МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА

(КГПУ им.В.П. Астафьева)

Институт/факультет/филиал Институт математики, физики и информатики

(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая (ие) кафедра (ы) Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе

(полное наименование кафедры)

Каргапольцев Иван Николаевич

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ С ПАРАМЕТРАМИ (ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС В СИСТЕМЕ ПРОФИЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10 КЛАССОВ)

Направление подготовки/ специальность 44.03.01 Педагогическое образование

(код направления подготовки/код специальности)

Профиль «Математика»

(наименование профиля для бакалавриата)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой профессор, д-р пед. наук Л.В.Шкерина

11.06.2018

(дата, подпись)

Руководитель доцент, канд. физ.-мат. наук А.В.Багачук

09.06.2018

(дата, подпись)

Дата защиты 19.06.2018

Обучающийся Каргапольцев И.Н.

09.06.2018

(дата, подпись)

Оценка ________________

(прописью)

Красноярск

2018

Оглавление

Введение

Основная задача обучения математике в школе заключается в формировании математической компетенции обучающихся, необходимой в повседневной жизни и профессиональной деятельности каждому члену современного общества, достаточных для изучения системных дисциплин и продолжения образования [13].

Но как показывает практика, базовых знаний по математике не достаточно ни для успешного написания единого государственного экзамена, ни для сдачи вступительных экзаменов в ВУЗы. Наиболее трудным, пожалуй, для обучающихся, является задачи с параметрами. Возможно, потому что в образовательном минимуме им не уделяется внимания, хотя и на единых государственных экзаменах и на вступительных экзаменах задания такого типа встречаются очень часто.

Исходя из выше сказанного, перед нами встала проблема исследования, которая заключается в разработке элективного курса в системе профильной математической подготовки обучающихся по теме «Решение уравнений и неравенств с параметрами».

Цель исследования: разработать и апробировать элективный курс «Решение уравнений и неравенств с параметрами».

Объект исследования: математическая подготовка учащихся 10-ых классов профильной школы.

Предмет исследования: элективный курс «Решение уравнений и неравенств с параметрами».

Гипотеза: реализация элективного курса по теме «Решение уравнений и неравенств с параметрами» будет способствовать повышению качества математической подготовки десятиклассников, если его содержание и методика проведения будут разобраны в соответствии с требованиями, которые предъявляются к разработке элективных курсов.

Задачи исследования:

1. Изучить психолого-педагогическую и методическую литературу по проблеме исследования.

2.Разработать программу элективного курса по теме «Решение уравнений и неравенств с параметрами».

3.Разработать методическое обеспечение элективного курса.

4.Провести апробацию.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложений.

В первой главе рассмотрена типология элективных курсов и их роль в организации профильного обучения, особенности элективных курсов для предпрофильной подготовки. Представлена схема примерной структуры программы элективного курса и требования к ней. А так же рассмотрены трудности, которые возникают при проведении элективных курсов образовательной области «математика». Во второй главе представлен учебно-методический материал для проведения элективного курса. Он содержит: программу курса; тематическое планирование; планы-конспекты занятий; итоговые работы, предлагаемые учащимся, с подробным описанием их проведения (тест и проект). В заключении оцениваются результаты проведения исследования, делается вывод о целесообразности введения элективного курса «Решение уравнений и неравенств с параметрами».

Апробация проведена на базе МОУ «лицей 4 «Управления, экономики и права»» Свердловского района г. Красноярска.

ГЛАВА 1
Электронные курсы в общеобразовательной школе

§ 1. Электронные курсы, как одно из возможных направлений в структуре профильного обучения

Мировая система образования уже в который раз втягивается в эпоху перемен.

Привычный учебный текст «на твердой основе» вытесняется дисплеем компьютера, в библиотеку приходит ИНТЕРНЕТ. Учитель даже самый талантливый, играя привычную роль на традиционных уроках, просто не в силах конкурировать с мультимедиа. Образ учителя — единственного источника знаний, учителя — поводыря уходит в историю. Можно долго говорить о том, думаю, не удастся уже никогда. И это не плохо и ни хорошо - это факт, историческая данность. Роль учителя в современном образовательном процессе существенно меняется.[8]

Многие годы отечественное школьное образование было одним из лучших в мире. Мы обоснованно гордились его высоким научным уровнем, фундаментальностью, системностью. По этим параметрам российское образование и сейчас находится на самых передовых рубежах.

Однако хорошо известно, что ничего, даже самое лучшее, не может не развиваться. Иначе начинается застой, а потом и потеря тех качеств, которые еще совсем недавно обеспечивали высокий уровень развития, приоритет системы. Это в полной мере относится и к образованию.

Наше общество меняется. Поэтому не может не меняться и система образования. Ведь образование — часть общества, оно служит ему и выполняет его заказ. Роль образования на современном этапе развития страны определяется, как отмечается в «Концепции модернизации российского образования на период до 2010г.» одобренной Правительством Российском Федерации, задачами перехода России к демократическому государству, рыночной экономике, необходимостью преодоления опасности ее отставания от мировых тенденций экономического и социального развития. Иначе говоря, образование во многом рассматривается сейчас как «локомотив» социальных и экономических преобразований в стране. Такой социальный заказ обращен, конечно, ко всем звеньям образования, но, прежде всего, к общему среднему образованию, т.е. к той его ступени, где в основном и происходит становление личности молодого человека.

«Развивающемуся обществу - подчеркивается в концепции,- нужны современно образованные, нравственные, предприимчивые люди, которые могут самостоятельно принимать решения, прогнозируя их возможные последствия, отличаются мобильностью.. способны к сотрудничеству...»[23]

Уже в ближайшие годы, вероятно, образование в нашей стране приобретет новый облик, во многом станет другим. Обновление содержания образования в России связано не только с изменением социально- экономических условий в стране, но отражает и общие тенденции развития образования в мире. Важнейшими средствами этих тенденций следует назвать переход к системе непрерывного образования по формуле «образование через всю жизнь», стремление к большей практической ориентации результатов обучения, информации образования.

В условиях постоянного обновления научных знаний, революционных темпов развития техники и технологий, форм организации труда закономерно встает вопрос о необходимости создания системы непрерывного образования.

Для общества, непрерывного образования - это средство расширенного воспроизводства его интеллектуального и культурного потенциала, для государства - фактор ускорения социального и научно- технического прогресса, обеспечение стабильного развития производства, для каждого человека - условие готовности к профессиональной деятельности при

постоянном изменении технологий. Характеризуя непрерывное образование, К.Я. Вазина отмечает: «непрерывное образование, как педагогическая система - это совокупность средств, способов и форм приобретения, углубления и расширения общего образования, профессиональной компетенции, культуры, эстетического отношения к действительности».[8]
одним их важнейших условий эффективной реализации задачи построения системы непрерывного образования, является обеспечение преемственности ее ступеней.

Для решения проблемы преемственности принципиальное значение имеет осознание сущности взаимосвязи общего и профессионального образования. Особую актуальность этот вопрос имеет для построения содержания образования на старшей ступени школы, введения профильного обучения в старших классах.

Введение в старших классах средней школы профильного обучения является одним из важнейших направлений обновления отечественного школьного образования. По мнению, широкой общественности, профилизация содержания образования в старших классах является сегодня не только наиболее позитивно оцениваемых мероприятий в ее модернизации.
Как известно, на старшей ступени школы, с одной стороны, завершается общее образование школьников, обеспечивающее их функциональную грамотность, социальную адаптацию личности, с другой стороны, происходит социальное и гражданское самоопределение молодежи.

Среднее (полное) общее образование - завершающая ступень общего образования, призванная обеспечить функциональную грамотность и социальную адаптацию обучающихся, содействовать их общественному и гражданскому самоопределению. Эти функции предопределяют направленность целей на формирования социально грамотной и социально мобильной личности, осознающей свои гражданские права и обязанности, ясно представляющей себе потенциальные возможности, ресурсы и способы реализации выбранного жизненного пути. Эффективное достижение указанных целей возможно при введении профильного обучения, которое является «системой специализированной подготовки в старших классах общеобразовательной школы, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию обучающихся, в том числе с учетом реальных потребностей рынка труда...» /концепции модернизации российского образования на период до 2010/. [23]

Профильное обучение - средство дифференциации и индивидуализации обучения, когда за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитываются интересы, склонности и способности учащихся, создаются условия для образования старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования. При этом существенно расширяются возможности выстраивания учеников индивидуальной образовательной траектории. [9]

Переход к профильному обучению позволяет:

- создать условия для дифференциации содержания обучения старшеклассников, построения индивидуальных образовательных программ;
- обеспечить углубленное изучение отдельных учебных предметов;
- установить равный доступ к полноценному образованию разным категориям обучающихся, расширить возможности их социализации;
- обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, в том числе более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования

Модель общеобразовательного учреждения с профильным обучением на старшей ступени предусматривает возможность разнообразных комбинаций учебных предметов, что и будет обеспечивать гибкую систему профильного обучения.

В настоящее время в высшей школе сформировалось устойчивое мнение о необходимости дополнительной специализированной подготовки старшеклассников к сдаче вступительных экзаменов и дальнейшему образованию в вузе. Традиционная непрофильная подготовка выпускников школы привела к нарушению преемственности между школой и вузом, стала причиной возникновения многочисленных подготовительных отделений вузов, расцвета репетиторства, платных курсов и т. д.

Большинство старшеклассников, студентов и преподавателей вузов видят необходимость дифференцировать содержание образования на старшей ступени школы по различным профилям обучения.

Плюсы профильного обучения

1. направленность на удовлетворение познавательных потребностей, интересов, жизненных устремлений старшеклассников;
2. создание условий для преодоления перегрузки школьников;
3. вклад в обеспечение доступности образования.

Минусы профильного обучения

1. определенная потеря в общеобразовательном характере содержания обучения на старшей ступени школы;

2. выбор направления продолжения образования и возможной сферы профессиональной деятельности придется делать на два года раньше.

Система профильного образования должна включать в себя следующие типы учебных предметов; базовые общеобразовательные, профильные и элективные.[13]

Базовые общеобразовательные курсы- курсы, обязательные для изучения школьниками во всех профилях обучения. Их основное назначения в том чтобы продолжить общеобразовательную, общекультурную составляющие школьного образования. Состав базовых общеобразовательных курсов, обеспечивающих минимальный уровень общего образования для каждого старшеклассника, должен отражать общепризнанные взгляды на цели, задачи, функции общего образования.

Профильные общеобразовательные курсы- курсы повышенного (или как сейчас принято говорить, продвинутого) уровня, определяющие направленность, специализацию каждого конкретного профиля обучения. Профильные курсы и по объему и по глубине изучения материала занимают как бы промежуточное место между базовыми и углубленными курсами. Если углубленные курсы предназначены для школьников, имеющих повышенные способности к какой- либо области научного знания, то профильные курсы - это курсы для обычных школьников, проявляющих повышенный интерес к данному учебному предмету и намерения работать в будущем в этой области профессиональной деятельности человека.

Состав базовых и профильных общеобразовательных курсов определяет состав федерального компонента БУП. Другие компоненты БУПа (региональных и школьных) на старшей ступени обучения представлены в нем «рамочно» - с указанием только числа часов, отводимых на их изучения

Элективные курсы - обязательные для посещения курсы по выбору учащихся, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школы. Элективные курсы реализуются за счет школьного компонента учебного плана.

Можно условно выделить следующие типы элективных курсов:

I. Предметные курсы, задача которых - углубление и расширение знаний по предметам, входящих в базисный учебный школы.

В свою очередь, предметные элективные курсы можно разделить на несколько групп.

1) Элективные курсы повышенного уровня, направленные на углубление того или иного учебного предмета, имеющие как тематические, так и временное согласование с этим учебным предметом. Выбор такого элективного курса позволит изучить выбранный предмет не на профильном, а на углубленном уровне. В этом случае все разделы углубляются курса более или менее равномерно

2) Элективные спецкурсы, в которых углубленно изучаются отдельные разделы основного курса, входящие в обязательную программу данного предмета. Примерами таких курсов из области физики могут быть: «Механика», «Строение и свойства вещества», «Термодинамика», «Волновая оптика», «Специальная теория относительности», «Физика атома и атомного ядра» и др. Ясно, что элективные курсы этого типа выбранная тема изучается более глубоко, чем это возможно при выборе элективного курса типа « курс повышенного уровня».

3) Элективные спецкурсы, в которых углубленно изучаются отдельные разделы основного курса, не входящие в обязательную программу данного предмета. Примерами из области математики могут служить: «Комбинаторика», «Элементы теории вероятностей», «Элементы математической логики», «Элементы теории множеств» и др. Примерами из области информатики могут служить: «Информационные системы и модели», «Информационные основы управления», «Сетевые технологии», «Создания и размещения сайтов» и др.

4)Прикладные элективные курсы, цель которых - знакомство учащихся с важнейшими путями и методами применения знаний на практике, развития интереса учащихся к современной технике и производству. Приведем возможные примеры таких курсов: «Физика и компьютер», «Курс прикладной физики с изучением основ механизации производства», «Курс прикладной физики на материале сельскохозяйственного производства», «Техника и окружающая среда», «Химические технологии» и др.

5)Элективные курсы, посвященные изучению методов познания природы. Примерами таких курсов могут быть: «Измерения физических величин», «Школьный физических практикум», «Наблюдение эксперимент, моделирование», «Методы физико-технических исследований», «Физико-технического моделирование», «Учимся проектировать на компьютере», «Компьютерное моделирование», «Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов», «Математические модели и методы в естествознании и технике», «Основы методологии и методики биоэкологических исследований» и др.

6)Элективные курсы, посвященные истории предмета, как входящие в учебный план школы (история физики, математики, биологии, химии, географических открытий), так и не входящего в него (истории астрономии, техники, религии и др.).

7)Элективные курсы, посвященные изучению методов решения задач (математических, физических, химических, биологических и т.д.), составлению и решению задач на основе физического, химического, биологического эксперимента.

Межпредметные элективные курсы, цель которых - интеграция знаний учащихся о природе и обществе. Примерами таких курсов естественнонаучного профиля могут быть: «Основы космонавтики», «Физика Космоса», «Естествознание», «Элементы биофизики», «Элементы химической физики» и др.

II Межпредметные курсы типа «Естествознание» могут проводиться в основной школе, с целью предпрофильной подготовки - оказание помощи учащимся в выборе профиля обучения в старших классах. В профильной школе такие курсы могут выполнять двоякую функцию:

- быть компенсирующим курсом для классов гуманитарного и социально-экономического профилей;
- быть обобщающим курсом для классов естественнонаучного профиля.

Примером такого обобщающего элективного курса может быть: «Эволюция естественнонаучной картины мира».

III Элективные курсы по предметам, не входящим в базисный учебный план.

Это курсы, посвященные психологическим, социальным, психологическим культурологическим, искусствоведческим проблемам.

Приведем примеры таких курсов, из числа победителей второго этапа конкурса, проводимого НФПК в 2003 году: «Введение в современные социальные проблемы», « Психология человека и человеческого общества», « Эффективное поведения в конфликте», « География человеческих перспектив», « На перекрестке двух культур (немецкий)», « Искусство анализа художественного текста», «Русский язык в диалоге культуры», « Информационная культура и сетевой этикет школьника», « Основы журналистского мастерства», « Основы дизайна», « Вопросы менеджмента и маркетинга» и др.

Количество элективных курсов, должно быть избыточно по сравнению с числом курсов, которые обязан выбрать учащийся (одним из одного — это не выбор).

§2. Функции, задачи и требования к программам элективных курсов

Функции и задачи элективных курсов

Элективные курсы выполняют три основные функции:

1) «Надстройки» основного курса, когда такой дополнительный курс становится в полной мере углубленным (а школа/класс/, в котором он изучается, превращается в традиционную школу с углубленным изучением отдельных предметов).

2) Развивают содержание одного из базовых курсов, что позволяет поддерживать изучение смежных учебных предметов на профильном уровне или получить дополнительную подготовку для сдачи ЕГЭ по выбранному предмету.

3)Способствует удовлетворению познавательных интересов в различных областях деятельности человека.

ЕГЭ по элективным курсам не проводят.

Что касается основных задач, решаемых элективными курсами, то начнем, пожалуй, с того, что право принятия учеником ответственного решения -

мощнейший педагогический ресурс. Сама возможность такого выбора ставит ученика перед необходимостью принятия ответственного решения. Для того чтобы выбрать что-то, от чего-то необходимо отказаться, т.е. надо решить проблему. Это означает, что надо оценивать, что именно, для чего и с чьей помощью следует изучать. У классного руководителя, учителя, ученика, родителей, психолога появляется предмет переговоров, который касается содержания образования, и уже только из-за этого стоит вводить в учебный план школы курсы по выбору.

Но в рамках реализации концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования элективные курсы вводились не с той целью. По замыслу идеологов реформы, кроме решения основной проблемы - обучения ученика делать ответственный выбор (а учиться выбирать, можно только выбирая на самом деле) - элективные курсы должны помочь в решении ряда важнейших задач

Первая задача - создание условий для того чтобы ученик утвердился в сделанном им выборе направления дальнейшего обучения, связанного с определенным видом профессиональной деятельности или отказаться от него. Думаю, не надо доказывать, что выбор 16-17 летним человеком жизненного пути и связанный с этим выбором профиль обучения очень часто является неокончательным. Чаще всего в этом возрасте школьник точно знает то, что ему не нравится, чем он почти наверняка заниматься не будет. Ответить же на вопрос относительно того, чем, собственно он хочет заниматься в жизни, он не может - он просто никогда не пробовал (не имел возможности) серьезно заняться какими-либо науками. Однако словом, он не только не ответил, но даже не сформировал для себя два ключевых вопроса, которые стоят перед ним в старшей школе: «Могу ли?» и «Хочу ли?» заниматься тем или другим делом. А ведь именно от сочетания утвердительных и отрицательных ответов на эти вопросы и зависит выбор жизненного пути. На уроках по общеобразовательным и профильным предметам мы вынуждены ежечасно доводить до сведения ученика «новый материал» и... Одним словом, времени на то, чтобы познакомить подростка со спецификой той или иной деятельности, у нас просто нет. Не было у учеников в учебном плане места для проб и ошибок. Этим местом могут и должны стать элективные курсы определенного вида.

Аналогом таких элективных курсов можно считать ту часть прежних факультативов, программы которых были ориентированы на знакомство с видами деятельности, характерными для человека, работающего в той или иной образовательной области. Разница состоит лишь в том, что факультативы изучались не всеми и после уроков, а элективные курсы для всех (какие-то элективные курсы должен выбрать каждый старшеклассник) и являются они составной частью индивидуального учебного плана ученика.

