Приложение 2.Презентации к занятиям.

Занятие 1.

Занятие 1.

Множества и картежи.

1

Определение

Множеством называется совокупность некоторых элементов, объединенных каким-либо общим признаком. Элементами множества могут быть числа, фигуры, предметы, понятия и т.п.

Множество может содержать конечное или бесконечное количество элементов.

Пример:

{ 2; 4; 6; 8} – множество четных однозначных чисел.

{ - 15; 5} – множество, состоящее из чисел -15 и 5.

2

Числовые множества

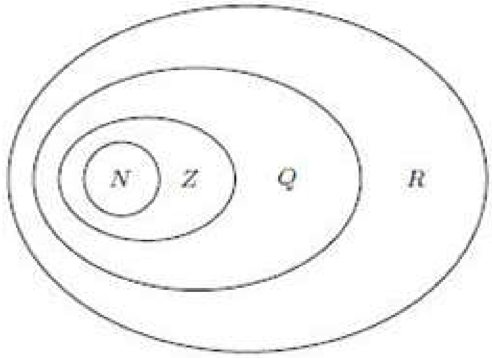
N- Множество натуральных чисел

Z- Множество целых чисел

Q- Множество рациональных чисел

R- Множество действительных чисел

3



4

Некоторые способы задания множеств

	Множество	Словесное описание множества
1)	$\{10, 15, 20, \ldots, 90, 95\}$	Множество всех двузначных чисел, кратных 5
2)	$\{1, 4, 9, 16, 25, 36, \ldots\}$	Множество всех квадратов натуральных чисел
3)	N	Множество натуральных чисел
4)	Q	Множество рациональных чисел
5)	$\{x \mid 2 < x < 7\}$	Множество всех чисел, которые больше 2 и меньше 7
6)	$(2; 7)$	Множество всех чисел, которые больше 2 и меньше 7

5

Задание множества с помощью его характеристического свойства

Символ	Как читается
$\{\ldots\}$	Множество...
$\{x \mid \ldots\}$	Множество всех x таких, что...
$\{x \mid 2 < x < 7\}$	Множество всех x таких, что $2 < x < 7$

6

Операции над множествами

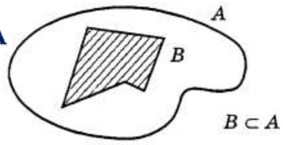
- *Два множества A и B равны* (A=B), если они состоят из одних и тех же элементов
- **Пример:** Если A={1,2,3,4}, B={3,1,4,2} то A=B.

7

Если каждый элемент множества B является элементом множества A, то множество B называется подмножеством множества A

Обозначение: B ⊂ A

знак включения



8

Объединением (сумма) множеств .

- *Объединением (суммой) множеств* A и B называется множество A ∪ B, элементы которого принадлежат хотя бы одному из этих множеств.
- **Пример:** Если A={1,2,4}, B={3,4,5,6}, то A ∪ B = {1,2,3,4,5,6}

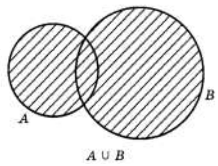
9

Определение

Объединение множеств A и B – это множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств, или множеству A, или множеству B.

Обозначение:

A ∪ B = {x | x ϵ A или x ϵ B}

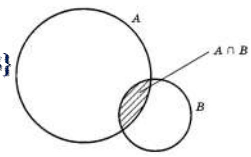


10

Пересечение множеств A и B – это множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат и множеству A, и множеству B.

Обозначение:

A ∩ B = {x | x ϵ A и x ϵ B}

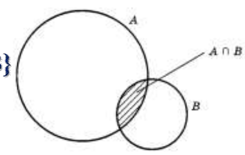


11

Пересечение множеств A и B – это множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат и множеству A, и множеству B.

