МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет — Институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая кафедра — Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе
(полное наименование кафедры)

Баюсова Ольга Васильевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема: ФАКУЛЬТАТИВНЫЙ КУРС «ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ» В СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9-Х КЛАССОВ

Направление подготовки — 44.03.05 Педагогическое образование
(код и наименование направления)

Профиль — Математика и информатика
(наименование профиля для бакалавриата)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ * КГПУ им. В.П. Астафьева * ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Зав. кафедрой, д.п.н., профессор Шкерина Л.В.
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

08.06.2018
(дата, подпись)

Руководитель, к.ф.-м.н., доцент Багачук А.В.
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

08.06.2018
(дата, подпись)

Дата защиты 22.06.2018

Обучающийся Баюсова О.В.
(фамилия, инициалы)

08.06.2018.
(дата, подпись)

Оценка
(прописью)

Красноярск
2018

Содержание

Введение

Один из важнейших показателей эффективности обучения заключается в том, как обеспечивается в процессе обучения развитие его личности. Применительно к математике можно сказать, что сам процесс ее изучения должен приводить к умению логически, доказательно мыслить, умению творчески, а не стереотипно, подходить к решению любой задачи.

Об этом говорится и в новом Федеральном государственном образовательном стандарте (ФГОС), в котором определены требования к трем группам образовательных результатов (предметным, метапредметным и личностным); к структуре основной образовательной программы; к условиям ее реализации [43]. В решении проблемы достижения этих результатов, особую роль могут сыграть факультативные курсы, ставшие уже традиционными вспомогательными формами обучения, задача которых состоит в расширении базовых знаний, умений и способов деятельности обучающихся в соответствии с их интересами и способностями. В Законе «Об образовании» Российской Федерации в статье 7 сказано, что государственные образовательные стандарты являются основой объективной оценки уровня образования и квалификации выпускников школ независимо от форм получения образования [44].

Введение образовательных стандартов в школьную практику актуализировало решение вопросов, связанных с проектированием и реализацией образовательного процесса в новом формате. В соответствии с требованиями ФГОС, предъявляемыми современной школе, обучение в ней должно ориентироваться на:

– формирование готовности у обучающихся к саморазвитию и непрерывному образованию;

– проектирование и конструирование социальной среды развития обучающихся в системе образования;

– активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;

– построение образовательной деятельности с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся [49].

Однако, настоящая ситуация в системе школьного математического образования такова: большинство математических задач решается по определенным алгоритмам, и быстрое их решение обычно зависит от знания формул и умения их применять. При этом основное усложнение задачи производится за счет увеличения действий решения. Многие этапы решения таких задач у учеников приобретает автоматический характер, они не задумываются над выполнением каждого из них. Отсюда нерациональное, а иногда и неправильное решение задачи. Обучающиеся очень быстро перестают применять изученные определения, теоремы, сокращая обоснование решения задачи.

В объяснительной записке программ по математике для общеобразовательных учреждений говорится: «Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмического мышления, воспитании умений действовать по алгоритму и конструировать новые» [43]. Задачи с параметром имеют огромное значение в формировании логического мышления, исследовательских умений, математической культуры обучающихся. Но для обучающихся их решение является затруднительным, так как их изучение не является отдельной составляющей в школьном курсе математики. В основном, подробное, более глубокое изучение задач с параметром осуществляется на факультативных занятиях, а не на самих уроках.

Для большинства школьников задачи с параметром непривычны, а для некоторых они являются сложными. Для их решения мало обычного применения формул, в процессе их решения нужно понимать закономерности и уметь анализировать отдельные случаи с помощью общих свойств объекта. При решении задач с параметром должны присутствовать системность и последовательность.

С учетом современной тенденции в сокращении часов, отведенных на изучение математики, и росте объема предметного содержания, которое необходимо усвоить ученику, возникает необходимость введения факультативных курсов по математике. Это позволяет в более полном объеме освоить курс математики, а также способствует успешному участию учеников в олимпиадах различного уровня. Кроме того, благодаря факультативным курсам, школьники учатся решать задания, отсутствующие в учебниках, но встречающиеся на ОГЭ и ЕГЭ полностью.

Таким образом, **актуальность** исследования обусловлена приоритетами современной государственной образовательной политики, обозначенными в ряде стратегических документов (ФГОС, Закон РФ «Об образовании» и др.), и недостаточной готовностью школы к реализации данных требований.

Задачи с параметром практически не изучаются в ходе школьной программы, но широко представлены в контрольно-измерительных материалах для подготовки к основному государственному экзамену по математике. Факультативный курс «Задачи с параметром» будет способствовать повышению качества подготовки к итоговой аттестации.

Объект данного исследования: процесс обучения математике в 9 классе.

Предмет данного исследования: факультативный курс «Задачи с параметром» в процессе математической подготовки обучающихся 9 классов.

Цель исследования: разработать и апробировать факультативный курс «Задачи с параметром» в процессе математической подготовки обучающихся 9 классов.

Гипотеза исследования заключается в том, что реализация данного факультативного курса поможет обеспечить более углубленное изучение школьниками методов решения уравнений и неравенств с параметром, расширить возможности развития мыслительной деятельности обучающихся, повысить уровень познавательной активности и познавательной самостоятельности обучающихся.

Для реализации поставленной цели и проверки выдвинутой гипотезы решались следующие **задачи:**

1. описать современную тенденцию развития отечественного математического образования;
2. дать характеристику понятия факультативных курсов, выявить основные требования к их организации в старшей школе;
3. охарактеризовать психологические возрастные особенности обучающихся 9 классов;
4. осуществить сравнительный анализ содержания различных школьных учебников на предмет рассмотрения задач с параметром;
5. выявить основные принципы отбора содержания факультативного курса;
6. разработать программу факультативного курса «Задачи с параметром» и методические рекомендации по ее реализации;
7. апробировать разработанный факультативный курс.

Методы исследования:

- теоретические: анализ психолого-педагогической литературы по проблеме исследования;
- эмпирические: разработка факультативного курса.

Содержание выпускной квалификационной работы представлено во введении, двух главах, заключении и приложениях. Библиографический список насчитывает 50 источников.

В первой главе «Психолого-педагогические особенности математической подготовки обучающихся старшей школы» описаны современные тенденции развития отечественного математического образования. Рассмотрены основные проблемы отечественного математического образования, проанализированы различные направления модернизации образования. Перечислены основные требования, присущие основному среднему общему образованию. Помимо этого, глава содержит информационные и организационные аспекты профильной подготовки в РФ. Раскрывается сущность понятия «Факультативные курсы» и основные требования к их организации в старшей школе. Также раскрыты психологические особенности обучающихся 9 классов.

Во второй главе работы осуществлен сравнительный анализ действующих учебников по математике, предназначенных для обучающихся 7-9 классов. Охарактеризованы принципы отбора содержания курса, а также представлена программа факультативного курса и методические рекомендации по ее реализации в образовательной практике. Представлен анализ апробации нескольких занятий рассматриваемого курса на базе МБОУ «Каратузская СОШ имени Героя Советского Союза Е.Ф. Трофимова».

Глава I. Психолого-педагогические особенности математической подготовки обучающихся старшей школы

1.1. Современные тенденции развития отечественного математического образования

Неоспоримым фактом является то, что система образования имеет многочисленные связи с наукой, экономикой, народным хозяйством, национальной безопасностью и благосостоянием всей страны в целом. Благодаря этому образование становится одним из главных факторов развития и воспитания каждого гражданина этой страны. Также образование направлено на реализацию прав личности каждого человека, на равноправие и равенство различных национальных культур, проживающих на территории страны. В этой связи, ключевой ролью отечественного образования является обеспечение высокого уровня жизни общества, его бытовой, правовой и профессиональной культуры. Для обеспечения поддержки образования и равного доступа к нему каждого гражданина страны, независимо от его материального состояния, места проживания, национальной принадлежности и состояния здоровья, необходимо эффективное использование всех ресурсов (информационных, человеческих, материальных). Выбор пути образования должен основываться на общественном мировоззрении, благодаря которому происходит формирование и реализация целей и задач образования, информационной и нормативной базы [23].

В конце 80-х – начале 90-х годов существенное влияние на российское образование оказали различные преобразования в политической и экономической сферах, с помощью которых осуществилась реализация независимости и самостоятельности учебных заведений, обеспечение вариативности их образовательных программ. Все эти процессы в дальнейшем были отражены в Законе Российской Федерации «Об Образовании», определяющем уровни основного общего и профессионального образований [40].

Социально-экономический кризис, произошедший уже после этих преобразований, затормозил дальнейшее развитие системы образования в России. В результате, из-за своей перегруженности содержание образования перестало обеспечивать фундаментальность необходимых знаний, закрепленных в федеральном государственном образовательном стандарте [45]. В свою очередь, профессиональное образование было не способно к качественной подготовке кадров, удовлетворяющим новым социокультурным требованиям. Тем самым, ценность и роль российского образования стало терять статус экономического, политического, культурного и нравственного пространства [25].

Более подробно в настоящем параграфе остановимся на развитии математического образования в Российской Федерации.

Одна из ведущих тенденций развития математического образования современности – тенденция интеграции российской методики преподавания математики в мировое образовательное пространство.

Следующая важная тенденция, продолжающая свое развитие на современном этапе, – тенденция сближения математики как науки и содержания школьного предмета «математика». Признавая, что содержание курса математики в настоящее время устарело, специалисты предлагают два подхода к модернизации математического образования.

Ряд авторов не считают важным вопрос об обновлении содержания курса школьной математики в связи с новейшими достижениями математики как науки (М. И. Башмаков, Г. В. Дорофеев). Они полагают, что необходимо сохранить сложившееся содержание курса математики, не исключая из него даже темы, трудные для восприятия обучающихся (например, элементы математического анализа), поскольку изучение традиционных тем позволяет осуществлять развитие личности и умственных способностей учеников. Другой подход состоит в том, что декларируется тот факт, что развитие науки требует введения нового материала, необходимого для понимания процессов, происходящих в технике и других науках [29]. Математики предлагают осовременить курс школьной математики путем введения в него элементов теории вероятностей и математической статистики, начал дискретной математики (рис. 1).

Рис. 1. Изменение роли участников образовательного процесса

Сторонники сохранения традиционного содержания курса математики в школе приводят несколько аргументов.

Во-первых, традиционный курс математики, сложившийся в течение веков в российской школе, способствует тому, что характер деятельности ученика в процессе освоения им школьной программы схож с реальной деятельностью профессионального математика в рамках материала, ограниченного по содержанию. Поэтому элементарная математика может рассматриваться как средство подготовки ученика к математической деятельности и формирования у него математического мышления. Если подходить к отбору содержания предмета «математика» с этой точки зрения, то нет необходимости внедрять в школьный курс новые темы. Можно, сохраняя традиционное содержание школьной математики, усилить изучение тех тем, которые способствуют развитию мышления учеников [13].

Во-вторых, предыдущий опыт показывает, что попытки «осовременить» школьный курс математики должны быть хорошо продуманы и спланированы: введение в школьный курс элементов математического анализа повлекло за собой столько проблем, что у методистов до сих пор нет единой точки зрения по поводу полезности этого курса в средней школе [5].

Таблица 1

Современные педагогические технологии, используемые в математическом образовании		
Здоровьесберегающие технологии	Технологии интегрированного обучения	Проектная деятельность (индивидуальная, групповая, коллективная)
Учебно-исследовательская деятельность	Технологии сотрудничества	Личностно-ориентированные технологии
Обучение на основе учебных задач и ситуаций	Информационно-коммуникационная (ИКТ)	Технологии дифференцированного обучения
Деловые игры	Проблемное обучение	Портфолио обучающихся
Компьютерные технологии	Интерактивные технологии	Технологии разноуровнего обучения

Сторонники модернизации содержания математического образования настаивают на включении в школьные программы хотя бы элементов статистики и теории вероятностей. Это обусловлено ролью, которую играют вероятностно-статистические знания в общеобразовательной подготовке современного человека. Кроме того эти разделы представляют собой единственный в школьном курсе пример математического моделирования, то есть имеют большое образовательное и развивающее значение.

Академик РАО М.И. Башмаков считает, что «необходимо соблюсти баланс между двумя тенденциями – сохранить традиционное ядро обучения математике и обновить содержание и методы этого обучения». При этом он указывает на то, что важно сохранить ядро обучения математике, но не догматически, а в сравнении с задачами математического образования и его содержания. М.И. Башмаков утверждает, что эти задачи пока представлены в нашей печати на низком уровне и требуют дальнейшей разработки (табл. 1).

Резкое сокращение числа часов на математические дисциплины, как показывает практика, приводит к тому, что у школьников не формируются ни пресловутые предметные знания, умения и навыки, ни провозглашенные современными стандартами компетенции [6].

Надо заметить, что в стандартах общего образования также акцент сделан на «обеспечение преимущественно общеобразовательной и общекультурной подготовки». Отсюда и порядок расположения требований к результатам освоения основной образовательной программы: личностные, метапредметные и лишь на последнем месте предметные результаты [47].

С.Н. Бычков замечает: «заострение внимания на метапредметных и личностных результатах, выдвижение их на первый план излишне: математика сама своим собственным содержанием позволяет достигать всего сразу, следуя собственной двухтысячелетней традиции» [2, с. 58].

Развитие человека рассматривается современной педагогикой как расширение круга доступных ему видов и форм деятельности и потому сегодня стали активно разрабатываться деятельностные принципы педагогики [1, 3, 5 и др.].

Введение образовательных стандартов в школьную практику актуализировало решение вопросов, связанных с проектированием и реализацией образовательного процесса в соответствии с целями ФГОС. Новые стандарты отвечают идеям компетентностного подхода, который определяет целевую ориентацию учебного процесса на формирование определенных компетенций, отражающие готовность человека действовать в конкретных ситуациях. Но заметим, что перечисленные в новых образовательных стандартах формируемые у обучающихся компетенции и компетентности, трактуются без обсуждения тех конкретных навыков деятельности и реальных умений, которые должны при этом формироваться у них.

Основными принципами построения школьного курса математики на основе системно-деятельностного подхода должны стать [10]:

- принцип системного построения курса математики;

- принцип описания курса математики в единстве общего, особенного и единичного;

- принцип оптимального сочетания фундаментальности и профессиональной направленности обучения курсу «Математика»;

- принцип предметной деятельности при изучении курса «Математика»;

- принцип развивающего обучения.

Традиционное обучение математике и обучение, построенное на системно-деятельностном подходе, разнятся по следующим позициям: по содержанию, методам и средствам обучения; по характеру процесса управления обучением; по характеру подготовки преподавателя к проведению учебного процесса; по отводимому на обучение количеству часов; по результатам обучения.

При системно-деятельностном подходе к проектированию и реализации ФГОС системообразующим элементом учебного процесса являются различные виды деятельности; субъект обучения занимает активную позицию, а деятельность является основой, средством и условием развития личности. Такой аспект в корне меняет модель взаимодействия учителя и ученика.

При традиционном подходе, который реализовывал предметно-знаниевую парадигму образования, целью являлось вооружение обучающихся знаниями, умениями и навыками; способы общения сводились к наставлению, разъяснению, запрету, угрозам, наказаниям, нотациям; тактика строилась на диктате и опеке; позиция учителя сводилась к реализации учебной программы, удовлетворению требований руководства и контролирующих инстанций; основным положением к руководству был лозунг: «Делай, как я!» и т.д.

При системно-деятельностном подходе, который реализует компетентностную парадигму образования, целью является формирование личности, развитие индивидуальности, содействие развитию личности (знания, умения, навык, не цель, а средства развития); способы общения сводятся к пониманию, признанию и принятию личности, к учету точки зрения ученика, не игнорированию его чувств и эмоций; тактика строится на идеях сотрудничества; позиция учителя исходит из интересов ученика и перспектив его развития; положением к руководству становятся слова: «Не рядом и не над, а вместе!», ученик полноправный партнер.

Полноценное качественное математическое образование является необходимой составляющей успешного сосуществования в современном обществе. К его целям развития можно отнести следующие:

1. формирование и развитие необходимых человеку в современных условиях способностей и таких видов мышления, как логическое и алгоритмическое;
2. реализация использования математики в повседневной жизни и профессиональной деятельности, в том числе применение математического подхода в описании, рассуждении и т.д.

Структура математического образования образует целостную систему, и все ее компоненты взаимосвязаны. Ее составляющими является массовая математическая грамотность, возможность приобретения необходимых математических знаний, умений и способов деятельности и всесторонняя развитость каждого обучающегося.

От уровня развития математического образования зависит успешное создание и внедрение современных технологий и инноваций в таких сферах, как экономика, обороноспособность, машиностроение, биомедицина и другие. Формирование математического образования также способствует прогнозированию различных катастроф природного и техногенного характера. Именно поэтому все развитые страны мира вносят существенный вклад в формирование математической грамотности населения и в развитие математики, как науки. Благодаря подобным действиям происходит обеспечение системности во всех сферах образования, формирование познавательной активности и логического мышления обучающихся при изучении различных учебных дисциплин [11].

Наряду с крупнейшими развитыми странами мира, Россия также обладает опытом решения ряда проблем в математическом образовании, приобретенным в 1950–1980 годах.

Сегодня, при проектировании образовательного процесса, в том числе и в математическом образовании, необходимо учитывать следующие основные проблемы (рис. 3):

1. проблема мотивационного характера;
2. проблема содержательного характера;
3. кадровые проблемы.

