьютерной среды	Конструирование в компьютерной среде GeoGebra инструмента анимационного представления сложения многочленов столбиком

			GeoGebra	
3.	Вычитание многочленов столбиком.	2	Формирование навыков построения анимационного рисунка для отработки алгоритма вычитания многочленов столбиком с использованием анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra	Конструирование в компьютерной среде GeoGebra инструмента анимационного представления вычитания многочленов столбиком
4.	Произведение двух многочленов.	2	Формирование навыков построения анимационного рисунка для отработки алгоритма умножения двух многочленов с использованием анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra	Конструирование в компьютерной среде GeoGebra инструмента анимационного представления умножения двух многочленов
5.	Деление многочленов «уголком».	2	Формирование навыков построения анимационного рисунка для отработки алгоритма деления многочленов «уголком» с использованием анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra	Конструирование в компьютерной среде GeoGebra инструмента анимационного представления деления многочленов «уголком»

Лабораторная работа №1.

Знакомство со средой GeoGebra. Деление «уголком».

Цель работы: познакомить учащихся с основными инструментами и функциями среды GeoGebra, освоить алгоритм выполнения деления «уголком».

Этапы выполнения лабораторной работы:

1 этап - ориентировочный.

Закончите следующие предложения:

1) GeoGebra – это...

2) «Полотно» - это...

3) «Панель объектов» - это...

Познакомьтесь с технологией создания анимационных рисунков в среде GeoGebra, внимательно изучив видео-урок №1. Постройте свою первую алгебраическую анимацию, используя следующие шаги:

ДЕЛЕНИЕ УГОЛКОМ

Для решения нового примера удалите с Полотна записи чисел предыдущего примера и введите новые делимое u и делитель b .

$$\begin{array}{r} 155112 \\ 1134 \\ \hline 417 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 567 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

Промежуточное деление

$$a = bc + r$$

Введите промежуточное делимое a

и подберите цифру c так, чтобы

двойное неравенство оказалось верным.

$$\underline{c=3} \quad 0 \leq 331 < 567$$

Промежуточный остаток $r = 331$

Промежуточное произведение $bc = 1701$

Рис. 13. Деление уголком

Шаг 1. Удалить оси координат.

Шаг 2. Ввести «ключевые» числа: делимое $u = 155112$ и делитель $b = 567$. При решении нового примера эти числа вводятся заново.

Шаг 3. Ввести параметры для промежуточного деления с остатком при подборе очередной цифры частного. Ориентируемся на запись деления с остатком: $a = bc + r$, где c – искомая цифра частного, а остаток r удовлетворяет условию $0 \leq r < b$. В нашем случае вводим $a = 1551$, строим Ползунок для параметра c , вводим $r = a - bc$ (запись в «Строку ввода»: $r = a - b * c$), произведение $bc = b * c$ (здесь левая часть равенства воспринимается компьютером как обозначение, а правая часть как результат

произведения). Возле Ползунка делаем надпись: $0 \leq r < b$, при создании надписи параметры r и b берем в Объектах.

Шаг 4. Построить «уголок» и отрезки для подчеркивания.

Шаг 5. Создать пояснительные надписи.

2 этап – конструкторский.

Построить в компьютерной среде GeoGebra анимационные рисунки для решения заданий:

1) Разделите с остатком $1745567 : 184 =$

2) Разделите с остатком $6793542 : 789 =$

3) Разделите с остатком $9832091 : 9371 =$

4) Запишите в виде смешанного числа дробь $\frac{54807720}{6789}$.

3 этап - заключительный.

Подведение итогов. Загрузка выполненных анимационных рисунков в систему «Ё-стади».

Лабораторная работа №2.

Сложение многочленов столбиком.

Цель работы: отработать алгоритм сложения многочленов столбиком в среде GeoGebra.

Этапы выполнения лабораторной работы:

1 этап - ориентировочный.

Закончите следующие предложения:

1) Многочлен – это...

2) Сумма двух многочленов – это...

3) Многочлен стандартного вида...

4) Степень многочлена стандартного вида – это...

Познакомьтесь с технологией создания анимационного рисунка «Сложение многочленов столбиком» в среде GeoGebra (рис.14):

СЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Введите многочлены $f(x)$, $h(x)$ и запишите их один под другим, вставляя пропущенные одночлены с нулевыми коэффициентами.