Обозначение:

A ∩ B = {x | x ϵ A и x ϵ B}



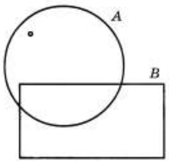
12

Разностью двух множеств

- *Разностью двух множеств* А и В называют такое множество, в которое входят все элементы из множества А, не принадлежащие множеству В.
- **Пример:** Если А={1,2,3,4}, В={3,4,5}, то АВ = {1,2}

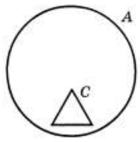
13

$A \subset B$



Неверно, что $A \subset B$

$C \subset A$

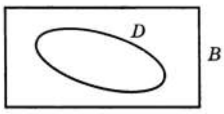


Верно, что $C \subset A$

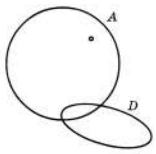
14

$D \subset B$

Верно, что $D \subset B$



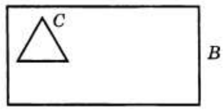
$A \subset D$



Неверно, что $A \subset D$

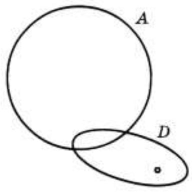
15

$C \subset B$



Верно, что $C \subset B$

$D \subset A$



Неверно, что $D \subset A$

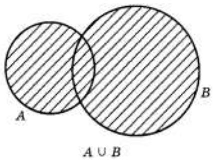
16

Определение

***Объединение множеств А и В** – это множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств, или множеству А, или множеству В.*

Обозначение:

$A \cup B = \{x \mid x \in A$ или $x \in B\}$



17

Задание 1.

Какое множество является пересечением множеств

А={2, 5, 3, 14} и В ={0,6,6,2,14}

18

Задание 2.

Какое множество является объединением множеств A={4,45,87} и B={3,5,0}

19

Задание 3.

- Множество A={3,57,24,9,0}, множество B={57,0,7}. Чему равна разность множеств A и B?

20

Свойства операций над множествами

Свойства перестановочности

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

Сочетательное свойство

- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

21

КАРТЕЖ

- *Кортеж* – это упорядоченное множество элементов.
- *Длина кортежа* – есть количество элементов в нем.
- Картежи *равны*, если на одинаковых местах (номерах) у них находятся одинаковые элементы.
- Элементы кортежа записываются в угловых или в круглых скобках.
- Соединение нескольких кортежей - это тоже кортеж, который состоит из элементов, записанных строго в той последовательности, в которой объединяются кортежи. Длина такого кортежа равна сумме длин всех соединяемых кортежей. Если число элементов кортежа можно предоставить в виде суммы n - слагаемых, то такой кортеж можно разбить на n кортежей. Длина каждого n–го кортежа равна величине соответствующего слагаемого.

22

- Соединение нескольких кортежей - это тоже кортеж, который состоит из элементов, записанных строго в той последовательности, в которой объединяются кортежи. Длина такого кортежа равна сумме длин всех соединяемых кортежей. Если число элементов кортежа можно предоставить в виде суммы n - слагаемых, то такой кортеж можно разбить на n кортежей. Длина каждого n–го кортежа равна величине соответствующего слагаемого.

23

Выполните задание

Найти объединение множеств A и B, если A = {1, 5, 7, 2, 3}, B = {3, 5, 4, 8, 1}

24

Занятие 2.

Занятие 2

Элементы комбинаторики

1

Ситуация.

Представьте, что после посещения футбольного матча вам удается узнать номер телефона вашего кумира, придя домой решаете ему набрать и поговорить. Но вдруг набирая, номер не можете вспомнить последнюю цифру телефона. Что вы будете делать

2

Комбинаторика

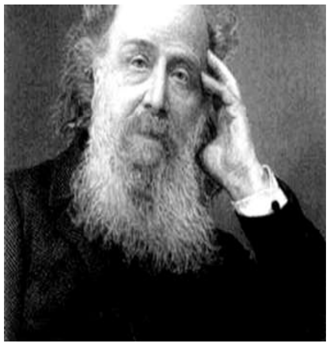
- *Раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.*

3

Лейбницем.*Готфрид Вильгельм Лейбниц* (1.07.1646 - 14.11.1716

- всемирно известный немецкий учёный, занимался философией, математикой, физикой, организовал Берлинскую академию наук и стал её первым президентом

4



В математике в XIX веке появился сначала термин "геометрическая конфигурация" в лекциях по проективной геометрии профессора университета в Страсбурге К.Т. Рейе (1882).

(1814-1897) в 1861 году. Сильвестр определял тактику как раздел математики, изучающий расположение элементов друг относительно друга. В сфере этого раздела находится, по мнению Сильвестра, теория групп, комбинаторный анализ и теория чисел. Мысли Сильвестра о тактике разделял его друг Артур Кэли.

