МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет/филиал математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая(ие) кафедра(ы) математического анализа и методики обучения математике в вузе
(полное наименование кафедры)

Тетерина Жанна Сергеевна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема: ИНТЕГРИРОВАННЫЕ УРОКИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10–11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Направление подготовки/специальность 44.04.01 Педагогическое образование
(код направления подготовки/код специальности)

Магистерская программа Математическое образование в условиях ФГОС
(наименование профиля программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Зав.кафедрой:
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

«16.06» 2018 г.
(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы:
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

«16.06» 2018 г.
(дата, подпись)

Научный руководитель:
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

«16.06» 2018 г.
(дата, подпись)

Дата защиты 26.06.2018

Обучающийся: Ж.С. Тетерина
«15.06» 2018 г.
(дата, подпись)

Оценка
(прописью)

Красноярск 2018

Реферат магистерской диссертации

Тетериной Жанны Сергеевны

По теме: Интегрированные уроки как средство формирования метапредметных результатов обучающихся 10–11 классов в процессе обучения математике.

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложения. Общий объем работы составляет 149 страниц, включая приложения. Работа иллюстрирована 24 рисунками и 14 таблицами. Список литературы включает 79 источников.

Цель исследования: разработать и апробировать комплекс интегрированных уроков математики, направленных на формирование метапредметных результатов обучающихся 10–11 классов.

Магистерская диссертация решала следующие задачи:

1) Охарактеризовать метапредметные результаты обучающихся как образовательный результат.

2) Выявить особенности интегрированных уроков в контексте требований ФГОС и возможности их применения в процессе обучения математике.

3) Разработать содержание интегрированных уроков для обучающихся 10–11 классов.

4) Осуществить апробацию интегрированных уроков в процессе обучения математике.

5) Исследовать изменение уровня сформированности метапредметных результатов обучающихся.

В основу нашего исследования положена следующая гипотеза: если использовать в 10–11 классах на уроках математики специальную методику организации интегрированных уроков, то это будет способствовать повышению мотивации обучающихся и формированию метапредметных образовательных результатов.

В магистерской диссертации были использованы такие методы, как анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования, наблюдение, анкетирование школьников, анализ продуктов деятельности обучающихся и организация, проведение педагогического эксперимента.

В первой главе были охарактеризованы особенности математического образования в условиях реализации ФГОС на современном этапе. Были выделены проблемы обучения математике, связанные с межпредметностью, метапредметностью. Охарактеризованы особенности интегрированных уроков.

Во второй главе представлены методические разработки интегрированных уроков, обоснован выбор предметов для интеграции. Проведена экспериментальная проверка эффективности данных разработок; проанализированы полученные результаты.

Результатом работы является конспекты интегрированных уроков и комплекс заданий. Было установлено, что если в процессе изучения математики в 10–11 классах использовать данную методику, то это будет способствовать повышению мотивации обучающихся и формированию метапредметных образовательных результатов.

Оглавление

Введение 5
Глава 1. Теоретические основы формирования метапредметных результатов обучающихся в процессе обучения математике 12
1.1. Математическое образование в условиях реализации ФГОС 12
1.2. Метапредметные качества обучающихся как образовательный результат 20
1.3. Интегрированный урок как средство обучения в современной школе 28
Глава 2. Организация интегрированных уроков математики в 10–11 классах, направленных на формирование метапредметных результатов обучающихся 39
2.1 Содержание интегрированных уроков 39
2.2. Методическая разработка интегрированных уроков 44
2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы 82
Заключение 89
Библиографический список 91
Приложения 99

Введение

Модернизация российского образования на современном этапе нацелена на развитие личности обучающегося, удовлетворение его потребностей и интересов с целью подготовки целеустремленного, самостоятельного, мобильного выпускника. Это означает принципиальное изменение педагогических подходов к процессу обучения, которое способствует формированию интеллектуально развитой, инициативной личности, способной нестандартно, творчески мыслить.

Новые задачи, стоящие перед школой, сегодня требуют новых подходов к обучению и воспитанию детей. Рядом с традиционными способами развития школьников набирают силу новые методики и технологии обучения. Педагогическая наука и практика в творческом союзе стремятся найти новые решения осуществления образовательного процесса.

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (далее – ФГОС) представляет собой совокупность требований, обязательных при реализации основной образовательной программы среднего общего образования образовательными учреждениями, имеющими государственную аккредитацию. В ФГОС метапредметным результатам уделено особое внимание, поскольку именно они обеспечивают формирование готовности к саморазвитию и непрерывному образованию.

Установленные ФГОС новые требования к результатам обучающихся вызывают необходимость в изменении содержания обучения на основе принципов метапредметности как условия достижения высокого качества образования. Учитель сегодня должен стать конструктом новых педагогических ситуаций, новых заданий, направленных на использование обобщенных способов деятельности и создание учащимися собственных продуктов в освоении знаний. Однако в дидактике есть много мнений по поводу, что представляет собой метапредметность. Ю.В. Громыко считает, что метапредметность это – «допредметность» мыслительная. По мнению А.В. Хуторского, метапредметность – это фундаментальные образовательные объекты. А.Г Асмолова говорит о метапредметном обучении, как о результате, представляющем собой овладение универсальными учебными действиями, то есть способностью субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта, а также способность обучающегося самостоятельно усваивать новые знания, формировать умения и компетентности, включая самостоятельную организацию этого процесса.

Согласно Концепции развития математического образования в РФ, «Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе».

Нарастающий поток различной информации при традиционных способах отбора содержания обучения неизбежно влияет на него, часто усложняет содержание, нарушает стабильность, приводит к перегрузке обучающихся учебной информацией, не имеющей общеобразовательного значения. В этих условиях осуществляются попытки нетрадиционного решения проблемы обновления содержания обучения и воспитания, которые многие педагоги начинают искать на путях «межпредметной интеграции».

Проблема интеграции обучения и воспитания в школе важна и современна как для теории, так и для практики. Её актуальность продиктована новыми социальными запросами, предъявляемыми к школе. Она обусловлена изменениями в сфере науки и производства. Интеграция – процесс сближения и связи наук, происходящий наряду с процессами дифференциации. Он представляет собой высокую форму воплощения межпредметных связей на качественно новой ступени обучения, способствующей созданию нового целого системного «монолита знаний».

Межпредметная интеграция – синтез фактов, понятий двух и более дисциплин. Это процесс сближения, взаимосвязи, взаимодополнения различных учебных дисциплин с целью создания единой картины рассматриваемого явления. Интегрированный подход обеспечивает возможность показать окружающий мир во всем его многообразии. В процессе интегрированного обучения знания обучающихся приобретают качества системности, умения становятся обобщенными, комплексными, усиливается мировоззренческая направленность познавательных интересов, что способствует интеллектуальному и творческому развитию школьников.

Интеграция помогает школьникам целостно воспринимать мир, познавать красоту окружающей природы, действительности, а также способствует приобретению новых знаний, представлений, является высшей формой реализации межпредметных связей на качественно новой ступени. Интегрированный урок как средство формирования метапредметных результатов обучающихся позволяет решать целый ряд задач, которые трудно реализовать в рамках традиционных подходов, - устанавливаются межпредметные связи, повышается мотивация учебной деятельности обучающихся за счет нестандартной формы урока, соединяются получаемые знания в единую систему. Смена деятельности учащихся способствует меньшей утомляемости учащихся и переключению внимания.

Междисциплинарный словарь «Образование взрослых» под редакцией В.Г. Онушкина и Е.И. Огарева рассматривает интеграцию как процесс взаимодействия обособленных структурных элементов какой-либо совокупности, приводящей к оптимизации связей между ними и к их объединению в одно целое, т.е. в единую систему, обладающую новым качеством и новыми потенциальными возможностями.

В основе своей идея межпредметных связей родилась в ходе поиска путей отражения целостности природы и окружающего мира в содержании учебного материала. Великий дидактик Ян Амос Коменский подчёркивал:

"Всё, что находится во взаимной связи, должно преподаваться в такой же связи".

К идее межпредметных связей обращаются позднее многие педагоги, развивая и обобщая её. Так, у Д. Локка эта идея сопряжена с определением содержания образования, в котором один предмет должен наполняться элементами и фактами другого. И.Г. Песталоцци на большом дидактическом материале раскрыл многообразие взаимосвязей учебных предметов. Он исходил из требования: "Приведи в своём сознании все по существу связанные между собой предметы в ту именно связь, в которой они действительно находятся в природе". Песталоцци отмечал особую опасность отрыва одного предмета от другого.

В классической педагогике наиболее полное психолого-педагогическое обоснование дидактической значимости межпредметных связей провел еще К.Д. Ушинский. Он считал, что «знания и идеи, сообщаемые какими бы то ни было науками, должны органически строиться в светлый и, по возможности, обширный взгляд на мир и его жизнь».

К.Д. Ушинский оказал огромное влияние и на методическую разработку теории межпредметных связей, которой занимались многие педагоги, особенно В.Я. Стоюнин, Н.Ф. Бунаков, В.И. Водовозов и др.

Отдельные аспекты совершенствования обучения и воспитания школьников с позиций межпредметных связей и интеграции в обучении рассматривались в трудах известных педагогов-классиков: советских дидактов И.Д. Зверева, М.А. Данилова, В.Н. Максимовой, С.П. Баранова, Н.М. Скаткина; учёных-психологов Е.Н. Кабановой-Меллер, Н.Ф. Талызиной, Ю.А. Самарина, Г.И. Вергелиса; учёных-методистов М.Р. Львова, В.Г. Горецкого, Н.Н. Светловской, Ю.М. Колягина, Г.Н. Приступы и др.

Ряд работ посвящён проблемам межпредметных и внутрипредметных связей, являющихся «зоной ближайшего развития» для постепенного перехода к интеграции учебных предметов (Т.Л. Рамзаева, Г.Н. Аквилева, Н.Я. Виленкин, Г.В. Бельтюкова и др.).

В отечественной педагогике вопросы формирования общеучебных и универсальных учебных действий изучались многими учеными (В.В. Давыдов, П.П. Пидкасистый, Г.И. Щукина, Л.М. Фридман и др.). Основные результаты были получены в области их сущностных, структурных и функциональных характеристик. В меньшей степени изучены методические аспекты формирования универсальных учебных действий в процессе их предметной подготовки.

Старшая ступень общеобразовательной средней школы, занимая ключевое место в современном образовании, во многом определяет возможности систем профессионального образования и качество профессиональной деятельности молодых людей. Старшая ступень представляет собой особое образовательное пространство, в рамках которого происходит социальное, профессиональное и гражданское самоопределение личности. От того, с каких гражданских и нравственных позиций молодой человек совершает свой образовательный и профессиональный выбор, зависит получение обществом квалифицированного специалиста-профессионала.

Система профильного образования – наиболее эффективная форма организации процесса обучения старшеклассников, соответствующая государственным и общественным интересам и интересам личности, адекватная особенностям юношеского возраста и мировым тенденциям в сфере образования.

Школе необходимы конкретные методические разработки по усилению практико-ориентированной составляющей обучения математике, построенных на основе использования современных приемов, методов и технологий. В связи с этим мы выделяем **проблему** поиска методик и технологий обучения математике, направленных на формирование метапредметных результатов обучающихся.

Цель исследования: разработать и апробировать комплекс интегрированных уроков математики, направленных на формирование метапредметных результатов обучающихся 10–11 классов.

Объект исследования: процесс обучения математике в 10–11 классах.

Предмет исследования: методика организации интегрированных уроков, направленных на формирование метапредметных результатов обучающихся 10–11 классов.

В основу нашего исследования положена следующая **гипотеза**: если использовать в 10–11 классах в процессе обучения математике специальную методику организации интегрированных уроков, то это будет способствовать повышению мотивации обучающихся и формированию метапредметных образовательных результатов.

Задачи исследования:

1) Охарактеризовать метапредметные результаты обучающихся как образовательный результат.
2) Выявить особенности интегрированных уроков в контексте требований ФГОС и возможности их применения в процессе обучения математике.
3) Разработать содержание интегрированных уроков для обучающихся 10–11 классов.
4) Осуществить апробацию интегрированных уроков в процессе обучения математике.
5) Исследовать изменение уровня сформированности метапредметных результатов обучающихся.

Для решения поставленных задач применялись следующие **методы исследования**: анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования, наблюдение, анкетирование школьников, анализ продуктов деятельности обучающихся и организация, проведение педагогического эксперимента.

Научная новизна исследования состоит в обосновании возможности использования интегрированных уроков по математике в качестве средства формирования метапредметных обучающихся старшей школы.

Практическая значимость работы заключается в методической разработке и внедрении в процесс обучения математике интегрированных уроков для обучающихся старшей школы.

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и библиографического списка.

Во Введении обоснована актуальность исследования, сформулирована его цель, объект, предмет, гипотеза и задачи; раскрыта практическая значимость, охарактеризованы методы исследования.

В первой главе были охарактеризованы особенности математического образования в условиях реализации ФГОС на современном этапе. Были выделены проблемы обучения математике, связанные с межпредметностью, метапредметностью. Охарактеризованы особенности интегрированных уроков.

Во второй главе представлены методические разработки интегрированных уроков, обоснован выбор предметов для интеграции. Проведена экспериментальная проверка эффективности данных разработок; проанализированы полученные результаты.

В Заключении подведены итоги работы, обозначены перспективы дальнейшего исследования.

В Приложениях представлены: комплекс прикладных задач, инструментарий для оценки метапредметных результатов.

Глава 1. Теоретические основы формирования метапредметных результатов обучающихся в процессе обучения математике

1.1. Математическое образование в условиях реализации ФГОС

Способы логического рассуждения, планирования и коммуникации, моделирования реального мира, реализуемые и прививаемые математикой, являются необходимым элементом общей культуры с более чем трехтысячелетней историей. Математика лежит в основе всех современных технологий и научных исследований, является необходимым компонентом экономики, построенной на знании. Создание современных информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) является, прежде всего, математической деятельностью.

Математическое знание, математическая компетентность пользовались большим уважением в России в последние столетия. Российская математика была сильнейшей в мире во второй половине XX века: в частности, оборонный паритет достигался за счет вклада советских математиков, компенсировавшего отставание в компьютерной мощности. Математика, включающая прикладную математику и информатику, может обеспечить конкурентные преимущества экономики РФ в XXI веке (и имеет для этого, при соответствующих вложениях, наибольшие шансы среди всех отраслей науки).

Содержание математического образования в основной школе в общем традиционно. Одной из его особенностей является академизм: слабая связь с реальными задачами и фактами окружающего мира (отсюда слабая мотивация у детей, которые ориентируются не только на академические успехи). Это видно, в частности, и по результатом международного сравнительного исследования PISA. В то же время, как показывают международные исследования TIMSS, российские школьники в 15 лет демонстрируют хорошие академические результаты (хуже всего обстоит дело с анализом данных) [Семенов, 2013].

Выборка российских учащихся 15-летнего возраста в 2015 г. включала 6036 обучающихся из 210 образовательных организаций 42 регионов России. В выборку вошли 15-летние учащиеся основной и средней школы (7 % – 7–8 классы, 80 % – 9 класс, 10 %– 10–11 классы), а также учащиеся и студенты образовательных организаций среднего профессионального образования (3 %).

Результаты исследования PISA в 2015 г. дают ответы на следующие вопросы.

1. Изменилось ли состояние российского образования с позиций международных стандартов, основанных на компетентностном подходе?

2. В каком направлении следует совершенствовать российское образование для повышения конкурентоспособности выпускников российских школ?

В 2015 г. сохранились положительные тенденции в результатах российских учащихся 15-летнего возраста по всем направлениям функциональной грамотности. По сравнению с предыдущим циклом исследования 2012 г. средние результаты российских учащихся по математической грамотности повысились на 12 баллов (с 482 до 494 баллов).

Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане.

Впервые за 15 лет участия России в исследовании PISA результаты российских учащихся находятся в интервале значений, статистически значимо не отличающихся от среднего результата по странам ОЭСР (международной экономической организации развитых стран) (490 баллов).

Однако почему мы до сих пор не входим в список первыми? С какими заданиями не справляются обучающиеся российских школ и почему? Формулировка заданий значительно отличается от формулировки большинства учебных заданий, типичных для наших действующих учебников. А именно: в них достаточно многословно описывается некоторая близкая к реальной ситуация, которая может включать факты и данные, не являющиеся необходимыми для решения проблемы. Неудивительно, что значительная часть учащихся затруднилась составить математическую модель подобных ситуаций.

Нашим учащимся явно мешает отсутствие опыта работы с тестовыми заданиями, в которых достаточно указать только верный ответ и не требуется приводить решение. В некоторых случаях ответ несложно было получить с помощью метода проб и ошибок, который в нашей школе почти не используется, но иногда оказывается весьма эффективным в тех случаях, когда учащиеся не знают соответствующего математического способа решения поставленной проблемы.

В некоторых заданиях от учащихся требовалось объяснить полученный ответ. При этом не предъявлялось очень высоких требований к математической строгости этих объяснений. Однако наши учащиеся, приученные достаточно строго обосновывать свои решения, предпочитали пропускать такие вопросы, если не могли дать строгого объяснения.

В проведенном исследовании несложно выделить знания и умения, которые на международном уровне считаются необходимыми для математически грамотного современного человека. К ним относятся: пространственные представления; пространственное воображение; свойства пространственных фигур; умение читать и интерпретировать количественную информацию, представленную в различной форме (таблиц, диаграмм, графиков реальных зависимостей) и характерную для средств массовой информации; знаковые и числовые последовательности; определение периметра и площадей нестандартных фигур; действия с процентами; использование масштаба; использование статистических показателей для характеристики различных реальных явлений и процессов; умение выполнять действия с различными единицами измерения (длины, массы, времени, скорости) и др. Необходимо также указать такое важнейшее общеучебное умение, как умение внимательно прочитать некоторый связный текст, выделить в приведенной в нем информации только те факты и данные, которые необходимы для получения ответа на поставленный вопрос. К сожалению, формированию этих практически ориентированных знаний и умений в нашей школе не уделяется должного внимания. Эти же знания и умения проверялись у учащихся 11-го класса в рамках другого международного исследования TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) в 1995 г. Результаты наших выпускников старшей школы были подобны результатам, показанным 15-летними учащимися в рамках исследования PISA в 2000 г. Вывод, который был сделан в 1995 г., актуален и сейчас.

Очевидно, что давно поставленная перед нашей школой цель научить учащихся свободному использованию математики в повседневной жизни не достигается на уровне современных международных требований. Одна из основных причин – невозможность реализовать эту цель с помощью действующих учебников основной и средней школы [Результаты международного сравнительного исследования PISA в России, 2004].

Математическое образование в системе общего среднего образования занимает одно из ведущих мест, что определяется безусловной практической значимостью математики, ее возможностями в развитии и формировании мышления человека, ее вкладом в создание представлений о научных методах познания действительности. Целью обучения математике является наряду с изучением собственно математики развитие универсальных (общих) способностей, умений и навыков, являющихся основой существования человека в социуме.

На современном этапе развития российского общества вводятся и применяются новые стандарты образования. В ФГОС основного общего образования обозначены следующие образовательные цели.

Изучение предметной области «Математика и информатика» должно обеспечить:

1. осознание значения математики и информатики в повседневной жизни человека;

2. формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки;

3. понимание роли информационных процессов в современном мире;

4. формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления [ФГОС, 2010].

В результате изучения предметной области «Математика и информатика» (в нее входит учебный предмет «Математика») обучающиеся развивают логическое и математическое мышление, получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию. Содержание математического образования основной школы формируется на основе Фундаментального ядра школьного математического образования. Оно представлено в виде следующих содержательных разделов: арифметика; алгебра; функции; вероятность и статистика; геометрия. Наряду с этим включены два дополнительных блока: логика и множества; математика в историческом развитии, что связано с реализацией целей общеинтеллектуального и общекультурного развития учащихся.

То есть при обучении математике учащиеся должны не только осваивать конкретные математические знания, но и учиться применять их в различных ситуациях, видеть возможности их использования при описании реальных процессов и явлений.

Однако если преподавать традиционно (что на данный момент остается основным методом обучения в российских школах, при классно-урочной системе), то требований ФГОС будет сложно достичь в полном объеме. Какие же условия тогда необходимы для достижения отличного результата? Прежде всего, каждого ученика необходимо вовлечь в активный познавательный процесс, причем учащиеся должны изучать материал не пассивно, а должны быть вовлечены в познавательную деятельность (это обеспечит применение системно-деятельностного подхода). При применении такой работы учащиеся на практике смогут применить свои знания и четко будут осознавать где, каким образом и с какой целью они это делают. Это – возможность работать совместно, в сотрудничестве при решении разнообразных проблем, проявляя определенные коммуникативные умения; возможность широкого общения со сверстниками из других школ своего региона, других регионов страны и даже других стран мира [Новые педагогические и информационные технологии в системе образования, 2002].

Что же позволит решить все эти проблемы? Уже сегодня во многих школах страны широко применяются так называемые новые (современные) технологии обучения. К ним относятся: обучение в сотрудничестве, метод проектов, разноуровневое обучение, индивидуальный и дифференцированный подход к обучению, интегрированные уроки и другие. Эти педагогические технологии немыслимы без широкого использования новых информационных технологий. Также они органично вписываются в учебный процесс при классно-урочной системе и успешно сочетаются с традиционными технологиями. С их помощью учащиеся не только успешно усваивают учебный материал, но и интеллектуально развиваются, становятся самостоятельными, налаживают общение с учителем и сверстниками (происходит развитие коммуникативной компетентности). Соперничество, высокомерие, грубость, авторитарность, столь часто порождаемые традиционной педагогикой и дидактикой, несовместимы с этими технологиями [Новые педагогические и информационные технологи в системе образования, 2002].

Также все эти методы отражают гуманистический подход в психологии и в образовании, обращают свое внимание к индивидуальности человека, его личности; идет четкая ориентация на сознательное самостоятельное критическое мышление.

Если данные педагогических технологии будет интегрированы в той или иной степени в учебный процесс, а также между собой, в адекватном сочетании с традиционными методами и формами работы, то думается, с течением времени удастся выработать в наших условиях наиболее эффективный подход к организации учебного процесса с учетом специфики российской школы и нашей культурной среды.

Рассмотрим результаты Единого государственного экзамена, 2017 г. профильного уровня. Задания 1, 2, 4 первой части и задания 10 и 17 второй части представляют практико-ориентированный модуль, включая задание по теории вероятностей. Для заданий базового уровня первой части (1, 2, 4), проверяющих умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, строить и исследовать простейшие математические модели, уровень усвоения достигнут (свыше 50%). Практико-ориентированные задачи не являются для участников неожиданными, задания такого типа они решали при сдаче основного государственного экзамена в модуле «Реальная математика». Умение решать задания этого модуля (не менее двух) являлось обязательным для прохождения аттестационного рубежа в большинстве регионов Российской Федерации, поэтому такие задания учащиеся решали на уроках математики основной школы. Задания такого типа также включались в учебный материал при изучении математики в старшей школе.

К заданиям повышенного уровня относились задания второй части 10 (с кратким ответом) и 17 (с развернутым ответом). Задания проверяли умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Задание 10 проверяло умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни – работать с формулой, находить значение одного из параметров. Выполнение этого задания – около 57%. Не дали ответа 8% участников экзамена, выполнявших это задание. Типичные ошибки связаны в первую очередь с невнимательным чтением условия или с непониманием текста: почти 6% участников решили, что чем ближе, тем лучше; еще 4% решили, что нужно лампочку поместить в середину разрешенного интервала, а еще около 4,5% участников решили, что самый главный параметр – это фокус.

Задание 17 с развернутым ответом проверяло способность использовать знания в практической деятельности и повседневной жизни, умение строить и исследовать математические модели. Это – текстовая задача с экономическим содержанием (задача на кредиты).

Ненулевые баллы за это задание получили около 15%, максимальные – около 8% участников экзамена. Типичные ошибки связаны в первую очередь с неверным составлением модели задачи (непонимание взаимосвязи величин) и вычислительными ошибками. Многие без всяких обоснований писали сразу формулу (не всегда имеющую отношение к задаче) или пытались решить задачу подбором. Видимо, многие участники экзамена считают, что решать задачу не обязательно, достаточно каким-то образом получить ответ. В целом, показатель выполнения этого задания хороший, что особенно важно с учетом того, что значительная часть специальностей, на которые требуется профильная математика, имеет практико-ориентированную направленность, в том числе экономическую или финансовую [методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2017 года по математике].

По отчетам предметных комиссий ЕГЭ по биологии, химии, физике обучающиеся имеют недостаточный уровень математической подготовки и из-за этого страдает качество результатов по другим предметам. Это свидетельствует о разрозненности школьных дисциплин и несогласованности между собой.

Очевидно, что новые требования к результатам образовательной деятельности требуют определенных изменений в содержании и организации процесса обучения.

1.2. Метапредметные качества обучающихся как образовательный результат

Главной целью современного образования является развитие и воспитание интеллектуальной, свободной, мобильной, нравственной и творческой личности. В свете международных критериев измерения качества системы образования, на одно из первых мест выходит проблема формирования мобильности, умения работать с информацией, принимать решения в нестандартных ситуациях.

Такой подход нашел отражение в основных нормативных документах образовательной сферы, в частности во ФГОС. Федеральным государственным образовательным стандартом были определены новые требования к результатам обучающихся, вследствие чего возникла необходимость в изменении содержания и методики обучения на основе принципов метапредметности, как условия достижения высокого качества образования. Учитель должен стать конструктом новых педагогических ситуаций, новых заданий, нацеленных на использование обобщенных способов деятельности и создание учащимися собственных продуктов в освоении знаний. На сегодняшний день понятия «метапредмет», «метапредметное обучение» обретают особую популярность [Метапредметный урок: первые шаги.]. Имеется ряд подходов в понимании метапредметных результатов обучения. Первый подход, сторонниками которого являются В.В. Краевский, А. В. Хуторской, Ю. В. Громыко, Н. В. Громыко их подход заключается в том, что они выделяют отдельные метапредметы, то есть нетрадиционные учебные предметы, выстраиваемые вокруг определенной мыслительной организации (знак, знание, задача, проблема) и разрабатывают определенные технологии преподавания их [Громыко Ю.В., 2000]. Сторонники второго подхода А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, С.Г. Воровщиков и др. рассматривают метапредметный подход, как комплексный подход к формированию межпредметных результатов образования, то есть как реализацию метапредметного, межпредметного обучения в ходе изучения обычных школьных предметов. Именно на идеях А.Г. Асмолова, сторонника второго подхода, основано содержащееся в ФГОС понимание метапредметной деятельности как универсальной учебной деятельности.

А.Г. Асмолов рассматривает разные подходы к пониманию этого понятия: В широком значении термин «универсальные учебные действия» трактуется как «умение учиться», то есть как способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта. В узком значении этот термин означает совокупность способов действий учащегося, обеспечивающих его способности к самостоятельному усвоению новых знаний и умений» [ФГОС].

Основой для разработки понятия универсальных учебных действий служит деятельностный подход, который нашел свое отражение в трудах научной школы Л.С. Выготского, А.Н. Леонтьева, Д.Б. Эльконина, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова. В деятельностном подходе раскрыты основные психологические условия и механизм усвоения знаний, формирование картины мира.

В документе «Фундаментальное ядро содержания общего образования» есть раздел «Универсальные учебные действия» где описываются функции универсальных учебных действий, а именно:

- обеспечение возможностей учащегося самостоятельно осуществлять деятельность учения, ставить учебные цели, искать и использовать необходимые средства и способы их достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности;
- создание условий для гармоничного развития личности и ее самореализации на основе готовности к непрерывному образованию, необходимость которого обусловлена поликультурностью общества и высокой профессиональной мобильностью;

- обеспечение успешного усвоения знаний, умений и навыков и формирование компетентностей в любой предметной области [Асмолов, 2010].

Основой построения образовательного процесса, а непосредственно подбор форм, методов содержания образования должны выступать универсальные учебные действия. Обучающийся получает возможность овладеть универсальными учебными действиями на различных учебных предметах и во внеурочной деятельности. Овладения универсальными учебными действиями дает возможность обучающимся самостоятельно ставить себе цели и искать пути их решения, организовывать свою познавательную деятельность, самостоятельно усваивать новые знания.

Обучающийся, овладевший универсальными учебными действиями получает возможность широкой ориентации в учебных предметах областях, осознает цели образовательного процесса.

В документе «Фундаментальное ядро содержания общего образования» выделяются виды универсальных учебных действий: «основных видов универсальных учебных действий, диктуемом ключевыми целями общего образования, можно выделить четыре 1) личностный; 2) регулятивный (включающий также действия саморегуляции); 3) познавательный; 4) коммуникативный» [Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли, 2010]. Предполагается, что четкое выделение данных видов учебных действий позволит уделить им приоритетное место в рамках изучения конкретных учебных предметов.

Личностные универсальные учебные действия ориентированы на личностное, профессиональное, жизненное самоопределение. Они сориентированы на понимании моральных и нравственных норм, правилах, дают возможность определить и выработать свою жизненную позицию, в отношении мира и окружающих людей. Личностные универсальные учебные действия призваны обеспечить нравственную активность, умение самостоятельно делать свой выбор в мире мыслей, чувств и ценностей и быть в ответе за свой выбор.

Группа регулятивных универсальных учебных действий позволяет обучающемуся организовывать свою познавательную деятельность. Ставить цели обучения на основе того, что известно и усвоено, и что предстоит познать. Дает возможность построения плана действий, постановки промежуточных целей для получения конечного результата, помогают контролировать познавательную деятельность по средствам сравнения с эталоном, при обнаружении расхождения с эталоном проводить коррекцию с возможностью ставить промежуточные цели, добиваться результатов, применяя волевую саморегуляцию.

Согласно документу «Фундаментальное ядро содержания общего образования» познавательные универсальные учебные действия включают три вида действий: «В блоке универсальных действий познавательной направленности целесообразно различать общеучебные, включая знаково- символические; логические, действия постановки проблем» [Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли].

Общеучебные действия содержат: самостоятельную постановку познавательной цели, отбор необходимых данных, всеми доступными средствами в том числе, компьютерными средствами. Знаково-символические действия в том числе: способность структурировать знания, способность верно и осознано строить речевое высказывание, как в устной, так и в письменной форме, подбирать более эффективные способы решения задач, в зависимости от условий. Способность осуществлять контроль и производить оценку своей деятельности, умение четко, адекватно, подробно, сжато либо выборочно передавать содержание полученной информации. Универсальные логические действия: умение логически выстраивать причинно-следственные связи, логично строить рассуждения, возможность привести доказательства к своим рассуждениям. Действия постановки и решение проблем: самостоятельная постановка цели, возможность постановки способов решения творческого характера.

Коммуникативные универсальные действия содержат в себя умение слушать и вступать в диалог, работать в группах и принимать во внимание позиции других людей, участвовать в коллективном обсуждении, взаимодействовать со сверстниками и учителем. Способность разрешать конфликты, полно и точно выражать мысли [Галян, 2012].