$$f(x) = 4x^5 - 27x^3 - 32x + 53$$

$$h(x) = 48x^3 - 37x^2 + 149x - 75$$

$$4x^5 + 0x^4 - 27x^3 + 0x^2 - 32x + 53$$

$$\underline{48x^3 - 37x^2 + 149x - 75}$$

$$4x^5 + 21x^3 - 37x^2 + 117x - 22$$

Введите очередные одночлены $a(x)$ и $b(x)$

и получите их сумму $c(x)$

$$a(x) + b(x) = -27x^3 + 48x^3 = c(x) = 21x^3$$

$$\begin{aligned} \checkmark \text{ Ответ: } & (4x^5 - 27x^3 - 32x + 53) + (48x^3 - 37x^2 + 149x - 75) = \\ & = 4x^5 + 21x^3 - 37x^2 + 117x - 22 \end{aligned}$$

Рис. 14. Сложение многочленов

Шаг 1. Вводим (Строкой ввода) данные многочлены $f(x) = 4x^5 - 27x^3 - 32x + 53$, $h(x) = 48x^3 - 37x^2 + 149x - 75$. Затем записываем их на Полотне с помощью кнопки АВС. При этом восстанавливаем пропущенные одночлены, записывая их с нулевыми коэффициентами. Если же нет пропущенных одночленов, то многочлен можно записать на Полотне с помощью кнопки АВС, взяв его из Объектов. Записи многочленов располагаем одну под другой, выравнивая по возможности столбцы, содержащие одинаковые степени переменной. Устанавливаем горизонтальную черту, ухватившись за выделенную точку отрезка.

Шаг 2. Вводим складываемые одночлены $a(x) = 53$, $b(x) = -75$ и на Полотне находим их сумму $c(x) = -22$. С помощью кнопки АВС записываем этот результат под чертой в столбце свободных членов.

Шаг 3. Вводим складываемые одночлены $a(x) = -32x$, $b(x) = 149x$ и на Полотне находим их сумму $c(x) = 117x$. С помощью кнопки АВС записываем этот результат со знаком + под чертой в столбце одночленов, содержащих x .

Шаг 4. Повторяем шаги алгоритма.

Шаг 5. Открываем ответ. (При создании этой надписи соответствующие многочлены берутся из Объектов и результат находит компьютер. Поэтому в случае несовпадения записи многочлена под чертой с

результатом в ответе следует пересчитать соответствующую сумму одночленов.)

2 этап – конструкторский.

Построить в компьютерной среде GeoGebra анимационный рисунок для решения задания:

Задание 1. Найдите сумму многочленов с дробными коэффициентами:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^{51} - \frac{15}{27}x^3 - \frac{7}{32}x + \frac{4}{53}$$

$$h(x) = \frac{3}{48}x^3 - \frac{9}{37}x^2 + 149x - \frac{75}{17}$$

Задание 2. Придумайте и решите пример на сложение многочленов.

3 этап – заключительный.

Подведение итогов. Загрузка выполненных анимационных рисунков в систему «Ё-стади».

Лабораторная работа №3.

Вычитание многочленов столбиком.

Цель работы: отработать алгоритм вычитания многочленов столбиком в среде GeoGebra.

Этапы выполнения лабораторной работы:

1 этап - ориентировочный.

Закончите следующие предложения:

1) Многочлен – это...

2) Разность двух многочленов – это...

2 этап – конструкторский.

По примеру лабораторной работы №2 попробуйте составить алгоритм действий для вычитания многочленов «столбиком». Придумайте пример на вычитание многочленов и постройте в компьютерной среде GeoGebra анимационный рисунок для решения этого примера.

3 этап – заключительный.

Подведение итогов. Загрузка выполненных анимационных рисунков в систему «Ё-стади».

Лабораторная работа №4.

Произведение двух многочленов.

Цель работы: отработать алгоритм умножения многочленов столбиком в среде GeoGebra.

Этапы выполнения лабораторной работы:

1 этап – ориентировочный.

Закончите следующие предложения:

- 1) Чтобы умножить многочлен на одночлен, нужно...
- 2) Чтобы умножить многочлен на многочлен, можно...
- 3) Общий вид многочлена – это...

Познакомьтесь с технологией создания анимационного рисунка «Умножения многочленов столбиком» в среде GeoGebra (рис. 15):

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

Введите перемножаемые многочлены $f(x)$, $h(x)$ и запишите их, вставляя пропущенные одночлены с коэффициентом 0.

$$f(x) = 2x^3 - 3x + 5 \qquad h(x) = 4x^3 - 3x^2 + 7$$

$$\begin{array}{r}
 2x^3 + 0x^2 - 3x + 5 \\
 4x^3 - 3x^2 + 0x + 7 \\
 \hline
 14x^3 + 0x^2 - 21x + 35 \\
 -6x^5 + 0x^4 + 9x^3 - 15x^2 \\
 8x^6 - 0x^5 - 12x^4 + 20x^3 \\
 \hline
 8x^6 - 6x^5 - 12x^4 + 43x^3 - 15x^2 - 21x + 35
 \end{array}$$

Калькулятор для выполнения шага алгоритма.
 Введите очередное слагаемое b многочлена $h(x)$:
 $b = 4x^3$ и получите произведение
 $f(x) \cdot b = 8x^6 - 12x^4 + 20x^3$.
 Запишите его на нужном месте.