5

- В 1896 году американский математик *Элиаким Гастингс Мур* (1862-1932) ввёл термин *тактическая конфигурация* в статье "Tactical memoranda", понимая под этим термином систему n множеств, содержащих, соответственно, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ элементов. Тактическую конфигурацию Мур задаёт квадратной матрицей порядка n, в которой элемент a_{kk}, стоящий на главной диагонали, равен числу a_k (числу элементов в k-ом множестве); элемент a_{ij} (i j) равен числу элементов i-ого множества, инцидентных j -ому множеству.

6

Задача 1. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4, если цифры в записи числа не повторяются?

Первая цифра 2 4

Вторая цифра 0 4 0 2

Третья цифра 4 0 2 0

ОТВЕТ: 204, 240,402,420

7

Задача 2

- На завтрак в школьной столовой любой ученик может выбрать булочку, ватрушку, пирожок, а запить их он может соком, чаем или компотом. Сколько вариантов завтрака предлагается в школьной столовой?

8

Собираем все варианты в таблицу.

	Булочка	**Ватрушка**	**Пирожок**
Сок			
Чай			
Компот			

9

Задача 3

У Тани есть розовая, желтая, красная кофта и черная, зеленая, синяя юбки. Сколько различных нарядов можно составить из них?

10

Решение:

Составим дерево возможных вариантов.

При этом возможные варианты, объекты в нем записываются кодом. При записи объектов кодом используются буквы или цифры. Сколько ветвей у дерева в схеме, столько решений у задачи.

РЧ, РЗ, РС; ЖЧ, ЖЗ, ЖС; КЧ, КЗ, КС.

11

Задача 4

У кассы кинотеатра стоят четверо ребят. У двух из них сторублевые купюры, у других двух – пятидесятирублевые. Билет в кино стоит 50 рублей. В начале продажи касса пуста. Как должны расположиться ребята, чтобы никому не пришлось ждать сдачи?

12

Решение 1. 50 рублей, 100 рублей, 50 рублей, 100 рублей; 2. 50 рублей, 50 рублей, 100 рублей, 100 рублей. 13	
Задача для самостоятельной работы: **Пример 1.** Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза? 14	
Подведем итоги!!! • Что такое комбинаторика? • Приведите пример комбинаторной задачи. • Что ещё вы хотели бы узнать из этой области математики? 15	

Занятие 3

Занятие 3

Тема :

Правило суммы

1

Ситуация.

Если на одной полке книжного шкафа стоит 30 различных книг, а на другой – 40 различных книг (и не таких, как на первой полке), то сколькими способами можно выбрать одну книгу из стоящих на этих полках?

Решение: Из стоящих на этих полках книг, выбрать одну книгу можно 30+40=70 способами.

2

Правило суммы.

- **Пример:** Если на одной полке книжного шкафа стоит 30 различных книг, а на другой – 40 различных книг (и не таких, как на первой полке), то сколькими способами можно выбрать одну книгу из стоящих на этих полках?
- **Решение:** Из стоящих на этих полках книг, выбрать одну книгу можно 30+40=70 способами.

3

Если элемент *a* можно выбрать *m* способами, а элемент *b*-*n* способами, причем любой выбор элемента *a* отличен от любого выбора элемента *b*, то выбор «*a* или *b*» можно сделать m+n способами.

4

Теорема. **Если пересечение конечных множеств A и B пусто, то число элементов в их объединении равно сумме чисел элементов множеств A и B:**
$n(AB) = n(A)+n(B)$. (1)

5

Следствие.

Если конечные множества A1, A2, … , Ak попарно не пересекаются, то имеет место равенство

n(A1A2 … Ak) = n(A1) + n(A2) + … + n(Ak)

6

Пример 1

- При формировании экипажа космического корабля имеется 10 претендентов на пост командира экипажа, 20 – на пост бортинженера и 25 – на пост космонавта – исследователя. Ни один кандидат не претендует одновременно на два поста. Сколькими способами можно выбрать одну из кандидатур или командира, или бортинженера, или космонавта – исследователя?

7

Решение

Обозначим множество кандидатов на пост командира корабля через А, множество кандидатов на пост бортинженера через В и множество кандидатов на пост инженера-исследователя через С. Тогда по условию

n(A)=10, n(B)=20, n(C)=25.

Кроме того, A∩B = Ш, A∩C = Ш, B∩C=Ш.

По формуле (2) имеем:

n(ABC) = n(A)+n(B)+n(C)=55 способов.

8

Решение

Обозначим множество кандидатов на пост командира корабля через А, множество кандидатов на пост бортинженера через В и множество кандидатов на пост инженера-исследователя через С. Тогда по условию

n(A)=10, n(B)=20, n(C)=25.

