

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П.АСТАФЬЕВА  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет/филиал Институт математики, физики и информатики

Выпускающая(ие) кафедра(ы) Кафедра математического анализа и методики обучения математики в вузе

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование. Направленность (профиль) «Математическое образование в условиях ФГОС»



ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой

Кафедра математического анализа и методики обучения математики в вузе

Л.В. Шкерина

мая 2018 г.

Выпускная квалификационная работа

**Динамическая оценка математических способностей учащихся старших классов средней школы**

Выполнил студент  
Павленко Василий Николаевич

24.05.2018 tgf

Форма обучения

очная

Научный руководитель:  
д-р . пед. наук, профессор П.П. Дьячук

25.05.2018

Рецензент:  
Виденин С.А. к. пед. н., доцент, СФУ

16.05.2018

Дата защиты 26.06.2018

Оценка \_\_\_\_\_  
(прописью)

Красноярск 2018

## Реферат магистерской диссертации

Павленко Василия Николаевича

По теме: Динамическая оценка математических способностей учащихся  
старших классов средней школы

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, включает список использованной литературы. Общий объем работы составляет 74 страницы. Работа иллюстрирована 7 рисунками и 2 таблицами. Список литературы включает 36 источников.

Цель данной работы: изучить компьютерную динамическую оценку процесса развития математических способностей учащихся старших классов.

*Гипотеза заключалась в следующем* : Если применять компьютерную динамическую оценку математических способностей при обучении математике в старших классах, то это позволит выявить процессуальные характеристики математической деятельности **деятельности** при решении **задач по математике** и определить уровень сформированности математических способностей учащихся старших классов средней школы.

Для доказательства гипотезы магистерская диссертация решала следующие задачи:

1. На основе анализа психолого-педагогической литературы раскрыть содержание понятий «мышление», «формы мышления», «математических способностей и мышления»
2. Изучить теории развития математических способностей в процессе научения решению задач по математике, в условиях использования информационных технологий
3. Процессуальные характеристики поиска решения математических задач

4. Провести педагогический эксперимент по применению динамических компьютерных тестов-тренажеров для динамической оценки процессуальных характеристик математической деятельности при решении математических задач в старших классах.

В первой главе проведен теоретический анализ проблемы развития математических способностей учащихся старших классов.

Во второй главе, динамические компьютерные тесты-тренажеры, реализующие динамическую оценку математической учебной деятельности при изучении математики.

В заключении сделаны выводы об эффективности использования динамической оценки при изучении математики в старших классах

Реферат составил доктор педагогических наук, профессор Дьячук П.П.

## Содержание

Введение.....	5
Глава 1. Теоретический анализ литературы по проблеме развития математических способностей учащихся старших классов .....	7
1.1. Мышление: понятие, виды операции, формы мышления. ....	14
1.2. Формирование основ математической учебной деятельности на уроках математике. ....	20
1.3. Развитие теории динамической оценки обучения математики в условиях использования информационных технологий .....	32
Глава 2. Динамические компьютерные тесты-тренажеры, реализующие динамическую оценку математической учебной деятельности при изучении математики .....	452
2.1. Модель поиска решения математических задач.....	42
2.2. Педагогический эксперимент компьютерной оценки по диагностика научения решению задач по математике .....	53
Заключение .....	69
Литература .....	71

## Введение

На современном этапе развития науки, общества, техники и производства вопрос о том, зачем, чему и как учить, стоит наиболее остро. Наиболее востребованы на рынке труда и успешны в профессиональной сфере люди, способные мыслить, думать, генерировать идеи и задачи, творчески подходить к их решению под разными углами зрения.

Человеческая жизнь так устроена, что на всей ее протяженности приходится решать массу проблем и задач – бытовых, учебных, специализированных, профессиональных.

Умение разбивать проблему (задачу) на составляющие – действия, определять их очередность, составлять из них последовательность для выполнения, выделять существенные и несущественные связи, значимые и незначимые элементы, предвидеть результат – компоненты успешного существования человека в социуме.

Понятие динамической оценки процесса обучения решению задач было введено Лурия [1]. В настоящее время педагоги пытаются применять процедуру динамической оценки как в специальном образовании, так и в образовании в целом, включая обучение математики в старших классах средних школ [3; 4] и решения проблем персонифицированного обучения. Персонифицированное обучение определяется как специально организованная совместная деятельность педагога и учащихся в рамках учебного процесса.

Расширение области применения динамической оценки привело к трансформации его определения. Так, в [5] утверждается, что «динамическая оценка - это подмножество интерактивной оценки, которая включает в себя преднамеренное и запланированное медиальное обучение и оценку влияния этого обучения на последующую работу» (стр. 40). Штернберг и Григоренко [6] определяют динамическую оценку как процесс обучения, результаты которого определяются взаимодействием обучающегося с посредником (учителем). В работе [7] подчеркивается, что динамическая оценка процесса

обучения учитывает объем и характер деятельности посредника, которая интерактивна и ориентирована на процесс обучения. Утверждается, что динамическая оценка является основой для диагностики когнитивных способностей учащегося, активно поддерживая их развитие. Динамическая оценка определяется как интерактивный подход к проведению диагностики в образовании, который фокусирует внимание на способности учащегося реагировать на вмешательство [2]. Таким образом, динамическая оценка - это процедура, которая включает в себя обучение и диагностику, в ходе которой исследуются и измеряются, посредством активного взаимодействия с учителем (экзаменатором, посредником и т.п.), потенциальные способности учащегося к решению проблем в рамках тестовой ситуации.

Концептуальной основой динамической оценки процесса обучения является понятие зоны ближайшего развития Л.С. Выгодского [8]. Зону ближайшего развития Л.С. Выгодский определял как разницу между уровнем самостоятельного функционирования индивида и уровнем, на котором он может функционировать при оказании помощи. В социокультурной теории развития Л.С. Выгодского [9] подчеркивается важность для развития обучающихся, предоставление соответствующей поддержки.

Обучение людей через их взаимодействие с окружающей средой является основной идеей любого обучения. Динамическая оценка процесса обучения может рассматриваться как процесс совмещающий обучение и тестирование в результате взаимодействия с окружающей средой, включающей в себя учителя или посредника. Информацию, которую получает обучающийся от такой окружающей среды, поступает как от учителя, так и от остальной части окружающей среды. Это означает, что человек обучается как через передачу знаний от учителя, так через опыт получаемого им в результате взаимодействия со средой. Электронная проблемная среда, в которой исключено взаимодействие с учителем и организовано взаимодействие испытуемого с электронной проблемной средой, которое является подкреплением его действий для достижения

некоторой цели, то будут созданы условия для самообучения обучающегося. Обучающийся должен иметь возможность воспринимать состояние электронной проблемной среды, а также быть в состоянии предпринимать действия, которые могут повлиять на состояние среды и адаптацию обучающегося к изменяющейся среде. Он должен иметь цель или цели, связанные с состоянием проблемной среды и должен быть в состоянии учиться только на основе своего собственного опыта.

Имеется некоторое сходство с понятием математического алгоритма, определяемое в науке как конечная последовательность операций или инструкций, понятных исполнителю, за конечное количество шагов, за конечное время получим ответ, решение задачи. Поэтому, развитие математических способностей, или математического мышления, происходит на протяжении человеческой жизни. Для начала разберемся с понятием мышления с точки зрения психологии и педагогики, попытаемся выделить его составляющие, определить понятие алгоритмического мышления, проанализировать подходы к его определению различных авторов.

Мышление – социально обусловленный, неразрывно связанный с речью психический процесс поисков и открытия существенного нового, процесс опосредованного и обобщенного отражения действительности в ходе ее анализа и синтеза. Мышление возникает на основе практической деятельности из чувственного познания и далеко выходит за его пределы [1].

Процесс обучения как взаимосвязанная деятельность обучающего (учителя, преподавателя) и обучаемого (школьника, студента) является мощным средством формирования и развития мышления.

У каждого индивида по-разному складывается соотношение различных взаимодополняющих видов (наглядно-действенное, наглядно-образное и отвлеченное (теоретическое)) и форм мыслительной деятельности (понятия, суждения, умозаключения). По-разному развиты мыслительные операции (анализ, синтез, абстрагирование, сравнение, конкретизация, обобщение). В процессе обучения необходимо учитывать и развивать такие

индивидуальные особенности мышления, как самостоятельность мышления, гибкость, быстрота мысли.

Формирование и развитие мышления, в процессе обучения происходит в ходе решения задач. При решении типовых задач человек в первую очередь опирается на знания, опыт и те схемы – алгоритмы действий, которые сформированы к данному моменту времени, – репродуктивное мышление. При решении нестандартных задач, требующих времени, умственных усилий, дополнительных знаний и творческого воображения, возникает продуктивное мышление. Мышление необходимо и для усвоения знаний, для понимания текста в процессе чтения и во многих других случаях, отнюдь не тождественных решению задач.

В истории методики преподавания математики были разработаны различные подходы к вопросу формирования математических способностей учащихся, однако эти критерии не в полной мере соответствуют требованиям современной школы. Необходимо изучить современное состояние проблемы в теории и на практике.

*Цель исследования:* изучить компьютерную динамическую оценку процесса развития математических способностей учащихся старших классов.

*Объект исследования:* математические способности школьников старших классов.

*Предмет исследования:* компьютерная динамическая оценка математических способностей учащихся старших классов на уроках математики.

*Гипотеза:* Если применять компьютерную динамическую оценку математических способностей при обучении математике в старших классах, то это позволит выявить процессуальные характеристики математической деятельности **деятельности** при решении **задач по математике** и определить уровень сформированности математических способностей учащихся старших классов средней школы.

*Задачи:*

5. На основе анализа психолого-педагогической литературы раскрыть содержание понятий «мышление», «формы мышления», «математических способностей и мышления»

6. Изучить теории развития математических способностей в процессе научения решению задач по математике, в условиях использования информационных технологий

7. Процессуальные характеристики поиска решения математических задач

8. Провести педагогический эксперимент по применению динамических компьютерных тестов-тренажеров для динамической оценки процессуальных характеристик математической деятельности при решении математических задач в старших классах.

*Методы исследования:* теоретический анализ литературных источников, беседа, наблюдение, педагогический эксперимент.

## **Глава 1. Теоретический анализ проблемы развития математических способностей учащихся старших классов**

Можно с уверенностью сказать, что и в будущем математическому образованию школьников будет уделяться особая роль в развитии интеллектуальных и творческих способностей растущего человека не потому, что более лучшего средства для их совершенствования не найдено, а потому, что «тот, кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества». Эти слова английского философа и естествоиспытателя Роджера Бэкона, написанные еще в XIII веке, и сегодня являются самым точным и объективным ответом на вопрос «Для чего изучают математику?»

Важнейшей задачей математического образования является вооружение учащихся общими приемами мышления, пространственного воображения, развитие способности понимать смысл поставленной задачи, умение логично рассуждать, усваивать навыки алгоритмического мышления. Каждому важно научиться анализировать, отличать гипотезу от факта, отчетливо выразить свои мысли, а с другой стороны – развить воображение и интуицию (пространственное представление, способность предвидеть результат и предугадать путь решения). Именно математика предоставляет благоприятные возможности для воспитания воли, трудолюбия, настойчивости в преодолении трудностей, упорства в достижении целей.

Основной целью математического образования должно быть развитие умения математически, а значит логически и осознанно, исследовать явления реального мира. Поэтому главная задача обучения математике – приближать ее содержание к реалиям современной жизни и интегрировать с другими школьными предметами.

В последние годы приоритетным направлением в образовательной политике нашей страны является работа с одаренными детьми. Проводится много конкурсов и олимпиад на различных уровнях. Но показатели многих

учащихся сельской школы не очень высокие, дети почти не попадают в финал. Это свидетельствует о снижении уровня преподавания в сельской школе.

Снижение показателей качества на различных ступенях обучения происходит в связи со снижением учебных интересов учащихся, когда учитель из-за сложившихся условий вынужден уделять большое внимание неуспевающим ученикам, а остальным учащимся становится «скучно» и они остаются вне педагогического внимания учителя.

Отрицательная динамика является следствием отсутствия систематической, целенаправленной работы по развитию математических способностей учащихся старших классов.

С целью решения этой проблемы необходимо усилить индивидуальную работу, направленную на полное раскрытие математического потенциала способных учащихся в школах, особенно в старших классах. Для таких детей в системе внеурочной работы по предмету, дополнительного образования необходимо несколько отойти от привычной стороны и усилить работу по формированию интеллектуальных умений, мыслительных и логических операций. Опыт ряда учителей показал хорошие возможности включения в содержание обучения интеллектуальных, развивающих игр, оригами, конструирования.

Проведение проектных и исследовательских работ во время уроков, на занятиях ученического научного общества способствует установлению технического и алгоритмического мышления, творческому подходу и общему интеллектуальному развитию учащихся.

Жизнь показывает, что не всем учащимся математика нужна в одинаковой степени, а изучают ее в школе все. И если в преподавании математики на фундаментальном и прикладном уровне нам существенную помощь оказывают сами дети (своими способностями, заинтересованностью, стремлением узнать больше), то на общеобразовательном или общечеловеческом уровне школьная математика имеет на сегодняшний день

очень много нерешенных проблем, и при усредненном подходе к преподаванию математики в общеобразовательных классах, многие дети, имеющие скрытые математические способности и не получившие возможности развить их, постепенно пополняют ряды «средних» учеников с комплексом нереализованности. В то же время именно эти дети, закончив школу, и получив соответствующее образование, будут нас лечить, учить наших детей в начальной школе, иностранным языкам, работать в сфере обслуживания, культуры и в других отраслях, с математикой непосредственно не связанных. Но умение логически мыслить, анализировать ситуации, оказывать и убеждать помогут любому «не математику» стать хорошим профессионалом на своем месте.

Преподавание математики в старших классах общеобразовательной школы прежде всего нужно рассматривать с гуманных позиций, имея в виду развитие ребенка в широком смысле, а не только формирование у него математических знаний и умений.

Главной бедой остается формализм знаний учащихся, неумение, возможно и нежелание, применить свои знания в сколько-нибудь нестандартной ситуации. Трудными оказываются задачи, требующие рассуждения, сравнения, доказательства, навыка работы с математическими понятиями, а не простого следования алгоритму. В этом, безусловно, сказываются недостатки преподавания, нацеленность лишь на воспроизведение даваемых сведений, нехватка в обучении примеров различных математических ситуаций, явно недостаточное внимание со стороны учителей к теоретическим аспектам курса, снижение удельного веса устных и полустустных форм работы, в том числе опросов по теории.

Математика среди учебных дисциплин является наиболее трудоемким учебным предметом, требующим от учащихся повседневной, кропотливой и большой по объему самостоятельной работы. Для того, чтобы успешно учиться математике, надо иметь хорошую память, устойчивое внимание, развитое воображение, логическое мышление, сообразительность и ряд

других качеств, о также достаточные способности для учения. Но все эти качества и способности могут и должны развивать у детей учителя.

В общеобразовательной школе, где нет профилированного обучения математике в трех направлениях – естественнонаучном, физико-математическом, гуманитарном, – каждый учитель должен ориентироваться на обязательный минимум, определенный программой, и разрабатывать механизмы не только достижения этого минимума, но и его расширения.

В повышении качества математического образования одной из важных составляющих является обеспечение учебно-методической литературой. Сегодня предлагается широкое многообразие учебной литературы. Так, только по федеральному компоненту для школ выпускается около ста наименований учебной литературы, но часто учитель из-за удаленности населенного пункта от крупных городов не имеет возможности оценить качество учебной литературы при её непосредственном просмотре. При её выборе действует скорее интуитивно, а часто и просто работает с уже имеющимися или присланными по централизованным закупкам учебным пособиям. В связи с этим все недостатки учебного пособия выявляются уже в процессе работы и требуют от учителя большого опыта для их корректировки.

И всё-таки сегодня математика, как живая наука с многосторонними связями, оказывающая существенное влияние на развитие других наук и практики, является базой научно-технического прогресса и важной компонентой развития личности.