Рис. 3. Проблемы развития математического образования

Мотивация является основным стимулом вовлечения обучающегося в образовательный процесс и определяет его содержание, методы и способы познания окружающего мира. Основным способом формирования мотивации каждого обучающегося является активизация его творческого мышления и исследовательских навыков в процессе изучения математики [11]. Таким образом, составляющими первой из перечисленных проблем математического образования являются:

1) отсутствие учебной мотивации обучающихся в связи с общественной недооценкой роли математического образования;

2) несоответствие образовательного процесса современным требованиям содержательной и учебно-методической базы.

Вследствие чего реальный уровень подготовки большинства выпускников не направлен на реализацию соответствующего комплекса заданий итоговой государственной аттестации, их содержания и критериев оценки.

Вторая проблема заключается в низком качестве образовательного процесса. Содержание математического образования не отвечает современным требованиям, что нарушает преемственность и взаимосвязь всех уровней образования. Потребности в новых математических методах и средствах математического образования не учитываются в полной мере. А методическое обеспечение не отражает различные подходы к разным группам обучающихся. В основном, образовательный процесс направлен на подготовку выпускников к написанию единого государственного экзамена (ЕГЭ), а не развитию их способностей и интеллектуальных особенностей в процессе математической подготовки. В итоге, снижается уровень математического образования из-за не своевременного обновления его содержания и отсутствия необходимой доли интеграции российской и мировой наук [11].

Третья проблема связана с нехваткой квалифицированных работников в сфере образования (учителей и преподавателей), способных качественно обучать математике, формируя при этом заинтересованность обучающихся в образовательном процессе. Система подготовки и профессиональной переаттестации педагогических работников не является достаточной для реализации нужд рынка труда. Математическая и педагогическая подготовка выпускников учебных заведений не отвечает современным требованиям и стандартам.

В силу выше перечисленных проблем, система профессионального педагогического образования в целом не является эффективной и усовершенствованной в части математического образования.

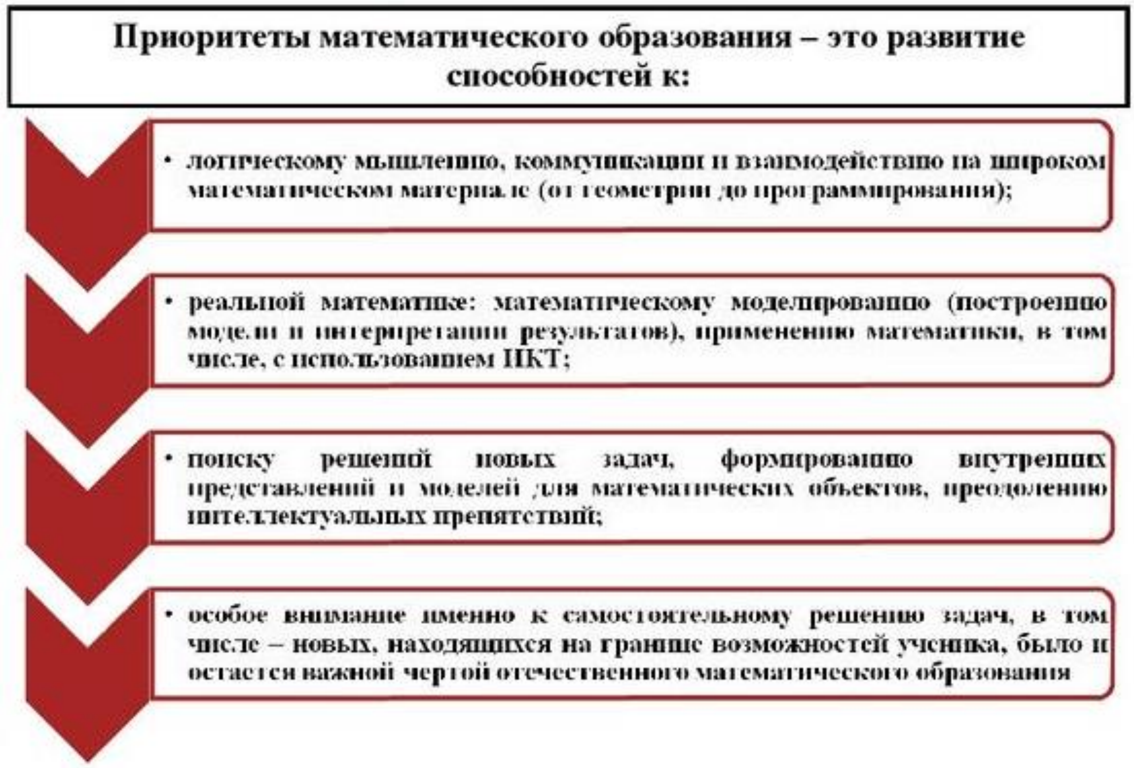


Рис. 4. Приоритеты математического образования

Для развития математического образования необходимо выполнение следующих задач:

1. модернизировать содержания учебных программ, методических и учебных пособий на всех уровнях математического образования, учитывая потребности самих обучающихся и общества во всеобщей математической грамотности, в уровне математической подготовки и в значимых достижениях отечественной науки;
2. обеспечить полноценное формирование базовых знаний, умений и способов деятельности обучающихся и их соответствие целям и задачам государственной итоговой аттестации, реализовать использование учителями в образовательном процессе различных методических средств и инструментов в качестве контроля и диагностики знаний обучающихся;
3. обеспечить доступность и применение в образовательном процессе информационных ресурсов и современных инновационных педагогических технологий для реализации учебных программ математического образования;

4. повысить уровень работы учителей за счет их социальной и материальной поддержки и реализации возможности использования достижений мирового математического образования, современных информационных технологий, собственных педагогических инструментов и методов, авторских программ;

5. обеспечить развитие и поддержку обучающимся, имеющих выдающиеся математические наклонности и способности;

6. осуществить популяризацию математического образования (рис. 4).

Основным инструментом управления математического образования в Российской Федерации является модернизация содержания, методов и приемов образования. Рассмотрим подробнее содержание понятия «модернизация образования». Под модернизацией понимают «усовершенствование, улучшение, обновление объекта, приведение его в соответствие с новыми требованиями и нормами, техническими условиями, показателями качества» [25].

Модернизация образования – это процесс усовершенствования всех сфер образования. Субъектами этого процесса являются обучающиеся, их родители и учителя, органы государственной власти и местного самоуправления, общие и профессиональные образовательные учреждения и научно-культурные и общественные институты.

Согласно ряду стратегических нормативных документов, определяющих векторы развития образования, можно выделить следующие направления модернизации образования:

1. обеспечение и реализация системы постоянного контроля качества образовательных стандартов, примерных программ и другой методической образовательной базы;

2. изменение и постоянное обновление учебных, методических материалов, инструментов учебной деятельности и комплекса аттестационных заданий;

3. переквалификация подготовки учителей и преподавателей различных базовых и профессиональных учреждений.

В настоящее время происходит формирование доступных всем информационных источников и материалов, инструментов и методов обучения, что будет реализовывать влияние на содержание математического образования, контрольно-аттестационные материалы и процедуры.

Каждый уровень математического образования имеет присущие ему цели, задачи, требования. Первый уровень – основное среднее общее образование. На данном этапе математическое образование должно удовлетворять следующим требованиям:

1. обеспечение возможности получения обучающимся определенного уровня знаний в математической области для успешного сосуществования в современном обществе;
2. подготовка достаточного количества выпускников, обладающих определенным уровнем математических знаний;
3. реализация применения на уроках математики средств и методов для развития интеллектуальной и познавательной деятельности обучающегося.

Каждому обучающемуся необходимо предоставить возможность получения математических знаний, умений и способов деятельности, соответствующих его запросам и потребностям. При этом полученные знания обучающимся могут быть использованы в жизни в качестве применения в дальнейшей профессиональной деятельности или для реализации творческой работы в математике и смежных с ней дисциплинах [9]. Реализация всех требований может быть обеспечена благодаря работе специализированных учреждений основного и дополнительного образования, совершенствования содержания математического образования и высокой квалификации учительских кадров.

Обеспечение реализации задач и требований различных образовательных учреждений является инструментом выявления нового уровня не только математики и других учебных дисциплин, но и образования в целом. Что предоставит возможность достигнуть стратегических целей и задач российского образования и занять лидирующее положение в мировой науке и экономике.

При этом основным средством развития и реализации дифференциации и индивидуализации математического образования является профильное обучение, содержание, структура и организация образовательного процесса которого учитывает интересы и способности обучающихся, а также обеспечивает соответствие с их профессиональными предпочтениями и намерениями в дальнейшем их образовательном процессе [25].

В заключение отметим, что в России сложилась уникальная система математического образования в средней школе, базирующаяся на идеях воспитывающего и развивающего обучения. Основные тенденции развития математического образования на современном этапе: тенденция интеграции российской методики преподавания математики в мировое образовательное пространство, тенденция сближения математики как науки и содержания школьного предмета «математика», а также тенденция профилирования и дифференциации математического образования. К сожалению, наметилась тенденция ослабления воспитывающего и развивающего обучения математике. В настоящее время российская методика преподавания математики уверенно интегрируется в мировую методику преподавания математики. В свою очередь в практику математического образования России внедряются методы и формы обучения и контроля знаний других стран. Процессы адаптации этих форм и методов к российской обстановке часто неоднозначны и имеют выраженные противоречия.

1.2. Факультативные курсы и основные требования к их организации в старшей школе

Факультативные курсы (electus – это «избранный» с лат.) – это «курсы, не обязательные для изучения, направленность которых школьник выбирает самостоятельно» [26]. Подобные курсы не должны повторять программу базового общего образования, причем технология организации обучения на факультативных курсах такова: школьникам предлагается на выбор три из пяти – шести предметов, после чего они имеют возможность получить необходимый багаж знаний по интересующим их направлениям [48].

Факультативные занятия – это форма организации учебных занятий во внеурочное время, направленная на расширение, углубление и коррекцию знаний обучающихся по учебным предметам в соответствии с их потребностями, запросами, способностями и склонностями, а также на активизацию познавательной деятельности [49, 46].

Факультативные курсы могут быть посвящены более углубленному изучению разделов, включенных в основную общеобразовательную программу, так и разделов, не входящих в обязательную программу. Так по мнению Н.М. Борытко, факультативные занятия являются связующим звеном между уроками и внеклассными занятиями, ступенью перехода от усвоения предмета к изучению соответствующей науки, одной из эффективных форм группового дифференцированного обучения, рассчитанной на расширение знаний, приобретенных при изучении обязательных учебных программ, развитие познавательных интересов, способностей и профессиональную ориентацию обучающегося [49].

Важно отметить, что как в нормативно-правовых документах, так и в научно-педагогической литературе можно встретить разные вариации термина «факультативный курс». Однако наиболее употребительным считается использование терминов «факультативный курс» или «факультативный учебный курс». В связи с этим необходимо обратить внимание на то, что в условиях введения ФГОС появилось ещё одно важное понятие, которое не следует путать с понятием факультативного учебного курса. Это понятие курса внеурочной деятельности. Необходимо понимать, что факультативные курсы относятся именно к учебным курсам и предполагают классно-урочную форму организации учебного процесса в отличие от курсов внеурочной деятельности, которые рассчитаны на другие формы организации [50].

Используя вышеуказанные определения понятия факультативного курса, следует учитывать, что в обоих случаях под факультативными курсами понимаются обязательные курсы по выбору, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школьного образования.

Факультативные курсы можно рассматривать как организационную форму факультативной дифференциации обучения. В связи с этим, необходимым условием изучения особенностей факультативных курсов как фактора активизации познавательного интереса выступает анализ и обработка термина «факультативная дифференциация обучения».

Так, методист И.М. Осмоловская определяет факультативную дифференциацию как форму дифференциации по интересам обучающихся, которая характеризуется предоставлением им выбора ряда предметов, причем в число выбираемых не входят базовые учебные дисциплины. «Факультативная дифференциация обучения позволяет личности с помощью учителя самоопределиться в собственных способностях, интересах, склонностях и удовлетворить свои познавательные потребности, то есть выполняет функции, присущие личностно-ориентированному обучению» [50].

Можно расширить приведенное определение: факультативная дифференциация обучения – это одна из форм дифференциации по интересам и склонностям обучающихся, которая характеризуется предоставлением им права выбора ряда курсов, направлений и видов деятельности.

Факультативную дифференциацию можно рассматривать как средство, которое позволяет организовать образовательный процесс таким образом, что для обучающегося возникает ситуация выбора курса, направления и вида деятельности. Именно она несет в себе потенциал формирования готовности школьников к самореализации, умения осуществлять выбор не только в рамках учебной деятельности, но и в дальнейшей жизни. С помощью факультативной дифференциации школа может решать проблемы мотивации обучающихся и личностно-ориентированного обучения с построением индивидуальной образовательной траектории.

Таким образом, понятие «факультативная дифференциация» шире понятия «Факультативные курсы». Но это не уменьшает их значимости в учебно-воспитательном процессе, наоборот, именно через систему факультативных курсов «факультативная дифференциация» достигает ряд основных принципов, продемонстрированных на рисунке 5.

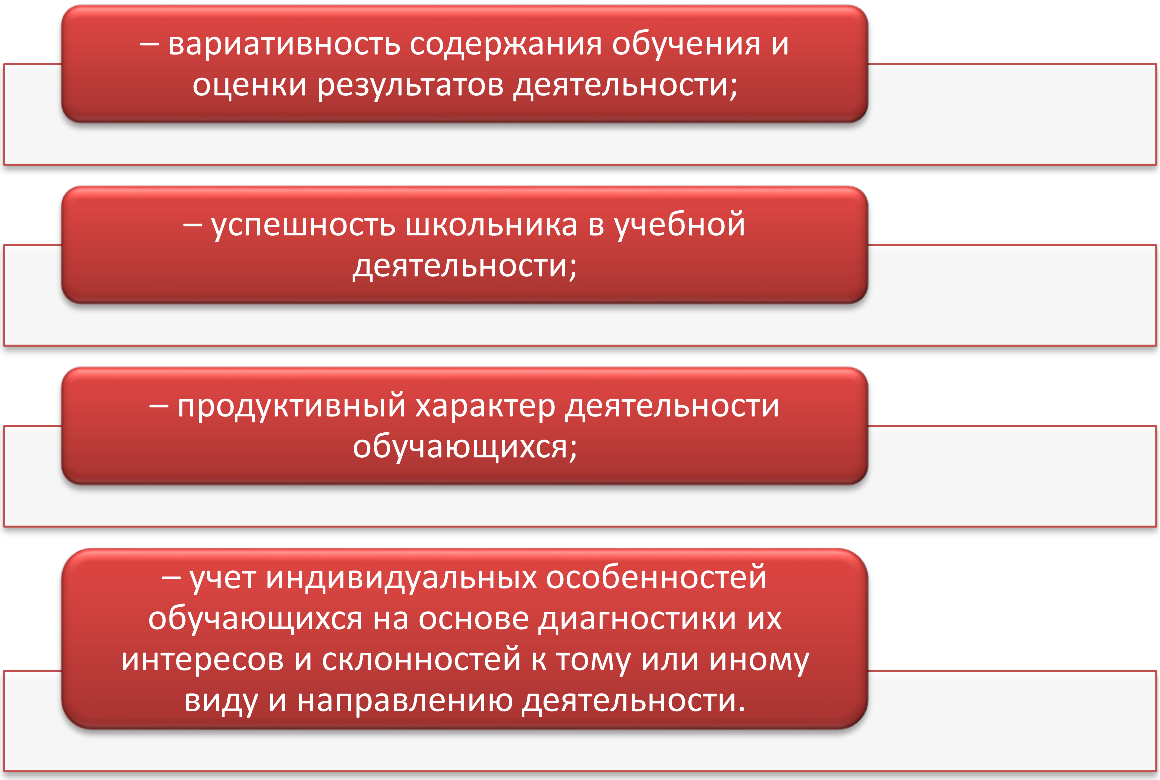


Рис. 5. Основные принципы факультативного образования

Содержание обучения в рамках факультативной дифференциации весьма вариативно по причине отсутствия в ФГОС для факультативных курсов творческой, проектной, и исследовательской деятельности. Организуя их, учитель самостоятельно разрабатывает содержание обучения в соответствии с образовательными запросами обучающихся, собственными возможностями и возможностями образовательного учреждения. Отсюда следует необходимость вариативности и в оценивании результатов учебной деятельности школьников.

Факультативная дифференциация предусматривает психологический комфорт и успешность ребенка в учебной деятельности, то есть, ориентирована на создание ситуации успеха в процессе обучения [26].

Факультативные курсы основаны на продуктивной деятельности ребенка и имеют социальную и практическую направленность. Они, с одной стороны, опираются на его интересы и жизненный опыт, а с другой – формируют социальный опыт, позволяют осуществлять социально-педагогические пробы личности, ставя обучающегося в позицию выбора [14].

Факультативная дифференциация базируется на психолого-педагогической диагностике интересов, способностей и склонностей ребенка, а также на его индивидуальном выборе того или иного курса, вида, способа и направления деятельности [26].

Опыт зарубежной школы, для которой характерно достаточно большое количество курсов по выбору (в том числе и факультативных) и уменьшение числа обязательных предметов, показывает, что наряду с позитивными сторонами имеется ряд существенных недостатков, главный из которых – невысокий уровень подготовки обучающихся по большинству предметов. Например, вопреки распространенному у нас представлению о полной дифференциации американского школьного образования учебный план для старших классов средней школы содержит также базовые общеобразовательные предметы. Так, расписанию уроков в каждой школе строится из расчета 6-7 уроков в день при шести учебных днях в неделю.

От 25% до 30% учебного времени отводится на изучение предметов по выбору [20, 27].