Кроме того, A∩B = Ш, A∩C = Ш, B∩C=Ш.

По формуле (2) имеем:

n(ABC) = n(A)+n(B)+n(C)=55 способов.

9

Пример 2

Ученик должен выполнить практическую работу по математике. Ему предложили на выбор 17 тем по алгебре и 13 тем по геометрии. Сколькими способами он может выбрать одну тему для практической работы?

10

Решение:

Обозначим множество тем по алгебре через А, множество тем по геометрии через В. Тогда по условию n(A)=17, n(B)=13. Так как по условию необходимо выбрать только одну тему для практической работы, то возпользуемся правилом суммы : 17+13 = 30 способов.

11

Пример 3

Имеется 5 билетов денежно-вещевой лотереи, 6 билетов спортлото и 10 билетов автомотолотереи. Сколькими способами можно выбрать один билет из спортлото или автомотолотереи?

12

Решение: Обозначим множество билетов денежно вещевой лотереи через А, множество билетов спорт лото через В и множество билетов автомотолотереи через С. Тогда по условию n(A)=5, n(B)=6, n(C)=10. Так как по условию необходимо выбрать один билет из спортлото или автомотолотереи, то воспользуемся правилом суммы: 6+10=16 способ выбора одного билета. 13	
Задание 2 • Сколько существует вариантов покупки одной розы, если продают 3 алые, 2 алые и 4 жёлтые розы? 14	
Задания для самостоятельной работы **Задание 1**. В вазе 6 яблок, 5 груш и 4 сливы. Сколько вариантов выбора одного плода? **Задание 2**. Сколько существует вариантов покупки одной розы, если продают 3 алые, 2 алые и 4 жёлтые розы? **Задание 3**.Составить и решить задачи по теме. Обменяться задачами в классе, решить задания своих товарищей. 15	

Занятие 4

Занятие 4.

Понятие факториала

Что такое факториал?

1

Определение

Произведение натуральных чисел от 1 до n называется факториалом и обозначается n! (читают «эн факториал»)

Например:

$2! = 1\cdot 2$, $3! = 1\cdot 2\cdot 3$, $4! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4$

$1! = 1$

2

Составить и заполнить таблицу значения факториалов чисел от 1 до 10

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n!	1	2	6	24	120	720	5040	40 320	362 880	3 628 800

3

Вычислите

1) 6 !
2) 6! – 5!
3) $\frac{10!}{5!}$
4) $\frac{11!}{5!\,6!}$

4

Пример 2.

Сколько существует выражений , тождественно равных произведению abc которое получается из него перестановкой множителей?

5

Вычислите

Сколько трехсловных предложений можно составить из трех слов: сегодня, дождь, идет?

6

Задача для самостоятельной работы: В волейбольной команде 6 человек, а на площадке 6 позиций (номеров) для их расстановки. Сколькими способами команда может расположиться на площадке? 7	Составить задания на тему факториал. 8

Занятие 5

Занятие 5.

Тема:

Перестановки без повторений

1

Определение:

- **Перестановкой** из n элементов называют какое-либо расположение этих элементов в ряд.

Количество перестановок из n элементов принято обозначать Pn(перестановка по-французски permutation).

Справедлива формула

$Pn = n!$

- Чаще всего эту запись формулируют следующим образом: «*Число всех перестановок множества из n элементов равно n!*».

2

Теорема.

n различных элементов можно расставить по-одному на n различных мест ровно n! способами

3

Пример 1

Сколько перестановок можно получить из букв, составляющих слово «апельсин»? **Решение**: Речь идет о вычислении P8. По формуле имеем:

$P8 = 8! = 1·2·3·4·5·6·7·8 = 40\ 320$.

Ответ: 40 320.

4

Пример 2

Сколькими способами можно расставить 8 участниц финального забега на восьми беговых дорожках?

Решение: Число способов равно числу перестановок из 8 элементов. По формуле числа перестановок находим, что

$P8 = 8! = 1·2·3·4·5·6·7·8 = 40\ 320$.

5

Пример 3.

Имеется десять различных книг, четыре из которых – учебники. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы все учебники стояли рядом?

Решение. Сначала будем рассматривать учебники как одну книгу. Тогда на полке надо рассматривать не девять, а шесть книг. Это можно сделать P6 способами. В каждой из полученных комбинаций можно выполнить P4 перестановок учебников. Значит, искомое число способов расположения книг на полке равно произведению P6·P4.