Вторая задача - помочь старшекласснику, совершившему первоначальный выбор образовательной области для более тщательного изучения, увидеть многообразие видов деятельности, связанных с ней.

Думается, что содержание и способы работы на занятиях по этим курсам могут более напоминать работу творческого кружка. Программы этих курсов должны иметь больше «свободы», учитель должен будет корректировать программу (может быть, на каждом уроке), реагируя на интерес группы учеников или каждого ученика в отдельности.

Понятно, что такая «ситуативная» образовательная технология не слишком близка российскому учителю. Гораздо легче начинать урок, зная, чем его нужно закончить. Но осваивать подобный способ работы надо, если мы хотим помочь старшекласснику не только получить аттестат, но и найти свое место в жизни.

Еще одной из особенностей в организации элективных курсов является то, что - любой элективный курс - авторский. Конечно, основой для работы учителя, ведущего курс по выбору, могут стать программы факультативных курсов, разнообразные учебные пособия. Даже если учителю повезет, и он купит специально созданный под элективный курс учебно-методический комплекс, то трудно предположить, что он может его целиком использовать. Ведь учитель будет вносить в программу изменения, связанные с уровнем подготовленности конкретных учеников, которые избрали данный курс (выбирают-то ученики); с наличием тех или иных средств обучения в школе; с личными интересами, уровнем подготовки учителя и т. д. Это означает, что, взяв программу и/или учебное пособие, учитель начнет переделывать его «под себя». Может быть и другой вариант. Поработав по какому-то пособию (учебной программе), учитель придёт к выводу, что для решения проблем пришедших к нему на курс учеников надо не переделывать имеющуюся программу, создавать свою, новую. Таким образом, каждый учитель является автором того элективного курса, который преподает.

Требования к программам элективных курсов

1. По соответствию положению концепции профильного и предпрофильного обучения. Программа позволяет учащимся осуществить пробы, оценить свои потребности и возможности и сделать обоснованный выбор профиля обучения в старшей школе (для предпофильного обучения).

2. По степени новизны для учащихся. Программы включает новые для учащихся знания, не содержащиеся в базовых программах.

3. По мотивирующему потенциалу программы. Программа содержит знания, вызывающие познавательный интерес учащихся и представляющие ценность для определения ими будущей профессии. Содержание должно быть доступным, чтобы не вызвать демотивацию.

4. По полноте содержания. Программа содержит все знания, необходимые для достижения запланированных в ней целей подготовки.

5. По научности содержания. В программу включены прогрессивные научные знания и наиболее ценный опыт практической деятельности человека.

6. По инвариантности содержания. Включенный в программу материал может применяться для различных групп (категорий) школьников, что достигается обобщенностью включенных в нее знаний; им отбором в соответствии с общими для всех учащихся задачами профильной подготовки, а также модульным принципом построения программы.

7. По степени обобщенности содержания. Степень обобщенности включенных в программу знаний соответствует поставленным в ней целям, обучения и развития мышления школьников.

8. По практической направленности курса. Программа позволяет осуществить эвристические пробы и сформировать практическую деятельность школьников в изучаемой области знаний.

9. По соответствию способа развертывания учебного материала стоящим в программе задачам. Способ развертывания содержания учебного материала соответствует стоящим в программе целям обучения: формирования теоретического или эмпирического мышления обучающихся и определяется объективным уровнем развития научных знаний.

10. По выбору методов обучения. Программа дает возможность проведения эвристических проб, что обеспечивается ее содержанием и использованием в преподавании активных методов обучения.

11. По степени контролируемости. Существует промежуточный контроль. Программа обладает достаточной для проведения контроля

- иерархичностью описания включенных в нее знаний,
- конкретностью определения результатов подготовки по каждой из ведущих тем или по программе в целом.

12. По чувствительности к возможным сбоям. Программа дает возможность установить степень достижения промежуточных и итоговых результатов и выявить сбой в прохождении программы в любой момент процесса обучения. Включить резерв времени для устранения этих сбоев.

1*3. По реалистичности с точки зрения ресурсов.* Материал программы распределен во времени с учетом его достаточности для качественного изучения знаний и получения запланированных результатов; устранения возможных при прохождении программы сбоев; использования наиболее эффективных (активных) методов обучения.

14. По эффективности затрат времени на реализацию учебного курса. Программой определена такая последовательность изучения знаний, которая является наиболее « коротким путем» в достижении целей. Это последовательность, при которой на восстановление забытых или уже утраченных знаний не нужно будет тратить много времени; изучение новых знаний будет опираться на недавно пройденный и легко восстанавливающийся в памяти учебный материал. [13]

Вводя в школьное образование элективные курсы, необходимо учитывать, что речь идет не только об их программах и учебных пособиях, но и о всей методической системе обучения этим курсам в целом ведь профильное обучение - это не только дифференцирование содержания образования, но, как правило, и по-другому построенный учебных процесс. Именно поэтому в примерных учебных планах отдельных профилей в рамках времени, отводимого на элективные курсы, предусмотрены часы в 10-11 классах на организацию учебных практик, проектов, исследовательской деятельности. Эти формы обучения наряду с развитием самостоятельной деятельности обучающихся, применением новых методов обучения (например, дистанционного обучения, учебных деловых игр, метод проектов и т.д.) станут важным фактором успешного проведения занятий по элективным курсам.

Элективные курсы как наиболее дифференцированная, вариативная часть школьного образования потребуют новых решений в их организации. Широкий спектр и разнообразный характер элективов может поставить отдельную школу в затруднительное положение, определяемое нехваткой педагогических кадров, отсутствием соответствующего учебно-методического обеспечения. В этих случаях особую роль приобретают сетевые формы взаимодействия образовательных учреждений, включая учреждения начального, среднего, профессионального высшего и дополнительного образования. Особую роль в успешном внедрении элективных курсов играет подготовка учебной литературы по этим курсам. Элективные курсы могут выполнить еще одну важную функцию - явиться полигоном для создания и экспериментальной проверки нового поколения учебных материалов.

В качестве учебной литературы по элективным курсам могут быть использованы также учебные пособия по факультативным курсам, для кружковой работы, а также научно - популярная литература, справочные издания.

Поиски путей оптимизации содержание учебных предметов, обеспечения его соответствия меняющимся целям образования могут привести к новым подходам к структурированию содержания учебных предметов. Традиционный подход основывается на логике базовой науки. Другой подход может заключаться в отборе проблем, явлений, процессов, ситуаций, изучение которых соответствовало бы познавательным запросам учащимся. Такой подход может способствовать формированию учащихся как субъектов образовательной деятельности. С другой стороны, нельзя забывать о главной задаче российской образовательной политики - обеспечения современного качества образования на основе сохранения его фундаментальности и соответствия актуальным и перспективным потребностям личности, общества и государства. Таким образом, современная школа не должна отказываться от ЗУНов, но считать приоритетным направлением деятельности - способствовать развитию школьников, научить его решать учебные и жизненные проблемы, научить учиться.

Как отмечает О.Е. Лебедев в статье « Роль элективных курсов в создании нового поколения учебных материалов» ожидания учащихся в большинстве случаев будут связаны с достижением некоторых межпредметных результатов (например, с освоением способов анализа информации, способов конструирования сообщений, способов совместной деятельности, навыков решения проблем и т. д.). В учебниках по элективным курсам возможно и весьма желательно использовать аппарат обращения к внешкольным источникам информации (включая компьютерные сети) и к образовательному опыту, приобретенному вне рамок школы (дополнительное образование, самообразование, социально-творческая деятельность).[8]

Возможность также создание учебных пособий по элективным курсам в виде набора модулей, что позволило бы определять содержание программы по этим курсам с участием учащихся. Такими модулями могут быть элективные спецкурсы, рассчитанные на 17-34 часа. Это позволит в течение учебного года глубоко изучить 2-4 темы дополнительно к профильному курсу. Такой вариант изучения профильного и элективного курса позволит сочетать системность знаний по предмету с глубоким изучением отдельных тем курса, выбранных самими учебниками. Подобная практика применяется в школах работающих по учебным планам международного бакалавриата.

В заключении, присоединимся к мнению А.А. Вахрушева, высказанному в статье «Концепция учебника нового поколения» о том, что на переходном этапе резко переходить на принципиально новые учебники нельзя.

Переходный учебник должен включать небольшую долю нового содержания, ориентированного на человека и его потребности, а традиционное содержание переработать на остове проблемного стиля изложения с опорой на опыт школьника, включив методический аппарат, управляющий деятельностью учителя и ученика. Заметим, что в учебниках для проведения элективных курсов доля нового содержания может быть существенно большей доли такого содержания в учебниках для базовых и профильных общеобразовательных курсов.

При проведении элективных курсов проще использовать новые технические возможности, в частности, электронные учебные пособия. Это обусловлено меньшей наполняемостью групп и большей общностью интересов школьников. В настоящее время имеется достаточно большое количество весьма качественных CD- дисков, создаются электронные библиотеки, разрабатывается методика использования электронных материалов, как на уроках, так и в процессе самообразования.

Опыт ряда регионов, участвующих в эксперименте по профильному обучению, показывает, что в институтах повышенная квалификации, педагогических вузах, в школах на местах создаются собственные варианты элективных курсов. Многие из них представляют интерес и заслуживают поддержки. В этой связи можно рекомендовать региональным и муниципальным органам управления образованием создавать банки данных по элективным курсам, организовать информационную поддержку и обмен опытом введения элективных курсов.

Так же важным направлением развития системы элективных курсов является адаптация наиболее удачных существующих курсов по выбору в различных странах мира к условиям России. С этой целью необходимо изучать опыт проведения элективных курсов в развитых странах и отобрать курсы, получившие широкое распространение.

Полезно также опираться на 30-летний опыт существования системы факультативных занятий в СССР. Было создано более 100 программ разных факультативных курсов и, хотя не все из них получили широкое распространение в школах страны, среди них было много достойных курсов, обеспеченных учебными пособиями для учащихся и методическими пособиями для учителей.

Не смотря на то, что элективные курсы появились в школах недавно, имеется очень много противников траты времени «на пустяки». Их позиция примерно такая: «Своими элективными курсами вы отнимаете время у ученика и учителя на подготовку к экзаменам. Учебные программы (стандарты) сегодня таковы, что времени на их освоение и так не хватает...»

Конечно, доля истины в этом есть. Программы действительно перегружены; задачи (требования к уровню достижения учеников) не конкретизированы и потому не выполнимы. Ученику действительно надо предоставить возможность подготовиться к экзамену, оснастить всем тем, что поможет ему «пройти» выпускные и вступительные испытания. Но только ли знания и предметные умения помогут ему это сделать?

Разве неважно то, как он будет излагать материал, реагировать на вопросы, вести диалог? А у учителя просто нет времени на уроке на отработку этих составляющих успеха. Значит нужно найти в учебном плане место, где решение данного набора задач будет доминировать. Решить эти задачи как раз и можно на элективных курсах.

Для успешной сдачи экзамена учение должен уметь самостоятельно работать с источниками, уметь искать не обработанную специально (как в учебнике) информацию. Мотивация к изучению того или иного предмета возникает у ученика через успех. Нравится обычно то, что получается. Но ведь успешны на уроке далеко не все. Участи учеников вырабатывается привычка быть не успешным, у кого-то возникает страх получить двойку, тройку. Элективные же курсы могут и должны стать тем местом. Где ученик не боится получить плохую оценку, «не попасть в ответ». Он начинает свободно высказывать свои мысли, раскрепощаться, приобретает опыт успешного ученичества. Повышается эффективность работы ученика на обязательных для изучения курсах.

Конечно, нарисованная выше картина во многом идеальна, на практике все будет не совсем так, но влиять на мотивацию к учению по традиционным предметам элективные курсы, безусловно, будут. Подобные эффекты наблюдаются в тех школах, которые давно ввели элективные курсы в учебные планы.

В итоге отметим, что при изучении элективных курсов наиболее наглядно проявляется тенденция развития своевременного образования, заключающаяся в том, что «усвоение предметного материала обучения из цели становится средством такого эмоционального, социального и интеллектуального развития ребенка, которое обеспечивает переход от обучения к самообразованию»/ Образовательный процесс в начальной, основной и старшей школе. Рекомендации по организации опытно - экспериментальной работы.

Включение в базисный учебный план элективных курсов - действие для российской школы инновационное. Они становится тем местом в образовательном пространстве школы, которое может позволить:

− Министерству образования, педагогической науке - получить результаты, на основании которых можно сделать очередной шаг цивилизованного образовательного стандарта.

− Школе - вступить в диалог с семьей не только о качестве изучения их ребенком предложенного кем-то, но и о том, что и зачем, собственно, следует учить.

− Учителю - попробовать работать не так, как обычно

− Старшекласснику - получить возможность «поучиться не для аттестата»...

Создание элективных курсов - важнейшая часть обеспечения введения профильного обучения. Поэтому их разработка и внедрение должны стать частью Региональных программ перехода к профильному обучению.

§ 3. Элективные курсы образовательной области «математика»

В профильной школе математика занимает весьма важное место, учитель математики независимо от профиля будет, так или иначе, стремиться к увеличению числа учебных часов по своему предмету. Поэтому абсолютное большинство учителей математики заинтересовано в ведении элективных курсов. Это, безусловно, не только сокращением часов отводимых на математику, а так же рядом других проблем:

Во-первых, объем содержания. Математика - предмет, изучающийся с первого по выпускной класс; объем содержательных единиц, которыми должен оперировать старшеклассник по математике, чрезвычайно велик. Следовательно, велик объем накопившихся у учащихся за годы обучения пробелов. Многие из этих пробелов образуются, как мы говорили, еще в начальной школе. Устранение этих пробелов, к сожалению, становится, чаще всего основной задачей учителя старших классов.

Во- вторых, специфика преподавания математики в старших классах во многом определяется еще и тем, что экзамен по математике (в данное время по алгебре и началам анализа) является обязательным для всех школьников. В настоящее время этот экзамен в значительном числе школ России проводится в виде Единого Государственного экзамена, и, скорее всего, уже в 2005/2006 г. эта форма аттестации возобладала над всеми другими. Единый Государственный экзамен по математике - процедура серьезная, требующая специальной подготовки. Преподаватель математики отчетливо сознает, что большинству учеников нужна хорошая оценка не только по «школьной составляющей» ЕГЭ, но и по всем его компонентам.

В-третьих, математику, в отличие от других предметов, сдают в большинстве высших учебных заведений независимо от того, какие это учебные заведения (математические, естественнонаучные, технические, экономические, военные, связанные с математической лингвистикой, и т.д.). В общем легче по пальцам перечислить вузы, где не будет требоваться предоставления балла по математике, полученного на ЕГЭ, чем те, где он требуется. Если раньше учитель математики в школе мог еще как-то в определенном смысле отстраниться от вопросов сдачи его выпускниками вступительных экзаменов в ВУЗ и сосредоточиться только на выпускном экзамене в школе, то с введением ЕГЭ на учителя математики явно или неявно возлагается еще большая ответственность.

В-четвертых, трудности связаны и с несоответствием количества отводимых на математику часов тем требованиям, которые предъявляются к знаниям и умениям, выработанным на уроках математики, а также системой итоговой аттестации и приема в ВУЗы.

Вопрос о необходимости элективных курсов по математике ясен, остается вопрос о том, какие это будут элективные курсы, как учителя распорядятся отведенным на этот элемент образовательной программы временем.

Можно прогнозировать, что очень многие преподаватели математики захотят, так или иначе, использовать элективные курсы для закрепления содержания основной программы или прагматической подготовки учащихся к ЕГЭ. Отметим, что практически в любом элективном курсе, конечно же, должна наличествовать прагматическая составляющая, поскольку изучение любого раздела математики связано с глобальным ее знанием. С другой стороны, важно, в какой степени и как подана эта прагматическая составляющая.

Одной из важных задач введения элективных курсов является именно развитие у учащихся интереса собственно к математике. Интерес или «не интерес» к математике за годы обучения, предшествующие профильному, в основном уже сформирован. Рассматривая причины интереса к математике у своих учеников, учителю не стоит путать интерес к ней как к средству поступления в высшее учебное заведение с интересом к ней как собственно учебному предмету, как в науке. Ученик должен чувствовать эстетическое удовлетворение от красиво решенной задачи, от установленной им возможности приложения математики к другим наукам. К этой цели должны стремиться авторы всех программ элективных курсов по математике. Если в изучении предметов естественно - научного цикла очень важное место занимает эксперимент и именно в процессе эксперимента и обсуждения его организации, и результатов формируются, и развиваются интересы ученика к данному предмету, то в математике эквивалентом может быть построен и, как правило, строится на решении различных по степени важности и трудности задач. Совершенно ясно, что любую теорему тоже можно и нужно рассматривать как задачу, ее доказательство - как решение этой задачи, а различные следствия из доказательства (использование доказанного в различных областях)- как приложения этой задачи.[20]

Решение задач в таком широком толковании и использование результатов этого решения, в той или иной мере, должны содержаться во всех программах элективных курсов по математике.

Одной из основных целей обучения в профильных классах является развитие личности ребенка, распознавание и раскрытие его способностей. Было бы неверно считать, что важной целью обучения в математическом профиле является «выращивание» математиков. Очень немногие выпускники математических школ станут профессионалами в этой области. Это совершенно естественно и закономерно, более того, ложный профессионализм или математический снобизм должны отвергаться. Поэтому программы элективных курсов должны быть тесно связаны с другими образовательными областями, в том числе и чисто гуманитарными.

Важной целью обучения является знакомство учащихся с математикой как с общекультурной ценностью, выработка понимания или того, что математика является инструментом познания окружающего мира и самого себя. В процессе преподавания математики может быть частично решен вопрос о более глубоком понимании учеником логики математического мышления. Очень важно показать, что ему (ученику) при решении разного рода «нематематических» проблем может помочь следование этой логике. Например, в рассуждениях, касающихся философии, политики и даже обыденной жизни, в развитии и логическом построении речи, в способности к критическому пониманию чужой речи, чужих логических построений и вообще к критическому восприятию действительности.

Постепенно изменяющаяся методика обучения на элективных курсах должна постепенно развивать у учащихся навыки организации умственного труда и самообразования. Здесь и умение воспринимать объясняемый материал, достаточно быстро его конспектировать, умение работать с учебниками и иной литературой, задачниками, хрестоматиями, энциклопедиями, глобальной сетью Интернет и с электронными таблицами.