Одна из приоритетных задач школы в настоящее время – «научить детей учиться», вооружить их обобщенными способами учебной деятельности. Универсальные учебные действия предполагают собой целостную систему, в которой происхождение и развитие каждого вида учебного действия обуславливается его отношением с другими видами учебных действий и общей логикой возрастного развития. Теперь результат складывается из комплекса показателей личностных, метапредметных и предметных достижений обучающегося. Формирование универсальных учебных действий процесс не простой и продолжительный. В основе формирования личностных, регуляционных, познавательных и коммуникативных универсальных учебных действий лежит нормативно-возрастное развитие и познавательные сферы обучающегося [Сластенин, 2002].

В связи с этим меняется представление о критериях профессионального мастерства учителя, нужны новые цели и способы деятельности. В свою очередь изменились требования к уроку. Для того чтобы знания обучающихся были результатом их собственных поисков, нужно организовать эти поиски, контролировать процесс обучения, развивать познавательную деятельность.

В Федеральном государственном образовательном стандарте указано двенадцать основных критериев, которым должны соответствовать метапредметные результаты овладения общеобразовательной программой основного общего образования. Их условно можно разделить на несколько групп.

Умение планировать и осуществлять свою деятельность:

— самостоятельно определить цель обучения, определять и ставить перед собой новые учебные или познавательные задачи, расширять познавательные интересы;

— проанализировать поставленную задачу и те условия, в которых она должна быть реализована;

— сопоставить содержание указанной задачи с имеющимися знаниями и умениями;

— самостоятельно спланировать способы достижения поставленных целей, находить эффективные пути достижения результата, умение искать альтернативные нестандартные способы решения познавательных задач;

— способность сопоставлять собственные действия с запланированными результатами, контролировать свою деятельность, осуществляемую для достижения целей;

— рассматривать разные точки зрения и выбрать правильный путь реализации поставленных задач;

— оценить свои действия, изменять их в зависимости от существующих требований и условий, корректировать в соответствии от ситуации;

— оценить правильность выполнения познавательной задачи, свои имеющиеся возможности ее достижения;

— уметь осуществлять самоконтроль, самооценку, принимать решения и осуществлять осознанный выбор в познавательной и учебной деятельности.

Умение работать в коллективе:

— организовывать совместную познавательную деятельность с учителем и одноклассниками, сотрудничать;

— эффективно работать и в группе, и самостоятельно;

— согласовывать свои мотивы и позиции с общественными, подчинять свои интересы коллективным;

— находить общее решение, которое будет удовлетворять общим интересам;

— проявлять толерантность, терпимость, уметь решать конфликты;

— выслушивать другие мнения, а также формулировать, отстаивать и аргументировать свое мнение.

Умение осуществлять познавательные действия:

— определять суть понятий, обобщать объекты;

— находить аналогии;

— самостоятельно находить критерии и основания для классификации, осуществлять классификацию;

— устанавливать причинно-следственные связи;

— выстраивать логические рассуждения, делать умозаключения и собственные выводы;

— создавать, использовать и изменять символы, знаки;

— создавать схемы и модели для решения различных познавательных или учебных задач;

— осуществлять смысловое чтение (вычитать текст, правильно понять его содержание, оценить степень достоверности и применить на практике).

Умение использовать компьютерные технологии:

— использовать различные источники получения информации с помощью компьютера;

— определять надежность и достоверность источника;

— уметь выбирать нужную информацию;

— знать способы передачи, копирования информации;

— использовать возможности Интернета для продуктивного общения, взаимодействия.

Наличие коммуникативных умений:

— полноценное владение устной и письменной речью;

— уметь вести диалог, правильно строить монологическое высказывание;

— владеть и осознанно применять речевые средства в зависимости от ситуации и задачи коммуникации;

— с помощью речи и жестов правильно передавать свои чувства, эмоции, мысли, потребности;

— поддерживать беседу, уметь выслушивать собеседника и доходчиво донести до него свои мысли и доводы;

— иметь высокую культуру речи.

Развитое экологическое мышление, которое ребенок должен применять во всех сферах своей деятельности, в том числе и в профессиональной.

Установление ФГОС новых образовательных результатов с включением метапредметных результатов требует реализации нового методологического подхода к учебно-воспитательному процессу, ориентируя практику обучения не только на осознание и осмысление учебной информации, но и на формирование универсальных учебных действий [Гладко, 2017].

Выделим метапредметные качества обучающихся, которые мы будем формировать у обучающихся 10–11 классов в процессе обучения математике.

— умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности;

— самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность;

— умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

— готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников [ФГОС СОО, 2012].

Формировать метапредметные качества учащихся, указанные выше, можно с помощью проведения интегрированных уроков.

1.3. Интегрированный урок как средство обучения в современной школе

В соответствии с модернизацией отечественного образования активно обсуждаются вопросы содержания школьного образования, переоценки учебного процесса, внедрения стандартов второго поколения, соответствия учебных программ уровню ФГОС, а так же изменения, касающиеся воплощения вышеперечисленного посредством применения новых технологий, методов и типов уроков.

Одним из таких нововведений современной методики является интегрированный урок. Эта технология активно внедряется в школьные программы и связывает, на первый взгляд, несовместимые предметы.

Следует сразу развести понятие межпредметные связи и интегрированные уроки. Задачу использования межпредметных связей в учебном процессе в разные периоды выдвигали Я.А. Коменский, Д. Локк, И. Гербарт, А. Дистервег и др. В современной педагогике имеется более 40 определений категории межпредметные связи.

Г.Ф. Федорец предлагает такое определение: «Межпредметные связи есть педагогическая категория для обозначения синтезирующих, интегративных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной действительности, нашедших свое отражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняющих образовательную, развивающую и воспитательную функции в их органическом единстве» [Федорец, 1985].

Средства осуществления межпредметных связей могут быть разнообразны: вопросы, наглядные пособия, тексты, проблемные ситуации и познавательные задачи, конференции, «интегрированные» учебные дни, факультативные занятия и олимпиады. Особенно эффективным средством реализации межпредметных связей является интегрированный урок.

На основе этого можно сделать вывод о том, что средства повышения эффективности обучения включают в себя реализацию межпредметных связей, а межпредметные связи, в свою очередь, наиболее полно воплощаются через применение технологии интегрированного обучения. Данная закономерность взаимосвязи компонентов реализации представлена на рис.1.

Рис. 1. Взаимосвязь компонентов интегрированного обучения

К примеру в работе С.В. Кульневича «Анализ современного урока» приводится следующее определение: «Интеграция - это объединение в целое разрозненных частей, глубокое взаимопроникновение, слияние в одном учебном материале обобщенных знаний в той или иной области». [Кульневич, Лакоценина, 2004]

Интегрированным уроком называется любой урок со своей структурой, если для его проведения привлекаются знания, умения и результаты анализа изучаемого материала методами других наук, других учебных предметов. [Телеева, 2003]

Несомненно, многие педагоги владеют понятиями из теоретической базы необходимых, но не многие учитывают критерии эффективной реализации интегрированного урока, такие как:

1. Активизация познавательной творческой деятельности учащихся, развитие познавательного интереса через проблемное обучение;

2. Вовлечение учащихся в самостоятельную практическую деятельность;

3. Развитие исследовательских навыков и умения принимать самостоятельное решение;

4. Формирование у учащихся современных представлений о целостности и развитии природы;

5. Формирование системного мышления и глубокое осознанное усвоение понятий [Подласый, 1999].

В свою очередь чтобы провести интегрированный урок необходимо учесть следующие условия: в первую очередь учитель должен выбрать объект изучения на уроке и внимательно проанализировать содержание урока. Далее к подготовке урока можно привлечь учащихся, как правило, они всегда рады помочь учителю. В процессе реализации урока нужно подумать о технологиях самообразования учащихся (этот компонент выделяется и в УУД). Учитель не должен забывать и об использовании методов проблемного обучения, так как благодаря чему происходит активизация мыслительной деятельности учащихся на всех этапах урока. Продуманное сочетание индивидуальных и групповых форм работы так же является неотъемлемой частью интегрированного урока. Ну и конечно же следует не забывать про учет возрастных психологических особенностей обучающихся и их ориентацию на здоровый образ жизни.

Из всего вышесказанного следует вывод о том, что интегрированные уроки представляют собой достаточно сложную систему. И для того, чтобы эффективно, удачно, профессионально использовать их на практике нужно знать теоретические аспекты интегрированного обучения, а также усвоить особенности их использования в начальной школе, которых следует придерживаться для того, чтобы осуществить какой-то определенный педагогический замысел.

Таким образом, идет разносторонний поиск возможностей реализации интеграции, в процессе обучения исходя из того, что нет однозначного понимания сущности интеграции, авторы, занимающиеся данной проблемой, предлагают разные варианты ее решения. Не смотря на отсутствие единого подхода к проблеме, процесс интеграции – это перспективный шаг на пути модернизации образования, ведущий к созданию предпосылок в формировании современного целостного представления об окружающей действительности.

Главной особенностью новых стандартов является формирование универсальных учебных действий (УУД), выработка компетентностых умений .Система образования должна стать более гибкой, интенсивнее использовать контакты между различными учебными дисциплинами, давать возможность приобретения ключевых компетенций, В этой ситуации возникла настоятельная потребность заново определить целевые установки, ценностное основание образования, его уровни, формы и средства.

Современная жизнь выдвигает особые требования к подготовке школьников. Первое требование – вооружить их способами овладения знаниями, т.е. научить учащихся учиться. А умение учиться – это способность ребенка к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта. В психологическом смысле универсальные учебные действия – это совокупность способов действия учащегося, а также связанных с ними навыков учебной работы, обеспечивающих самостоятельное усвоение новых знаний, формирование умений и навыков, включая организацию этого процесса. Одной из основных целей технологического образования является «развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, формирование навыков самостоятельной учебной деятельности, самообразования и самореализации личности».

Изучение предметной области «Математика» должно обеспечить развитие инновационной творческой деятельности обучающихся в процессе решения прикладных учебных задач; активно используя знания, полученные при изучении различных учебных предметов и формировать универсальные учебные действия.

Универсальный характер учебных действий проявляется в том, что они носят метапредметный характер, обеспечивают целостность общекультурного личностного и познавательного развития и саморазвития ребенка, преемственность всех ступеней образовательного процесса, этапы усвоения учебного содержания и формирования психологических особенностей учащегося, лежат в основе организации и регуляции любой деятельности ученика. УУД связаны с достижением метапредметных результатов, то есть таких способов действия, когда учащиеся могут принимать решения не только в рамках учебного процесса, но и в различных жизненных ситуациях.

Понятие "метапредметное" содержание образования является синонимом таким понятиям, как "допредметное", "надпредметное", "общепредметное" содержание образования.

Метапредметный образовательный минимум разрабатывается на основе целей общего образования и охватывает четыре элемента содержания образования: опыта познавательной деятельности, фиксированной в форме ее результатов – знаний; опыта осуществления известных способов деятельности – в форме умений действовать по образцу; опыта творческой деятельности – в форме умений принимать нестандартные решения в проблемных ситуациях; опыта осуществления эмоционально-ценностных отношений - в форме личностных ориентации (В.В. Краевский). Освоение этих типов опыта позволяет сформировать у учащихся способности осуществлять сложные культуросообразные виды действий, носящих название компетентностей.

В интегрированном обучении рассматриваются разнообразные междисциплинарные проблемы, необходимые и уместные для развития учащихся и при таком подходе гармонично сочетаются разнообразные методы обучения, а также формируются в содружестве ключевые компетенции.

Ключевые компетенции относятся к общему для всех предметов (метапредметному) содержанию образования (ценностно-смысловые компетенции, общекультурные компетенции, учебно-познавательные компетенции, информационные компетенции, коммуникативные компетенции, социально-трудовые компетенции, компетенции личностного самосовершенствования.); общепредметные компетенции – относятся к определенному кругу учебных предметов и образовательных областей; предметные компетенции – частные по отношению к двум предыдущим уровням компетенции, имеющие конкретное описание и возможность формирования в рамках учебных предметов [Хуторской, 2012].

Достижение высоких метапредметных результатов обучающихся осуществляется через:

- усвоение обучаемыми конкретных элементов социального опыта, изучаемого в рамках одного предмета и трансляция его в различные жизненные ситуации;
- навыки самостоятельного создания и обновления персональных страниц в сети Интернет, участие в Online конференциях, дистанционном обучении;
- повышение коммуникативных способностей, умений диспутировать, выделять главное, отстаивать свою точку зрения;
- умение использовать различные источники информации, анализировать и структурировать полученную информацию; широко и разнообразно преподносить и интерпретировать полученные данные исследований и т.п. [Хуторской, 2012]

Это очень важно сегодня, когда от выпускника школы требуются мобильность, креативность, способность применять свои знания на практике, умение мыслить нестандартно. Все это вынуждает учителя уходить от привычной структуры урока, традиционных педагогических технологий.

Принципы интегрированного обучения призваны в полной мере работать на достижение главной цели интегрированного обучения – формирование в комплексе метапредметных результатов.

Интегрированный урок решает не множество отдельных задач, а их совокупность, дает ученику широкое и яркое представление о многообразии мира, в котором он живет, о взаимосвязи явлений и предметов, о взаимопомощи, предполагает развитие образного мышления и творческой активности обучающихся, позволяет использовать содержание всех учебных предметов, привлекать сведения из различных областей науки, культуры, искусства, обращаясь к явлениям окружающей действительности.

Потребность в возникновении интегрированных уроков объясняется целым рядом причин.

Во-первых, окружающий детей мир, познается ими в своем многообразии и единстве, а зачастую школьные предметы направленны на изучение отдельных явлений этого единства и не дают представления о целом явлении, дробят его на разрозненные фрагменты.

Во-вторых, интегрированные уроки развивают потенциал самих учащихся, побуждая к активному и осмысленному познанию окружающей действительности, к развитию логического мышления, коммуникативных способностей, формируют метапредметные навыки учащихся.

В-третьих, форма проведения интегрированных уроков нестандартна, интересна. За счет переключения на разнообразные виды деятельности, у школьников резко повышаются познавательный интерес, развиваются воображение, внимание, мышление, речь и память. Формы урока могут быть различны, но в каждом должно быть достаточно материала для упражнения «деятельных сил» (И. Г. Песталоцци) ребенка, данных ему от природы.

В-четвертых, интеграция сегодня в обществе объясняет необходимость интеграции в образовании, т.к. современному обществу необходимы высококлассные специалисты, эрудированные в различных областях знаний.

С точки зрения современных образовательных концепций, интегрированные уроки как нельзя более отвечают потребностям общества в воспитании человека с новым мышлением, готового к жизни в условиях происходящих в мире глобальных процессов. Они учат детей мыслить масштабно, рассматривать проблему с разных точек зрения, не просто искать решение, а выбирать оптимальный вариант. За счёт стремления осуществлять разумный выбор действий, отыскивать наиболее краткий путь достижения цели развивается целенаправленность – происходит освоение результатов личностного самосовершенствования.

Интеграция ускоренно моделирует личность, служит импульсом мироощущения учащихся, перестраивает мышление учителей, расширяя их научный диапазон. Интегрированное обучение предполагает постоянное взаимодействие, освоение различных социальных ролей. Именно такой подход всецело помогает освоению коммуникативных умений.

Интеграция подразделяется на два основных вида:

- Горизонтальная (межпредметная) – наиболее распространенный способ объединения сходного материала ряда предметов, занятие конструируется и проводится двумя и более педагогами разных направлений деятельности
- Вертикальная (внутрипредметная)– объединение одним учителем того материала, который в разные годы обучения повторяется на разном уровне сложности.

Одно из направлений совершенствования обучения – это организация и проведение интегрированных уроков, или уроков интегрированного содержания.

Интегрированный урок – это урок, в котором вокруг одной темы объединяется материал нескольких предметов, любое занятие со своей структурой, если для его проведения привлекаются знания и умения методами нескольких наук.

Интегрированный урок – это как раз особый тип урока, объединяющий в себе обучение одновременно по нескольким дисциплинам при изучении одного понятия, темы или явления. В таком уроке всегда выделяются ведущая дисциплина, выступающая интегратором, и дисциплины вспомогательные, способствующие углублению, расширению, уточнению материала ведущей дисциплины.

Интегрированные уроки отличаются от традиционного использования межпредметных связей, которые предусматривают лишь эпизодическое включение материала других предметов, в основе интегрированных уроков – близость содержания ведущих тем разных предметов и логических взаимосвязей. Интегрированные уроки зачастую служат прямым продолжением параллельного изучения родственных предметов, которые как бы вынесены на один урок.

Таким образом, интеграция представляет собой высокую форму воплощения межпредметных связей на качественно новой ступени обучения, способствующей созданию нового целого монолита знаний.

Целостное, синтезированное, систематизированное восприятие изучаемых по той или иной теме вопросов способствует развитию широты мышления, что помогает организовывать взаимосвязь событий. Постановка проблемы, исследуемой методами интеграции, развивает целенаправленность освоения учеником картины мира, что необходимо для формирования общекультурных умений.

Более глубокое проникновение в суть изучаемой темы способствует развитию глубины мышления и освоению учебно-познавательных умений.

Обязательная реализация рассматриваемой проблемы в какой-то практической ситуации усиливает практическую направленность обучения, что развивает критичность мышления, способность сопоставлять теорию с практикой, что помогает формированию социально-трудовых умений.

В форме интегрированных уроков целесообразно проводить обобщающие уроки, на которых будут раскрыты проблемы, наиболее важные для двух или нескольких предметов. Это могут быть: проблемный урок, занятие-исследование, урок-путешествие, экскурсия, ролевая или деловая игра.защита творческих проектов и др.

В старших классах интегрированные уроки являются важнейшей частью системы метапредметных связей. Материал таких уроков показывает единство процессов, происходящих в окружающем нас мире. Позволяет обучающимся видеть взаимосвязь различных наук, формирует метапредметные навыки.

Структура интегрированных уроков отличается четкостью, компактностью, сжатостью, логической взаимообусловленностью учебного материала на каждом этапе урока, большой информативной емкостью материала

Для моделирования интегрированного занятия необходимо учитывать закономерности интегрированного занятия, такие как подчинение, авторскому замыслу, объединение основной мыслью (стержень занятия), его этапы – это фрагменты целого, а компоненты занятия находятся в логикоструктурной зависимости. Отобранный дидактический материал должен соответствовать замыслу.

Занятие может строится последовательно (соблюдается очерёдность действий, когда сначала один педагог даёт знания и умения, а затем другой). Также оно может строится параллельно (при этом деятельность обучающихся осуществляется одновременно под руководством одного и другого педагога, постоянно пересекаясь в подаче знаний и умений).

Цели обучения планируются учеником и педагогом совместно, учебный процесс подчинён интересам воспитанника (группы), содержание отбирается и организуется самими обучающимися. Степень участия воспитанника в познавательно-творческом процессе, его старания оцениваются совместно. Основной акцент приходится не только на усвоение определенных знаний, сколько на развитие образного мышления.

Наряду с усвоением теоретических знаний значительная роль отводится самостоятельной созидательной деятельности обучающихся. Сам педагог выполняет роль советчика и помощника. Такие занятия отличаются высокой степенью сотрудничества педагога и обучающихся, гибкостью, возможностью участия каждого обучающегося в интересующей его деятельности, ценны тем, что готовят каждого к управлению процессом собственного образования.

Выводы по главе 1

В данной главе были охарактеризованы особенности математического образования в условиях реализации ФГОС на современном этапе. Были выделены проблемы обучения математике, связанные с межпредметностью, метапредметностью.

Рассмотрев метапредметные качества обучающихся, обозначенные в федеральных образовательных стандартах, мы пришли к выводу, что использование интегрированных уроков в процессе обучения математике позволит реализовать ряд важных дидактических моментов. Прежде всего, усилить учебную мотивацию учащихся за счет демонстрации в процессе выполнения практико-ориентированных и интегрированных задач универсальности математических моделей и математического языка, связи математики с реальной жизнью и другими отраслями знания. Также разнообразить учебную деятельность учащихся, формировать у них универсальные учебные действия на конкретном предметном материале. И, наконец, развивать у учащихся внутреннюю мотивацию и положительное отношение к предмету.

Глава 2. Организация интегрированных уроков математики в 10–11 классах, направленных на формирование метапредметных результатов обучающихся

2.1. Содержание интегрированных уроков

Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования (ФГОС ООО) устанавливаются следующие требования к метапредметным результатам: это освоение обучающимися универсальных учебных действий, составляющими основу умения учиться, а также умение самостоятельно определять цели, формулировать задачи, планировать пути достижения целей и решения задач.

В рамках ФГОС межпредметные связи в обучении являются интеграцией как минимум двух предметных областей. В связи с этим реализация межпредметных связей в процессе обучения математики полностью удовлетворяет заявленным требованиям.

Связь между учебными предметами является, отражением объективно существующей связи между отдельными науками и связи наук с техникой, с практической деятельностью людей.

Межпредметные связи в школьном обучении являются конкретным выражением интеграционных процессов, происходящих сегодня в науке и в жизни общества. Эти связи играют важную роль в повышении уровня практической и теоретической подготовки обучающихся, существенной особенностью, которых является усвоение обучающимися обобщенный характер познавательной деятельности. Реализация межпредметных связей способствует формированию у обучающихся целостного представления о явлениях природы и взаимосвязи между ними, и благодаря этому делает знания практически более значимыми и применимыми.

Интеграция на основе межпредметных связей – это естественная взаимосвязь наук, учебных дисциплин, разделов и тем учебных предметов на основе главной идеи и положений с углубленным раскрытием изучаемых процессов и явлений.

В курсе математики межпредметные связи могут быть реализованы при изучении предметов естественнонаучного цикла: физика, химия, информатика, география, экономика и т.д. Так же при изучении предметов гуманитарного цикла: русский язык, литература, английский язык, история, биология и т.д.

Цель данного параграфа выделить средства направленные на реализацию межпредметных связей.

На протяжении долгих лет в педагогике уделялось огромное внимание проблеме межпредметных связей. Это обусловлено тем, что обучение на основе межпредметных связей отражает взаимосвязь между компонентами предметной структуры образования; формирует целостное восприятие мира и познавательные интересы, что влияет на всестороннее развитие личности обучаемого. Поэтому в настоящее время не спадает интерес к проблеме межпредметных связей.

Из психолого-педагогической литературы можно выделить следующие средства направленные на реализацию межпредметных связей, которые можно использовать в учебном процессе:

- вопросы межпредметного содержания;
- межпредметные задания;
- межпредметные проблемные ситуации;
- межпредметные тексты;
- кроссворды межпредметного характера.

Рассмотрим каждое выделенное средство, направленное на реализацию межпредметных связей подробно.

Вопросы межпредметного содержания - направляют деятельность обучающихся на воспроизведение ранее изученных в разных учебных дисциплинах знаний и на их применение при усвоении нового учебного материала.

Например, вопрос межпредметного содержания: для чего применяют сечения (золотое сечение)? Как применяют данную тему в литературе и математике?

Межпредметные задания способствуют выявлению способностей обучающихся, помогают нестандартно мыслить, находить интересные решения учебных задач. Междисциплинарные задания могут включать темы двух-трех учебных дисциплин [Морозов, 2015].

Например, «математика» и «электротехника». Построение синусоиды, (применима в электротехнике).

Межпредметные проблемные ситуации – это созданное состояние интеллектуального затруднения для обучающихся, когда они обнаруживают, что для решения поставленной перед ними задачи, им недостаточно имеющихся предметных знаний и умений, и осознают необходимость их внутри и межпредметной интеграции.

Например:

1. Ситуация конфликта возникает при наличии противоречия между жизненным опытом обучающихся, их бытовыми понятиями и научными знаниями.

2. Ситуация неопределенности возникает, когда обучающимся предъявляют задание с недостаточными или избыточными данными для получения однозначного ответа.

Значит, возникновение самой проблемной ситуации является мотивацией для познавательной деятельности обучающихся.

Межпредметные тексты имеют большое значение в усвоении связей между знаниями, получаемыми обучающимися при изучении различных дисциплин, имеют специально составляемые межпредметные тексты. Межпредметные тексты дополняют содержание текста учебника и глубже раскрывают отдельные вопросы учебной программы [, 2015].

Межпредметные кроссворды могут быть использованы в качестве средств реализации межпредметных связей в процессе обучения использую кроссворды межпредметного содержания, которые позволяют обучающимся закрепить термины, используемые в нескольких дисциплинах, осознать межпредметный характер смежных понятий.

Таким образом, отмеченные средства реализации межпредметных связей в процессе обучения направлены на воспроизведение, повторение, закрепление, систематизацию и применение знаний, обучающимися из разных учебных дисциплин. Они обеспечивают сочетание репродуктивной и поисковой познавательной деятельности обучающихся, осуществляемой под непосредственным руководством преподавателя.

Ещё одним из средств реализации межпредметных связей может выступать интегрированный урок. Такой тип урока позволяет решать целый ряд задач, которые трудно реализовать в рамках традиционных подходов.

Нами были разработаны 4 интегрированных урока для 11 класса

1. Интегрированный урок (математика + физика) по теме: «Решение задач с физическим содержанием».
2. Интегрированный урок (математика + химия) по теме: «Решение задач на растворы»
3. Интегрированный урок (математика + экономика) по теме: «Банковские операции: начисление простых и сложных процентов».
4. Интегрированный урок (математика + биология) по теме: «Математика и здоровье».

Интегрированный урок (математика + физика) по теме: «Решение задач с физическим содержанием». На данном уроке с точки зрения физики учитель физики реализует следующие цели.

— Повторение материала темы: «Движение материальной точки», «Равнодействующая сил», «Работа атомного газа»

— Закрепление раздела «Тепловые явления», демонстрация опыта «Расширение жидкости при нагревании».

По математике будут реализованы следующие цели:

— актуализация умений находить производную функции, актуализация;

— формирование умения использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах по физике;

— формирование навыков решения задачи № 11 на ЕГЭ: текстовые задания на анализ практической ситуации, моделирующее реальную или близкую к реальной ситуацию.

Интегрированный урок (математика + химия) по теме: «Решение задач на растворы». Данный урок удобнее проводить согласно учебно-тематическому плану по химии. В 11 классе присутствует тема: «Задачи на растворы». Данный урок рациональнее проводить для обобщения и систематизации знаний по теме. Учитель математики на этом уроке отработает «Решение задач на растворы».

Интегрированный урок (Математика + экономика) по теме: «Банковские операции: начисление простых и сложных процентов». В учебниках 11 класса есть раздел «Банки и банковская система», данный урок уместно провести опираясь на учебно-тематическое планирование по экономике. Цели по химии:

— закрепление формул простого и сложного процентного роста;

— формирование умения оперировать экономическими терминами;

Цели по математике:

— устранение пробелов в знаниях учащихся по теме «Проценты»;

— закрепление методов работы с процентами;

— формирование умений решать задачи практической направленности;

Интегрированный урок (математика + биологии) по теме: «Математика и здоровье». Данный урок можно провести в конце 11 класса, сочетая с разделом «Эволюция биосферы и человек» по биологии.

Общие цели:

— Формирование мотивации к здоровому образу жизни у обучащихся, а также личностного убеждения в том, что помощи в приобретение здоровья ждать неоткуда и не от кого, а для сохранения его нужны собственные усилия;

— Показать, как с помощью математических расчётов можно следить за состоянием своего здоровья;
— Научить пользоваться медицинским оборудованием для измерения массы тела, роста и давления.

2.2. Методическая разработка интегрированных уроков

Приведем разработки интегрированных уроков по математике

Интегрированный урок (математика + физика)

"Решение задач с физическим содержанием". 11 класс

Цели:

Личностные: формирование умения работать в группе, обрабатывать информацию; способствовать развитию мыслительных процессов: сравнение способа решения физической задачи математическим путем; развитие памяти, аналитического и логического мышления.

Метапредметные: формирование умения планировать результат своей деятельности и оценивать процесс и результат своей учебной деятельности.

Предметные: актуализация умений находить производную функции, актуализация; формирование умения использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах по физике.

Планируемые результаты:

Личностные УУД: умение формулировать прикладную задачу на основе увиденного опыта, умение аккуратно и грамотно оформлять записи в тетрадь при решении задач; умение по критериям отличать прикладную задачу от псевдопрактических, умение решать прикладные задачи; умение рационально использовать рабочее время, адекватной самооценки.

Познавательные УУД: мировоззрения у учащихся за счет расширения представлений о решении прикладных задач, интерес у учащихся к предмету, за счет проведения параллели с жизнью посредством включения прикладных задач.

Регулятивные УУД: грамотная и логически выстроенная речь, как устную, так и письменную; мыслительная, а также творческая деятельность, посредством решения задач по данной теме.

Коммуникативные УУД: чувство ответственности, активности и дисциплинированности; умение выслушивать чужое мнение и адекватно реагировать на допущенные ошибки и замечания.

Тип урока: интегрированный урок-семинар решения задач с физическим содержанием для учащихся 11 классов.

Комплексно-методическое обеспечение: ПК, проектор, плакат с высказыванием «Так много в математике физики, как много в физике математики, и я уже перестаю находить разницу между этими науками» А. Эйнштейн

Методы обучения: Деятельности; частично-поисковый; проблемный.

План проведения урока.

Организованный момент

Предметный спор «Что важнее и главнее?».

Актуализация знаний

Систематизация знаний.

Целеполагание: Постановка целей урока учащимися, Вступительное слово учителя математики и учителя физики.

Устный счет.

Решение задач по математике с использованием знаний физики.

Решение задач по физике с использованием знаний по математике.

Подведение итогов урока.

Рефлексия.

Домашнее задание.

Организация урока-семинара

Класс разбивается на 2 группы: группа физиков и группа математиков. Каждая группа получает задание разобрать и решить определённую группу физических задач, группа математиков – с точки зрения математики, группа физиков – с точки зрения физики.

Учащиеся при подготовке к семинару прорабатывает соответствующие разделы учебников, использует интернет, дополнительную литературу, получает консультацию учителей физики и математики. На подготовку к уроку отводится неделя.

Ход урока.

Организованный момент

Учитель физики: Здравствуйте ребята! Сегодня у нас с вами необычный урок, интегрированный урок математики и физики. Вести его буду я, учитель физики.

Учитель математики: и я, учитель математики.

Учитель физики: Эпиграфом к сегодняшнему уроку послужат слова: «Так много в математике физики, как много в физике математики, и я уже перестаю находить разницу между этими науками» А. Эйнштейн

Предметный спор «Что важнее и главнее?»

Учитель математики: Что может быть многограннее и любопытнее, чем изучение математики. Конечно мой предмет самый главный, потому что математика - королева всех наук.

Учитель физики: однако, именно физика разгадала много загадок природы и научилась применять открытые и изученные законы с пользой для человека.