Особенно хочется отметить, что для обеспечения жизненно важных интересов общества определенная часть учащихся должна изучать математику в достаточном объеме и на достаточно высоком уровне, и выход из этого положения в настоящее время дает дифференциация обучения, как один из основополагающих принципов. Одной из основных целей изучения математики является формирование и развитие мышления человека, прежде всего, абстрактного мышления, способности к абстрагированию и умения

«работать» с абстрактными, «неосвязаемыми» объектами. В процессе изучения математики в наиболее чистом виде может быть сформировано логическое (дедуктивное) мышление, алгоритмическое мышление, многие качества мышления, такие как сила и гибкость, конструктивность и критичность и т. д.<sup>1</sup>

### **1.1. Мышление: понятие, виды операции, формы мышления.**

Способность мыслить является венцом эволюционного и исторического развития познавательных процессов человека. Благодаря понятийному мышлению человек беспредельно раздвинул границы своего бытия, очерченные возможностями познавательных процессов более «низкого» уровня – ощущения, восприятия и представления.

Наше познание объективной действительности начинается с ощущений и восприятия. Но, начинаясь с ощущений и восприятия, познание действительности не заканчивается ими. От ощущения и восприятия оно переходит к мышлению. Мышление соотносит данные ощущений и восприятий – сопоставляет, сравнивает, различает, раскрывает отношения, опосредования и через отношения между непосредственно чувственно данными свойствами вещей и явлений раскрывает новые, непосредственно чувственно не данные абстрактные их свойства; выявляя взаимосвязи и постигая действительность в этих ее взаимосвязях, мышление глубже познает ее сущность. Мышление отражает бытие в его связях и отношениях, в его многообразных опосредованиях<sup>2</sup> [25, с.206].

Мышление – это социально обусловленный, неразрывно связанный с речью познавательный психический процесс, характеризующийся

---

<sup>1</sup> Кузнецова Надежда Владимировна Проблемы и тенденции развития математического образования учащихся сельской школы // Актуальные вопросы основного и дополнительного математического образования. Выпуск 1. - Концепт. - 2014. - ART 64201. - URL: <http://e-koncept.ru/teleconf/64201.html> - ISSN 2304-120X.

<sup>2</sup> Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – СПб: Питер, 2000. – 520 с.

обобщенным и опосредствованным отражением связей и отношений между объектами в окружающей действительности<sup>3</sup> [23, с.112].

Мышление – сложнейшая и многосторонняя психическая деятельность, поэтому выделение видов мышления осуществляется поразным основаниям.

*Во-первых*, в зависимости от того, в какой степени мыслительный процесс опирается на восприятие, представление или понятие, различают три основных вида мышления:

- *предметно-действенное (или наглядно-действенное)* – для детей раннего возраста мыслить о предметах – значит действовать, манипулировать с ними;
- *наглядно-образное* – характерно для дошкольников и отчасти для младших школьников;
- *словесно-логическое (абстрактное)* – характеризует старших школьников и взрослых людей<sup>4</sup> [14, с.65].

Это не только этапы развития мышления, но и разные его формы, присущие взрослому человеку и играющие важную роль в мыслительной деятельности. Можно ускорить и интенсифицировать прохождение тех или иных этапов развития мышления, но нельзя миновать ни один из них без ущерба для психического склада личности в целом.

*Во-вторых*, по характеру протекания процесса мышления можно говорить о рассуждающем (или дискурсивном) мышлении, результат которого достигается в ходе последовательного рассуждения, и интуитивном мышлении, где окончательный результат достигается без знания или продумывания промежуточных этапов.

*В-третьих*, если за основу брать характер результатов мышления, то мы можем иметь репродуктивное мышление (когда мы четко прослеживаем ход мысли другого человека, например доказательство математической

---

<sup>3</sup> Реан А.А., Бордовская Н.В., Розум С.И. Психология и педагогика: Учебник для вузов. – СПб: Питер, 2002. – 432 с.

<sup>4</sup> Дубровина И.В., Андреева А.Д. и др. Младший школьник: развитие познавательных способностей: Пособие для учителя. – М.: Академия, 2002. – 360 с

теоремы в учебнике и пр.) и творческое мышление (если создаем новые идеи, предметы, оригинальные решения и доказательства).

*В-четвертых*, мышление подразделяется по действенности контроля на критическое и некритическое [14, с.65-67].

Теплов Б.М. отмечает, что мышление – это особого рода деятельность, имеющая свою структуру и виды. Он подразделяет мышление на *теоретическое* и *практическое*. При этом в теоретическом мышлении выделяет *понятийное* и *образное* мышление, а в практическом – *наглядно-образное* и *наглядно-действенное*. Разница между теоретическим и практическим видами мышления, по его мнению, состоит лишь в том, что «они по разному связаны с практикой. Работа практического мышления в основном направлена на разрешение частных конкретных задач, тогда как работа теоретического мышления направлена в основном на нахождение общих закономерностей»<sup>5</sup> [26, с.147].

Понятийное мышление – это такое мышление, в котором используются определенные понятия. При этом, решая те или иные умственные задачи, мы не обращаемся к поиску с помощью специальных методов какой-либо новой информации, а пользуемся готовыми знаниями, полученными другими людьми и выраженными в форме понятий, суждений, умозаключений.

Понятийное содержание мышления складывается в процессе исторического развития научного знания на основе развития общественной практики. Его развитие является историческим процессом, подчиненным историческим закономерностям<sup>6</sup> [25, с.221].

Образное мышление – это вид мыслительного процесса, в котором используются образы. Эти образы извлекаются непосредственно из памяти или воссоздаются воображением. В ходе решения мыслительных задач соответствующие образы мысленно преобразуются так, что в результате

---

<sup>5</sup> Теплов Б.М. Практическое мышление// Хрестоматия по общей психологии: Психология мышления. – М.: МГУ, 1981. – 395 с

<sup>6</sup> Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – СПб: Питер, 2000. – 520 с

манипулирования ими мы можем найти решение интересующей нас задачи. Следует отметить, что понятийное и образное мышление, являясь разновидностями теоретического мышления, на практике находятся в постоянном взаимодействии. Они дополняют друг друга, раскрывая перед нами различные стороны бытия. Понятийное мышление дает наиболее точное и обобщенное отражение действительности, но это отражение абстрактно. В свою очередь, образное мышление позволяет получить конкретное субъективное отражение окружающей нас действительности. Таким образом, понятийное и образное мышление дополняют друг друга и обеспечивают глубокое и разностороннее отражение действительности.

Наглядно-образное мышление – это вид мыслительного процесса, который осуществляется непосредственно при восприятии окружающей действительности и без этого осуществляться не может. Мысля наглядно-образно, мы привязаны к действительности, а необходимые образы представлены в кратковременной и оперативной памяти.

Наглядно-действенное мышление – это особый вид мышления, суть которого заключается в практической преобразовательной деятельности, осуществляемой с реальными предметами.

Все эти виды мышления могут рассматриваться и как уровни его развития. Теоретическое мышление считается более совершенным, чем практическое, а понятийное представляет собой более высокий уровень развития, чем образное.

Мыслительная деятельность людей совершается при помощи следующих мыслительных операций:

- *сравнение* – установление отношений сходства и различия;
- *анализ* – мысленное расчленение целостной структуры объекта отражения на составляющие элементы;
- *синтез* – воссоединение элементов в целостную структуру;
- *абстракция и обобщение* – выделение общих признаков;

– *конкретизация и дифференциация* – возврат к полноте индивидуальной специфичности осмысливаемого объекта<sup>7</sup> [21, с.63].

Все эти операции, по мнению Рубинштейна С.Л., являются различными сторонами основной операции мышления – опосредования (то есть раскрытия все более существенных связей и отношений)<sup>8</sup> [24, с.215].

Различают три основные формы мышления: *понятие, суждение и умозаключение*.

*Суждение* – это форма мышления, содержащая утверждение или отрицание какого-либо положения относительно предметов, явлений или их свойств. Суждение как форма существования элементарной мысли является исходной для двух других логических форм мышления – понятия и умозаключения<sup>9</sup> [25, с.227].

Суждение раскрывает содержание понятий. Знать какой-нибудь предмет или явление – значит уметь высказать о нем правильное и содержательное суждение, т.е. уметь судить о нем. Истинность суждений проверяется общественной практикой человека.

*Понятие* – это мысль, в которой отражаются наиболее общие, существенные и отличительные признаки предметов и явлений действительности [25, с.233].

*Умозаключение* – это форма мышления, которая представляет собой такую последовательность суждений, где в результате установления отношений между ними появляется новое суждение, отличное от предыдущих. Умозаключение является наиболее развитой формой мысли, структурным компонентом которой выступает опять-таки суждение [25, с.235].

Человек пользуется в основном двумя видами умозаключений – *индуктивными* и *дедуктивными*. *Индукция* – это способ рассуждения от

---

<sup>7</sup> Первушина О.Н. Общая психология: Методические рекомендации. – М.: Вектор, 2003. – 210 с.

<sup>8</sup> Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. – М.: Прогресс, 1958. – 410 с.

<sup>9</sup> Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – СПб: Питер, 2000. – 520 с

частных суждений к общему суждению, установление общих законов и правил на основании изучения отдельных фактов и явлений. *Дедукция* – это способ рассуждения от общего суждения к частному суждению, познание отдельных фактов и явлений на основании знания общих законов и правил.

Таким образом, суждение является универсальной структурной формой мысли, генетически предшествующей понятию и входящей в качестве составной части в умозаключение.

Мышление человека наиболее ярко проявляется *при решении задач*.

Любая мыслительная деятельность начинается с вопроса, который ставит перед собой человек, не имея готового ответа на него. Иногда этот вопрос ставят другие люди (например, учитель), но всегда акт мышления начинается с формулировки вопроса, на который надо ответить, задачи, которую необходимо решить, с осознания чего-то неизвестного, что надо понять, уяснить. Учителю надо иметь в виду, что ученик порой не осознает проблемы, вопроса даже тогда, когда соответствующую задачу ставит перед ним учитель. Вопрос, проблема должны быть четко осознаны, иначе ученику не над чем будет думать.

Решение мыслительной задачи начинается с тщательного анализа данных, уяснения того, что дано, чем располагает человек. Эти данные сопоставляют друг с другом и с вопросом, соотносят с прежними знаниями и опытом человека. Человек пытается привлечь принципы, успешно примененные ранее при решении задачи, сходной с новой. На этой основе возникает *гипотеза* (предположение), намечается способ действия, путь решения. Практическая проверка гипотезы может показать ошибочность намеченных действий. Тогда ищут новую гипотезу, другой способ действия, причем здесь важно тщательно уяснить причины предшествующей неудачи, сделать из нее соответствующие выводы.

Важное значение при поисках пути решения имеет переосмысливание исходных данных задачи, попытки наглядно представить себе ситуацию задачи, опереться на наглядные образы. Последнее очень важно не только

для дошкольников, у которых мышление вообще нуждается в опоре на наглядные представления, но и для младших школьников и школьников-подростков. Решение задачи завершается проверкой, сопоставлением полученного результата с исходными данными.

## **1.2. Формирование основ математической учебной деятельности на уроках математике**

Федеральные образовательные стандарты начального общего образования (ФГОС НОО) впервые ввели понятие математических способностей и компетенций в обучение математике и поставили задачу: обеспечить «овладение основами алгоритмического мышления, записью и выполнением алгоритмов; умением действовать в соответствии с алгоритмом и строить простейшие алгоритмы». Алгоритм — понятие, возникшее в математике. Теория алгоритмов также разработана в математике, каждый раздел математики содержит алгоритмы. Информатика использует и развивает это понятие, поэтому перечисленные требования относятся как к информатике, так и к математике, так как алгоритмы встречаются во всех областях знания и развитие алгоритмического мышления — задача всех учебных дисциплин.

Следует отметить, что в российском школьном математическом образовании понятие алгоритм появилось гораздо раньше, чем были утверждены ФГОС НОО<sup>10</sup>. Инициатором введения алгоритмической линии в математику начальной школы был Н.Я. Виленкин (1920–1991), известный советский математик, автор научно популярных книг и учебников по математике для школы. Еще в 70-е годы прошлого века он утверждал, что в век «умных машин» детей нужно с начальной школы готовить к работе с

---

<sup>10</sup> ЦАРЕВА С.Е., Формирование основ алгоритмического мышления в процессе начального обучения математике, кандидат педагогических наук, профессор Новосибирский государственный педагогический университет. Начальная школа. 2012. № 4

ними. Эта подготовка, по его мнению, должна заключаться в формировании алгоритмического мышления<sup>11</sup> [14, 35–37]. Н.Я. Виленкиным уже тогда были созданы учебники по математике для начальной школы, в которых рассматривались понятия операция, программа, алгоритм. Специальная тема «Программа действий. Алгоритм» сохранилась с тех пор в учебниках Л.Г. Петерсон, первые издания которых были подготовлены в соавторстве и под руководством Н.Я. Виленкина (в них значились два автора — Н.Я. Виленкин и Л.Г. Петерсон).

В связи с требованиями ФГОС понятия алгоритмов и математических компетенций в том или ином виде появились или должны появиться во всех программах, комплектах учебников, методических пособиях к учебникам по математике. Теперь реализация богатого образовательного потенциала этой темы зависит от качества подготовки учителя, от степени понимания им сущности понятия математических способностей и возможностей достижения учащимися личностных, метапредметных и предметных планируемых результатов обучения всем учебным предметам и в первую очередь математике.

Математические понятия (алгоритм, алгоритмическое мышление, синтез, дедукция, индукция и т.п.) являются сложными понятиями, относительно которых в педагогической и методической литературе еще не сформировано общепринятое представление.

Например, понятие алгоритм является фундаментальным математическим понятием, продуктом человеческой деятельности<sup>12</sup> [17]. Алгоритм есть особый способ описания последовательности операций для осуществления определенных процессов человеком или машиной. Алгоритм — это способ удержания информации о действиях, обеспечивающих

---

<sup>11</sup> Виленкин Н.Я., Дробышев Ю.А. Воспитание алгоритмического мышления на уроках математики // Начальная школа. 1988. № 12. стр.35-37.

<sup>12</sup> Копаев А.В. Алгоритм как модель алгоритмического процесса. URL: <http://www.rusedu.info>.

повторяемость процессов перехода от исходного состояния некоторого объекта к конечному, от исходных данных к искомым результатам.

Следует различать алгоритмы и процессы, в которых можно выделить различимые этапы, действия. Такие процессы называют алгоритмическими. Процессы утренних сборов в школу, чистки зубов, варки картофеля, развития лягушки и бабочки с последовательными превращениями, построения пчелами сот не являются алгоритмами, но могут быть отнесены к алгоритмическим процессам.

Известно, что слово алгоритм произошло от имени среднеазиатского ученого IX в. Аль Хорезми. Он «родился до 800 г., а умер после 847 г., жил и работал в Багдаде. ...Аль Хорезми использовал индийскую позиционную систему счисления с нулем и сформулировал правила четырех арифметических действий над многозначными числами. Первоначально под алгоритмами понимали только эти правила...»<sup>13</sup> [13, 173].

Источником понятия алгоритм были арифметические действия, а потому логично было бы и в формировании представлений школьников об алгоритмах значимое место отвести алгоритмам арифметических действий.

Ю.А. Макаренков и А.А. Столяр пишут, что алгоритм — понятие, возникшее как ответ на вопрос: «Существует ли общий метод, позволяющий для любой частной задачи этого класса в конечное число шагов дать требуемый ответ..?»<sup>14</sup> [19, 20]. Ответы на этот и подобные вопросы позволили создать такие описания общих способов решения задач некоторого вида, что решение любой задачи этого вида становилось доступным многим «решателям», в том числе машинам, умеющим последовательно и правильно выполнять предписанные алгоритмом операции. Следовательно, понятие алгоритм и каждый конкретный алгоритм может быть содержательно понят, принят и даже изобретен учащимися

---

<sup>13</sup> Вершинин О.Е. За страницами учебника информатики. М., 1991. стр.173.