Рис. 15. Умножение многочленов

Шаг 1. Вводим (Строкой ввода) данные многочлены $f(x)$ и $h(x)$.

Шаг 2. Записываем на Полотне данные многочлены один под другим, вставляя пропущенные одночлены с нулевыми коэффициентами, если таковые имеются.

Шаг 3. Строим черту (отрезок).

Шаг 4. Вводим свободный член $b(x)=7$ многочлена $h(x)$. Компьютер выдает произведение многочлена $f(x)$ на одночлен $b(x)$, которое мы записываем под чертой выравнивая по возможности столбцы одинаковых степеней переменной.

Шаг 5. Вводим одночлен $b(x)=-3x^2$ многочлена $h(x)$. Компьютер выдает произведение многочлена $f(x)$ на одночлен $b(x)$, которое мы записываем ниже, выравнивая по возможности столбцы одинаковых степеней переменной.

Шаг 6. Вводим одночлен $b(x)=4x^3$ многочлена $h(x)$. Компьютер выдает произведение многочлена $f(x)$ на одночлен $b(x)$, которое мы записываем ниже, выравнивая по возможности столбцы одинаковых степеней переменной.

Шаг 7. Суммируем по столбцам и получаем ответ.

Шаг 8. Записываем ответ под чертой.

2 этап – конструкторский.

Построить в компьютерной среде GeoGebra анимационные рисунки для решения заданий:

Задание 1. Найдите произведение многочленов:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^{51} - \frac{15}{27}x^3 - \frac{7}{32}x + \frac{4}{53}$$
$$h(x) = \frac{3}{48}x^3 - \frac{9}{37}x^2 + 149x - \frac{75}{17}$$

Задание 2. Создать анимационную запись многочленов с регулируемыми коэффициентами.

Задание 3. Как записать в общем виде многочлен, равный произведению данных многочленов?

3 этап – заключительный.

Подведение итогов. Загрузка выполненных анимационных рисунков в систему «Ё-стади».

Лабораторная работа №5.

Деление многочленов «уголком».

Цель работы: отработать алгоритм деления многочленов «уголком» в среде GeoGebra.

Этапы выполнения лабораторной работы:

1 этап – ориентировочный.

Закончите следующие предложения:

1) Разделить многочлен на многочлен значит....

Познакомьтесь с технологией создания анимационного рисунка «Деление многочленов «уголком» в среде GeoGebra (рис. 16):

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ УГОЛКОМ

Введите делимое $f(x)$ и делитель $b(x)$.

$$\begin{array}{r} 2x^5 - 3x + 5 \quad | \quad x^2 + 3x + 5 \\ \hline 2x^5 + 6x^4 + 10x^3 \quad 2x^3 - 6x^2 + 8x + 6 \\ \hline -6x^4 - 10x^3 - 3x + 5 \\ -6x^4 - 18x^3 - 30x^2 \\ \hline 8x^3 + 30x^2 - 3x + 5 \\ 8x^3 + 24x^2 + 40x \\ \hline 6x^2 - 43x + 3 \\ 6x^2 + 18x + 30 \\ \hline -61x - 27 \end{array}$$

Калькулятор

Введите делимое $a(x)$, делитель $b(x)$

и очередное слагаемое $c(x)$ формируемого под уголком неполного частного.

Запишите $c(x) = 6$,

$b(x) \cdot c(x) = 6x^2 + 18x + 30$

$r(x) = a(x) - b(x) \cdot c(x) = -61x - 27$.

Рис. 16. Деление многочленов уголком

Шаг1. Вводим (строкой ввода) многочлены $f(x) = 2x^5 - 3x + 5$ и $b(x) = x^2 + 3x + 5$ и записываем их на Полотне (при формировании надписи берем из Объектов f и b). Располагаем записи одну за другой и строим «уголок» с использованием «ломаной» из списка Инструментов.

Шаг 2. Вводим (строкой ввода) многочлен $a(x) = f(x)$.

Шаг 3. Записываем (с помощью кнопки АВС) под уголком первое слагаемое частного $c(x) = 2x^3$ и вводим его (строкой ввода). В «Калькуляторе» появляются произведение $b(x) \cdot c(x) = 2x^5 + 6x^4 + 10x^3$ и остаток $r(x) = -6x^4 - 10x^3 - 3x + 5$. Записываем их (с помощью кнопки АВС) на нужные места и разделяем отрезком, который строим командой из списка Инструменты.

Шаг 4. (Повторение пункта 2). Вводим (строкой ввода) многочлен $a(x) = -6x^4 - 10x^3 - 3x + 5$.