Слайд 2. Учитель математики: Нигде, как в математике, ясность и точность вывода не позволяет человеку отвертеться от ответа разговорами вокруг вопроса. *Александр Александров*

Слайд 3. Учитель физики: Науки делятся на две группы – физику и собирание марок. *Эрнест Резерфорд*

Слайд 4. Учитель математики: Математика уже полезна тем, что она трудна! *Александр Александров*

Слайд 5. Учитель физики: Физика - это важнейшая наука, ведь именно она учит понимать природу. *Эрик Роджерс*

Слайд 6. Учитель математики: Математика выявляет порядок, симметрию и определённость, а это важнейшие виды прекрасного. *Аристотель*

Слайд 7. Учитель физики: Математика царица всех наук, но служанка физики. *Эрик Темпл Белл*

Слайд 8. Учитель математики: Главная сила математики состоит в том, что вместе с решением одной конкретной задачи она создаёт общие приёмы и способы, применимые во многих ситуациях, некоторые даже не всегда можно предвидеть. *Марк Башмаков*

Слайд 9.Учитель физики: Лучше всего продвигается естественное исследование, когда физическое завершается в математическом. *Френсис Бэкон.*

Учитель физики: Физика и стала собственно точной наукой, благодаря введению в неё Ньютоном математического аппарата.

Актуализация знаний

Учитель физики: (Ученикам предлагается две группы задач из ЕГЭ: на синих листах по математике с физическим содержанием, на зеленных по физике с математическим содержанием. Необходимо провести сравнение и сделать вывод.)

Ребята, мы вам предлагаем рассмотреть задачи на синих и жёлтых листах, сравните их, в чем отличие этих задач (ответы учащихся).

Систематизация знаний (таблица 1). Слайд 10

Таблица 1

Задачи для систематизации знаний

1 группа Математика+Физика	2 группа Физика+Математика
Задача 1 одна для обеих групп	
Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -2 + 4t + 3t^2$. Найдите её скорость в момент времени $t = 2$ *с*	

Решение	Решение
$v(t) = x'(t) = \left(-2 + 4t + 2t^2\right)' = 4 + 6t$ $v(2) = 16$ Ответ: 16	$x = x_0 + v_v t + \frac{at^2}{2};$ $x_0 = -2;\ v_0 = 4;\quad a = 6;$ $v(t) = x'(t) = \left(-2 + 4t + 2t^2\right)' = 4 + 6t$ $v(2) = 16$ Ответ: 16

Учитель физики: пожалуйста, защитите свой способ решения.

Определите сходство и различие задач, предложенных вам. Сделайте вывод, какие знания вам понадобились, какие трудности возникли? Как вы думаете, какой у нас сегодня будет урок и наша с вами цель урока?

Целеполагание. Учащиеся самостоятельно определяют тему, цели урока.

Вступительное слово учителя математики:

Задачи №11 на ЕГЭ по математике— это текстовые задания на анализ практической ситуации, моделирующее реальную или близкую к реальной ситуацию (например, экономические, физические, химические и др. процессы). Задачи больше по физике, чем по математике.

Вступительное слово учителя физики: В 90% задач по физике, знания по математике просто необходимы. Без математики нет физики.

Устный счет Слайд11

Учитель математики: При решении задач прикладного характера значения величин даны в стандартном виде. Давайте вспомним приведение чисел к стандартному виду.

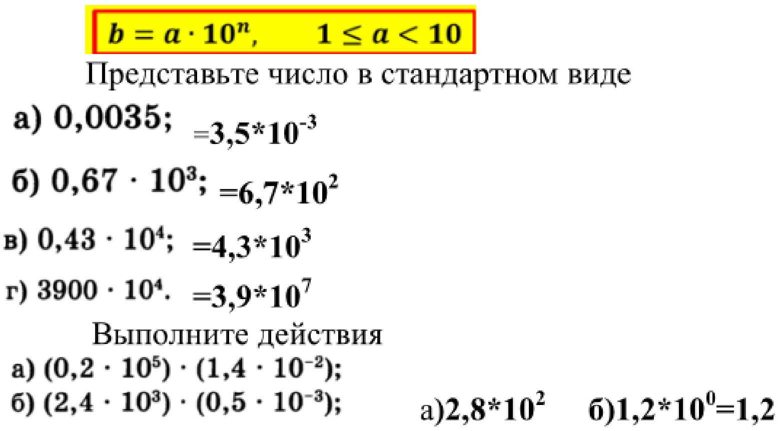


Рисунок 2. Слайд 11

Решение задач по математике

Задача первая (решают самостоятельно, проводят сравнение и анализ задач).

Учитель математики: математика – нужная наука. Несколько десятков лет назад была объявлена большая премия за сочинение на тему "Как человек без математики жил". Премия так и осталась не выданной, потому что не нашлось ни одного сочинителя, который сумел бы описать жизнь человека, лишенного математических представлений. И действительно, с математикой мы встречаемся везде, на каждом шагу, с утра и до вечера. Просыпаясь, мы смотрим на часы; в трамвае или троллейбусе нужно рассчитаться за проезд; чтобы сделать покупку в магазине, нужно снова выполнить денежные расчеты и т. д. Без математики нельзя было бы изучить ни физику, ни географию, ни черчение.

Учитель физики: мы предлагаем вам решить жизненные задачи (таблица 2). Тексты задач предложены вам в маршрутных листах. При анализе решения задачи заполните оценочную таблицу.

Слайд 12

Таблица 2

Практико-ориентированные задачи с решением

1 группа Математика + физика	2 группа Физика + математика
Задачи разные для обеих групп	
Задача 2 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h=5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с?	Задача 1Ф Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной 1 км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $v=\sqrt{2al}$, Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы проехав 1км, приобрести скорость 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2

Ответ выразите в метрах.	
Решение. $h_1 = 5 \cdot (0{,}6)^2 = 1{,}8\,м$ $h_2 = 5 \cdot (0{,}4)^2 = 0{,}8\,м$ $h = h_2 - h_1 = 1\,м$ Ответ: 1м	Решение. $v = \sqrt{2al}$; $a = \dfrac{v^2}{2l}$; $a = 5.$ Ответ:5000
Сделайте вывод, какие трудности возникли?	

<u>Задача вторая (на доске)</u>

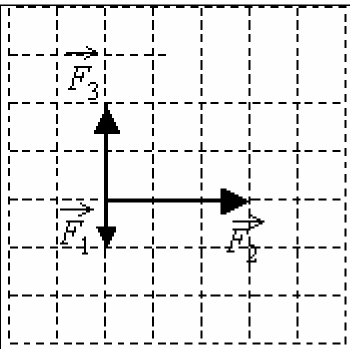
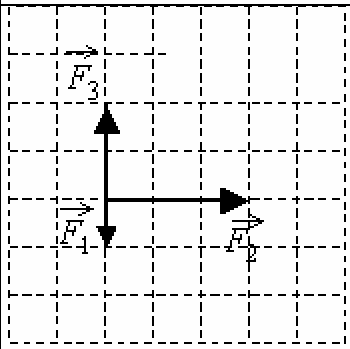
Представитель каждой группы рассказывает остальным учащимся о задаче, над которой работала его группа. Один ученик объясняет физический смысл задачи и строит математическую модель данной физической ситуации. Другой ученик показывает решение задачи уже алгебраическим методом.

Учитель математики: мы предлагаем решить вам задачи и устно защитить их решение (таблица 3).

Таблица 3

Задачи для различных групп

1 группа Математика + физика	2 группа Физика + математика
Задачи разные	
Слайд13 Задача3 Высоту над землей (в метрах) подброшенного вверх камня можно вычислить по формуле $h(t) = 1{,}4 + 14t - 5t^2$,где t - время в секундах. Сколько секунд камень будет находиться на высоте более 8 метров?	Слайд14 Задача2Ф На тело, находящееся на горизонтальной плоскости, действуют 3 горизонтальные силы (см. рисунок). Каков модуль равнодействующей этих сил, если F_1 = 1 Н?

Решение. $1{,}4+14t-5t^2=8;$ $t^2-2{,}8t+1{,}32=0;$ $t_1=6{,}2;\quad t_2=7{,}8;$ $t_2-t_1=1{,}6$ Ответ: 1,6	 Складываем векторы, получаем $F=F_1+F_2+F_3;$ $F_3+F_1=2-1=1$ $F_3+F_1+F_2=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$
Сделайте вывод, какие трудности возникли	 Складываем векторы, получаем $F=F_1+F_2+F_3;$ $F_3+F_1=2-1=1$ $F_3+F_1+F_2=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$
Сделайте вывод, какие трудности возникли	

Учитель математики: данная задача когда-то вызвала у меня затруднение и я хочу, чтобы и вы попробовали решить её (таблица 4).

Таблица 4

Общая задача

Задача 4 **Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некотор прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется формуле $T(t)=T_0+bt+at^2$, где t – время в минутах, $T_0=1400$ К, $a=-10$ К/мин^2, $b=200$ К/м Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключ прибор. Ответ выразите в минутах.**
Решение. *1400+200t-10t^2=1760; t^2-20t+36=0;t$_1$=2;   t$_2$=18* Ответ: 2 *дети попросят помощи у группы физиков .*

Сделайте вывод, какие трудности возникли? задачу на доске решают математики, а физики оценивают результат и делают чисто физический вывод.

<u>Задача (самостоятельно)</u>

Учитель математики: мы предлагаем вам одну задачу, её нужно решить двумя методами: математическим и физическим (задача решается на доске).

Учитель физики: (демонстрация опытов «Расширение жидкости и тел при нагревании»)

1 опыт «Расширение жидкости при нагревании»

Учащимся предлагается решить задачу на расширение тел при нагревании (таблица 5). Учитель физики готовится к демонстрации 2 опыта «Расширение тел при нагревании».Слайд15

Таблица 5

Задача на расширение тел при нагревании

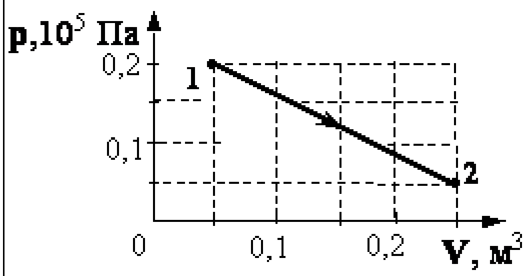
<table>
<tr><td>1 группа Математика + физика</td><td>2 группа Физика + математика</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задача 5 одна для обеих групп</td></tr>
<tr><td colspan="2">При температуре 0^0C рельс имеет длину $l_0 = 12{,}5\ м$. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t_0) = l_0(1+\alpha\cdot t^0)$, где $\alpha = 1{,}2\cdot10^{-5}\left({}^0C\right)^{-1}$ коэффициент теплового расширения, t^0 - температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Решение: Задача сводится к решению уравнения $l(t_0) - l_0 = 6\ мм$ при заданных значениях длины $l_0 = 12{,}5\ м$ и коэффициента теплового расширения
$\alpha = 1{,}2\cdot10^{-5}\left({}^0C\right)^{=1};\quad l(t_0) - l_0 = 6\cdot10^{-3}\ м;$
$_0(1+\alpha\cdot t^0) - l_0 = 6\cdot10^{-3};\quad 12{,}5\cdot(1+1{,}2\cdot10^{-5}\cdot t^0) - 12{,}5 = 6\cdot10^{-3};$
$12{,}5 + 12{,}5\cdot1{,}2\cdot10^{-5}\cdot t^0 - 12{,}5 = 6\cdot10^{-3};\quad 12{,}5\cdot1{,}2\cdot10^{-5}\cdot t^0 = 6\cdot10^{-3}$
$t_0\,\frac{6\cdot10^{-8}}{12{,}5\cdot1{,}2\cdot10^{-5}};$
$t_0 = 40\ {}^0C$
Ответ: $t_0 = 40\ {}^0C$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Сделайте вывод, какие трудности возникли?</td></tr>
</table>

Обратить внимание детей на опасность при повышении температуры на железной дороге. Какая опасность? Где ещё может возникнуть опасность при расширении жидкости или тел при нагревании. Данное явление наблюдается в сферах: строительстве домов, дорог, на железной дороге и др.

Решение задач по физике. Слайд 16

Таблица 6

Задача по физике для обеих групп

1 группа Математика + физика	2 группа Физика + математика
Задача 3Ф одна для обеих групп	
Какую работу совершил одноатомный газ в процессе, изображенном на *pV*-диаграмме (см. рисунок)? 	
Решение: А газа равна площади фигуры под графиком процесса представленного в осях Давление – объём. А= $(0.2*10^5+0.05*10^5)/2*0.2=2500$ Дж Ответ: 2500 Дж	
Сделайте вывод, какие трудности возникли?	

Итог урока Учитель математики: ребята, дайте советы по решению прикладных задач (под запись). (Таблица 7).

Таблица 7

Рекомендации по решению задач

На что необходимо обратить внимание при решении задач прикладного характера В11: Не забывайте про единицы измерения, если это необходимо (переводим метры с сантиметры, наоборот и пр.) Не упускайте из виду, в каких единицах измерения требуется записать ответ (на пример, решив задачу, вы получили 0,5 часа, в условии сказано записать ответ в минутах, получается 30 минут; если запишите 0,5 – это ошибка и потерянный бал, хотя задача решена, верно).

Учитель: Так какая наука главнее физика или математика? (обе науки взаимосвязаны между собой, обе важны)

Вывод: делают обучающиеся.

Учитель физики: Дорогие ребята! Наш урок подходит к концу, и мы предлагаем вам по маршрутно-оценочным листам оценить свою деятельность на уроке.

Учитель математики: Мы благодарим всех выступавших перед нами. А я еще раз хочу обратить ваше внимание на тему нашего урока «Решение задач с физическим содержанием ». Таким задачам много внимания уделяется в экзаменационных заданиях и решение этих задач вызывает ряд затруднений, поэтому мы, сегодня уделили внимание именно заданиям такого вида».

10.Рефлексия

Ребята как вы думаете, нужны ли подобные уроки? Что полезного вы взяли из этого урока? Что понравилось? Что не понравилось?

11.Домашнее задание

Учащимся даётся задание решить остальные задачи срок 2 недели и найти в интернете в открытом банке заданий другие виды задач с физическим и математическим содержанием.

Интегрированный урок (математика + химия) на тему: «Решение задач на растворы»

Тема урока: Решение задач на растворы

Тип урока: обобщение и систематизация знаний.

Цели:

Личностные: формирование умения обрабатывать информацию; способствовать развитию мыслительных процессов: учащиеся анализируют опыт; формирование умения формулировать задачу; развитие памяти, аналитического и логического мышления.

Метапредметные: формирование умения планировать результат своей деятельности и оценивать процесс и результат своей учебной деятельности

Предметные: актуализировать понятие процента, массовой доли вещества и концентрации вещества, рассмотреть алгоритм решения задач на растворы, познакомить с приемами решения задач в математике и химии.

Планируемые результаты:

Личностные УУД: умение формулировать прикладную задачу на основе увиденного опыта, умение аккуратно и грамотно оформлять записи в тетрадь при решении задач; умение по критериям отличать прикладную задачу от псевдопрактических, умение решать прикладные задачи; умение рационально использовать рабочее время, адекватной самооценки.

Познавательные УУД: мировоззрения у учащихся за счет расширения представлений о решении прикладных задач, развить интереса у учащихся к предмету, за счет проведения параллели с жизнью посредством включения прикладных задач.

Регулятивные УУД: грамотная и логически выстроенная речь, как устную, так и письменную; мыслительная, а также творческая деятельность, посредством решения задач по данной теме.

Коммуникативные УУД: чувство ответственности, активности и дисциплинированности; умение выслушивать чужое мнение и адекватно реагировать на допущенные ошибки и замечания.

Методы обучения: деятельностный метод.

Деятельность учителей:

Планируют работу обучающихся заранее, осуществляют оперативный контроль, оказывают помощь, поддержку и вносят коррективы в их деятельность.

Таблица 8

Ход урока «Решение задач на растворы»

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Организационный момент		
Актуализация	Учитель химии: Наливаю в 2 хим. стакана воду, добавляю в оба одинаковое количество	

	сульфата меди. Что получилось? Из чего состоит раствор? Теперь добавим в один из стаканов ещё немного сульфата меди. Что стало с окраской раствора? Следовательно, чем отличаются эти растворы? Учитель математики: А с математической точки зрения, чем отличаются эти растворы? Учитель математики: Сегодня мы рассмотрим этот тип задач, но так как все они тесно связаны с химией, то мы и будем их рассматривать с позиций химии и математики. Вспомним, что такое растворы, поговорим об их значении в природе, жизни и деятельности человека. Вы ещё раз убедитесь, что те вещества, о которых пойдет речь в данной теме, очень важны в жизни, в необходимости изучения свойств этих веществ и действия их на организм. И поэтому все задания, все творческие сообщения ещё раз убедят вас в единстве природы, в необходимости познания её законов, в единстве всех школьных предметов	 растворы; из растворителя и растворенного вещества; он стал более насыщенным; разное процентное содержание вещества. Разное Слушают
Повторение основных понятий (устно)	Учитель математики - Что в математике называют пропорцией? -Сформулируйте основное свойство пропорции.	 равенство двух отношений; Основное свойство пропорции произведение крайних членов равно произведению средних членов

	- Выразить проценты в виде десятичных дробей: 19%, 5%, 40%. - Запишите в процентах десятичные дроби: 0.3; 0,25; 1,15. - Выразите в виде обыкновенной дроби: $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$; $7\% = \frac{7}{100}$. -Вычислите: 20 % от 70,10 % от 1,8; 6 % от 20; х % от 7; Учитель химии: – Что такое массовая доля растворенного вещества? – Вспомните формулу для вычисления массовой доли растворенного вещества и производные от нее – По какой формуле можно рассчитать массу раствора? -Какие растворы на нашей кухне и в домашней аптеке вы знаете?	Выполняют задания отношение массы растворенного вещества к общей массе раствора; $w = \frac{m(p.в)}{m(p-pa)}$; $m(p.в.) = m(p-pa) \cdot w$; $m(p-pa) = \frac{m(p.в)}{w}$; $m(p-pa) = m(p.в) +$ $+ m(p-ля)$; Уксусная кислота, перекись водорода
Фронтальная письменная работа	Задача №1 К 60 г. соли добавили 100 г. воды. Определите содержание соли в растворе (содержание соли в %). Задача №2	Решение задачи 1. - найдем массу всего раствора: 60+100=160 (г) - отсюда находим содержание соли в % 160 г. – 100%; 60 г. – х%, $x = \frac{60 \cdot 100}{160} = 37,5\%$ Ответ: в растворе 40% соли Решение задачи 2.

	К 200г. 20% раствору соли добавили 60г. соли. Найдите концентрацию раствора. Задача №3. К раствору, содержащему 40 г соли, добавили 200 г воды, после чего концентрация уменьшилась на 10%. Сколько воды содержал раствор и какова была его концентрация?	1) Находим массу соли в первом растворе: 200г. – 100%, х – 20%, $x=\frac{200\cdot 20}{100}=40\,г$ соли 2) Найдем всю массу соли: 40+60=100г. соли во всем растворе 3) Находим массу нового раствора: 200+60=260г. 4) Найдем % концентрацию соли в конечном растворе: 260 – 100%, 100 – у%, $y=\frac{100\cdot 100}{260}=38{,}46\%$ Ответ: в новом растворе содержимость соли будет 38,46%.
Самостоятельная работа	Задача №1 Найдите концентрацию всего раствора, если к 200(г) 40% раствору добавили 300(г) 50% раствора этого вещества.	Решение задачи удобно решать алгебраическим способом). 1. Найдем массу соли в каждом растворе: I раствор – 200(г) – 40% - - 200*0,40=80(г) соли . II раствор – 300(г) – 50% - 300*0,50=150(г) соли. Смесь: 500(г) - ? - 2. Найдем концентрацию всего раствора: 500(г) – 100% 230(г) - х-? $x=\frac{230\cdot 100}{500}=46\%$ -соли содержится в новом растворе Ответ: 46%

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Задача №2.
Нужно приготовить 25% раствор серной кислоты, смешав 76% и 15% растворы. Сколько надо взять каждого раствора?</td>
<td>Решение задачи 2.
Решение: «Конверт Пирсона»:
<table>
<tr><td>76%</td><td></td><td>10 ч</td><td>76%</td></tr>
<tr><td></td><td>25%</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>15%</td><td></td><td>51 ч</td><td>15%</td></tr>
</table>
Ответ:
10 частей – 76% раствора
15 частей - 15% раствора.</td>
</tr>
<tr>
<td>Раздаются карточки с заданиями для самостоятельного решения на дом</td>
<td>Задание дифференцированное, обучающиеся сами выбирают, первые 3 задачи легкие, последние 4 – посложнее.

К раствору, содержащему 40г. Соли, добавили 200г. воды, в результате чего концентрация уменьшилось на 10%. Сколько воды содержал раствор и каково его процентное содержание?
Имеется два раствора 30% и 3% перекиси водорода, нужно смешать их, чтобы получилось 12% раствор. Как их нужно взять в массовом отношении?
Если смешать 6 кг и 2 кг растворов серной кислоты разной концентрации, то получается 12% раствор кислоты. При смешивании двух одинаковых масс, тех же растворов, получается 15% раствор. Определить первоначальную концентрацию каждого раствора.
Сколько граммов воды и 6%-го раствора перекоси водорода надо добавить к 36 г 3%-го раствора перекиси водорода, чтобы
получить 54г 5%-о
раствора перекиси водорода?
:</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Подведение итогов</td>
<td>Учитель химии Посмотрите</td>
<td>Задачи на растворы; задачи</td>
</tr>
</table>

урока. Рефлексия	на содержание всех решенных сегодня задач. Что их объединяет? Действительно, во всех задачах фигурируют водные растворы; расчеты связаны с массовой долей растворенного вещества; и если вы обратили внимание, задачи касаются разных сторон нашего быта. Учитель математики: Посмотрите на эти задачи с точки зрения математики. Что их объединяет? При решении всех этих задач мы используем правило нахождения процента от числа. Рефлексия. «Сегодня на уроке я повторил…» «Сегодня на уроке я узнал…» «Сегодня на уроке я научился…» Смогли ли вы выбрать наиболее подходящий для вас способ решения? Будете ли вы использовать эти методы в дальнейшем и при решении заданий ЕГЭ? Свое настроение отметьте на полях тетради.	на проценты.

Интегрированный урок математика + экономика «Банковские операции: начисление простых и сложных процентов»

Тип урока: комбинированный

Цели:

Образовательная – усвоение формул простого и сложного процентного роста; устранение пробелов в знаниях учащихся по теме «Проценты»; закрепление методов работы с процентами; формирование умения оперировать экономическими терминами; формирование умений решать задачи практической направленности;

Развивающая – развитие логического мышления, интереса к предметам математики и экономики; развитие информационной культуры учащихся.

Воспитательная – воспитывать чувство ответственности за свои знания; способствовать формированию математической и экономической культуры личности (математически и экономически правильной устной и письменной речи).

Форма организации учебной деятельности: фронтальная, индивидуальная, парная.

Методы обучения: репродуктивный, частично – поисковый.

Средства обучения: раздаточный материал – задачи, тесты, кроссворд.

Ход урока

I. Организационный момент. (проверяем готовность к уроку, что должно быть на рабочих столах).

II. Целеполагание и мотивация.

1) инсценировка стихотворения Ш. Гамова «Три копейки на покупки»:

Маму в магазин провожает сын,
Три копейки ей дает:
— Вот! Купи мне самолет!
А еще ружье, лопатку, шоколадку.
Самосвал, тетрадки, краски,
Маски, Сказки и салазки!
Постарайся не забыть!
А на сдачу можно даже
И свистульку мне купить!

2)Беседа с учениками

Учитель экономики. Можно ли купить все, о чем просит мальчик, на 3 копейки?

Учитель экономики. Почему?

Ученики. Потребности большие, а денег мало.

Учитель экономики. Для удовлетворения потребностей денег обычно недостаточно, поэтому нужно думать о разумности и целесообразности решения, на что и как их потратить в первую очередь. Если деньги хранить не в шкатулке, а положить на счет в банк, то можно получить дополнительный доход. Как его получить? Почему банк имеет возможность вернуть вкладчикам денег больше, чем они отдали ему? Как выбрать банк, где наиболее выгодно вложить, а где брать заем?

Первое, о чем следует подумать — о надежности банка, возвратит ли он ваши деньги. Если банки надежны в равной степени, то вклад нужно поместить в тот банк, где вы получите более высокий процент. Заем же нужно брать в том банке, где за него придется меньше платить.

Для обеспечения достойного проживания в новых для России рыночных условиях каждый человек стремится больше узнать о существующих экономических закономерностях. Новые экономические отношения условно разделили россиян на две группы: одна занимает деньги у финансовых структур, а другая вкладывает деньги в финансовые структуры. С экономической точки знания речь идет о кредитной операции, самом распространенном виде финансовой сделки. Открытие сберегательного счета в банке, выпуск банком депозитных сертификатов, учет векселей, выдача банком кредита, организация паевых инвестиционных фондов — это примеры кредитных операций. Об особенностях финансовых операций взрослые имеют смутное представление, а молодежи эти знания необходимы. Очевидно то, что чем раньше подрастающее поколение поймет суть и начнет ориентироваться в сложных экономических вопросах, затрагивающих нас в повседневной жизни, тем увереннее оно будет чувствовать себя во взрослой жизни.

И сегодня наш урок посвящён теме: «Банковские операции: начисление простых и сложных процентов» (подписываем тему в тетради). Мы познакомимся с формулами простого и сложного процентного роста, закрепим умения оперировать экономическими терминами, будем учиться решать задачи практической направленности.

Учитель математики: с математической точки зрения, сегодня на уроке мы вспомним понятие процента и основные задачи на проценты, закрепим умения работать с формулами.

III. Актуализация.

Учитель математики:

Что такое процент?

Назовите различные обозначения процента(35%; 0,35; $\frac{35}{100}$)

Как появились проценты в нашей жизни и какую они играют роль нам расскажет …(доклад ученика)

Как найти процент от числа?

Решаем задачу № 1 (таблица 9) – ученик у доски.

Таблица 9

Задачи к уроку: «Банковские операции: начисление простых и сложных процентов»

1. В училище 17 преподавателей и 11 мастеров производственного обучения. Высшую категорию имеют 14% преподавателей и мастеров, первую категорию - 61%, вторую категорию–7%.Сколько человек имеют: 1) высшую категорию; 2) первую; 3) вторую; 4) не имеют категории? 2. Известно, что по итогам первого курса в нашей группе по производственному обучению 28 человек имело оценку «4» и «5», что составляет 11,7% всех ударников и отличников по производственному обучению в училище. Сколько человек в училище имеет оценки «4» и «5» по производственному обучению? 3. Сколько процентов составляют ударники от общего числа учащихся в училище, если ударников - 28 человек, а всего учащихся в училище - 270. 4. На счёт в банке положили 10 000 рублей. Банк начисляет по этому счёту 4% годовых. Найдите сумму, которая будет на счету через один год хранения? 5. Клиент положил на счёт в банке 1000 рублей. За оказание определённой

услуги сумма на счёте ежемесячно снижается на 5%. Через сколько месяцев эта сумма сократится:

а) до 800 рублей;

б) до 700 рублей;

в) до 400 рублей;

г) до 100 рублей?

6. Какая сумма будет на счете через 5 лет, если на него внесено 5000 руб. под 20% годовых?

7. За хранение денег сбербанк начисляет вкладчику 9% годовых. Вкладчик положил на счёт

10 000 рублей и решил в течение пяти лет не снимать деньги со счёта и не брать процентные начисления. Сколько денег будет на счёте вкладчика через год? Через два года? Через пять лет?

8.Задание на дом. Посетите операционный зал сбербанка и выпишите:

— виды вкладов;
— годовые процентные ставки по ним;
— срок наращения;
— минимальный взнос.
— составьте задачу и решите ее.

Как найти число по его процентам?

Решаем задачу №2 (таблица 9) - ученик у доски.

Как найти процентное отношение двух чисел?

Решаем задачу №3(таблица 9) - ученик у доски.

Назовите 1% от рубля

Назовите 1% от метра

1 кг – это 1% какой величины?

Учитель экономики: а сейчас послушаем доклад о происхождении банковской системы.

IV. Первичное усвоение учебного материала.

Учитель экономики.

Банки – огромное достижение цивилизации. В современной рыночной экономике банки находятся в центре всей хозяйственной жизни, выполняя следующие основные функции:

Сбор сбережений граждан для организации выгодного вложения этих сбережений в коммерческую деятельность.

Предоставление кредитов.

Помощь организациям и гражданам в организации платежей за товары и услуги.

Создание новых форм денег для ускорения и облегчения платежей (чек, вексель кредитная карта)

Купля и продажа ценных бумаг.

Рассмотрим, на каких условиях банки осуществляют кредитование.

Принципы кредитования.

Срочность. Кредиты выдаются на строго определённый срок. Банки используют для кредитования средства, переданные им на хранение вкладчиками (депозиты). Собственные средства, как правило, составляют 13-26%. За просрочку платежа банк может подать в суд, либо берёт штраф за каждый день просрочки.

Возвратность. Кредит должен быть возвращён. Для соблюдения этого принципа банки оценивают заёмщиков, их способность вернуть кредит, делают экономический анализ их деятельности.

Гарантированность. Чтобы защитить себя и вкладчиков от потерь, наряду с анализом кредитоспособности заёмщика, банки придумали ещё один способ подстраховки. Они стали требовать с заёмщика доказательств наличия у него собственности, которая может быть продана, чтобы обеспечить возврат кредита.

Целенаправленность. Заёмщик указывает, на какие цели берётся кредит.

Платность. Банки осуществляют кредитование ради платы, которая берётся с заёмщика. Эта плата называется процент за кредит или ссудный процент. Устанавливается эта плата обычно в процентах к сумме кредита и в расчете на один год использования заёмных средств.

Часть этой платы уходит на выплату процентного дохода владельцам сбережений, а часть остаётся самим банкам и составляет доход банка, называемый «маржой».

Конкретный размер «ссудного процента» зависит от спроса и предложения, от срока, на который выдаются деньги, от процентных ставок банков – конкурентов.

Учитель математики.

Задача 4. На счет в банке положили 10000 р. Банк начисляет по этому счету 4% годовых. Найдите сумму, которая будет на счету через один год хранения?

Таблица 10

Краткая запись задачи

Первоначальный капитал, руб	P	10 000
Процентная ставка	i	0,04
Прибыль, руб.	$P{\cdot}i$	$10\,000{\cdot}0{,}04$
Конечный капитал	$k = P(1 + i)$	$10\,000{\cdot}(1 + 0{,}04)$

Формула $k = P(1 + i)$ дает возможность решать три типа задач на денежные расчеты (нахождение P, i, k).

Сколько денег будет в конце второго года хранения, если теперь процент начисляется на новую сумму, находящуюся на счету?

$k = k(1 + i) = P(1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^2$.

— Сколько денег будет в конце третьего года хранения?