Факультативная дифференциация должна иметь некоторые количественные ограничения. Данный аспект был учтен при организации факультативных курсов в современной российской школе. Так, в новом Базисном учебном плане для среднего (полного) общего образования на факультативные курсы, исследовательскую и проектную деятельность отведено не более 20% учебного времени. Это позволяет, с одной стороны предоставить обучающимся возможность выбора, а с другой – сохранить единое образовательное пространство и высокий уровень содержания образования.

Как и уроки, факультативные занятия проводятся по расписанию, утвержденным программам и планам, ведется журнал посещения уроков. Работая с относительно небольшим числом заинтересованных учеников, преподаватель в большей мере, чем на уроке, может осуществлять дифференцированный подход, подбирать задания в зависимости от склонностей и особенностей обучающихся [50].

Факультативы имеют строго образовательную направленность, предусматривают систему знаний, определенных учебной программой, и т.д. Вместе с тем на факультативах используются некоторые формы внеклассной работы – элементы игры и соревнования, приемы занимательности, викторины, выставки, иная, более свободная, по сравнению с уроком, обстановка занятий [33].

На факультативных занятиях применяются, в основном, те же методы обучения и формы организации самостоятельной деятельности обучающихся, что и в классной работе при изучении основных предметов. Многообразие методов и форм организации факультативных занятий – необходимое условие, важный источник развития познавательных интересов обучающихся.

К основным методам обучения, выделяемым по источнику получения знания относят: метод устного слова, наглядный метод, метод работы с печатным текстом, практические методы; по характеру взаимодействий между учителем и обучающимися выделяют пассивные, активные и интерактивные методы.

К основным наиболее специфическим формам организации факультативных занятий относятся: беседы, лекции, практические занятия и семинары.

Беседа на факультативных занятиях имеет универсальный характер. Применение в процессе беседы эвристического метода, проблемных заданий, организация поисковой деятельности обучающихся повышает творческие способности обучающихся и эффективность обучения [6].

Лекция учителя служит введением и заключением к теме, содержит в себе новый, преимущественно обобщающий материал, в ней излагаются основы системы знаний по соответствующей теме. Восприятие лекции требует от обучающихся устойчивого произвольного внимания; готовность и умение слушать и конспектировать лекцию.

Семинары – форма учебных занятий, представляющая наибольшую самостоятельность обучающимся. Основными элементами семинарской работы являются рефераты, доклады, развернутая беседа по проблемам, выдвинутыми докладчиками или предложенным руководителем.

На факультативных занятиях применяемы в равной мере фронтальные, индивидуальные и групповые формы работы: беседа и лекции носят фронтальный характер, на практических занятиях, семинарах применяются индивидуальные и групповые формы учебной деятельности, которые также сочетаются в различных комбинациях на конкретных занятиях в зависимости от целей и задач [6].

При анализе литературы было выявлено, что факультативные курсы должны отвечать следующим требованиям:

− интерактивными по формам организации занятий;

– интересными и способствовать положительной мотивации;

– обеспечены всеми необходимыми ресурсами, включая учебные пособия, рабочие тетради, контрольно-измерительные материалы;

– направлены на формирование знаний и умений практической деятельности для того, чтобы предоставить возможность ученику оценить свои возможности через успешную практику на занятиях;

– краткосрочными для возможности чередования;

– максимально содержательными, включающими новые прогрессивные знания, наиболее ценный опыт практической деятельности, не содержащийся в базовых программах, с правом определения необходимости изучения материала самим учеником;

– количественно разнообразными для свободного выбора обучающихся.

Современное российское образование требуют поиска путей повышения интереса к изучению математических дисциплин и путей интенсификации учебного процесса. Факультативные курсы – один из важнейших механизмов личностного обучения и, как следствие, помощь в обмене профилями обучения (концепция профильного обучения на старших ступенях общего образования). В конце концов, каждый ученик уникален, у него есть свои предпочтения.

Е.А Плахова отмечает, что факультативные курсы должны выполнять следующие задачи:

- повысить мотивацию школьников;

– ознакомить их с ведущими мероприятиями;

– активировать когнитивную деятельность;

– улучшить коммуникативную компетентность;

– создавать навыки и способы работы для решения практических задач;

– подготовить школьников к выбранному роду деятельности;

– обеспечить непрерывность профессиональной ориентации;

– оказать содействие в реализации возможностей и путей реализации выбранного образа жизни;

– обеспечить более высокий уровень развития основных академических предметов;

– обеспечить удовлетворение образовательных интересов, для решения жизненно важных задач;

– предоставить школьникам навыки для успешного продвижения на рынке труда.

Мотивация выбора факультативного курса может быть иной, например, желание:

– готовиться к контрольной, экзамену;

– улучшить свои знания, углублять понимание, глубже погружаться в избранные предметы;

– получить опыт для будущих решений жизненных проблем;

– определить свою карьеру и т.д.

При организации факультативного занятия учитель должен (Таблица 2:

Таблица 2

Знать: • содержание основополагающих документов, регламентирующих факультативное обучение; • подходы в организации работы с одаренными обучающимися и обучающимися с высокой мотивацией к определенным видам деятельности; • вопросы контрольно-оценочной деятельности при безотметочном обучении; • критерии оценки эффективности факультативного обучения; • содержание преподаваемого предмета на повышенном и углубленном уровнях; • методику организации поисково-исследовательской деятельности обучающихся; • методику разработки и реализации индивидуального образовательного маршрута ученика; • вопросы психолого-педагогической поддержки развития мотивации обучающихся;
Уметь: • разрабатывать, при необходимости, учебные программы факультативных курсов; • проектировать факультативные занятия, направленные на максимальную индивидуализацию, развитие творческого потенциала деятельности обучающихся, формирование навыков исследовательской деятельности; • разрабатывать необходимые дидактические средства для проведения факультативных занятий;

• осуществлять оценку результатов деятельности обучающихся на безотметочном факультативном обучении; • использовать в образовательном процессе различные терминологии, в том числе компьютерные, методики, средства; • реализовывать принципы дифференциации и индивидуализации; • осуществлять мониторинг личностного развития ученика, определять причины возникающих трудностей, находить оптимальные пути выхода из них; • осуществлять самооценку результатов проводимой работы; • содействовать профессиональному самоопределению обучающихся.

При составлении программы выборного курса следует учитывать следующие структурные элементы:

1. Тема, которая должна отражать стимулирующий характер исследования и быть оцененной обучающихся;

2. Пояснительная записка, определяющая назначение, тип курса, уместность, цель, формы и методы обучения;

3. Учебно-методический план;

4. Содержание, определяющее каждую тему;

5. Руководящие принципы;

6. Критерии оценки (когнитивная, творческая деятельность, трудолюбие, объект труда);

7. Ссылки;

8. Приложение.

Требования к программе выборного курса:

1) соответствие концепции профильной школы;

2) практическая направленность;

3) логика построения и обеспечения учебного материала;

4) структура и содержание соединения;

5) реалистичное вложение времени и ресурсов;

6) использование активных методов обучения, которые дают обучающимся возможность сознательно и объективно выбрать дальнейшее образование и карьеру;

7) новизна;

8) обобщенный контент, позволяющий развивать навыки обучения.

Факультативные курсы, как наиболее дифференцированная часть системы образования потребуют новых решений в их организации. По словам Т. Губарева, организация факультативных занятий позволяет воспитывать коммуникативно-творческую личность [11]. В то время как другие курсы могут поднять конкурентоспособность [8].

Широкий спектр разнообразных факультативов может поставить отдельную школу в трудное положение, определяемое нехваткой преподавательского состава, отсутствием методологической поддержки [10]. В этих случаях сетевые формы взаимодействия между учебными заведениями приобретают особую роль. Сетевые конфигурации обеспечивают объединение, совместный образовательный потенциал нескольких учебных заведений, включая начальное, среднее, высшее, профессиональное и дополнительное образование.

Факультативные занятия – это, в первую очередь, занятия, организуемые для удовлетворения запросов и интересов обучающихся. Они предназначены для расширения кругозора, формирования личностных качеств, развития творческого потенциала школьника.

Таким образом, факультативные занятия необходимы для подготовки старшеклассников к экзаменам, а также одаренных школьников к олимпиадам; общекультурного развития обучающихся; коррекции пробелов в знаниях и умениях обучающихся и т.д. Важно грамотно подобрать формы и методы организации факультативных занятий и помнить, что они должны носить практико-ориентированный характер, а также строиться, в основном, на активных и интерактивных методах обучения.

1.3. Психологические возрастные особенности обучающихся 9 классов

Уровень познавательных интересов обучающихся часто выходит за рамки традиционных школьных предметов [4]. Это определяет появление выборных курсов – к школьнику приходит сознательное понимание учебного материала, увеличивается положительное отношение к знанию, ценному для самого ученика, расширяются горизонты, складываются и развиваются интересы школьников [4]. Этот возраст характеризуется глубиной мысли и воображения. Школьники стремятся применять свои навыки на основе интересов, осуществлять свой выбор, определять образ жизни [4].

Подростковым возрастом считается период от 14 до 17 лет. Этот период также называют пубертатным (лат.pubertas, pubertatis – возмужалость, половая зрелость, синонимы – подростковый возраст, старший школьный возраст). Этот период в жизни каждого молодого человека характеризуется некоторыми особенностями. Психологи и врачи часто отмечают его как «переломный». Несмотря на то, что подростковый возраст с 14 до 17 лет, в последние годы отмечается более раннее развитие детей. Ученые пока не выявили причины этого явления. Но предполагают, что акселерация детей может быть связана с развитием цивилизации, урбанизацией населения, изменениями в характере питания. В последние годы дети стали потреблять больше сахара и белковой пищи [37].

Пубертатный период в жизни молодого человека является очень важным, ответственным и нелегким этапом. Часто молодые люди именно в этот период чувствуют внутреннюю дисгармонию. В этот период происходит активный рост тела. Но этот процесс проходит неравномерно. Сильно может вытянуться тело, непропорционально растут конечности. Подросток просто не успевает привыкнуть к быстрому росту, в его движениях прослеживается угловатость, а походка приобретает «неуклюжесть». Ни мальчик, ни девочка еще не перешли во взрослый мир, но уже покинули детство. Отсюда можно увидеть двойственность их поступков. В первую очередь это связано с перестройкой гормональной системы организма, разницей в темпах физического, духовного развития подростка и степенью его социальной зрелости, самостоятельности. Безусловно, все это накладывает свой отпечаток на психическое состояние старшеклассников. Часто можно наблюдать необдуманные с точки зрения логики поступки. Что касается эмоциональной сферы, здесь наблюдается повышенная ранимость, чувствительность, экзальтация сменяется депрессией. Очень болезненно воспринимаются и собственная внешность, и собственные способности, хотя способы выражения эмоций стали шире.

При переходе к юности улучшается коммуникативность, появляются такие качества, как самостоятельность, уравновешенность и самоконтроль. Очевидно, именно эмоциональной неустойчивостью можно объяснить тот факт, что на этот возраст приходится значительный процент суицидальных попыток.

В старшем школьном возрасте начинается новая фаза психосексуального развития. Этот период первых эмоциональных переживаний, первой влюбленности. В этот период молодые люди открывают для себя совершенно иной мир. Им кажется, что ничего не может быть лучше. Часто они совсем забрасывают учебу, либо успеваемость сильно снижается. Также прослеживается стремление избавиться от контроля родителей. Ведь именно в этот момент они чувствуют себя такими взрослыми и самостоятельными, что забывают обо всем. Подростковая любовь не так часто может перерасти во что-то большее. Но, если чувства взаимны, то они сыграют важную роль в становлении личности. Однако это встречается редко. Гораздо чаще подросткам приходится переживать любовь безответную и испытывать разочарование. И это может нанести сокрушительный удар по самооценке.

В период старшего школьного возраста чрезвычайно значимо общение со сверстниками. Но, если раньше оно носило поверхностный характер, то теперь общение становиться более интересным и глубинным.

В подростковом возрасте отмечается изменение взаимоотношений с взрослыми. В отношениях может появиться грубость, раздражительность, критичное отношение к родителям и другим взрослым. Родители часто не понимают, что общение с подростком должно строиться несколько иначе, чем раньше. Родители не всегда понимают, что следует разрешать, а что запрещать. Это и может создать непростую ситуацию [37].

В период взросления у подростков, повышаются интеллектуальные способности. Юноши и девушки становятся более наблюдательными, мыслят логичнее. Появляется способность к анализу и критическому отношению к себе и окружающим [4].

Немаловажное место в жизни старшеклассника занимает вопрос выбора будущей профессии. Если подросток серьезно подходит к этому, задумывается над своим будущим, то при внимательном отношении и помощи взрослых, он начинает заниматься самостоятельно.

Когда молодой человек уже четко знает, в каком направлении он будет развиваться, в какое учебное заведение он будет поступать, какому виду деятельности он посвятит свою жизнь, он все свое свободное время начинает посвящать изучению наук, которые ему будут необходимы. Больше времени отводится чтению, подросток пытается узнать больше информации о предмете своих увлечений. Но если, старшеклассник не определился с направлением своего развития, происходит либо спад в изучении наук, либо интересы распределяются равномерно [2].

В это время система знаний, умений и соответствующих им взглядов на мир, на людей и нормы их поведения составляет мировоззрение старшего школьника. Он уже самостоятельно может разобраться в тех или иных жизненных явлениях, в поступках окружающих людей и своих собственных.

Что касается речи, то она становится более богатой и содержательной. Интенсивно формируются различные интересы – познавательные, общественно-политические, эстетические и этические, причем они становятся более устойчивыми и действенными. Старшеклассники уже не просто интересуются тем или иным предметом, они стремятся глубже познать его на практике.

В большей степени подростки сохраняют оптимистическую самооценку. Она не слишком высока и в ней гармонично сочетаются желания, притязания и оценка собственных возможностей. Хотя есть и те, кто не столь уверен в себе.

Ранняя юность – очень сложный этап в развитии человека. Психология старшего школьника полна противоречий. Старшеклассники находятся на пороге взрослой жизни, и в этом возрасте им как никогда нужна поддержка родителей и педагогов.

У подростков к 15 годам возникает самосознание как осознание себя в системе общественных отношений, развивается социальная активность и социальная ответственность, обостряющая потребность в признании, благодаря чему в итоге развертывается предметно-практическая деятельность [2].

Таким образом, интересовавшие подростка до этого времени общение со сверстниками, их одобрение и принятие несколько уходят на задний план, и важным теперь становится интеллектуальное развитие, развитие своих способностей и умений. Они больше задумываются о будущем, о том, какие ресурсы и компетенции им нужны. Этому способствует обязательный для всех обучающихся 9 классов Основной государственный экзамен, а позже и Единый государственный экзамен, за которым следует поступление в ВУЗ и выбор профессии. Это повышает их мотивацию и осознанность, они более серьезно относятся к учебе и к своим обязанностям.

Психолог и педагог Д.И. Фельдштейн указывает, что в возрасте от 15 до 17 лет идет развитие абстрактного и логического мышления, рефлексии собственного жизненного пути и стремления к самореализации. Подростки становятся социально более зрелыми, что определяет новые уровни развития личности. Совместно с другим ученым И.С. Коном он отмечает, что это «возраст пытливого ума, жадного стремления к познанию, возраст кипучей энергии, бурной активности, инициативности, жажды деятельности». Это именно тот период, когда заметное развитие приобретают такие черты характера, как настойчивость, целеустремленность, умение преодолевать трудности [4].

Очевидным становится то, что данный возраст характеризуется не только физическим созреванием человека, но также интенсивным формированием и развитием личности, становлением характера, когда отношение к учебной деятельности и учебная мотивация имеют двойственный и несколько парадоксальный характер. Все перечисленные выше качества, такие как готовность к активной деятельности, стремление к познанию, необходимы для успешной и эффективной учебы, но не стоит забывать о том, что подростки при этом весьма импульсивны, их работоспособность все равно еще во многом зависит от интереса к той или иной деятельности, при этом велик интерес к окружающему миру, лежащему за пределом школы.

Также мотивация и работоспособность зависят от того, осознают ли они значение знаний для реальной жизни и перспективы от владения ими, отвечают ли они его потребностям, в том числе в становлении личности и в самореализации. Если значение не очевидно или очень низко для подростка, к тому или иному виду деятельности либо школьному предмету формируется отрицательное либо индифферентное отношение. Также причиной этого может стать неуспех подростка.

Нестандартные, оригинальные формы проведения урока обладают значительным потенциалом для развития мотивации школьников. Здесь многое зависит от самого учителя, от его готовности отойти от стереотипов, от шаблонов, творчески спроектировать учебный процесс. Яркие, эмоционально и интеллектуально привлекательные уроки позволяют повысить интерес к данному предмету или вернуть уже утраченный.

Для повышения мотивации и формирования положительного отношения необходимо учитывать потребности подростка, доминирующие в данном возрасте. К ним относится познавательная потребность, привлекающая подростков расширить свои знания о мире и в предметной области в том числе, разобраться в сущности тех или иных явлений, проследить связь внутри предмета и между предметами. Познание, анализ и исследование приносят удовлетворение и, соответственно, положительное отношение к уроку, что закрепляется ситуацией успеха. Что касается неудовлетворения потребности в познании, оно вызывает у подростков безразличие или даже отрицательное отношение к предмету.

Проводить уроки математики интересными и увлекательными – одна из первостепенных задач учителя. Если у учеников после уроков математики будут гореть глаза, то они с нетерпением будут ждать следующего занятия математикой.