Шаг 5. (Повторение пункта 3). Записываем под уголком второе слагаемое частного $c(x) = -6x^2$ и вводим его (Строкой ввода). Снова в «Калькуляторе» появляются готовые произведение $b(x) \cdot c(x) = -6x^4 - 18x^3 - 30x^2$ остаток $r(x) = 8x^3 + 30x^2 - 3x + 5$. Записываем их (с помощью кнопки АВС) на нужные места и делаем подчеркивание.

Шаг 6. (Повторение пункта 2). Вводим (строкой ввода) многочлен $a(x) = 8x^3 + 30x^2 - 3x + 5$.

Шаг 7. (Повторение пункта 3). Записываем под уголком третье слагаемое частного $c(x) = -6x^2$ и вводим его (Строкой ввода). Снова в «Калькуляторе» появляются готовые произведение $b(x) \cdot c(x) = -6x^4 - 18x^3 - 30x^2$ остаток $r(x) = 8x^3 + 30x^2 - 3x + 5$. Записываем их (с помощью кнопки АВС) на нужные места и делаем подчеркивание.

Шаг 8. Записываем готовое произведение $b(x) \cdot c(x) = -2x^4 - 2x^3 - 2x^2$, вычисленное компьютером, и готовый остаток $r(x) = 2x^2 - 3x + 5$.

Шаг 9. (Повторение пункта 2). Вводим (строкой ввода) многочлен $a(x) = 2x^2 - 3x + 5$.

Шаг 10. (Повторение пункта 3). Вводим (строкой ввода) третье слагаемое частного $c(x) = 2$ и записываем его на Полотне.

Шаг 11. (Повторение пункта 4). Записываем готовое произведение $b(x) \cdot c(x) = 2x^2 + 2x + 2$ и готовый остаток $r(x) = -5x + 3$.

Деление «уголком» закончено.

2 этап – конструкторский.

Построить в компьютерной среде GeoGebra анимационные рисунки для решения заданий:

Задание 1. Придумайте пример для деления многочленов уголком с большими коэффициентами.

3 этап – заключительный.

Подведение итогов. Загрузка выполненных анимационных рисунков в систему «Ё-стади».

2.3. Апробация внедрения дистанционных технологий в процесс обучения теме «Многочлены», перспективы развития.

Дистанционный курс «Занимательная математика» был разработан для учащихся 7 классов МБОУ «Средняя школы № 6» г. Ачинска. Потребность в нем обусловлена желанием учащихся данной школы расширить свой кругозор в области математических знаний, а также выявлена в ходе устного опроса представителей родительской общественности. Таким образом, был сформирован конкретный социальный заказ, включающий в себя:

- повышение уровня мотивации обучающихся;
- включение ИКТ-технологий в образовательный процесс;
- подготовка обучающихся для участия в исследовательском движении школьников.

Процесс апробации курса начался в сентябре 2018 года и на данный момент находится в процессе реализации. Поэтому говорить о его результативности мы будем с учетом входного мониторинга и промежуточного (полугодового) мониторинга. Для исследования это актуально, т.к. в этот временной промежуток учащимися был пройден раздел «Многочлены».

В данном эксперименте участвовали две группы: контрольная и экспериментальная, на основе которых мы выяснили результаты реализации нашей методики (экспериментальная группа - учащиеся, которые зачислены на обучение по программе дистанционного курса «Занимательная математика» в количестве 12 человек, контрольная группа – оставшаяся часть класса, продолжавшая обучение без изменений в количестве 12 человек).

Напомним, что гипотеза исследования звучит следующим образом: использование компьютерной среды GeoGebra в процессе дистанционного обучения по теме «Многочлены» в 7 классе способствует:

- повышению уровня сформированности предметных результатов обучения по теме «Многочлены;

- повышению интереса учащихся к изучаемому материалу.

Исходя из этого, в процессе проведения эксперимента мы будем диагностировать уровень учебной мотивации и уровень предметных результатов.

Для проведения мониторинга уровня учебной мотивации нами были изучены различные методики диагностирования. Наиболее подходящей оказалась методика для диагностики учебной мотивации школьников М.В.Матюхиной в модификации Н.Ц.Бадмаевой (Приложение1). [Бадмаева, 2004].

Результат входного мониторинга уровня сформированности учебной мотивации представлен в таблице 5.

Таблица 5

Результаты входного мониторинга уровня учебной мотивации

	Низкий	Средний	Высокий
Экспериментальная группа	3 чел.	7 чел.	2 чел.
Контрольная группа	5 чел.	6 чел.	1 чел.

Как видим из таблицы 5, в результате проведения входного мониторинга уровня сформированности учебной мотивации учащихся получили практически идентичные результаты в исследуемых группах.