<sup>14</sup> Макаренков Ю.А. Что такое алгоритм? Минск, 1988. Математический энциклопедический словарь. М., 1988.

только в связи с поиском ими общего способа решения задач некоторого вида.

Изобретение алгоритмов значительно расширило возможности людей в использовании математики. Так, сегодня каждый выпускник начальной школы умеет выполнять четыре арифметических действия с натуральными числами, в том числе с большими. Между тем Д.Д. Галанин, автор ряда методических идей, нашедших развитие в современных системах обучения математике, сообщает: монаха Кирика, жившего на Руси в XII в., причислили к лику святых за многие благие деяния, среди которых названы его первый на Руси математический трактат<sup>15</sup> [21] и умение выполнять четыре арифметических действия с большими числами<sup>16</sup> [15]. На Руси в XII в. для этого надо было обладать недюжинным умом и упорством, так как числа записывались в непозиционной, славянской системе и простых алгоритмов действий на Руси тогда не знали [4].

В Математическом энциклопедическом словаре понятие алгоритм характеризуется как понятие математики и информатики: «Алгоритм — точное предписание, которое задает вычислительный процесс (называемый в этом случае алгоритмическим), начинающийся с произвольного исходного данного... и направленный на получение полностью определяемого этим исходным данным результата. ...Алгоритмы прослеживаются в математике в течение всего времени ее существования. Общее понятие алгоритма сформировалось, однако, лишь в XX в.» [20].

В цитируемом выше пособии Ю.А. Макаренкова и А.А. Столяра [19] читаем: алгоритм — это «точное, понятное предписание о том, какие действия и в каком порядке необходимо выполнить, чтобы решить любую задачу из данного класса однотипных задач (для которого и предназначен этот алгоритм)» [19, 30]. Эти действия называют так же шагами, операциями.

---

<sup>15</sup> URL: <http://hbar.phys.msu.ru>

<sup>16</sup> Галанин Д.Д. История методических идей по арифметике в России. Ч. I. XVIII век. М., 1915.

Для того чтобы некоторое предписание можно было назвать алгоритмом, необходимо, чтобы оно обладало следующими свойствами:

1) для каждого шага (кроме последнего) можно указать единственный (при данном выборе исходных объектов), непосредственно следующий за ним шаг, между которыми нет других шагов (дискретность);

2) алгоритм предназначен для решения не одной задачи, а любой задачи некоторого класса однотипных задач (массовость);

3) алгоритм однозначно задает последовательность действий и результат, он гарантирует получение результата за конечное число шагов (определенность, результативность);

4) исходные объекты, промежуточные и конечные результаты алгоритма конструктивны, т.е. они имеют четкие характеристики, их можно построить, получить (конструктивность объектов);

5) действия, предписываемые алгоритмом, входят в систему действий исполнителя [19, 28–30].

Добавим также, что алгоритм не должен содержать действий, которые не влияют на получение результата. Так, например, некорректно называть шагом алгоритма письменного деления (деления «уголком») определение количества цифр в частном, так как результат этой операции не используется в других операциях этого алгоритма, при последовательном и правильном выполнении которых частное находится и без определения количества цифр в частном.

Знание учителем перечисленных свойств позволяет грамотно учить школьников распознавать и конструировать алгоритмы, овладевать алгоритмами школьного курса математики, в том числе вычислительными.

Второе свойство говорит о том, что необходимо ориентировать учащихся на поиск общего способа (а не на способ решения одной задачи) и тем более не на получение ответа задачи.

Пятое свойство алгоритма обуславливает необходимость такой актуализации у учащихся всех операций, входящих в изучаемый алгоритм,

чтобы в момент знакомства или конструирования нового алгоритма каждый учащийся был бы в состоянии выполнить все операции алгоритма, пусть даже только для случаев применения алгоритма, запланированных учителем. Невозможность выполнить хотя бы одну операцию алгоритма делает его недоступным для учащегося.

Важной характеристикой алгоритма являются способы его задания. Перечислим основные способы задания алгоритмов, доступные учащимся начальной школы: а) словесное предписание (в виде памятки, инструкции, перечня шагов); б) образец выполнения, который задает алгоритм только тогда, когда исполнитель «считывает» с этой записи общий способ, а не способ решения данной в образце конкретной задачи; в) блок-схема; г) граф-схема. В качестве способов задания алгоритмов называют также алгоритмическую запись, формулу и таблицу. В информатике для представления алгоритмов используются специальные языки программирования.

Алгоритмы могут быть линейными и разветвленными, без циклов и циклическими. Примерами циклических алгоритмов являются алгоритмы письменных вычислений — сложения, вычитания, умножения в столбик и деления «уголком».

С понятием алгоритм тесно связано понятие программа: «программа — план действий, подлежащих выполнению некоторым исполнителем, обычно автоматическим устройством; ...предписание, алгоритм» [20, 494]. «Алгоритм является более общим понятием, чем программа, ...программа для вычислительной машины — это запись алгоритма решения некоторой задачи в виде, пригодном для данной вычислительной машины»<sup>17</sup> [7, 85].

Термин алгоритм закрепился в математике в связи с проблемой пошагового описания общего метода решения, а термин программа — в информатике в связи с проблемой разработки соответствующих форм

---

<sup>17</sup> Лапчик М.П. Вычисления. Алгоритмизация. Программирование. М., 1988.

задания алгоритмов, которые могли бы быть переданы для исполнения компьютерам.

Важной особенностью алгоритма является то, что в нем нет обоснования, что данная последовательность операций приводит к требуемому результату. Такое обоснование может приводиться в сопровождающих алгоритм текстах, оно необходимо при создании и изучении алгоритмов, в том числе при изучении алгоритмов школьного курса математики.

В методике обучения математике эта часть информации об алгоритме реализуется через понятия теоретическая основа вычислительного приема (вычислительного алгоритма) и эмпирическая, предметная основа алгоритма. Первый термин, добавив к употребляемому ранее термину основа вычислительного приема (Л.Н. Скаткин (1893–1981), ввела в употребление М.А. Бантова (1918–2008), один из авторов самых известных учебников математики для начальной школы, автор многочисленных статей, в том числе фундаментальной статьи «Система вычислительных навыков»<sup>18</sup> [12], в которой и введено понятие теоретическая основа вычислительного приема.

Теоретическая основа может быть использована в обучении школьников более старшего возраста и лишь в некоторых случаях при обучении первоклассников. При этом нужно понимать, что чем длиннее математическая запись обосновывающего положения, тем менее информативна она для учащихся начальных классов, тем меньше она может выполнять функцию обоснования.

Изобретение алгоритмов вызвано потребностью человека в сохранении удачной последовательности действий (приведшей к решению конкретных задач) для повторного применения и передачи другим людям. Обеспечить возникновение такой потребности у учащихся — значит создать действенный мотив для конструирования и усвоения ими алгоритмов, для

---

<sup>18</sup> Бантова М.А. Система вычислительных навыков // Начальная школа. 1979. № 11.

развития алгоритмического мышления и формирования алгоритмической культуры.

Достаточно широко в научной и методической литературе используется понятие «алгоритмический стиль мышления», который представляет собой специфический стиль мышления, предполагающий умение создать алгоритм, для чего необходимо наличие мыслительных схем, которые способствуют видению проблемы в целом, ее решению крупными блоками с последующей детализацией и осознанным закреплением процесса получения конечного результата в языковых формах.

А. И. Газейкина отмечает, что система мышления, определяемая как алгоритмическое мышление, определяется (в своей системности, но не в элементном составе) необходимыми и достаточными компонентами, которые позволяют выделить ее в особый стиль мышления. Компоненты алгоритмического стиля мышления:

1. Анализ требуемого результата и выбор на этой основе исходных данных для решения проблемы.
2. Выделение операций, необходимых для решения.
3. Выбор исполнителя, способного осуществлять эти операции.
4. Упорядочение операций и построение модели процесса решения.
5. Реализация процесса решения и соотнесение результатов с тем, что следовало получить.
6. Коррекция исходных данных или системы операций в случае несовпадения полученного результата с предполагаемым.

К специфическим свойствам математического стиля мышления А. И. Газейкина относит:

- дискретность (пошаговость исполнителя алгоритма, конкретизация действий, структурирование процесса выполнения операций);
- абстрактность (возможность абстрагирования от конкретных исходных данных и переход к решению задачи в общем виде);

- осознанная закрепленность в языковых формах (умение представить алгоритм при помощи некоторого формализованного языка)<sup>19</sup> [12, с.14].

Анализ методической и математической литературы показывает, что основным способом формирования алгоритмического мышления у школьника является поэтапное формирование логических приемов мышления с постепенным переходом непосредственно к элементам алгоритмизации, т.е. следует развести понятия логическое мышление и алгоритмическое мышление, хотя в основе развитого алгоритмического мышления, безусловно, лежит сформированное и развитое логическое мышление.

Основной особенностью алгоритмического мышления считается умение определять последовательность действий (алгоритм), необходимую для решения поставленной задачи. Очевидно, что потребность в подобном умении возникла достаточно давно, однако до XX века алгоритмическое мышление не выделялось как отдельный тип мышления. Выделять алгоритмическое мышление в качестве отдельного типа мышления стали сравнительно недавно, толчком к чему, несомненно, послужило развитие вычислительной техники.

Приведем некоторые высказывания относительно математического или алгоритмического мышления:

«Будем считать, что математический стиль мышления – это система мыслительных действий и приемов, которые направлены на решение как теоретических, так и практических задач, результатом которых есть алгоритмы как специфические продукты человеческой деятельности.

Данный стиль характеризуется точностью, определенностью, формальностью и, как правило, связывается с теоретической деятельностью. Между тем алгоритмический стиль мышления позволяет решать задачи,

---

<sup>19</sup> Газейкина А.И. Стили мышления и обучение программированию // Информационные технологии в общеобразовательной школе. – 2003. - № 6. – С.12-19.

возникающие в любой сфере деятельности человека, а не только в теоретической, например, в программировании или математике, как традиционно считается. Он не связан лишь с вычислительной техникой, так как самое понятие алгоритма, хотя и интуитивное, возникло задолго до появления первого компьютера. Решая большинство задач, человек, в той или иной мере, применяет алгоритмический подход, хотя отдельные этапы этого процесса могут носить ассоциативный характер»<sup>20</sup> [18, с.18].

«Алгоритмическое мышление, наряду с алгебраическим и геометрическим, является необходимой частью научного взгляда на мир. В то же время оно включает и некоторые общие мыслительные навыки, полезные и в более широком контексте, например, в рамках так называемого бытового сознания. К таким относится, например, разбиение задачи на подзадачи»<sup>21</sup> [19, с.7].

Итак, попытаемся коротко сформулировать различия между логическим и алгоритмическим видами мышления. Используя логическое мышление, человек оперирует обобщенными способами представления действительности, отвлекаясь от ряда частных изучаемого явления. Это позволяет устанавливать сложные законы строения мира, обобщать наблюдаемый материал, предвидеть развитие событий. Логическое мышление иногда называют словесно-логическим, поскольку оно невозможно без использования языка, будь то естественный язык или, к примеру, язык математических символов. Логическое мышление является основой научного мышления.

Математическое мышление включает в себя ряд особенностей, свойственных логическому мышлению, однако требует и некоторых дополнительных качеств. Основными из них считаются умение находить последовательность действий, необходимых для решения поставленной

---

<sup>20</sup> Копаев А.В. О практическом значении алгоритмического стиля мышления // Информационные технологии в общеобразовательной школе. – 2003. - № 6. – С.6-11

<sup>21</sup> Ландо С.К., Семенов А.Л. Алгоритмика. 5-7 классы. Пропедевтический курс. – М.: Инфра-М, 2005. – 120 с

задачи и выделение в общей задаче ряда более простых подзадач, решение которых приведет к решению исходной задачи. Наличие логического мышления не обязательно (хотя и достаточно часто) предполагает наличие мышления алгоритмического.

Самое сложное — дать характеристику понятия математического мышления. В психологической литературе такой вид мышления не выделяют. В методической литературе по информатике, в которой развитие математического или алгоритмического мышления называют главной задачей изучения информатики, алгоритмическим мышлением называют искусство размышлять, умение планировать свои действия, способность предусматривать различные обстоятельства и поступать соответственно с ними, способность легко рассуждать об алгоритмических процессах». Часто алгоритмическое мышление понимают как математический стиль мышления.

А.В. Копаев утверждал, что «в современной методической литературе, посвященной обучению информатике, сложно найти материалы, в которых не упоминается об алгоритмическом стиле мышления. Но еще сложнее найти публикации, в которых определяется это понятие»<sup>22</sup> [20, 1]. Именно в его работе есть наиболее конструктивное описание алгоритмического мышления, алгоритмического стиля мышления: «...будем считать, что алгоритмический стиль мышления — это система мыслительных способов действий, приемов, методов и соответствующих им мыслительных стратегий, которые направлены на решение как теоретических, так и практических задач и результатом которых являются алгоритмы как специфические продукты человеческой деятельности» [20, 1].

Таким образом, основным признаком алгоритмического мышления можно считать способность к конструированию алгоритмов. Но так как алгоритм задает общий способ решения задач, то формирование алгоритмического мышления тесно связано с формированием общего умения

---

<sup>22</sup> . Копаев А.В. Алгоритм как модель алгоритмического процесса. URL: <http://www.rusedu.info>.

решать задачи, так как прежде, чем задавать общий способ решения задач в форме алгоритма, нужно найти общий способ, затем исследовать возможность описания этого способа в форме конструктивных, однозначно понимаемых последовательных операций.

Под математической культурой человека будем понимать комплекс личностных качеств и определенный уровень математического мышления, обеспечивающих понимание роли математики в различных видах деятельности, владение умениями действовать по заданному алгоритму, конструировать алгоритмы, осуществлять выбор и применение алгоритмов в своей деятельности.

Формирование математической культуры — это обеспечение понимания роли математики в различных видах деятельности на уровне, соответствующем возрасту учащихся, и формирование названных выше умений. Каждое из умений, характеризующих математическую культуру, опирается на знания из той области, для решения задач которой предназначены выполняемые и конструируемые математические действия и операции. Каждое из названных умений состоит из более частных умений. Они основаны на знаниях о задачах, методах и способах их решения, на знаниях о самих алгоритмах, причинах их изобретения, назначении, возможностях и границах применения.

Разработка и использование алгоритмов для решения задач из той или иной сферы человеческой деятельности, в том числе познания, создает значительные возможности для повышения эффективности этой деятельности, а наличие алгоритмической культуры у действующего, познающего субъекта позволяет реализовать эти возможности.

О качестве обучения математике судят по многим показателям, в том числе по владению учащимися определенными алгоритмами. Для того чтобы знание конкретных алгоритмов было действенным, необходимо обеспечить понимание назначения алгоритмов, их особенностей, понимание их

«человеческого» происхождения, многообразия возможных алгоритмов для решения задач одного и того же класса.

Ориентация обучения математике на развитие основ математического мышления, на формирование математической культуры увеличивает результативность обучения, усиливает развивающее воздействие, так как требует овладения «общими способами действий», что, по В.В. Давыдову [17], является необходимым условием развивающего обучения.