Итак, элективные курсы по математике, в связи с рядом причин, могут быть либо чисто математическими, например направленные на подготовку к Единому Государственному экзамену, или углубление в разделы математики. Либо межпредметный курс, например « Математика в экономике и банковском деле», в этом элективном курсе важно показать, что экономическая образованность и экономическое мышление формируются не только при изучении курса экономики, но и на основе всего комплекса предметов, изучаемых в школе. Математике здесь принадлежит особая роль. Это объясняется тем, что многие экономические проблемы поддаются анализу с помощью того математического аппарата, который изложен в курсе школьной алгебры. Взаимодействие математики и экономики приносит обоюдную пользу: математика получает широчайшее поле для многообразных приложений, а экономика - могучий инструмент для получения новых знаний. А так же программа элективного курса в сочетании с программой курса способствует углубленному изучению и самой математики, и тех экономических приложений, которые в ней рассматриваются.[24]

В общем, межпредметные элективные курсы направлены на раскрытие фундаментальной науки математики, на ее широкое применение в других науках, в деятельности человека.

А каким будет элективный курс, это зависит от методов преподавания, от возможностей, от знаний различных технологий самого разработчика программы.

ГЛАВА 2

Разработка учебно-методического обеспечения элективного курса

§1 Цели и содержание элективного курса « Решение уравнений и неравенств с параметрами»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Идея разработки элективного курса « Уравнения и неравенства с параметрами в математике и не только», возникла не случайно. Опыт общения со старшеклассниками, результаты ЕГЭ и личное прохождения вступительных испытаний в ВУЗ показывают, что именно задачи с параметрами вызывают у выпускников и абитуриентов наиболее затруднение, а причиной этому является то, что для решения подобных заданий требуется высокий уровень аналитического и логического мышления.

Данный элективный курс, рассчитан на 34 учебных часа (на одно полугодие, по два часа в неделю) и ориентирован на перспективу развития профильного обучения в старшем звене школы. Элективный курс для профильной подготовки учащихся 11 классов (в математическом, естественно - научном или экономическом профиле) посвящен теме решение уравнений и неравенств с параметрами. Разработан с учетом возрастных особенностей учащихся 11 класса.

Вообще, задачам с параметрами в школьной практике уделяется недостаточно внимания. Например, в учебнике А.Г. Мордковича «Алгебра и начала анализа. 10-11 класс», решение уравнений и неравенств с параметрами рассматривается в конце учебника, в разделе « повторение». Где в теоретическом материале рассматривается лишь несколько примеров решения уравнений с параметром, а вот неравенствам, системам, задачам с дополнительными условиями вообще не отводится место.

Не смотря на то, что в новом государственном стандарте среднего (полного) общего образования по математике, ни в базисном, ни в профильном образовательном минимуме не предусмотрено рассмотрение темы «Решение задач и параметрами», в Едином Государственном экзамене по математике и на вступительных экзаменах в ВУЗы, встречаются как уравнения, так и неравенства с параметром.

Кроме этого, поскольку цель обучения - не успешная сдача ЕГЭ, или подготовка к поступлению в ВУЗ, задачи с параметрами - это мощный аппарат для формирования у учеников аналитического и логического мышления, что очень важно в нашем строящемся информационном обществе. Ведь не проанализировав, проведя неверный анализ условия задачи, которая приведет к верному, желаемому результату.

Исходя из выше сказанного, <u>целью элективного курса является</u> формирование у учащихся умений решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами (при этом видеть различные решения таких заданий) и использовать их при решении других задач.

Основными задачами элективного курса является:

− Формирование умений:

1. анализировать условие задачи;
2. выделять основные этапы решения задачи на основе проведенного анализа;
3. выбирать способы для реализации каждого этапа решения и реализовывать его;
4. на основе анализа и сравнения результатов решения на каждом этапе, выделить результат всей задачи и записать ответ.

− Познакомить учащихся с элементами высшей математики.

Элективный курс разделен на три части:

1. « Основы теории решения уравнений и неравенств параметрами», предусматривает лекционно - практические занятия по знакомству и

усвоения основных понятий и теорем, необходимых при решении уравнений и неравенств с параметрами.

2. « Методы решения уравнений и неравенств с параметрами». Большинство заданий этой части рекомендуется проводить в форме семинаров, на которых (или при подготовки к которым) значительная часть времени отводится для самостоятельной деятельности учащихся по руководством учителя.

3. « Методы решений уравнений и неравенств с параметрами», предусматривает знакомство с элементами высшей математики и решение текстовых задач предполагает проектную деятельность учащихся.

Образовательные результаты изучения данного спецкурса могут быть выявлены в рамках следующих форм контроля:

- текущий контроль (беседы с учащимися по выполнению д/з, рецензирование сообщений, докладов на семинарах (темы докладов приводятся и практических занятиях);
- тематический контроль (работа в группах, текстовые задания);
- защита проектных работ;
- итоговый (обобщающий) контроль (в форме «отчетного листа личных достижений»/ см. приложение КП-3/), полученных в результате образовательной деятельности каждого учащегося. По итогам результатов этих достижений учащимся будет выставлена оценка.

Ниже приводится примерная схема содержания курса, которая может быть скорректирована учителем с учетом интересов данной группы учащихся. Распределение часов на каждую тему указано как ориентир для учителя.

Программа курса

Тема 1. « Основы теории уравнений и неравенств с параметрами»

§1 Общий вид уравнения с параметрами. Что такое параметр? Постановка задачи, которую нужно разрешить при решении уравнений и неравенств с параметром. Что такое область допустимых значений параметра и чем она отличается от области определения уравнения с тем же параметром?

§2 Какие уравнения в математике называют равносильными? Основные теоремы, позволяющие проводить равносильные преобразования. Как ими пользоваться?

§3 На какие классы развиваются частные уравнения и неравенства? Что значит «особое типа ∞» и особые типа ø»? Какое решение будет общим и как записать ответ?

§4 Какие значения параметра называют контрольными и граничными? Чем они отличаются друг от друга? Зачем они нужны при решении уравнений и неравенств с параметрами?

Тема 2. «Методы решений уравнений и неравенств с параметрами»

§1 Типы частных уравнений (неравенств) для линейных уравнений (неравенств). Схемы решения. Как решить линейное уравнение, если параметр стоит под знаком модуля или корня? Чем хороши формулы Крамера? Как ими пользоваться при решении систем линейных уравнений с параметрами?

§2 Квадратные уравнения и неравенства.

Основные типы задач, связанные с квадратным трехчленом: исследование квадратного уравнения; исследование квадратичной функции; задачи связанные с теоремой Виета; расположение корней квадратного уравнения относительно заданный точек; задачи, приводящие к решению квадратного уравнения или к исследованию квадратичной функции. Типы частных уравнений и схема решения. Квадратные уравнения и неравенства с параметром с условиями.

§3 Рациональные уравнения и неравенства.

Схема решения. Применение методов решений линейных и квадратных уравнений (неравенств) с параметрами при решении рациональных уравнений (неравенств).

§4 Иррациональные уравнения и неравенства.

Как свести уравнение такого вида к задачи на расположение корней квадратного уравнения относительно точки? Можно ли увидеть на графике решение иррационального уравнения? Решение иррациональных неравенств с помощью систем неравенств, равносильных данному неравенству.

§5 Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.

Метод подстановки при решении уравнений и неравенств с параметрами. Как решить логарифмическое уравнение (неравенство), решая равносильную ему систему? Логарифмические уравнения (неравенства) с дополнительными условиями.

§6 Тригонометрические уравнения и неравенства.

Какие условия нужно учитывать при решении тригонометрических уравнений и неравенств с параметрами? Как свести решения уравнений (неравенств) такого типа, к задаче на исследование расположения корней квадратного уравнения относительно точки или промежутка?

§7 Системы уравнений и неравенств с параметрами.

Способы решения систем уравнений и неравенств с параметрами

§8 Обобщающее занятие.

Проверка уровня знаний учащихся по теме: «Методы решений уравнений и неравенств с параметрами».

Тема 3 «Применение уравнений и неравенств с параметрами»

§1 Непрерывные функции как «помощники» при решении уравнений и неравенств с параметрами.

Как и какие свойства непрерывных функций можно использовать при решении уравнений и неравенств с параметрами.

§2 Может ли Коши «помочь» на ЕГЭ?

Неравенство Коши и Коши - Буяковского. Чем они «замечательны»? Как их применить при решении задач с параметром, предлагаемых на ЕГЭ?

§3 Решение текстовых задач.

Работа над проектами по темам:

- Уравнения и неравенства с параметрами в обычной жизни;
- Уравнения и неравенства с параметрами в геометрии;
- Уравнения и неравенства с параметрами в экономических науках
- Уравнения и неравенства с параметрами в промышленности.

Занятие, посвященное подведению итогов прошедшего элективного курса. Защита проектных работ.

Таблица 1

Примерный тематический план курса

	Раздел и тема	Кол-во часов
Вводный урок		1
1	Основы теории уравнений и неравенств с параметрами.	5
§1	Постановка задачи. Область определения.	1
§2	Равносильные преобразования.	1
§3	Классификация частных уравнений	1
§4	Контрольные и граничные значения параметра	2
2	Методы решения уравнений и неравенств с параметром.	20
§1	Линейные уравнения и неравенства.	3
§2	Квадратные уравнения и неравенства.	4
§3	Рациональные уравнения и неравенства.	1
§4	Иррациональные уравнения и неравенства.	2
§5	Логарифмические уравнения и неравенства.	4
§6	Тригонометрические уравнения и неравенства.	2
§7	Системы уравнений и неравенств.	2
§8	Итоговое занятие по методам решения.	2

	Раздел и тема	Кол-во часов
3	Применение уравнений и неравенств с параметром.	6
§1	Непрерывные функции как «помощники» при решении уравнений и неравенств с параметрами.	1
§2	Может ли Коши «помочь» на ЕГЭ?	1
§3	Решение текстовых задач. (Работа над проектом)	5
Обобщающее занятие (защита проектов)		2
Итого:		35

§2 Методика проведения учебных занятий по элективному курсу «Решение уравнений и неравенств с параметрами»

Планы-конспекты уроков.

Тема 1. Основы теории уравнений и неравенств с параметрами

Первые два параграфа соответствующей главы, содержат материал повторительного характера. Так как значительная часть материала этих параграфов уже знакома учащимся по базовому курсу математики, то на его изучения отводится два урока.

Начало первого из этих двух уроков, безусловно, должно иметь характер вводной лекции, его продолжение может быть организовано в виде беседы, а завершение иметь характер практикума по решению задач соответствующей тематики.

Особое внимание, на мой взгляд, следует уделить вопросу: «Что значит решить уравнение (неравенство) с параметром?». (Значит, для любого допустимого значения параметра найти множество всех корней (решений) заданного уравнения (неравенства)) И формированию навыков правильно формулировать (и записывать) ответ задачи, который состоит из списка участков изменения параметра с указанием для каждого участка всех корней уравнения.

Прежде чем приступить к разработке планов - конспектов уроков, еще раз подчеркну, что особенность большинства курсов «по выбору» для старших классов (и данного курса в частности) исключает жестокое деление, например, на занятия семинарского характера (практические занятия) и занятии лекционного характера.

Урок 1(вводный)

Цели урока:

1. Познакомить учащихся с основными особенностями данного элективного курса.

2. Выяснить мотивы прихода учащихся именно на этот курс.

3. Узнать степень из подготовленности по данной математической теме.

4. Обсудить с учащимися:

- основные формы проведения занятий;
- формы отчетности;
- систему оценивания.

Ход урока:

Первый урок желательно провести в виде беседы в сочетании с анкетированием.

Урок 2

Тип урока: Изучение нового материала.

Тема: Постановка задачи. Область определения.

Цели:

1. - Формирование знаний о понятиях:

«параметр», «уравнения и неравенства с параметром», «область допустимых значений параметра»

- Формирование умений применять эти знания в простейших примерах.

2. Развитие умений выделить главное и умений конспектировать лекционный материал.

3. Воспитание ответственного отношения к учебному труду.

Структура урока

1. Постановка цели урока.
2. Подготовка к изучению нового материала.
3. Ознакомление с новым материалом.
4. Первичное осмысление и применение изучаемого материала.
5. Постановка домашнего задания.
6. Подведение итогов.

Ход урока:

-Прежде чем приступить непосредственно к решению уравнения и неравенств с параметрами. Я предлагаю для начала определиться с тем, что мы будем называться параметром. Выяснить как «выглядят» уравнения и неравенства, содержащие параметр. Похожи ли они на «обычные» уравнения и неравенства? И как могут меняться его значения в зависимости от расположения в уравнении или неравенстве (О.Д.З. Параметра)? Итак, тема урока: « Постановка задачи. Область определения».

Изучая курс алгебры, вы познакомились с различными видами уравнений. Это линейные, квадратные, логарифмические и т.д. [можно попросить учащихся назвать какие виды уравнений и неравенств они знают] И почти всего это были уравнения с одной переменной, за исключением тех случаев, когда вы решали системы.

-Что значит решить уравнение? [найти все его корни или показать, что корней нет]

-Что значит: «число является корнем уравнения»? [если подставить его в уравнение вместо переменной, получим верное числовое равенство]

-Давайте рассмотрим уравнение с двумя переменными:

$y^2x+2yx+2y=y^2+3x+1$ (1)

Решить это уравнение, значит найти все его упорядоченные пары чисел(x_o;y_o) при подстановки которых (x;y) в уравнении (1) получается верное числовое равенство.

Найти все решения уравнения(1) довольно сложно, поэтому постараемся свести его к решению уже известной задачи - решение уравнения с одной переменной.

Рассмотрим для уравнения(1) частные уравнения, полученные для конкретных значений одной из переменных.

$y=1$: $x+2x+2=1+3x+1$

x - любое

получим, что любая пара чисел вида (x_o;1) является решением уравнения (1), т. е. Уравнение (1) имеет большое множество решений со второй координатой равной 1.

y=0: $0=3x+1 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}$

пара $(-\frac{1}{3};0)$ является решением уравнения (1) и других решений это уравнение, с координатой=0 не имеет.

Поставим задачу: для произвольного значения переменной y решить соответствующее частное уравнение с переменной x. При этом Y назовем параметром, обозначим через a. тогда совокупность всех частных уравнений будет иметь вид:

$a^2x+2ax+2a=a^2+3x+1$ (2)

a - произвольное фиксированное уравнение y.

Таким образом, решение уравнения(1) сводится к решению уравнения (2) с параметром a и переменной x. Где a, еще раз обратите внимание, уже фиксированное значение, т.е. произвольное число.

Определение: Уравнение F (a,x)=0 с двумя переменными a,x называется уравнением с параметром a и переменной x, если для каждого значения переменной a требуется решить соответствующее частное уравнение с переменной x.

-А наша с вами задача - научиться решать совокупность всех частных уравнений для значений параметра a из некоторого множества.

-Скажите, а если в уравнении (1) в качестве параметра взять переменную x, тогда уравнение какой бы вид приняло?

$by^2+2by+2y=y^2+3b+1$ (3)

К какому типу мы можем отнести это уравнение, теперь уже с одной переменной y? [это квадратное уравнение] А уравнение (2), с переменной x? [линейное]

Итак, мы с вами заметили, что для конкретных значений параметра a, частные уравнения будут линейными, а для параметра b- квадратными.

По виду функции f в уравнении F(a,x)=0 определяется его тип (линейное, квадратное, рациональное...), где f- это функция переменной x.

Задание 1.1. Дано уравнение с двумя переменными. Записать для него возможные уравнения с параметром и указать их тип.

а) $\sqrt{x-7}\sqrt{x^2+4}=\frac{x^2+xy-18y}{y-28}$

б) $\log_x 12+4\log_x^2 2=y^2x+2xy-4$

в) $(x-1)4^x+(x+1)2^y+2x-1=0$

Решение:

а)$\sqrt{x-7}\sqrt{x^2+4}=\frac{x^2+xy-18y}{y-28}$

-Сколько возможно записать уравнений с различными параметрами для данного уравнения? [два, так как 2 переменные]

-Итак, пусть а - произвольное фиксированное значение у, тогда получим уравнение с какой переменной? [х]

-И какой вид оно будет иметь?

-Поскольку а - это число, то к какому типу отнесем данное уравнение? [иррациональное]

А теперь зафиксируем х. И посмотрим на данное уравнение, как на уравнение с одной переменной - у.

-А это уравнение какого типа? [рациональное]

-Под буквами б,в выполняем самостоятельно и сверим ответы. (Задание можно заранее написать на обратной стороне доски)

Ответы: б) если х - переменная, у - параметр, то уравнение логарифмическое

если у - переменная, х - параметр, то уравнение квадратное

в) если х - переменная, у - параметр, то уравнение линейное

если у - переменная, х - параметр, то уравнение показательное

-Поскольку параметр может быть и в знаменателе, и в показателе степени, и под знаком логарифма, то его значение не всегда может быть произвольным и на него, как и на любую переменную в уравнении от его месторасположения, т.е. параметр тоже имеет область допустимых значений.

Определение: Областью допустимых значений параметра а уравнения F(a,x)=0 называется множество всех значений параметра, для которых определены соответствующие частные уравнения.

Обозначают A={....}

Например:

Заметим, что уравнение F (a,x)=0 для доступного значения параметра a=ai может быть определено не для всех значений переменной x, например в рассмотрении рациональных уравнений для доступного значения параметра a=0

Определение: Областью определения уравнения F (a,x)=0 с параметром а и переменной x называется множество всех упорядоченных пар (ai;x), где $a_i \in$ A (область допустимых значений параметра), x∊ Д (область допустимых значений переменной).

Будем обозначать область определения уравнения F (a,x)=0 буквой $Д_1$.

Задание 1.2. Найти область допустимых значений параметра и область определения данного уравнения.

-К какому типу относится это уравнение? [иррациональное]

-Какие ограничения накладываются на параметр?

[2a-1>0=>a>$\frac{1}{2}$]

т. е. $A = \{a \in R \ / \ a \in (\frac{1}{2}; +\infty)\}$

-Какие ограничение накладываются на переменную?

$[(a-1)x + a \geqslant 0 \ => \ x \geqslant \ -\frac{a}{a-1}]$

т.е. $D = \{x \in R[-\frac{a}{a-1}; +\infty)\}$

Тогда, что можно сказать про область определения уравнения?

$D_1 = \{(a, x) / \ a > \frac{1}{2}, x \geqslant -\frac{a}{a-1}\}$.

Задание 3. Можно предложить учащимся решить самим и затем сверить ответы. Можно дать им возможность обсуждать решения между собой.

Задание 1.3. Найти область определения уравнения с параметром и переменной x.

а) $\frac{2a+1}{3-a}+\frac{x-2}{a-x}=\frac{a}{(3-a)x+a}+\frac{x-a}{a+1}$

Ответ: $D_1=\{(a,x)/\ a,x\in R, a\neq\ -1, a\neq\ 3, x\neq\ a, x\neq-\frac{a}{3-a}\}$

Где, $A\in(-\infty;1)\cup(-1;3)\ \cup(3;+\infty)$

б) $\frac{x}{\sqrt{(1-2a)x-a}}=\sqrt{a^2-4a=3}$

Ответ: $D_1=\{(a,x)/\ a\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty);\ x>\frac{a}{1-2a}\}$

Где $A\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$

Домашнее задание.