Получаем $P6·P4 = 6!·4! = 720·24 = 17\ 280$.

Ответ: 17 280.

6

Занятие 6

Занятие 6.

Тема :

Размещения без повторений

1

Решите задачи.

1. Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке?
2. Курьер должен разнести пакеты в 7 различных учреждений. Сколько маршрутов может он выбрать?
3. Из села Дятлова в село Матвеевское ведут три дороги , а из села Матвеевское в село Першино – четыре дороги. Сколькими способами можно попасть из Дятлово в Першино через Матвеевское.

2

Определение:

Размещением из n элементов по к (к<n) называется любое множество , состоящее из любых к элементов , взятых в определенном порядке из данных n элементов

Число размещений из n элементов по к обозначают

Читают « А из n по к »

3

формула

формула для вычисления числа размещений из nэлементов по к

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

4

Обратите внимание!!!

- Размещением называется расположение “предметов” на некоторых “местах” при условии, что каждое место занято в точности одним предметом и все предметы различны.

5

Задания .

1.Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если других пассажиров в купе нет?

2.На станции 7 запасных путей. Сколькими способами можно расставить на них 4 поезда?

6

3.Сколькими способами тренер может определить, кто из 12 спортсменок, готовых к участию в эстафете 4×100 м, побежит на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

4.Учащиеся 9-го класса изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день так, чтобы было 6 различных уроков?

7

Задания для самостоятельной работы:

- **Задание** 1. Из 30 студентов класса надо выбрать хозяйку класса, старосту и физорга. Сколькими способами это можно сделать?
- **Задание 2**. В конкурсе песен «Галерея звезд» участвуют 15 человек. Сколькими способами могут распределиться между ними места?
- **Задание 3**. Пять разных предметов раздают 8 людям, причем может случиться так, что некоторые получат по несколько предметов. Сколькими способами может быть произведен раздел?

8

Занятие 7

Занятие 7

Тема:

Сочетание без повторений

1

Решите задачи

1. Сколькими способами организаторы конкурса могут определить, кто из 15 его учащихся будет выступать первым, вторым и третьим?
2. Сколькими способам 6 студентов, сдающих экзамен, могут занять места в аудитории , в котор стоит 20 одноместных столов.
3. На соревнованиях по легкой атлетике приехала команда из 12 спортсменок. Сколькими способами тренер может определить , кто из них побежит в эстафете 4 по 100 м на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

2

- **Определение** . Число k подмножеств в n множестве X называют сочетанием из n по k. Число таких сочетаний обозначаются

3

Обратите внимание!!!

- В сочетаниях меняется только состав, входящих в комбинацию элементов , порядок их расположения не важен.
- *Замечание:* То есть порядок расположения элементов не важен; значение имеет тольк состав выборки.

4

Обобщение пройденного материала

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значение
Pn=n!	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

5

Вичислите:

1) C_5^3 2) C_3^5

6

Вычислите : **Пример 1**. Сколькими различными способами из семи участников математического кружка можно составить команду из двух человек для участия в олимпиаде? **Пример 2**: Из перетасованной колоды, состоящей из 36 карт, наугад взяты 4 карты. какова вероятность того, что все взятые карты тузы? 7	**Задача** 3. У лесника 3 собаки: Астра (А), Вега (В) и Гриф (Г). На охоту лесник решил пойти с двумя собаками. Перечислить все варианты выбора лесником пары собак. 10
Задача 1 Сколькими различными способами из семи участников математического кружка можно составить команду из двух человек для участия в олимпиаде? 8	**Задача** 4. Сколько существует способов выбрать троих ребят из четверых желающих дежурить по столовой? 11
Задача 2. В ящике находится 15 деталей. Сколькими способами можно взять 4 детали? 9	**Задача** 5 Сколькими способами группу из 12 человек можно разбить на две группы: а) по 4 и 8 человек; б) по 5 и 7 чело-век?

Проблемный вопрос:

Может ли нам комбинаторика помочь в реальной жизни?