### **1.3. Развитие теории компьютерной динамической оценки обучения математики в условиях использования информационных технологий**

В современной образовательной практике широко используется педагогическая продукция представленная в электронном виде (электронные средства/издания образовательного назначения, электронные энциклопедии, электронные справочники, распределенный информационный ресурс образовательного назначения локальных и глобальной сетей, прикладные программные средства и системы автоматизации информационно-методического обеспечения образовательного процесса и управления образовательным учреждением и другая педагогическая продукция, представленная в электронном виде. Вместе с тем качество этой педагогической продукции и, прежде всего электронных изданий образовательного назначения, не обеспечивает эффективного и педагогически целесообразного ее применения в образовательном процессе. Это вызвано прежде всего тем что разработка этой продукции осуществляется не на научно-педагогической основе а на интуитивном представлении разработчиков о целесообразности ее использования в учебном процессе. Существующее положение усугубляется еще отсутствием обязательной педагогика - эргономической экспертизы и сертификации педагогической продукции представленной в электронном виде. В ряде случаев под видом педагогической продукции представленной в электронном виде разработчиками понимается обычный текст, представленный в

электронном виде с анимированными включениями или модели геометрических фигур, или набор вопросов с выборочными ответами и прочие примитивизмы не имеющие ничего общего с реализацией дидактических возможностей информационных и коммуникационных технологий (ИКТ)<sup>23</sup> [16, с. 15—16], незамедлительная обратная связь (интерактивный диалог) компьютерная визуализация изучаемых объектов процессов в динамике их развития (видоизменения) автоматизация вычислительной поисковой деятельности, моделирование изучаемых объектов, процессов (информационное моделирование или графическая интерпретация и пр.), формализация учебной информации и т.д. Но даже в том случае когда авторы разработчики педагогической продукции, представленной в электронном виде, реализуют эти возможности, превалирует все тот же интуитивный подход к идее разработки, основанный в лучшем случае, на собственном педагогическом опыте, но не на научных подходах апеллирующих к научно-педагогическим основаниям, реализующим теории обучения и к современной технологической реализации.

В этой связи для разработки педагогической продукции, представленной в электронном виде, предлагаются научно-педагогические основания на базе *конвергенции педагогической науки и информационных технологий*<sup>24</sup> [12, 15], которая рассматривается как совпадение сходство взаимный перенос характерных свойств (существенных признаков) педагогической науки и информационных технологий, а также совпадение методов информационных технологий с методами, присущими педагогической науке и, как следствие, их взаимное влияние друг на друга их эволюционное сближение.

---

<sup>23</sup> Роберт И.В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты). 3-е изд. – М.: ИИО РАО, 2014. -354 с.

<sup>24</sup> Ковальчук М.В. Конвергенция наук и технологий - прорыв в будущее // Российские нанотехнологии. –Том 6. -2011. -№ 1-2. –С. 13-23.

Ядром педагогической науки является дидактика, развитие которой за последнее столетие характеризуется активным развитием, в частности появлением различных теорий обучения (личностно ориентированное, проблемное, развивающее, алгоритмизация обучения и пр.). Рассматривая сущность изменений, происходящих в развитии различных теорий обучения, в том числе и вышеназванных в связи с реализацией дидактических возможностей информационных и коммуникационных технологий, остановимся на перечислении причин, приводящих к этим изменениям.

1 Реализация возможностей информационных технологий в области формализации и структуризации представления информации приносит в педагогическую науку формализованное представление учебного материала (в виде графов блок-схем, логических схем и пр.), а также нелинейную (гипертекстовую, гипермедийную) структуризацию учебного материала. Это констатирует *сходство характерных свойств педагогической науки и информационных технологий.*

2. Ряд существенных признаков (или характерных свойств) понятия «информационная среда» в предметной области «информационные технологии» и понятия «информационно-учебная среда» в педагогической науке содержательно совпадают. Это констатирует *совпадение характерных свойств (существенных признаков) педагогической науки и информационных технологий.*

3. Совпадение методов информационных технологий (метод алгоритмизации, метод перебора вариантов решений для определенного класса задач, метод поиска по ключевым позициям) с методами обучения в педагогической науке (алгоритмизация обучения, метод подбора вариантов решения задач определенного класса задач, метод проб и ошибок) констатирует *совпадение методов информационных технологий с методами, присущими педагогической науке, и, как следствие, их взаимное влияние друг на друга.*

4 Перенос характерных свойств (существенных признаков) информационных технологий (алгоритмизация, теория алгоритмов, информационные процессы, информационная деятельность) в педагогическую науку *характеризует их взаимное влияние друг на друга, их эволюционное сближение.*

Вышеперечисленное констатирует наличие феномена *конвергенции педагогической науки и информационных технологий*, следствием которого является развитие теории обучения в условиях реализации дидактических возможностей ИКТ.

В этой связи перечислим **направления развития теорий обучения на базе информационных технологий.**

1. *Совпадение, сходство, характерных свойств (существенных признаков) педагогической науки и ИТ.*

1.1. *Характерные особенности (свойства) ИТ (формализация структуризация информации) совпадают с характерными свойствами педагогической науки (формализация и структуризация представления учебного материала или представление содержания учебной информации в виде формализованных структур).*

1.2. *Характерная особенность ИТ (информационные процессы автоматизация сбора, обработки, тиражирования, хранения, передачи информации) совпадают с характерными свойствами педагогической науки в части использования средств автоматизации для осуществления различных видов информационной деятельности по сбору, обработке, тиражированию, хранению, передаче учебной информации.*

2. *Взаимный перенос характерных свойств (существенных признаков) педагогической науки и ИТ:*

2.1. *Характерное свойство ИТ (формализация информации) переносится на характерную особенность педагогической науки (формализованное представление визуально и (или) текстуально*

оформленных блоков информации, адекватно содержанию учебного материала).

2.2. *Существенный признак ИТ (алгоритмизация) переносится на существенный признак педагогической науки (алгоритмизация обучения представляющая построение алгоритмических предписаний: алгоритмов распознавания и алгоритмов преобразования).*

2.3. *Существенный признак ИТ (наличие информационной среды) переносится на существенный признак педагогической науки (наличие информационно-учебной среды).*

2.4. *Существенный признак ИТ (автоматизация информационного взаимодействия с между информационными объектами) переносится на существенный признак педагогической науки (автоматизация информационного взаимодействия с между субъектами образовательного процесса).*

3. *Совпадение методов ИТ с методами обучения, присущими педагогической науке.*

3.1. *Совпадение методов ИТ (метод алгоритмизации, метод подбора вариантов решения задач метод проектирования) с методами обучения (метод алгоритмизации обучения, метод проб и ошибок при решении задач определенного класса, метод проектов).*

3.2. *Совпадение методов ИТ (алгоритмизации, метод подбора вариантов решения задач) с методами обучения (метод алгоритмизации обучения, метод проб и ошибок при решении задач определенного класса).*

3.3. *Совпадение методов ИТ (метод информационного моделирования) с методами обучения (метод создания информационных моделей изучаемых объектов или процессов или моделей квалиметрического оценивания уровня подготовленности обучающихся).*

Остановимся в качестве примера на развитии *теории алгоритмизации обучения* (Ланда Л.Н. Столяр А.М. и др.), которая занимается разработкой (составлением) алгоритмических предписаний для выполнения учебной

деятельности с целью обучения пользованию ими в процессе решения задач определенных классов (в более широком смысле - с целью усвоения нового учебного материала). В соответствии с положениями теории алгоритмизации обучения создание алгоритмического предписания выполнения определенной учебной деятельности происходит поэтапно:

- процесс учебной деятельности разбивается на ряд элементарных операций или элементарных актов, определяемых уровнем подготовленности обучающегося к выполнению этой деятельности.
- выделяются логические условия (алгоритмы распознавания) осуществления учебной деятельности.
- выявляются элементарные операции выполнения (осуществления) учебной деятельности или акты (алгоритмы преобразования или операторы) адекватно алгоритмам распознавания.
- устанавливается определенное соответствие между последовательностью проверки логических условий (алгоритмы распознавания) и выполнением элементарных операций (алгоритмы преобразования).
- соответствие между алгоритмами распознавания и алгоритмами преобразования описывается в виде операторно-логической структуры или в виде стилизованной блок-схемы алгоритмического преобразования.

Осуществление этих этапов происходит при реализации следующих дидактических возможностей информационных и коммуникационных:

- *компьютерная визуализация учебной информации* (наглядное представление на экране: объекта, его составных частей или их моделей; процесса или его модели; графической или иной интерпретации объекта или закономерности изучаемого процесса) подлежащей разбиению на ряд элементарных операций для

выполнения учебной деятельности по усвоению данной учебной информации.

- *компьютерное моделирование учебной информации* (представление на экране математической, информационно-описательной, наглядной модели изучаемых или исследуемых объектов, их отношений, явлений, процессов, протекающих как реально, так и «виртуально», адекватно оригиналу), для выявления элементарных операций осуществления учебной деятельности.
- *автоматизация операции по сбору, обработке, передаче, отображению, учебной информации*, ее экранного представления для установления соответствия между последовательностью проверки логических условий (алгоритмы распознавания) и выполнением элементарных операций (алгоритмы преобразования).
- *автоматизация процессов установления соответствия между алгоритмами распознавания и алгоритмами преобразования* (в виде операторно-логической структуры или в виде стилизованной блок-схемы).
- *автоматизация процессов описания алгоритмического преобразования* в виде алгоритмов распознавания и алгоритмов преобразования.

Сам процесс построения алгоритмов распознавания и предполагает осуществление следующих этапов:

- выявление признаков на основе которых возможно осуществить распознавание осуществляется при реализации возможностей ИТ (автоматизация процесса поиска информации по ключевым словам по визуализированным фрагментам, по графическим интерпретациям и пр).
- определение логической структуры выявленных признаков реализуется на базе теории алгоритмов.
- определение соответствующих этим признакам утверждений и правил.

- выявление наиболее рациональной последовательности проверки признаков объекта с целью его распознавания.

Остановившись на вопросе выявления тех признаков (из всех возможных для распознавания конкретной ситуации) которые целесообразно положить в основу построения алгоритма распознавания (т.е. на вопросе критерия выбора признаков) рассмотрим требования [13] предъявляемые к ним.

- **возможность операционного выявления обучающимся** (выявление признака при помощи элементарных для обучающегося операций) означает что для выявления признака требуется наличие определенных операций.
- **известность для обучающегося** означает, что признаки, которые кладутся в основу построения алгоритма распознавания должны быть известны обучающемуся, и не должны использоваться для определения иных признаков (известность признаков является очень важной особенностью зависящей от уровня подготовки учащихся от их развития и предшествующего опыта их деятельности).
- **однозначность для понимания обучающимся** означает достаточную легкость, точность, различимости и дифференцируемости признака.
- **простота выявления признака обучающимся** означает применимость элементарных операций при выявлении признака.

Вышеизложенное относится и к логически связанным между собой признакам (при помощи различных логических связей, к которым относятся союзы «и» и «или»). В этих случаях при распознавании необходимо проверить либо наличие каждого из этих признаков, либо проверить наличие у предмета хотя бы одного из этих признаков. Связь признаков тем или иным логическим союзом, показывающим внутренние отношения между признаками, называют логической структурой признаков, из которой, по существу, состоит алгоритм распознавания.

Остановившись на определении *критериев отбора (или выбора) признаков, необходимых для построения алгоритма распознавания*, отметим, что признаки должны: обладать вышеперечисленными свойствами признаков; удовлетворять основным требованиям, предъявляемым к признакам; определять верный выбор операторов (алгоритмов преобразования).

Таким образом, создание алгоритмических предписаний предполагает:

А) умение выявлять алгоритмы преобразования (операторы),

Б) умение строить алгоритмы распознавания (логические структуры признаков),

В) умение описывать между ними определенное соответствие в виде операторно-логической структуры. Все эти процедуры предполагается реализовывать на базе возможностей ИТ.

Для выявления направлений развитие теории алгоритмизации обучения в условиях реализации дидактических возможностей ИТ [4, с.15-16] представим в виде таблицы позиции *подтверждающие совпадение, сходство, взаимный перенос свойств (характерных признаков) теории алгоритмизации обучения и информационных и коммуникационных технологий*

Таблица

Совпадение, сходство, характерных свойств (существенных признаков) теории алгоритмизации обучения и ИТ	Взаимный перенос характерных свойств (существенных признаков) теории алгоритмизации обучения и ИТ	Совпадение методов ИКТ с методами обучения, присущими теории алгоритмизации обучения
<i>1 Характерные особенности (свойства) ИТ (формализация, структуризация информации) совпадают с характерными особенностями теории</i>	<i>1 Характерное свойство ИТ (формализация информации) переносится на характерную особенность теории алгоритмизации</i>	<i>1 Совпадение методов ИТ (метод алгоритмизации, метод подбора вариантов решения задач) с методами обучения, применяемыми в</i>

<p><b>алгоритмизации обучения</b> (формаализация и структуризация в виде алгоритмического предписания всевозможных путей решения задач данного класса)</p>	<p><b>обучения</b> (формализованное представление визуально и (или) текстуально оформленных блок-схем или логических схем алгоритмического предписания)</p>	<p><b>теории алгоритмизации обучения</b> (метод алгоритмизации обучения, метод проб и ошибок при решении задач определенного класса)</p>
<p><i>2. Характерная особенность ИТ</i> (информационные процессы, автоматизация информационного взаимодействия между информационными объектами автоматизации сбора, обработки, хранения, передачи информации) <b>совпадают с характерными особенностями теории алгоритмизации обучения</b> в части использования</p>	<p><i>2. Существенный признак ИТ(алгоритмизация)</i> <b>переносится на существенный признак теории алгоритмизации обучения</b> (алгоритмизация обучения, представляющая построение алгоритмических предписаний: алгоритмов распознавания и алгоритмов преобразования)</p>	<p><i>2. Совпадение методов ИТ</i> (метод информационного моделирования) <b>с методами обучения, применяемыми в теории алгоритмизации обучения</b> (метод создания информационных моделей оценивания уровня подготовленности обучающихся)</p>
<p>средств автоматизации для осуществления различных видов информационной деятельности по сбору, обработке, информации, являющейся содержанием элементов блок-схем или логических схем алгоритмических предписаний и интерактивного информационного взаимодействия между пользователем и интерактивными алгоритмическими предписаниями</p>	<p><i>3. Существенный признак ИТ</i> (автоматизация информационного взаимодействия между информационными объектами) <b>переносится на существенный признак теории алгоритмизации обучения</b> (автоматизация информационного взаимодействия между обучающимся и интерактивной блок-схемой или логической схемой алгоритмического предписания)</p>	<p><i>3. Совпадение методов ИТ</i> (методы информационного взаимодействия между информационными объектами) <b>с методами обучения, применяемыми в теории алгоритмизации обучения</b> (когнитивно-информационное взаимодействие между участниками образовательного процесса) -</p>

Основываясь на выявленных позициях, подтверждающих совпадение, сходство, взаимный перенос свойств (характерных признаков)

информационных и коммуникационных технологий и теории алгоритмизации обучения представим *направления развития теории динамической оценки алгоритмизации обучения в условиях использования средств ИТ*

*1 Реализация методов информационных и коммуникационных технологий (методов информационного взаимодействия между информационными объектами) в части методических решений осуществления когнитивно-информационного взаимодействия обучающегося с интерактивными алгоритмическими предписаниями, совершенствует в теории алгоритмизации обучения:*

- условия осуществления и модели когнитивно-информационного взаимодействия обучающегося с интерактивным алгоритмическим предписанием, представленным в виде динамической блок-схемы или логической схемы алгоритма решения задач данного класса.
- методические рекомендации по осуществлению когнитивно-информационного взаимодействия между участниками образовательного процесса представленные в виде дифференцируемых (в зависимости от действий пользователя) комментариев на экране

*2. Реализация свойств (существенных признаков) информационных технологий (формализация, структуризация информации) при создании алгоритмических предписаний, осуществляемая на основе средств автоматизации, совершенствует в теории алгоритмизации обучения:*

- процесс построения алгоритмов распознавания и алгоритмов преобразования при создании их графических компонент при установлении логических связей между компонентами
- процесс информационного взаимодействия пользователя с интерактивным алгоритмическим предписанием,
- процесс поиска оптимального пути решения задачи по алгоритмическому предписанию

*3. Реализация свойств (существенных признаков) информационных технологий (автоматизация информационных процессов) совершенствует в теории алгоритмизации обучения:*

- процессы диагностики компетентности обучающихся в данной предметной области, контроля результатов усвоения и продвижения в учении, мониторинга результатов психолого-педагогического тестирования,
- интеллектуальный пользовательский интерфейс при интерактивном взаимодействии, при поиске, обработке, формализации учебной информации.
- информационную поддержку обучения самостоятельному решению задач определенного класса:
- создание базы знаний результатов обучения

*4. Взаимный перенос характерных свойств (существенных признаков) информационных технологий (моделирование информационных объектов, процессов) совершенствует в теории алгоритмизации обучения*

- моделирование изучаемых объектов в виде формализованных структур, информационных объектов, процессов в системах профессионального назначения,
- моделирование информационных процессов в тренажерных системах профессионального назначения
- моделирование процессов контроля знаний обучающегося

В заключение следует перечислить характерные особенности информационных технологий которые активно внедряются в педагогическую науку - продуцирование, обработка, передача, информационных ресурсов; обеспечение информационного взаимодействия между пользователями и интерактивными информационными ресурсами; использование специальных формализмов для представления декларативных и процедурных знаний в электронной форме; применение логико-лингвистического моделирования для решения задач неформализуемых областей знаний и сфер деятельности

обеспечение прямого доступа к диалоговому режиму при использовании профессиональных языков программирования и средств искусственного интеллекта; автоматизация непосредственного взаимодействия пользователя со средствами ИКТ при исключении необходимости регулятивного сопровождения.