В течение полугодия контрольная группа проходила обучение только по общеобразовательной школьной программе, экспериментальная группа помимо школьной программы также проходила дистанционное обучение в курсе «Занимательная математика». В ноябре 2018 года был проведен повторный мониторинг.

В таблице 6 представлены результаты промежуточного мониторинга уровня сформированности учебной мотивации учащихся.

Таблица 6

Результаты промежуточного мониторинга уровня учебной мотивации

	Низкий	Средний	Высокий
Экспериментальная группа	2 чел.	6 чел.	4 чел.
Контрольная группа	5 чел.	7 чел.	0 чел.

Как видим из таблицы 6, уровень сформированности учебной мотивации учащихся в экспериментальной группе повысился. Уменьшилось количество обучающихся с низким уровнем мотивации (с 3 до 2 человек), также уменьшился средний уровень (с 7 до 6 человек), но при этом увеличился высокий (с 2 до 4 человек). В свою очередь уровень сформированности учебной мотивации учащихся в контрольной группе практически не изменился, уменьшилось количество учащихся с высоким уровнем мотивации (с 1 до 0 человек) и увеличился средний уровень (с 6 до 7 человек).

Проверка уровня сформированности предметных результатов также проходила в ноябре в форме итоговой контрольной работы по теме «Многочлены» (Приложение 2). Результаты представлены в таблице 7.

Таблица 7

Результат мониторинга уровня сформированности предметных результатов по теме «многочлены»

	Оценка «2»	Оценка «3»	Оценка «4»	Оценка «5»
Экспериментальная группа	0 чел.	2 чел.	4 чел.	6 чел.
Контрольная группа	4 чел.	5 чел.	3 чел.	0 чел.

Как видим из таблицы 7, уровень сформированности предметных результатов по теме «Многочлены» в экспериментальной группе гораздо выше результатов контрольной группы.

По результатам диагностирования можно сделать вывод, что использование компьютерной среды GeoGebra в процессе дистанционного обучения по теме «Многочлены» в 7 классе способствует:

- повышению уровня сформированности предметных результатов обучения по теме «Многочлены»;
- повышению интереса учащихся к изучаемому материалу.

Учитывая положительные результаты исследования, в дальнейшем планируется продолжить работу по развитию дистанционного курса «Занимательная математика». Предполагается сделать его многогодичным, включающим в себя компьютерный лабораторный практикум других тем школьного курса алгебры.

Выводы по второй главе:

Использование компьютерной среды GeoGebra в процессе дистанционного обучения по теме «Многочлены» в 7 классе способствует:

- повышению уровня сформированности предметных результатов обучения по теме «Многочлены»;
- повышению интереса учащихся к изучаемому материалу.

Заключение

Таким образом, в ходе проведенного исследования были решены следующие задачи:

- проанализирована тема школьного курса алгебры в 7 классе на предмет использования таких форм обучения, как лабораторные и лабораторно-практические занятия на базе компьютерной среды GeoGebra;

- обоснованы дидактические возможности среды GeoGebra как виртуальной лаборатории на предмет использования их при обучении учащихся 7 класса отдельным темам математики;

- обоснованы дидактические возможности внедрения дистанционных технологий обучения в образовательный процесс;

- разработано методическое сопровождение дистанционного обучения алгебре для обучающихся 7 класса по теме «Многочлены»;

- осуществляется апробация разработанной системы дистанционного обучения, проверка эффективности ее сопровождения в компьютерной среде GeoGebra;

- обоснована перспектива развития разработанной методики для изучения и закрепления других тем школьного предмета математики.

Анализ нормативных документов: ФГОС ООО, концепции развития математического образования, психолого-педагогической, методической литературы по теме исследования и изучение состояния проблемы на практике продемонстрировали, что вопрос о повышении уровня сформированности предметных результатов обучения по теме «Многочлены» в 7 классе и повышение интереса учащихся к изучаемому материалу не утратили своей актуальности и значимости на сегодняшний день.

Проблема необходимости создания системы дистанционного обучения школьников алгебре многочленов на основе использования компьютерной среды GeoGebra, явилась обоснованием выбора темы исследования.

Создана и апробирована система дистанционного обучения школьников алгебре многочленов на основе использования компьютерной среды GeoGebra.

Разработана и представлена методика реализации дистанционного обучения по теме «многочлены» для учащихся 7 класса на основе использования компьютерной среды GeoGebra.

Обосновано и подтверждено в опытно экспериментальной работе, что использование компьютерной среды GeoGebra в процессе дистанционного обучения по теме «Многочлены» в 7 классе способствует:

- повышению уровня сформированности предметных результатов обучения по теме «Многочлены»;
- повышению интереса учащихся к изучаемому материалу.

В дальнейшем планируется продолжить работу по развитию дистанционного курса «Занимательная математика». Предполагается сделать его многогодичным, включающим в себя компьютерный лабораторный практикум других тем школьного курса алгебры 7-9 классов.