$k = k(1 + i) = P(1 + i)(1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^3$.

— Сколько денег будет в конце n-го года хранения?

$k = P(1 + i)^n$.

— Мы вывели с вами *формулу сложных процентов*.

— Что напоминает полученная формула?

Возрастающую геометрическую прогрессию.

— Чему равны в этой прогрессии первый член и знаменатель?

$b = P$, $q = 1 + i$.

Учитель экономики.

$(1 + i)^n$— множитель наращения сложных процентов, а процедура наращения называется *капитализацией процентов*.

— Что означают параметры *P, i, n* в полученной формуле?

P — начальный капитал;

I — процентная ставка прибыли за определенный промежуток времени; *n* — число промежутков времени.

Учитель экономики.

Наряду с формулой сложного процентного роста, существует формула простого процентного роста:

$k = P(1 + ni)$,

где параметры *P, i, n* имеют тот же смысл, что и в формуле сложного процентного роста;

$1 + in$— множитель наращения простых про- центов.

— В чем состоит отличие формулы простого процентного роста от формулы сложного процентного роста?

В формуле простого процентного роста процент берется каждый раз от одного и того же числа *P*.

V. Осознание и осмысление учебного материала, систематизация знаний и умений.

Учитель экономики.

Рассмотрим применение формул на конкретных, часто встречающихся на практике задачах. Решим следующую задачу.

Задача 5. Клиент положил на счет в банке 1000 руб. За оказание определенной услуги сумма на счете ежемесячно снижается на 5%. Через сколько месяцев эта сумма сократится:

а) до 800 руб.;

б) до 700 руб.;

в) до 400 руб.;

г) до 100 руб.?

Учитель экономики.

Это задача на простой процентный рост, но так как процентная ставка снижается, то перед слагаемым in должен стоять знак «минус».

Формула примет вид

$k = P(1 - in)$.

— Что означают параметры в формуле и чему они равны?

P — начальный капитал, он составляет 1000 рублей;

i— процентная ставка, она равна 0,05;

k — конечный капитал;

n — число месяцев.

— Что нужно найти в задаче?

Число месяцев n.

Учитель математики.

Выразим из этой формулы n:

$$k = P(1 - in), k = P - Pin, n = \frac{P-k}{Pi}$$

Решение.

$$а)\ n = \frac{1000-800}{1000 \cdot 0{,}05} = 4\ мес.; \quad в)\ n = \frac{1000-400}{1000 \cdot 0{,}05} = 12\ мес.;$$

$$б)\ n = \frac{1000-700}{1000 \cdot 0{,}05} = 6\ мес.; \quad г)\ n = \frac{1000-100}{1000 \cdot 0{,}05} = 18\ мес.;$$

Учитель экономики.

Следующая задача.

Задача 6. Какая сумма будет на счете через 5 лет, если на него внесено 5000 руб. под 20% годовых?

Решение. Это задача на сложный процентный рост, который задается формулой $k = P(1 + i)^n$.

— Что означают параметры в формуле и каково их значение?

P — начальный капитал, он равен 5000 руб.;

I — процентная ставка; составляет 0,2;

K — конечный капитал;

N — число лет хранения суммы равно 5.

Итак, $k = 5000 \cdot (1 + 0{,}2)^5 = 5000 \cdot 2{,}48832 = 12\,441{,}6$ руб.

Задача 7. За хранение денег сбербанк начисляет вкладчику 9% годовых. Вкладчик положил на счет 10000 р. и решил в течение пяти лет не снимать деньги со счета и не брать процентные начисления. Сколько денег будет на счете вкладчика через год? через 2 года? через 5 лет?

Решение.

Учитель математики.

Способ I (математический).

— Сколько рублей составляют 9% от 10000 рублей?

$10000 \cdot 0{,}09 = 900$ руб.

— Сколько денег окажется на счете через один год?

$10000 + 900 = 10900$ руб.

— Сколько рублей составляют 9% от 10900 рублей?

$10900 \cdot 0{,}09 = 981$ руб.

— Сколько денег окажется на счете через два года?

$10900 + 981 = 11881$ руб.

Учитель экономики.

Способ II (экономический). Это задача на сложный процентный рост. Воспользуемся формулой

$k = P(1 + i)^n$,

где P — начальный капитал — 10000 рублей;

i — процентная ставка — 0,09;

k — конечный капитал;

n — число лет — 1 год; 2 года.

При $n = 1$

$k = 10000(1 + 0{,}09) = 10\,000 \cdot 1{,}09 = 10900$ руб.;

при $n = 2$

$k = 10\,000(1 + 0{,}09)^2 = 10\,000 \cdot 1{,}09^2 = 11881$ руб.

Для случая $n = 5$ конечный капитал вычислите самостоятельно.

$k = 10\,000(1 + 0{,}09)^5 = 15\,386{,}24$ руб.

VI. Применение знаний и умений.

Работа в парах.

1) А сейчас давайте сменим вид деятельности и немножко поиграем в экономическое лото.

Цель игры: повторить основные банковские термины.

Условия игры: разложить на прямоугольники правильные ответы.

Первые три пары, верно выполнившие задание получают оценку «5».

Таблица 11

Лото

1) Организация, торгующая деньгами	4) Плата за кредит	7) Доход банка
2) Денежный вклад в банк	5) Долгосрочный кредит для покупки жилья	8) Соглашение между банком и заёмщиком
3) Вид банковских денег	6) Собственность заёмщика, которую он передаёт в распоряжение банка в виде гарантии возврата кредита	9) Одалживание денег банком

Ответы:1) Банк; 2) Депозит; 3) Чек; 4) Процент; 5) Ипотека; 6) Залог; 7) Маржа'; 8) Договор; 9) Кредит.

2) Заполните кроссворд (приложение № 1)

VII. Проверка уровня усвоения знаний и умений.

Выполнение теста (приложение № 2)

VIII. Информация о домашнем задании.

Учитель экономики:

1)Посетите операционный зал сбербанка и выпишите:

— виды вкладов;

— годовые процентные ставки по ним;

— срок наращения;

— минимальный взнос.

Составьте задачу и решите ее.

2) Составить кроссворд, используя как можно больше экономических терминов.

IX. Рефлексия.

Учитель экономики.

Ответьте, пожалуйста, на *вопросы*.

Что узнали на уроке?

Что позволяют узнать формулы простого и сложного процентного роста?

Как называется величина $1 + in$? $(1 + i)^n$?

В чем состоит отличие формулы простого процентного роста от формулы сложного процентного роста?

Как называется процедура наращения процентов?

Какие способы используются при решении задач, связанных с банковскими операциями?

Какой способ наиболее рациональный?

Учитель математики.

Кого сегодня на уроке мы можем отметить как активного ученика?

Закончите предложение (на листочке с тестом, с другой стороны): « Сегодня на уроке я научился (научилась) …»

Закончите предложение: « Сегодня на уроке мне ….».

Оценки на уроке:

За доклады; За тест; За работу на уроке; За кроссворд (первые три пары); За экономическое лото (первые три пары)

Интегрированный урок математики и биологии в 11 классе (2 часа)

Тема: Математика и здоровье.

Цель: 1. Формирование мотиваций к здоровому образу жизни у учащихся а так же личностного убеждения в том, что помощи в приобретение здоровья ждать неоткуда и не от кого, а для сохранения его нужны собственные усилия

2. Показать, как с помощью математических расчётов можно следить за состоянием своего здоровья.

3. Научить, пользоваться медицинским оборудованием для измерения массы тела, роста и давления.

Оборудование: индивидуальные карточки, медицинские карточки, медицинские весы, ростомер, сантиметровые ленты, тонометры, секундомер.

Ход урока.

Учитель биологии. Здоровье – одна из несомненных ценностей человека. В документах всемирной организации здравоохранения говорится, что здоровье это не только отсутствие болезней и физических дефектов, а состояние полного физического, духовного и социального благополучия».

Оно формируется под влиянием сложного комплекса внутренних факторов н внешних воздействий. Наверное, сейчас трудно найти абсолютно здорового человека среди нас. Каждый носит в себе не одно заболевание, а целый комплекс. Древние мудрецы знали, что болезни - единственный способ, которым природа может напомнить человеку о необходимости жить, в согласии с ней. Правда, мы до сих пор относимся к себе, как лётчик

испытатель к самолёту, который надо проверить на прочность и предельными нагрузками. И только когда неполадки в организме становятся явными, мы начинаем интересоваться своим здоровьем.

Существует немало способов оценить своё здоровье. Самый обычный – пройти медицинское обследование на современной аппаратуре. Но это довольно дорогое удовольствие. К тому же такая диагностика проводится, как правило, по показаниям, то есть обследуются те органы и системы, которые вызывают опасение. А хотелось бы получить представление о физическом состоянии всего организма.

Учитель математики. Оказывается это можно сделать самостоятельно с помощью математических формул. Это удивительно! В своё время великий математик Пифагор и его ученики были уверены, что мир построен на силе чисел. Они считали число тем инструментом, которым пользовался Создатель, чтобы упорядочить хаос и определить для каждой вещи и каждого существа их природу и судьбу. И вот сегодня с помощью чисел и формул вы выразите своё физическое состояние и сравните его с показаниями нормы.

Ведь очень важно как можно раньше выяснить нарушения и предупредить заболевание.

Учитель биологии. Индикатором хорошего здоровья являемся нормальное

количество жировой ткани. Но когда жировые накопления начинают «выпирать» тут и там и портят вашу фигуру, берегитесь! Это опасный сигнал, который служит предупреждением, что пора решительно браться за дело.

1.Идеальный вес.

Учитель математики. Известно, что лишний вес является причиной многих болезней, в том числе сердечно-сосудистых, желудочнокишечных, обменных нарушений. Очень важно контролировать свой вес. А как?

Контролировать свой вес можно с помощью индекса, вычисленного по формуле:

X= P/M

где X индекс массы тела, P - рост в см, M - масса тела в кг.

(Дв ученика у доски измеряют на медицинских приборах свои вес и рост и делают і расчеты на доске по формуле с использованием полученных результатов.) ***Самостоятельная работа.*** *Ученики в классе работают со своими медицинскими карточками и определяют индекс массы тела*

Учитель, математики. Индексы в пределах 2,3 - 2,8 соответствуют нормальному весу, а в пределах 2,5 — 2,6 — идеальному. При более высоких и более низких показателях возрастает риск заболеваний и преждевременного старения.

Можно использовать и другую формулу для определения индекса.

$\mathbf{x = м/ р^2}$

В том случае, индекс, приблизительно равный **2**1, может считаться идеальным. Дома, используя данную формулу, самостоятельно рассчитаете индекс массы, и сравнит полученные данные с предыдущими.

2. *Параметры фигуры.*

Учитель биологии. Толстая бесформенная фигура может не только расстроить здоровье. Она может лишить вас чувства собственного достоинства. Своим телом надо гордиться, а не стыдиться его. Чувство собственного достоинства также необходимо духовной жизни, как здоровая пища - телу. А вот современные красавицы стремятся к параметрам 40 - 60 - 00 (первая цифра объём груди, вторая - талии, третья - бёдер). Эти цифры говорят о моде на хрупкое телосложение, но не являются показателями здоровья.

О нарушении здоровья свидетельствуют избыточные жировые отложения. Физиологи различают два вида жировых отложений - но мужском)' типу («яблоко») и по женскому («груша»). При форме «яблоко» жир откладывается в области талии, при форме «груша»- в области бёдер и ягодиц. По мнению многих врачей, те, чья фигура имеет форму «яблока», гораздо более подвержены риску инфаркта, чем те, у кого она в форме груши.

Учитель математики. Определить тип жировых отложений помогут простые вычисления с использованием формулы:

$\mathbf{у=о_т/о_Б}$

То есть, окружность талии надо разделить на окружность бёдер.

(Два ученики у доски, используя сантиметровую ленту, измеряют друг другу окружность бедер и талии, и ученики на местах, *работая в парах, производят те же измерения.)*

Если полученное число более 1 (то есть талия шире, чем бёдра), значит, ваше тело имеет форму «яблока». Если менее единицы **1**, значит, оно имеет форму «груши». У мужчин соотношение этих двух окружностей должно быть не более 0,95. у женщин – не более 0,8.

Учитель биологии. Если хотите быть энергичными, молодыми, полными энтузиазма, огня и страсти, берегите свою фигуру и сохраняйте чувство собственного достоинства! Создавайте своё тело, как скульптор лепит статую или художник пишет картину. Оно должно быть выражением всего самого лучшего, что есть у вас. Проявите характер и тогда излишки жиров не задержаться в вашем теле. А в чём же надо проявить характер? Об этом расскажут нам.

(Сообщение ученика)

Наша талия – это наша жизнь.

Если у нас лишний вес, мы заигрываем со старостью, позволяя клеткам старости накапливаться в организме. Чтобы сохранить фигуру молодой, каждый должен проявить заботу о своём здоровье. При избыточном весе надо или увеличить физическую нагрузку, или уменьшить количество потребляемой пищи, или то и другое одновременно! Не надо успокаивать себя, что с годами люди полнеют. Если мы совершим эту ошибку, то старость придёт намного раньше. Одолеют болезни. Первая излишняя полнота - смертельный враг. Она часто приходит как вор в ночи, тихо и без предупреждения. Иногда опасность замечаем слишком поздно. Но надо бороться! И первое, что нужно сделать - настроить свой мозг на мысль, что мы действительно хотим иметь нормальный вес. Это труднее, чем кажется, так как ум старается оправдать избыточный вес. Например, мы говорим себе «Я отношусь к полному типу людей, и для меня естественна полнота». Или «Я ем очень мало, а остаюсь полным». Последнее может быть и правдой, но главное что мы едим, а несколько. Ум должен быть хозяином тела. Плоть бессловесна и слаба, она часто требует жирной, сладкой и крахмалистой пищи. Надо сказать телу, что ум - его абсолютный хозяин. Быть в этом Твердым! Ради собственного здоровья следует отказать себе в употреблении вредных продуктов.

Леность – вредная привычка. Сидеть очень много – вредно для здоровья.

Ежедневно надо находить один – два часа для активной физической деятельности. Самое простое – это быстрая ходьба. Именно она приводит в движение большую часть тела. Чтобы в этом убедиться, во время ходьбы надо крепко взять себя за талию, и мы почувствуем, как внутренние органы отвечают на каждый шаг, как работают все основные мышцы. Ежедневно мы должны проходить несколько километров. Но нормальный вес должен быть достигнут естественным путём, и в дальнейшем постоянно поддерживаться.

Применение лекарств от ожирения может быть более опасным, чем само ожирение.

3.Крепость ***телосложения.***

Учитель математики. Телосложение может быть крепким, хорошим, средним, слабым. Как определить этот показатель? Для этого воспользуемся данными роста, веса и обхвата груди в момент выдоха. *(Медсестра одному ученику* ***измеряет*** *обхват груди, остальные ребята работают в парах на месте.)* Зная данные измерений, воспользуемся формулой:

Z = P-(M+ Or)

Где Х – индекс крепости телосложения, Р – рост в см, М – масса тела в кг, Ог – обхват груди в см. Индекс менее 10 оценивается как показатель крепкого телосложения, от 10 до 20 – как хорошего, от 21 до 25 – как среднего, от 26 до 35 – как слабого, более 36 – как очень слабого.

(Сообщение ученика)

Здоровые тело и разум.

Здоровое тело творит здоровый разум. Однако наоборот не бывает - здоровый разум не сотворит здоровое тело. Здоровый человек редко бывает несчастным, но едва - ли больной человек будет радоваться жизни. Чтобы получить от жизни максимум удовольствия, надо начать с тела. Счастье сильно зависит от той заботы, которую мы проявляем по отношению к нашему телу. Через гармонию тела проявляется торжество духа. Умственная ясность имеет сугубо физическую основу и чистотой живых тканей достигается более высокий уровень здоровья. Кто занимается культуризмом или бодибилдингером, или просто качки наращивают себе мышечную массу, применяя анаболики и занимаясь интенсивными тренировками. Это не прибавляет здоровья. Анаболики вредны для организма, такие препараты относят к наркотическим. Излишние перегрузки могут нарушить деятельность сердечно - сосудистой системы. Известны случаи со смертельным исходом. Нужно чётко помнить, ничего не даётся «просто так», сила не берётся «ниоткуда». Хорошо известный нам киноактёр Сталлоне, имея хорошо развитую мускулатуру, не является здоровым человеком, за своими плечами он имеет целый комплекс заболеваний. Тренировать своё тело ради здоровья необходимо, но делать это надо разумно.

3. Состояние сердечно-сосудистой системы.

(Сообщение медсестры «Человек и его сердечно-сосудистая система»)

Учитель математики. В каком состоянии находится сердечно-сосудистая система, помогает определить индекс кровоснабжения. Чтобы произвести необходимые расчёты, надо знать своё обычное артериальное давление, измерить частоту пульса и определить пульсовое давление. *(Ребята работают в парах, измеряют друг другу артериальное давление, а у доски одному из ребят измеряет давление медсестра. После того как у всех было измерено давление и подсчитан пульс, вместе с учителем приступают к расчётам).*

Пульсовое давление – это разница между верхним (систолическим) и нижним (диастолическим) давлением. Индекс фактического кровоснабжения рассчитывается по формуле Стара:

ИКф = (100 + 0,5ПД -0,6ДЦ - 0,68) ЧП : М

Где ИКф - фактический индекс кровоснабжения, ПД - пульсовое давление, ДД - диастолическое давление, В - возраст, ЧП - частота пульса, М -

масса тела. По формуле Старра определили, какое количество крови притекает к 1кг массы тела человека за 1 минуту. Если у человека нет врождённых сердечно - сосудистых заболеваний, по этому показателю можно определить его биологический возраст, а он иногда довольно существенно отличается от паспортного.

Учитель биологии. Как же можно определить свой биологический возраст? Для этого воспользуемся таблицей (таблица 10).

Таблица 12

Таблица соотношений биологического возраста и должного индекса кровообращения

Возраст, года	ИКд мл/кг в мин
1–10	144–89
10–20	89–73
20–30	73–65
30–40	65–57
40–50	57–52
50–60	52–44
60–70	44–46
70–80	46–47
80–90	47–48

Как пользоваться таблицей?

Пример. Исходя из этой таблицы, в 40 лет ИК должен соответствовать 57 мл/кг в мин. А если он составляет 51,4 мл/кг мин. Это говорит о том, что сердечно - сосудистая система постарела на 10 лет, её состояние соответствует 50 летнему возрасту. А теперь посмотрите, какой ИКд должен соответствовать вашему возрасту.

Учитель математики. Насколько же ухудшилось ваше кровообращение по сравнению с нормой? Это тоже можно вычислить по формуле:

$И_к$ = ИКф : ИКд 100 %

100% - 90% = 10 % Следовательно, кровоснабжение ухудшилось на 10 % Это показатель преждевременного старения организма.

Учитель биологии. Долголетие – это сохранение сосудов: «Человек настолько стар, насколько постарели его сосуды» Как-то сэр Вильям Ослер, известный канадский преподаватель медицины и писатель, заметил: «Человек 28–29 лет может иметь такие же видоизмененные артерии, как 60-летний, а 40-летний – как 80-летний старец». При рождении мы получаем сердце с чистыми артериями, а наши порочные привычки в жизни приводят к их дегенерации. Если каждый будет заботиться о своём сердце и сосудах, то жизнь будет долгой и счастливой.

4. Состояние сосудов.

Учитель биологии. Индекс периферического сопротивления сосудов (ИПС) тоже очень важен. Он позволяет определить, каким образом сердечно - сосудистая система обеспечивает кровообращение.

Учитель математики. Рассчитывается индекс по формуле Пуайзеля:

$$\textbf{ИПС} = (\text{АД}_{ср\ ф}.\ \text{ИК}_{Д}) : (\ \text{ИК}_{ф}\ \text{АД}_{ср\ д})\ 100\%,$$

Где АД ср. ф- фактическое среднее артериальное давление; ИКд - индекс кровоснабжения, соответствующий возрасту; ИКф - фактический индекс кровоснабжения; Ад ср. д. – среднее диастолическое давление соответствующее возрасту (см. таблицу).

Таблица 13

Средние показатели диастолического артериального давления мм/рт.ст.

Возраст (лет)	АД ср. д.
3–7	70
7–12	74
12–16	76
16–19	78
20–29	80
30–49	85
50–59	90
60 и старше	95

АД ср.ф. определяется по формуле: **АД ср. ф. = ДД + 1/3 ПД** Результаты расчётов ИК и ИПС говорят о том, за счёт чего поддерживается на должном уровне артериальное давление. (ИПС - ИК) - показатель сопротивляемости сосудов.

Учитель биологии. Вывод по данным расчётам можно сделать такой. Так как наша сердечно-сосудистая система способна к саморегуляции, а её обеспечивают работа сердца и сосудов. То наилучший вариант саморегуляции – средний, при котором нормальное артериальное давление поддерживается нормальным соотношением между работой сердца (ИК) и тонусом сосудов (ИПС). В этом случае оба показателя соответствуют 100% Если же ИК больше 100%, то это сердечный тип саморегуляции – не идеальный, но более предпочтительный, чем сосудистый. Если ИК менее 100%, то этот тип саморегуляции сосудистый, он говорит о том, что артериальное давление поддерживается на должном уровне за счёт сопротивления сосудов. В этом случае сердце испытывает повышенную нагрузку, что может привести к развитию сосудистой формы гипертонии.

(Сообщение ученика)

Здоровый образ жизни

Природа от рождения одаривает всех нас хорошим здоровьем, но мы не смеем правильно распорядиться этой ценностью. Здоровье любого человека зависит от того, какой образ жизни он ведёт, то есть от здорового образа жизни. Что же такое здоровый образ жизни – это искусство жить в ладу с Природой. Физическая жизнь связывает нас с особой частью Вселенной, в которой мы живём и которую называем Землёй. Мы связаны с Матерью Землёй через пищу, которую едим, через воду, которую пьём, воздух, которым мы дышим, а также через солнце с его всеохватывающей энергией. Конечно, можно сказать, что сейчас воздух испорчен, вода отравлена, а пища содержит большое количество ядов и всё это отражается на здоровье. Это действительно так. Но, тем не менее, правильное питание и физическая активность лежат в основе здорового образа жизни. Кроме того, в основе здорового образа жизни лежат ещё и нравственные принципы. Согласно оздоровительной системе йогов человек, прежде всего, должен справиться со своими пороками в поведении и мышлении, соблюдать правила: не причинять окружающим вреда; быть правдивым и искренним; не присваивать чужого; быть умеренным во всём; избегать накопительства.

Соблюдать правила, значит: любить людей, бороться с пороками, а не с их носителями; не допускать оскорблений, ругани, лжи, клеветы. Если правда в словах может огорчить человека, слова заменить помощью; избавиться от зависти и прочих пороков; тренировать и закаливать тело; поддерживать спокойное настроение; расширять кругозор.

И только выполняя все эти условия можно достичь полного физического и духовного совершенства.

Итог урока

Учитель математики. Сегодня каждый из вас с помощью математических расчётов определил физическое состояние своего организма. Пифагор считал: всё, что можно сосчитать или хотя бы соотнести с числом несёт в себе светлое, доброе, здравое начало. Напротив, то, что не поддаётся счёту, является источником хаоса, зла, несчастья, в том числе и болезнен. А может он и прав.

Учитель биологии. Сегодня вы узнали слабые стороны своего организма. И если есть отклонения, то, наверное, их можно ещё исправить. Известный врач академик Амосов говорил: «Чтобы быть здоровым, нужны собственные усилия, постоянные и значительные. Заменить их нельзя ни чем. Человек столь совершенен, что вернуть здоровье можно с любой точки его упадка. Только необходимые усилия возрастают по мере старости и углубления болезней». И ещё одно из его высказываний: «Чаще всего человек- болеем от лени и жадности». Сегодня вы становитесь на жизненный перекрёсток.

Пойдёте ли вы по пути наименьшего сопротивления, который может вас привести к преждевременному старению, или, приняв программу жизни, заберётесь на ясную вершину здоровья. Если вы хотите долго жить, начните вести правильный образ жизни.

Интегрированное обучение обладает следующими преимуществами:

- способствует развитию научного стиля мышления учащихся;

- даёт возможность широкого применения учащимися естественнонаучного метода познания;
- формирует комплексный подход к учебным предметам, единый с точки зрения естественных наук взгляд на ту или иную проблему, отражающую объективные связи в окружающем мире;
- повышает качество знаний учащихся;
- повышает и развивает интерес учащихся к предметам;
- формирует у учащихся общие понятия физики, математики, информатики; обобщённые умения и навыки: вычислительные, измерительные, графические, моделирования, наблюдения, экспериментирования,— которые вырабатываются согласованно;
- формирует убеждение учащихся, что они могут изучать с пониманием более сложные вещи в сравнении с теми, которые предлагаются в учебнике;
- • расширяет кругозор учащихся, способствует развитию творческих возможностей учащихся, помогает более глубокому осознанию и усвоению программного материала основного курса физики, математики, информатики на уровне применения знаний, умений, навыков в новых условиях;
- приобщает школьников к научно-исследовательской деятельности.

2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы

Опытно-экспериментальная часть исследования проводилась на базе МБОУ «Новосолянская СОШ № 1» с. Новая Солянка Рыбинского района Красноярского края в 11 классе.

Для проверки своей гипотезы мы спланировали эксперимент.

В классе 18 учащихся. На уроках математики обучающиеся делятся на 2 группы: базовый уровень подготовки и профильный уровень подготовки. Эксперимент проводился на профильном уровне подготовки, который посещают 12 человек. Цель эксперимента заключалась в том, чтобы выяснить, как будет способствовать повышению качества математической подготовки учащихся, формированию метапреметных и личностных образовательных результатов интегрированные уроки по математике.

Мы выделили метапредметные качества обучающихся, которые формировали у обучающихся 10–11 классов в процессе обучения математике:

— умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности;

— самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность;

— умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

— готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников [ФГОС СОО, 2012].

Данные качества оценивались инструментарием для оценки метапредметных результатов (приложения 5-10). Диагностики были проведены до проведения интегрированных уроков и после проведения.

Умение самостоятельно определять цели деятельности оценено по приложению 5 (рис. 3).

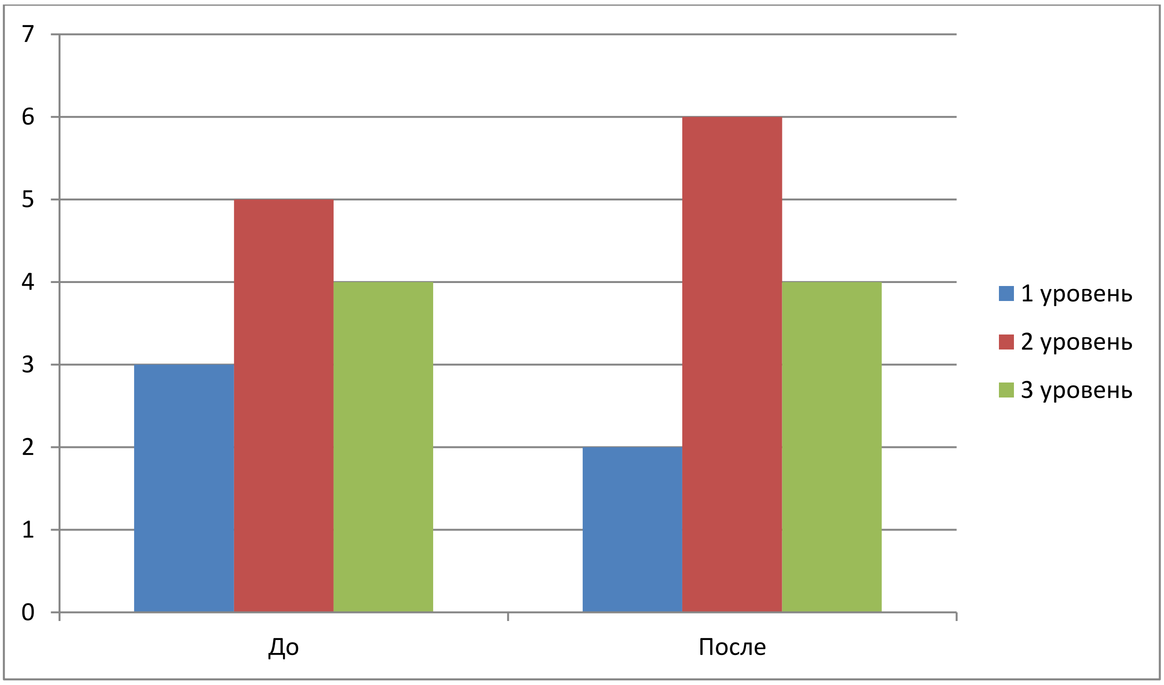


Рис. 3. Умение самостоятельно определять цели деятельности

I уровень (низкий) – не может сказать, чему учился на уроке, цель заданий видит в получении конкретного результата ответа, не может отделить задания, способ выполнения ко-торого еще не знает.

II уровень (средний) – удерживает, помнит УЗ урока, выполняет действия, способ выполнения которого не знаком, но не может сформулировать на этой основе новую УЗ и опре-делить свои возможности в ее решении, определяет цель задания, как овладение способом действия.

III уровень (высокий) – может сформулировать УЗ, определить собственные возможности в ее решении.

Умение самостоятельно составлять планы деятельности - оценено по приложению 6 (рис. 4).

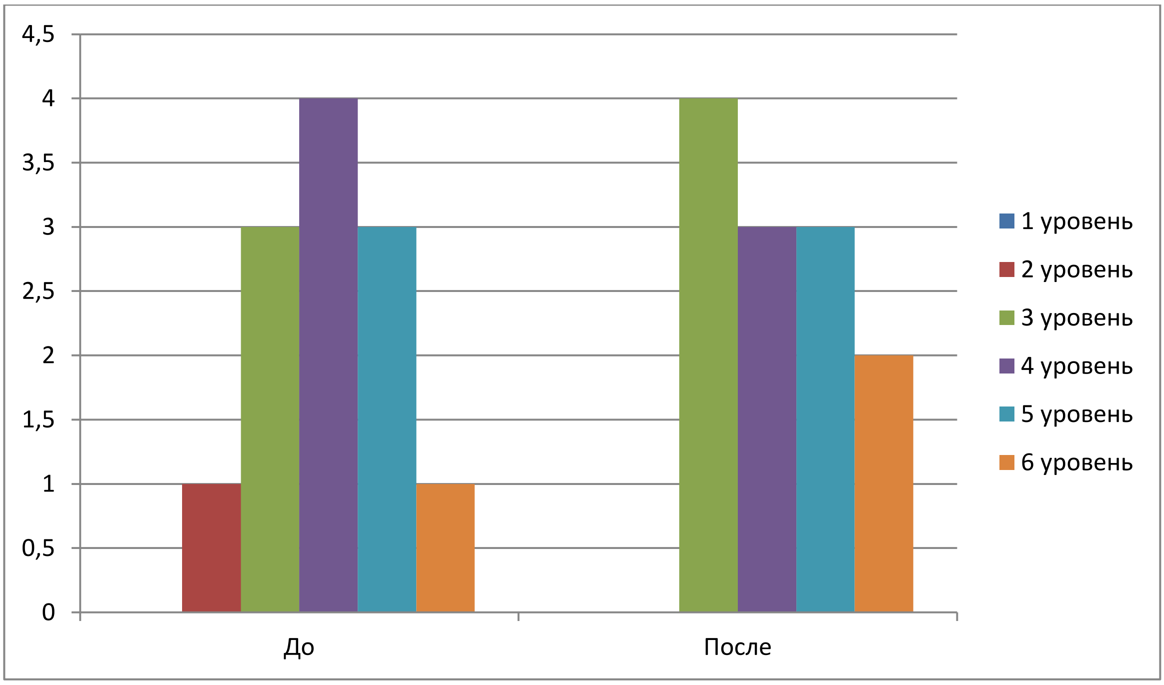


Рис. 4. Умение самостоятельно составлять планы деятельности

Номенклатура уровней, указанных в рисунке:

I – очень низкий (отсутствие действия)

II – низкий

III – базовый (средний)

IV – повышенный (выше среднего)

V – высокий

VI – очень высокий

Самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность – приложение 7. Оценивалось с двух позиций – контроль процесса и результата решения учебной задачи и оценивание как определение меры продвижения в решении учебной задачи. Результаты вы можете увидеть на диаграмме 5.

Умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты – оценивалось в ходе групповой работе учащихся по приложению 8. Результаты представлены на рис. 6.

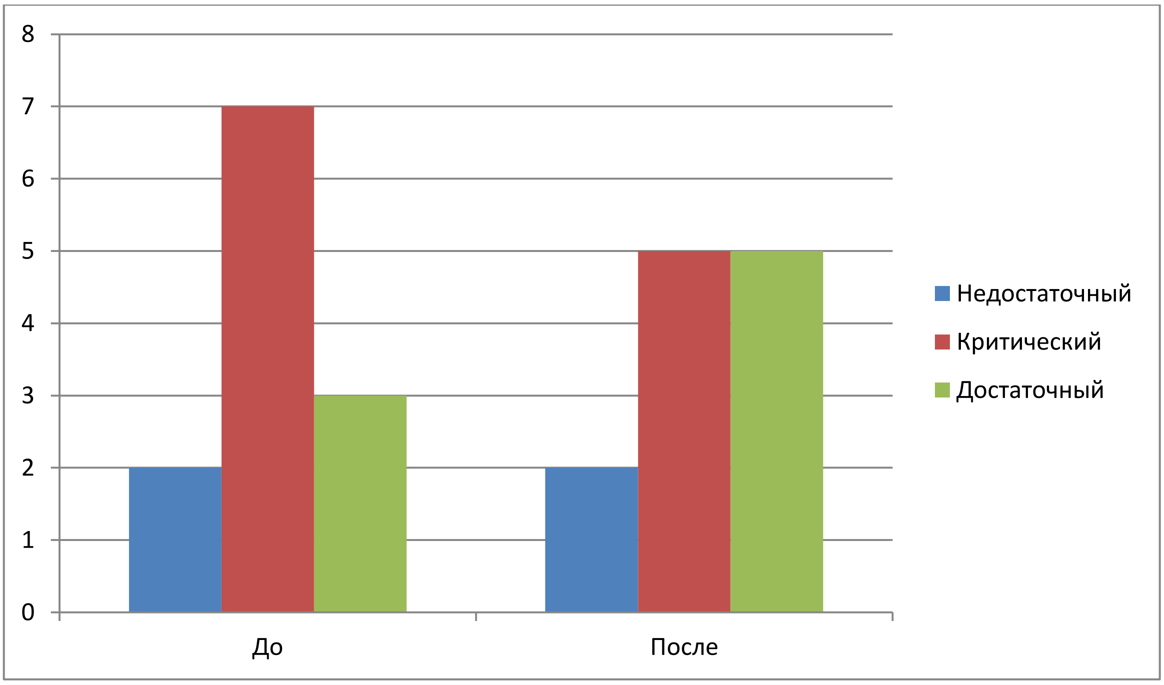


Рис. 6. Уровни коммуникативных результатов

Готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников – оценивалось по приложению 8 (рисунок 7).

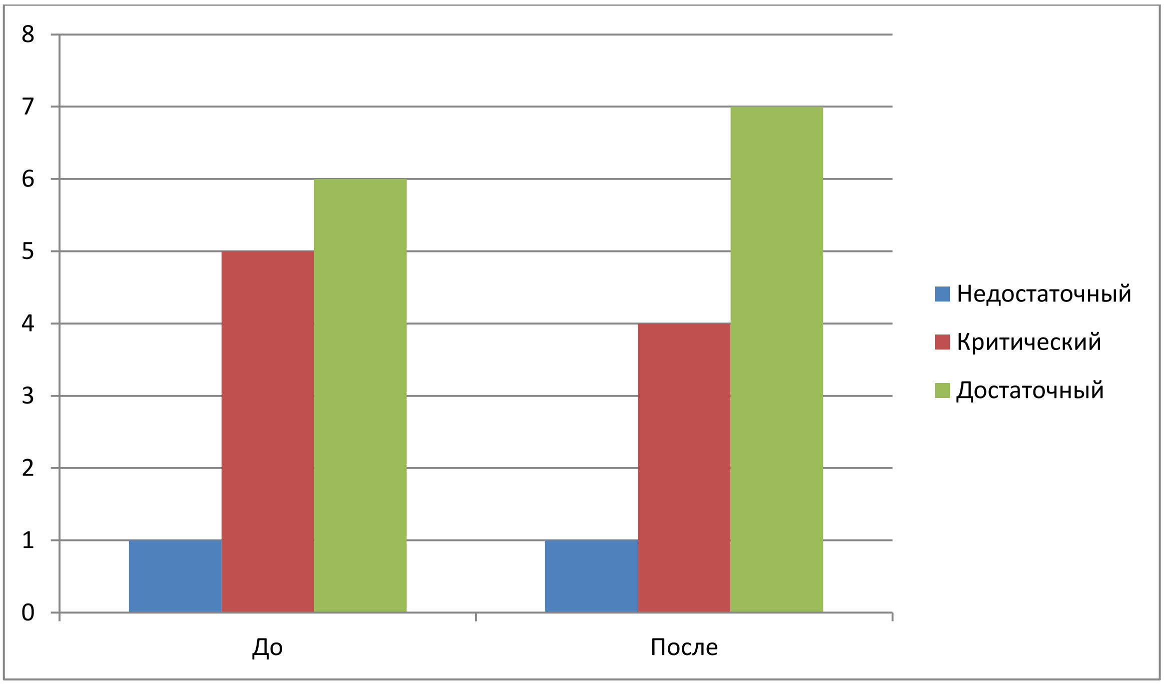


Рис. 7. Уровни сформированности умений, позволяющих преобразовывать информацию

Анализируя полученные результаты можно сделать вывод о повышении выделенных метапредметных результатов.

Для того чтобы выяснить, повысит ли интерес к математике решение прикладных задач, был проведен эксперимент. Данный эксперимент проводился в три этапа:

1) Определение первоначального отношения к предмету.

2) Проведение 5 занятий по решению прикладных задач.

3) Определение отношения к предмету после проведения экспериментальной работы.

На первом этапе в целях определения первоначального отношения к предмету был проведен анонимный опрос.

1. Что изучает математика?
2. В каких дисциплинах используется математика?
3. Нравится ли вам математика?
4. Нужен ли вам в дальнейшей жизни, по вашему мнению, предмет математика?
5. Где пригодится математика?

Нас интересовали ответы на 2–5 вопросы, и мы провели анализ опроса респондентов. На второй вопрос 67 % учащихся ответили: «физика», 29 % ответили – «физика, экономика» и 4% респондентов ответили: «физика, экономика, химия».

На третий вопрос 31% учащихся ответили – «да» и 69% ответили, что им предмет математика не нравится.

На 4 вопрос получились следующие результаты: 79% ответили – да нужен, 21% – нет.

На 5 вопрос 63 % ответили – в институте, 3% – на ЕГЭ, 4% - в жизни; 6% – в выбранной профессии, 24% – нигде.

Анализируя, полученные данные мы сделали вывод, что большинство учащихся не видят прикладного значения математики и считают, что этот предмет пригодится им только в институте.

При проведении 2 этапа нашего эксперимента, мы подобрали задачи из химии, физики, экономике и биологии, а также задачи из жизни. После проведения 1 занятия мы попросили учащихся найти по 3 задачи использования математики в жизни, в раз-ных профессиях. И предложили подготовить доклад на дополнительную оценку: ис-пользование математики в профессиях.

Затем мы провели повторный опрос. И получили следующие результаты:

2 вопрос 100 % учащихся ответили: «физика, экономика, химия, биология».

3 вопрос 42% учащихся ответили – «да» и 58% –«нет».

4 вопрос получились следующие результаты: 79% ответили – «да, нужен», 21% –«нет».

На 5 вопрос 55 % ответили – «в институте», 3% –«на ЕГЭ», 13% –«в жизни»; 17% – «в выбранной профессии», 11 % – «нигде не понадобится».

Из полученных результатов можно сделать вывод, что при применении практико-ориентированных задач на уроках математики у учащихся повышается интерес к предмету, формируются метапреметные образовательные результаты.

Выводы по главе 2

Нами было разработаны содержание интегрированных уроков и конспекты для учителя.

Экспериментальная часть исследования показала, что у учащихся повысился интерес к предмету, применение интегрированных уроков способствует формированию метапредметных образовательных результатов.

Заключение

Введение метапредметных связей считается весьма нужным, что нашло свое отражение в педагогических исследованиях. Значимость метапредметных компетенций для образовательного процесса описана в работах М. А. Пинской, Н.Л. Галеевой, Г.А. Васьковской, и рядом других авторов. Они отмечают, что федеральный государственный образовательный стандарт должен быть направлен на достижение главной цели образования - социализации личности, а в основе этого лежит метапредметная деятельность. В основе современного урока должна лежать деятельность, которая подготовит ученика к жизни в обществе - не просто продемонстрирует его знания, а научит взаимодействию с различными сферами окружающего мира.

В ходе работы были изучены требования федерального государственного образовательного стандарта личным, метапредметным и предметным результатам обучения. Были рассмотрены подходы к формированию метапредметных результатов обучения.

Мы разработали интегрированные уроки по математике и физики, биологии, химии. Также нами подобран комплекс прикладных задач с использованием производной, которые могут использоваться при подготовке интегрированных уроков. В задачах используется профессиональная лексика, даны необхо-димые определения и справочный материал.

При проведении интегрированных уроков был сделан вывод о том, что уровень метапредметных результатов школьников возрос, также увеличился уровень мотивации учащихся.

Проведенное нами исследование и полученные результаты позволяют утверждать, что поставленная цель и задачи магистратской диссертации были достигнуты. Гипотеза была подтверждена частично; для более полного подтвержде-ния необходимо продолжить дальнейшую экспериментальную работу. Проводить интегрированные уроки по математике необходимо и целесообразно.

Перспективы дальнейшего исследования данной проблемы видится в разработке методического обеспечения интегрированных уроков, в том числе на основе использования цифровых образовательных ресурсов и компьютерных сред.

Библиографический список

1) OECD (2013), PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy, OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en.

2) XIX Международная конференция по народному образованию 1956 Рекомендация «Обучение математике в средней школе» [Электронный ресурс]. URL: http://www.math.ru/conc/olddocs/1968-unesco.htm (дата обращения 08.06.2018).

3) Андрющенко Н. Н. ФГОС-II — основа модернизации российского образования. [Электронный ресурс] URL: http://knmc.kubannet.ru/node/976(дата обращения: 26.05.2016).

4) Арнольд В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели. [Электронный ресурс] URL: http://optlas.ifmo.ru/docs/Математика/Арнольд%20В.И/Арнольд%20В.И.%20%20Жесткие%20и%20мягкие%20математические%20модели.pdf (дата обращения: 12.05.2016).

5) Багачук А.В., Шашкина М.Б. Введение в научную деятельность студентов: учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2013 [Электронный ресурс]. URL: http://elib.kspu.ru/document/8055 (дата обращения 01.10.2015).

6) Багачук А.В., Шашкина М.Б. Основы организации математической исследовательской деятельности учащихся: монография / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2014.

7) Багачук А.В., Шашкина М.Б. Профильное исследование. Математика в жизни: учебное пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2015.

8) Балыхин Г.А., Бердашкевич, А.П. Володина Н.Б., Исаев С.Н., Комаров С.А. Самарин К.А., Сафаралиева С.Г. О Концепции профильного

обучения на старшей ступени общего образования // Аналитический вестник. 2010 № 14 [Электронный ресурс] URL: http://iam.duma.gov.ru/node/8/4564/15674 (дата обращения: 19.05.2018).

9) Болтянский В.Г. Математическая культура и эстетика // Математика в школе.1982. №2. С. 40–43.

10) Болтянский В.Г., Пашкова Л.М. Проблема политехнизации курса математики. // Математика в школе, 1985, №5. С. 6–8.

11) Виленкин Н.Я. и др. Задачник по курсу математического анализа. М.: Просвещение, 2010. с. 422.

12) Виленкин Н.Я. и др. Математический анализ. Введение в анализ. М.: Просвещение, 2009. с. 348.

13) Володарский В.Е. Физические задачи на уроках математики // Математика в школе. 1976. № 4. С. 18–26.

14) Гельфанд М.Б., Берман В.П. Упражнения межпредметного характера к теме «Производная» // Математика в школе. 1979. №2. С. 24–31.

15) Гладко М. Метапредметные результаты обучения по ФГОС. Что это такое? [Электронный ресурс]. URL: http://pedsovet.su/fgos/6528_metapredmetnye_rezultaty_obucheniya (дата обращения 07.06.2018).

16) Громыко Н.В., Громыко Ю.В. Сценирование в мыследеятельностной педагогике // «Пушкинское слово».- М., 2003.- С. 114-125.

17) Давыдов Н.А. и др. Сборник задач по математическому анализу. М.: Просвещение, 2009.

18) Дорофеев Г.В. Применение производных при решении задач в школьном курсе математики // Математика в школе. 1980. №5. С. 28–30.

19) Дорофеев Г.В., Кузнецов Л.В., Седова Е.А. Алгебра и начала анализа. 10 класс. М.: Дрофа, 2012. 267 с.

20) Иванова Е.О., Осмоловская И.М., Шалыгина И.В. Содержание образования: культурологический подход//Педагогика.2005.№1.С. 13–19.

21) Киселева А.П. Алгебра. 8-10 класс. В 2 ч. Ч.2. учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Физматлит, 2005. 248 с.: ил.

22) Ковалева Г.С., Красновский Э.А., Краснокутская Л.П., Краснянская К.А.. Результаты международного сравнительного исследования PISA в России [Электронный ресурс]. URL: https://vo.hse.ru/data/2015/04/24/1095309163/114-156_Kovaleva%26al_Pisa.pdf (дата обращения: 10.06.2018).

23) Колягин М.Ю., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. 1985. №6. С. 27–32.

24) Колягин Ю.М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. М.: Просвещение, 2010. 336 с.

25) Колягин Ю.М. Профильное обучение: проблемы и перспективы// Газета «Математика». 2005. № 8. С. 17–21.

26) Концепция профильного обучения 2002 г [Электронный ресурс] URL: http://www.mccme.ru/edu/oficios/standarty/profil.doc (дата обращения: 19.05.2018).

27) Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: минобрнауки.рф/документы/3894 (дата обращения 20.05.2018).

28) Кузнецов А.А., Пинский А.А., Рыжаков М.В., Филатова Л.О. Профильное обучение. Ответы на вопросы (для общеобразовательных учреждений). М.: Русский журнал, 2004.

29) Кульневич С. В., Лакоценина Т.П. Современный урок. Часть I: Научно-практич. пособие. Ростов-н/Д: Изд-во "Учитель", 2004. - 288 с.

30) Метапредметный урок: методические рекомендации для учителей общеобразовательных школ, студентов направления «Педагогическое образование» / авт.-сост. С. В. Галян. – Сургут: РИО СурГПУ, 2012. - 83 с.

31) Метапредметный урок: первые шаги. – 2011. [Электронный ре-

сурс]. URL: http://www.ug.ru/archive/40759

32) Монахов В.М., Фирстов В.Е. Условие и факторы формирования концепции модернизации российского образования // Педагогика.2014. №1. С. 24–36.

33) Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч.1. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень). М.: Мнемозина, 2007. 287 с.: ил.

34) Морозов Д. Н. Средства и приемы реализации межпредметных связей в процессе преподавания учебной дисциплины «Инженерная графика» // Молодой ученый. 2015. №3. С. 817-819.

35) Мышкин А.Д. О прикладной направленности школьного курса элементов математического анализа // Математика в школе. 1990. №6. С. 7–11.

36) Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. М.: Просвещение,2009.464 с.: ил.

37) Новые педагогические и информационные технологи в системе образования / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеев, А.Е. Петров; под ред. Е.С. Полат. М.: Академия, 2002. 250 с.

38) Основные понятия педагогики высшей школы, глоссарий, 2004 г. [Электронный ресурс]. URL: http://didacts.ru/dictionary/1004 (дата обращения 1.05.2018).

39) Основные результаты международного Исследования PISA-2015 [Электронный ресурс]. URL: http://36edu.ru/DocLib3/Docs/PISA2015.pdf (дата обращения: 10.06.2018).

40) Отчет о результатах методического анализа результатов ЕГЭ по математике (профильный уровень) в Красноярском крае в 2015 году [Электронный ресурс]. URL: http://cok.cross-edu.ru/wp-content/uploads/2015/08/Отчёт-ЕГЭ_математика_профильная_2015.pdf (дата обращения 07.06.2016).

41) Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Сластенин В.А., Исаев И. Ф., Шиянов Е. Н. и др.; под ред. Сластенина В.А. М.: Академия, 2002. - с.210.

42) Перельман Я.И. Как сделать изучение геометрии интересным и жизненным? // Математика в школе. 2008 г. № 3.

43) Петров В.А. Производная в посылке // Математика в школе. 2010. № 4. С. 36–38.

44) Подласый И.П. Педагогика. Новый курс: Учебник для студ. вузов: В 2 кн. / И.П. Подласый. – М.: ВЛАДОС, 1999. – Кн.1: Общие основы. Процесс обучения. – 576с

45) Поллак Х.О. Как мы можем научить приложениям математики? // Математика в школе. 1971. № 2.

46) Примеры решения задач с производными. [Электронный ресурс]. URL: http://www.webmath.ru/primeri_reshenii/derivative.php (дата обращения: 13.05.2014).

47) Профильное обучение: вопросы и ответы // Математика. 2006. №14.С.2–9.

48) Распоряжение Правительства РФ №2506-р от 24 декабря 2013 г. «Концепция развития математического образования в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. URL: минобрнауки.pdf (дата обращение: 24.03.2018).

49) Рутман Л.М. Проверим практикой // Математика в школе. 1988. № 5.С. 14.

50) Рушель Р.О попытках введения профильной дифференциации в русской школе в XIX–начале XX века // Математика. 2006. №14.С.16–18.

51) Рыб К.А., Бодряков Н.О. Физические задачи на экстремум функции // Математика в школе. 1993. № 3. С. 15–20.

52) Семенов А.Л. Состояние и перспективы математического образования в России [Электронный ресурс]. URL:

http://federalbook.ru/files/FSO/soderganie/Tom%209/IV/Semenov.pdf (дата обращения: 12.06.2018).

53) Семушкин Т.З. Чукотка [Электронный ресурс] URL: http://detectivebooks.ru/book/6531136/?page=25 (дата обращения 11.06.2018).

54) Смирнова И.М. Исторические аспекты дифференциации обучения // Математика. 2000. № 44.С.1–8.

55) Соболев С.Л. Судить по конечному результату // Математика в школе. 1984. №1. С. 15–19.

56) Телеева Е.В, Качалова Л.П., Качалов Д.В Педагогические технологии. – Шадринск, 2003.

57) Терешин Н.А. Сборник задач по математике для средних сельских профтехучилищ. М., 1974.

58) Тетерина Ж.С. Интегрированный урок как средство обучения математике в современной школе// Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы II Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2017 г.. С. 228-231.

59) Тетерина Ж.С. Интегрированный элективный курс «Производная вокруг нас» в профильном обучении математике // Современные технологии и инновации в педагогической системе образования. 2016.С. 35–41.

60) Тетерина Ж.С. Организация модульного обучения математике в профильной школе // Материалы конференции «Молодежь и наука XXI века». 2015. С. 147–152.

61) Тетерина Ж.С. Проблемы реализации профильного обучения математике// // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. № 9. Часть 1. Материалы международной научно-практической конференции «Молодежный форум: технические и математические науки», г. Воронеж, 9–12 ноября 2015 г. С. 356–360.

62) Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Рассказы о прикладной математике. М.: Наука, 2010.

63) Третьяков П.И., Сенновский И.Б. Технология модульного обучения в школе: Практико-ориентированная монография. М.: Новая школа, 2001. 352с.

64) Тюменева Ю.А., Александрова Е.И., Шашкина М.Б. Почему для российских школьников некоторые задания PISA оказываются труднее, чем для их зарубежных сверстников: экспериментальное исследование // Психология обучения. 2015. № 7. С. 5–23.

65) Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования [Электронный ресурс]. URL: https://минобрнауки.рф/документы/2365 (дата обращения 07.06.2018).

66) Федеральный закон об образовании в Российской Федерации от 29.12.2012 № 273-ФЗ [Электронный ресурс]. URL: минобрнауки.рф/документы/2974 (дата обращения 20.05.2018).

67) Федорец Г.Ф. Межпредметные связи в процессе обучения. – М.: Наука, 1985.

68) Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / под ред. А.Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2010. – 159 с.

69) Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. Учебн. пос. для учителей и студентов педвузов и колледжей. М.: Школьная Пресса, 2002. 208 с.

70) Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача // М., 1982. Ч.1.

71) Хуторской А.В. Метапредметный подход в обучении: Научно-методическое пособие. — М.: Издательство Института образования человека, 2012. — 150 с.

72) Хуторской А.В. Определение общепредметного содержания и ключевых компетенций как характеристика нового подхода к конструированию образовательных стандартов. Вестник Института образования человека – 2011. – №1. [Электронный ресурс]. URL: http://xn--h1am1a.xn--

p1ai/journal/2011/Eidos-Vestnik2011-103-Khutorskoy.pdf (дата обращения 10.06.2018).

73) Шашкина М.Б., Багачук А.В. Педагогическое исследование: учебное пособие. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2014 [Электронный ресурс]. URL: http://elib.kspu.ru/document/12257(дата обращения 20.05.2018).

74) Шашкина М.Б., Табинова О.А. О качестве математической подготовки в школе и вузе // Математика в школе. 2014. №4. Электронное приложение. №1.

75) Шкерина Л. В., Григорьева Ф. А., Ракуньо Ф. Формирование метапредметных умений учащихся в процессе обучения математике [Электронный ресурс]. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-metapredmetnyh-umeniy-uchaschihsya-v-protsesse-obucheniya-matematike (дата обращения 10.06.2018).

76) Юцявичене П. Теория и практика модульного обучения. Каунас: Швиеса, 1989, 272с.

77) Якименко, М.Ш., Шашкина, М.Б. О профильном и базовом уровнях изучения математики в школе // Математика в школе. 2014. № 8. Электронное приложение № 2.

78) Яковлев Б.П., Гейнц Л.В. Сущность и задачи профильного обучения и предпрофильной подготовки в современной системе образования// Современные наукоемкие технологии. 2008. №6. С. 86–88.

79) Ященко И.В., Семенов А.В., Высоцкий И.Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2017 года по математике [Электронный ресурс]. URL: http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1509023556/matematika_2017_.pdf (дата обращения 10.06.2018).

Приложения

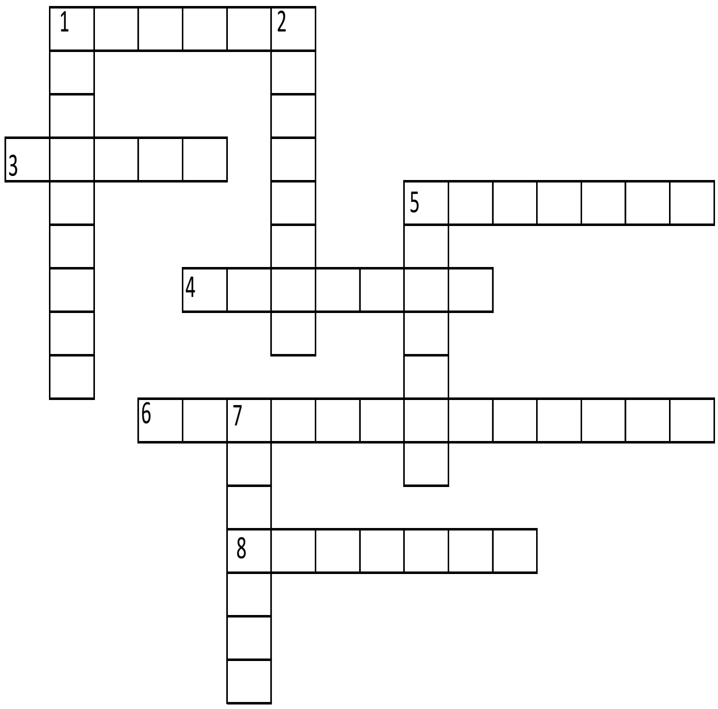
Приложение 1

Кроссворд

По горизонтали: **1.** Деньги, взимаемые государством на его нужды у граждан и организаций. **3.** Событие, которое разрушает, убивает, грабит людей, но может служить пополнению казны. **4.** Печатание денег. **5.** Сотая часть числа. **6.** Процесс присоединения начисленных процентов к сумме. **8.** По формуле

$\boldsymbol{k = P(1 + i)^n}$ вычисляются … проценты.

По вертикали: **1.** Какая бывает финансовая инспекция? **2.** Когда цены растут, деньги обесцениваются — это называется ... . **5.** Превышение доходов над затратами. **7.** По формуле $\boldsymbol{k = P(1 + ni)}$ вычисляются … проценты.



Приложение 2

Тест к уроку по теме:

«Банковские операции: начисление простых и сложных процентов»

Вариант – 1

1. Найдите, сколько составляют 9% от 12,5

а) 112,5 б) 1,125 в) 11250

2. Сколько процентов составляет 80 рублей от 200 рублей?

а) 40% б) 250% в) 60%

3. Указать функции центрального банка

а) осуществляет выпуск наличных денег;

б) действует как «банк банков»;

в) играет роль «банкира правительства»;

г) регулирует денежно – кредитные операции;

д) приём депозитов;

е) предоставление ссуд;

ж) организация расчётов между гражданами и организациями;

з) купля и продажа ценных бумаг.

4. Какие общие условия выдачи кредита?

а) срочность;

б) выгодность;

в) безвозмездность;

г) бессрочность;

д) гарантированность;

е) целенаправленность;

ж) платность;

з) возвратность.

5. Ссудный процент - это…

а) цена, уплачиваемая за оформление банковских документов;

б) цена, уплачиваемая за пользование ссудой;

в) уровень инфляции;

6. Вкладчик открыл счет в банке, внеся 10 000 р. на вклад, годовой доход по которому

составляет 10%. Какая сумма будет лежать на его счете через два года? (формула сложных процентов)

а) 1 000 р. б) 11 000 р. в) 12 100 р. г) 12 000р.

Ответы к тесту

Вариант – 1:

1б; 2а; 3а, б, в, г; 4а, д, е, ж, з; 5б; 6в.

Приложение 3

В связи с внедрением в методику математики идеи математических компетенций повышается интерес к задачам с практическим содержанием, которые появились даже на ЕГЭ и стали называться контекстными задачами. Это, в свою очередь, актуализирует поиск негромоздких и содержательных в математическом отношении прикладных задач, под которыми мы понимаем контекстные задачи из реальной практики.

В данном разделе приводятся 35 задачи на применение производной. В задачах используется профессиональная лексика, даны необходимые определения и справочный материал. Данные задачи можно использовать при подготовке интегрированных уроков по математике.

Производная в посылке

Приведем 4 задачи, составленные на основе правил почтовой связи, которые, оказывается, строго регламентируют форму и размер посылок. Две из этих задач почти традиционны для школьной практики, две другие приводят к исследованию функции от двух переменных, что, однако, можно свести к последовательному исследованию функций от одного переменного. При изложении мы будем опираться на высказанные в статье соображения о методике постановки, прикладных математических задач. Ответы приводятся с округлением до целых.

1. *Каким может быть наибольший объем бандероли в форме рулона?*

Решение. В правилах почтовой связи указано, что у бандероли в форме рулона «сумма ее длины и двойного диаметра» не должна быть больше 104 см, а любое измерение должно находиться в пределах от 10 до 90 см. Так как рулон достаточно близок к форме цилиндра, то мы приходим к отысканию цилиндра наибольшего объема среди цилиндров, диаметр основания (d) и высота (h) которых принадлежат отрезку [10; 90], а $h+2d \le 104$/

Пусть x– радиус основания цилиндра. Ясно, что в случае наибольшего объема бандероль будет иметь наибольшие возможные габариты, т.е. будет выполняться соотношение $h + 4x = 104$. В таком случае объем цилиндра

$$V = \pi h x^2 = 4\pi\left(26x^3 - x^3\right), \quad 5 \le x \le 45.$$

Найдем производную: $V' = 4\pi x\left(52-3x\right)$. На отрезке [5; 45] она обращается в нуль в точке $x_0 = \dfrac{52}{3}$ – и при переходе через нее меняет знак с плюса на минус. Это означает, что при таком значении x функция V достигает наибольшего значения на рассматриваемом отрезке, причем $V_{\max} = 4\pi \dfrac{2704\cdot 26}{9\cdot 3} \approx 32721 \quad \left(см^3\right)$.

2. *Каким может быть наибольший объем бандероли в форме коробки?*

Решение. В правилах почтовой связи находим, что сумма длины, ширины и толщины такой бандероли не должна выходить за 90 см, каждое измерение не должно превосходить 60 см, а длина и ширина не могут быть меньше 148 и 105 миллиметров соответственно.

Задача сводится к отысканию параллелепипеда наибольшего объема среди параллелепипедов (назовем их подходящими), измерения *x, y, z* которых (в миллиметрах) удовлетворяют условиям:

$$x + y + z = 900, \quad 148 \le x \le 600,$$
$$105 \le y \le 600, \quad z \le 600 \quad .$$

Рассмотрим вначале подходящие параллелепипеды с фиксированной высотой h. В этом случае $z = h$ (константа),

$$y = 900h - x, \quad V = h(900 - h - x)x,$$
$$148 \le x \le 600.$$

С помощью производной легко находим, что наибольший объем будет при $x = \frac{1}{2}(900 - h)$. Так как в таком случае $y = x$, то получается параллелепипед с квадратным основанием.