Выводы по главе I

1. В современной России сложилась уникальная система математического образования в школе, базирующаяся на идеях воспитывающего и развивающего обучения. Основные тенденции развития математического образования на современном этапе: тенденция интеграции российской методики преподавания математики в мировое образовательное пространство, тенденция сближения математики как науки и содержания школьного предмета «математика», а также тенденция профилирования и дифференциации математического образования. К сожалению, наметилась тенденция ослабления воспитывающего и развивающего обучения математике. В настоящее время российская методика преподавания математики уверенно интегрируется в мировую методику преподавания математики. В свою очередь в практику математического образования России внедряются методы и формы обучения и контроля знаний других стран. Процессы адаптации этих форм и методов к российской обстановке часто неоднозначны и имеют выраженные противоречия.

2. Факультативные занятия необходимы для подготовки старшеклассников к экзаменам, а также одаренных школьников к олимпиадам; общекультурного развития обучающихся; коррекции пробелов в знаниях и умениях обучающихся и т.д. Важно грамотно подобрать формы и методы организации факультативных занятий и помнить,

что они должны носить практико-ориентированный характер, а также строиться, в основном, на активных и интерактивных методах обучения.

3. В девятом классе завершается обучение ребенка в средней общеобразовательной школе. Самосознание обучающегося 9 класса уже включает в себя все компоненты самосознания взрослой личности. Развивающееся самосознание в подростковом возрасте определяет духовную работу в отношении определения «внутренней позиции», в основе которой лежит стремление быть ответственным за себя, за свои личностные качества, за свое мировоззрение и за способность самостоятельно отстаивать свои убеждения.

В его учебной деятельности имеются свои трудности и противоречия, но есть и свои преимущества. Главным достоинством этого периода является готовность подростка ко всем видам учебной деятельности, которые делают его взрослым в собственных глазах. … Беда же подростка состоит в том, что эту готовность он ещё не умеет реализовывать, так как не владеет способами выполнения новых форм учебной деятельности. Обучать этим способам, не дать угаснуть интересу к ним - главная задача педагога.

Важным стимулом к учению в подростковом возрасте являются притязания на признание среди сверстников. Высокий статус может быть достигнут с помощью хороших знаний: при этом для подростка продолжают иметь значение оценки. Высокая оценка даёт возможность подтвердить свои способности. Совпадение оценки и самооценки важно для эмоционального благополучия подростка. В противном случае могут возникнуть внутренний дискомфорт, и даже конфликт.

Глава II. Организация обучения в рамках факультативного курса «Задачи с параметром»

2.1. Анализ содержания различных школьных учебников на предмет рассмотрения раздела задач с параметром

Положение всего комплекса учебно-методических и педагогических вопросов, связанных с задачами с параметром в современном школьном курсе математики (ШКМ) в нашей стране достаточно обширно. С одной стороны, эти задачи представлены весьма в заметном количестве в содержании ШКМ, а с другой стороны, их практически нет. С одной стороны, все учителя в какой-то мере знакомы с простейшими приемами их решений, с другой – старательно избегают последовательного использования этих задач.

В каждом итоговом экзамене, проверяющем математическую подготовку на достаточно высоком уровне, есть задачи с параметром. Более того, именно то, что в едином государственном экзамене (ЕГЭ) и основном государственном экзамене (ОГЭ) присутствуют задачи с параметром, является своего рода знаком того, что нужно уделять время на изучение данной темы [38].

Необходимо отметить присутствие задач с параметром в вариантах ОГЭ по математике. Среди задач высокого уровня сложности, одна задача – это задача с параметром. Также следует отметить, что ни в один из учебников по математике, рекомендованных к использованию при реализации обязательной части основной образовательной программы, в том числе и для углубленного изучения, нет систематического обращения к этим задачам [15, 17].

Большинство авторов учебников ФГОС сознательно ограничивают круг задач с параметром рассмотрением некоторых свойств линейной функции, квадратного трехчлена и не более того. Из-за этого отношение к задачам с параметром, как и некой сложной, почти неразрешимой проблеме господствует не только среди обучающихся, не только среди учителей, но и среди ведущих методистов-математиков [18, 19].

Эти задачи являются наиболее трудными из предлагаемых на экзаменах задач, они требуют логической культуры, чего не хватает большинству обучающихся. Чтобы решить такую задачу, необходимо в каждый момент представлять себе, что уже сделано и что еще предстоит сделать, что означают уже полученные результаты [39].

А.Г. Мордкович оценивает задачи с параметром как «один из труднейших разделов школьного курса математики, в котором, кроме использования определенных алгоритмов решения уравнений и неравенств, приходится обдумывать, по какому признаку нужно разбить множество значений параметра на классы. Следить за тем, чтобы не пропустить какие-либо тонкости» [35, с. 18].

Г.В. Дорофеев обращал внимание на необходимость разработки методов обучения обучающихся решению задач с параметром и указывал, что «решение уравнений и неравенств с параметром открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применимых в исследованиях и на любом другом математическом материале» [16, с. 15].

В.К. Марков, характеризуя задачи с параметром, как «миниатюрные исследовательские задачи, требующие обширных знаний из различных разделов школьной программы», отмечает, что «решение таких задач требует от абитуриентов высокой логической культуры и высокой техники исследования» [30, с. 132].

С.А. Тынянкин также подчеркивает, что «задачи с параметром являются наиболее сложным в логическом и техническом плане разделом элементарной математики. В очень сильном смысле эти задачи есть индикатор общего владения абитуриентом техникой и логикой математики» [42, с. 95].

Проведем анализ действующих учебников по алгебре для выяснения того, как представлены в них задания с понятием «параметр» и методы решения уравнений и неравенств, содержащих его.

1. *Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков и др.[30]*

а) «Алгебра. 7 класс»

При изучении уравнений предложено 2 задания с параметром (№ 538, № 546). Автор рассматривает простейшие линейные уравнения, однако коэффициент при x является параметром и необходимо исследовать уравнение на количество корней или их принадлежность к целым числам.

№ 546. При каком значении b корни уравнений $5bx - 2(4x + b) - x = 16b$ и $1{,}6(2 + x) - 3{,}2(3x + 4) = 0$ являются противоположными числами?

№ 538. Найдите натуральные значения a, при которых является натуральным числом корень уравнения:

а) $a(3x - 2) + 2(3 + a) = 18$

б) $3x(a - 1) - 2a(x + 4) = 4(1 - 2a)$

Также в этом учебнике в §15 «Линейная функция» в главе 7 «Функции» рассматривается прямая пропорциональность, где автор использует понятие «параметр», не вводя понятие его. Здесь исследуется расположение графика функции в зависимости от коэффициента, который является параметром.

Далее задания с параметром предлагаются уже только в дополнительных заданиях к главе 8 «Системы линейных уравнений» (№№1214-1216), в которых требуется найти значение параметра, если известна точка пересечения графиков.

№ 1214*. При каком значении a прямые $4x + 3y = a$ и $2x - 3y = 8$ пересекаются в точке, принадлежащей оси y, оси x?

№ 1344. При каком значении a прямая $ax + 5y = 9$ проходит через точку пересечения прямых $5x + 4y = 6$ и $3x - y = 7$? [22]

б) «Алгебра. 8 класс»

В данном учебнике есть пункт 27 «Уравнения с параметром». Перед ним есть пометка «Для тех, кто хочет знать больше», то есть он не разбирается на уроках. Здесь предлагаются два примера на решение уравнений с параметром.

Пример 1. Решить уравнение $bx - 3x = b^3 - 3b^2 + 4b - 12$ с параметром b.

Пример 2. Решить уравнение $ax^2 + (a^2 - 1)x + (a - 1)^2 = 0$ с параметром a.

За приведенными примерами следуют упражнения (№№ 640 – 649), в которых требуется решить уравнения с параметром. Рассмотрим некоторые из них.

№ 640. Какие случаи надо выделять при решении уравнения $bx + 2x = 3b + 6$ с параметром b? Найдите корни уравнения в каждом из этих случаев.

№ 645. При каких значениях параметра t имеет единственный корень уравнение:

а) $3x^2 + tx + 3 = 0$;

б) $2x^2 - tx + 50 = 0$;

в) $tx^2 - 6x + 1 = 0$;

г) $tx^2 + x - 2 = 0$?

№ 649. Выясните, при каких значениях параметра b равна 7 сумма корней уравнения $y^2 - (2b - 1)y + b^2 - b - 2 = 0$.

в) «Алгебра. 9 класс»

В данном учебнике, как и в учебнике для 7 класса, теория по задачам с параметрами отсутствует, а задания с параметрами отмечены знаком «Трудная задача». Среди них №№ 379 – 382 на решение квадратных уравнений с параметром.

№ 379. При каких значениях a уравнение $(a + 2)x^2 + 8x + a - 4 = 0$ имеет два корня?

№ 382. При каких значениях k уравнение $x^4 - 13x^2 + k = 0$ имеет:

а) четыре корня;

б) два корня?

№№ 525, 526 – задания на решение систем уравнений с параметром.

№ 525. Сколько решений может иметь система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2, \\ y = -x^2 + 4, \end{cases}$ где r - положительное число?

№526. При каких значениях m система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x - y = m \end{cases}$ имеет:

а) одно решение;

б) два решения?

Заданий на решение неравенств и их систем с параметром в данном учебнике не встречается.

2. А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Завуч, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, А.Р. Рязановский, П.В. Семенов[34].

Стоит отметить, что данное учебное пособие состоит из 2-х частей: учебника и задачника.

а) «Алгебра. 7 класс».

При изучении линейной функции во второй главе в §7 рассматривается линейное уравнение с двумя переменными и его график, где обучающихся знакомят с параметром в неявном виде. То есть при нахождении корня линейного уравнения с одной переменной накладывается ограничение на переменную a. Такие значения переменной, для которых будут соответствовать частные решения, будем называть особыми при изучении параметра.

Номера №№ 10.18 - 10.20 задачника содержат задания, в которых требуется нахождение коэффициента уравнения, если известно решение уравнения, то есть говорится о нахождении значения параметра, если известно решение уравнения. Также содержится ряд заданий, (например,

№№ 7.25-7.29) в которых необходимо найти значения переменной, если известно, что график функции проходит через данную точку.

№ 10.18. Даны две возрастающие линейные функции $y = k_1 - m_1$, $y = k_2 - m_2$. Подберите такие коэффициенты k_1, k_2, m_1, m_2, чтобы их графики были параллельны.

№ 7.26. Найдите значения коэффициента a в уравнении $ax + 8y = 20$, если известно, что решением этого уравнения является пара чисел: а) (2;1); б) (-3;-2) [24].

б) «Алгебра. 8 класс»

В учебнике для обучающихся, которые выбрали повышенный уровень математической подготовки в 8 классе в общеобразовательных школах в главе 6 «Алгебраические уравнения» есть § 39 «Задачи с параметром», на изучение которого отводится 6 часов. В нем разобрано пять примеров и приведены замечания, также дано определение параметра: «Если дано уравнение $f(x, a) = 0$, которое надо решить относительно переменной x и в котором буквой a обозначено произвольное действительное число, то говорят, что задано уравнение с параметром».

Пример 1. Решить уравнение $x^2 - (2p + 1)x + (p^2 + p - 2) = 0$.

Пример 2. Решить уравнение $px^2 + (1 - p)x - 1 = 0$.

Пример 3. Решить уравнение с параметром a

$2a(a - 2)x = a - 2$.

Пример 4. Сколько корней имеет уравнение $2|x - a| = x + 1$ при различных значениях параметра a?

Пример 5. Решить уравнение $\sqrt{x - a} = 2a - x$.

В задачнике №№ 39.1 – 39.56 относятся к этому параграфу.

№ 39.2. При каких значениях параметра a данное число x_0 является корнем уравнения:

а) $ax = 2a + 4, x_0 = -3$;

б) $\frac{x+3}{a-2} = x, x_0 = 5$;

в) $(a^2 - 1)x = a + 5, x_0 = 1$;

г) $(5a + 3)x = 2a - 1, x_0 = 0{,}4$?

№ 39.10. При каких значениях a и b пара чисел $(3; -1)$ является решением системы уравнений:

а) $\begin{cases} 3x - 5y = a, \\ 2x + y = b; \end{cases}$

б) $\begin{cases} ax + by = 2, \\ 5x + by = 3 + a? \end{cases}$

№ 39.21. а) При каких значениях параметра a системе уравнений $\begin{cases} 3x + 2y = 15a, \\ \frac{1}{a}x + y = 9 \end{cases}$ удовлетворяет пара равных чисел? Для каждого такого a найдите решение системы.

б) При каких значениях m системе уравнений $\begin{cases} 8x + y = 14m, \\ \frac{1}{m}x + 2y = 6 \end{cases}$ удовлетворяет пара противоположных друг другу чисел? Для каждого такого m найдите решение системы.

№ 39.38. При каких значениях параметра k число -1 является единственным корнем уравнения $|x^2 - 3x - 1| = |x^2 + 2x - k|$?

№ 39.56. Найдите все пары чисел a и b, при которых уравнение $\sqrt{x - b} = 2a - 1 - a^2 - 5b^4$ имеет хотя бы одно решение.

в) «Алгебра. 9 класс»

В учебнике для обучающихся, которые выбрали повышенный уровень математической подготовки в 9 классе в общеобразовательной школе в первой главе «Неравенства с одной переменной. Системы и совокупности неравенств» § 7 также присутствует параграф с названием «Задачи с параметром». На его изучение отводится 6 академических часов. В параграфе разобрано три примера.

Пример 1. Известно, что уравнение $ax^2 - (4a + 4)x + 3a + 13 = 0$ имеет действительные корни (один или два). При каких значениях параметра a:

а) каждый из корней больше 1;

б) каждый из корней меньше 1;

в) один корень больше, а другой меньше 1?

Пример 2 представляет уравнение с параметром и модулем:

Сколько корней имеет уравнение $|x-2| = ax + 1$ при различных значениях параметра a?

Пример 3 — система неравенств с параметром:

При каких значениях параметра a системе неравенств $\begin{cases} x^3 + 4x^2 - 5x \le 0, \\ |x - 2a| \le 2 \end{cases}$ удовлетворяет только одно значение переменной x?

В задачнике представлено 76 заданий к этому параграфу (№№ 7.01 – 7.76).

№ 7.01. Для каждого значения параметра a решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x > -3, \\ x > a; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x > -3, \\ x < a; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x < -3, \\ x > a; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x < -3, \\ x \le a; \end{cases}$

д) $\begin{cases} x \le -3, \\ x \ge a; \end{cases}$

е) $\begin{cases} x \ge -3, \\ x \le a. \end{cases}$

№ 7.10. Дано неравенство $(x+2)(x-a) \le 0$. При каких значениях параметра a:

а) решением неравенства является отрезок $[-2; 7]$;

б) для всех точек отрезка $[-2; 7]$ выполняется данное неравенство;

в) данное неравенство выполняется хотя бы для одной точки отрезка $[-2; 7]$;

г) на отрезке $[-2; 7]$ находятся все решения данного неравенства?

№ 7.30. Найдите все значения параметра a, при которых система $\begin{cases} x^2 + x + a - a^2 = 0, \\ -1 \le x \le 1 \end{cases}$

а) имеет ровно два решения;

б) имеет единственное решение;

в) не имеет решений;

г) имеет хотя бы одно решение.

№ 7.39. Для каждого значения параметра a решите неравенство:

а) $(\sqrt{x} + 3)(x - a) < 0$;

б) $(\sqrt{x} + 3)(x - a) \le 0$;

в) $(\sqrt{x} + 3)(x - a) > 0$;

г) $(\sqrt{x} + 3)(x - a) \ge 0$.

№ 7.56. Решите неравенство для каждого значения параметра a:

а) $|x - a| > 5$;

б) $|x - a| \ge 5$;

в) $|x - a| > -5$;

г) $|x - a| > 0$.

№ 7.76. При каких значениях параметра a все числа, не удовлетворяющие неравенству $x^2 + 4x + 3 < 0$, не удовлетворяют и неравенству $x^2 - (a^3 + a)x + a^4 < 0$?

В учебниках 8 и 9 класса базового уровня задач с параметром не представлено.

3. Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин, Ш.А. Алимов Ю.В. Сидоров[24].

а) «Алгебра. 7 класс»

При изучении уравнений с одним неизвестным предложены задания, которые содержат задачи с параметром (№№ 99 - 125), в которых нужно решить простейшие линейные уравнения и указать значения параметра, при которых уравнение имеет или не имеет корни (№№ 123,124).

№ 99. Решить уравнение, если a и b – заданные числа, отличные от нуля:

а) $ax - 3 = b;$ б) $4 + bx = a;$ в) $b = a(x - 3);$ г) $4 = a - (bx - 1);$

№ 123. Подобрать число a такое, чтобы уравнение имело корни:

а) $5x - 7 = 5x - a;$ б) $x - (2 - x) = 2x - a;$

Стоит выделить № 125, который является задачей повышенного уровня. Их особенность состоит в том, что в них предлагаются линейные, дробно-рациональные и квадратные уравнения с параметром при старшем коэффициенте.

№125*. Решить уравнение, принимая за неизвестное x, выяснить при каких значениях a это уравнение имеет корни.

а) $2x - 3(x - a) = 3 + a$

б) $a + 6(x - 1) = 2a + x$

в) $(ax - 2): 2 = (3 - ax): 4$

После изучения различных способов решения систем уравнений с двумя переменными предлагаются задания, одно из которых содержит систему с двумя параметрами, где необходимо найти их, если система имеет единственное решение; бесконечное множество решений; не имеет решений.