## **Глава 2. Динамические компьютерные тесты-тренажеры, реализующие динамическую оценку математической учебной деятельности при изучении математики**

### **2.1 Модель поиска решения математических задач**

Первым шагом в решении задачи является формулировка цели обучающимся с учетом текущей ситуации. Под *целью* понимается множество состояний, в которых достигается цель. Задача обучающегося состоит в том, чтобы определить, какая последовательность действий приведет его в целевое состояние. Прежде чем это сделать, он должен определить, какого рода действия и состояния ему необходимо рассмотреть.

Формулировка задачи представляет собой процесс определения того, какие действия и состояния следует рассматривать с учетом некоторой цели. Обучающийся студент не знает, какое из его возможных состояний является наилучшим, поскольку не обладает достаточными знаниями о состоянии, возникающем в результате выполнения каждого действия. Если обучающийся не получит дополнительных знаний, то окажется в тупике. Если он имеет несколько непосредственных вариантов выбора с неизвестной стоимостью, то тогда он может решить, что делать, исследуя вначале возможные последовательности действий, которые ведут к состояниям с известной стоимостью, а затем выбирая из них наилучшую последовательность.

Описанный процесс определения такой последовательности называется *поиском*. Любой алгоритм поиска принимает в качестве входных данных некоторую задачу и возвращает решение в форме последовательности действий. После формулировки цели и решаемой задачи обучающийся студент вызывает процедуру поиска для решения этой задачи. Затем он использует полученное решение для руководства своими действиями, выполняя в качестве следующего предпринимаемого мероприятия всё, что

рекомендовано в решении (первое действие в последовательности). Сразу после выполнения этого решения студент формулирует новую цель.

Используя вышесказанное, можно задачу определить с помощью четырех компонентов.

1. Начальное состояние, в котором обучающийся студент приступает к работе.
2. Функция определения преемника. В ней описываются действия, доступные обучающемуся студенту. Начальное состояние и функция определения преемника, вместе взятые, неявно задают пространство состояний данной задачи – множество всех состояний, достижимых из начального состояния. Пространство состояний образует граф, узлами которого являются состояния, а дугами между ними – действия.
3. Траектория деятельности в пространстве состояний является последовательностью состояний, соединенных последовательностью действий. Проверка цели, позволяющая определить, является ли данное конкретное состояние целевым состоянием.
4. Функция стоимости пути, которая назначает числовое значение стоимости каждому пути. Обучающийся, решающий задачу, выбирает функцию стоимости, которая соответствует его собственным показателем производительности. Функция стоимости пути задает уровни рейтинга.

Описанные выше элементы определяют задачу и могут быть собраны вместе в единую структуру данных, которая передается в качестве входных данных в алгоритм решения задачи. Решением задачи является путь от начального состояния до целевого состояния. Качество решения измеряется с помощью функции стоимости пути, а оптимальным решением является такое решение, которое имеет наименьшую стоимость пути среди всех прочих решений.

Сформулировав определенные задачи, необходимо найти их решение. Такая цель достигается посредством поиска в пространстве состояний задачи.

Подводя итог вышесказанному, для решения задачи, согласно Э. Ханту, в пространстве состояний необходимо проделать следующее.

1. Прежде чем обучающийся сможет приступить к поиску решений, он должен сформулировать *цель*, а затем использовать эту цель для формулировки *задачи*.
2. *Задача* состоит из четырех частей: *начальное состояние, множество действий, функция проверки цели и функция стоимости пути*. *Среда задачи* представлена *пространством состояний*, а путь через пространство состояний от начального состояния до целевого представляет собой *решение*.

Определив эти составляющие, можно начинать поиск решения задачи. Как было изложено во втором параграфе первой главы, поиск решений осуществляется человеком с помощью нескольких методов. Здесь могут применяться случайный поиск, поиск методом проб и ошибок, а также избирательный, который более присущ интеллектуальной деятельности человека.

Поиск решения задачи происходит в пространстве ее состояний, по которым «блуждает» в поисках правильного решения обучающийся. Все состояния между собой связаны, переход между ними составляет траекторию пути решения данной задачи. В отличие от машинного поиска, человек, действуя избирательно, отмечает сразу те траектории, которые не приводят к целевому состоянию – решению задачи.

Таким образом, правомерно говорить о том, что основу проблемной среды любой задачи представляет пространство состояний, выделив среди них начало решения – начальное состояние и окончание решения – целевое состояние. Путь между этими состояниями служит решением данной задачи.

Прежде чем начинать создание проблемной среды, необходимо внимательно изучить деятельность, реализующую обучение. На этом этапе важно не допустить подмены одних навыков другими. Алгоритмические и пространственные проблемные среды функционально состоят из объектов и встроенных в них инструментов и механизмов, как доступных обучаемому, так и скрытых от него. В этот набор обязательно входят объекты, необходимые для решения поставленной задачи, и механизмы, реализующие управление этими объектами.

Далее приведем примеры пространства состояний математических задач. Выделим в пространстве состояний начальное, целевое состояния, а также опишем функцию преемника состояний. Это можно сделать с помощью графа пространства состояний задачи.

*Граф пространства состояний задачи по преобразованию линейной функции*

1. В качестве примера на рис. представлен граф пространства состояний задачи по преобразованию линейной функции  $y = kx + b$ . Из рис. видно, что пространство состояний задачи конструирования графика линейной функции представляет собой граф, вершины которого находятся в узлах квадратных решеток. Каждой вершине соответствуют два числа  $(k, b)$ . Первое число соответствует  $k$  – тангенсу угла наклона графика, второе число  $b$  показывает, насколько поднят или опущен график линейной функции вдоль оси  $OY$ . Квадратные решетки соответствуют разным знакам  $k$ . Любая вершина графа может быть начальным состоянием графика линейной функции, так же, как и любая вершина может служить целевым состоянием.

$N$  – количество узлов графа, которые определяются двумя параметрами:  $k$  и  $b$ :  $N = (k; b)$ . Параметр  $k$  представляет собой

подмножество:  $k = \left\{ \frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; 0; 1; 2; 3; 4 \right\} \cup \left\{ -\frac{1}{4}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; 0; -1; -2; -3; -4 \right\}$ .

Параметр  $b$  представляет собой другое подмножество:  
 $b = \{-1; -2; -3; -4; 0; 1; 2; 3; 4\}$ .

*Начальное состояние*  $S_0 = (1, 0)$ , что соответствует значениям линейной функции:  $k = 1$  и  $b = 0$ .

*Целевое состояние* определяется поставленной перед обучающимся задачей, в данном случае  $S_g = (-1/3, -1)$ .

Каждый узел имеет свое множество преемников.

*Функцию определения преемника* можно записать следующим образом:

$S(n) = S(\pm k \pm 1; \pm b \pm 1)$ , если  $k$  – целое, и  $S(n) = S(\pm \frac{1}{k+1}, (k_{i+1} = k_i + 1); \pm b \pm 1)$ , если

$k$  – дробное.

*Решением* данной задачи является последовательность узлов  $n_0, n_1, n_2, \dots, n_k$ , что  $n_0 \in S_0$  и  $n_k \in S_g$ . На рис. 10 решение, изображенное штриховой линией, состоит из последовательности:  $n_0, n_1, n_2, n_3, n_4$ , а решение, показанное непрерывной траекторией, состоит из последовательности:  $n_0, n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, n_8$ .

*Стоимостью решения* служит сумма дуг, соединяющих два последовательных узла данной последовательности. Определим стоимость одной дуги равной 1 у.е. Стоимость решения минимальна, если не существует другого решения с меньшей стоимостью.

На рис. 10 штриховая линия показывает оптимальную траекторию (имеет минимальную стоимость) перехода из начального состояния в целевое. Стоимость данной траектории равна 4 у.е. Сплошная линия показывает неоптимальную траекторию перехода (имеет большую стоимость) из начального в целевое состояние. Обучающийся студент в самом начале деятельности совершил два неправильных действия и удалился от целевого состояния на 6 действий. Стоимость этой траектории равна 8 у.е..

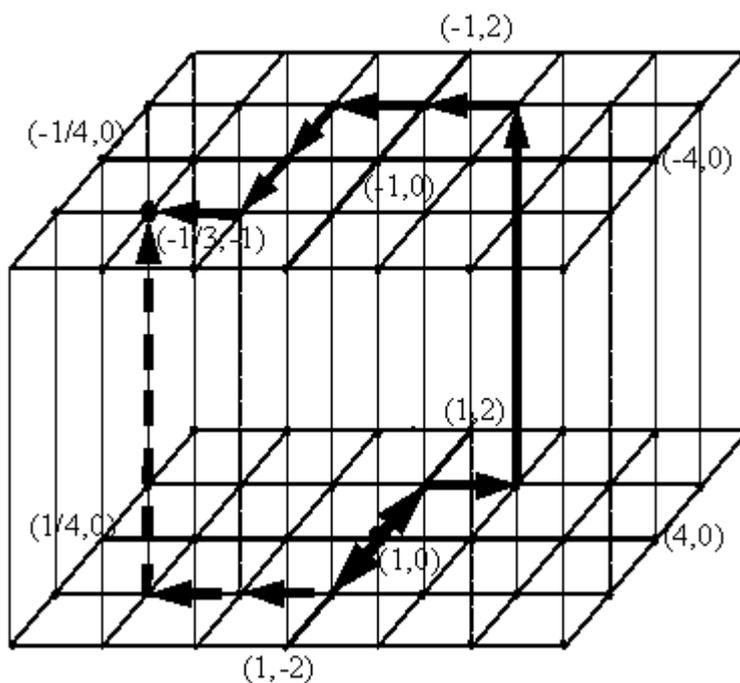


Рис. Граф пространства состояний решения задачи по преобразованию графика линейной функции из начального состояния  $(1,0)$  в целевое  $(-1/3, -1)$

*Длина решения* оптимальной траектории составляет количество узлов на данном графе и равна 5. Длина решения неоптимальной траектории на данном графе равна 9.

Если поиск решения в рассматриваемом пространстве состояний задачи осуществляется методом проб и ошибок, то траектории отражают случайное блуждание по вершинам графа, представленного на рис. 3.10.

Блуждая по узлам графа – состояниям, обучающийся студент ищет решение, пытаясь достичь целевого состояния. При переходе из одного состояния в другое происходит проверка достижения целевого состояния, с помощью датчика «расстояние до цели». Если он будет отдаляться от целевого состояния  $S_{13}$ , то «расстояние до цели» будет увеличиваться. И наоборот, если обучающийся будет приближаться к целевому состоянию, то «расстояние до цели» будет уменьшаться. Так будет продолжаться до тех пор, пока не будет найдено целевое состояние, или решение задачи.

Как указывалось выше, процессуальный аспект научения решению математических задач обусловлен приспособлением студента к некоторому

виду деятельности. Приспособление, или адаптация, обучающегося к деятельности осуществляется в режиме саморегулирования частоты подкреплений учебной деятельности. Количественно адаптацию студента к деятельности по решению задач можно характеризовать суммарным коэффициентом оценочной обратной связи, который является индикатором функционирования петель обратной связи между студентом и электронной проблемной средой и зависит от относительной частоты подкреплений. При нулевой относительной частоте подкреплений действий студента со стороны проблемной среды и отсутствии ошибочных действий учебная деятельность обучающегося становится автономной, и процесс его адаптации к деятельности по решению задач завершается.

Внешнее управление учебной деятельностью обучающегося должно осуществляться с учетом текущего состояния задачной ситуации и состояния структуры системы действий обучающегося. Поскольку структура системы действий (деятельность) обучающегося в процессе научения изменяется, то, соответственно, должны изменяться и управляющие воздействия, то есть для выработки управляющих воздействий необходимо, чтобы ДКТТ не только отслеживали состояние решения задачи, но и проводили мониторинг структуры системы учебных действий студента.

При работе с ДКТТ студент получает информацию: о задании и о достигнутом уровне рейтинга. Эта информация доступна студенту постоянно. Информация об оценке действия доступна не всегда. Поступление этой информации зависит от уровня рейтинга: чем выше уровень рейтинга, тем реже обучающийся студент информируется о текущем состоянии решения задачи. При этом процесс научения деятельности по решению задач определяется не только усилиями студента, но и тем, что варьируется частота подкреплений. Параметром, влияющим на результативные характеристики учебной деятельности, является структура системы действий обучающегося студента  $S(Y)$ .

В процессе развития учебной деятельности происходит снижение меры неупорядоченности действий, которое проявляется при принятии решения о выборе действия студентом. Информационное подкрепление способствует накоплению внутренней информации обучающимся студентом. Это позволяет ему безошибочно находить решение задачи. Переменной, характеризующей результат учебной деятельности студента в петле обратной связи под номером 1, является относительная частота неправильных действий в процессе поиска решения задачи  $P_A^{i-1}$ . ДКТТ через обратную связь действует на обучающегося информационным подкреплением, которое представляет собой информацию о «расстоянии до цели», или информацию о гомеостазе числа ошибок. Переменная, характеризующая результат действия ДКТТ на обучающегося, есть относительная частота информационных подкреплений  $P_B^{i-1}$ . Согласно, параметром, описывающим действия переменных обратной связи друг на друга и на самих себя, является величина, равная произведению  $R = P_A^{i-1} \cdot P_B^{i-1}$ . Это произведение называют коэффициентом обратной связи. Учебная деятельность, в результате которой разрешается когнитивный конфликт между студентом и электронной проблемной средой математических задач, характеризуется динамическими свойствами  $R$ . Поскольку в ДКТТ два контура оценочной обратной связи, то, как следует из работ, динамика развития учебной деятельности студента при работе с ДКТТ определяется суммарным коэффициентом обратной связи:

$$R_i^T = P_A^{i-1} \cdot P_B^{i-1} + P_A^{i-1}, \quad (3.3)$$

где  $P_A^{i-1} = \frac{N_1^{i-1}}{N_0^{i-1}}$  – доля неправильных действий ( $N_1$  – количество неправильных действий;  $N_0$  – общее количество действий);  $P_B^{i-1}$  – относительная частота информационных подкреплений посредством включения датчиков «расстояние до цели» или «гомеостаза» числа ошибок. Индекс  $T$  в обозначении суммарного коэффициента обратной связи (указывает

количество затраченного времени на момент завершения выполнения  $i$ -го задания) позволяет рассматривать его как в масштабе выполненных заданий, так и по затраченному времени.

*Динамические компьютерные тесты-тренажеры позволяют осуществлять динамическую оценку развития учебной деятельности учащихся не только посредством получения данных о структуре системы действий, но и путем измерения суммарного коэффициента обратной связи.* Конечной целью развития учебной деятельности является достижение коэффициентом обратной связи нулевого значения. При этом действия обучающегося не зависят от подкреплений и определяются только собственной системой управления, то есть мозгом, на основе внутренней информации. При этом у студента отсутствует неопределенность при выборе действия, и каждое действие приближает решение задачи. Деятельность студента при решении математических задач приобретает автономный характер.