Библиографический список

1. Dias, S.B. and Diniz, J.A. and Hadjileontiadis, L.J. Towards an Intelligent Learning Management System Under Blended Learning: Trends, Profiles and Modeling Perspectives. — Springer International Publishing, 2013. — 235 p. — [ISBN 9783319020785](#). (интеллектуальные системы управлением обучением)
2. GeoGebra [Электронный ресурс] : Графический калькулятор для функций, геометрии, статистики и 3D геометрии. – Режим доступа: <http://www.geogebra.com>.
3. Kats, Y. Learning Management System Technologies and Software Solutions for Online Teaching: Tools and Applications: Tools and Applications. — Information Science Reference, 2010. — 486 p. — [ISBN 9781615208548](#).
4. Kats, Y. Learning Management Systems and Instructional Design: Best Practices in Online Education. — IGI Global, 2013. — [ISBN 9781466639317](#).
5. Nagy, A. The Impact of E-Learning // E-Content: Technologies and Perspectives for the European Market / Bruck, P.A.; Buchholz, A.; Karssen, Z.; Zerfass, A. (Eds). — Berlin: Springer-Verlag, 2005. — P. 79-96.
6. Абдуллаев С. Г. Оценка эффективности системы дистанционного обучения. Телекоммуникации и информатизация образования.-2007.-№ 3.-С.85–92.
7. Аверченко Л. К. Дистанционная педагогика в обучении взрослых. Философия образования.-2011.-№ 6(39).-С.322–329.
8. Авраамов Ю. С. Практика формирования информационно-образовательной среды на основе дистанционных технологий. Телекоммуникации и информатизация образования.-2004.-№ 2.-С.40–42.
9. Бадмаева Н.Ц. Влияние мотивационного фактора на развитие умственных способностей: Монография. - Улан-Удэ, 2004. - С.149-150.
10. Балаба И.Н., Пихтильков С.А. Абстрактная и компьютерная алгебра. – Тула: Издательство ТГПУ им. Л.Н. Толстого, 2008.

11. Боброва И. И. Методика использования электронных учебно-методических комплексов как способ перехода к дистанционному обучению. Информатика и образование.-2009.-№ 11.-С.124–125.

12. Виноградова, И. А. Исследовательская и проектная деятельность учащихся : методическое пособие / И. А. Виноградова.- Москва, 2014. – 75 с.

13. Громова Т. В. Формирование готовности преподавателя вуза к деятельности в системе дистанционного обучения.-М.: ТЕЗАРУС, 2006.-С.32.

14. Джонассен Д.Х. Компьютеры как инструменты познания // Информатика и образование. - №4. – 1996. – с. 116-131.

15. Диагностика мотивации учения школьников сост. Е.М. Муравьев. А.Е. Богоявленская. Тверь ,1996

16. Егорова А. А., Эйсер Е. В. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики // Молодой ученый. — 2016. — №29. — С. 2-3.

17. Ибрагимов, Г. И. Форма организации обучения как дидактическая категория: [о разных концепциях форм организации обучения, в т. ч. о концепции, разработанной В. К. Дьяченко] / Г. И. Ибрагимов // Педагогика : Науч.-теорет. журн. – 2009. – № 6. – С. 11–21.

18. Калачева С.И. Значение компьютерных технологий в подготовке учителя математики. // Сборник материалов I Международной научно-практической конференции «Современные образовательные технологии в мировом учебно-воспитательном пространстве», Новосибирск 06.11. 2015, С. 22-25

19. Концепция развития математического образования Российской Федерации (утв. Распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. №2506-р)// сайт Министерства образования и науки Российской Федерации <https://минобрнауки.рф/документы/3894>

20. Красильникова В.А. Информационные и коммуникационные технологии в образовании: учебное пособие / В.А. Красильникова. - М.: ООО «Дом педагогики», 2006. - 231 с.

21. Кудина, Е. С. О возможности использования Microsoft Mathematics и GeoGebra на учебных занятиях / Е. С. Кудина // Информация и образование: границы коммуникаций / ФГБОУ ВПО Горно-Алтайский государственный университет. – 2014. – №6. – С. 348-351.

22. Кукушин, В.С. Современные педагогические технологии// Пособие для учителя. Ростов, 2004. - 384 с

23. Ларин, С.В. Методические вопросы алгебры многочленов: монография / С.В. Ларин; Краснояр. гос. пед. ун-т.им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2008

24. Ларин, С.В., Калачева С.И. Анимационное моделирование вычислительных алгоритмов для многочленов в среде GeoGebra // Материалы V Всероссийской научно-методической конференции с международным участием «Информационные технологии в математике и математическом образовании», Красноярск, 16-17.11.2016 г.