№ 732. Дана функция $y = kx + b$. При каких значениях k и b график функции проходит через точки (-1; 1) и (2;3). Найдите значение k, если известно, что график функции $y = kx - 1$ проходит через точку (-3;2) [2].

б) «Алгебра. 8 класс»

При изучении квадратных уравнений в главе 4 п. 25 встречается задание № 414:

Найти такое положительное число b, чтобы левая часть уравнения оказалась квадратом суммы или разности, и решить полученное уравнение:

1) $x^2 + bx + 4 = 0;$

2) $x^2 - bx + 9 = 0;$

3) $x^2 - 8x + b = 0$;

4) $x^2 \frac{2}{3}x + b = 0$.

В параграфе 28 «Решение квадратных уравнений» есть задания (№ 442, № 443), в которых нужно решить квадратные уравнения с параметром.

№ 442. Найти все значения a, при которых уравнение $ax^2 + 3x + 2 = 0$, где $a \neq 0$:

1) имеет два различных корня;
2) не имеет корней;
3) имеет один корень.

При изучении квадратичной функции так же встречаются задания с параметром.

№ 603. Найти значение k, при котором парабола $y = -5x^2$ и прямая $y = kx + 6$ пересекаются в точке с абсциссой $x = 2$. Имеются ли другие точки пересечения графиков?

В параграфе 38 «Функция $y = ax^2 + bx + c$» автор предлагает задание № 616: Найти значение k, если точка $(-1; 2)$ принадлежит параболе:

1) $y = kx^2 + 3x - 4$;
2) $y = -2x^2 + kx - 6$.

При обучении решению квадратных неравенств автор предлагает следующие задания:

№ 671. Показать, что при $q > 1$ решениями неравенства $x^2 - 2x + q > 0$ являются все действительные значения x.

№ 672. Найти все значения r, при которых неравенство $x^2 - (2 + r)x + 4 > 0$ выполняется при всех действительных значениях x.

№ 673. Найти все значения r, для которых при всех действительных значениях x выполняется неравенство $(r^2 - 1)x^2 + 2(r - 1)x + 2 > 0$.

в) «Алгебра. 9 класс»

В данном учебнике нет отдельно выделенной главы или параграфа, посвященных решению уравнений и неравенств с параметром.

В главе I «Алгебраические уравнения. Системы нелинейных уравнений» в параграфе 3 «Уравнения, сводящиеся к алгебраическим» автор предлагает девятиклассникам решить задания № 23, № 24 с параметром.

№ 23. Выяснить, при каких действительных значениях a уравнение $\frac{x^2+2(a-1)x+a^2-a}{x-2} = 0$ имеет два действительных различных корня.

№ 24. Выяснить, при каких действительных значениях a уравнение $\frac{x^3-2ax^2-a^2x+2a^3}{x+3} = 0$ имеет три различных действительных корня.

В параграфе 5 «Различные способы решения систем уравнений» автор рассматривает задачу, в которой нужно решить систему уравнений с параметром.

Задача 7*. При каких значениях aсистема уравнений $\begin{cases} x^2 + axy + y^2 = 25, \\ ax + y = 8 \end{cases}$ имеет решение $(x; y)$, где $x = 1$?

Для самостоятельного решения предлагается одно задание:

№ 36. Решить систему уравнений относительно x и y:

1) $\begin{cases} x + y = 2a, \\ xy = -3a^2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - y = b, \\ xy = 2b^2. \end{cases}$

4. Г. К Муравин К.С., Муравин, О.В. Муравина [36].

Задания с параметром начинают встречаться школьникам уже в 5-6 классах, где, например, им предлагают выразить из равенства одну из переменных через другие, или выполнить следующее задание.

Задание для 6 класса. При каких значениях a верно неравенство $|\mathrm{a} - 6| > |\mathrm{a}|$?

Решение. Число a - b расположено на координатной прямой на b единиц левее числа а. Поскольку модуль числа - это расстояние от него до нуля, нуль должен быть ближе к a. Изобразив на координатной оси данные числа, находим, что 0 должен быть правее, чем едина отрезка, соединяющего данные числа, то есть 0 > $a - 3$. Ответ: $a < 3$.

В 7 классе исследуются линейные уравнения с одним неизвестным, системы линейных уравнений с двумя неизвестными, линейная функция и ее график.

В 8 классе, рассматриваются квадратные уравнения, но, по-настоящему, с идеологией решения заданий с параметром ученики могут встретиться (но могут и не встретиться) в 9 классе исследуя квадратный трехчлен вместе с его графиком.

5. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский[31].

При изучении темы «Квадратные корни. Арифметический квадратный корень» (п.12 параграф 2 «Квадратные корни») предложены два задания (№ 416 и № 417) с квадратичными корнями типа: решить уравнение для каждого значения a (a даже без упоминания термина «параметр»)

Большое внимание уделяется параметру при повторении. Предлагаются задания, содержащие параметр, в основном для повторения квадратных уравнений (№ 802, № 827, № 876, № 888, № 890, № 892). Все номера одного характера – исследовать корни иррационального уравнения, то есть найти количество корней или сами корни в зависимости от значения параметра.

К сожалению, на сегодняшний день, подготовить даже очень сильных обучающихся к выполнению задач с параметром на уроках в условиях базовой школы не представляется возможным. Для этого необходим акцент на развитие вариативности математического образования, серьезная кружковая, факультативная и тому подобная работа под руководством специально подготовленных преподавателей [2].

Таким образом, в рассмотренных учебниках задачам с параметром уделяется мало внимания, так как решение таких уравнений и неравенств является одним из самых трудных разделов элементарной математики для понимания школьниками. Такое положение является минусом школьного обучения - хотя известно, что такие задания необходимо включать в учебники для развития логического мышления школьников. Содержание материала и требования к обучающимся по теме: «Задачи с параметром» должны определяться, конечно, уровнем математической подготовки всего класса в целом и каждого в отдельности. По интересующим обучающихся вопросам можно организовать дополнительные занятия, кружки и факультативы.

2.2. Принципы отбора содержания обучения математике в рамках факультативов

Современный этап развития российского общества связан с началом новой эпохи – эпохи инноваций. Именно с внедрением в повседневную жизнь людей инновационных технологий все сферы их деятельности претерпели ряд коренных изменений. Это, конечно, не могло не отразиться и на сфере образования. Его основная роль в современном обществе приобрела новое направление, в результате чего получили развитие совершенно новые подходы к обучению, нацеленные на обеспечение современного качества образования и его соответствие актуальным потребностям и запросам общества. Последнее нашло свое отражение в новом образовательном стандарте [3].

Основная цель современного образования, в том числе и математического, в условиях реализации ФГОС заключается в предоставлении каждому обучающемуся возможности получения предметных знаний, умений и способов деятельности, соответствующих его индивидуальным потребностям. Особое внимание при этом уделяется формированию и развитию метапредметных умений и способов деятельности, заявленных в государственном образовательном стандарте основного общего образования.

Также современное математическое образование акцентирует направленность полученных знаний обучающегося на его дальнейшую профессиональную деятельность и реализует возможность творческого подхода в обучении математике и смежных с ней дисциплинах [2]. Это осуществляется за счет дифференциации и индивидуализации образовательного процесса. А в качестве одного из средств их реализации выступает профильное обучение, организация образовательного процесса при котором учитывает интересы и способности обучающегося, а его содержание и структура связаны с будущей профессиональной направленностью школьника [5].

Именно профильное обучение главную роль отводит личности обучающегося, учитывает его склонности и успехи в интересующих сферах науки и дисциплинах, смежных с ними. В результате углублённого изучения необходимых по мнению обучающегося отдельных дисциплин с использованием специально разработанных индивидуальных программ, учитывающих разную степень освоения предметного содержания школьниками, реализуется формирование их социокультурного уровня и осознанного профессионального выбора [41].

В качестве одной из форм организации профилизации учебно-познавательной деятельности обучающихся можно рассматривать различные дополнительные учебные курсы.

Опишем принципы отбора содержания факультативных курсов, удовлетворяющие современным требованиям к качеству математической подготовки обучающихся образовательных учреждений, осуществляющих подготовку по физико-математическому профилю, выявленные нами в ходе теоретического анализа и, исходя из собственного опыта работы.

Принцип дополнительности направлен на изучение новых математических понятий и фактов, не входящих в базовый школьный курс математики. Для образования и воспроизведения какого-то математического явления в целом необходимо использование порой взаимоисключающей, дополнительной системы понятий, свойств из различных сфер науки. Таким образом, реализуется расширение логической структуры изученного с разных, не рассматриваемых ранее сторон явления. А также этот принцип предполагает освоение методов применения уже известных способов и инструментов, являющимися основой решения той или иной математической задачи, в новых нестандартных условиях. То есть перед обучающимся возникает возможность получить совершенно иную, не знакомую ему модель ситуации, разрешаемую с помощью уже известных ему методов. Использование данного педагогического принципа позволяет углубить и расширить знания, сформировать и развить умения и способы деятельности школьника по изучаемой им теме школьного курса математики.

Принцип дифференциации предполагает использование в процессе математической подготовки школьников в рамках курса заданий разного уровня сложности и типа. Эти задания составляются и отбираются таким образом, чтобы учесть все существенные и значимые в них для процесса освоения тех или иных математических знаний и умений индивидуальные качества, необходимые для различных групп обучаемых. То есть весь образовательный процесс реализуется именно с учетом уровня возможностей и способностей каждого обучающегося. В результате осуществляется отбор заданий, направленных на овладение опытом использования многих известных и некоторых специфических методов, позволяющих более рационально решать определенные классы задач.

Принцип проблемности основан на выявлении и формулировании некоторой поставленной учителем или возникшей в ходе решения какой-либо задачи проблемного характера, решение которой нацелено на создание математической модели. На начальном этапе решения у школьника возникает необходимость в какой-то конкретной информации, методе, ранее ему неизвестному. С помощью учителя, являющегося в этот момент направляющим звеном в его поисковой деятельности, осуществляется самостоятельный отбор средств, необходимых школьнику для этой цели. Процесс поиска решения проблемы способствует развитию индивидуальности старшеклассника, его творческих способностей и познавательных умений, входящих в состав интеллектуальной сферы. Проблемный метод обучения достаточно эффективен при решении различных задач-ловушек и задач, содержащих некоторые специально допущенные ошибки.

Принцип междисциплинарности нацелен на включение в содержание факультативного курса системы заданий из совершенно других областей наук (химии, физики, информатики, экологии и т.п.). Тем самым обеспечивается взаимосвязь различных предметных полей и цельность содержания и формирования общей картины мира обучающегося. Специфика использования этих предметных областей заключается в их вкладе в общий процесс профильной математической подготовки, состоящий из учебных открытий и решений сопутствующих им математических задач. При этом реализуется развитие абстрактного мышления и творческих способностей обучающегося, формирование его мировоззрения, состоящее в рассмотрении какого-либо математического явления или закона, не ограничиваясь рамками одной дисциплины.

Принцип практико-ориентированности реализует за счет применения основной методологической базы математики в результате выполнения практических заданий из повседневной жизни. В этом случае математическая наука предоставляет мощный инструментарий для решения такого рода задач. При этом учебные задачи по рассматриваемой теме предмета нацелены на использовании актуальных жизненных вопросов, потребностей и запросов общества. В результате происходит формирование личности школьника, способного решать нестандартные задачи в конкретных ситуациях, имеющих практическую направленность. За этот счет осуществляется его саморазвитие и самореализация, позволяющая ему в будущем успешно реализоваться в современном обществе [28].

Также к принципам отбора содержания обучения математике в рамках факультативов можно отнести общеизвестные дидактические принципы:

- принцип сознательности и активности;
- принципа наглядности;
- принцип прочности;

- принцип доступности;
- принцип научной и практической значимости;
- принцип соответствия содержания учебно-методическому обеспечению;
- принцип использования моделей поэтапного решения математических задач;
- принцип всеобщность и непрерывность математического образования на всех ступенях образования;
- принцип перспективности содержания образования, организационных форм и методов обучения.

Далее представлена программа и апробация факультативного курса на тему «Задачи с параметром» в системе математической подготовки обучающихся 9 классов, в отборе содержания которого учитываются все вышеперечисленные принципы.

2.3. Программа факультативного курса «Задачи с параметром»

Факультативный курс «Задачи с параметром»

1. Программа

Задачи с параметром традиционно представляют для обучающихся сложность в логическом, техническом и психологическом плане. Однако именно решение таких задач открывает перед обучающимися большое число эвристических приемов общего характера, применяемых в исследованиях на любом математическом материале. Эти задачи играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры обучающихся. Кроме того, задачи с параметром обладают высокой диагностической и прогностической ценностью.

Важность понятия параметра связано с тем, что, как правило, именно в терминах параметров происходит описание свойств математических объектов: функций, уравнений, неравенств. Под параметром мы понимаем входящую в алгебраические выражения величину, численное значение которой явно не задано, однако считается принадлежащим определенным числовым множествам.

Решение задач с параметром требует исследования, даже если это слово не упомянуто в формулировке задачи. Недостаточно механического применения формул, необходимо понимание закономерностей, наличие навыка анализа конкретного случая на основе известных общих свойств объекта, системность и последовательность в решении, умение объединить рассматриваемые частные случаи в единый результат. Этим обусловлены трудности, возникающие у обучающихся при решении таких задач, и этим же объясняется включение задач с параметром в экзаменационные работы в школе и на вступительных экзаменах в вузы.

Таким образом, очевидна необходимость отработки приемов решения различных задач с параметром.

Данный курс рассчитан на 35 часов.

Целью курса является создание условий для расширения знаний по решению текстовых задач с параметром.

Данный курс может иметь существенное образовательное значение для изучения математики. Он призван способствовать решению **следующих задач:**

– повышению уровня понимания и практической подготовки в таких вопросах, как:

а) решение и исследование линейных, квадратных уравнений содержащих параметр;

б) расширение знаний обучающихся по решению и исследованию текстовых задач с параметром;

– через решение и исследование задач с параметром формированию устойчивого интереса к предмету, развитию математических способностей.

Основные формы организации учебных занятий: лекция, объяснение, практическая работа, семинар.

Для стимулирования положительного отношения к занятиям применяются **методы и приемы:**

- создание на занятиях ситуации занимательности (формулировки задач);
- использование сравнений и аналогий;
- организация дискуссий, создание проблемных ситуаций;
- создание ситуации успеха путем оказания дифференцированной помощи.

Приложение к факультативному курсу содержит некоторый набор уравнений и текстовых задач с параметром, которые можно использовать для практических и семинарских занятий, для организации контроля в виде самостоятельных и контрольных работ.

Занятия факультативного курса построены так, что учитель включает обучающихся в учебно-познавательную деятельность, организованную на основе внутренней мотивации; обеспечивает диалоговое общение не только между учителем и учениками, но и между обучающимися.

На занятиях факультативного курса учителю в учебной деятельности предлагается применять средства ИКТ: с помощью тестов проверить знания обучающихся, представить в виде презентации материал, связанный с историей возникновения задач с параметром, а также использовать компьютер в качестве демонстрационного материала. Некоторые задачи, предлагаемые в данном курсе, не просты в решении, что позволяет повысить учебную мотивацию обучающихся и проверить им свои способности к математике.

Тематическое планирование курса по факультативному курсу «Задачи с параметром»

№	Наименование раздела, темы	количество часов		
		всего	Теория	практика
Основные понятия. Рациональные уравнения с параметром (8 часов)				

1	Определение параметра. Примеры решения уравнений с параметром.	3	1	2
2	Приемы решения рациональных уравнений с параметром.	3	1	2
3	Систематизация задач по типу ограничений, накладываемых на параметр.	2	1	1
Рациональные неравенства с параметром (6 часов)				
4	Примеры решения неравенств с параметром.	2	1	1
5	Приемы решения рациональных неравенств с параметром.	2	1	1
6	<u>*Проверочная работа № 1*</u> *по теме «Основные понятия. Рациональные уравнения и неравенства с параметром»*	2		2
Графическая интерпретация задач с параметром (14 часов)				
7 – 8	Построение графического образа на координатной плоскости *(xOy)*.	4	1	3
9 – 10	Построение графического образа на плоскости *(xOy)*.	4	1	3
11 – 12	Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений. Сравнительный анализ аналитического, функционально–графического способов при решении уравнений и неравенств с параметром.	4	1	3
13	<u>*Проверочная работа № 2*</u> *по теме «Графическая интерпретация задач с параметром»*	2		2
Задачи с параметром (7 часов)				
14 – 15	Приемы решения систем рациональных уравнений, неравенств с параметром.	2	0,5	1,5

16 – 17	Приемы решения систем иррациональных уравнений, неравенств с параметром.	2	0.5	1,5
18 – 19	Приемы решения тригонометрических уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств с параметром.	2	0,5	1,5
26	*Проверочная работа № 3* *по теме «Задачи с параметром»*	2		2

Содержание курса

1. Основные понятия. Уравнения с параметром (8 часов).

Определение параметра. Примеры решения уравнений с параметром. Знакомство со способами решения уравнений с параметром (аналитическим, функциональным и функционально–графическим), рассмотрение общих схем и закономерностей в поиске решений. Систематизация задач по типу ограничений, накладываемых на параметр.

2. Неравенства с параметром (6 часов).

Примеры решения неравенств с параметром. Знакомство со способами решения неравенств с параметром (аналитическим, функциональным и функционально–графическим), рассмотрение общих схем и закономерностей в поиске решений.

3. Графическая интерпретация задач с параметром (14 часов).