-Придумать три уравнения с двумя неизвестными, записать для них всевозможные уравнения с одной неизвестной и параметром. И в каждом получившемся уравнении с параметром найти его область определения.

-Повторить теоремы о равносильных преобразованиях.

-Попытаться самим сформулировать определение неравенства с параметром a и переменной x.

Подведение итогов.

-Что нового вы узнали на этом занятии?

-Что за «зверь» такой - параметр?

-Чем отличается область определения уравнения с параметром, от области определения обычного уравнения с одной неизвестной?

[Во время подведения итогов не нужно требовать, чтобы учащиеся повторяли, сформулированные на уроке определения. Пусть попробуют ответить своими словами, т.к. они все это поняли.]

Урок 3

Тип урока: Изучение нового материала

Тема: Равносильные преобразования.

Цели: - актуализировать знания учащихся по теме;

- познакомить с равносильными преобразованиями, применяемые при решении уравнений и неравенств с параметрами

- формирование умений применять полученные знания при решении уравнений;

- развитие умений выделять главное и умений конспектировать лекционный материал.

Структура урока:

1. Постановка цели урока
2. Проверка домашнего задания + актуализация знаний учащихся.
3. Ознакомление с новым материалом.
4. Первичное закрепление полученных знаний.

Ход урока

1)На прошлом уроке мы с вами посмотрели, что такое уравнение с параметром и выяснили, что также как и для любых других уравнений прежде всего нужно найти область допустимых значений, посмотрели, как меняется вид уравнения в зависимости от того какую переменную принять за параметр. Сегодня мы узнаем, что еще нужно знать, чтобы решить уравнения или неравенство с параметром.

2)Дома вам нужно было попытаться сформулировать определение неравенства с параметром. Все с этим справились?

Определение: Неравенство F (a,x)<0 с двумя переменными a и x называется неравенство с параметром a и переменной ъ, если для любого значения a надо решить соответствующее частное неравенство с переменной x.

- Решая уравнения и неравенства, в курсе алгебры, вы применяли равносильные преобразования. Какие? [перечисляют]

- А какие уравнения называют равносильными? [множества их решений совпадают]

3) Для уравнений и неравенств с параметром существуют аналогичные равносильные преобразования. Но прежде всего я предлагаю определиться с самим понятием равносильности. Что оно означает? Какие уравнения мы

можем назвать равносильными?

Определение: Уравнения F (a,x)=0 (*) и G (a,x)=0 (**), с параметром a и переменной x называются равносильными если:

1) Область допустимых значений параметра a в уравнении (*) совпадают с областью допустимых значений параметра a в уравнении (**)

2)Для любого значения $ai \in A$ соответствующие частные уравнения F (ai, x)=0 и G (ai, x) =0 равносильны.

Формулировки и доказательства теорем о равносильности уравнений с параметрами основаны на соответствующих теоремах о равносильности уравнений с одной переменной, (которые мы уже повторяли), а они в свою очередь вытекают из свойств действительных чисел и функций действительных переменных.

Теорема 1. Если области определения уравнений F (a,x)= G (a,x) (1) и F (a,x)+H (a,x)=G (a,x)+H (a,x) (2) совпадают, то для любого H (a,x) уравнения (1) и (2) равносильны.

Это теорема позволяет:

- Осуществлять некоторого выражения с параметром из одной части уравнения в другую

-Использование в уравнениях с параметром тождеств a+b=b+a; a+(b+c)=(a+b)+c, a(b+c)=ab+ac... является равносильным преобразованием в силу того, что эти равенства являются тождествами, как для действительных чисел, так и для функций с одной переменной. Следовательно, в уравнениях с параметром можно проводить группировку, выносить общий множитель за скобки, возводить в квадрат...

Теорема 2. пусть для некоторого выражения H (a,x) область определения уравнения (1) F (a,x)= G (a,x) и (2) F (a,x)*H (a,x)= G (a,x)*H (a,x) совпадают, тогда если H (a,x) ≠ 0 на данной области определения, то уравнения (1) и (2) равносильны.

Теорема 3. Уравнение с параметром a и переменной x вида $\frac{F(a,x)}{G(a,x)} = 0$

равносильна системе $\begin{cases} F\,(a,x) = 0 \\ G\,(a,x) \neq 0 \end{cases}$

Теорема 4. Уравнение F (a,x)= G (a,x) с параметром а и переменной х для n=2k+1 равносильна уравнению: $(F\ (a,x))^n = G\ (a,x))^n$, а для n=2k равносильно системе: $\begin{cases} F\,(a,x))^n = G\,(a,x))^n \\ F\,(a,x)) * H\,(a,x)) \geq 0 \end{cases}$.

Теорема 5. Уравнение $\sqrt[n]{F(a,x)}$=G (a,x) при n= 2k+1 равносильно уравнению $(F\ (a,x)= G\ (a,x))^n$, а при n=2k, равносильно системе: $\begin{cases} (F\,(a,x) = [G\,(a,x)]^n \\ G(a,x) \geq 0 \end{cases}$.

Теорема 6. Уравнение $\log_a F(b,x) = \log_a G(b,x)$ с параметром b и переменной x, при a>0, a≠1 равносильно системе: $\begin{cases} F(b,x) = G(b,x) \\ F(b,x) > 0 \end{cases}$.

3) Пример 1: уравнение с параметром a и переменной x:

$2ax^2+2=a+4ax$

-К какому типу относится это уравнение? [линейное]

-Решая линейные уравнения с одной переменной, как вы поступали? [переносили слагаемые содержащие неизвестную величину в левую часть, а число в правую]

- Можем ли мы также поступить с уравнениями с параметрами? [Да. Это позволяет сделать одна из теорем о равносильных преобразованиях (теорема 1)]

$2ax^2-4ax=a-2$

-Если учесть, что a - произвольное фиксированное число, какое еще преобразование можно использовать для решения данного линейного уравнения? [вынести x за скобки] $x(2a^2-4a)=a-2$

-А как найти решение данного уравнения и как оно будет менять в зависимости от изменения параметра a, мы с вами узнаем на наших следующих занятиях.

Пример 2: При каких a уравнение $ax=a^2$ равносильно неравенству $|x-3|\geq a$?

Решение: При a≠0 уравнением имеет единственное решение, а неравенство -

бесконечно много. Если $a=0$, то решением, как уравнения, так и неравенства является всё множество действительных чисел. Следовательно, требованию задачи удовлетворяет только $a=0$.

Ответ: $a=0$

Урок 4

Тема: Классификация частных уравнений.

Тип: Комбинированный.

Цели: - познакомить учащихся с типами частных уравнений

- формирование умений записывать ответ при решении уравнений и неравенств с параметрами

-формирование навыков анализа задания при поиске его решения

-развитие логического мышления

Структура:

1. Постановка цели.
2. Актуализация знаний учащихся.
3. Изучения нового материала.
4. Закрепление полученных знаний.
5. Информация о домашнем задании.
6. Подведение итогов.

Ход работы:

1) Сегодня мы с вами уже начнем применять наши знания для решения конкретных примеров. Узнаем, на какие типы можно разделить решение и что в них «особого». Кроме этого научимся правильно записывать ответ, так чтобы не упустить ни одно возможное решение. Но для начала давайте решим пару примеров.

2) Пример 1. Исследовать количество корней уравнения в зависимости от параметра a.

$x^2-2(a-1)x+a+5=0$

Поскольку уравнение - квадратное, то количество корней будет зависеть от знака дискриминанта.

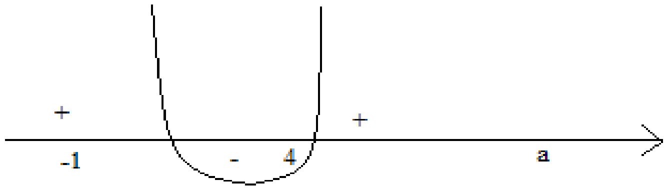
$D_1 = (a-1)^2 - (a-5) = a^2 - 3a - 4$

1)$D_1 = 0$, в этом случае уравнение будет иметь два разных корня.

а ²-3а-4, решим это уравнение относительно а.

$a_1 = -1, a_2 = 4.$

т.е. при а-1 или а=4 исходное уравнение будет иметь два равных корня. 2)$D_1 > 0$, в этом случае уравнение будет иметь два различных корня.



$A \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$

3) $D_1 < 0$, в этом случае уравнение не имеет действительных корней $a \in (-1; 4)$

Пример 2. Исследовать количество корней уравнения в зависимости от параметра а.

$(a^3 - 4a)x = a + 2$

Решение:

Данное уравнение является линейным относительно переменной х. Поэтому в зависимости от значений а возможно 3 варианта количества корней:

1)$\left\{\begin{matrix} a^3 - 4a \neq 0 \\ a + 2 \neq 0 \end{matrix}\right.$=>а≠0, а≠-2, а≠2 в этом случае уравнение имеет один корень

2)$\left\{\begin{matrix} a^3 - 4a \neq 0 \\ a + 2 \neq 0 \end{matrix}\right.$=>а=0, а=2 уравнение не имеет действительных корней

3)$\left\{\begin{matrix} a^3 - 4a \neq 0 \\ a + 2 \neq 0 \end{matrix}\right.$=>а= -2 уравнение имеет бесконечно много решений.

- А вот что «особого» есть в этих уравнениях и каким образом нужно записать ответ мы сейчас и узнаем.

3)Для уравнения F(a,x)=0 с параметром а и переменной х совокупность всех частных решений разбивается на отдельные типы:

- Особые:

Определение 1: для уравнения F (a,x)=0 с параметром a и переменной x частное уравнение $F(a_0, x) = 0$, соответствующее значение $a = a_0$ называется особого типа ∞, если в результате равносильных преобразований его можно привести к истинному числовому равенству.

В примере 2 значению параметра a=-2 соответствует особое частное уравнение типа ∞.

Определение 2: для уравнения F (a,x)=0 с параметром a и переменной x частное уравнение $F(a_0, x) = 0$, соответствующее значение $a = a_0$ называется особого типа Ø, если в результате равносильных преобразований его можно привести к ложному числовому равенству.

В примере 2 значению параметра a=-2 соответствует особое частное уравнение типа Ø

Определение 3: Всякое частное уравнение, не являющееся особые типа ∞ или Ø называется не особым.

В примере 1 все частные уравнения не особые. Все не особые частные уравнения не имеющие решений будем считать принадлежащими одному типу.

В примере 2, при значениях параметра a∈ (-1;4) соответствующее частное уравнение не имеет решений на множестве действительных чисел.

Определение 4: для уравнения F (a,x)=0 с параметром a и переменной x, функция x=f(a) называется общим решением частного уравнения A_j значения параметра, если $\forall a, \in A_j, x_i = F(a_i)$ является решением частного уравнения $F(a_i, x) = 0$.

В примере 2 f(a)= $\frac{1}{a(a-2)}$является решением уравнения на A={a/ a≠ ±2, a≠0}. Таким образом, ответ в примере 2 будет выглядеть так:$\frac{\{a/a=0,a=2\}}{\text{типа}\varnothing}$, $\frac{\{a/a=-2\}}{\text{типа}\infty}$,$\frac{\{a/a\neq\pm2\}}{x=\frac{1}{a(a-2)}}$

4)Пример: Решить уравнение с параметром a и переменной x.

$$\frac{x-a}{x-1} = 0$$

Решение:

A=(-∞;+∞)

$D=\{x/x\in R, x\neq 1\}$

Поскольку в левой части уравнения стоит дробь, а в прямой 0, то воспользуемся утверждением: дробь равна нулю только тогда, когда числитель равен нулю, а знаменатель нулю не равняется.

Значит, данное уравнение будет равносильно системе:

$\begin{cases} x-a=0 \\ x-1\neq 0 \end{cases}$при a=1, уравнение корней не имеет

при a≠1, уравнение имеет единственный корень=a

Ответ: $\frac{\{a/a=1\}}{\text{типа}\varnothing}, \frac{\{a/a\neq 1\}}{\{x/x=a\}}$

5)Домашнее задание (задания для самостоятельного решения).

1.4 Решить уравнение: ax=1 1.5 Решить неравенство: ax<1

1.6 Решить уравнение:

$(a^2-1)x=a+1$

1.7 При каких а уравнение имеет единственное решение:

а) $ax^2-x+3=0$ [a=0 или $a=\frac{1}{12}$]

б) $(a-2)x^2+(4-2a)x+3=0$ [a=5]

в)$\frac{x^2-ax+1}{x+3}=0$[a=±2 или $a=-\frac{10}{3}$]

1.8 При каких а уравнение имеет более одного корня?

$ax^2-4x+a+3=0$ [-4<a<0 или 0<a<1]

6) Подведение итогов:

-На какие типы разбивается совокупность всех частных решений уравнения F(a,x)=0?

-Что значит особое типа Ø и особое типа ∞?

-Что еще нового вы сегодня узнали и научились делать?

Урок 5

Тема: Контрольные и граничные значения параметра.

Тип: Комбинированный

Цели: - познакомить учащихся с понятиями «контрольные» и «граничные» значения параметра

-формирование умений находить эти значения при решении уравнений и неравенств.

Структура урока:

1. Проверка домашнего задания.
2. Постановка цели урока.
3. Изучение и первичное закрепление нового материала.
4. Домашнее задание.
5. Подведение итогов.

Ход урока

1) - Для начала, давайте выясним, были ли трудности при выполнении домашнего задания. Для этого предлагаю сравнить ответы (зад.1.4-1.6). В последний двух заданиях, на первый взгляд, тоже ничего сложного нет. Однако параметр в этих задачах уже проявляет свое « коварство», особенно для начинающих. Поэтому давайте уже вместе решим задание 1.8 и посмотрим, где параметр «рассматривает свои ловушки».

Задание 1.8 При каких a уравнение $ax^2-4x+a+3=0$ имеет более одного корня?

- К какому типу относится это уравнение? [квадратное]
- При каком a оно таковым не будет являться и к какому типу мы его тогда отнесем? [при a=0 оно линейное]
- Сколько корней имеет линейное уравнение? [не более одного]
- Этот вариант будет удовлетворять условию задачи? [нет]
- Получили, что при a=0 исходное уравнения является квадратным. В каком случае оно будет иметь два различных корня? [если дискриминант - положительный]
- Найдя при каких a дискриминант больше нуля мы можем ответить на вопрос задачи? [да]

Решение:

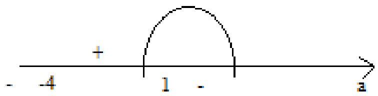
1) при $a=0$ уравнение имеет вид $-4x+3=0$

$$x = \frac{3}{4}$$

Единственный корень, что не удовлетворяет условию.

2)При $a\neq 0$ $ax^2-4x+a+3=0$ имеет два различных корня, если Д>0.

Д=16- $4a^2$-12x



- $4a^2-12a-16=0$; $-a^2-3a+4=0$; $a_1 = -4, a_2 = 1.$

$-4<a<1$

- Ответили на вопрос задачи? [да]

- А вот и нет. Тут раз и была ловушка. Ведь в полученный промежуток (-4;1) входит число 0, которое как мы уже проверили, неприемлемо, т.е. его нужно исключить их этого промежутка.

Ответ: $-4<a<0$ или $0<a<1$.

-Дома еще раз вернитесь к заданию 1.7 и посмотрите какие «ловушки» были «расставлены» параметром в этих примерах.

2)— А сегодня мы познакомимся с новыми понятиями их теории уравнений и неравенств с параметрами, такими, как контрольные и граничное значение параметра. Узнаем что это и зачем они там нужны?

3)Определение 1: В уравнении F (a,x)=0 с параметром a и переменной x, значение $a = a_0$ называется контрольным, если выполняется одно из условий:

1) Соответствующее частное уравнение F (a,x)=0- неопределенно

2) Соответствующее частное уравнение F (a,x)=0- является особым типа ∞ или $\varnothing$

3) Для типа не особых частных уравнений, содержащие уравнение F (a,x)=0, все значения параметра множества этого типа удовлетворяют уравнению $\Delta\,(a) = 0$

Примеры:

1) $\frac{1}{\sqrt{a+2}}x + \frac{3-2a}{a} = 0$ О.Д.З a+2>0, a≠0 A={a/ a>-2, a≠0}

Контрольные значения параметра, для которого соответствующее частное уравнение не определено: a=0 и a≤ -2

2) $\frac{a}{a-2}x^2 - \frac{a-2a^2}{a-2}x + (1-2a) = 0$

A={a/a≠2}

Контрольное значение: a=2

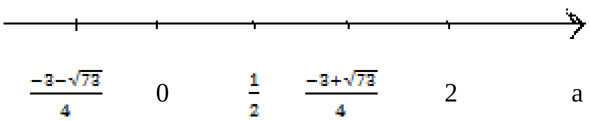
при a=0 тип Ø

D=a(1-2a)(-2a²-3a+8)=0

1-2a=0 или -2a²-3a+8=0 $a_3 = \frac{1}{2}$ $a_{1,2} = \frac{-3\pm\sqrt{73}}{4}$

a_1, a_2, a_3 - тоже являются значениями параметра a.

Таким образом, чтобы решить это уравнение нужно будет рассмотреть все промежутки на которое развивается числовая прямая контрольными значениями параметра.



Определение 2. В уравнении В уравнении F (a,x)=0 значение $a = a_0$ называется граничным, если для него справедливо одно из условий:

1. $a = a_0$ - является граничной или изолированной на множестве всех значений параметра для которых соответствующее частное уравнение неопределенно.

2. $a = a_0$ - является граничной или изолированной на множестве всех значений параметра для которых соответствующее частное уравнение особыми типа Ø или ∞.

3. для типа не особых частных уравнений содержащих уравнение F(a_0 ,x)=0, множество контрольных значений параметра этого типа, не имеет внутренних точек.