Для достижения автономности учебной деятельности необходимо, чтобы в первом контуре обратной связи величина  $P_a$  равнялась единице, а  $P_b$  равнялось нулю. Во втором контуре необходимым условием для достижения цели является равенство величин задающего воздействия и значения реальной структуры действий обучающегося.

Построим графики изменения коэффициента обратной связи в масштабе выполненных заданий. Маркеры на графиках обозначают выполненные задания.

По мере овладения способами решения задач для большинства обучающихся  $P_a$  уменьшается, что делает структуру системы действий более совершенной. Соответственно, уровень рейтинга обучающегося студента возрастает, а суммарный коэффициент обратной связи уменьшается. По мере научения недостаток внешней помощи (уменьшение  $P_b$  и отключение датчика информационного подкрепления) компенсируется накопленной

информацией. Учебная деятельность студента перестает нуждаться во внешнем управлении.

Некоторая часть обучающихся, успешно осуществляющих деятельность при повышенной частоте  $P_b$  (датчик «расстояние до цели» компенсирует внутреннюю неопределенность), при уменьшении частоты подкрепления начинают совершать больше ошибочных действий. Соответственно, система внешнего управления увеличивает  $P_b$  при выполнении следующего задания. При этом происходят колебания показателя общей эффективности функционирования регулятора  $R_i^T$  (рис. а, б, в).

В эксперименте все обучающиеся достигают десятого уровня (безошибочной деятельности в отсутствие подкрепления). Но приведенные на рис. 3.14 графики изменения коэффициента обратной связи показывают, насколько разным может быть процесс научения решению задач.

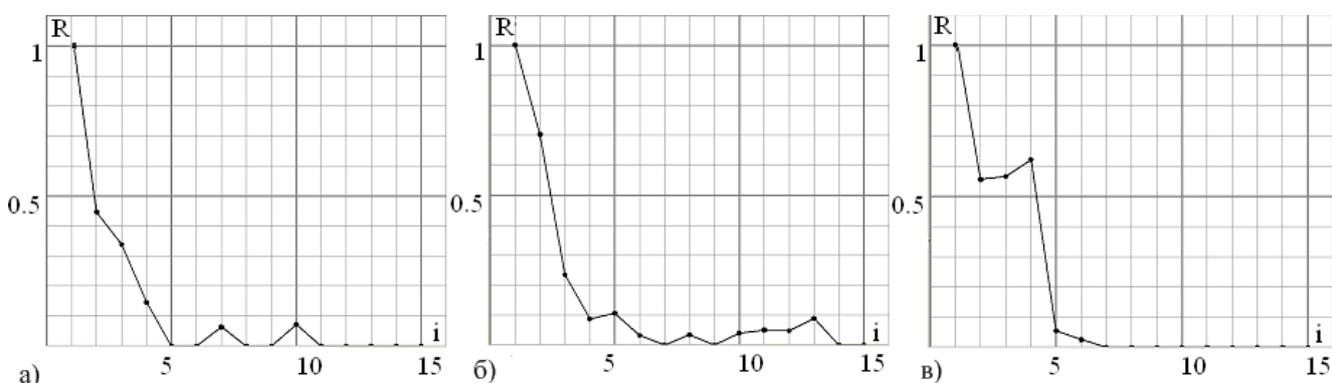


Рис. Графики изменения коэффициента обратной связи в масштабе выполненных заданий:

а) обучающийся № 1; б) обучающийся № 2; в) обучающийся №3

Достижение безошибочной деятельности при непрерывном подкреплении не всегда означает, что студент способен самостоятельно осуществлять поиск решения задач. Достижение безошибочной автономной деятельности наступает только тогда, когда студент совершенно не нуждается в подкреплениях или помощи при решении задач. При этом рассогласование в контуре местной и главной обратной связи исчезает и

достигается безошибочная структура системы действий обучающегося  $S(Y)$ , что соответствует цели внешнего управления  $Z^*$  на основе оценочной обратной связи.

Цель внешнего управления в ДКГТ – содействие такому поведению обучающегося, которое необходимо для его активной адаптации к изменяющейся электронной проблемной среде математических задач. Надо отметить, что студент – это система с собственным аналитическим центром и центром управления.

Самоуправление студентами учебной деятельностью при совершении действий в электронной проблемной среде математических задач имеет характер активного действия: во-первых, как приспособление к фиксированной среде (пассивная адаптация); во-вторых, поиск среды, адекватной возможностям обучающегося студента (активная адаптация). В первом случае адаптирующийся функционирует так, чтобы выполнять свои функции в данной среде наилучшим образом, т.е. максимизирует свой критерий эффективности функционирования в данной среде. Активная адаптация подразумевает под собой либо изменение среды с целью максимизации критерия эффективности учебной деятельности, либо активный поиск комфортной среды. Под максимизацией критерия эффективности учебной деятельности понимается стремление студента к научению сложных математических задач в условиях автономности учебной деятельности.

## **2.2. Педагогический эксперимент компьютерной динамической оценки по диагностике научения решению задач по математике**

Изменения, происходящие в современной школе, приводят к возможности организации эффективного управления процессом обучения. Одним из важнейших направлений такой организации является оперативная информация о ходе учения и качестве усвоения знаний. Такую информацию дает контроль, он является одной из составляющих обратной связи учитель - ученик.

Существующие традиционные методы обучения не позволяют учителю регулярно осуществлять обратную связь, несущую информацию об уровне обученности, проводить оперативную обработку этой информации, принимать соответствующие решения по коррекции учебной деятельности учащихся. Это обстоятельство требует искать пути своевременного обнаружения и исправления недостатков в знаниях и умениях учащихся.

На наш взгляд, компьютерные средства поддержки должны помочь учителю не только организовать учебную деятельность учащихся, но и помочь ему осуществить действенный контроль, диагностику и управление учебным процессом.

Особое значение имеют компьютерные технологии разработки тестовых заданий и тренажеров, которые позволяют автоматизировать процесс сбора и обработки информации за деятельностью учащихся, необходимой для контроля знаний и психолого-педагогической диагностики.

Одной из важных и актуальных проблем современного тестирования является то обстоятельство, что широко распространенные закрытые тесты фиксируют только правильность или неправильность выполнения заданий. При этом учитель не может извлечь информацию о деятельности ученика в процессе выполнения задания. Поэтому является актуальным разработать гибкие технологии тестирования, позволяющие получить информацию не только о правильности выполненных заданий, но и о том, каким путем ученик двигался к полученному результату, какие типичные ошибки он

совершал, дающие учителю возможность оказывать управляющие воздействия на ученика непосредственно в процессе тестирования. В итоге каждый ученик должен двигаться по индивидуальной образовательной траектории. В настоящее время существуют достаточные технические возможности для создания таких технологий, однако созданные средства несовершенны, и недостаточно разработана методика их применения.

Совместная деятельность и общение являются решающими факторами развития самосознания учащихся благодаря тому, что учащиеся становятся субъектами взаимного межличностного отражения, отношений и взаимодействий. Одним из условий успешного управления учебно-познавательной деятельностью учащихся при использовании коллективных учебных занятий является качественный дидактический материал.

Следовательно, нужен инструмент, который позволял бы ученикам работать в паре без вмешательства учителя, а с другой стороны, позволял бы учителю отслеживать все действия, производимые учащимися, и выставлять оценку, соответствующую этим действиям.

Одним из таких инструментов является динамический компьютерный тест-тренажер, базирующийся на использовании: теории деятельностного подхода к процессу обучения П.Я. Гальперина, современных идей тестирования В.С. Аванесова, идей уровневого подхода В.П. Беспалько, теории нелинейных технологий обучения Н.И. Пака, коллективных способов обучения В.К. Дьяченко и кибернетического подхода к управлению сложными системами Н. Винера.

Кибернетические принципы управления сложными системами достаточно интенсивно используются при анализе проблем управления процессом учебно-познавательной деятельности. В основном это происходит на качественном, идейном уровне. В то же время кибернетика, как наука об управлении, является точной наукой и оперирует достаточно развитым математическим аппаратом. Динамические компьютерные тесты рассматриваем как средство педагогической технологии, позволяющее

получать объективные данные о таких важных характеристиках, как скорость обучаемости ученика алгоритмам решения стандартных задач по математике, о характерных временах выполнения логических операций, о взаимодействии учащихся между собой и с учителем в процессе решения задачи.

Управление учебно-познавательной деятельностью учащихся является важной составной частью процесса обучения. Изучение характера усвоения учащимися учебного материала, оценка их знаний и умений, выявление уровня умственного развития и развития познавательных способностей - необходимая сторона процесса управления учебной деятельностью.

Важнейшей целью управления УПДУ является не только определение качества усвоения учащимися программного материала, диагностирование и корректирование их знаний и умений, воспитание ответственности к учебной работе, но и создание для учащихся таких условий, при которых возрастает учебная мотивация.

Оптимально использовать технологию коллективного взаимодействия с игрой, которая в учебно-познавательной деятельности школьников может выполнять следующие функции:

- развлекательную - приносит удовлетворение, вызывает интерес, привлекает учащихся;
- коммуникативную - открывает широкие возможности для непринужденных отношений с одноклассниками и учителем; социализации - включает детей в систему общественных
- отношений, содействует усвоению норм и правил поведения в классе, школе, обществе;
- терапевтическую - помогает преодолевать трудности, возникающие в процессе учебы;
- коррекционную - вносит позитивные изменения в личностные показатели детей.

Следует подчеркнуть, что коллективный способ обучения (КСО) базируется на игровом приеме - использование детьми ролей учителя и

ученика. При этом данная технология позволяет широко использовать занимательный материал, дидактические игры, игровые ситуации.

Поскольку динамические компьютерные тесты-тренажеры представляют машинный вариант организации и управления учебной деятельностью при выполнении конкретных заданий с использованием коллективных способов обучения, то для создания эффективной системы компьютерных тестов и тренажеров необходимо:

- изучить систему УПДУ, выделить основные ее компоненты, параметры и уровни ее усвоения;
- выяснить особенности управления УПДУ при коллективных формах обучения.

ДКТТ - динамические компьютерные тесты-тренажеры, где основная область применения которых состоит в динамической оценки процесса обучения математической деятельности. Они наиболее эффективны тогда, когда учебная деятельность носит предметный, образный характер.

В ДКТТ могут использоваться:

- 1) геометрические образы алгебраических объектов, которыми ученик может управлять (смещать, деформировать и т.п.);
- 2) фиксированные (статичные) геометрические образы алгебраических объектов.

В зависимости от условия задачи управляемых алгебраических объектов может быть, один или несколько. Например, задания по преобразованию графиков функций содержат один управляемый алгебраический объект - график функции, в заданиях по нахождению наибольшего или наименьшего значения функции также один управляемый объект - ордината, - с точкой, скользящей по графику функции, который статичен. Примерами заданий, в которых управляемых объектов два или более, являются: задания по конструированию графиков кусочных функций; задания по графическому решению уравнений, систем уравнений и

неравенств; задания по построению функций, заданных табличным способом.

Динамические компьютерные тесты-тренажеры организованы таким образом, что при работе с ними ученик, выполняя серию однотипных заданий, получает тренаж и усваивает алгоритм их решения. Кроме того, ученик в роли учителя имеет возможность следить за процессом выполнения задания товарищем, владея при этом всей необходимой информацией для ее решения. В этом случае он может увидеть наиболее типичные ошибки, возникающие при выполнении подобного рода задач, может оказывать управляющие воздействия на товарища, анализировать результат этих воздействий. Каждое действие учащихся записывается компьютером, и учитель будет владеть полной информацией о ходе тестирования, вплоть до того, что сможет восстановить ход тестирования в реальном времени. Все это, на наш взгляд, способствует более эффективному управлению учебно-познавательной деятельностью учащихся.

При этом в ДКТТ выбирались задания, не требующие выполнения сложной графической работы с применением чертежных инструментов, так как использование последних резко увеличивает время, затрачиваемое на выполнение заданий. Для облегчения выполнения учащимися математических операций в ДКТТ предусмотрен калькулятор. К тому же выполнение графической работы часто маскирует именно то свойство, которое подлежит выявлению и оценке. Чтобы выявить способность к оперированию графическим образом в наиболее «чистом» виде, по мере возможности было снято влияние знаний и графических навыков на процесс выполнения теста.

Последовательность предъявления заданий в ДКТТ, а также инструкция к их выполнению строго однозначны. Особое внимание обращалось на разработку единиц измерения результатов выполнения задания, на контроль за процессом выполнения заданий. Это особенно важно потому, что содержанием заданий являлось оперирование образами, так как

контролировать процесс, протекающий мысленно, довольно трудно. Именно поэтому вся деятельность ученика при работе с ДКТТ разбита на элементарные операции, выполнение которых строго фиксировалось. Средства такой фиксации разрабатывались применительно к каждому заданию и исходили из предварительного анализа его содержания. Регистрируется также и время выполнения задания учеником. Для каждого из заданий существуют точный эталон решения, т.е. правильный ответ, и наиболее оптимальный способ его достижения. Сопоставление данного эталона с решением ученика давало возможность установить пределы отклонения в индивидуальном решении данного задания.

Динамические компьютерные тесты-тренажеры по алгебре существенно расширяют возможности динамической оценки, управления и контроля за учебно-познавательной деятельностью учащихся при изучении алгебры. Обусловлено это тем, что в основу ДКТТ заложены компьютерные модели алгебраических понятий и объектов, с которыми учащиеся осуществляют активную целенаправленную деятельность. При выполнении традиционных тестовых заданий по алгебре умственная деятельность ученика полностью закрыта («свернута») для учителя. Информация, которую получает учитель, явно недостаточна для реализации принципа индивидуального подхода к обучению учащихся. ДКТТ по алгебре дают возможность не только «развернуть» деятельность учеников в процессе выполнения заданий по алгебре, но и позволяют учителю контролировать процесс тестирования, оказывая на учеников управляющие воздействия. Применение ДКТТ в большей степени, чем традиционные методы, обеспечивает взаимодействие наглядно-образного и словесно-логического мышления.

Предлагаемые динамические компьютерные тесты-тренажеры по алгебре являются компьютерными моделями математических моделей. Объединяющим началом ДКТТ по алгебре является функционально-

графическая линия. Опираясь на геометрические модели алгебраических объектов, ученик включает механизмы целостной переработки информации.

Важным отличием динамических тестов от большинства других обучающих и контролируемых компьютерных программ является то, что они не содержат готовой базы заданий. Задания в ДКТТ либо рандомизируются (значения генерируются с помощью генератора случайных чисел), либо визуально создаются учителем (или учеником, играющим его роль). Данное обстоятельство дает возможность реализовать случайный набор таких упражнений для каждого из учеников, работающих с ДКТТ. ДКТТ предлагает каждому из учеников серию аналогичных заданий. Например, серию заданий, в каждом из которых ученик должен решить графически квадратное уравнение или сконструировать график функции и т.п. В каждом задании можно выделить конечное число элементарных операций. Это сдвиги вправо, влево, вверх, вниз, поворот, связанный с изменением знака коэффициента, сжатие и растяжение. Каждая операция выполняется по нажатию определенной кнопки на панели управления. В программе, согласно которой ученик выполняет это преобразование, производится запись кодов клавиш операций.

Запись последовательности нажатий производится скрытно от ученика и позволяет записать траекторию решения задачи. Процесс записи производится с хронометражем времени, затрачиваемого на каждую операцию. Эта информация, после обработки данных, поступает к учителю в виде диаграмм, выводов о характере ошибок, о рациональности достижения цели и временных затратах ученика. Изучая динамику изменения стратегии ученика по достижению цели - преобразования графика параболы, учитель может сделать выводы о том, как быстро ученик осваивает алгоритм. Таким образом, учитель получает информацию о скорости обучения ученика. В отличие от метода протокола записи решения задачи, используемой в психологии, компьютерная запись решения задачи с числовыми

характеристиками - количество действий, ошибок, времени, затрачиваемого на каждый ход, - позволяет исключить влияние субъективного фактора.