25. Ларин, С. В. Алгебра: Многочлены 2-е изд., испр. и доп. Учебное пособие для академического бакалавриата. – М. : Издательство Юрайт, 2018.

26. Ларин, С. В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики : учебное пособие / С. В. Ларин. – Ростов-на-Дону : Легион, 2015. – 177 с.

27. Ларин, С. В. Методика обучения математике: компьютерная анимация в среде GeoGebra : учеб. пособие для вузов / С. В. Ларин. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2018. – 233 с.

28. Лебедев, В. Э. Опыт использования электронного образовательного ресурса по дисциплине. Дистанционное и виртуальное обучение.-2009.-№ 8.- С.10–22.

29. Лернер, И.Я. Качество знаний учащихся. Каким оно должно быть? – М.: Знание, 1978 – 48 с.
30. Литвинова, В. Л. 88 занимательных и олимпиадных задач по математике : учебное пособие / В.Л. Литвинов. – Самара, 2015. – 43 с.
31. Макарычев, Ю. Н. Алгебра 7 класс учеб. для общеобразоват. организаций— М. : Просвещение, 2013. — 287 с.
32. Манвелов, С.Г. Конструирование современного урока математики. М.: «Просвещение», 2005- с.3
33. Мерзляк, А. Г. Алгебра : 7 класс учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – М. : Вентана-Граф, 2015. – 272 с. : ил.
34. Мордкович, А. Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович. — 13-е изд., испр. — М.: Мнемозина, 2009. — 160 с.: ил.
- образования [Электронный ресурс] : протокол от 8 апреля 2015 г. № 1/15 // Министерство образования науки РФ. – Режим доступа: <http://www.минобрнауки.рф>
35. Ольнев, А. С. Использование новых технологий в дистанционном обучении. Актуальные проблемы современной науки.-2011.-№ 1.-С.96.
36. Официальный сайт программы GeoGebra. URL: <http://www.geogebra.org/cms> (дата обращения: 02.11.18).
37. Панкратьев, Е.В. Элементы компьютерной алгебры. – М.: Интернет-университет информационных технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.
38. Прасолов, В.В. Многочлены. – М.: МЦНМО, 1998.
39. Примерная основная образовательная программа основного общего
40. Программа «Цифровая экономика» (утверждена распоряжением Правительства РФ от 28.07.2017 г.) <http://industryart.ru>

41. Рогановская, Е. Н. Компьютерная дидактика: теория и практика разработки школьного электронного учебника / Е. Н. Рогановская // Школьные технологии : Науч.-практ. журн. – 2008. – № 4. – С. 114–120.

42. Рыжова, И.Г. Развитие познавательного интереса учащихся на уроках математики // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок» . – 2013. – 7 с.

43. Слостёнин, В.А. Психология и педагогика: учебное пособие / В.А. Слостёнин, В.П. Каширин. – М., 2001.

44. Судочакова, А. С. «Деление многочленов уголко в рамках дистанционного курса «Занимательная математика» / Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VII Всероссийской научно-методической конференции с международным участием. Красноярск, 14–15 ноября 2018 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2018. – 166 с.

45. Судочакова, А. С. «Использование системы CAS программы GeoGebra в изучении темы «многочлены» / Наука сегодня: вызовы, перспективы и возможности : материалы международной научно-практической конференции, Вологда, 12 декабря 2018 г.

46. Судочакова, А. С. «Компьютерная анимация в арифметике многочленов» / Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы III Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2018 года / отв.ред. М. Б. Шашкина; ред. кол. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В. П. Астафьева. – Красноярск, 2018. – 258 с.

47. Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»
<http://pravo.gov.ru/proxy/ips/?docbody=&nd=102162745>

48. Хаиртдинова, А. А. Научно-исследовательская работа в школе : методическое пособие / А. А. Хаиртдинова. – Нефтекамск : АСВ, 2013. – 22 с.

49. Хусяинов, Т.М. История развития и распространения дистанционного образования // Педагогика и просвещение. — 2014. – № 4. – С.30-41.

50. Хусяинов, Т.М. Основные характеристики массовых открытых онлайн-курсов (МООС) как образовательной технологии // Наука. Мысль. – 2015. – № 2. - С. 21-29.

51. Шкерина, Л. В. Мониторинг уровня сформированности метапредметных результатов обучения математике в 5 классах : учебное пособие / Л.В. Шкерина, М.А. Кейв, О.В. Берсенева, Н.А. Журавлева. – Красноярск : Редакционно-издательский отдел КГПУ им. В.П. Астафьева, 2018. – 189 с.

Приложения

Приложение 1.

Опросник «Учебная мотивация» (для обучающихся от 11 лет и старше) (модифицированная методика Н.Ц.Бадмаевой на основе методики изучения мотивационной сферы учащихся М.В.Матюхиной). [Бадмаева,2004]

Цель: выявить наличие мотива и составить представление о реализации деятельности педагога ОУ по формированию мотивационной сферы учащегося.