Пример 1: a(a+3)x²+(2a=6)x-3a-9=0

Найти граничные значения параметра: описать типы частных уравнений;

написать характеристику для случая когда уравнения имеет больше одного корня

Решение:

1.$a(a+3)=0$

$a=0$ или $a=-3$

а) $x^2+6x-9=0$ б) $0x^2+0x-0=0$

$x=1,5$ верное равенство для любого значения x, т.е. уравнения особое типа ∞

2.$a(a+3)\neq 0$

$ax^2+2x-3=0$

$D=1+3a$

а)$1+3a>0$- уравнение имеет корня

$3a>-1$

$a>-\frac{1}{3}$

б) $D=0$- уравнение имеет 1 корень

$3a=-1$

$a=-\frac{1}{3}$

в) $D<0$- уравнение не имеет корней

$a<-\frac{1}{3}$

Ответ: граничное значение параметра: $a=0$, $a=3$, $a=-\frac{1}{3}$.

$$\frac{\{a/a=-3\}}{\text{типа}\infty}\ \frac{\{a/a>-\frac{1}{3}, a\neq 0\}}{x1,2=\frac{-1\pm\sqrt{1+3a}}{a}}$$

Теорема о граничных значениях

Лемма: Если уравнение $F(a,x)=0$,получено из $G(a,x)=0$ с помощью эквивалентных преобразований, то их множества граничных значений параметра совпадают.

Теорема: Пусть в уравнении с параметром a и переменной x не выше первой степени $a=a_0$ является граничным, тогда справедливо одно из условий:

1) соответствующее частное уравнение неопределенно

2) в уравнениях f(a)x=g(a), равносильно исходному $f(a_0) = 0$

Следствие: для уравнения f(a)x=g(a) всякому дополнительному значению параметра соответствует частное уравнение принадлежащее одному из типов:

$$\frac{(\{a / f(a)=0, g(a)\neq 0\})}{(\text{типа}\varnothing)}$$

$$\frac{(\{a / f(a)=0, g(a)=0\})}{\text{типа}\infty}$$

$$\frac{(\{a / f(a) \neq 0\})}{(\{x / x = (g(a))/(f(a))\})}$$

По следствию из этой теоремы, линейной уравнение f(a)x=g(a) может быть частные уравнения принадлежащее к трем выделенным типам.

4) Повторить весь изученный материал

5)Итак, подведем итог этому уроку:

-Что такое граничное и контрольное значение параметра?

-Как вы поняли, чем они отличаются?

-Для чего они нужны?

Урок 6

Тема: Решение задач.

Тип: Обобщение и закрепление изученной темы.

Цели: 1) Обобщить и систематизировать знания учащихся об основах теории решения уравнений и неравенств с параметрами.

2) Определить степень усвоения учащимися изученного материала.

3) Формирование навыков работы в группах.

4) Развитие толерантности у учащихся.

5) Воспитание ответственности за свои действия перед товарищами.

Структура: Занятие можно провести в виде эстафеты. Для проведения данного занятия необходимо: заранее написать на доске тему урока, разделить класс на три команды (по причине экономии это можно сделать просто по рядом), с каждой команды выбрать по одному эксперту (им может быть любой ученик, независимо от его успеваемости в школе)

Задание 1: командам раздаются карточки №1 с заданиями (задания для всех команд одинаковые), ученики должны заполнить пробелы.

КАРТОЧКА №1

Заполните пробелы

1) Параметр это...

2) Уравнение F(a,x)=0 с двумя переменными a,x называется уравнением с параметром a и переменной x, если для каждого значения переменной a требуется....

3) Что означают символы:

A -.... ; D -.....; D_1–.....

4) Что можно сказать об О.Д.З. параметров равносильных уравнений?

5) Уравнение с параметром a и переменной x вида $\frac{F(a,x)}{G(a,x)}=0$ равносильно системе....

Команда, допустившая наименьшее количество ошибок получает 1 «фишку» (см. приложение 1) (ответы для всех заданий урока 6 см. в том же приложении.) Пока команды будут выполнять Задание 2, эксперты проверяют карточки №1.

Задание 2: Командам раздают карточки №2, с примерами. По очереди, начиная с первой парты, к доске выходят по одному ученику, с каждой команды, решают по одному примеру. После того, как первый решен, к доске выходит второй ученик, исправляет ошибки товарища. Третий ученик решает второй пример, четвертый проверяет и т.д.

КАРТОЧКА №2

1. Найти область определение уравнения:

$$\frac{a-1}{2a-3}+\frac{x-2}{a+1}=\frac{1-2a}{\sqrt{x^2-4x+3}}$$

2. Исследовать количество корней уравнения в зависимости от параметра a.

$(a^3-4a)x=a+2$

3. Решить неравенство: $|x+3|>-a^2$

4) Решить уравнение: $(x-1)\sqrt{x-a}=0$

5) При каких а уравнение имеет более одного решения?

(а+6)x^2-8х+а=0

6) При каких а уравнение равносильны?

x^2-а=0 и $\sqrt{x}-a=0$

Команда, первая выполнившая все задания, получает 6 «фишек». После этого проверяются выполненные задания, если задание выполнено верно, то команда оставляет «фишку». Если выполнено не верно, то команда соперников может исправить ошибку, за правильное исправление забирает «фишку» у команды лидера конкурса. (Правильность выполнения заданий или исправлений проверяют эксперты, под руководством учителя)

Задание 3 Каждой команде предлагается придумать (в течение 5 минут) задание соперникам. После чего они по очереди предлагают свои задания и начинают их выполнять. Поскольку команд 3, то первая отвечает та команда, которая быстрее справилась с предложенной одним из соперников задачей. Вторая команда, может получить «фишку» лишь за правильное исправление (как и в задании 2). Если обе команды не справляются с заданием, то та команда, которая его предложила объясняет решение соперникам и зарабатывает «фишку».

Подведение итогов.

Побеждает та команда, которая больше всех заработала « фишек».

Тема 2

Методы решений уравнений и неравенств с параметрами

Данный раздел является основной частью предлагаемого элективного курса. Он состоит из восьми параграфов и на его изучение отводится 20 учебных часов (учитывая, что весь элективный курс рассчитан на 35 часов). Почти все уроки можно отнести к урокам решения задач. Одной из основных целей изучения данной темы является освоение учащимися принципа решения параметрических уравнений, который можно сформировать так:

необходимо разбить область изменения параметра на каждом из них получающиеся уравнения можно решить одним и тем же методом. Отдельно для каждого участка находятся корни уравнения, выраженные для каждого значения параметра. Используемые для этого приемы такие же, как и при решении уравнений с постоянными коэффициентами (на что уже было обращено внимание при рассмотрении примеров в главе 1). Поскольку каждый из методов представляет собой последовательность определенных действий, которые могут выполняться по-разному в зависимости от значений параметра, то выбранные первоначально участки его изменения о процессе решения могут дробиться с тем, что на каждом из них рассуждения проводились единообразно.

Особое внимание уделено заданиям предлагаемых на едином государственном экзамене.

Урок 7-8

Тема: Линейные уравнения и неравенства с параметрами

Тип: Комбинированный.

Цели: - познакомить учащихся с общей схемой решения линейного уравнения с параметром

- формирование навыков применения этой схемы при решении уравнений (неравенств) с параметром

- развитие логической культуры

Ход урока

1) Рассмотрим линейное уравнения и неравенство

f(a)x+g(a)=0 (1) f(a)x+g(a)<0 (2)

Линейное уравнение с параметром a и переменной x с помощью равносильных преобразований можно привести к виду (1). Для уравнения (1) любое частное уравнение можно отнести к одному из типов: $\frac{\{a/f(a)=0, g(a)\neq 0\}}{\text{типа} \varnothing}$ $\frac{\{a/f(a)=0, g(a)=0\}}{\text{типа} \infty}$ $\frac{\{a/f(a)\neq 0\}}{\{x/x=-\frac{g(a)}{f(a)}\}}$

Для неравенства (2)

$\frac{(\{a/f(a)\neq 0, g(a)\geqslant 0\})}{(\text{типа}\varnothing)}$ $\frac{(\{a/f(a)=0, g(a)<0\})}{\text{типа}\infty}$ $\frac{(\{a/f(a)>0\})}{(\{x/x=-(g(a))/(f(a))\})}$ $\frac{(\{a/f(a)<0\})}{(\{x/x=-(g(a))/(f(a))\})}$

Схема решения:

1)Находим A и значение параметра для которого соответствующие частные уравнения не определены(R\{A})

2) Приводим уравнение к виду (1) на множестве A.

3)На множестве A выделяем подмножество для которого f(a)=0.

$A\varnothing = \{a \in A / f(a)=0, g(a)\neq 0\}$

$A\infty = \{a \in A / f(a)=0, g(a)=0\}$

4) Выделяем подмножество, на множестве A для которого f a)≠0: $A_k = a \in A/ f(a)\neq 0\}$, для значений параметра из этого подмножества, соответствующие частные уравнения буду иметь общее решение: x=-$\frac{g(a)}{f(a)}$. Для решения неравенств.

5) На каждом из промежутков, где f(a)≠0, значением параметра из множества {a/f(a)>0} соответствует один из таких частных неравенств, значение из {a/f(a)<0}- другой.

Пример 1: Решить уравнение:

$$\frac{x-1}{2(a^2+2a)} - \frac{ax}{14(a+2)} + \frac{1-x}{7a} = 0$$

$$A = \{a \in R / a \neq 0, a \neq -2\}$$

На множестве A проведем равносильные преобразования: умножим обе части данного уравнения на $14(a^2+2a)$ получим:

$7(x-1)-a^2x+a+(a+2-ax-2x)=0$

приведем к виду:f(a)x+g(a)=0

$(3-2a-a^2)x+(a-3)=0$

$3-2a-a^2=0$

a=1; a= -3

при a=1, получаем 0=0- верное числовое равенство

при a=-3, получаем 0x-12=0- ложное числовое равенство.

a≠1, a≠-3, то x=$\frac{3a-3}{a^2+2a-3} = \frac{3(a-1)}{3(a-1)(a+3)} = \frac{3}{(a+3)}$

Пример 2.Решить неравенство:

(а-2)x>a²-4

$A = \{a/\ a \in (-\infty;+\infty)\}$

1) $\begin{cases} a-2=0 \\ (a-2) > a^2-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ 0x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ \emptyset \end{cases}$

2) пусть а-2≠ 0

$\begin{cases} a-2<0 \\ (a-2)x > `(a-2)(a+2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a<2 \\ x<a+2 \end{cases}$

$\begin{cases} a-2>0 \\ (a-2)x > `(a-2)(a+2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a>2 \\ x>a+2 \end{cases}$

Ответ: $\frac{\{a/a=2\}}{\text{типа}\emptyset}$ $\frac{\{a/a<2\}}{\text{типа}\infty}$ $\frac{\{a/a>2\}}{\{x/x>a+2\}}$

Пример 3: Решить уравнение с параметром и переменной x.

$$\frac{\sqrt{a^2+5a+6}}{a-6}x = a+5+\frac{18}{a-6}$$

Найдем О.Д.З параметра

$a^2+5a+6 \geq 0$

$a_1 = -3$, $a_2 = -2$ и а≠6, т.к. а-6≠0

$A = \{a/\ a \in (-\infty;-3] \cup [-2;6) \cup (6;+\infty)\}$

На множестве А умножим обе части уравнения на (а-6) получим:

$\sqrt{a^2+5a} * 6 = a^2 - 6a + 5a - 30 + 18$

$\sqrt{a^2+5a} * 6 = a^2 - a + 5a - 12$

f(a)=g(a)

f(a)=0 при a=-3 или a=-2

g(a)=0 a=4 или a=-3 => $\frac{\{a/(a)=-3\}}{\text{типа}\infty}$ $\frac{\{a/(a)=-2\}}{\text{типа}\emptyset}$

при а≠-2 , а ≠ -3 получаем $x = \frac{a^2-a-12}{\sqrt{a^2+5a+6}}$

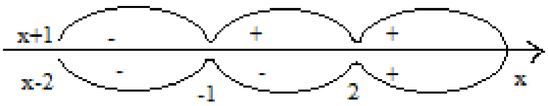
Ответ: $\frac{\{a/a\in(-3;-2)@a=6\}}{\text{неопределенно}}$ $\frac{\{a/a=-3\}}{\text{типа}\infty}$ $\frac{\{a/a=-2\}}{\text{типа}\emptyset}$

$$\frac{\{a/a \in -\infty;-3\} \cup -2;6 \cup 6;+\infty}{\{x/x = \frac{a^2-a-12}{\sqrt{a^2+5a+6}}\}}$$

Пример 4: Для каждого значения параметра а решить уравнение:

|x+1|+a|x-2|=3

Определим знаки выражений, стоящих под знаком модуля:



Решим уравнение на каждом из полученных интервалов

Теперь необходимо объединить ответы на каждом из полученных промежутков относительно а.

Возможно, учащихся выберут другое решение - непосредственно по пунктам предложенной выше схемы, но оно не будет иметь принципиального отличия, разница лишь в оформлении. Самое главное, на что нужно обратить их внимание это, то, что уравнение содержит переменную под знаком модуля, то необходимо на каждом из полученных интервалов решить соответствующее частное уравнение (этим же правилом будем пользоваться и при решении квадратных уравнений.)

Ответ: $\frac{\{a/a<-3\}}{\{x/x=2\}}$ $\frac{\{a/a=-1\}}{\{x/x@2\}}$ $\frac{\{a/-1<a<1\}}{\{x/x=\frac{2a-4}{a+1},x=2\}}$ $\frac{\{a/a=1\}}{\{x/-1\leqslant x\leqslant 2\}}$ $\frac{\{a/a>1\}}{\{x/x=2\}}$

Если осталось время можно выполнить некоторые задания для самостоятельного решения. Домашнее задание минимум 5 задач (по выбору учащегося).

Задачи для самостоятельного решения

1. Для каждого значения параметра а решить уравнение.

1) $a^2x=a(x+2)-2$

Ответ: $\frac{\{a/a\in(-\infty;0)\cup(0;1)\cup(1;+\infty)\}}{\{x/x=\frac{2}{a}\}}$ $\frac{\{a/a=0\}}{\text{типа}\emptyset}$ $\frac{\{a/a=1\}}{\text{типа}\infty}$

2) 2(a-2x)=ax+3

Ответ: $\frac{\{a/a\in(-\infty;-4)\cup(-4;+\infty)\}}{\{x/x=\frac{2a-8}{a+4}\}}$ $\frac{a/a=-4}{\text{типа}\emptyset}$

3) 3|x+a+1|=a-2ax-x-7

$\frac{\{a/a<-3\}}{\{x/x=2\}}$ $\frac{\{a/-3\leqslant a<2;a>1\}}{\{x/x=-\frac{a+5}{a+2}\}}$ $\frac{\{a/-2\leqslant a<1\}}{\text{типа}\emptyset}$ $\frac{\{a/a=1\}}{\{x/x\leqslant 2\}}$

2. Найти все значения параметра, при которых уравнения имеет единственное решение:

1)|a-2x|+1=|x+3|

Ответ: a=-8, a=-4

2)|x+a|+|2x-3|=3

Ответ: $a = -\frac{9}{2}, a = \frac{3}{2}$

3. Для каждого значения параметра решить неравенство.

1)p(px-1)>4x+1

Ответ: $\frac{\{p/|p|>2\}}{\{x/x>\frac{p+1}{p^2-4}\}}$ $\frac{\{p/|p|<2\}}{\{x/x<\frac{p+1}{p^2-4}\}}$ $\frac{\{p/p=-2\}}{\text{типа}\infty}$ $\frac{\{p/p=2\}}{\text{типа}\emptyset}$

2)$\frac{x}{a} < 3x - 1$

Ответ:$\frac{\{a/a\in(-\infty;0)\cup(\frac{1}{3};+\infty)\}}{\{x/x>\frac{a}{3a-1}\}}$ $\frac{\{a/a\in(0;\frac{1}{3})\}}{\{x/x<\frac{a}{3a-1}\}}$ $\frac{\{a/a=\frac{1}{3}\}}{\text{типа}\emptyset}$ $\frac{\{a/a=0\}}{\text{неопределенно}}$

3) |x+2a|+|x-a|<3x

Ответ: $\frac{\{a/a<0\}}{\{x/x<-a\}}$ $\frac{\{a/a\geqslant 0\}}{\{x/x>a\}}$

Урок 9 (урок решение задач)

Тема: Решение линейных уравнений и неравенств с параметрами.

Тип: Закрепление изученного материала.

Цели: - обобщить и систематизировать знания учащихся о методах решения уравнений и неравенств с параметром.

- формирование навыков решения задач с условием

- познакомить учащихся с заданиями и способами их решения, встречающихся на ЕГЭ.

- развитие логического мышления при решении нестандартных задач.

Ход урока:

1) Проверить. Как учащиеся справились с домашним заданием. Разобрать примеры, которые вызвали наиболее затруднение.

2) Пример 1. При каких a неравенство (a-1)x+a+1>0 верно при всех значениях x, удовлетворяющих условию |x|≤3?

Решение: <u>1 СПОСОБ</u>

1. Рассмотрим случай, когда коэффициент при x обращается в нуль:

$\begin{cases} a-1=0 \\ (a-1)x+2a+1>0 \end{cases} => \begin{cases} a=1 \\ 3>0 \end{cases} => \begin{cases} a=1 \\ x \in R \end{cases}$

следовательно, a=1 есть одно из искомых значений параметра a.

2. Пусть a-1≠0

$\begin{cases} a-1 \neq 0 \\ (a-1)a+1>0 \end{cases} => \begin{cases} a-1<0 \\ x<\frac{2a+1}{1-a} \end{cases}$

$\begin{cases} a-1>0 \\ x>\frac{2a+1}{1-a} \end{cases}$

Рассмотрим первую систему, т.к. неравенство должно выполняться при всех

| x|≤3, то промежуток [-3;3] должен целиком лежать в промежутке $(-\infty;\frac{2a+1}{1-a})$

Следовательно, $\begin{cases} a-1<0 \\ \frac{2a+1}{1-a}>3 \end{cases} => \begin{cases} a-1<0 \\ \frac{2a+1}{1-a}<-3 \end{cases} => \begin{cases} a-1<0 \\ 2a+1>-3a+3 \end{cases} => \begin{cases} a<1 \\ x>\frac{2}{5} \end{cases} => \frac{2}{5}<a<1$

Рассмотрим вторую систему. В этом случае промежуток [-3;3] должен целиком лежать в интервале $(\frac{2a+1}{1-a};+\infty)$

$\begin{cases} a-1>0 \\ \frac{2a+1}{1-a}<-3 \end{cases} => \begin{cases} a-1>0 \\ \frac{2a+1}{1-a}>3 \end{cases} => \begin{cases} a-1>0 \\ 2a+1>3a-3 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} a-1>0 \\ a<4 \end{cases} =>$ 1<a<4

Объединим полученные результаты:

a=1;

$\frac{2}{5}<a<1; => a \in (\frac{2}{5};4)$

1<a<4;

Кроме этого на занятии можно рассмотреть линейное уравнение с параметром, содержащее неизвестную величину под знаком модуля, которое предлагалось на Едином Государственном Экзамене 2004г.