Построение графического образа на координатной плоскости *(xOy)* и на плоскости *(xOy)*. Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений. Сравнительный анализ аналитического, функционально–графического способов при решении уравнений и неравенств с параметром.

4. Задачи с параметром (7 часа).

Приемы решения рациональных, иррациональных, тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений, неравенств и систем с параметром. Рассмотрение уравнений и неравенств, содержащих различные функции. Выбор оптимального метода решения.

В результате изучения курса обучающиеся должны:

Знать:

- понятие параметра;
- алгоритмы решений задач с параметром;
- зависимость количества решений неравенств, уравнений и их систем от значений параметра;
- свойства решений уравнений, неравенств и их систем;
- свойства функций в задачах с параметром.

Уметь:

- решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств с параметром;
- применять стандартные задачи с квадратным трехчленом (расположение точек относительно корней) к решению более сложных параметрических задач;
- использовать свойства функций и их графиков при решении задач с параметром.

Формы контроля.

В ходе обучения проводятся самостоятельные работы, на которых обучающиеся выступают субъектами оценивания. Контроль проводится через самоанализ, самооценку, взаимооценку выполненных заданий.

2. Методические рекомендации

Занятие 16, 17. **Тема: Приемы решения систем иррациональных уравнений и неравенств с параметром.**

Цель:

- создание условий для овладения опытом решения задач с параметром из КИМов ОГЭ и ЕГЭ;
- создание условий для приобретения практических навыков в решении иррациональных неравенств с параметром;

- развитие логического мышления, математической речи, навыков самостоятельной работы, самоконтроля;
- воспитание познавательного интереса, творческих способностей, ответственного отношения.

Структура занятия: актуализация знаний (3 мин.), объявление темы и целей занятия (2 мин.), объяснение нового материала (13 мин.), выполнение заданий на закрепление новой темы (22 мин.), пояснение домашнего задания (2 мин.), подведение итогов занятия (3 мин.).

Комментарий к занятию.

В начале занятия полезно повторить: 1) определение параметр; 2) задачи с параметром; 3) иррациональные уравнения.

Учитель активизирует внимание обучающихся в беседе про методы решения иррациональных уравнений и предлагает обучающимся ответить на теоритические вопросы группам по предложенным карточкам, в порядке очереди.

Учитель фиксирует правильность ответов, активность в группах и между группами. Вопросы на карточках направлены на повторение тех теоритических знаний, которые потребуются для решения основного задания урока.

Далее объявляется тема и цели занятия.

При решении иррациональных уравнений с параметром пользуются общими формулами. Пусть f и q – некоторые функции, $R \in N$, тогда:

1) $\sqrt[2k]{f}\sqrt[2k]{q} = \sqrt[2k]{fq},\ f \geq 0; q \geq 0.$

2) $\frac{\sqrt[2k]{f}}{\sqrt[2k]{q}} = \sqrt[2k]{\frac{f}{q}},\ q \geq 0;\ q > 0.$

3) $|f|\sqrt[2k]{q} = \sqrt[2k]{f^{2k}q},\ q \geq 0.$

4) $\sqrt[2k]{\frac{f}{q}} = \frac{\sqrt[2k]{|f|}}{\sqrt[2k]{|q|}}, \frac{f}{q} \geq 0, q \neq 0.$

5) $\sqrt[2k]{fq} = \sqrt[2k]{|f|}\sqrt[2k]{|q|}, f\ q \geq 0.$

Применяя эти формулы нужно иметь в виду, что ОДЗ левой и правой частей каждой из них могут быть различными. Для каждой формулы ОДЗ правой части может быть шире ОДЗ левой.

Отсюда следует, что преобразования уравнения с формальным использованием формул «слева-направо» приводят к уравнению, являющемуся следствием исходного. В этом случае могут появиться посторонние корни уравнения.

Преобразование уравнений с формальным использованием данных формул «справа-налево» недопустимы, т.к. возможно сужение ОДЗ исходного уравнения, а следовательно, и потеря корней.

Уравнение вида $\sqrt[2k]{f(x)} = q(x), k \in N$ равносильно системе:

$$\begin{cases} q(x) \geq 0, \\ f(x) = q^{2k}(x) \end{cases}$$

<u>Задание 1.</u>

Решите уравнение $\sqrt{x^2 + ax - 2a} = x + 1.$

Решение.

Заданное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ x^2 + ax - 2a = x^2 + 2x + 1, \end{cases}$$

Проведя тождественные преобразования во втором уравнении, получим:

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ (a-2)x = 1 + 2a, \end{cases}$$

Тогда, очевидно:

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ x = \dfrac{1+2a}{a-2}, \\ a \neq 2. \end{cases}$$

Находим значения а, при которых $\frac{1+2a}{a-2} > -1 a \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup (2; \infty)$

Ответ: $a \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup (2; \infty)$

Задание 2.

Решите уравнение $\sqrt{x-a} = 2x - 1$.

Решение.

Заданное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} x - a \geq 0, \\ 2x - 1 \geq 0, \\ x - a = (2x-1)^2 \end{cases}$$

Проведя преобразования, получим:

$$\begin{cases} x \geq a, \\ x \geq \dfrac{1}{2} \\ 4x^2 - 5x + a + 1 = 0 \end{cases}$$

Отсюда находим x_1 и x_2:

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{9 - 16a}}{8}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{9 - 16a}}{8}$$

x_1, x_2 являются действительными числами при $a \leq \frac{9}{16}$. При значениях $a \geq \frac{9}{16}$ решений нет.

Удовлетворим неравенства $x \geq a$ и $x \geq \frac{1}{2}$.

а) $x_1 = \frac{5+\sqrt{9-16}}{8} \geq \frac{1}{2}$

Подставляем и получаем:

$5 + \sqrt{9 - 16a} \geq -1$

$\dfrac{5 + \sqrt{9 - 16a}}{8} \geq a$

$\sqrt{9 - 16a} \geq 8a - 5$

Если $a \leq \frac{9}{16}$, то $8a - 5 < 0$ и неравенство $\sqrt{9 - 16a} \geq 8a - 5$ справедливо при всех допустимых a.

б) $x_2 = \frac{5-\sqrt{9-16a}}{8} \geq \frac{1}{2}$

$\sqrt{9 - 16a} \leq 1, a \geq \dfrac{1}{2}, (a \leq \dfrac{9}{16})$

Следовательно, x_2 является решением исходного уравнения при $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{9}{16}$

Ответ: $\frac{5-\sqrt{9-16a}}{8}$, если $a \leq \frac{1}{2}$; $\frac{5 \pm \sqrt{9-16a}}{8}$, если $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{9}{16}$; нет решений, если $a > \frac{9}{16}$.

Задание 3.

Решите уравнение $(x-1)\sqrt{x-a} = 0$

Решение.

ОДЗ: $x - a \geq 0, x \geq a$

$x_1 = 1, x_2 = a$

Если $a = 1, x_1 = x_2 = 1$.

Если $a < 1$, то $x_1 = 1$ удовлетворяет условию ОДЗ $x \geq a$, т.е. является корнем уравнения.

Если $a > 1,$ то $x_1 = 1$ не удовлетворяет условию $x \geq a$, т.е. является посторонним корнем.

Ответ: 1) если $a < 1$, то $x_1 = 1, x_2 = a$; 2) если $a \geq 1$, то $x = a$.

Задание 4.

При каких a уравнение $\left(\sqrt{x} - 2\right)(x - a) = 0$ имеет один корень?

Решение.

$$x_1 = 4, x_2 = a$$

Корень будет единственным, если $a = 4$; если одно из двух значений (4 и a) является посторонним корнем, а именно $x = a$. Это произойдет при условии, что $x = a$ не входит в область определения уравнения $x \geq 0$, т.е. при $.x < 0$

Ответ: $a = 4$или $a < 0$.

Задание 5.

Найдите минимальное целое положительное значение параметра a, при котором уравнение $\sqrt{ax-8} = \sqrt{8}x$ имеет различные положительные корни.

Решение.

Находим ОДЗ:

$$ax - 8 \geq, x \geq \frac{8}{a}, x > 0, a > 0$$

Получаем уравнение:

$$ax - 8 = 8x^2$$

Находим дискриминант:

$$8x^2 - ax + 8 = 0,$$

$$D = a^2 - 256$$

Получаем:

$$a^2 - 256 > 0,$$

Отсюда делаем вывод, что $a > 16$ ($a < -16$ не входит в ОДЗ)

$x_1 = \frac{a+\sqrt{a^2-256}}{16}, x_2 = \frac{a-\sqrt{a^2-256}}{16}$. $A = 17$– минимальное целое число.

Ответ: 17.

<u>Задание 6.</u>

Найдите все значения параметра а, при которых корни уравнения $\sqrt{x+3\sqrt{x-1}}\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = a$ принадлежат отрезку $[2; 17]$.

Решение.

Пусть $f(x) = \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}$

Делаем замену:

$$\sqrt{x-1} = t, t \geq 0, x - 1 = t^2$$

И получаем:

$$\sqrt{t^2 + 4 - 4t} + \sqrt{t^2 + 9 - 6t} = a,$$

Делая преобразования, получаем:

$$\sqrt{(t-2)^2} + \sqrt{(t-3)^2} = a,$$

$$|t - 2| + |t - 3| = a$$

Решаем систему:

1) $\begin{cases} 0 \leq t \leq 2, \\ 2 - t - t + 3 = a; \end{cases}$

Преобразуя второе выражение, получаем:

$$\begin{cases} 0 \le t \le 2, \\ 2 - 2t = a; \end{cases}$$

Отсюда следует, что:

$$\begin{cases} 1 \le x \le 5, \\ 5 - 2\sqrt{x-1} = a; \end{cases}$$

В итоге получаем:

$$\begin{cases} x = 2, \\ a = 3. \end{cases}$$

Проделываем те же действия со следующими системами и получаем:

2) $\begin{cases} 2 < t < 3, \\ t - 2 - t + 3 = a; \end{cases}$

Делаем преобразования второго выражения и получаем:

$$\begin{cases} 2 < t < 3, \\ a = 1; \end{cases} => \begin{cases} 5 < x < 10, \\ a = 1. \end{cases}$$

3) $\begin{cases} t \ge 3, \\ t - 2 + t - 3 = a; \end{cases}$

Проделываем преобразования со втором выражением:

$$\begin{cases} t \ge 3, \\ 2t - 5 = a; \end{cases} => \begin{cases} x \ge 10, \\ 2\sqrt{x-1} - 5 = a; \end{cases}$$

Получаем:

$$\begin{cases} x = 17, \\ a = 3. \end{cases}$$

Ответ: $a \in [1; 3]$.

Задание 7.

Решите уравнение $\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = a$

Решение.

$\begin{cases} x \ge -1, \\ x2 \ge, \end{cases} x \ge 2$

Проделываем преобразования с исходном уравнением:

$$(x+1)(x-2) = a;\ x^2 - x - 2 = a;$$

Приравниваем к 0:

$$x^2 - x - 2 - a = 0.$$

Находим x_1 и x_2:

$$x_1 = \frac{1-\sqrt{4a^2+9}}{2}, x_2 = \frac{1+\sqrt{4a^2+9}}{2}.$$

Множеству $x \geq 2$ принадлежит только корень x_2.

Ответ: при $a \geq 0$ $\quad x_1 = \frac{1-\sqrt{4a^2+9}}{2}$

<u>Задание 8.</u>

Решите уравнение $\sqrt{x+6} - m = \sqrt{x-3}$.

Решение.

$\sqrt{x+6} - \sqrt{x-3} = m$. Так как $\sqrt{x+6} > \sqrt{x-3}$., то $m > 0$. Пусть $y = \sqrt{x-3}$, тогда $x = y^2 + 3$, и исходное уравнение равносильно системе уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{y^2+9} - y = m, \\ y \geq 0, \end{cases} \text{т. е.} \begin{cases} \sqrt{y^2+9} = y + m, \\ y \geq 0, \end{cases}$$

Делаем преобразования:

$$<=> \begin{cases} y^2 + 9 = (y+m)^2, \\ y + m \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

Находим y:

$$y = \frac{9-m^2}{2m}, \qquad \frac{9-m^2}{2m} \geq 0,$$

Находим x:

$$\sqrt{x-3} = \frac{9-m^2}{2m}, \qquad x = (\frac{9-m^2}{2m})^2 + 3.$$

Ответ: при $m < 0, m > 3$ решений нет, при $m \in (0; 3]$ $x = (\frac{9-m^2}{2m})^2 + 3$.

<u>Задание 9.</u>

Решите уравнение $x + \sqrt{x + \frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}} = a$.

Решение.

Пусть $\sqrt{x + \frac{1}{4}} = t$, тогда $t^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{t^2 + \frac{1}{4} + t} = a$, Поделываем преобразования с уравнением и получаем:

$$t^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{\left(t + \frac{1}{2}\right)^2} = a, t^2 - \frac{1}{4} + \left|t + \frac{1}{2}\right| = a,$$

а т.к. $t > 0$ то $t^2 - \frac{1}{4} + t + \frac{1}{2} = a, (t + \frac{1}{2})^2 = a,$

После преобразований получим:

$$t + \frac{1}{2} = \sqrt{a}, \sqrt{x + \frac{1}{4}} = \sqrt{a} - \frac{1}{2} (a > \frac{1}{4})$$

$$x = (\sqrt{a} - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} = a - \sqrt{a}.$$

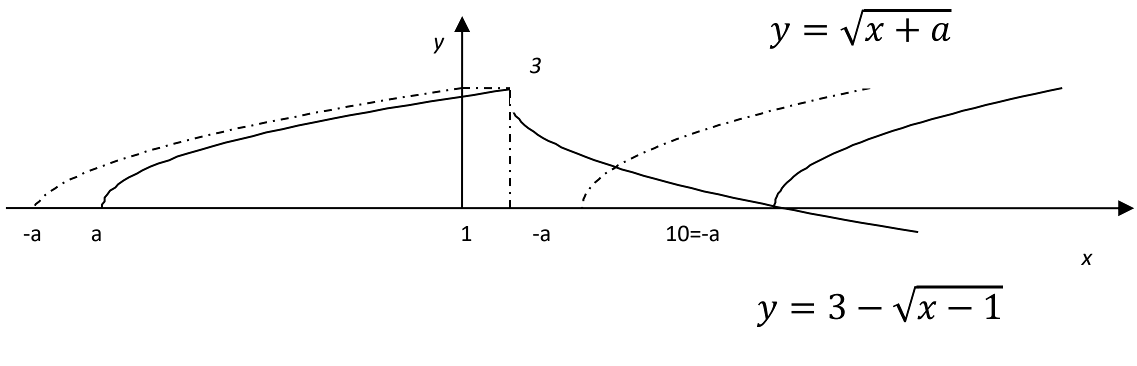
Ответ: $x = a - \sqrt{a}$ при $a > \frac{1}{4}$.

<u>Задание 10.</u>

Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $\sqrt{x + a} + \sqrt{x - 1} = 3$ имеет решение.

Решение.

Если изобразить графики функций $y = 3 - \sqrt{x - 1}$ и $y = \sqrt{x + a}$, то очевидно, что они пересекаются (и исходное уравнение имеет решение) при $-a \in [-a_0; 10]$.



<u>Задание 11.</u>

При каких значениях а решением неравенства $\sqrt{x - 2} < 3 - a$ является промежуток $[2; 18)$?

Решение.

ОДЗ: $3-a>0, a<3$.

$$x-2<(3-a)^{2,}$$

$$x<(3-a)^2+2,$$

$$x<11-6a+a^2, \text{т.к.}\, x\in[2;18), \text{то}$$

$$\begin{cases} 11-6a+a^2\geq 2,\\ 11-6a+a^2<18; \end{cases}$$

Проделываем преобразования с неравенствами:

$$\begin{cases} (a-3)^2\geq 2,\\ a^2-6a-7<0. \end{cases}$$

$a=-1$.

$a=7$ – не подходит в ОДЗ.

Ответ: $a=-1$.

Задание 12.

Решите неравенство $\sqrt{a^2+x^2}>x+a-1$, , где a – параметр.

Решение.

При любом значении а, если правая часть $x+a-1<0$, т.е. $x<1-a$, заданное неравенство справедливо.

При $x\geq 1-a$ равносильная система имеет вид:

$$\begin{cases} x\geq 1-a,\\ a^2+x^2>(x+a-1)^2, \end{cases} => \begin{cases} x\geq 1-a,\\ x(2a-2)<2a-1. \end{cases} \qquad (*)$$

Рассмотрим возможные случаи:

1. Если $a>1$, то $1-a\leq x<\frac{2a-1}{2a-2}$. Объединяя с множеством $x<1-a$, получим $x<\frac{2a-1}{2a-2}$.

2. Если $a=1$, то $x\geq 1$ – решение системы (*). Объединяя с множеством $x<a-1$ $(a=1)$, находим: x – любое число.

3. Если $a<1$, то решение системы (*) $x\geq 1-a$. Присовокупив $x<1-a$, имеем: x – любое число.

Ответ: $(-\infty;\frac{2a-1}{2a-2})$, если $a>1$; $(-\infty;\infty)$, если $a\leq 1$.

Задание 13.

Решите уравнение $\sqrt{1-x^2} = a + x$

Решение.