Рассмотрим теперь подходящие параллелепипеды с квадратным основанием ($y = x$). В этом случае

$$z = 900 - 2x, \quad V = x^2(900 - 2x),$$
$$148 \le x \le 600 \quad .$$

С помощью производной находим, что наибольший объем будет при x=300.

Итак, наибольшей по объему будет кубическая бандероль с ребром 30 см. Ее объем 27 000 см^3.

3. *Какой наибольший объем может иметь международная посылка в форме рулона?*

Справка. В правилах почтовой связи сказано, что любое измерение международной посылки не должно быть больше 105 и меньше 11 см, а «сумма длины и периметра наибольшего поперечного сечения не более 200 см», предельная масса 20 кг.

Решение. Задача сводится к отысканию цилиндра наибольшего объема среди цилиндров, радиус основания (x) и высота (h) которых (в сантиметрах) удовлетворяют условиям: $11 \le 2x \le 105, 11 \le h \le 105, \ 2\pi x + h \le 200$Задача приводит к исследованию функции $V = \pi x^2(200 - 2\pi x)$ на промежутке $\left[\frac{11}{2}; \frac{105}{2}\right]$. С помощью производной находим, что наибольшее значение достигается при $x = \frac{200}{3\pi}$ и оно равно примерно 94 314 *см*^{3} .

4. *Можно ли послать международной посылкой в форме коробки 5 кг пенопласта?*

Решение. Сначала найдем максимально возможный объем такой посылки. Пусть z — ее длина, x и y — другие измерения (в сантиметрах), V — объем. Тогда периметр ее поперечного сечения $2x + 2y$, $V = xyz$, где согласно приведенной выше справке $2x + 2y + z \le 200,\ 11 \le x \le 105$. Рассуждая так же, как и при решении задачи 2, получим, что наибольший объем достигается при $x = y = \frac{100}{3},\quad z = \frac{200}{3}$ и приблизительно равен 74 074 *см*^{3}=0,074 *м*^{3}.

С помощью справочников или интернета находим, что плотность самого тяжелого пенопласта 45 *кг/м*^{3} Значит (поскольку 0,074 *м*^{3} 45 *кг/м*^{3} = 3,3 *кг*), в международную посылку в форме коробки нельзя загрузить и 4 *кг* пенопласта.

Похимичим

Рассмотрим несколько задач из книги по химической технике.

5. *Требуется найти концентрацию кислорода в газовой смеси, содержащей азот, при которой реакция окисления азота будет идти с максимальной скоростью.*

Решение. Как известно из курса химии, скорость реакции выражается формулой

$$v = kx(100 - x)^2, \quad 0 < x < 100,$$

где x — концентрация кислорода (в процентах от объема), k — некоторая константа. Найдем производную:

$$v' = k(100 - x)(100 - 3x).$$

Видим, что имеется единственная критическая точка $x_0 = \frac{100}{3}$ на интервале (0; 100). При переходе через x_0 производная меняет знак с плюса на минус. Согласно правилу 2, функция v достигает в точке x_0 наибольшего на рассматриваемом интервале значения. Искомая концентрация 33,3%.

6. *Какой сектор нужно вырезать из круга (см. рис. 8), чтобы из оставшейся части получился конический фильтр наибольшей вместимости?*

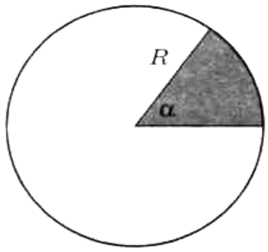


Рис. 8. Сектор круга

Решение. Пусть α — угол, определяющий сектор, $x = 2\pi - \alpha$, r— радиус

$$2\pi r = Rx, \quad r = \frac{Rx}{2\pi}, \quad h = \sqrt{R^2 - r^2},$$

основания, h — его высота, V— объем. Тогда $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{R^3 x^2}{24\pi^2}\sqrt{4\pi^2 - x^2}$

$$(0 < x < 2\pi).$$

Исследуем функцию

$$f(x) = \left(\frac{24\pi^2}{R^2}\right)^2 V^2(x) = x^4(4\pi^2 - x^2).$$

Найдем производную:

$$f'(x) = 2x^3(8\pi^2 - 3x^2) = \frac{2}{3}x^3\left(\pi\sqrt{\frac{8}{3}} + x\right)\left(\pi\sqrt{\frac{8}{3}} - x\right).$$

Видим, что у нас одна критическая точка

$$x_0 = \pi\sqrt{\frac{8}{3}},$$

При переходе через которую, производная меняет знак с плюса на минус. По правилу 2 функция f достигает здесь наибольшего значения. То же будет и с функцией V.

Ответ: $\alpha = 66^0$.

Среди долин

7. *Водопойные желоба для коров в полевых условиях иногда делают из трех одинаковых досок (рис. 9). Под каким углом а следует сбивать доски, чтобы получить желоб наибольшей вместимости?*

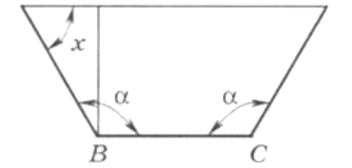


Рис. 9. Водопойные желоба

Решение. Наибольшую вместимость будет иметь желоб с наибольшим поперечным сечением. Поперечное сечение — равнобедренная трапеция. Если ширина досок а (AB = BC = CD = a),то площадь трапеции

$$S(x) = a^2(1+\cos x)\sin x \quad \left(0 < x \le \frac{\pi}{2}\right).$$

Найдем производную функции S:

$$S'(x) = a^2(1+\cos x)(2\cos x - 1).$$

Замечаем, что на рассматриваемом промежутке производная существует и обращается в нуль только при $x = \frac{\pi}{3}$, причем слева от этой точки производная положительна, а справа отрицательна. Значит, согласно правилу 2, функция V достигает при $x = \frac{\pi}{3}$ наибольшего значения на рассматриваемом промежутке. Зная оптимальное значение x, найдем искомое значение α .

Ответ: 120°.

8. *Снижения затрат энергии на пахоту прицепным плугом можно в определенной степени достичь правильным выбором направления силы тяги плуга в продольно-вертикальной плоскости. Такое снижение будет наибольшим в том случае, когда направление силы тяги совпадает с направлением (будем называть его оптимальным) наименьшей по модулю силы (приложенной к плугу), достаточной для того, чтобы сдвинуть стоящий на земле плуг, преодолевая силу трения. Найти оптимальное направление силы тяги прицепного плуга, считая, что коэффициент трения стали о почву* $\mu = 0{,}5$.

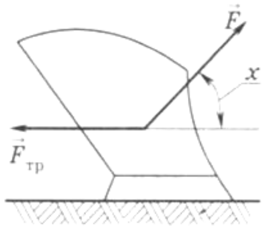


Рис. 10. Прицепной плуг

Решение. Пусть к плугу (рис. 10) приложена сила тяги $\vec{F}$, образующая с горизонтальной плоскостью угол x. Из курса физики известно, что

$$\left|\vec{F}_{тр}\right| = \mu\left|\vec{N}\right|,$$

где $\vec{F}_{тр.}$ — сила трения, а $\vec{N}$ — сила давления плуга на почву, причем $\left|\vec{N}\right| = \left|m\vec{g}\right| - \left|\vec{F}\right| \cdot \sin x.$

Сила $\vec{F}$ сдвинет плуг, если модуль ее горизонтальной составляющей будет больше $\left|\vec{F}_{тр}\right|$, т. е. если будет выполняться соотношение

$$\left|\vec{F}\right|\cos x - \delta = \mu\left(\left|m\vec{g}\right| - \left|\vec{F}\right|\sin x\right),$$

где $\delta > 0$. Отсюда находим, что

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{\mu\left|m\vec{g}\right| + \delta}{\cos x + \mu \sin x} \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right).$$

Модуль силы $\vec{F}$ будет наименьшим при таком x из промежутка $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ при котором знаменатель $f(x) = \cos x + \mu \sin x$ примет наибольшее значение. Найдем производную функции *f*:

$$f'(x) = (\mu - tgx)\cos x.$$

Замечаем, что производная обращается в нуль только в одной точке $x_0 = arctg\mu$ из рассматриваемого промежутка, причем производная слева от точки x_0 положительна, а справа отрицательна. Значит, функция *f* достигает наибольшего, а $\left|\vec{F}\right|$ наименьшего значения при

$$x_0 = arctgx\mu = arctg\frac{1}{2} \approx 26^0 30'.$$

Заметим, что конструкция прицепа тракторного плуга не позволяет обеспечить оптимальное направление силы тяги (под углом 26°30'), но все же на практике рекомендуется по возможности приближаться к этому направлению.

<u>В лесу родилась елочка</u>

Очищенный от сучьев ствол спиленного дерева (хлыст) лесозаготовители делят по длине на части (кряжи или бревна). Эта операция называется раскряжевкой хлыстов. В дальнейшем из качественных бревен на лесопильных рамах с помощью продольного пиления (распиловки) получают брусы и доски. От того, насколько рационально проводится раскрой (раскряжевка и распиловка), зависит экономичность использования древесины. Оптимальный раскрой древесины — довольно сложная задача, зависящая не только от качества сырья, но также и от требований заказчиков пиломатериалов и от установленных стандартов.

9. *При определении длины бревен, на которые следует распилить хлыст, существенную роль играет величина так называемого сбега (утоньшения от комля к вершине), определяемая отношением вершинного диаметра бревна к комлевому. При этом исходят из положения о том, что бревна должны иметь наибольший «цилиндрический объем», т. е. объем цилиндра, вписанного в бревно (основанием цилиндра служит вершинный торец бревна), должен быть как можно большим. Естественность этого требования понятна — ведь выпиливаемые из бревна доски должны иметь прямоугольную форму. Доказать, что из всех бревен, кото-*

рые можно отпилить от хлыста, наибольший «цилиндрический объем» будет иметь бревно с величиной сбега $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

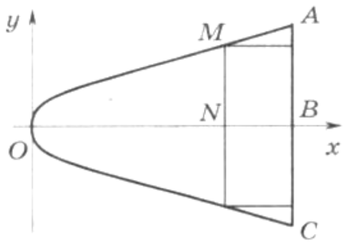


Рис 11. Осевое сечение хлыста

Решение. Рассмотрим рисунок 11, на котором изображены осевое сечение хлыста и система координат. В различных расчетах полагают, что продольное сечение хлыста ограничено параболой. Значит, линия АО — часть параболы $x = py^2$, где p — некоторый коэффициент. Отпилим от хлыста бревно распилом по прямой *MN*. Обозначив величину сбега отпиленного бревна через *t*, а комлевой радиус бревна через R, получим

$$MN = tR, \quad OB = pR^2, \quad ON = pt^2R^2$$

а значит, «цилиндрический объем» отпиленного бревна

$$V = \pi \cdot MN^2 \cdot NB = \pi pR^4\left(t^2 - t^4\right),$$

$$0 < t < 1$$

С помощью производной легко находим, что функция *V* на промежутке (0; 1) достигает наибольшего значения при $t = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

10. Край боковой доски, полученной в результате распиловки бревна по линиям AB и CD (рис. 8, где штриховой линией изображен верхний торец бревна), по своей форме близок к параболе. На сколько следует укорачивать такую доску, чтобы выпиливаемая из оставшейся части прямоугольная доска (см. рис. 12) имела наибольшую площадь?

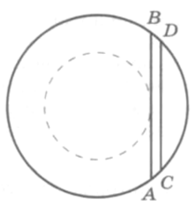


Рис. 12. Распиливание бревна на доски

Решение. Уравнение линии ОА: $y = p\sqrt{x}$. Пусть длина доски *l*. Отпилим от доски часть длиной *ON* = *x*. Тогда из оставшейся части выпиливается прямоугольная доска длиной (1 — *x*) и шириной $2MN = 2p\sqrt{x}$. Ее площадь

$S(x) = 2p(l-x)\sqrt{x}, \quad (0 < x < 1).$

Дальнейшее решение ясно.

Ответ: доску следует укорачивать на $\frac{1}{3}$ ее длины.

11. На лесопильных рамах (они предназначены для продольного пиления) бревна часто распиливают на квадратный брус и четыре доски (рис. 13) с максимально возможной площадью поперечного сечения. Какой толщины доски получатся при такой распиловке из бревна диаметром d?

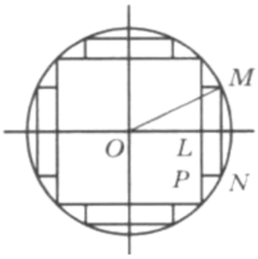


Рис. 13. Распиливание бревна на брус и доски

Решение. Пусть $PN = x$.

$$OL = \frac{r\sqrt{2}}{2}, \quad MN = 2\sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{\sqrt{2}} + x\right)^2},$$

а значит, площадь поперечного сечения доски

$$S = 2x\sqrt{\frac{r^2}{2} - r\sqrt{2}\cdot x - x^2 - r\sqrt{2}\cdot x - x^2};$$

$$0 < x < a, \quad a = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)r$$

Исследуем на отрезке $[0, a]$ функцию

$$f(x) = \left(\frac{S}{2}\right)^2 = \frac{r^2x^2}{2} - r\sqrt{2}x^3 - x^4.$$

Найдем производную:

$$f'(x) = -x\left(4x^2 + 3r\sqrt{2}x - r^2\right) = -x\varphi(x)$$

У функции $\varphi(x)$ один положительный корень

$$x_0 = \frac{\left(\sqrt{17}-3\right)\sqrt{2}}{8}r \approx 0{,}1985\cdot r < a.$$

Значит x_0 — критическая точка функции φ на отрезке $[0; a]$. Так как

$$f(x_0) = \frac{x_0^2\left(7-\sqrt{17}\right)}{16} > 0, \quad f(0) = f(a) = 0,$$

то в точке x_0 функция f принимает наибольшее на отрезке $[0; a]$, а значит (см. правило 3), и на интервале $(0; a)$ значение. В силу того, что на этом интервале $f(x) > 0$, а квадратичная функция на $(0; +\infty)$ возрастает, то и функция S в точке x_0 достигает наибольшего значения. Значит, искомая толщина доски около $0{,}2 \cdot r$ или $0{,}1 \cdot d$

Найденное соотношение важно для практики. Оно позволяет до распиловки определить, будут ли полученные доски отвечать установленным стандартам, т. е. приемлем ли для данного бревна такой раскрой. При положительном ответе на первый вопрос предварительное знание толщины досок еще необходимо и для подходящей установки пил.

Дальнейшее исследование проходит примерно на том же уровне вычислительной сложности.

Мы рассмотрели некоторые изолированные друг от друга задачи рационального раскроя древесины. Проблемы оптимального раскроя, учитывающие целый комплекс различных факторов, требуют для своего решения привлечения более глубоких, чем это изучается в школе, методов математического анализа, а также линейного программирования и теории вероятностей.

Что нам стоит дом построить

12. При монтаже зданий небольшой высоты широко используются автомобильные краны. Для правильного выбора крана необходимо знать многие исходные данные о сооружаемом объекте. В частности, габаритные данные объекта позволяют заранее определить требуемую длину стрелы крана.

Вывести формулу для определения длины стрелы автомобильного крана, с помощью которого можно построить здание высотой H и шириной 2l с плоской крышей.

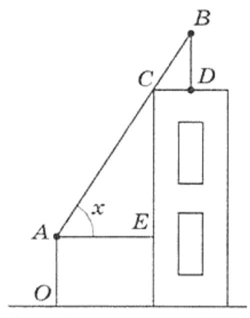


Рис. 14. Автомобильный кран

Решение. Так как автомобильный кран может перемещаться вокруг всего здания, то крюк крана достанет до любой точки здания, если достанет (рис. 14) до середины крыши (имеется в виду середина по ширине).

Рассмотрим кран, который, находясь в точке O, подает деталь на середину крыши. Пусть угол наклона стрелы при этом составляет x. Тогда

$$BC = \frac{CD}{\cos x} = \frac{l}{\cos x},$$

$$AC = \frac{CE}{\sin x} = \frac{H-h}{\sin},$$

где $h = AO$ — высота подвеса стрелы крана. В таком случае длина стрелы крана

$$L = \frac{H-h}{\sin x} + \frac{l}{\cos x}.$$

Из последней формулы видно, что для совершения указанной работы краном, установленным в другой точке (ближе к зданию или дальше от него), потребуется кран с другой длиной стрелы, поскольку при таком перемещении меняется угол x. Определим наивыгоднейшее место установки крана, т. е. такое место, с которого заданная работа может быть выполнена краном с наименьшей длиной стрелы. Для этого, очевидно, достаточно определить, при каком x из промежутка $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ функция L принимает наименьшее значение. Найдем производную:

$$L'(x) = \frac{l\cos x}{\sin^2 x}\left(tg^3 x - \frac{H-h}{l}\right).$$

Теперь легко обнаружить, что функция L достигает наименьшего значения при

$$x = actg\sqrt[3]{\frac{H-h}{l}}.$$

Найдя из этой формулы значение x и подставив его в формулу для L, мы и получим наименьшее возможное значение длины стрелы.

13. Для конструкторского бюро строится комната в форме прямоугольного параллелепипеда, одна из стен которой должна быть сделана из стекла, а остальные из обычного материала. Высота комнаты должна равняться 4 м, а площадь 80 м^2. Известно, что 1 м^2 стеклянной стены стоит 75 рублей, а обычного материала 50 рублей. Какими должны быть размеры комнаты, чтобы общая стоимость всех стен была наименьшей?

Решение:

1 этап. Моделирование.

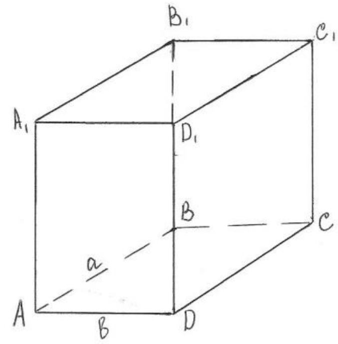


Рис. 15. Схема комнаты

1. $S_{ABCD} = a \cdot b = 80(м^2)$.
2. $S_{AA_1B_1B} = a \cdot h = 4 \cdot a(м^2)$.
3. $S_{AA_1D_1D} = b \cdot h = 4b(м^2)$.
4. $S_{BB_1C_1C} = b \cdot h = 4b(м^2)$.
5. Найдём стоимость стены AA_1B_1B:

$P_{AA_1B_1B} = 75 \cdot 4a = 300a$.

6. Найдём стоимость стен AA_1D_1D и BB_1C_1C:

$P_{AA_1D_1D} = 50 \cdot b \cdot 8 = 400b$.

7. Найдём стоимость стены DD_1C_1C:

$P_{DD_1C_1C} = 50 \cdot 4a = 200a$.

8. Общая стоимость всех стен:

$$P_1 = 300a + 400b + 200a = 500a + 400b;\quad a \in \left(0; \frac{80}{b}\right]. \qquad (3)$$

Математическая задача: исследовать функцию (3) на наименьшее значение на заданном промежутке.

2 этап. Решение внутри математической модели.

1. $P' = 500a + 400b$; $a \in \left(0; \frac{80}{b}\right]$; $b = \frac{80}{a}$.

$P' = 500a + \frac{3200}{a}$; $a > 0$.

2. $P' = 500 - \frac{3200}{a^2}$; $P' = 0$; $500 - \frac{3200}{a^2} = 0$; $a > 0$.
3. $500a^2 - 3200 = 0$; $a^2 = 64$; $a_1 = 8$; $a_2 = -8$.

$a = -8$ не подходит по условию задачи.

4. $P_{наим}$ при $a = 8$.

3 этап. Критическое осмысление полученного результата.

Ширина стеклянной стены должна быть равна 8 м, а обычной – 10 м. При таких размерах общая стоимость всех стен окажется наименьшей и равной 8000 рублей.

Ой, канава, ты канава...

С помощью теоретических расчетов и эксперимента установлено, что из всех каналов с заданным живым сечением наибольшей пропускной способностью и одновременно наименьшей фильтрацией отличаются каналы с наименьшим смоченным периметром. Про такие каналы говорят, что они имеют гидравлически наивыгоднейший профиль.

Площадь F поперечного сечения канала (мы рассматриваем для простоты каналы, целиком заполненные водой) называют его живым сечением, а длину P границы такого сечения называют смоченным периметром канала. Каналы стремятся сооружать так, чтобы они имели гидравлически наивыгоднейший профиль.

В мелиоративной практике часто сооружаются каналы или лотки с поперечным сечением в форме прямоугольника, треугольника, трапеции и сегмента круга. Поэтому представляет интерес расчет гидравлически наивыгоднейшего профиля для каналов такой формы.

14. Сечение канала – равнобедренная трапеция (рис. 16) с углом откоса таким, что ctg a = m. При каком отношении ширины дна к глубине канал имеет гидравлически наивыгоднейший профиль?

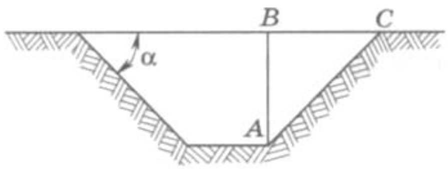


Рис. 16. Сечение канала

Решение. Пусть ширина дна канала b, его глубина h, а живое сечение F. Тогда $BC=hctg\ a = mh$, $AC = h\sqrt{1+m^2}$. Значит,

$$F = bh + mh^2,\ P = b + 2h\sqrt{1+m^2}\ .$$

Из выражения для F получаем

$$b = \frac{F - mh^2}{h}.$$

а значит,

$$P(h) = \frac{F}{h} - mh + 2h\sqrt{1+m^2} \quad (h > 0).$$

С помощью производной находим, что функция P достигает наименьшего значения на промежутке $(0; +\infty)$ при

$$h_0 = \sqrt{\frac{F}{2\sqrt{1+m^2} - m}}$$

Искомое соотношение:

$$\frac{b}{h_0} = \frac{F}{h_0^2} - m = 2\left(\sqrt{1+m^2} - m\right).$$

Замечание. На уроке можно рассмотреть задачу попроще, положив *a*=45°.

15. Оросительный канал имеет форму равнобокой трапеции, боковые стороны которой раны меньшему основанию (см. рис. 17). При каком угле наклона боковых сторон сечение канала будет иметь максимальную площадь?

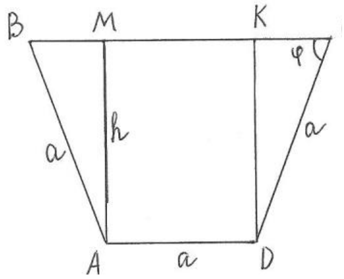


Рис.17.Оросительный канал

<u>*Решение:*</u>

1 этап. Моделирование.

Рассмотрим прямоугольный треугольник ABM.

$AM = h = a \cdot \sin\varphi$, $BM = a \cdot \cos\varphi$.

$BM = CK = a \cdot \cos\varphi$.

$BC = a + 2a \cdot \cos\varphi$.

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AM = \frac{a + a + 2a \cdot \cos\varphi}{2} \cdot a \cdot \sin\varphi = \frac{2a + 2a \cdot \cos\varphi}{2} \cdot a \cdot \sin\varphi =$$

$$= \left(a \cdot (1 + \cos\varphi)\right) \cdot a \cdot \sin\varphi = a^2 \cdot \sin\varphi \cdot (1 + \cos\varphi).$$

Мы получили $F(\varphi) = a^2 \cdot \sin\varphi \cdot (1 + \cos\varphi)$. (2)

Математическая задача: исследовать функцию (2) на наибольшее значение.

2 этап. Решение внутри математической модели.

$$F'(\varphi) = a^2 \cdot \left(\cos\varphi \cdot (1 + \cos\varphi)\right) + \sin\varphi \cdot (-\sin\varphi) = a^2 \cdot \left(\cos\varphi + \cos^2\varphi - \sin^2\varphi\right) =$$
$$= a^2 \cdot \left(\cos\varphi + \cos^2\varphi + \cos^2\varphi - 1\right) = a^2 \cdot \left(2\cos^2\varphi + \cos\varphi - 1\right).$$

$$F'(\varphi) = a^2 \cdot \left(2\cos^2\varphi + \cos\varphi - 1\right);$$

$$2\cos^2\varphi + \cos\varphi - 1 = 0; \quad \cos\varphi = \frac{-1+3}{4}.$$

Так как φ – острый угол, то $\cos\varphi = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2}$; $\varphi = 60^0$.

3 этап. Критическое осмысление полученного результата.

Сечение оросительного канала будет иметь максимальную площадь при угле наклона боковых стен 60^{o}.

Бежит ручей, течет ручей

Как известно из курса физики, механическая энергия единицы массы воды, протекающей в единицу времени через живое сечение потока, вычисляется по формуле

$$E = gh + \frac{v^2}{2} = gh + \frac{Q^2}{2F^2},$$

где g — ускорение свободного падения, h — глубина, v — скорость потока, Q — количество воды, протекающей через поперечное сечение потока в единицу времени (расход воды), F — живое сечение потока ($Q = Fv$).

Один и тот же расход Q в зависимости от условий движения (уклон, шероховатость) может протекать в данном поперечном сечении открытого русла с различной скоростью и, следовательно, с различной глубиной. Глубина потока h_0, при которой его энергия $E(h)$ для заданного расхода Q достигает наименьшего значения, называется критической глубиной. Определение критической глубины необходимо для оценки состояния потока (при $h < h_0$ оно бурное, при $h > h_0$ спокойное), а также для выполнения ряда гидравлических расчетов.

Найдем критические глубины потоков для некоторых встречающихся на практике каналов.

16. Найти критическую глубину канала прямоугольного сечения шириной b с расходом воды Q.

Решение. Пусть глубина канала h. Тогда его живое сечение $F=bh$, а механическая энергия

$$E(h) = gh + \frac{Q^2}{2b^2h^2}.$$

Требуется узнать, при каком значении переменной h ($h > 0$) функция

E(h) принимает наименьшее значение. Имеем

$$E'(h) = g - \frac{Q^2}{b^2h^3}; \quad E'(h) = 0 \Leftrightarrow h = h_0 = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}}.$$

Замечаем, что $E'(h) < 0$ при $h < h_0$ и $E'(h) > 0$ при $h > h_0$. Значит, в точке h_0 функция $E(h)$ достигает наименьшего значения.

Ответ: $h_0 = 0{,}47\sqrt[3]{\left(\frac{Q}{b}\right)^2}$.

Эх, дороги...

При проектировании дорог часто возникает необходимость соединить подъездным путем тот или иной объект с автомагистралью. Различные экономические соображения в таких случаях обычно показывают, что подъездной путь должен пойти не перпендикулярно к магистрали, а под некоторым острым углом, называемым углом примыкания подъездного пути к магистрали.

17. Фермерское хозяйство С (рис. 18) расположено в 50 км от райцентра А и в 30 км от магистрали, проходящей через райцентр. Под каким углом к магистрали следует провести подъездной путь из С, чтобы стоимость перевозок груза из С в А и из А в С была наименьшей, если известно, что перевозка по магистрали будет обходиться в два раза дешевле, чем по подъездному пути?

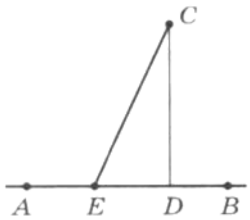


Рис. 18. Схема дорог к фермерскому хозяйству

Решение. Пусть $DE = x$. Тогда

$$CE = \sqrt{900 + x^2}, \quad AE = AD - x = 40 - x.$$

Обозначив стоимость перевозки 1 т груза на 1 км по магистрали через p, найдем стоимость перевозки 1 т груза от A до C (или в обратном направлении):

$$T(x) = p(40 - x) + 2p\sqrt{900 + x^2}, \quad 0 \le x \le 40.$$

Требуется найти наименьшее значение функции Т на отрезке [0; 40]. Найдем производную:

$$T'(x) = -p + \frac{2px}{\sqrt{900 + x^2}}$$

Замечаем, что на рассматриваемом отрезке у функции T одна критическая точка $x_0 = 10\sqrt{3}$,причем

$$T(x_0) = \left(40 + 30\sqrt{3}\right)p,$$
$$T(0) = T(40) = 100p.$$

Значит, в точке x_0 функция принимает наименьшее значение. Теперь легко найти угол примыкания:

$$tg\alpha = \frac{30}{10\sqrt{3}} = \sqrt{3}, \alpha = 60^0.$$

18. Три пункта A, B, Cне лежат на одной прямой причем величина угла ABC равна 60^0. Одновременно из точки A выходит автомобиль, а из B– поезд. Автомобиль движется к B со скоростью 80 км/ч, поезд – к пункту C со скоростью 50 км/ч. В какой момент времени (от начала движении) расстояние между поездом и автомобилем будет наименьшей, если AB=200.

Решение:

1 этап. Моделирование.

1. Пусть в момент времени t автомобиль находится в точке E, а поезд – в точке K. Т.к. автомобиль может пройти расстояние от A до B за 200:80=2,5 (ч), то $t \in [0;2,5]$.

2. По теореме косинусов

$KE^2=(200-80t)^2+(50t)^2-2\cdot 50t\cdot(200-80t)\cdot\cos 60=$

$=12900\,t^2-42000t+40000.$ (1)

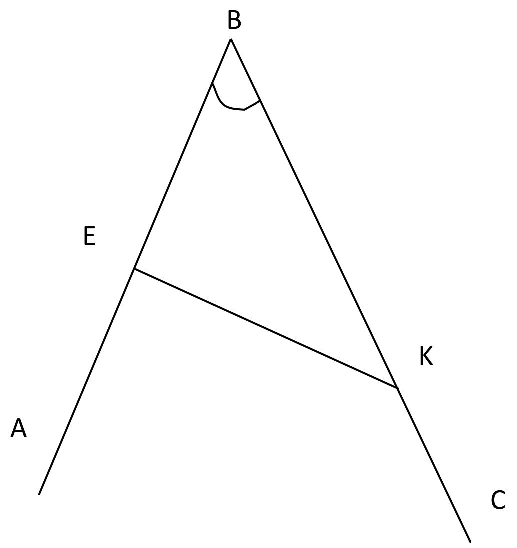


Рис. 19. Схема дорог

Математическая задача: исследовать функцию (1) на наименьшее значение на заданном отрезке.

2 этап. Решение внутри математической модели.

Таким образом, квадрат расстояния между автомобилем и поездом есть квадратичная функция с положительным коэффициентом при t^2 . Эта функция достигает наименьшего значения на всей числовой прямой при

$$t=\frac{42000}{2\cdot 12900}=\frac{70}{43}$$

В этой же точке достигается наименьшее значение этой функции и на отрезке [0;2,5] (т.к. 70/43 лежит на этом отрезке).

3 этап. Критическое осмысление полученного результата.

Итак, в момент времени 70/43 ч расстояние между поездом и автомобилем будет наименьшим, если *AB*=200 км.

Ответ: 70/43 ч.