Задание С4

Найдите все значения параметра a, при котором уравнение $|x+3|+|x+a^3|=3-a^3$ имеет не менее 6 корней, являющихся целыми числами

Ответ: $(-\infty;\sqrt[3]{2})$

Дополнительные задания

1) При каких a неравенство 2x+a>0 является следствием неравенства x+1-3a>0? Ответ: $a > \frac{2}{7}$

2) При каких значениях параметра в неравенство $(b^2=2b-3)x+3b-b-14<0$ справедливо при отрицательных значениях x?

Ответ: $1 \le a \le \frac{7}{3}$

3) При каких значениях параметра p неравенство p (px-1)>4x=1 выполняется при всех значениях x, удовлетворяющих условию $-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{2}$?

Урок 10

Тема: Теория квадратного трехчлена.

Цели: - Систематизировать и актуализировать знания учащихся по теме.

- Познакомить учащихся с типами частных уравнений и неравенств не выше второй степени.

Занятие рекомендуется провести в виде конференции. Где рассматриваются следующие вопросы:

1. Основные типы задач, связанные с квадратным трехчленом

1) исследование квадратного уравнения

2) исследование квадратичной функции

3) задачи связанные с теоремой Виета

4) расположение корней квадратного уравнения относительно заданных точек

5) задачи, приводящие к решению квадратного уравнения или к исследованию квадратичной функции.

2. Теоремы о взаимном расположении корней квадратного трехчлена и заданного числа на числовой прямой (с примером применения хотя бы одной из теорем).

3. Типы частных уравнений и неравенств с параметром не выше второй степени.

На освещение каждого вопроса дается 8-10 минут. Ответы на вопросы готовят три ученика. Они так же разбирают и решают дома примеры, которые будут предложены на занятии (задания дать за неделю до занятия). Теоретический материал по теме (см. приложение 2). После рассмотрения теории предложить ученикам решить примеры. Ученики, которые готовили доклады в этом случае, будут являться консультантами.

Прежде чем предложить учащимся самим решить уравнения, рекомендуется сначала решить один пример вместе. Можно чтобы его у доски решал ученик с докладом **3. ,** но с полным объяснением.

Пример: Для каждого значения a решить уравнение

$(a-1)x^2+2(a+1)x+a-2=0$.

Решение.

1) f(a)=0, тогда уравнение примет вид: 4x-1=0

a-1=0 $x = \frac{1}{4}$

a=1 те при a=1, $x = \frac{1}{4}$

2) f(a)≠0. Вычислим дискриминант и корни квадратного уравнения:

$D=(a+1)^2-(a-1)(a-1)=5a-1$

$x_{1,2} = \frac{-(a+1)\pm\sqrt{5a-1}}{a-1}$, тогда возможны следующие случаи:

а)D>0 (уравнение не имеет корней)

$5a-1<0 \Rightarrow a < \frac{1}{5}$

$\emptyset$ (нет решений)

б)D>0 (уравнение имеет два равных корня)

5a-1=0

$a = \frac{1}{5} \leftrightarrow x_{1,2} = \frac{3}{2}$

в) D<0 (уравнение имеет два различных корня)

$5a-1>0 \leftrightarrow a > \frac{1}{5}, \quad x_{1,2} = \frac{-(a+1)\pm\sqrt{5a-1}}{a-1}$

Ответ: $\frac{\{a/a\in(-\infty;\frac{1}{5})\}}{\emptyset}$ $\frac{\left\{a/a=\frac{1}{5}\right\}}{\{x/x=\frac{3}{2}\}}$ $\frac{\{a/a\in(\frac{1}{5};1)@(1;+\infty)\}}{\{x/x=\frac{-(a+1)\pm\sqrt{5a-1}}{a-1}\}}$ $\frac{\{a/a=1\}}{\{x/x=\frac{1}{4}\}}$

Задания (т.е. задания которое не успевают сделать в классе останутся для самостоятельного выполнения дома)

1) Найти все значения параметра а, при которых уравнение $ax^2-(a^2+2a-1)x+a^2-1=0$ имеет действительные корни.

2) Найти значения а, при которых оба корня уравнения >1.

$(1+a)x^2-3ax+4a=0$

3) Найдите а, при которых уравнение $(a+5)x^2+(2a-3)x+a-10=0$ имеет два отрицательных корня.

4) При каких значениях параметра а неравенство выполняется при любых действительных значениях х?

$(a^2-4a+3)x^2-(a-1)x-1\leq 0$

Домашнее задание: Кроме заданий, которые не успели сделать в классе, попытаться самим составить схемы решений уравнений и неравенств не выше второй степени.

Урок 11-12

Тема: Решение уравнений и неравенств не выше второй степени.

Тип: Урок решений задач.

Цели: - формирование умений и навыков решения квадратных уравнений и неравенств

Начать урок рекомендуется с проверки схем решений, которые учащиеся составили дома. Подкорректировать их варианты в случае необходимости

Схемы решений уравнений и неравенств не выше второй степени

1) Находим О.Д.З параметра, выделяем значения параметра для которого соответствующие частных уравнений не определены. На каждом промежутке решение соответствующего частного уравнения (неравенства) осуществляется отдельно.

2) На О.Д.З параметра приводим данное уравнения (неравенства) к виду: $f(a)x^2+g(a)x+h(a)=0$ $f(a)x^2+g(a)x+h(a)<0$

3) На О.Д.З параметра приводим данное подмножество, для которых $f(a)=0$ и записываем соответствующие типы особых и не особых частных уравнений.

4) На множестве A={a/ f(a)≠0} находим Д= g(a)-4f(a)h(a). Граничные значения параметра определяются условием Д=0.

5) Множество $\{a \in A / f(a) \neq 0, Д \neq 0\}$ разбивается на два подмножества с Д>0 и Д<0 соответствующие не особым частным уравнениям, имеющим дав различных действительных корня.

Пример 1: $x^2-x+1=\frac{3x-6x^2-1+a}{a}$ решить данное уравнение для $\forall a \in R$.

1) $A = \{a \in R / a \neq 0\}$ при a=0 данное уравнение не определено.

2) $x^2-x+1=\frac{3x-6x^2-1+a}{a}$ приведем уравнение к общему виду:

$ax^2-ax+a-3x+6x^2+1-a=0$

$(a+6)x^2+(-a-3)x+1=0$

3) $\begin{cases} f(a) = f + 6 = 0 \\ g(a) = -a - 3 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} a = -6 \\ a \neq -3 \end{cases} \frac{\{a/a=-6, a\neq -3\}}{\{x/x=-\frac{1}{3}\}}$

4) $D=a^2+2a-15$

$\begin{cases} f(a) \neq 0 \\ D = 0 \end{cases} \begin{cases} a = -6 \\ a_1 = 3, a_2 = 5 \end{cases}$

В этом случае $x= \frac{-g(a)}{2f(a)} = \frac{a+3}{2(a+6)}$

Ответ: $\frac{\{a/a\in(-\infty;-6)@(-6;-5)@(3;+\infty)\}}{\{x/x_{1,2}=\frac{a+3\pm\sqrt{D}}{2(a+6)}\}}$ $\frac{\{a/a\in(-5;0)@(0;3)\}}{\text{решенийнет}}$

$\frac{\{a/a=3, a=-5\}}{\{x/x=\frac{a+3}{2(a+6)}\}}$ $\frac{\{a/a=3, a=-5\}}{\{x/x=-\frac{1}{3}\}}$ $\frac{\{a/a=3, a=-5\}}{\text{неопределено}}$

Дополнительные задания

(рекомендуется для самостоятельного решения дома)

1. Решить уравнение для каждого значения параметра а:

1) $(a+1)x^2-(a-1)x-2a=0$

Ответ:

2)$x^2+|x|+a=0$

Ответ:

2.Решить неравенство:

1)$(x-3)(x-a)\leq 0$

Ответ:

2)$9x^2+12ax+5a^2-4a+4\leq 0$

Ответ:

3.При каких а корни уравнения $ax^2-(2a+1)x+a+2=0$ принадлежат промежутку (-1;2)?

Ответ: $a\in(-\infty;-\frac{3}{4})$

4.При каких а неравенство $2x^2-4a^2x-a^2+1>0$ выполняется при всех x таких, что $|x|\leq 1$?

Ответ: $a\in(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2})$

Урок 13

Тема: Решение уравнений и неравенств с параметрами не выше второй степени.

Цели:

- обобщить и систематизировать знания учащихся по теме
- контроль знаний, умений, навыков по теме
- развитие логического мышления

Ход урока

В первой части урока можно рассмотреть задание нестандартные по внешнему виду.

Пример 1. Найти все значения параметра b, при которых уравнение $b^4x + b^2 - (2+\sqrt{2})b + 2\sqrt{2} = b^2(b+\sqrt{2}) + 4x$ имеет бесконечно много корней.

Решение: Приведем уравнение к стандартному виду:

$b^4x + b^2 - (2+\sqrt{2})b + 2\sqrt{2} = b^2(b+\sqrt{2}) + 4x \Leftrightarrow$

$(b^4 - 4)x = b^2(b+\sqrt{2}) - b^2 - (2+\sqrt{2})b - 2\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$(b-\sqrt{2})(b+\sqrt{2})(b^2+2)x = b^2(b+\sqrt{2}) - (b+2)(b+\sqrt{2})$

$(b-\sqrt{2})(b+\sqrt{2})(b^2+2)x = (b+\sqrt{2})(b^2-b-2)$

$(b-\sqrt{2})(b+\sqrt{2})(b^2+2)x = (b+\sqrt{2})x = (b+\sqrt{2})(b-2)(b+1)$

Уравнение степени не выше первой имеет бесконечно много корней, если коэффициент при переменной и свободный член уравнения одновременно обращается в нуль. Поэтому искомые значения параметра задаются системой:

$$\begin{cases}(b-\sqrt{2})(b+\sqrt{2})(b^2+2)x = (b+\sqrt{2}) = 0\\ (b+\sqrt{2})(b-2)(b+1) = 0\end{cases} \Leftrightarrow \; b = -\sqrt{2}$$

Ответ: -$\sqrt{2}$

Во второй части урока можно провести самостоятельную работу, с целью – проверить, на сколько учащиеся усвоили пройденный материал.

Самостоятельная работа

1.Для каждого значения параметра а решить уравнение:
$ax^2 + 2(a+1)x + 2a = 0$

2.Найти все значения параметра а, при которых уравнение имеет единственное решение:
$|a - 2x| + 1 = |x + 3|$

3. Найти все значения параметра a, при которых неравенство $(x-3a)(x-a-3)<0$ выполняется при всех x, таких что $1 \leq x \leq 3$.

Урок 14

Тема: Решение рациональных уравнений и неравенств.

Тип: Комбинированный (изучение нового материала + закрепление)

Цели:

- познакомить учащихся с методами решения рациональных уравнений и неравенств с параметрами

- формирование умений и навыков решения задач по теме

Ход урока

Схема решения

1)Находим О.Д.З. параметра и выделяем те значения для которых соответствующие частные уравнения определены.

2)На О.Д.З. параметра исходное уравнение приводим к виду:

$$\frac{F(a,x)}{G(a,x)}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} F(a,x)=0 \\ G(a,x)\neq 0 \end{cases}$$

3)Многочлен F(a,x) разлагается в произведение многочленов не выше второй степени ($F(a,x)=F_1(a,x)\ldots F_m(a,x)$).

4)На A находятся все общие решения: $x=f_i(a)$ уравнение $F(a,x)=0$ как общие решения уравнений $F_j(a,x)=0$ ($1<j<m$).

5)Для каждого из общих решений $x=f_i(a)$ определяется множество решений уравнения: $G(a,f_i(a))=0$.

Решения этого уравнения не будут входить в область определения исходного уравнения. Корни уравнения $F_j(a,x)=0$, не являются корнями уравнения $G(a,x)=0$ являются решением исходного уравнения.

6) Описываем соответствующие виды частных уравнений.

Урок 15-16 (занятие 8)

Тема: Методы решений иррациональных уравнений и неравенств с параметрами.

Цели:

- актуализировать знания учащихся по теме «иррациональные уравнения и неравенства»
- сформулировать основные схемы решения иррациональных уравнений и неравенств с параметрами
- формирования умений и навыков учащихся в решении задач по данной теме

Ход урока

Начать занятие на мой взгляд, лучше с небольшого сообщения (2 – 3 минуты) учащегося, в котором он напомнит учащимся о том, что такое иррациональное (уравнение), арифметический корень и алгоритмы решения иррациональных уравнений (неравенств), которые им известны из школьного курса алгебры (теоретический материал сообщения (см. приложение 3)).

Далее обратить внимание учащихся на то, что этими же определителями и алгоритмами мы можем и будем пользоваться при решении иррациональных уравнений и неравенств с параметром.

Например: решить уравнение $\sqrt{x+a} = a - \sqrt{x}$. Для всех а данное уравнение равносильно системе: $\begin{cases} a - \sqrt{x} \geq 0 \\ x + a = a^2 - 2a\sqrt{x} + x \end{cases}$

$a \geq \sqrt{x}$, то $\begin{cases} a \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x \leq -a \end{cases}$

$$2a\sqrt{x} = a^2 - a$$

$a \neq 0$

$$\sqrt{x} = \frac{a-1}{2} \leftrightarrow \begin{cases} \frac{a-1}{2} \geq 0 \\ x = \frac{(a-1)^2}{4} \end{cases} \begin{cases} a \geq 1 \\ x = \frac{(a-1)^2}{4} \end{cases}$$

$$\frac{(a-1)^2}{4} - a^2 \leq 0$$

$$\frac{a^2-2a+1-4a^2}{4} \leq 0$$

$$3a^2 + 2a - 1 = 0$$

$a \geq 1 => x = \frac{(a-1)^2}{4}$ a=0

$$\sqrt{x+0} = 0 - \sqrt{x}$$
$$\sqrt{x} = -\sqrt{x}$$
$$0\sqrt{x} = 0 => x \geq 0$$
$$x \leq 0 => x = 0$$

$a<0$ или $0<a<1$ действительных решений нет

Ответ: $\frac{\{a \backslash a \neq 0 \text{ и } a \in (-\infty;1)\}}{\text{типа } \emptyset}$ $\frac{\{a \backslash a=0\}}{\{x \backslash x=0\}}$ $\frac{\{a \backslash a \geq 1\}}{\left\{x \backslash x = \frac{(a-1)^2}{4}\right\}}$

Поскольку до этого мы каждый раз составляли общую схему решения уравнений (неравенств) того или иного типа, то и в этом случае поступим также.

Схема решения уравнений:

1) Находим О.Д.З параметра и О.Д.З переменной

2)Исходное уравнение приводим к виду:

$$\sqrt[n]{F(a,x)} = G(a,x)$$

Для $n = 2k+1$: Для $n = 2k$:

$$\begin{cases} F(a,x) = (G(a,x))^n \\ F(a,x) = (G(a,x))^n \\ G(a,x) \geq 0 \end{cases}$$

3) Решаем равносильное уравнение или систему с учетом О.Д.З переменной

параметра.

Схема решения неравенств:

1) Находим О.Д.З параметра и переменной

2)На О.Д.З неравенство n приводится к виду:

(1) $\sqrt[n]{F(a,x)} \geq G(a,x)$ или (2)$\sqrt[n]{F(a,x)} \leq G(a,x)$

Если n=2k+1 F(a,x)≤ $(\geq)(G(a,x))^n$

Если n=2k:

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} G(a,x) \geq 0 \\ F(a,x) \geq (G(a,x))^n \end{cases} \\ \begin{cases} G(a,x) < 0 \\ F(a,x) \geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \qquad (3)$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} F(a,x) \leq (G(a,x))^n \\ F(a,x) \geq 0 \\ F(a,x) \geq 0 \end{cases} \qquad (4)$$

3) Находятся граничные значения совокупности (3) или системы (4). Для каждого их граничных значений соответствующая частная система решается отдельно с учётом О.Д.З. переменной и параметра.

Пример 2: Для каждого значения параметра a решить уравнение

$$x + \sqrt{x + \frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}} = a$$

О.Д.З. $x + \frac{1}{4} \geq 0$ $\qquad x + \frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} \geq 0$

$x \geq -\frac{1}{4}$ $\qquad \sqrt{x + \frac{1}{4}} \geq -(x + \frac{1}{2})$

$$x + \frac{1}{4} \geq -x^2 - x - \frac{1}{4}$$

$$x^2 + 2x + \frac{1}{2} \geq 0$$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$ $\qquad x \in [\frac{-2+\sqrt{2}}{2}; +\infty)$

Наличие сложного радикала наводит на мысль выделить квадрат двучлена под «внешним» корнем. Имеем:

$x+\sqrt{x+\frac{1}{4}+2*\frac{1}{2}\sqrt{x+\frac{1}{4}}+\frac{1}{4}}=a$

$x+\sqrt{(\sqrt{x+\frac{1}{4}}+\frac{1}{2})_2}=a$

$x+\frac{1}{2}+\sqrt{x+\frac{1}{4}}=a$

$(\sqrt{x+\frac{1}{4}}+\frac{1}{2})^2=a$

Если a<0, то уравнение не имеет решений.

Если a>0, то последнее уравнение равносильно такому:

$\sqrt{x+\frac{1}{4}}+\frac{1}{2}=\sqrt{a}$ a=0 $\Rightarrow$ $\sqrt{x+\frac{1}{4}}=-\frac{1}{2}$ - уравнение не имеет решений

$\sqrt{x+\frac{1}{4}}=\sqrt{a}-\frac{1}{2}$

Это уравнение, а значит, и исходное имеют решение лишь при $\sqrt{a}-\frac{1}{2}>0,\text{т. е. } a>\frac{1}{4}$. А при $a\in\left(0;\frac{1}{4}\right)$ – уравнение решений не имеет.

$a=\frac{1}{4}\Rightarrow x=-\frac{1}{4}$ $a>\frac{1}{4}\Rightarrow x=a-\sqrt{a}$

Осталось «собрать» ответ.

Ответ: $\frac{\{a/a\in\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)\}}{\text{типа } \emptyset}$ $\frac{\{a/a\in[\frac{1}{4};+\infty)\}}{\{x/x=a-\sqrt{a}\}}$

Дополнительные задания (для самостоятельного решения)

1)Для каждого значения параметра а решить уравнение:

$\sqrt{a-\sqrt{a+x}}+x=x$

Ответ: $\frac{\{a/a<0\}}{\text{типа } \emptyset}$ $\frac{\{a/a=0\}}{\{x/x=0\}}$ $\frac{\{a/0<a<1\}}{\text{решений нет}}$ $\frac{\{a/a\geq 1\}}{\{x/x=-\frac{1}{2}+\sqrt{a-\frac{3}{4}}\}}$

б) $\sqrt{x}-\sqrt{a-x}=2$

Ответ: $\frac{\{a/a<2\}}{\text{типа } \emptyset}$ $\frac{\{a/a\geq 2\}}{\{x/x=\frac{a}{2}+\sqrt{a-1}\}}$

2) При каких а уравнение имеет одно решение?