ОДЗ:

$$\begin{cases} x + a \geq 0, \\ 1 - x^2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} \quad x \geq a, \\ x \in [-1; 1]. \end{cases}$$

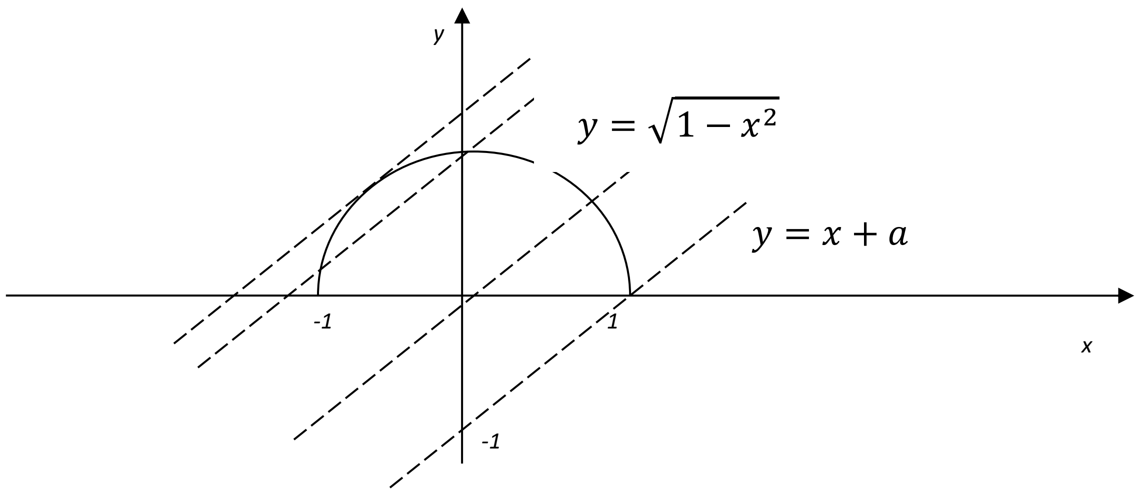
Из данного уравнения следует:

$1 - x^2 = x^2 + 2ax + a^2$,

$$2x^2 + 2ax + a^2 - 1 = 0.$$

$$\frac{D}{4} = 2 - a^2. D > 0 \text{ при } |a| < \sqrt{2}.$$

Затем если изобразить графики функций $y = \sqrt{1-x^2}$ и $y = x + a$, то видно как меняется количество решений в зависимости от значений а.



Ответ: при $a \in (-\infty; -1) \cup (\sqrt{2}; \infty)$ нет решений; при $a \in [-1; 1)$ и $a = \sqrt{2}$ одно решение; при $a \in [1; \sqrt{2)}$ два решения.

Задание на дом:

1). Решите уравнение $\sqrt{2x^2 + \frac{5}{2}ax - a} = \sqrt{2}(x-1)$.

Ответ: $a \in \left(-\frac{8}{5}; -\frac{4}{3}\right]$.

2). Найдите левый и правый края области значений параметра a, в которой уравнение $\sqrt{7x - a} = \sqrt{a}x$ имеет различные положительные корни.

Решение.

ОДЗ:

$$\begin{cases} 7x - a \geq 0, \\ a \geq 0; \end{cases} x \geq \frac{a}{7}, \ \ a \geq 0.$$

Получаем:

$$7x - a = ax^2,$$

Находим дискриминант:

$$ax^2 - 7x + a = 0,$$

$$D = 49 - 4a^2 > 0$$

$a = -3{,}5$ не входит в ОДЗ.

Ответ: 0 и 3,5.

3). Решите уравнение $\sqrt{x^2 + ax - 2a} = x + 1$.

Решение.

Данное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0, \\ x^2 + ax - 2a = (x+1)^2; \end{cases} => \begin{cases} x \geq -1 \\ (a-2)x = 2a + 1; \end{cases}$$

При $a = 2$ второе уравнение имеет вид $0x = 5$, т. е. $\emptyset$

При $a \neq 2$ $x = \frac{2a+1}{a-2}$.

Выясним, при каких значениях а найденное значение x удовлетворяет неравенству $x \geq -1$.

$$\frac{2a+1}{a-2} \geq -2; \ \frac{3a-1}{a-2} \geq 0.$$

Ответ: при $a \leq \frac{1}{3}$ и $a > 2$ $x = \frac{2a+1}{a-2}$; при $\frac{1}{3} < a \leq 2$ уравнение не имеет решений.

4). Найдите все значения параметра а, при которых корни уравнения $\sqrt{x + 9 - 4\sqrt{x+5}} + \sqrt{x + 41 - 12\sqrt{x+5}} = a$ принадлежит отрезку $[-4; 44]$.

Ответ: $a \in [4; 6]$.

5). При всех a решить неравенство $a\sqrt{x+1} < 1$.

Решение.

ОДЗ: $x \in [-1; \infty)$

а). Если $a \leq 0$, то данное неравенство справедливо при всех $x \in [-1; \infty)$.

б). Если $a > 0$, то данное неравенство равносильно системе неравенств.

$$\begin{cases} a^2(x+1) < 1, \\ x+1 \geq 0; \end{cases}$$

Отсюда следует, что:

$$\begin{cases} x < \frac{1}{a^2} - 1, \\ x \geq -1; \end{cases} => \geq x \in \left[-1; \frac{1}{a^2} - 1\right).$$

Ответ: при $a \in (-\infty; 0]$ $x \in [-1; \infty)$; при$a \in (0; +\infty)$ $x \in \left[-1; \frac{1}{a^2} - 1\right)$.

Подводя итог занятия, можно спросить, что понимают под параметром? Как находить параметры в иррациональных уравнениях?

Обучающиеся заполняют листы самооценки и сдают руководителям групп. Учитель оглашает результаты самооценки с соответствующими комментариями и выставляет оценки за урок обучающимся.

Можно предложить ребятам самим придумать пример иррационального уравнения с параметром.

Рефлексия.

Чем был полезен наш урок математики для Вас? *(Научились решать иррациональные уравнения с параметрами)*

Предлагается учащимся продолжить фразы:

«Сегодня на уроке мне понравилось…»

«Сегодня на уроке мне не понравилось…»

«Сегодня на уроке мне удалось…»

«Сегодня на уроке мне не удалось…»

Школьники высказываются, с сказанного планируют следующий урок.

2.3.1. Занятие 1 "Решение квадратных уравнений с параметром"

Предмет: математика.

Класс: 9 класс.

Тема урока: решение квадратных уравнений с параметром.

Тип урока: комбинированный.

Цель: создание условий для овладения опытом решения квадратных уравнений с параметром.

Планируемые результаты обучения:

Личностные:

- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи;
- умение защищать и отстаивать свое мнение перед другими.

Предметные:

- умение связать новую информацию с уже изученным материалом;
- умение производить отбор корней квадратного уравнения в зависимости от принимаемых значений параметра.

Метапредметные:

- умение самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

- умение адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;
- умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- умение самостоятельно осуществлять анализ и отбор необходимой информации.

Техники и технологии: системно-деятельностный подход в обучении, проблемное обучение, ИКТ.

Этапы урока	**Деятельность учителя**	**Деятельность обучающихся**	**Формируемые УУД**				**Формы оценивания**
			Личностные	***Регулятивные***	***Коммуникативные***	***Познавательные***	
Организационный момент	Приветствует обучающихся, организует рабочее место, выявляются отсутствующие.	Обучающиеся настраиваются на работу.		Волевая саморегуляция			
Актуализация теоретических знаний	Проводится опрос по теории Предыдущего урока. - Какое уравнение называется квадратным? - Квадратным или линейным является уравнение $b(b-5)x^2+(6b-3)x-18=0$; а) при $b=6$; б)0; в) $b=0{,}5$; г) $b=5$? -Какое квадратное уравнение называется приведенным? -Какое выражение называют дискриминантом? -Сколько корней может иметь квадратное уравнение? (формулы).	Обучающиеся предлагают различные варианты решения, говорят о трудностях, которые у них возникли.	Личная мотивация к учению.	Целеполагание	Структурирование знания по данной теме	Учебное сотрудничество с учителем	Самооценка формулировок и формул.

	-Теорема Виета и обратное утверждение. (записать)						
Объяснение нового материала	При решении квадратного уравнения с параметром контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент при x^2 обращается в 0. Дело в том, что если этот коэффициент равен 0, то уравнение превращается в линейное и решается по соответствующему алгоритму; если же этот коэффициент отличен от нуля, то имеем квадратное уравнение, которое решается по иному алгоритму. Дальнейшее решение зависит от D.	Обучающиеся формулируют цель урока: «Научиться решать уравнения с параметром».		Взаимоконтроль и самоконтроль	Умение структурировать знания	Учебное сотрудничество с учителем и сверстниками, управление поведением партнера	
Применение знаний и умений в новой ситуации	Объяснение учителя. **Пример 1.** ***Решите уравнение*** $\boldsymbol{x^2-(2p+1)x+(p^2+p-2)=0}$ **Решение:** Здесь коэффициент перед x^2 отличен от 0, значит, данное уравнение при любых значениях параметра является квадратным. Найдем дискриминант: $D=(2p+1)^2-4(p^2+p-2)$ $=(4p^2+4p+1)$ $-(4p^2+4p-8)=9$ $D>0$, значит, квадратное уравнение имеет два различных корня. $x_1=p+2$ и $x_2=p-1$ Ответ: при любых значениях p: $x_1=p+2$; $x_2=$ $p-1$ **Пример 2.** ***Решите уравнение $\boldsymbol{p}$***						

	$\boldsymbol{x^2+(1-p)x-1=0}$ **Решение:** Мы не можем утверждать, что данное уравнение является квадратным. Рассмотрим контрольное значение $p=0$, имеем два случая. Если $p=0$, то получается уравнение вида $0x^2+x-1=0$, которое является линейным и имеет $x=1$. Если $p\neq 0$. То уравнение является квадратным, можно применять формулу $D=(1-p)^2-4p(-1)=(1+p)^2$; $x_1=1$; $x_2=-\frac{1}{p}$. Ответ: при $p=0$ $x=1$, при $p\neq 0$ $x_1=1$; $x_2=-\frac{1}{p}$. **Пример 3.** ***Решите уравнение*** ***(a–1)x²+2(2a+1)x+(4a+3)=0.*** Найдем значения параметра, обращающие в нуль коэффициент при *x* $a-1=0 \Leftrightarrow a=1$ Решим уравнение при $a=1$ $0x^2+2(2\times 1+1)x+4\times 1+3=0 \Leftrightarrow 6x+7=0 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{6}$. Найдем значения параметра, обращающие в нуль дискриминант уравнения $D=(2(2a+1))^2-4(a-1)(4a+3)$ $=(4a+1)^2-(4a-4)(4a+3)$ $=4(5a+4)$ $4(5a+4)=0 \Leftrightarrow a=-\frac{4}{5}$. Решим уравнение при $a=-\frac{4}{5}$, в этом случае уравнение будет иметь один действительный корень						

	$\left(-\frac{4}{5}-1\right)x^2+2\left(2\left(-\frac{4}{5}\right)+1\right)x+4\left(-\frac{4}{5}\right)0 \Leftrightarrow$ $-\frac{9}{5}x^2-\frac{6}{5}x-\frac{1}{5}=0 \Leftrightarrow 9x^2+6x+1=0 \Leftrightarrow$ $(3x+1)^2=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$. Решим уравнение при $a \neq 1$, $a<-\frac{4}{5}$. В этом случае $D<0$, поэтому уравнение действительных корней не имеет. Решим уравнение при $a \neq 1$, $a>-\frac{4}{5}$. В этом случае уравнение имеет два действительных корня $x_{1,2}=\frac{-2(2a+1)\pm 2\sqrt{5a+4}}{2(a-1)}=\frac{-(2a+1)\pm\sqrt{5a+4}}{a-1}$ Ответ: 1) при $a=-\frac{4}{5}$, $x=-\frac{1}{3}$; 2) при $a=1$, $x=-\frac{7}{6}$; 3) при $a<-\frac{4}{5}$., действительных корней нет; 4) при $a>-\frac{4}{5}$. и $a \neq 1$, $x_{1,2}=\frac{-(2a+1)\pm\sqrt{5a+4}}{a-1}$ **Пример 4.** ***При каких значениях m ровно один из корней уравнения $x^2+(m=3)x+\|m\|-3+0$ равен 0.*** **Решение:** Если нуль является корнем уравнения, значит квадратный трехчлен						

	$x^2+(m=3)x+\lvert m\rvert-3$ при $x=0$ обращается в нуль. $\lvert m\rvert-3=0;\ m_1=-3;\ m_2=3$ Найдем второй корень при найденных значениях m. Если m=3, то получаем $x^2+6x=0;\ x_1=0;$ $x_2=-6$ Если $m=-3$получаем $x^2=0$, которое имеет два кратных корня равных 0. Ответ при $m=3$.						
Закрепле-ние матери-ала	Работа в группах. **Решите уравнение:** $\boldsymbol{(a+1)x^2-2(a+9)x+9=0;}$ $\boldsymbol{x^2-(a^2-5a)x+5a-1=0;}$ $\boldsymbol{(c-1)x^2+(c+4)x+c+7=0;}$ С последующей проверкой.	Работа в группах. Проблемный диалог. Задают и отвечают на вопросы.		Контроль, коррекция, оценка		Учебное сотрудничество с учителем и сверстниками, управление поведением партнера	Самостоятельная работа.
Домаш-нее задание.	1.**При каких значениях а уравнение** $\boldsymbol{(a+2)x^2+2(a+2)x+2=0}$ **имеет один корень?** **2.Решите уравнение** $\boldsymbol{(a+4)x^2-(2a+4)x+1=0.}$ **3. Решите уравнение** $\boldsymbol{a^2(x-2)-3a+x+1}$ **4. Решите уравнение** $\boldsymbol{(2b^2-b+6)x^2=4(b+1)x-2.}$ Объясняет какие номера обязательные и какие	Обучающиеся записывают домашнее задание и определяют для себя уровни		Планирование		Постановка вопросов	

	можно взять по выбору.	заданий.					
Итоги урока	Какие цели стояли на уроке? Достиг ли каждый из вас цели урока? Фиксирует проблемы для следующего урока.	Самостоятельно определяют насколько достигнуты цели урока.	самооценка.	Планирование своей работы.	Формулирование собственного мнения и аргументирование его.	Формулирование познавательной цели.	
Рефлек-сия	Обучающимся предлагается по желанию продолжить предложение: На уроке я научился (научилась) … На уроке мне понравилось … На уроке мне пригодились знания…. Для меня было сложно… С урока я ухожу с … настроением!	Обучающиеся продолжают предложения. Прощаются	Смыслообразование, умение положительно относиться к процессу познания	Оценка-выделение и осознание обучающимися того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению.		Рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.	

2.3.2. Занятие 2 "Приемы решения тригонометрических уравнений с параметром"

Предмет: математика.

Класс: 9 класс.

Тема урока: Приемы решения тригонометрических уравнений с параметром.

Тип урока: урок-исследование.

Цель:

- создание условий для организации исследовательской деятельности обучающихся при решении тригонометрических уравнений с параметром.

Планируемые результаты обучения:

Личностные:

- умение планировать, контролировать процесс и результат учебной деятельности;
- умение четко формулировать свои мысли;
- умение защищать и отстаивать свое мнение перед другими.

Предметные:

- умение строить графики тригонометрических функций;
- умение применять основные приемы тождественных преобразований при решении тригонометрических уравнений с параметром.

Метапредметные:

- умение самостоятельно выделять и формулировать познавательную цель;
- умение выбирать действия в соответствии с поставленной задачей и условиями её реализации;
- умение применять компьютерные технологии для решения математических задач;
- умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками.

Техники и технологии: системно-деятельностный подход; обучение на основе проблемных ситуаций, использование интерактивных методик, ИКТ.

Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД				Формы оценивания
			Личностные:	*Регулятивные:*	*Коммуникативные:*	*Познавательные:*	
Организационно-мотивационный *(Создать благоприятный психологический настрой на работу)*	Приветствие обучающихся. Итак, сегодня мы изучаем тему «Приемы решения тригонометрических уравнений с параметром». Цель нашего урока – повторить и систематизировать полученные знания по данной теме.	Приветствие учителя	Планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками – определение целей, функций участников, способов взаимодействия	Прогнозирование своей деятельности	Высказывание своих мыслей в соответствии с задачами и условиями коммуникации.	Формулирование информационного запроса.	
Актуализация практических и теоретических знаний	Предлагает повторить некоторые теоретические вопросы по данной теме. (фронтальный опрос, работа с	Принимают активное участие в беседе, отвечают на поставленные вопросы	Установление связи между учебной деятельностью и ее мотивом.	Целеполагание. Установление обучающимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом.	Умение слушать и понимать речь других, оформление своих мыслей в устной и		

	презентацией). ***Задает вопросы:*** • Что значит решить уравнение? • Какие основные методы решения уравнений? • Что надо знать для решении тригонометрических уравнений? • Что включает в себя понятие параметр? • Что значит решить уравнение с параметром? Предлагает повторить необходимые для урока сведения. Для каждого варианта - задания на доске, продолжить каждую запись. Время выполнения 3 минуты. **Тест.** ***Вариант № 1.***	Решить уравнение - значит найти его корни или доказать, что их нет. Основные методы: • метод разложения на множители; • метод замены переменной; • функционально-графический метод. ▪ Решение простейших тригонометрических уравнений; ▪ Формулы преобразования тригонометрических выражений; ▪ Табличные значения тригонометрических функций Соединить вопрос с верным ответом			письменной речи, аргументирование своего мнения и позиции.		