19. *Расход горючего легкового автомобиля (литр на 100 км) в зависимости от скорости x км/ч при движении на четвертой передачи приблизительно описывается функцией*

$f(x)=0{,}0017x^2 0{,}18x+10{,}2; \quad x>30$ При какой скорости расход горючего будет наименьший? Найдите этот расход.

<u>Решение:</u> Исследуем расход горючего с помощью производной: f′(x)=0,0034x-0,18.Тогда f′(x)=0 при x≈53. Определим знак второй производной в критической точке: f″(x)=0,0034>0, следовательно, расход горючего при скорости 53 *км/ч* будет наименьшим. f(53)≈5,43 л.

20. *Буровая вышка расположена в поле в 9км от ближайшей точки шоссе. С буровой надо направить курьера в пункт, расположенный по шоссе в 15 км от упомянутой точки (считаем шоссе прямолинейным). Скорость курьера на велосипеде по полю 8 км/ч, а по шоссе 10 км/ч. К какой точке шоссе ему надо ехать, чтобы в кратчайшее время достичь пункта?*

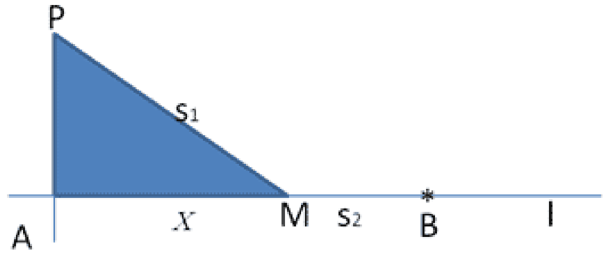


Рис. 20. Схема дорог

Следующим этапом работы является составление мысленной модели задачи в виде схематического рисунка к задаче, и вводятся условные обозначения: *P – буровая вышка; B – населенный пункт, l – шоссе, PMB – маршрут следования курьера.*

Установите, какие величины будут постоянными, а какие –переменными?

Постоянные величины – PA, AB, v_n, $v_ш$. Переменные величины – AM, MB, PM. Исследуемая величина – время, за которое курьеру надо доехать до нужного пункта.

Чему равны постоянные величины:

$$PA=9\,км,\ AB=15\,км,\quad v_n=8\,км/ч,\quad v_ш=10\,км/ч$$

На этапе математического моделирования выбираем параметр (*x*), через который выражаем интересующую нас величину как *t(x):*

1. Пусть *x* – расстояние *AM*, $0\le x\le 15$

2. Знание, какой теоремы нам потребуется, чтобы из прямоугольного треугольника выразить РМ? *(Теорема Пифагора).* Из прямоугольного треугольника *PAM* выражаем:

$$S_1 = PM = \sqrt{AM^2 + PA^2} = \sqrt{x^2 + 9^2}; \quad S_2 = MB = 15 - x.$$

3. Согласно условию, получаем: путь S_1 (по полю), который курьер проходит со скоростью $v_п = 8\, км/ч$, а путь S_2 (по шоссе) – со скоростью $v_ш = 10\, км/ч$.

4. Вспомните формулу нахождения пути (расстояния) из курса физики и из этой формулы выразите время $t = \frac{S}{v}.$ Значит, курьер проезжает на велосипеде по полю путь S_1 за время $t_1 = \frac{\sqrt{x^2+81}}{8}$; а на велосипеде по шоссе путь S_2 за время $t_2 = \frac{15-x}{10}$. Тогда время, затраченное на путь S_1 и S_2,: $t(x) = \frac{\sqrt{x^2+81}}{8} + \frac{15-x}{10}$.

По условию задачи, средствами анализа ищем наименьшие значение функции на отрезке [0;15]. Выполняем решение задачи внутри математической модели, применяя умения решать уравнения, использовать формулы дифференцирования и находить критические точки и наибольшие или наименьшие значение функции на заданном промежутке.

2. Находим производную функции:

$$t'(x) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+81}} \cdot 2x - \frac{1}{10} = \frac{x}{8\sqrt{x^2+81}} - \frac{1}{10}$$

3. Находим критические точки $t'(x) = 0$;

$$\frac{x}{8\sqrt{x^2+81}} - \frac{1}{10} = 0;\ 5x = 4 \cdot \sqrt{x^2+81};\ 25x^2 = 16 \cdot (x^2+81);\ x_1 = 12; \quad x_2 = -12$$

Делаем вывод:

Точку x_2 проверять не будем, т.к. она не принадлежит промежутку [0;15].

Находим значение функции в точках $x = 0$, $x = 12$, $x = 15$;

$t(0) = 2\frac{5}{8} \approx 2{,}63$

$t(15) \approx 2{,}9;\ t(12) \approx 2{,}18$ функция $t(x)$ достигает наименьшего значения в точке $x = 12$

15 – 12 = 3 км

21. Для того чтобы водитель на повороте видел дорогу на безопасном расстоянии s (оно определяется длиной тормозного пути), у внутренней стороны поворота (рис. 21), должна быть полоса (зона видимости), свободная от всяких препятствий для просмотра. Определите ширину зоны видимости вдоль поворота радиуса R.

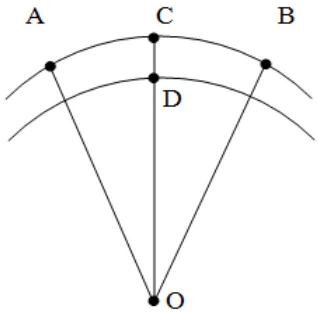


Рис. 21. Зона видимости при повороте дороги

Решение. Пусть автомобиль находится в точке A, а точка B такова, что длина дуги AB равна s. Требуется найти стрелку сегмента f = CD. Если радианная мера угла AOB равна α, то $s = R\alpha$,а значит:

$$\alpha = \frac{s}{R},\ \ f(s) = OC - OD = R \cdot \left(1 - \cos\frac{s}{2R}\right) = 2R \cdot \sin^2\frac{s}{4R}.$$

Воспользовавшись формулой (4), получаем: $f = \frac{s^2}{8R}$. Данная формула и применяется на практике.

Ответ: $\frac{s^2}{8R}$.

И кризис нас коснулся…

22. *Молодой предприниматель Михайлов Юрий в свете экономического кризиса 1931 г. решил выкупить нерентабельное провинциальное перерабатывающее предприятие и пригласил экономиста Гульдерова Германа помочь с расчетами по оптимизации расходов. Одна из задач, поставленных перед Германом, была следующая: найти, при каких условиях расход жести на изготовление консервных банок цилиндрической формы заданной емкости будет наименьшим.*

Решение.

1 этап. Составление математической модели.

Составление модели облегчается тем, что известна форма банки и оговорено, что она должна быть заданной емкости. Это существенно для составления модели. Существенным является также требование, чтобы расход жести на изготовление банки был минимальным. Это требование означает, что площадь полной поверхности банки, имеющей форму цилиндра, должна быть наименьшей; существенны и размеры банки. Несущественны для составления математической модели конкретное (численное) значение емкости банки и вид консервов (мясных, овощных), для которых банка предназначена.

Обозначив емкость банки через V см³, сформулируем задачу: Определить размеры цилиндра с объемом V см³ так, что бы площадь его полной поверхности была наименьшей.

Для решения задачи обозначим радиус основания цилиндра через x, а высоту его через h (все измерения в сантиметрах). Тогда объем цилиндра

$$V = \pi x^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi x^2}$$

Полная поверхность цилиндра:

$$S = 2\pi x^2 + 2\pi x h = 2\pi x^2 + 2\pi x \cdot \frac{V}{\pi x^2} = 2\pi x^2 + \frac{2V}{x} = \frac{2\pi x^3 + 2V}{x}.$$

Итак, $S(x) = \dfrac{2\pi x^3 + 2V}{x}$.

Так как переменная x может принимать только положительные значения, решение задачи сводится к нахождению наименьшего значения $S(x)$ на $(0;+\infty)$.

2 этап. Работа с составленной моделью.

Найдем производную $S'(x)$:

$$S'(x) = \left(\frac{\pi x^3 + 2V}{x}\right)' = \left(\frac{6\pi x^2 x - (2\pi x^3 + 2V)}{x^2}\right) = \frac{4\pi x^3 - 2V}{x^2}.$$

Для нахождения критических точек решим уравнение $S'(x) = 0$.

Корень уравнения: $x = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

При, $x < 0 < \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$ $S'(x) < 0$ а при $x > \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$ $S'(x) > 0$

Следовательно, в точке $x = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$ $S(x)$ имеет минимум.

Таблица 14

Полученные значения функции и производной

	$\left(0;\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)$	$\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$	$\left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}};\infty\right)$
$S'(x)$	$-$	0	+
$S(x)$	Возр.	min	Убыв.

Следовательно, функция в этой точке достигает наименьшего значения.

Таким образом, площадь полной поверхности цилиндра, имеющего объем *V*, будет наименьшей при. $h = 2x = 2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}} = \sqrt[3]{\dfrac{4V}{\pi}}$, т.е. когда цилиндр равносторонний.

3 этап. Ответ на вопрос задачи.

Наименьший расход жести на изготовление консервных банок цилиндрической формы заданной емкости будет достигнут при условии, что диаметр основания и высота банки равны между собой.

Полезно обратить внимание ребят на то, что в нашей стране выпускаются ежегодно сотни миллионов банок консервов в жестяной упаковке. Экономия 1% жести на изготовление каждой банки позволит за счет сэкономленного материала дополнительно изготовить несколько миллионов новых банок. Вместе с тем промышленность нередко выпускает консервы в жестяной таре, не обеспечивая наименьший расход материала на изготовление банки. Это обусловлено рядом причин: стремлением минимизации отходов при изготовлении банок, соображениями торговой эстетики. Возможностями транспортировки и т.д.

<u>«Много ли человеку земли нужно»</u>

23. Фрагмент рассказа Л.Н. Толстого «Много ли человеку земли нужно» о крестьянине Пахоме, покупавшем землю у башкир.

- *А цена какая будет? – говорит Пахом.*

- *Цена у нас одна: 1000 рублей за день.*

Не понял Пахом.

- *Какая же это мера – день? Сколько в ней десятин будет?*

- *Мы этого, – говорит, - не умеем считать. А мы за день продаем; сколько обойдешь за день , то твое, а цена 1000 рублей.*

Удивился Пахом.

- *Да ведь это, - говорит, - в день обойти земли много будет.*

Засмеялся старшина.

- *Вся твоя, - говорит. – Только один уговор: если назад не придешь в день к тому месту, с какого возьмешься, пропали твои деньги.*

Фигура, которая получилась у Пахома, изображена на рисунке.

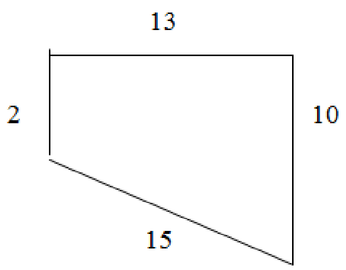


Рис. 22. Участок

Обежал он за день, например, прямоугольную трапецию периметром 40 км. С площадью $S = 78$ *км²*.

Проверим, наибольшую ли площадь при этом получил бы Пахом (с учетом того, что участки обычно имеют форму прямоугольника)?

P = 40 *км*. а – первая сторона, 20 – а – вторая сторона.

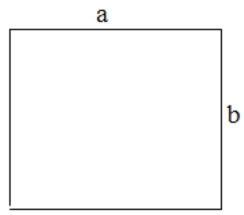


Рис. 19. Прямоугольник

$S = a(20 - a) = -a^2 + 20a.$

$S' = -2a + 20 = 0,\ a = -10.$

$S'' = -2 < 0$

Следовательно, наибольший четырехугольник – квадрат, т.е. наибольшая площадь – 100 *м²*.

Можно сделать вывод, что пахом вполне мог получить земли больше с меньшими усилиями.

8 марта

24. *Гарданов Марсель решил сделать своей маме подарок к 8 Марта и заказал другу юности Сабирову Денису шкатулку из драгоценного металла. В мастерскую он принес кусок листа из этого металла размером 80 X 50 см. Требуется изготовить открытую сверху коробку наибольшей вместимости, вырезая по углам квадраты и загибая оставшиеся кромки.*

Решение.

Обозначим через x длину стороны вырезаемого квадрата. Легко видеть, что $0 < x < 25.$

Объем при этом у коробки:

$V = x(80 - x)\cdot(50 - 2x) = 4x^3 - 260x^2 + 4000x.$

$V' = 12x^2 - 520x + 4000 = 0$

$x_1 = \dfrac{100}{3} = 33\dfrac{1}{3},\ x_2 = 10$

x_1 - посторонний корень по смыслу задачи.

$x_2 = 10$ – единственное решение – высота, 80 – 20 = 60 – длина, 50 – 20 = 30 – ширина.

V = 10·60 30 = 18000(*см³*).

Сани, довезите меня сами

25. *Нагруженные сани движутся по горизонтальной поверхности под действием силы F, приложенной к центру тяжести. Какой угол α должна состав-*

лять линия действия силы F с горизонтом, чтобы равномерное движение саней происходило под действием наименьшей силы? Коэффициент трения саней о снег равен к.

Решение: Разложим силу *F* на горизонтальную и вертикальную составляющие. Сила нормального движения саней и вертикальной составляющей силы $F{:}N=P\text{-}F\sin\alpha$, поэтому сила трения

$F_{mp}=kN=k(P\text{-}F\sin\alpha)$. Сани будут двигаться равномерно при условии компенсации горизонтальных сил:

$Fx=Fmp$, то есть $F\cos\alpha=k\ (P\text{-}F\sin\alpha)$. Далее находим силу как функцию угла α:

$F(\alpha)=\ kP/(k\sin\alpha+\cos\alpha)$. $F'(\alpha)=kP(\sin\alpha\text{-}k\cos\alpha)/(k\sin\alpha+\cos\alpha)2$. Тогда $F'(\alpha)=0$ при$k=tg\alpha$.

Определим знак второй производной в этой точке…

Из решения этой задачи можно сделать практический вывод: когда необходимо везти на санях груз по дороге с большим коэффициентом трения, нужно тянуть сани за короткую веревку. Если же коэффициент трения мал, веревка должна быть длинной.

Ох уж эта медицина

26. Реакция организма на введенное лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, уменьшения температуры тела, изменении пульса или других физиологических показателей. Степень реакции зависит от назначенного лекарства, его дозы. Предположим, что X обозначает дозу назначенного лекарства, У – функция степени реакции. $У=f(x)=x^2(a\text{-}x)$ *,где а – некоторая положительная постоянная. При каком значении X реакция максимальна?*

Решение: $0<x<a$. Значит $f'(x)=2ax-3xa.$. Тогда $f'(x)=0$ при $x=\frac{2}{3}a$. В этой точке $f''\left(\frac{2}{3}a\right)=-2a<0$, то $x=\frac{2}{3}a$ - тот уровень дозы, который дает максимальную реакцию.

Точки перегиба важны в биохимии, так как они определяют условия, при которых некоторая величина, например скорость процесса, наиболее (или наименее) чувствительна к каким-либо воздействиям.

Экосистема

27. В питательную среду вносят популяцию из 1000 бактерий. Численность популяции возрастает по закону $P(t)=1000+\frac{100t}{100+t^2}$, *где t – время в часах. Найдите максимальный размер этой популяции.*

Решение. $D(P)=R$

$$P'(t)=\frac{100(100+t^2)-100t\cdot 2t}{(100+t^2)^2}=\frac{100(100+t^2-2t^2)}{(100+t^2)^2}=\frac{100(100-t^2)}{(100+t^2)^2}.$$

$P'(t)=0$; $100-t^2=0$; $t=\pm 10$; $P(10)=1000+\dfrac{1000}{200}=1005$.

Ответ: через 10 часов популяция достигнет максимального размера 1005 бактерий.

28. За последние 10 лет численность грызунов в городе Н выросла в 5 рази достигла 1 миллиона особей: по одной крысе на каждого жителя. За год одна пара крыс способна воспроизвести 50 штук себе подобных. По словам эпидемиологов, крысы являются переносчиками многих болезней – чумы, бешенства, энцефалита. Составьте задачу по приведенным данным и решите её.

Физика

29. Составляется электрическая цепь из двух параллельно соединенных сопротивлений. При каком соотношении между этими сопротивлениями сопротивление всей цепи максимально, если при последовательном соединении этих сопротивлений оно равно R.

Решение. Пусть сопротивление одного x, другого – y. Сопротивление всей цепи при параллельном соединении r, тогда

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{r}$$

Отсюда $x+y=R$, $y=R-x$.

Имеем:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{R-x}=\frac{1}{r};\quad \frac{R-x+x}{x(R-x)}=\frac{1}{r};\quad r=\frac{x(R-x)}{R}$$

Сопротивление r-является функцией от x, x принадлежит [0;R]

$$F(x)=\frac{x(R-x)}{R}=\frac{1}{R}(xR-x^2)$$

(Далее решаем самостоятельно с последующей проверкой)

$$D(f)=R;\quad f'(x)=\frac{1}{R}(R-2x);\quad f'(x)=0,\ x=\frac{R}{2};\quad f(0)=0,\ f(R)=0,\ f\left(\frac{R}{2}\right)=\frac{R}{4}$$

при $x=\dfrac{R}{2}$ сопротивление всей цепи при параллельном соединении будет наибольшим.

Ответ: сопротивления должны быть одинаковыми.

Приближенные и «неправильные» формулы

Известная приближенная формула

$$f(x_0+h)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot h\left(f'(x_0)\neq 0\right), \qquad (1)$$

где h близко к нулю, является источниками многих приближенных формул, применяемых на практике.

Справка: Для измерения радиусаR большого цилиндра используется накладной прибор – *наездник*, который представляет собой тележку с подвижным вертикальным стержнем l, фиксированная точка A которого (индикатор) при расположении наездника на горизонтальной прямой a находится в положении точки B – на одном уровне с центрами колесиков наездника, а при нахождении на окружности ω (перпендикулярное сечение цилиндра) приподнимается на некоторую величину h. $R=\frac{l^2}{2h}+\frac{h}{2}-r$

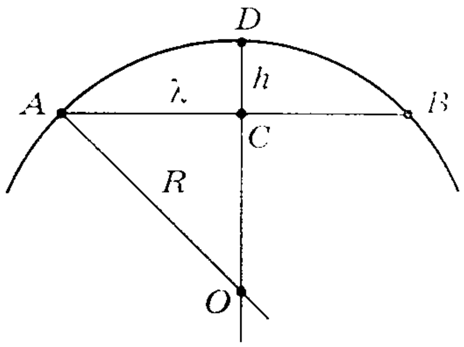


Рис. 23. Рельсовая нить

30. С помощью наездника не столько измеряют диаметр цилиндра, сколько находят возможное отклонение величины диаметра от номинального. Вывести соответствующую формулу.

Решение. Пусть номинальное значение диаметра данного цилиндра соответствует значению x_0 индикатора наездника. Требуется найти

$$\Delta D=f(x_0+h)-f(x_0),$$

где (в справке)

$$D=f(x)=\frac{l^2}{x}+x-d\ .$$

Поскольку h, то можно воспользоваться формулой (1). Получим

$$\Delta D=f'(x_0)h=\left(1-\frac{l^2}{x_0^2}\right)h,$$

где $h=x-x_0$, $x-$фактическое показание индикатора, x_0- номинальное показание.

31. При топографических съемках окрестности точки А(см рис. 24) вместо истинного расстояния между точками земной поверхности А и В принимают *расстояние lмежду их проекциями на касательную к земному шару плоскость (А – точка касания) и вводят поправку Δl на кривизну Земли. Записать формулу для Δl.*

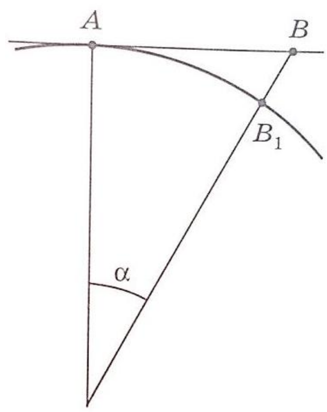


Рис. 24. Топографические съемки окрестности

<u>Решение.</u> Если $AB = x$, то

$$\Delta l = f(x) = x - R\,arctg\frac{x}{R}.$$

Так как $f'(0) = 0$, то формулой (1) воспользоваться нельзя. Но в некоторых школьных учебниках дается обобщение этой формулы:

$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot hf'(x_0) + \frac{1}{2}h^2 f''(x_0)$$ [Башмаков, 1999].

В нашем случае при $x_0 = 0, h = l$ эта формула дает такой результат:

$$\Delta l = \frac{l^3}{3R^2},$$

что и используется на практике.

<u>Задачи по экономике</u>

32. *Объём продукции u, выпускаемой рабочим в течение рабочего дня, выражается функцией* $u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50$, *где t – время, ч; причём* $1 \le t \le 8$. *Необходимо вычислить производительность труда и скорость её изменения через 1 ч после начала и за 1 ч до окончания рабочего дня.*

<u>Решение:</u>

Производительность труда $z(t)$выражается формулой $z(t) = u'(t)$. Тогда

$$z(t) = u'(t) = -2{,}5t^2 + 15t + 100$$

Производительность труда через 1 ч после начала работы

$$z(1) = -2{,}5 \cdot 1^2 + 15 \cdot 1 + 100 = 112{,}5 \text{(у.е.)}$$

Производительность труда за 1 ч до окончания работы

$$z(7) = -2{,}5 \cdot 7^2 + 15 \cdot 7 + 100 = 82{,}5 \text{(у.е.)}$$

Скорость изменения производительности труда $z'(t) = -5t + 15$

Значит, $z'(1) = -5 \cdot 1 + 15 = 10$, $z'(7) = -5 \cdot 7 + 15 = -20$

33. Затраты на производство продукции объёма x задаются функцией $C(x) = x^2 + 5x = 4$. *Производитель реализует продукцию по цене 25 ден.ед. Найдите максимальную прибыль П и соответствующий объём продукции x.*

Решение: Записываем исходную формулу для вычисления величины, экстремальное значение которой надо найти. Прибыль равна разности между выручкой *U* и затратами *C*.

П=*U* – *C*

Находим соответствующую функцию, зависящую от *x*. Реализовав продукцию объёма *x* по цене 25 ден.ед., предприниматель имеет выручку, $U = 25x$. При этом затраты составят $C(x)$. Значит,

$$\text{П} = U - C = 25x - (x^2 + 5x + 4) = -x^2 + 20x - 4$$

Определяем (по смыслу задачи) область определения функции. По смыслу задачи объём продукции x может принимать любое положительное значение, т.е.

$$x \in (0, +\infty)$$

Формулируем математическую задачу. Найти наибольшее значение функции: $\text{П}(x) = -x^2 + 20x - 4$ при $x \in (0, +\infty)$

Функцию аргумента *x* исследуем на экстремум на найденном промежутке $\text{П}'(x) = -2x + 20$; $\text{П}'(x) = 0$, $-2x + 20 = 0$, следовательно, стационарная точка функции $x = 10$.

Производная меняет свой знак при переходе через эту точку с «+» на «–», значит $x = 10$ – точка максимума.

$$\text{П}_{\max} = \text{П}(10) = -10^2 + 20 \cdot 10 - 4 = 96$$

Максимальная прибыль, равная 96 ден.ед., достигается при объёме производства 10 у.е.

34. Функция спроса: $q = \dfrac{p+8}{p+2}$. *Функция предложения: S = p + 0,5. Здесь p (руб) – цена товара, q(шт.) – количество покупаемого товара; S(шт.) – количество предлагаемого на продажу товара в единицах времени. Найти: а) равновесную цену: q= S; б) эластичность спроса и предложения для этой цены.*

Решение: а) $\dfrac{p+8}{p+2} = p + 0{,}5 \Rightarrow p = 2$ руб.

б) $E_p(q) = \dfrac{p(p+2)}{p+8} \cdot \dfrac{1 \cdot (p+2) - 1 \cdot (p+8)}{(p+2)^2} = -\dfrac{6p}{(p+2)(p+8)}$;

$E_{p=2}(q) = -0{,}3$; $\left|E_{p=2}(q)\right| < 1 \Rightarrow$ неэластична

$E_p(s) = \dfrac{p}{p+0{,}5} \Rightarrow E_{p=2}(s) = 0{,}8$; $\left|E_{p=2}(s)\right| < 1 \Rightarrow$ неэластична.

Следовательно изменение цены не приведет к резкому изменению спроса и предложения. При увеличении цены p на 1% спрос уменьшится на 0,3%, а предложение увеличится на 0,8%.

35. Функция спроса y от цены x продукта имеет вид $y = 10 - x$. Найти коэффициент эластичности спроса при цене товара $x = 2$ единицы.

<u>Решение.</u> Коэффициент эластичности спроса равен

$E_x(y) = \dfrac{x}{y}$; $y' = \dfrac{x}{10-x}(-1) = -\dfrac{x}{10-x}$.

При $x = 2$ получаем $E_{x=2}(y) = -\dfrac{2}{10-2} = 0{,}25$, т.е. при повышении цены на 1% спрос на товар уменьшится на 0,25%. Так как $\left|E_{x=2}(y)\right| < 1$, то спрос при цене $x = 2$ единицы не эластичен.

Приложение 4

Модифицированный вариант анкеты школьной мотивации Н.Г. Лускановой
(Личностные УУД)

Цель: изучение мотивационной сферы как одной из составляющих личностных УУД.
Регистрация данных: групповая форма проведения.
Необходимые материалы: регистрационный бланк, ручка.
Инструкция для учащегося: «*Сейчас я буду зачитывать вопросы, которые описывают ваше отношение к школе. Послушайте их внимательно. К каждому вопросу предлагается 3 варианта ответа: а, б и в. Выберите тот вариант ответа, который вам подходит, и обведите в кружок одну букву рядом с номером соответствующего вопроса»*

1.	Как ты чувствуешь себя в школе?	а) мне в школе нравится; б) мне в школе не очень нравится; в) мне в школе не нравится
2.	С каким настроением ты идешь утром в школу?	а) с хорошим настроением; б) бывает по-разному; в) чаще хочется остаться дома
3.	Если бы тебе сказали, что завтра в школу не обязательно приходить всем ученикам, как бы ты поступил?	а) пошел бы в школу; б) не знаю; в) остался бы дома
4.	Как ты относишься к тому, что у вас отменяют уроки?	а) мне не нравится, когда отменяют уроки; б) Бывает по-разному; в) мне нравится, когда отменяют уроки
5.	Как ты относишься к домашним заданиям?	а) я хотел бы, чтобы домашние задания были; б) не знаю, затрудняюсь ответить; в) я хотел бы, чтобы домашних заданий не было
6.	Хотел бы ты, чтобы в школе были одни перемены?	а) нет, не хотел бы; б) не знаю; в) да, я хотел бы, чтобы в школе были одни перемены
7.	Рассказываешь ли ты о школе своим родителям или друзьям?	а) рассказываю часто; б) рассказываю редко; в) вообще не рассказываю
8.	Как ты относишься к своему классному руководителю?	а) мне нравится наш классный руководитель; б) не знаю, затрудняюсь ответить; в) я хотел бы, чтобы у нас был другой классный руководитель.
9.	Есть ли у тебя друзья в классе?	а) у меня много друзей; б) у меня мало друзей; в) у меня нет друзей в классе
10	Как ты относишься к своим одноклассникам?	а) мне нравятся мои одноклассники; б) мне не очень нравятся мои одноклассники; в) мне не нравятся мои одноклассники

Бланк ответов анкеты мотивации

1. а. б. в.	**2.** а. б. в.	**3.** а. б. в.	**4.** а. б. в.	**5.** а. б. в.
6. а. б. в.	**7.** а. б. в.	**8.** а. б. в.	**9.** а. б. в.	**10.** а. б. в.

Обработка результатов

I. Количественный анализ

Для дифференцирования детей по уровню школьной мотивации была разработана система балльных оценок:

- ответ ребенка, свидетельствующий о его положительном отношении к школе и предпочтении им учебных ситуаций, оценивается в 3 балла;
- нейтральный (средний) ответ оценивается в 1 балл;
- ответ, свидетельствующий об отрицательном отношении ребенка к той или иной школьной ситуации, оценивается в 0 баллов.

Максимально возможная оценка равна 30 баллам.

Установлено 5 основных уровней школьной мотивации:

- **5-й уровень. 25-30 баллов** (максимально высокий уровень школьной мотивации, учебной активности). Такие дети отличаются наличием высоких познавательных мотивов, стремлением успешно выполнять все предъявляемые школой требования. Они очень четко следуют всем указаниям учителя, добросовестны и ответственны, сильно переживают, если получают неудовлетворительные оценки или замечания педагога.
- **4-й уровень. 20-24 балла** (хорошая школьная мотивация). Подобный показатель имеют учащиеся, успешно справляющиеся с учебной деятельностью. При ответах на вопросы проявляют меньшую зависимость от жестких требований и норм. Подобный уровень мотивации является средней нормой.
- **3-й уровень** (внешняя мотивация) – положительное отношение к школе, но школа привлекает внеучебной деятельностью. Такие дети достаточно благополучно чувствуют себя в школе, чтобы общаться с друзьями, с учителями. Им нравится ощущать себя учениками, иметь красивый портфель, ручки, пенал, тетради. Познавательные мотивы у таких детей сформированы в меньшей степени, и учебный процесс их мало привлекает.
- **2-й уровень** (низкая школьная мотивация). Эти дети посещают школу неохотно, предпочитают пропускать занятия. На уроках часто занимаются посторонними делами, играми. Испытывают серьезные затруднения в учебной деятельности. Находятся в серьезной адаптации к школе.
- **1-й уровень** (негативное отношение к школе, школьная дезадаптация). Такие дети испытывают серьезные трудности в обучении: они не справляются с учебной деятельностью, испытывают проблемы в общении с одноклассниками, во взаимоотношениях с учителем. Школа нередко воспринимается ими как враждебная среда, пребывание в ней для них невыносимо. В других случаях ученики могут проявлять агрессию, отказываться выполнять задания, следовать тем или иным нормам и правилам. Часто у подобных школьников отмечаются нервно-психические нарушения.

II. Качественный анализ

Анализируется выбор ребенка по каждому из 10 вопросов анкеты.

Первые четыре вопроса показывают эмоциональное отношение ребенка к школе. Выбор третьего варианта ответа на них может свидетельствовать о высокой тревожности, выбор второго варианта – о психологической защите.

О перегрузке учащихся свидетельствует выбор третьего варианта ответа **на вопрос 5**.

Конфликтные отношения учащихся с классным руководителем выявляет **вопрос 8**. О возможных проблемах свидетельствует выбор второго и третьего вариантов ответа.

Для выделения детей группы риска по эмоциональному самоощущению в учебном коллективе анализируются ответы **на вопросы 9 и 10.** О полной изоляции или отвержении ребенка может свидетельствовать выбор третьего варианта ответов на оба эти вопроса.