$a+\sqrt{6x-x^2-8}=3+\sqrt{1+2ax-a^2-x^2}$

Ответ: $a\in\left[-\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{2}\right)\cup\left(0;\frac{1}{\sqrt{2}}\right]\cup\{1\}$

3)При каких а неравенство $\sqrt{x^2+4ax+4a^2}+\sqrt{x-a}\le 4$ не имеет действительных решений?

Ответ: $a<-\frac{16}{3}, a>\frac{4}{3}$

4)Найти такие значения параметра а, при которых неравенство $\sqrt{x^2+4x+3}\ge -1-x$ и уравнение $|x-a|-|x+1|=2$ равносильны.

Ответы: а=-3

5) Для каждого неотрицательного значения параметра а решить неравенство $\frac{\sqrt{x^2-4}}{x}\le a.$

Ответ: $\frac{\{a/a\in[0;1)\}}{\{x/x\in(-\infty;-2]\cup[2;\frac{2}{\sqrt{1-a^2}}]\}}$ $\frac{\{a/a\in[1;\infty)\}}{\{x/x\in(-\infty;-2]\cup[2;\infty)\}}$

Урок 17-18 (занятие 9)

Тема: Системы уравнений и неравенств с параметром.

Цели:

- обобщить и систематизировать знания учащихся по методам решений уравнений и неравенств с параметром.
- формирование умений решения системы уравнений и неравенств с параметром.

Ход занятия:

В первой части занятия рекомендуется разобрать все вопросы, которые возникли у учащихся дома (поскольку на дом им было задано рассмотреть решение систем)

Затем посмотреть некоторые примеры:

Пример 1: При каких а решением системы $\begin{cases}x>0\\a\le x\end{cases}$

является промежутком: а) (3;+∞)

б) [5;+∞)

а) $\begin{cases}x>3\\a\le x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>3\\x\ge a\end{cases}$

$a\in(4;+\infty)$

б) $a \in (4; +\infty)$

Пример 2: Найти все значения параметра а, при котором система уравнений имеет только одно решение.

$$\begin{cases} y = \frac{2x}{x-|x|} \\ (x+a)^2 + y + a = 3 \end{cases}$$

Решение: т.к. при $x \geq 0$, $x = |x|$, то данная система может иметь решение лишь при $x < 0$.

Получим: $\begin{cases} y = \frac{2x}{x-|x|} \\ (x-a)^2 + y + a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ y = 1 \end{cases}$

$(x+a)^2 = 2 - a$

При а=2 второе уравнение системы имеет единственное решение х=-2, следовательно, и система имеет единственное решение.

При $a > 2$ система решений не имеет.

При искомых значениях параметра, удовлетворяющих неравенству а<2, уравнение $(x+a)^2 = 2 - a$ должно иметь один корень отрицательный и один не отрицательный.

Рассмотрим квадратный трёхчлен:

$f(x) = (x+a)^2 + a - 2 = x^2 + 2ax + a^2 + a - 2$

Искомые значения параметра задаются совокупностью:

$$\begin{cases} a < 2 \\ \begin{cases} a^2 + a - 2 < 0 \\ \begin{cases} a^2 + a - 2 = 0 \\ 2a < 0 \end{cases} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < a < 1 \\ \begin{cases} a > 0 \\ a = -2 \end{cases} \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < a \leq 1$$

Ответ: $(-2; 1] \cup \{2\}$

В следующей части занятия ученик, который приговорил сообщение о формулах Крамера, рассказывает об этом учащимся (см. приложение 5). А далее рекомендуется рассмотреть задания, которые можно выполнить именно с использованием этих формул. Можно было предложить кому-нибудь из учащихся написать реферат на тему: «Кто такой Крамер?».

Дополнительные задания

1)При каких а, система не имеет решений?

$$\begin{cases} ax - 4y = a + 1 \\ 2x + (a+6)y = a + 3 \end{cases}$$

2)При каком b система имеет хотябы одно решение?

$$\begin{cases} 6x + 2y = b + 2 \\ 2bx + 9b + 10y = 2b + 4 \end{cases}$$

Ответ:

3) Найти все значения параметра а, для каждого из которых существует ровно два значения х, удовлетворяющих систему уравнений.

$(x^2 - 7x + 6) + x^2 + 5x + 6 - 12|x| = 0$

$x^2 - 2(a-2)x + a(a-4) = 0$

Ответ: а=1, а=2, $5 \le a \le 6$

Урок 19-20 (занятие 10)

Тема: Методы решения уравнений и неравенств с параметрами.

Цели: контроль оценка знаний, умений, навыков учащегося по данной теме.

Ход занятия:

Заключительное занятия по основному разделу данного элективного курса можно провести в форме теста (см. §5)

Тема 3 Применение уравнений и неравенств с параметрами

Проект по теме «Задачи с параметрами в нашей жизни»

Прежде чем приступить к описанию данного проекта, необходимо рассмотреть, что же такое метод проектов и на чем он основывается.

Метод проектов – это система обучения, при которой учащиеся приобретают знания в процессе планирования и выполнение постепенно усложняющихся практических заданий – проектов. Проект разрабатывается в течение серии занятии (длительность определяется наличием мотивации учащихся, их возрастом и сложностью проектной задачи) и предполагает выполнение самостоятельной творческой работы, при которой добываются или актуализируются знания, обрабатываются и демонстрируются практические навыки.

Суть проектного метода – стимулировать интерес учащихся к определенным проблемам, предполагающие владение некоторой суммы знаний и показывать практическое применение полученных знаний.

В основе метода проектов лежит развитие познавательных навыков, умений самостоятельно конструировать свои знания и ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического мышления. Этот метод всегда предполагает решение какой-то проблемы. А решение проблемы предусматривает, с одной стороны, использование совокупности разнообразных методов и средств обучения, а с другой необходимость интегрирования знаний и умений из различных сфер науки, техники,
технологий, творческих областей. Результаты выполненных проектов должны быть «осязаемыми»: если это творческая проблема – то конкретное ее решение, если практическая – конкретный результат, готовый к внедрению.

Проект, предусмотренный для осуществления в рамках элективного курса «Решение уравнений неравенств с параметрами» рассчитан на 7 академических часов (поскольку с методом проектов учащихся, скорее всего, уже знакомы, то большую часть работы они могут выполнять и во внеурочное время).

Цель учебно-практической деятельности: Сформировать у учащихся умения решать задачи из естествознания, экономики, а также практической направленности, на основе уравнений и неравенств с параметрами.

Проект «задачи с параметрами в нашей жизни», включает в себя выполнение следующих *подпроектов*:

- Уравнения и неравенства с параметрами в обычной жизни.
- Уравнения и неравенства с параметрами в геометрии.
- Уравнения и неравенства с параметрами в экономических науках.

- Уравнения и неравенства с параметрами в промышленности.

По желанию учащихся некоторые проекты могут не рассматриваться, или быть объединены, а так же могут предложить свои темы.

Ресурсы необходимые для осуществления проекта: Ресурсы сети интернет, компьютерный класс, программа PowerPoint для создания презентаций.

Урок 21

1. Знакомство учащихся с проектной деятельностью через примеры проектов.
2. Формулируется проблема исследования.
3. Учащиеся делятся на группы, выбирают ее руководителя.
4. Намечается план работы дома:
    - Работа с источниками информации (можно порекомендовать [2],[14],[20]).
    - Выбор темы подпроекта.
    - Постановка цели, гипотезы, проблемы исследования.

    (на выполнение этой работы – 2 недели, а в это время можно познакомить учащихся с другими способами решения уравнений и неравенств с параметрами).

Урок 22

Тема: Свойства непрерывных функций, как «помощники» при решении задач с параметром.

Цели:

- Систематизировать знания учащихся о свойствах непрерывных функции;

- Формирование умений решения задач с параметром с использование свойств непрерывных функции.

Ход урока:

1) С каждым уравнением, неравенством, системой связаны констуктирующие их аналитические выражения. Последние в свою очередь могут задавать функции одной или нескольких переменных. С этой точки зрения, например, уравнение f(x)=g(x) мы можем рассматривать, как задачу о нахождение значение аргумента x, при которых равны значения функций f и g. Такие, казалось бы тривиальные рассуждения нередко дают возможность найти

   результативный путь решения многих задач. Кратко основную идею можно сформулировать так: «ключ решения – свойства функций».

2) Один из учащихся делает, заранее приготовительный, доклад об основных свойствах непрерывных функций. Он должен включать в себя: О.Д.З.; экстремальные значения; наибольшие и наименьшие значения непрерывных функций; монотонность; четность; периодичность; обратимость.

3) Совместное решение задач.

Пример 1.

Найти все значения параметра a при которых множество значений функции $f(x)=(1/3)^{x+2x+a-3a}$

Решение.

Имеет $(1/3)^{x+2x+a-3a}=(1/3)^{(x+1)}*(1/3)^{a-3a-1}$. Очевидно $0<(1/3)^{(x+1)}\leq 1$. Отсюда $0<f(x)\leq(1/3)^{a-3a-1}$, следовательно, область значений рассматриваемой функции – промежуток $(0;(1/3)^{a-3a-1}]$. Полученный промежуток не должен иметь общих точек с лучом $[3;\infty)$. Понятно, что для этого достаточно выполнения условия $(1/3)^{a-3a-1}<3$.

Отсюда a^2-3a-1>1, т.е. a<0 или a>3

Ответ: a<0 или a>3.

Пример 2.

Найти все значения параметра c, при которых неравенство –5+5c+$\sin^2$x+c(3-cosx)^3>0 выполняется при всех x.

Решение.

Перепишем данное неравенство в следующем виде: c((3-cosx)^3+5)>5-$\sin^2$x. Поскольку (3-cosx)^3+5>0 для всех x, то запишем неравенство равносильное исходному: c>(5-$\sin^2$x)/((3-cosx)^3+5). Это неравенство выполняется при всех x, если значения параметра c будут больше наибольшего значения функции f(x)=(5-$\sin^2$x)/((3-cosx)^3+5). Заметим, что в полученной дроби при cosx=1 числитель принимает наибольшее значение, а знаменатель наименьшее. Тогда f(x)≤(5/(2^3+5))=5/13. Знак неравенства достигается при x=2πn, n – целое число. Следовательно, искомые значения c определяются неравенством c>5/13.

Ответ: c>5/13.

Пример 3.

Определить число корней уравнения.

$\sqrt{3x-5} = b - \sqrt{3x-11}$

Решение.

Имеем $\sqrt{3x-5} + \sqrt{3x-11} = b$

Функция f(x)= $\sqrt{3x-5} + \sqrt{3x-11}$ возрастёт на D(f)=[5/3;∞), тогда f(x)≥f(5/3)=4 и E(f)=[4;∞).

Исходное уравнение имеет не более одного корня. При b≥4 он единственный.

Ответ: Если b≥4 , то уравнение имеет единственный корень.

Если b<4, то корней нет.

Дополнительные задания

1) При каких с график функции $f(x)=x^4+2cx^3-2x^2+6cx$.

   Ответ: с=-2;0;2

2) При каких р число π является периодом функции $f(x)=\frac{Sinx}{p-Cosx}$?

Ответ: р=0.

Урок 23

Тема: Может ли Коши «помощь» на ЕГЭ?

Цели:

1. Актуализировать и систематизировать знания учащихся о неравенстве Коши и Коши - Буянковского.

2. Формирование умений учащихся применять неравенство Коши при решений задач с параметром.

Ход урока.

В первой части урока желательно сформулировать теоремы о неравенствах и рассмотреть примеры их решения.

Теорем 1 (Неравенство Коши для произвольного числа параметров).

Для любых действительных неотрицательных чисел a_1, a_2,…a_n (n- натуральное число) справедливо следующие неравенство: (a_1, a_2,…a_n)/n$\geq\sqrt[n]{a1,* a2 * ... * an}$, причем равенство имеет место тогда и только тогда, когда a_1,=a_2=…=a_n.

Теорема 2 Для любых действительных чисел a_1, a_2,…a_n, b_1, b_2,…b_n (n – число натуральное и больше 1, справедливо неравенство $(a_1b_1+ a_2b_2 +\ldots+a_n\ b_n)^2\leq(a_1+a_2+\ldots+a_n)(b_1+b_2+\ldots+b_n)$ именуемое неравенством Коши- Буянковского, причем данное соотношение реализуется в варианте равенства тогда и только тогда, когда выполняются условия $b_1/a_1=\ldots b_n/a_n$.

Пример 1. Докажите, что для любых неотрицательных значений параметров a,b,c справедливо неравенство: $a^3+b^3+c^3+15abc\le 2(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$. (Решаем с помощью неравенства Коши)

Пример 2. Докажите, что для любого допустимого значения параметра авыполняется неравенство $\sqrt{5ax+1}+\sqrt{6ax+1}+\sqrt{1-11ax}\le 3.$

(Решаем с помощью неравенства Коши).

Во второй части урока рекомендуем рассмотреть задания, аналогичные тем, которые предлагаются на выпускных или вступительных экзаменах. Причем решение этих неравенств предполагает Коша и Коша – Буянковского.

Пример 3.

Найти наибольшее значение величины с, при котором неравенство $\sqrt{c}(8x-x^2-16)+\frac{\sqrt{c}}{8c-x^2-16}\ge -\frac{2}{3}cCos\pi x$ имеет хотябы одно решение.

Совершенно очевидно, что при с=0 данное неравенство имеет хотябы одно решение. Поэтому решать лучше предполагая, что с>0.

Урок 24-25

- Обсуждение полученных результатов, если нужно, то корректировка проделанной работы.
- Если есть необходимость, то поиск информации совместно с учителем.

Если нужная информация найдена, то ее обработка, т.е. решение задач.

Урок 26-27

Подготовка презентации проекта.

Урок 28-29

Деловая игра «Нобелевская премия».

Цели:

- Подведение итогов работы над проектом.
- Развитие умений учащихся анализировать работу, проделанную товарищами и объективно ее оценить.

Имитационная модель. Проходит очередной симпозиум Королевской академии наук в Стокгольме по присуждению Нобелевской премии за выдающиеся работы в одной из областей. Обсуждается вопрос о присуждении одной из групп кандидатов. Участникам необходимо изложить материал как можно убедительнее и интереснее.

Обсуждение предложенных работ проходит после всех выступлений. В оценивании работы группы принимают участие все учащиеся. (Каждого участника отдельно, оценивает руководитель группы, а его работу – остальных участники группы).

В конце всех занятий подводится итог (по листам личных достижений) результатов всего курса.

§3 Итоговый тест по теме

«Методы решения уравнений и неравенств с параметром»

3.1. Содержание теста

(1) Запишите буквы правильных ответов, (правильный ответ может быть только один) к заданиям 1-10 в таблицу.

Таблица 2

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Ответ										

1. Найдите все значения параметра а, при которых уравнение $|2x-a|+1=|x+3|$ имеет единственное решение.

а) 8 или 4 б) 3 в) -8 или -4 г)-3 или 0

2. При каких а уравнение $x^3-x=a(x^3+x)$ имеет ровно три корня?

а) 0<a<1 б) -1<a<0 в)0<a<$\frac{1}{4}$

3. При каких значениях уравнения $\sqrt{x+a}=x$ имеет два различных корня?

а) $-\frac{1}{4}<a\le 0$ б) $-\frac{1}{4}\le a\le 0$ в) 0<a<$\frac{1}{4}$

4. При каких а уравнение $ax=a^2$ равносильно неравенству $|x-3|\ge a$?

а) 3 б) 1 в) 0 г) -1

5.Указать все значения а, для которых уравнение $\sqrt{a+\sqrt{a+\sin x}}=\sin x$ имеет решения.

а) $0<a<\frac{1}{4}$ б) $-\frac{1}{4}\leq a\leq 0$ в) $-\frac{1}{4}<a\leq 0$

6. При каких значениях а уравнение $4^x-(a+3)2^x+4a-4=0$ имеет один корень?

а) $a\leq 1$ или $a=5$ б) $a\leq 1$ в) $a=5$

7. При каких а решением системы $\frac{x>3}{x\geq a}\Big\{$ является промежуток $(3;\infty)$

а) $a\geq 3$ б) $a\leq 3$ в) $a>3$ г) $a<3$

8. При каких а уравнение $(a+4)x^2+6x-1=0$ имеет единственное решение?

а) $a=-4$ б) $a\geq -13$ в) $a=6$ г) $a=-4$ или $a=-13$

9. Найти все значения а, при которых уравнение $(\sqrt{x}-1)\log_3(1-a)=0$ равносильно неравенству $a\sqrt{x}\leq 0$.

а) $a=0$ б) $a=1$ в) $a=3$

10. Найти все значения параметра а, при которых один из корней уравнения $x^2-(2a+1)x+a^2+a-2=0$ находится между числами 0 и 3, а другой между 2 и 5.

а) $2<a<3$ б) $1<a<3$ в) $1<a<4$ г) $0<a<3$

(2) Выполните задания 11-12, оформив их подробные решения.

11. Найдите все значения параметра а, при которых уравнение $(a-1)x^2-2ax+a+3=0$ имеет действительные корни и определить их знаки.

12. При каких значениях параметра а решение неравенства $\log_{2+\frac{x}{2}}(\frac{x^2}{2}-\frac{3x}{2}-5)\geq 1$ является одновременно решение неравенства $a^4x^2-a^2x-2>0$?

Ключ к тесту.

Таблица 3

(1)

№ задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Ответ	**в**	**в**	**а**	**в**	**б**	**а**	**б**	**г**	**а**	**б**

(2)

11. $(a-1)x^2-2ax+a+3=0$

Решение:

1. $\begin{cases} a-1=0 \\ (a-1)x^2-2ax+a+3=0 \end{cases}$ $\begin{cases} a=1 \\ x=2 \end{cases}$

2. a-1≠0

   a≠1

   $D=a^2-(a-1)(a+3)=a^2-a^2-2a+3=3-2a$

$x_1+x_2=\frac{2a}{a-1}$ $x_1x_2=\frac{a+3}{a-1}$

а) Корни квадратного уравнения положительные.

$\begin{cases} D\geq 0 \\ x_1+x_2>0 \\ x_1x_2>0 \end{cases}$ $\begin{cases} 3-2a\geq 0 \\ \frac{2a}{a-1}>0 \\ \frac{a+3}{a-1}>0 \end{cases}$ $\begin{cases} a\leq\frac{3}{2} \\ \begin{cases} a<0 \\ a>1 \end{cases} \\ \begin{cases} a<-3 \\ a>1 \end{cases} \end{cases}$ $\begin{cases} a<-3 \\ 1<a\leq\frac{3}{2} \end{cases}$

б) Кори квадратного уравнения отрицательные.