Учитель в учебном процессе всегда выполняет две роли: первая роль заключается в том, что он является носителем учебной информации, которую передает ученику; вторая роль, возможно, более важная, состоит в том, что учитель выступает центром управления, контроля и диагностики учебного процесса. Эффективно вторую роль учитель может выполнять, если существует отрицательная обратная связь между ним и учеником. Если отрицательная обратная связь отсутствует или ее механизмы несовершенны, то информация об учебном процессе, о нежелательных отклонениях в обучении ученика недостоверна или неполна, следовательно, учитель как внешний управляющий центр не может успешно контролировать учебный процесс.

Таким образом, принципиально важно наладить непрерывный поток информации не только от учителя к ученику, но и от ученика к учителю, особенно на начальной стадии обучения, когда собственные механизмы управления, контроля и диагностики, ориентированные на внутренний центр управления, у ученика не отлажены. По мере совершенствования этих механизмов ученик приобретает навыки самоконтроля.

Так, например, тренажер (динамический компьютерный тест – соответствие) на основе алгоритма распознавания моделирует ситуацию (задачу) дает возможность методом проб и ошибок решить поставленную задачу. Используются следующие принципы, которые определяют данный тренажер, как отличное средство для диагностики уровня работы с закономерностями:

- Полное наблюдение за каждым действием учащегося, доступ к которому можно получить после прохождения упражнения
- Гибкое подстраивание под уровень учащегося
- Дифференциация уровней задания в зависимости от уровня обратной связи учащегося

– Доступность всех данных о выполнении задания для дальнейшей обработки

Так выглядит интерфейс тренажера:

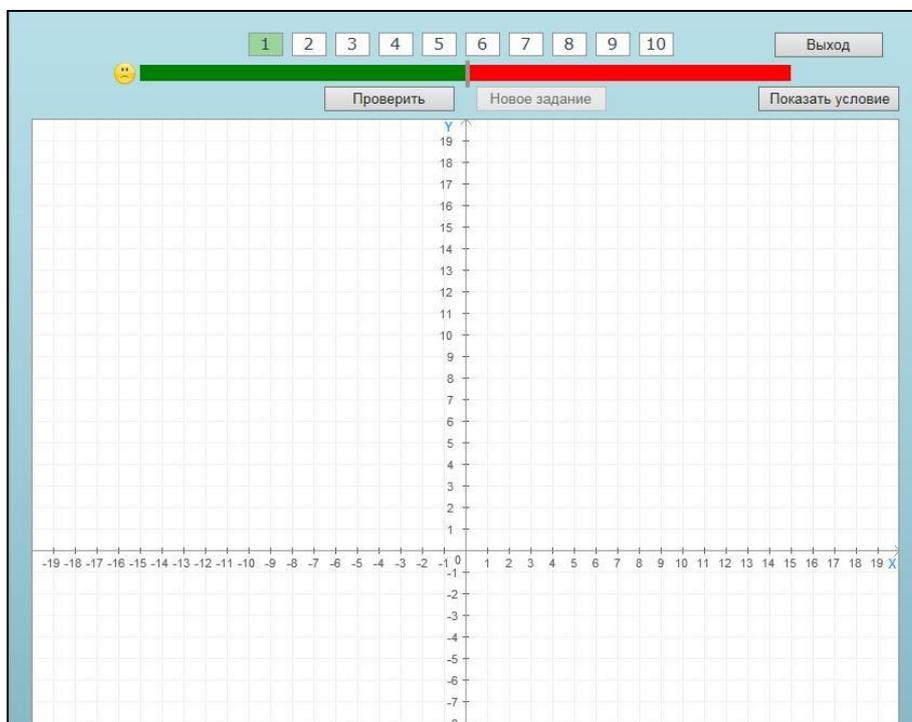


Рис. 1 Интерфейс тренажера

Верхняя строка отображает уровень выполняемого задания, затем идет строка расстояние до цели (чем ближе испытуемый к достижению цели, тем больше строка закрашивается зеленым цветом), и рабочая область, где испытуемый непосредственно выполняет само задание.

Обратимся к конкретным данным об уровне работы с закономерностями, полученными с помощью данной программы.

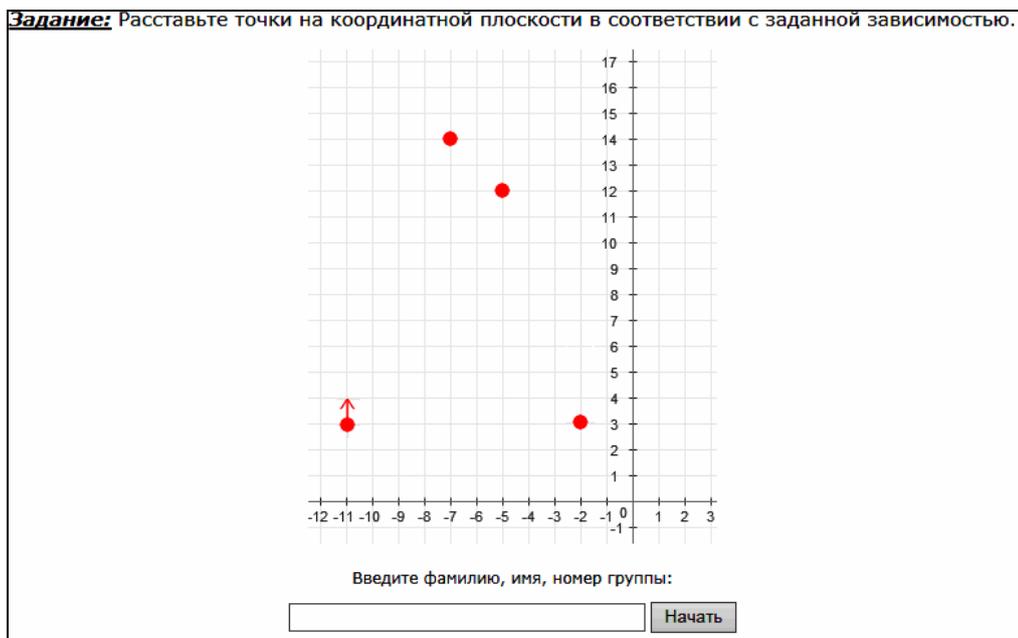


Рис.2 Пример задания

Рассмотрим пример задания, с которым столкнется испытуемый при работе с тренажером (Рис.2):

Эксперимент заключается в том, что: испытуемый расставляет точки на координатной плоскости в соответствии с заданной зависимостью.

В зависимости от количества ошибок, допущенных при выполнении задания, испытуемый переходит на более высокий или более низкий уровень. Работа продолжается до тех пор, пока последний уровень не будет выполнен без ошибок дважды подряд.

На рис.3 (испытуемый А) и рис.4 (испытуемый Б) ученик приступает к выполнению задания, которое поставила перед ним программа. При решении первого задания все ученики находятся в одинаковых условиях. Задания состоят из 10 уровней, которые отличаются количеством подкрепления, зависящего от действий испытуемого

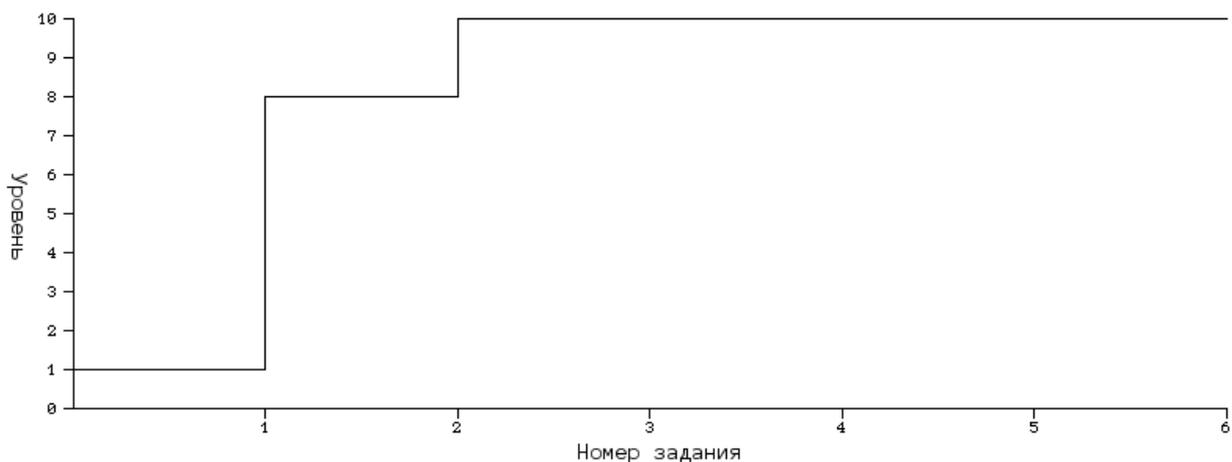


Рис. 3

Вертикальная ось – это ось показывающая уровни с 1 по 10.

Горизонтальная показывает номер действия.

Ломаная линия показывает соответствие уровня и номер задания.

Из графика (гистограммы) видно, что первому заданию соответствует первый уровень. далее, если испытуемый выполняет упражнение с наименьшим количеством "неверных действий", то он переходит на более высокий уровень.

На графике мы видим, что после выполнения 1-го задания испытуемый перешел на 2-ой уровень, после выполнения 2-го задания перешел на 3-ий уровень.

Далее мы видим, что после выполнения 3-го задания, испытуемый перешел на 10-уровень – это говорит о том. Что 3-е задание было выполнено с безошибочными действиями (т.е. испытуемый не допускал неверных действий).

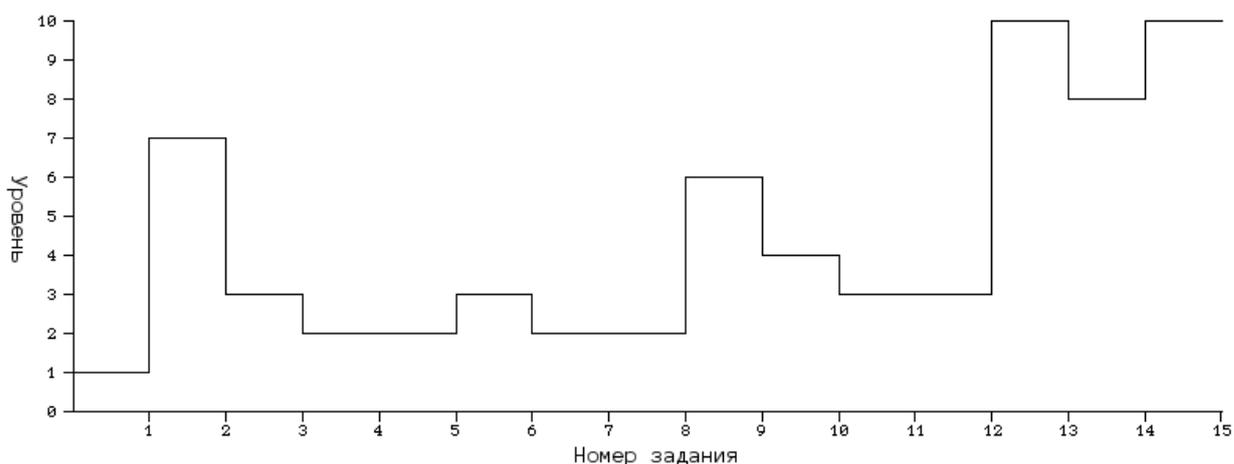


Рис. 4

Первый уровень всегда содержит подкрепление, в остальных до 10-го количество его появлений зависит от частоты ошибок учащегося. На 10-м уровне подкрепление отсутствует. Если испытуемый совершает ошибку на 10-м уровне, то уровень автоматически снижается. Цикл работы программы считается завершенным, когда ученик прошел 10-й уровень без ошибок.

Испытуемый А сразу перешел к поиску закономерности в задании, минимально пользуясь подсказками подкрепления. Об этом свидетельствует быстрое и равномерное восхождение с 1-го на 10-й уровень.

Испытуемый Б при первом выполнении с помощью подкрепления оказался на 7 уровне, но не смог найти и использовать закономерность, и, лишенный возможности опереться на подкрепление, опустился ниже. В итоге, после отхода от помощи подкрепления и прихода к использованию найденных закономерностей он смог пройти 10-й уровень.

Основной смысл работы с данной программой в том, что через некоторое количество действий испытуемый переходит от работы с датчиком расстояния к поиску закономерности расположения точек. Этот переход является желаемым результатом в процессе изучения работы с закономерностями.

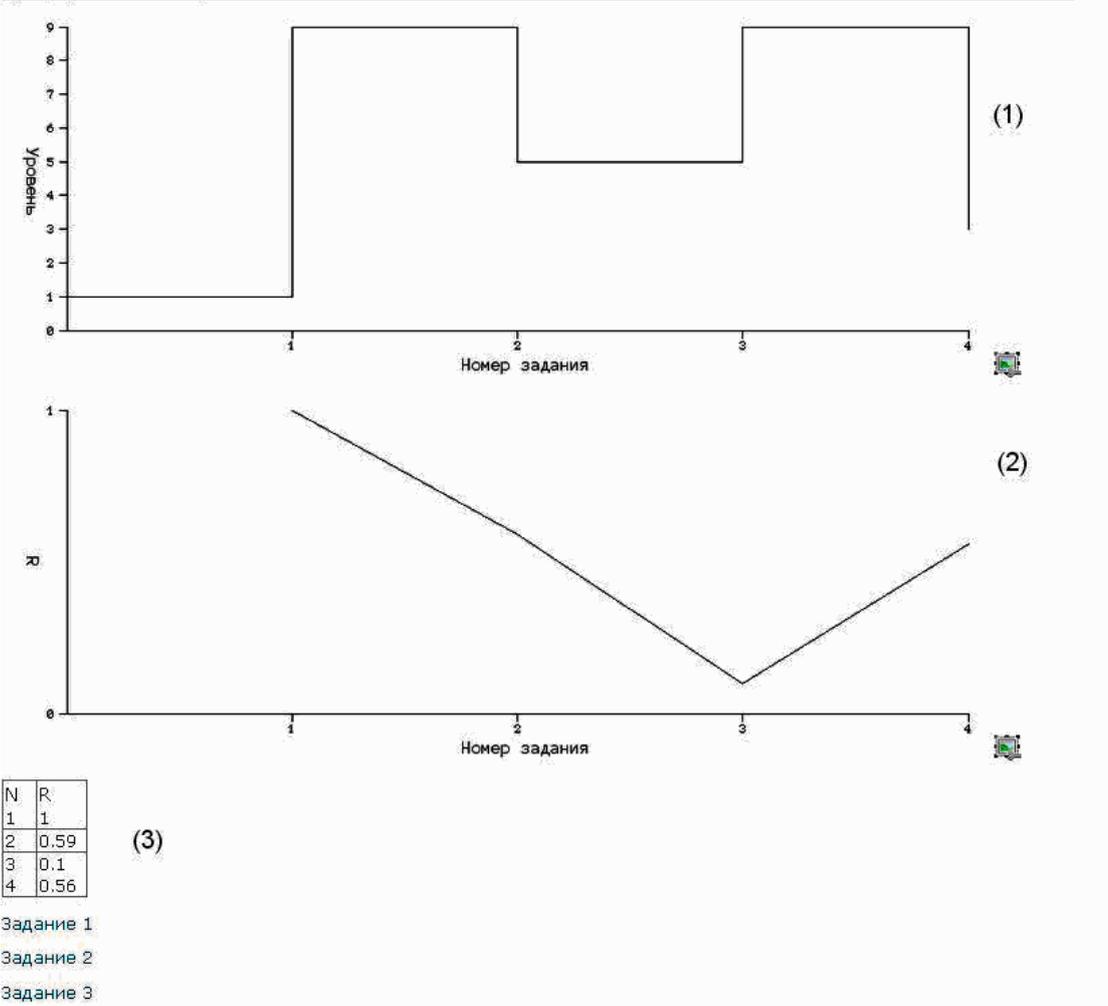


Рис.5 Протокол результатов работы тренажера

На данном примере (Рис.5) мы рассмотрим протокол результатов работы тренажера, которые предстают перед нами в виде графиков:

1. График уровней задания, с которыми работал испытуемый
2. График коэффициента обратной связи R, рассчитываемый по следующей формуле:

$$P^T_i = P^i_A P^i_B + H_i [2]$$

Где  $P^i_A = \frac{N_1}{N_0}$  – доля неправильных действий ( $N_1$  – количество неправильных действий;  $N_0$  – общее количество действий);  $P^i_B$  –

относительная частота включения датчика «Расстояние до цели»;  $H_i$  – энтропия деятельности обучающегося при выполнении  $i$ -го задания. Индекс  $T$  в обозначении коэффициента обратной связи (указывает количество затраченного на обучение времени на момент завершения выполнения  $i$ -го задания) позволяет рассматривать его как в масштабе выполненных заданий так и по затраченному времени

Таблица коэффициента  $R$  относительно каждого задания, выполненного испытуемым и ссылки на подробную информацию о выполнении заданий.