При различных комбинациях второго и третьего вариантов ответов можно предполагать либо частичную изоляцию ребенка в классе, либо его включенность в малую замкнутую группу из 2 или 3 человек. При комбинации **«третий вариант ответа на 9-й вопрос – первый вариант ответа на 10-й»** можно предположить, что сам ребенок стремится к общению, однако по какой-то причине ему не удается установить контакт с одноклассниками, т.е. фактически он является отвергаемым. Обратная комбинация ответов на эти вопросы может свидетельствовать о том, что ребенок, хотя и имеет обширные контакты в классе, не удовлетворен самим коллективом.

Негативные ответы (третьи варианты) **на вопросы 2 и 3** в совокупности **с промежуточным или негативным** ответом **на вопрос 7** при **прочих положительных ответах** (первые варианты) и при достаточно высоком общем уровне развития ребенка могут свидетельствовать о скрытом неблагополучии в отношении к школе.

Если ребенок дает **третий вариант ответа на вопрос 7** и при этом у него выявлены высокие показатели по факторам социального стресса, фрустрации потребности в достижении успеха и страха несоответствия ожиданиям окружающих анкеты Филлипса, следует предложить его родителям принять участие в работе тренинга родительской эффективности, а также оказать психологическую поддержку самому ребенку.

При изучении степени адаптации ребенка к средней школе особенно важно проанализировать ответы детей **на 5, 8, 9, 10 вопросы**.

Приложение 5

Название: «Беседа»
Цель: определить уровень сформированности умений, связанных с целеполаганием
Источник: Калашникова Н.Г., Никитина М.Г. Динамика формирования универсальных учебных действий: методические рекомендации. – Барнаул: АКИПКРО, 2012 – 48 с. [с.40-41] (модифицировано авторами методических рекомендаций)
Форма: индивидуальная работа
Средство: текст анкеты, предъявляемой для индивидуальной работы

АНКЕТА

Ответь письменно на вопросы:

1. Что ты сегодня изучал на уроке математики (биологии, литературы, и т.д.)[1]?
____

2. Что для тебя было интересным?
____

3. Чему ты сегодня учился?
____

4. Что сегодня задано по математике (биологии, литературе, и т.д.)?
____

5. Как ты считаешь, зачем вам дали такое задание?
____
____

6. Выполняешь ли ты задания кроме тех, которые задает учитель?
____

7. Если бы сегодня домашнее задание для класса подбирал ты, какое бы ты дал?
____
____
_____

8. Какие из приведенных ниже заданий ты не можешь выполнить? Как ты думаешь, чему будешь учиться, когда учитель расскажет, как их выполнять?[2]

а) Дай определение понятиям: ……………, ………………….., ……………………
б) Приготовь препарат для рассмотрения его под микроскопом.
в) Нарисуй по одному представителю из каждого царства живой природы.
____
____
_____

Показатели сформированности умений, связанных с целеполаганием:
- количество целей для каждой из сфер жизнедеятельности;
- содержание цели;
- конкретность цели;
- временная перспектива, т. е. тот временной интервал, в пределах которого планируется достижение поставленной цели.[3]

1 Указывается тот предмет, на котором происходит анкетирование
2 Задания а) и в) подбираются из изученной темы, задание б) из темы, которую предстоит изучить на ближайших уроках

Критерии[4] обработки результатов
Характеристика уровней:
I уровень (низкий) – не может сказать, чему учился на уроке, цель заданий видит в получении конкретного результата ответа, не может отделить задания, способ выполнения которого еще не знает.
II уровень (средний) – удерживает, помнит УЗ урока, выполняет действия, способ выполнения которого не знаком, но не может сформулировать на этой основе новую УЗ и определить свои возможности в ее решении, определяет цель задания, как овладение способом действия.
III уровень (высокий) – может сформулировать УЗ, определить собственные возможности в ее решении.
Возможна детализация критериев в соответствии с характеристиками, сформулированными в таблице 2 указанного в методике источника

---

3 Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / [А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др.]; под ред. А. Г. Асмолова. — М.: Просвещение, 2010. — 159 с.
4 Калашникова Н.Г. Личностно ориентированный подход к формированию младшего школьника как субъекта учебной деятельности: Учебное пособие для системы повышения квалификации. – Барнаул, 2004 (глава 2 «Дидактические условия формирования умения учиться в сотрудничестве»)

Приложение 6

Название: «Составь план действий»
Цель: оценить степень сформированности умений, связанных с планированием предстоящей деятельности.
Источник: текст стартовой комплексной метапредметной проверочной работы, предложенной в рамках федерального мониторинга в октябре 2013 года.
Форма: индивидуальная работа
Средство: текст задания №10

Ученикам предложили разработать проект национального парка, в котором обитало бы большое количество разнообразных животных. В твоей группе 4 человека – ты и Маша, Таня, Дима. Тебя выбрали капитаном команды.
Напиши план работы своей группы и распредели, кто и что будет выполнять.
План работы
1. ____
2. ____
3. ____
4. ____
5. ____
Распредели работу между членами группы
Делаете вместе ____
Делаешь ты ____
Делает Маша ____
Делает Таня ____
Делает Дима ____

Показатели сформированности умения, связанного с планированием предстоящей деятельности:
– наличие плана деятельности;
- наличие согласованных детских действий.
Критерии обработки результатов:
2 балла – наличие плана и согласованных детских действий
1 балл – присутствует только один элемент в полном объеме (либо план, либо распределение ролей)
0 баллов – все остальное
Критерии сформированности умений[5], связанных с планированием решения учебной задачи:

Уровень		Характеристика уровня	Типичные ответы обучающихся
Начальный уровень формирования дей-	I	Может спланировать 1-2 действия при решении практической задачи под руководством учителя. Может воспроизвести действия в определенной последовательности по образцу. Приступает к выполнению задания, не зна, как будет действовать. Не может дать отчета о выполненных учебных действиях. При изучении текста планирует 2 действия	«Сначала сделаю (называет действие решения практической задачи)… потом подумаю». «Прочитаю текст, перескажу его, еще раз прочитаю»

5 Калашникова Н.Г., Никитина М.Г. Динамика формирования универсальных учебных действий младших школьников: методические рекомендации. – Барнаул: АКИПКРО, 2012 – 48 с. [с.21-23]

	II	С помощью учителя может спланировать 2-3 действия при решении практической задачи. Самостоятельное планирование практически отсутствует. Предпочитает задания на планирование действий по известному образцу. Планирует по заданию учителя 2-3 действия при работе с учебным текстом, пользуется одной формой плана	«Необязательно планировать, я так знаю, как решать…» Не может обнаружить ошибку в плане. «Прочитаю текст, отвечу на вопросы, перескажу его»
Уровень опорных действий	III	Может спланировать 2-3 действия решения учебной задачи (в сотрудничестве с учителем). Самостоятельно применяет план, но не может внести в него изменения текста, предусматривая итоговый контроль (в основном, результата). Пользуется одной формой плана, не предусматривающей оценивания меры освоения действия	«Вначале найдем способ… Чтобы открыть способ, надо создать модель…». «Прочитаю текст, выделю непонятное, найду ответы, проверю, могу ли выполнить задание к нему
	IV	Может спланировать 2-3 действия решения учебной задачи в сотрудничестве с одноклассниками. Может самостоятельно изменить план применительно к новым условиям. Может описать свои затруднения пли планировании. Самостоятельно планирует 2-3 действия при изучении текста, предусматривая контроль процесса и результата. Использует две формы планирования (простой и схематичный план) и предусматривает творческие виды работ.	«Главный вопрос (далее формулирует его). Чтобы найти ответ, надо сделать модель и на ней выяснить (обобщенно называет действие) и т.д. «При планировании выполнения… мне трудно (указывает, что именно)

Уровень превышения опорных действий (ученик получил возможность сформировать у себя)	V	Может самостоятельно спланировать 2-3 действия по решению учебной задачи. Предусматривает в плане промежуточный и тоговый контроль. На всех этапах решения учебной задачи может дать ответ о предусматриваемых действиях. Использует разные формы планирования в зависимости от цели. В плане решения учебной задачи предусматривает поиск и изучение информации. Планирует действия, соответствующие задаче (в том числе постановку новых вопросов, установление связей нового с ранее изученным и т.д.)	Предвосхищает возможные трудности выполнения задания и средства их преодоления. Аргументирует свой выбор плана действий.
	VI	Может полностью самостоятельно спланировать свою учебную деятельность. В зависимости от условий может составить вариативные планы деятельности. Осуществляет планирование в свернутом виде, как умственное действие, но при необходимости или по требованию может развернуть его.	Может объяснить другому ученику план действий и обосновать его целесообразность

Традиционная номенклатура уровней, указанных в таблице:
I – очень низкий (отсутствие действия)
II - низкий
III – базовый (средний)
IV – повышенный (выше среднего)
V - высокий
VI – очень высокий

Ключ к ответу:
Наличие плана, который соответствует поставленной задачи. Например:

1. Найти место для расположения национального парка.
2. Создать план национального парка
3. Организовать работу по поиску в сети Интернет животных, способных обитать на заданной пунктом 1 территории

4.Разместить выбранных животных по территории национального парка.
6. Создать буклет о национальном парке.
5.Разработать экскурсию по национальному парку.

Распределение работы между членами группы. Распределение должно соответствовать плану. Например:
Делаем вместе – определяем место для расположения национального парка.
Я делаю – план национального парка.
Маша – ищет животных в сети Интернет
Таня – размещает отобранных Машей животных
Дима – создает буклет
Делаем вместе – разрабатываем экскурсию.

Приложение 7

Название: «Изучение качества умений учебной деятельности школьников в учебном процессе»

Цель: оценить уровень владения школьником умениями учебной деятельности, связанными с контролем, самооценкой и рефлексией.

Источник: Калашникова Н.Г., Никитина М.Г. Динамика формирования универсальных учебных действий младших школьников: методические рекомендации. – Барнаул: АКИПКРО, 2012 – 48 с. [с.46-47]

Форма: индивидуальная работа

Средство: перечень вопросов, которые задаются обучающемуся до начала работы, во время и после окончания работы.

До начала работы учитель предлагает обучающемуся ответить на вопросы:

- Сможешь ли ты выполнить это задание? Трудным ли тебе представляется это задание, в чем именно его трудность? (самооценка)
- Как ты будешь выполнять это задание? Что будешь учитывать? С чего начнешь? Из каких этапов будет состоять работа? (планирование)
- Как ты сможешь себя проверить? (контроль)
- Для чего нужны такие задания?

По ходу работы учитель может задавать такие вопросы:

- Как ты сейчас работаешь? Что учитываешь? На какие условия опираешься? На каком этапе находишься? Как можешь себя проверить? Есть ли другие способы решения этой задачи? (рефлексия).

После выполнения работы учитель может задать вопросы:

- Трудным ли для тебя было это задание? В чем его трудность? Успешно ли ты с ним справился? Трудно тебе было проверять свою работу? (оценивание)
- Каким способом ты работал? Какие еще способы применял? Какой способ работы был самым успешным? Как ты сможешь проверить работу сейчас? На что будешь опираться? (контроль)

Показателями уровня сформированности рефлексии являются:

- осознание и адекватность характеристики усваиваемого учебного материала;
- выделение и оценка трудных моментов в усваиваемом;
- умение выделить и описать процесс постановки новой учебной задачи.

Критерии обработки результатов соответствуют качественным характеристикам таблицы 2 используемого источника.

Уровень		**Контроль** процесса и результата решения учебной задачи	Типичные ответы и действия учеников
		Характеристика уровня	Типичные ответы обучающихся
Начальный уровень формирования действия	I	Осуществляет контроль только при инициировании учителем. Не может провести анализ модели, сменить гипотезу. Контролирует результат, учебные действия не контролирует и не соотносит со схемой даже при наводящих вопросах. Допущенные ошибки не исправляет даже в отношении многократно повторенных действий. Не замечает ошибок других учеников	«Проверю, совпадает ли ответ». «Кажется все правильно, не знаю где ошибка, ответ ведь правильный». Преждевременно принимает гипотезу за достоверное суждение
	II	Может, хотя и не систематически, исправлять ошибки при напоминании учителя, другого взрослого. Анализирует отдельные действия решения задачи. Может изменить гипотезу, но делает это хаотично.	«Надо так делать. (исправляет ошибку)»; затрудняется ответить на вопрос: «Почему

		Не может обосновать своих действий по исправлению ошибок даже по наводящим вопросам. В малознакомых действиях ошибки не исправляет	нужно делать так?»
Уровень опорных действий	III	Поэлементно анализирует модель по требованию учителя, одноклассника. Построчно соотносит учебное действие со схемой. Смена гипотезы при поиске способа решения проводится без опоры на модель, эпизодически. Находит ошибки в работе одноклассника, может исправить их. Изменяет состав действий при изменении условий деятельности в совместной работе с одноклассниками	«Чтобы найти., надо.» (пошагово проговаривает алгоритм и осуществляет контроль). «Надо теперь делать так. (характеризует изменение), потому что .»
	IV	Проводит полный анализ ситуации и ее модели (при инициировании извне). Поиск способа решения осуществляет с опорой на проверенные ходы (шаги); Участвует в изменении гипотезы на основе анализа модели; Самостоятельно обнаруживает допущенные ошибки, правильно объясняя при этом действие. При контроле действия ориентируется на обобщенную схему и соотносит с ней процесс решения. Столкнувшись с новой задачей, не может самостоятельно скорректировать схему, проверить ее адекватность новым условиям. Умеет контролировать решение задачи одноклассниками	Осознанно чередует развернутые и свернутые формы контроля, может объяснить способ контроля другому, используя схему действия. «Ошибка допущена потому, что не учел.» (указывает условие)
Уровень превышения опорных действий (ученик получил возможность сформировать у себя)	V	Проводит полный анализ ситуации и ее модели в совместной деятельности с одноклассниками. Осуществляет последовательный поиск действий на основе проверенных шагов. Самостоятельно предлагает изменение гипотезы на основе анализа модели. Задания, соответствующие схеме, выполняются безошибочно. Может самостоятельно обнаружить несоответствия схемы новым условиям. Точно определяет субъективные трудности в выполнении деятельности. Умеет самостоятельно составлять задания для контроля освоенного способа, включая задания-«ловушки»	Аргументирует совокупность заданий для контроля способа деятельности (обращает внимание при этом на сущностные признаки понятий). Может пояснить причину возникшего несоответствия схемы и новых условий
	VI	Самостоятельно проводит полный анализ ситуации и ее модели. Самостоятельно осуществляет последовательный поиск действий на основе проверенных шагов. Изменяет гипотезу поиска способа решения на основе полного анализа. Умеет самостоятельно обнаруживать ошибки при решении новой задачи. Успешно контролирует соответствие выполняемых действий схеме и соответствие самой схемы изменившимся условиям Может вносить коррекции в схему действий еще в начале выполнения действий. Составляет задания на контроль усвоения на основе схемы способа, предусматривает творческие задания	«Чтобы найти решение, надо изучить модель. Чтобы .(дает характеристику сущностных условий), надо попробовать (формулирует версию), потому что.» (аргументирует на основе анализа). «В контрольную обязательно надо включить (характеризует) зада-

			ния, потому что.»
Уровень		**Оценивание** как определение меры продвижения в решении учебной задачи	Типичные ответы и действия учеников
		Характеристика уровня	Типичные ответы обучающихся
Начальный уровень формирования действия	I	Затрудняется определить, найден ли способ решения задачи даже при наличии помогающих вопросов учителя. Не умеет и не испытывает потребности в собственном оценивании своих действий по продвижению к цели (даже по просьбе учителя). Ожидания связаны с внешней оценкой деятельности в целом	Использует категоричную модальность в оценке возможностей выполнения действий
	II	Под руководством взрослого выделяет отдельные действия способа решения. Затрудняется в анализе ошибок, не может определить их причину. Не пытается самостоятельно оценить свои действия, но испытывает потребность во внешней оценке. Оценивая свои действия по просьбе учителя, ориентируется не на содержание, а на внешние особенности решения задачи	«Я правильно (хорошо) сделал?». «Я хорошо выполнил, красиво написал, выполнил все действия»
Уровень опорных действий	III	При наводящих вопросах учителя может оценить свои возможности в решении задачи. Умеет оценивать действия одноклассников в группе на основе схемы способа решения. Может содержательно обосновать правильность или ошибочность действий другого, соотнося их со схемой	«Не знаю, смогу ли.» При наводящем вопросе: «Да, это я умею, потому что.». «Он сделал правильно, потому что.» (опираясь на схему, характеризует)
	IV	Оценивает свои возможности в решении новой задачи, но учитывает лишь ее внешние признаки, а не целостную структуру. Свободно и аргументированно оценивает свое решение задачи, самостоятельно определяет меру владения способом (знаю, научился, могу объяснить другому и др.). В совместной работе может оценить способ выполнения деятельности, его оптимальность в целом. Частично аргументирует результатами контроля	«Думаю, что умею решать задачи (указывает, какие), потому что.» (называет основания, связанные с операциональным составом способа)
Уровень превышения опорных действий (ученик полу-	V	При решении новой задачи может оценивать свои возможности в ее решении, учитывая изменения известных способов действия, может обратиться за помощью к учителю. Может самостоятельно оценить и аргументировать оптимальность найденного способа решения с опорой на контроль. Вместе с одноклассниками может определить некоторые виды практических задач, для решения которых применим способ	«Вероятно, смогу найти ее решение, потому что могу построить модель, понять, чем отличается задача от.»
	VI	Самостоятельно до решения задачи оценивает свои возможности, учитывая специфику усвоения способов	Проблематичная прогностическая оценка

		и их вариаций и границ применения последних; Может самостоятельно оценить и аргументировать оптимальность найденного способа решения с опорой на контроль, оценить способ учебной деятельности в целом. Самостоятельно определяет некоторые виды практических задач, для решения которых применим способ. Осознает и описывает собственные учебные действия. Выделяет наиболее трудные моменты решения учебной задачи	обращена к анализу способа действия

Приложение 8

Методики для диагностики сформированности коммуникативных УУД

Название: «Групповой проект»
Цель: определить уровень сформированности коммуникативных УУД.
Источник: Российская академия образования. О.Б. Логинова. Экспериментальные материалы. 2012-2013 уч.г.
Форма: наблюдение эксперта(ов) за ходом групповой работы.
Средство: организация выполнения краткосрочного группового проекта.

Показатели сформированности коммуникативных УУД:
- конфликты и их разрешение;
- особенности поведения и коммуникации ученика.

Механизм сбора результатов наблюдения.

По каждому показателю отмечаются результаты наблюдений за каждым учеником данной группы и за группой в целом. При необходимости даются комментарии в процессе наблюдения или после завершения проекта. Описываются проблемы, возникшие в процессе работы. Отметки в карте наблюдений ставятся в конце занятия (в последние 5 мин) по результатам наблюдений в ходе всего занятия. Заполняются соответствующие таблицы и графы.

Конфликты и их разрешение

Заполните Таблицы 1 и 2
Если конфликтов не было, то заполняется только правая часть таблиц 2, 3.

Таблица 1. Возникновение конфликта.

<table>
<tr><td colspan="6">Ученики: роль в возникновении конфликта поставить в каждой ячейке 0,1 или 2
0 - инициатор конфликта
1 - участник конфликта
2 - в конфликт не вступает</td><td>Группа в целом: частота конфликтов поставить 0,1 или 2
0 - очень часто
1 - иногда
2 - конфликтов не было, все работали дружно</td></tr>
<tr><td>№1</td><td>№2</td><td>№3</td><td>№4</td><td>№5</td><td>№6</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Таблица 2. Разрешение (завершение) конфликта

<table>
<tr><td colspan="6">Ученики: роль в разрешении конфликта поставить в каждой ячейке 0,1 или 2
0 - пытается настоять на своем, спорит, на компромисс не идет
1 - готов уступить, избегает столкновений
2 - ведет переговоры, аргументирует свою позицию, слушает партнера, ищет оптимальное решение</td><td>Группа в целом: завершение конфликта поставить 0,1 или 2
0 - ссора, общего решения нет
1 - конфликт завершен - кто-то уступил, кто-то навязал свое решение и все подчинились
2 - конфликт завершился переговорами и общим решением</td></tr>
<tr><td>№1</td><td>№2</td><td>№3</td><td>№4</td><td>№5</td><td>№6</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Особенности поведения и коммуникации ученика

Заполните Таблицы 3, 4 и 5

Таблица 3. Активность/инициативность ученика и активность группы

<table>
<tr><td colspan="6">Ученики:
поставить в каждой ячейке 0,1 *или* 2
0 - не проявляет активности
1 - активен(активна), но инициативы не проявляет
2 - активен (активна), проявляет инициативу</td><td>Группа в целом:
при машинной обработке подсчитывается средний балл группы</td></tr>
<tr><td>№1</td><td>№2</td><td>№3</td><td>№4</td><td>№5</td><td>№6</td><td rowspan="2">Наблюдателем НЕ заполняется</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Таблица 4. Ориентация на партнера и согласованность позиций (децентрация) группы

<table>
<tr><td colspan="6">Ученики:
поставить в каждой ячейке 0 *или* 1
0 - не слушает, перебивает, не учитывает мнения партнера
1 -прислушивается к партнеру, старается учесть его по-</td><td>Группа в целом:
при машинной обработке подсчитывается средний балл группы</td></tr>
<tr><td>№1</td><td>№2</td><td>№3</td><td>№4</td><td>№5</td><td>№6</td><td rowspan="2">Наблюдателем НЕ заполняется</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Таблица 5. Лидерство

<table>
<tr><td colspan="6">Ученики:
поставить в каждой ячейке 0,1 *или* 2
0 - стремления к лидерству не проявляет, довольствуется ролью «ведомого»
1 - проявляет стремление к лидерству, в команде работать не умеет
2 - проявляет стремление к лидерству, умеет работать в команде «на вторых ролях»</td><td>Группа в целом: *поставить* 0,1 *или* 2
0-в группе была борьба за лидерство, которая негативно повлияла на результат
1 - явных лидеров не было
2 - был признанный лидер/лидеры, их работа позволила группе добиться хорошего результата</td></tr>
<tr><td>№1</td><td>№2</td><td>№3</td><td>№4</td><td>№5</td><td>№6</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Критерии для обработки результатов

Таблица максимальных баллов ученика №1:

<table>
<tr><td>Показатели</td><td>Степень выраженности</td><td>Набранный балл</td><td>Максимальный балл</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1. Возникновение конфликта</td><td>- инициатор конфликта</td><td>0</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>- участник конфликта</td><td>1</td></tr>
<tr><td>- в конфликт не вступает</td><td>2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2. Разрешение конфликта</td><td>- пытается настоять на своем, спорит, на компромисс не идет</td><td>0</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>- готов уступить, избегает столкновений</td><td>1</td></tr>
<tr><td>- ведет переговоры, аргументирует свою позицию, слушает</td><td>2</td></tr>
</table>

	партнера, ищет оптимальное решение		
3. Активность/инициативность ученика и активность группы	- не проявляет активности	0	2
	- активен(активна), но инициативы не проявляет	1	
	- активен (активна), проявляет инициативу	2	
4. Ориентация на партнера и согласованность позиций	- не слушает, перебивает, не учитывает мнения партнера	0	1
	-прислушивается к партнеру, старается учесть его	1	
5. Лидерство	- стремления к лидерству не проявляет, довольствуется ролью «ведомого»	0	2
	- проявляет стремление к лидерству, в команде работать не умеет	1	
	- проявляет стремление к лидерству, умеет работать в команде «на вторых ролях»	2	
	Максимальное кол-во баллов:	______	9
	Уровень:		

Характеристика уровней:

Уровни развития коммуникативных компетенций

Недостаточный 0-3 балла	Критический 4-6 балла	Достаточный 7-9 балла
Речь развита плохо, в диалоге участвует односложными ответами, работая в группе, только слушает. Навык активного слушания не сформирован – не отслеживает логику работы, не задает вопросов по ходу работы.	Устный полный ответ может построить только по алгоритму. В группе может участвовать в дискуссии. Услышанное анализирует, иногда может задать вопросы. При работе в группе хорошо выполняет четко определенную деятельность, без собственной активности.	Свободно рассуждает на заданную тему в рамках полученных знаний. В диалоге активен, умеет внимательно слушать собеседника. В группе может организовать обсуждение. При работе в команде может как подчиняться, так и руководить одинаково успешно, сохраняет в команде способность к творчеству.

Приложение 9

Название: «Разворачивание информации»

Цель: определить уровень сформированности умений, позволяющих преобразовывать информацию.

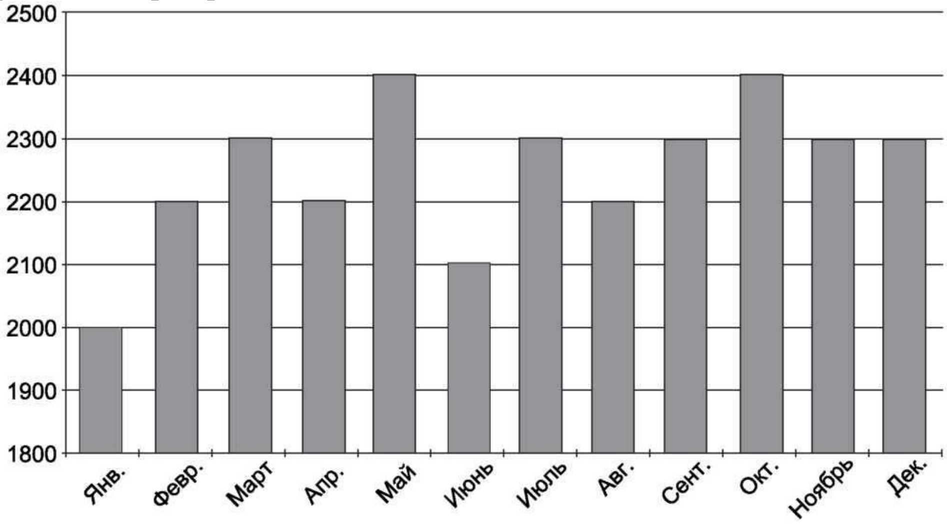
Источники:

1. Галеева Н. Л. Сто приемов для учебного успеха ученика на уроках биологии: Методическое пособие для учителя. — М.: «5 за знания», 2006. — 144 с. — («Методическая библиотека»). [с.38]
2. Текст стартовой комплексной метапредметной проверочной работы, предложенной в рамках федерального мониторинга в октябре 2013 года.

Форма: индивидуальная работа

Средство: текст задания, предъявляемой для индивидуальной работы

Задание 1. На диаграмме показано количество автомобилей, выпущенных одним из заводов с января по декабрь прошлого года.[6]



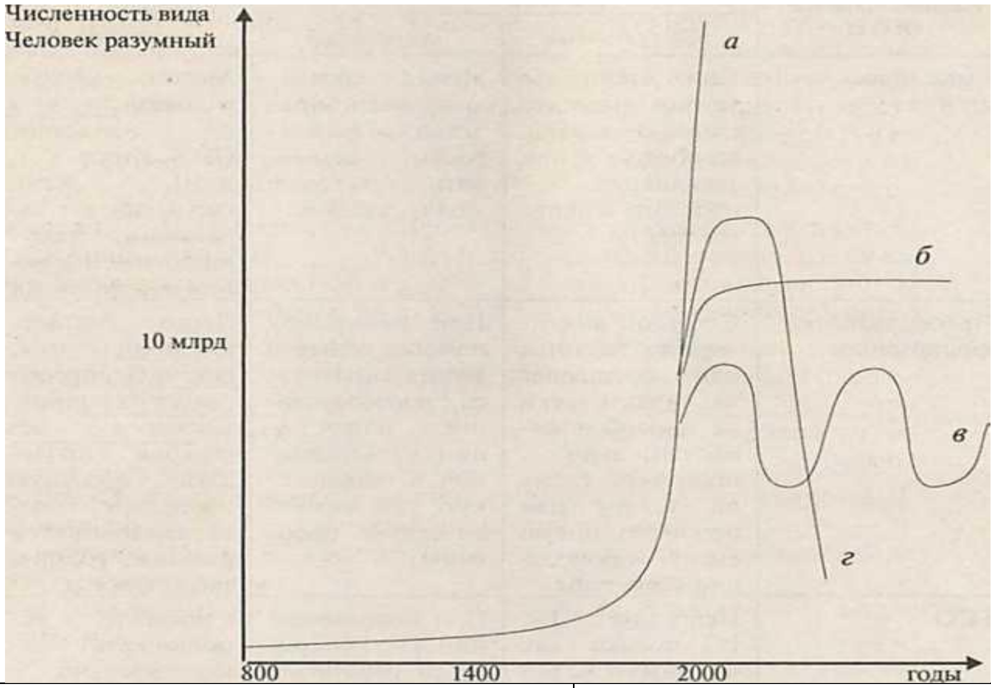
Когда завод выпустил больше автомобилей - весной или осенью и на сколько штук больше?

Ответ _______________ больше, чем _________________, на _____________ шт.

---

6 Текст стартовой комплексной метапредметной проверочной работы, предложенной в рамках федерального мониторинга в октябре 2013 года

Задание 2. Перед вами график прогноза численности роста человечества, демонстрирующий четыре модели изменения численности человечества в будущем. Проанализируйте график и ответьте на вопросы, записав ответ во втором столбце таблицы.[7]



Вопросы:	Твои ответы:
1. Какая кривая, на Ваш взгляд, наиболее утопична (нереальна)?	
2. Найдите кривую, характеризующую регресс человечества, т.е. снижение численности вида.	
3. Какие причины могут стать фактором, способным вызвать подобные последствия?	
4. Какие условия обеспечат будущее человечества по модели «в»?	
5. Какие события могут поддержать модель «б»?	
6. Какая кривая, на Ваш взгляд, самая реальная? Почему?	

Показатели сформированности умений, позволяющих преобразовывать информацию:
- извлечение информации с различных частей используемого источника (в таблице – из различных строк и столбцов; в графике – из показателей осей и степени выраженности изучаемого критерия; в схеме – из разных ее уровней и т.д.);
- систематизация, анализ и отбор информации (разные виды сортировки, структурирование информации, фиксация результатов работы);
- критическое отношение к получаемой информации, умение выделять главное, оценивать степень достоверности.

Критерии[8] обработки результатов:

Характеристика уровней:

7 Галеева Н. Л. Сто приемов для учебного успеха ученика на уроках биологии: Методическое пособие для учителя. — М.: «5 за знания», 2006. — 144 с. — («Методическая библиотека»). с.37 (модифицировано авторами методических рекомендаций)

8 Там же с.37

I уровень (недостаточный) – с трудом анализирует или составляет таблицы, схемы, графики и т.п; практически не способен самостоятельно построить схему по тексту или прочитать новую схему процесса или структуры.
II уровень (критический) – при небольшой помощи учителя может справиться с преобразованием информации из вербальной в графическую или символическую (формулы) и наоборот.
III уровень (достаточный) – легко «читает» графики, схемы, формулы, преобразует их в текст. Способен без ошибок проделать обратную процедуру — преобразовать текст в рисунок, график, таблицу и т. д..