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 - 2a \geq 0 \\ \frac{2a}{a-1} < 0 \\ \frac{a+3}{a-1} > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq \frac{3}{2} \\ 0 < a < 1 \\ \begin{cases} a < -3 \\ a > 1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \text{система не имеет решений}$$

в) Корни квадратного уравнения имеют разные знаки.

$$x_1 x_2 < 0 \Longrightarrow \frac{a+3}{a-1} < 0 \implies -3 < a < 1$$

Выясним, какие корни имеет квадратное уравнение при a=-3.

$$\begin{cases} a = -3 \\ (a-1)x^2 - 2ax + a + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -3 \\ -4x^2 + 6x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -3 \\ x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Ответ: $a < -3$ - корни положительные

$a = -3$ - корни неотрицательные

$-3 < a < 1$ - корни разных знаков

$1 \leq a \leq \frac{3}{2}$ - корни положительные

12. $\log_{2+\frac{x}{2}}(\frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} - 5) \geq 1$ $\quad a^4x^2 - a^2x - 2>0$

Решение:

Решим каждое неравенство отдельно

1.$\log_{2+\frac{x}{2}}\left(\frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} - 5\right) \geq 1$

$\log_{2+\frac{x}{2}}(\frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} - 5) \geq \log_{2+\frac{x}{2}}(2 + \frac{x}{2})$

Неравенство равносильно следующей системе неравенств:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{2}-\frac{3x}{2}-5>0 \\ 2+\frac{x}{2}>0 \\ 2+\frac{x}{2}\neq 1 \\ \left(2+\frac{x}{2}-1\right)\left(\frac{x^2}{2}-\frac{3x}{2}-5-2-\frac{x}{2}\right)\geq 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10>0 \\ x>-4 \\ x\neq -2 \\ (x+2)(x^2-4x-14)\geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x<-2 \\ x>5 \end{cases} \\ x>-4 \\ \begin{cases} 2-3\sqrt{2}\leq x<-2 \\ x\geq 2+3\sqrt{2} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \quad 2-3\sqrt{2}\leq x<-2 \qquad x\geq 2+3\sqrt{2}$$

2.$a^4x^2-a^2x-2>0$

$$x_{1,2}=\frac{a^2\pm\sqrt{a^4+8a^4}}{2a^4}=\frac{a^2\pm 3a^2}{2a^4} \qquad x_1=-\frac{1}{a^2} \qquad x_2=\frac{2}{a^2}$$

а) $\begin{cases} x\neq 0 \\ x\in(-\infty;-\frac{1}{a^2})\cup(\frac{2}{a^2};+\infty) \end{cases}$ б) $\begin{cases} a=0 \\ a^4x^2-a^2x-2>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ -2>0 \end{cases} \Rightarrow \varnothing$

Следовательно: $\begin{cases} -\frac{1}{a^2}\geq -2 \\ \frac{2}{a^2}<2+3\sqrt{2} \end{cases} \begin{cases} a^2\geq\frac{1}{2} \\ a^2>\frac{2}{2+3\sqrt{2}} \end{cases} \begin{cases} |a|\frac{\sqrt{2}}{2} \\ |a|\sqrt{\frac{2}{2+3\sqrt{2}}} \end{cases} \Rightarrow |a|\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ: $a\in\left(-\infty;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\cup[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty)$

Система оценки

Первая часть теста оценивается по одному балу за каждый правильный ответ, вторая часть, в зависимости от сложности задания: 11 задание – 2 балла, 12 – 3 балла. Наибольшее количество баллов, которое можно набрать за первую часть – 10, за вторую – 5 баллов. Тест оценивается по общему количеству набранных баллов.

Предлагается шкала оценки:

13-15 баллов – «отлично»

10-12 баллов – «хорошо»

7-9 баллов – «удовлетворительно»

<7 баллов – «неудовлетворительно»

5.2. Результаты тестирования

Тест, состоящий из 10 заданий закрытого типа (множество выбора), был проведён в 11 классе. Учащимся в течение одного часа было предложено выполнить 10 заданий. За правильно выполненное задание ставился 1 балл, в противном случае – 0 баллов. Результаты теста были сведены в таблицу 1.

Таблица 3

(а).

Испытуемые	Задания в тесте										Инд. Балл x	x^2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	8	64
2	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	7	49
3	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	7	49
4	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	8	64
5	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	7	49
6	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	7	49
7	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	6	36
8	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	8	64
9	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	7	49
10	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	8	64
11	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	6	36
12	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	9	81
13	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	5	25
14	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	7	49
15	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	8	64
16	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	6	36
17	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	7	49
18	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	8	64

Таблица 4

Кол-во верных ответов	14	13	14	16	8	12	16	14	10	14	=18	=94
Кол-во неверных ответов	4	5	4	2	10	6	2	4	8	4		
Доля верных ответов P_j	0,7 7	0,7 2	0,7 7	0,8 8	0,4 4	0,6 6	0,8 8	0,7 7	0,5 5	0,7 7		

Таблица 5

Доля неверных ответов Q_j	0,2 2	0,2 7	0,2 2	0,1 1	0,5 5	0,3 3	0,1 1	0,2 2	0,4 4	0,2 2		
Дисперсия задания P_j Q_j	0,1 7	0,1 9	0,1 7	0,1 0	0,2 4	0,2 2	0,1 0	0,1 7	0,2 4	0,1 7	=1,7 7	
Стандартное отклонение												

Сложение всех единичек в строке позволяют определить индивидуальный балл каждого учащегося. Для удобства дальнейших расчетов индивидуальные баллы возведены в квадрат в последнем столбце таблицы. Сложение единичек в квадрат в последнем столбце таблицы позволяет определить количество верных и неверных ответов в каждом задании. По полученным результатам можно судить о лёгкости и трудности каждого задания. Так, задания 4 и 7 оказались для учащихся легкими: правильные ответы дали 16 из 18 человек. Наиболее трудными для них оказались 5 и 9 задания они связаны с решение тригонометрии и иррационального уравнений.

5.3. Основные статистические характеристики теста.

Показатели результатов – средний балл по тесту можно рассчитать как среднее арифметическое индивидуальных баллов учащихся M (N – количество учащихся).

$M = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_i = 7{,}1$ (6)

Для оценки качества теста рассчитаем показатели вариации тестовых результатов. Один из них – сумма квадратов отклонений от средней арифметической оценки Sa_x (чем она выше, тем тест надёжней)

$ss_x = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)}{N} = 941 - 924{,}5 = 16{,}5$

Этот показатель существенно зависит от количества человек, принимающих участие в тестировании. Поэтому обычно используется ещё один показатель вариации – дисперсия: $S_x^2 = \frac{SS_x}{N-1} = 1{,}833$

Стандартное отклонение позволяет оценить характер распределения результатов:

$S_x \approx 1{,}35$

Рассчитаем надёжность теста по формуле Кюзера – Ричарсона: (k – число заданий в тесте)

$r_h = \frac{k}{k-1}(1 - \frac{\sum P_j Q_j}{S_x^2})$

$r_h = \frac{10}{9}(1 - \frac{1{,}77}{1{,}823})$

Полученное значение коэффициента надёжности свидетельствует о неплохих качествах теста. Для улучшения его качества необходимо либо увеличить количество заданий. Либо проводить тестирование в аудитории с наименьшим количеством учащихся.

Предложенный тест вполне может быть использован для оценки знаний учащихся по теме: «Уравнения и неравенства с параметрами».

Заключение

Разрабатывая этот элективный курс, я в первую очередь думал о том, чтобы он был полезен не только мне, как учителю математики, но и учащимся. Кроме того материал этой работы можно использовать на факультатива и при подготовке учащихся в ЕГЭ. Задачи с параметрами относятся к заданиям повышенной трудности, решение которых развивает у учащихся сообразительность, способность к переносу в конкретную ситуацию и логическую культуру.

В ходе исследования была проведена частичная апробация данного курса (в рамках подготовки к ЕГЭ). В том числе и тестирование (см.§3), результаты которого показали, что те учащиеся, которые посещали занятия справились с заданиями теста лучше остальных.

Таким образом, в результате проведённого исследования была подтверждена выдвинутая гипотеза. Кроме того, наблюдения показали, что элективный курс «Решение уравнений и неравенств с параметрами» способен влиять на формирование у учащихся определённых качеств, таких как:

- развитие аналитического мышления;
- развитие логического мышления;
- приобретение коммуникативных навыков и умений

Что весьма необходимо в нашем постоянно информационноразвивающемся обществе.

На мой взгляд, цели и задачи, которые стояли в начале выполнения работы были достигнуты мной.

Библиографический список

1. Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получение и примеры применения / С.А. Гомонов. М.: Дрофа, 2005. 154 с.
2. Каспаржак А.Г. Элективные курсы в профильном обучении / Министерство образования национальный фонд подготовки кадров. М.: Вита – Пресс, 2004.
3. Кузнецов А.В. Гибрид двух слов. Элективные курсы в профильном обучении. / ИТК в образовании, 2004. №19.
4. Кузнецов А.В. Гибрид двух слов. Элективные курсы в профильном обучении. / ИТК в образовании, 2004. №20.
5. «Математика. ЕГЭ. Тестовые задания. / под ред. Л.Д. Лаппо М.: «Экзамен», 2004.
6. Мордкович А.Г. Алгебра начала анализа: Учебник 10 – 11 клаасов образовательных школ. М.: Издательский дом «Новый учебник», 2001.
7. Немов Н. Профильное обучение старшеклассников. Новая педагогическая стратегия российской школы: директор школы. 2004. №10.
8. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеев, А.Е. Петров; под реж. Е.С. Полат. М.: Академия, 2002. 272 с.
9. Общая информация о ЕГЭ. Документы [Электронный курс]. URL: http://www.ege.ru (дата обращения 04.05.2018).

Отчетный лист личных достижении. (Ф.И.О. учащегося)

<table>
<tr><td>Отметки учителя о выполнении д/з (в клетках подпись учителя)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td></tr>
<tr><td>Отметки об активном участии на семинарских и практических занятиях</td><td colspan="16"></td></tr>
<tr><td>Доклады и сообщения</td><td colspan="4">тема:</td><td colspan="4">оценка</td><td colspan="4">тема:</td><td colspan="4">оценка</td></tr>
<tr><td>Самостоятельная работа</td><td colspan="16"></td></tr>
<tr><td>Результаты тестирования</td><td colspan="16"></td></tr>
<tr><td>Проектная работа</td><td colspan="5">тема:</td><td colspan="6">Степень участия (вид деятельности)</td><td colspan="5">оценка</td></tr>
</table>

Приложение 1

1) «фишка» с логотипом игры, для проведения урока 6.

математическая

ФИШКА

эстафета

2) Карточка №1 (ответы).

1)произвольное фиксированное значение

2)решить соответствующие частное уравнение с переменной x

3)A – О.Д.З. параметра

D – О.Д.З. переменной

D_1 – область определения уравнения

4)О.Д.З. параметров в равносильных уравнениях совпадают (равны)

5)$\frac{F(a,x)}{G(a,x)} = 0$ равносильна система $\begin{cases} F(a,x) = 0 \\ G(a,x) \neq 0 \end{cases}$

3)Карточка №2 (решения и ответы)

1)$\frac{a-1}{2a-3} + \frac{x-2}{a+1} = \frac{1-2a}{\sqrt{x^2-4x+3}}$

$$\begin{cases} 2a-3 \neq 0 \quad \Rightarrow a \neq 1{,}5 \\ a+1 \neq 0 \quad \Rightarrow a \neq -1 \\ x^2-4x+3 > 0 \quad \Rightarrow \quad x \in (-\infty;1) \cup (3;+\infty) \end{cases}$$

2)$(a^2-4a)x=a+2$

$\begin{cases} a^3-4a\neq 0 \\ a+2\neq 0 \end{cases} \Rightarrow a\neq 0, a\neq -2, a\neq 2$

при этих условиях $x=\frac{a+2}{a^3-4a}=\frac{1}{a^2-2a}$

$\begin{cases} a^3-4a \\ a+2\neq 0 \end{cases} \Rightarrow a=0, a=2$

в этом случае $\emptyset$

$\begin{cases} a^3-4a=0 \\ a+2=0 \end{cases} \Rightarrow a=-2$ при $a=-2, x\epsilon(-\infty;+\infty)$

Ответ:

3)$|x+3|>-a^2$

При $a\neq 0, -a^2<0$, тогда при любом x $|x+3|>-a^2$.

При a=0, важно не упустить, что исходному неравенству удовлетворяют все действительные числа, кроме x=-3.

Ответ:

4)$(x-1)\sqrt{x-a}=0$

Решение: x-1=0 или $\sqrt{x-a}=0$

x=1 или x=a

$\begin{cases} x\geq a \\ x=1 \\ x=a \end{cases}$

Ответ:

5)$(a+6)x^2-8x+a=0$

$D=64-4a^2-24a$

При D>0 уравнение имеет более одного решения

$-4a^2-24a+64>0$

$a^2+6a-16<0$

$a\in(-\infty;2)$

6) (1)$x^2-a=0$ (2)$\sqrt{x}-a=0$

При a>0, уравнение (1) имеет два различных корня, а уравнение (2) – один корень, в этом случае о равносильности речи идти не может.

При a=0, решения уравнения совпадают.

При a<0, оба уравнения решений не имеют. Однако в таком случае уравнения считаются равносильными.

Ответ: $a \leq 0$.

Тема: Теория квадратного трёхчлена.

1.Основные типы задач, связанных с квадратным трёхчленом.

1)Исследование квадратного уравнения и квадратной функции:

Общий вид квадратной функции: $y = ax^2 + bx + c$

Уравнение вида $y = ax^2 + bx + c$, где a,b,c – известные числа, $a \neq 0$ называются квадратными.

Корни квадратного уравнения находятся по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{где } D - \text{дискреминант квадратного уравнения}$$

$D=b^2-4ac$

Квадратный трёхчлен можно разложить на линейные множители: $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Количество корней квадратного уравнения зависит от знака дискриминанта:

Если D>0, то уравнение имеет два различных действительных корня $x_1 \neq x_2$

Если D=0, то имеет два равных корня $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

Если D<0, то уравнение не имеет действительных корней

2) Теорема Виета.

* Сумма корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ равна $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, произведение корней равно $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

*Сумма корней приведённого квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком.

Произведение корней равно свободному члену, т.е.

$x_1 + x_2 = -p$

$x_1 x_2 = q$

3)Расположение корней квадратного уравнения относительно заданных точек.

Расположение корней зависит от знаков коэффициента при старшей степени x^2 и дискриминанта D.

Приложение 3

Тема: Иррациональные уравнения и неравенства.

Иррациональным называется уравнение, в котором переменная содержится под знаком радикала или под знаком возведения в дробную степень.

$\sqrt{g(x)} = f(x)$ или $\sqrt{g(x)} = \sqrt{f(x)}$

Если $a \geq 0$ и n – натуральное число, большее единицы, то существует, и только одно, неотрицательное число x, такое, что выполняется равенство $x^n = a$. Это число называется арифметическим корнем n-ой степени из неотрицательного числа a и обозначается $\sqrt[n]{a}$.

В области действительных чисел нельзя определить корень четной степени из отрицательного числа. Если же n-нечётное, то существует единственное число x, такое, что $x^n = a$.

<u>Алгоритм решения иррациональных уравнений и неравенств.</u>

$$\sqrt{g(x)} = f(x) \quad \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) = f^2(x) \end{cases} \qquad \sqrt{g(x)} = \sqrt{f(x)} \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) = f(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) = f(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\sqrt{g(x)} = f(x) \quad \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) = f^2(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \qquad \sqrt{g(x)} = \sqrt{f(x)}\_\Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > f(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{g(x)} = f(x) \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > f^2(x) \end{cases} \end{array} \right.$$

Карточка для работы в группах (задание 11)

1)$(a-1)\sin^2 x - 2(a+1)\sin x + 2a - 1 = 0$

При каких a,данное уравнение имеет решение?

2)$\cos 2x - \cos 4x = a \sin x$

Решить данное уравнение для всех значений параметра a.

3)При каких значениях a неравенство выполняется при любых действительных значениях x?

$a^2 + a - \sin^2 x - 2a \cos x > 1$

4)При каких a неравенство имеет единственное решение?

$\cos x - 2\sqrt{x^2 + 9} \leq -\frac{x^2+9}{a+\cos x} - a$

Ответы: 1)$a \in [0; 1]$

2)

3)$a \in (-\infty; \frac{-3-\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{1+\sqrt{5}}{2}; +\infty)$

4)a=2

Тема: Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 & a_{11}^2 + a_{21}^2 \neq 0 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 & a_{12}^2 + a_{22}^2 \neq 0 \end{cases} \qquad (1)$$

При решении систем линейных уравнений с параметром, удобнее всего пользоваться методом определителей (формулы Крамера).

Рассмотрим определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = b_1a_{22} - b_2a_{12}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = a_{11}b_2 - b_1a_{21}$$

1)$\Delta \neq 0$ (если $a_{i,j} \neq 0$, то $\Delta \neq 0 \Leftrightarrow \frac{a_{11}}{a_{21}} = \frac{a_{12}}{a_{22}}$)

Система (1) имеет единственное решение

$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

2)$\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$ (если $a_{i,j} \neq 0$, то $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0 \Leftrightarrow \frac{a_{11}}{a_{21}} = \frac{a_{12}}{a_{22}} = \frac{b_1}{b_2}$)

система (1) имеет бесконечно много решений, а связь между x и y в этих решениях задаётся одним из уравнений.

3)$\Delta = 0$, но хотябы один из $\Delta_x, \Delta_y \neq 0$, тогда система не совместна, т.е. не имеет решений (если $a_{i,j} \neq 0, b_2 \neq 0$, то $\Delta = 0, \Delta_x \neq 0$ $(\Delta = 0, \Delta_y \neq 0)) \Leftrightarrow \frac{a_{11}}{a_{21}} = \frac{a_{12}}{a_{22}} \neq \frac{b_1}{b_2}$.

Пример: Найти все значения m при каждом из которых система имеет бесконечно много решений.

$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ 4x - 2y = m \end{cases}$$

Система имеет бесконечно много решений $\Leftrightarrow \frac{a_{11}}{a_{21}} = \frac{a_{12}}{a_{22}} = \frac{b_1}{b_2}$

$\frac{m}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{1}{m}$

$2m = 4$

$m = -2$

Ответ: $m = -2$