Занятие 8

Занятие 8 **Обобщение и систематизация знаний по темам курса.** 1	**Задача** 3. Учащимся дали список из 10 книг, которые ре-комендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг? 4
Задача 1. В классе 7 человек успешно занимаются матема-тикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для уча-стия в математической олимпиаде? 2	**Задача** 4. В 9 «А» классе учатся 25 учащихся, в 9 «Б» - 20 учащихся, а в 9 «В» - 18 учащихся. Для работы на пришкольном участке надо выделить трех учащихся из 9 «А», двух - из 9 «Б» и одного - из 9 «В». Сколько существует способов выбора учащихся для работы на пришкольном участке? 5
Задача 2. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора? 3	**Задачи для самостоятельной работы в классе** 6

Задание 1.

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если:

а) числа не повторяются;

б) числа могут повторяться.

7

Задание 2

На блюдце лежит 8 яблок и 6 груш. Сколькими способами можно взять плод с блюдца?

Задание 3

Сколькими способами можно обозначить вершины куба буквами A, B, C, D, E, F, G, K?

8

Задание 4.

Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если других пассажиров в купе нет?

9

Задание 5.

В розыгрыше первенства по футболу принимают участие 16 команд, при этом любые две команды играют между собой только один матч. Сколько всего календарных игр?

10

Задание 6

Из вазы с фруктами , в которой лежит 9 яблок и 6 груш, надо выбрать 3 яблока и 2 груши. Сколькими способами можно сделать такой выбор?

11

Области применения комбинаторики

- -учебные заведения (составление расписаний)
- -сфера общественного питания (составление меню)
- -лингвистика (рассмотрение вариантов комбинаций букв)
- -спортивные соревнования (расчёт количества игр между участниками)
- -агротехника (размещение посевов на нескольких полях)
- -география (раскраска карт)
- -биология (расшифровка кода ДНК)
- -химия (анализ возможных связей между химическими элементами
- -экономика (анализ вариантов купли-продажи акций)
- -дизайнерское дело (рассмотрение вариантов интерьера)
- -криптография (разработка методов шифрования)
- -доставка почты (рассмотрение вариантов пересылки)
- -военное дело (расположение подразделений)

12

Вывод: Комбинаторика повсюду. Комбинаторика везде. Комбинаторика вокруг нас.

Занятие 9.

Занятие 9

Игра « Покори вершину»

1

Правило для командной игры.

Необходимо добраться до вершины.

Подниматься снизу вверх, проходя этапы. Маршрут учащиеся определяют самостоятельно, договариваются по какому выбранному пути пойдет команда. За весь путь необходимо преодолеть 4 этапа (решить 4 задачи). Победителем является команда, которая все свои задачи решить и объяснит учителю их решение быстрее всех.

4

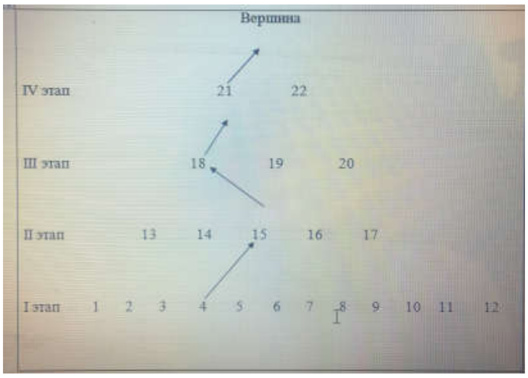
Правила для индивидуальной игры учащихся.

На вершину ведут три дорожки, начало которых для любого пути совпадают с цифрой 1. Дорожки имеют места «отдыха», пронумерованные числами. За каждым числом закреплено свое задание, которое необходимо выполнить. Разные пути имеют разное количество задач. Количество задач зависит от их сложности. Первый путь – три сложные задачи; второй путь- содержит задачи средней сложности; третий путь – шесть простых задач. Ученик сразу определяет по какому пути он будет двигаться к вершине. В зависимости от выбора ученики получают свой набор задач, который они должны решить. В качестве домашнего задания – дойти другим путем до вершины.

В качестве домашнего задания – дойти другим путем до вершины.

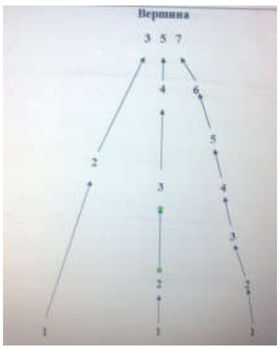
2

Каким путём пойдет команда к вершине?



5

Выбирайте себе путь к вершине



3

Молодцы ребята!

Вы с легкостью преодолели все препятствия!

Теперь вы знаете , что «Комбинаторика –это просто! »

6