Инструкция: Внимательно прочитайте каждое из приведенных суждений. Если Вы считаете, что оно верно и соответствует Вашим отношениям с учителем, то отметьте или в графе «верно», если верно в некоторых случаях вашего взаимодействия, то в графе «верно в некоторой степени», если оно неверно, то - «совсем не верно».

№		верно	верно в некоторой степени	совсем не верно
1.	Понимаю, что ученик должен хорошо учиться			
2.	Стремлюсь быстро и точно выполнять требования педагога			
3.	Хочу окончить школу и учиться дальше			
4.	Хочу быть культурным и развитым человеком			
5.	Хочу получать хорошие отметки			
6.	Хочу получать одобрение учителей и родителей			
7.	Хочу, чтобы товарищи были всегда хорошего мнения обо мне			
8.	Хочу быть лучшим учеником в классе			
9.	Хочу, чтобы в классе у меня было много друзей			
10.	Хочу, чтобы мои ответы на уроках были всегда лучше всех			
11.	Хочу, чтобы не ругали родители и учителя			
12.	Не хочу получать плохие отметки			
13.	Люблю узнавать новое			
14.	Нравится, когда учитель рассказывает что-то интересное			
15.	Люблю думать, рассуждать на уроке			
16.	Люблю брать сложные задания, преодолевать трудности			
17.	Мне интересно беседовать с учителем на разные темы			

18.	Мне больше нравится выполнять учебное задание в группе, чем одному			
19.	Люблю решать задачи разными способами			
20.	Люблю все новое и необычное			
21.	Хочу учиться только на «4» и «5»			
22.	Хочу добиться в будущем больших успехов			

Ключ:

Интерпретация результатов по данному тесту проводится на основе количественного и качественного анализа результатов.

Количественный анализ результатов основывается на определении уровня мотивации учащихся к обучению в целом:

- за каждый ответ учащегося определяется соответствующее количество баллов: «верно» - 1 балл, «верно в некоторой степени» - 0,5 балла; «совсем не верно» - 0 баллов.

- наивысшее количество баллов 22; уровень сформированности мотивации к обучению определяется по градации:

0–7 баллов – низкий уровень;

8–15 – средний уровень;

16–22 – высокий уровень.

В процентном соотношении определяем, сколько процентов в классном и детском коллективе детей с высоким уровнем школьной мотивации к обучению, средним и низким.

Качественный анализ позволяет выделить преобладание конкретных мотивов в учебной деятельности учащегося. Определяется на основе выделенных учащимся ответов «верно» на соответствующие мотивы:

1. долга и ответственности: 1–2 суждения;
2. самоопределения и самосовершенствования: 3-4;
3. благополучия: 5-6;
4. аффилиации: 7-8;
5. престижа: 9-10;
6. избегания неудачи: 11-12;

7. учебно-познавательные (содержание учения): 13-14;
8. учебно-познавательные (процесс учения): 15-16;
9. коммуникативные: 17-18;
10. творческой самореализации: 19-20;
11. достижения успеха: 21-22.

Качественный анализ позволяет выявить, на какие мотивы учебной деятельности в наибольшей степени обращает внимание педагог.

Приложение 2.

Контрольная работа.

**Тема. Степень с натуральным показателем.
Одночлены. Многочлены.
Сложение и вычитание многочленов**

1. Найдите значение выражения $1,5 \cdot 6^2 - 2^3$.
2. Представьте в виде степени выражение:
1) $x^8 \cdot x^2$; 3) $(x^8)^2$;
2) $x^8 : x^2$; 4) $\frac{(x^4)^5 \cdot x^2}{x^{12}}$.
3. Преобразуйте выражение в одночлен стандартного вида:
1) $-3a^2b^4 \cdot 3a^2 \cdot b^5$; 2) $(-4a^2b^6)^3$.
4. Представьте в виде многочлена стандартного вида выражение $(5x^2 + 6x - 3) - (2x^2 - 3x - 4)$.
5. Вычислите:
1) $\frac{4^6 \cdot 2^9}{32^4}$; 2) $\left(2\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^6$.
6. Упростите выражение $125a^6b^3 \cdot (-0,2a^2b^4)^3$.
7. Вместо звёздочки запишите такой многочлен, чтобы образовалось тождество $(5a^3 - 2ab + 6b) - (*) = 4a^3 + 8b$.
8. Докажите, что значение выражения $(3n + 16) - (6 - 2n)$ кратно 5 при любом натуральном значении n .
9. Известно, что $2a^2b^3 = 9$. Найдите значение выражения:
1) $-6a^2b^3$; 2) $2a^4b^6$.