На рис.5 представлены два графика 1-ый график показывает соответствие уровня и номера задания. 2-ой график показывает коэффициент обратной связи (т.е. уровень подкреплений).

Из графика 1 видно, что первому заданию соответствует первый уровень.

Из графика 2 видно, что на первом задании уровень подкрепления=0, т.е. в тренажере шкала подкреплений, реагирует на каждое действие испытуемого.

Далее мы видим, что при выполнении 1-го задания с наименьшим количеством "неверных действий" испытуемый переходит на 2-ой уровень, при этом коэффициент обратной связи падает.

При выполнении 2-го задания испытуемый переходит на 3-й уровень, коэффициент обратной связи = 0.77. т.к. испытуемый выполняет верные действия. После успешного выполнения 2-го задания испытуемый переходит на 10-й уровень. На 10-м уровне коэффициент обратной связи=0, (т.е. датчик подкреплений отключается).

Меняется проблемная среда, испытуемый не видя датчик подкреплений, делает множество неверных шагов, после чего он падает на 2-ой уровень, где вновь включается датчик подкреплений, коэффициент обратной связи = 0.63.

Это означает, что датчик подкреплений реагирует только на неверные действия испытуемого.

4 задание выполняется с помощью датчика и выполняется с меньшим количеством неверных шагов, после чего испытуемый переходит на 5 уровень, где коэффициент обратной связи=0.31.

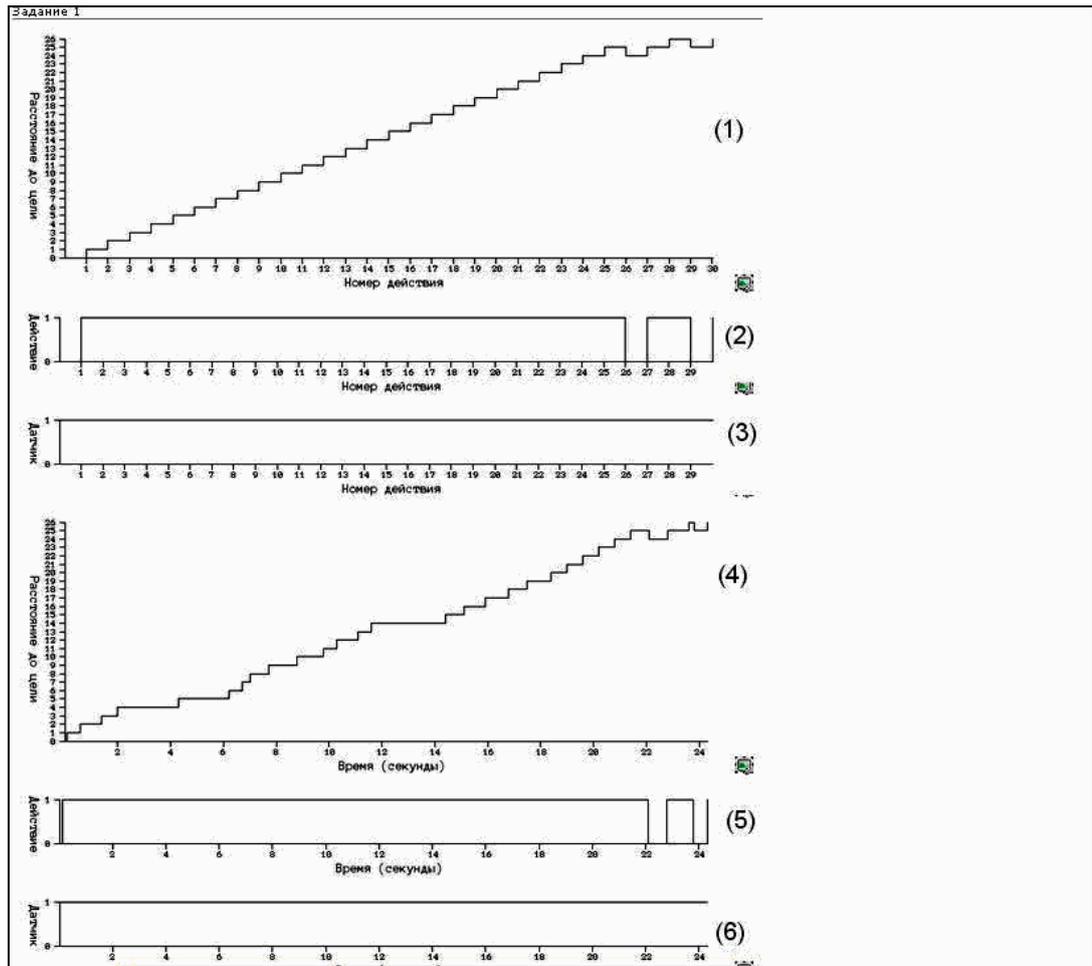


Рис. 6. (1), (4) график процесса поиска решения задачи как функция номера действия и соответственно как функция времени; графики информационных потоков по прямой (2), (5) и обратной связи (3), (6).

В протоколе результатов конкретного задания есть возможность провести анализ следующих параметров работы испытуемого, представленных в виде графиков (Рис.6):

- (1). График зависимости номера действия от расстояния до цели
- (2). График зависимости информации о правильности действий от его номера (информация о правильном действии кодируется 1, а о неправильном действии кодируется 0)
- (3). График использования датчика в каждом действии
- (4). График зависимости расстояния до цели и затраченного на каждый этап в расстоянии времени
- (5). График зависимости правильности действия и затраченного времени
- (6). График зависимости использования датчика и затраченного времени.

Важнейшей особенностью ДКТТ является наличие оперативной обратной связи, которая позволяет обучающей системе получать сведения о ходе процесса усвоения алгоритмической деятельности у каждого учащегося.

Обратная связь должна нести следующую информацию:

- какое действие выполняет обучаемый;
- правильно ли выполняет это действие;
- время принятия решения.

Другой важной особенностью ДКТТ является наличие обратной связи для учащегося, которая позволяет ему контролировать правильность выполняемых действий. Обратная связь должна информировать учащегося не только о правильности или неправильности выполнения задания, но и о правильности или неправильности выполняемых действий, что особенно важно на начальном этапе обучения.

Частота обратной связи (для учащегося) должна зависеть от степени усвоения алгоритмической деятельности. На начальном этапе становления

деятельности частота должна быть пооперационной и уменьшаться по мере усвоения деятельности. На завершающем этапе учащийся должен осуществлять деятельность без использования внешней информации о правильности выполняемых действий.

На основе ДКТТ проведен педагогический эксперимент, который показал, что применение ДКТТ повышает эффективность обучения алгоритмической деятельности.

По данным эксперимента определена скорость обучения учащихся алгоритмической деятельности, что позволило ранжировать их по способностям к усвоению математической деятельности.

Проведено сравнение диагностических заключений, полученных на основе ДКТТ и сделанных экспертами. Показано, что между данными, полученными на основе ДКТТ, и экспертными оценками существует прямая значительная связь, т.е. данные эксперимента и эксперта близки.

### **Заключение**

Современный уровень развития науки и техники требует включения в обучение школьников знакомство с моделями и основами моделирования, а также формирования у них навыков алгоритмического мышления. Без применения моделей и моделирования невозможно эффективное изучение исследуемых объектов в различных сферах человеческой деятельности, а правильное и четкое выполнение определенной последовательности действий требует от специалистов многих профессий владения навыками алгоритмического мышления.

Алгоритмический стиль мышления представляет собой специфический стиль мышления, предполагающий умение создать алгоритм, для чего необходимо наличие мыслительных схем, которые способствуют видению проблемы в целом, ее решению крупными блоками с последующей детализацией и осознанным закреплением процесса получения конечного результата в языковых формах.

Математическое мышление включает в себя ряд особенностей, свойственных логическому мышлению, однако требует и некоторых дополнительных качеств. Основными из них считаются умение находить последовательность действий, необходимых для решения поставленной задачи и выделение в общей задаче ряда более простых подзадач, решение которых приведет к решению исходной задачи. Наличие логического мышления не обязательно (хотя и достаточно часто) предполагает наличие математического мышления.

Проблема развития математического мышления в средней школе – одна из важнейших в психолого-педагогической практике. Основной способ ее решения – поэтапное формирование логических приемов мышления с постепенным переходом непосредственно к элементам алгоритмизации, т.е. следует развести понятия логическое мышление и алгоритмическое мышление, хотя в основе развитого алгоритмического мышления, безусловно, лежит сформированное и развитое логическое мышление. Ведущая роль в этом принадлежит учителю, который может организовать работу с алгоритмическими обучающими средствами на уроках математики, способствуя тем самым развитию алгоритмического мышления.

Обучение школьников умению «видеть» алгоритмы и осознавать алгоритмическую сущность тех действий, которые они выполняют, начинается с простейших алгоритмов, доступных и понятных им (алгоритмы пользования бытовыми приборами, приготовления различных блюд, переход улицы и т.п.). Например, при изучении арифметических операций над многозначными числами учащиеся пользуются правилами сложения, умножения, вычитания и деления многозначных чисел, при изучении дробей – правилами сравнения дробей, и т.д. Программа позволяет обеспечить на всех этапах обучения высокую алгоритмическую подготовку учащихся.

Целью экспериментального исследования дипломной работы было определение эффективности использования динамической оценки при изучении математики в старших классах.

После проведения с учащимися занятий по математике с использованием динамической оценки зафиксировано повышение уровня глубины и прочности программных знаний, умений и навыков учащихся, на основании чего сделан вывод об эффективности использования динамической оценки в обучении учащихся старших классов математике. Результаты исследования представлены во второй части работы.

Таким образом, цель исследования – компьютерная диагностика математического мышления учащихся старших классов на уроках математики – достигнута; задачи реализованы. Гипотеза – использования алгоритмов при изучении математики в старших классов положительно влияет на процесс усвоения учащимися знаний и умений – подтверждена.

### Литература

1. Luria, A. R. (1976). *Cognitive Development. Its Cultural and Social Foundations*. Cambridge, MA: Harvard.
2. Haywood, C., & Lidz, C. S. (2007). *Dynamic assessment in practice : clinical and educational applications*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. Retrived from: [http://assets.cambridge.org/052184/9357/excerpt/0521849357\\_excerpt.htm](http://assets.cambridge.org/052184/9357/excerpt/0521849357_excerpt.htm)
3. Lantolf, J. P., & Poehner, M. E. (2004). Dynamic assessment of L2 development: bringing the past into the future. *Journal of Applied Linguistics*, 1, 1, 49-72
4. Poehner, M. E., & Lantolf, J. P. (2005). Dynamic Assessment in the Language Classroom. *Language Teaching Research*, 9, 3, 233-265.
5. Tzuriel, D. (2001). *Dynamic assessment of young children* (Plenum series on human exceptionality; Plenum series on human exceptionality). New York: Kluwer Academic/Plenum.
6. Sternberg, R. J., & Grigorenko, E. L. (2002). *Dynamic testing : The nature and measurement of learning potential*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
7. Poehner, M. E. (2008). *Dynamic assessment: A Vygotskian approach to understanding and promoting L2 development*. Berlin: Springer.

8. Vygotsky, L. S. (1987). Problems of general psychology. The collected works of L. S. Vygotsky: Vol. 1. Including the volume Thinking and Speech. New York, NY: Plenum.
9. Vygotsky, L.S. (1997). *The history of the development of higher mental functions. The collected works of L. S. Vygotsky: Vol. 4. Problems of the theory and history of psychology.* New York: Plenum.
10. Lantolf, J., & Poehner, M. (2011). Dynamic assessment in the classroom: Vygotskian praxis for second language development. *Language Teaching Research, 15*, 1, 11-33.
11. Саттон, Р.С., Барто, Э.Г. (2014) Адаптивные и интеллектуальные системы. Обучение с подкреплением. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 402 с.
12. Бантова М.А. Система вычислительных навыков // Начальная школа. 1979. № 11.
13. Вершинин О.Е. За страницами учебника информатики. М., 1991.
14. Виленкин Н.Я., Дробышев Ю.А. Воспитание алгоритмического мышления на уроках математики // Начальная школа. 1988. № 12.
15. Газейкина А.И. Стили мышления и обучение программированию // Информационные технологии в общеобразовательной школе. – 2003. - № 6. – С.12-19.
16. Галанин Д.Д. История методических идей по арифметике в России. Ч. I. XVIII век. М., 1915.
17. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. М., 1996.
18. Дубровина И.В., Андреева А.Д. и др. Младший школьник: развитие познавательных способностей: Пособие для учителя. – М.: Академия, 2002. – 360 с.
19. Ковальчук М.В. Конвергенция наук и технологий - прорыв в будущее // Российские нанотехнологии. –Том 6. -2011. -№ 1-2. –С. 13-23.

20. Копаев А.В. Алгоритм как модель алгоритмического процесса. URL: <http://www.rusedu.info>.
21. Копаев А.В. О практическом значении алгоритмического стиля мышления // Информационные технологии в общеобразовательной школе. – 2003. - № 6. – С.6-11.
22. Ландо С.К., Семенов А.Л. Алгоритмика. 5-7 классы. Пропедевтический курс. – М.: Инфра-М, 2005. – 120 с.
23. Лапчик М.П. Вычисления. Алгоритмизация. Программирование. М., 1988.
24. Макаренков Ю.А. Что такое алгоритм? Минск, 1988.
25. Математический энциклопедический словарь. М., 1988.
26. П.П Дьячук, Л.Н Дроздова, И.В Шадрин. Система автоматического управление учебной деятельностью и ее диагностики. Научный журнал «Информационно-управляющие системы» 5(48)/2010
27. Первушина О.Н. Общая психология: Методические рекомендации. – М.: Вектор, 2003. – 210 с.
28. Реан А.А., Бордовская Н.В., Розум С.И. Психология и педагогика: Учебник для вузов. – СПб: Питер, 2002. – 432 с.
29. Роберт И.В. Алгоритмизация в обучении математике. Издание второе, стереотипное –М.: ИИО РАО, 2014. - 88 с.
30. Роберт И.В. Конвергенция наук об образовании и информационных технологий как эволюционное сближение наук и технологий (для научных сотрудников и преподавателей учреждений профессионального образования) Концепция –М.: ИИО РАО, 2014. - 54 с.
31. Роберт И.В. Развитие теории алгоритмизации обучения в условиях использования информационных технологий. Выпуск 23.2014
32. Роберт И.В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты). 3-е изд. – М.: ИИО РАО, 2014. - 354 с.

33. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. – М.: Прогресс, 1958. – 410 с.
34. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – СПб: Питер, 2000. – 520 с.
35. Теплов Б.М. Практическое мышление// Хрестоматия по общей психологии: Психология мышления. – М.: МГУ, 1981. – 395 с.
1. URL: <http://hbar.phys.msu.ru>.