	1. Определить, при каких значениях параметра a уравнение имеет решения: 1. $sinx = a - 2$ А)$a \in [-3; -1]$; И)$a = 2$; О)$a \in [1; 3]$; 2. $cos2x = 2a$ М) $a \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$; Н) $a \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$; Р) $a \in [-2; 2]$; 3. $tg\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{a}{a+1}$ Р) $a \neq -1$; С) $a \neq 0$; Т) $a \neq 1$; 4. $ctg\frac{x}{3} = \sqrt{a-1}$ А) $a \in (1; +\infty)$; Е) $a \in [1; +\infty)$; О) $a \neq 1$. **2.** Укажите контрольные значения параметра: $16 - b^2)sinx = 4 - b$. А) $a = 4$; Б) $a = 0$; В) $a = -4; a = 4$.						

	Вариант № 2. **1.** Определить, при каких значениях параметра a уравнение имеет решения: 1. $sinx = a + 1$ А) $a \in [0; 2]$; И) $a = -1$; О) $a \in [-2; 0]$; 2. $sin\frac{x}{2} = \frac{a}{2}$ М) $a \in (-2; 2)$; Н) $a \in [-2; 2]$; Р) $a \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$; 3. $tg\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{a}{a-1}$ Ч) $a \neq 1$; Ш) $a \neq 0$ Щ) $a \neq -1$; 4. $ctg3x = \sqrt{a+1}$ Е) $a \neq -1$; И) $a \in [0; +\infty)$; О) $a \geq -1$. **2.** Укажите контрольные значения параметра:($(a^2 - 1)sinx = a + 1$ А) $a = -1$; К) $a = 1$;						

	Т) $a = -1$; $a = 1$. - Обменяйтесь работами с соседом для проверки. За каждый верно решённый номер ставьте 1 балл. Ответы будут верными, если при чтении снизу вверх вы получите слова в *варианте №1* «ВЕРНО», в *варианте №2* «ТОЧНО». Обменяйтесь ещё раз работами, познакомьтесь с результатами своей деятельности и отложите их на край стола. Поднимите руку те, у кого за тест получено 5 баллов.						

Этап закрепления знаний и способов действий	На доске записаны два задания. Все решают задание №1 вместе с учеником, который комментирует его решение у доски. Другой ученик решает задание №2 самостоятельно с последующим комментированием. ***Задание №1. Определите, при каких значениях параметра*** $\boldsymbol{a}$ ***уравнение имеет решения*** $(\boldsymbol{a^2-6a+5})\boldsymbol{tg2x} = \boldsymbol{a-5}$ ***Задание №2. Решите уравнение для всех значений параметра*** $\boldsymbol{b}$ $(\boldsymbol{b^2-9})\boldsymbol{sinx} = \boldsymbol{b+3}$.	Решают уравнение	Умение адекватно реагировать на трудности.	Проговаривание последовательности действий, высказывание своих предположений.	Аргументирование своего мнения и позиции	Ориентирование в своей системе знаний (отличать новое от уже известного, структурирование знания, преобразование информацию из одной формы в другую).	Поощрение
Самостоятельная работа (работа в группах)	- Объединитесь в группы. Для группы у вас на столах лежат задания, в которых нужно определить количество корней уравнения и		Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;	Проговаривание последовательности действий, высказывание своих предположений	Планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.	Добывание новых знаний, используя современные программн	Взаимооценка

	сигнальные карточки. **Задание для групп: Определите количество корней уравнения $\sin x = a$ на промежутке $(\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{3}]$ в зависимости от параметра а.** Если у вас возникнут вопросы по ходу решения, то поднимите красную сигнальную карточку со знаком вопроса, я подойду, помогу. Если вы справитесь с заданием раньше других, поднимите зелёную карточку с восклицательным знаком, я проверю вашу работу и дам дополнительное задание, а ответственные в группах должны будут отметить на карточке вклад каждого в выполнение задания.	Решают уравнения. Ученик из группы, выполнивший раньше всех работу за крылом доски, выполняет чертеж и записывает ответ, а решение комментирует.		. Формулирование промежуточной задачи, определение последовательности промежуточных целей с учетом конечного результата. Планирование, прогнозирование, поиск и выделение необходимой информации. Умение работать по коллективно составленному плану. Умение вносить необходимые коррективы в действия после его завершения на основе его		ые средства. Установление причинно-следственных связей, построение рассуждений выводов. Умение использовать знаково-символические средства. Моделирование.	

	Дополнительное задание: **<u>Задача с практическим содержанием.</u>** Необходимо построить беседку треугольной формы с заданным углом α, прилежащей к нему стороной, имеющей длину 4 м., и противолежащей стороной на 2 м. больше третьей стороны. При каких значениях α возможны различные модели?			оценки и учета характера ошибок.			
Коррекция знаний	- Итак, попробуем составить алгоритм решения тригонометрических уравнений с параметрами. Вид задания: 1) Определить при каких значениях параметра уравнение имеет решение. 2) Решить уравнение для всех	Составляют алгоритмы: Алгоритм №1: 1. Найти контрольные значения параметра; 2. определить, есть ли решение при контрольных значениях параметра; 3. выразить переменную; 4. определить есть ли решение при других значениях параметра. Алгоритм №2: 1. найти контрольные	Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;	Проговаривание последовательности действий, высказывание своих предположений Умение формулировать промежуточную задачу, определять последовательн	Умение планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками.	Умение добывать новые знания, используя современные программные средства. Установление причинно-	Взаимооценка

	значений параметра. 3) Определить количество корней уравнения на заданном промежутке. - Ребята, кто-нибудь решил дополнительную задачу с практическим содержанием? Давайте её рассмотрим.	значения параметра; 2. определить есть ли решение при контрольных значениях параметра, если есть найти их; 3. выразить переменную; 4. определить, есть ли решение при других значениях параметра, если есть найти их. Алгоритм №3: 1. построить график функции на заданном промежутке; 2. построить прямые $y = a$; 3. найти точки пересечения графиков функции; 4. указать количество корней уравнения. Ученик, справившейся с задачей, комментирует своё решение		ость промежуточных целей с учетом конечного результата. Планирование, прогнозирование, поиск и выделение необходимой информации. Умение работать по коллективно составленному плану. Умение вносить необходимые коррективы в действия после его завершения на основе его оценки и учета характера ошибок.		следственные связи, строить рассуждения выводы. Умение использовать знаково-символические средства. Моделирование.	
Итоги урока	- Обобщим те рекомендации, которые понадобились вам при решении уравнений. В итоге получаем.	Ученики отвечают на вопросы	Умение осуществлять самооценку на основе критерия успешности учебной	Умение оценивать правильность выполнения действия на уровне			Самооценка

	Учитель формулирует начало предложения, а обучающиеся заканчивают его. Варианты ответов предлагаются. Выбираем подходящий.		деятельности.	адекватной ретроспективной оценки.			
Домашнее задание	- Теперь возьмите карточку с домашним заданием, в ней два задания: чтобы справиться с первым, нужно будет вначале найти область значений левого выражения, а второе задание – это задача, обратная той, что решали в группах. И ещё, желающие могут составить задачу с практическим содержанием.		Формировать адекватную самооценку. Смыслообразование, формирование положительного отношения к процессу познания	. Оценка-выделение и осознание обучающимися того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению.	Формулирование собственного мнения и аргументирование его.	Формулирование познавательной цели. Рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.	
Рефлексия	- Подходит к концу наш урок, мне кажется, что сегодня многие из вас сделали хоть маленькое открытие, кто-то решил без ошибок, для кого-то стали яснее методы	Обучающиеся дают ответы, подводя итог урока. «Сегодня я на уроке хорошо понял(а)…» «Сегодня на уроке для меня было важным…»	Смыслообразование, формирование положительного отношения к процессу познания	Оценка-выделение и осознание обучающимися того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению.		Рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельнос	

	решения - Мне хотелось, чтобы вы продолжили предложение написанные на доске. - Спасибо.					ти.	

2.3.3. Занятие 3 "Решение квадратных неравенств с параметром"

Предмет: математика.

Класс: 9 класс.

Тема урока: решение квадратных неравенств с параметром.

Тип урока: комбинированный.

Цели обучения: создание условий для овладения опытом решать квадратные неравенства с параметром.

Планируемые результаты обучения:

Личностные:

- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи;
- умение защищать и отстаивать свое мнение перед другими.

Предметные:

- умение решать квадратные неравенства и проводить анализ решения с учетом значений параметра;

Метапредметные:

- умение самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
- умение адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, её объективную трудность и собственные возможности её решения;
- умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни.

Техники и технологии: системно-деятельностный подход, проблемное обучение, ИКТ

Этапы урока	**Деятельность учителя**	**Деятельность обучающихся**	**Формируемые УУД**				**Формы оценивания**
			Личностные:	***Регулятивные:***	***Коммуникативные:***	***Познавательные:***	

Органи-зационный момент	Работа с журналом. Проверка оборудования. Обращается внимание обучающихся на план урока: 1. Устная работа. 2. Проверочная работа. 3. Исследовательская работа в группах 4. Решение задач. Учитель: Итак, как говорят в известной телевизионной игре о чемоданах и миллионах: у нас все серьезно, все по-честному. Ответы к задачам урока пока знаю только я, но в отличие от этой игры, результат мы узнаем не угадыванием, а с помощью решения задач, исследования.	Проверка рабочих мест	Планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками – определение целей, функций участников, способов взаимодействия Установление связи между учебной деятельностью и ее мотивом.	Умение прогнозировать свою деятельность. Целеполагание. Установление обучающимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом.	Умение с достаточно полнотой и точностью выразить свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации. Умение слушать и понимать речь других, оформлять свои мысли в устной и письменной речи, аргументировать своё мнение и позицию.	Умение формулировать информационный запрос.	

Устная работа	***Решите неравенства: (текст задания заготовлен на доске)*** 1. $x^2 - 6x + 8 < 0$ 2. $x^2 + 5x + 4 \geq 0$ 3. $(x-2)^2 > 0$ 4. $(x+7)^2 \leq 0$ 5. $x^2 + x + 19 < 0$ 6. $x^2 + x + 19 > 0$ 7. $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ Регулирует диалог. Просит дать ответ на задание, предлагая это ученикам из разных групп.	Работа в группах. Проблемный диалог. Задают и отвечают на вопросы.	Умение адекватно реагировать на трудности.	Умение проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположение.	Умение аргументировать свое мнение и позицию.	Умение ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного, структурировать знания, преобразовывать информацию из одной формы в другую).	Поощрение
Анализ домашней работы (провe-рочная) работа по домашнему заданию)	Каждый ученик на столе имеет лист с заданием (для работы с классом это задание записано на отогнутой доске) ***№1. Уравнение $x^2 - ax + 1 = 0$ не имеет действительных корней при всех значениях a, удовлетворяющих условию (подчеркни верный ответ)*** 1) $\|a\| < 2$; 2) $a > 2$; 3) $a \in (-1; 2)$; 4) $a \in (-2; 0)$;	Ученики самостоятельно выполняют задание (индивидуальная работа), затем в группах. Обсуждают Ответ учеников с места (задание № 1 и №2) Можно у доски с выполнением рисунка и подробным ответом с доказательством	Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;	Умение проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположение. Умение формулировать	Умение планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками.	Умение добывать новые знания, используя современные программные средства. Устанавливать причинно-следственные связи, строить рассуждения выводы.	Взаимооценка

	5) $a < -2$ ***№2. Найти все значения параметра a, для которых неравенство $x^2 - 2x + a > 0$ выполняется для любых x (подчеркни верный ответ)*** 1) $a < 1$; 2) $a \geq 1$; 3) $a > 1$; 4) $a > -1$; 5) $a < -1$; Контролирует работу в группах. Спрашивает одного из обучающихся на каждое задание. Выделяет верные ответы к заданиям №1 и №2. Корректирует. Оценивает ответ. Помогает скорректировать цели урока. Записывают в тетрадях число и тему урока.	невозможности других вариантов. Оценивают ответ		промежуточную задачу, определять последовательность промежуточных целей с учетом конечного результата. Планирование, прогнозирование, поиск и выделение необходимой информации. Умение работать по коллективно составленному плану. Умение вносить необходимые коррективы в действия после его завершения на основе		Умение использовать знаково-символические средства. Моделирование.	

				его оценки и учета характера ошибок.			
Подготовка к исследовательской работе	Итак, мы решали квадратные неравенства с параметрами, где вопрос был: при каких значениях a? Решением которых было: любое число или нет решений. Вопрос: Какие решения квадратного неравенства могут быть еще? Обсудите в группах Предлагает одному из обучающихся зарисовать все возможные решения квадратных неравенств на доске. Если он изобразил не все возможные варианты, предлагается это сделать другому ученику. Учитель корректирует. Оценивает ответ.	Работа в группах. Проблемный диалог. Ученик выполняет все рисунки.	Умение осуществлять самооценку на основе критерия успешности учебной деятельности.	Умение оценивать правильность выполнения действия на уровне адекватной ретроспективной оценки.			Самооценка
Новый материал *(исследовательская работа)*	**На доске:** $\boldsymbol{ax^2+bx+c \geq 0}$ $\boldsymbol{a \neq 0}$ $\boldsymbol{ax^2+bx+c \leq 0}$ $\boldsymbol{x_1}$ и $\boldsymbol{x_2}$ **– корни квадратного трехчлена** $\boldsymbol{ax^2+bx+c > 0}$ $\boldsymbol{ax^2+bx+c < 0}$ $\boldsymbol{ax^2+bx+c = 0}$ На доске записаны все виды квадратных неравенств. Мы выяснили, какие могут	Обсуждают. Отвечают. (от a и от $D = b^2 - 4ac$)	Умение адекватно реагировать на трудности.	Умение проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположен	Умение аргументировать свое мнение и позицию.	Умение ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного, структуриро	Поощрение

	быть решения в квадратных неравенствах. Вопрос: От каких величин зависит решение квадратного неравенства? Предлагаю таблицу: (заготовлена основа ранее - либо на доске, либо на большом ватмане и заполнять фломастерами). Показывает способ заполнения на примере двух последних строк. (диалог с обучающимися) Каждой из четырех групп дается задание по заполнению таблицы: I группа – первый столбик II группа – второй III группа – третий IV группа – четвертый Корректирует работу в группах. Вызывает по одному ученику из каждой группы для заполнения таблицы. Оценивание ответа.	Заполняют вместе с учителем таблицу. Работа в группах. Обсуждение. Проблемный диалог. Заполнение таблицы Заполняют таблицу. Слушают. Комментируют и оценивают ответ.		ие.		вать знания, преобразовывать информацию из одной формы в другую).	
Закрепление нового материала	Дополнительное задание: ***Решите неравенство для каждого значения параметра а.*** $(\boldsymbol{a}+\mathbf{2})\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}+\mathbf{2}(\boldsymbol{a}-\mathbf{4})\boldsymbol{x}+\mathbf{2}\boldsymbol{a}+\mathbf{8}<\mathbf{0}$ ***либо (в зависимости от уровня класса)***	Решение индивидуальное, обсуждение в группах	Умение адекватно реагировать на трудности.	Умение проговаривать последовательность	Умение аргументировать свое мнение и позицию.	Умение ориентироваться в своей системе знаний	Поощрение

	сформулируйте конкретные вопросы. (а? решение – любое число; решение – интервал, не имеет решений) Сообщает верный ответ	Обсуждение в группах.		действий, высказывать свое предположение.		(отличать новое от уже известного, структурировать знания, преобразовывать информацию из одной формы в другую).	
Домашнее задание	Полностью заполнить таблицу, осознать ее, выявить связи, закономерности	Записывают домашнее задание, задают вопросы		Умение планировать свою работу		Постановка вопросов	
Итоги урока Рефлексия	Какие цели стояли на уроке? Достиг ли каждый из вас цели урока? Фиксирует проблемы для следующего урока. Корректирует и дополняет их.	Участвуют в обсуждении. Обсуждение в группах. Оценивают результат работы каждого обучающегося в группе, ставят задачи на следующий урок.	Формировать адекватную самооценку. Смыслообразование, формирование положительного отношения к процессу познания	Оценка-выделение и осознание обучающимися того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению.	Формулирование собственного мнения и аргументирование его.	Формулирование познавательной цели. Рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.	

2.4. Апробация разработанного курса

После составления программы факультативного курса «Задачи с параметром» и методических рекомендаций по ее реализации была проведена апробация нескольких занятий курса, а также проведен констатирующий этап эксперимента, целью которого было выявить уровень развития знаний обучающихся по теме «Задачи с параметром», познавательного интереса и навыков работы на уроках математики.

Апробация и эксперимент данного курса проводились на базе МБОУ «Каратузская СОШ» имени Героя Советского Союза Е.Ф. Трофимова. Для осуществления эксперимента были определены контрольная и экспериментальная группы старших классов: 9 «А» класс экспериментальная группа (6 человек) и 9 «Б» класс контрольная группа (6 человек).

Задачей констатирующего этапа педагогического эксперимента являлось выявить уровень развития знаний обучающихся по теме «Задачи

с параметром», развития познавательного интереса и умений работать у старших школьников на уроках математики. Были определены основные критерии и показатели развития познавательного интереса у старших школьников на уроках математики, которые представлены в Таблице 3.

Таблица 3

Содержательная характеристика критериев и показателей уровня развития познавательного интереса по теме «Задачи с параметром»	
Критерии	Показатели
Познавательная активность	Интенсивность вопросов; концентрация внимания; сосредоточенность на вопросе; позитивные эмоциональные переживания и чувства; потребность в интеллектуальных достижениях; делится мнением с одноклассниками, учителем
Познавательная самостоятельность	Интерес к выполнению деятельности; проявление инициативы и самостоятельности в постановке задач и выборе способа реализации задуманного; концентрация внимания; обращение к

	дополнительной литературе
Интерес к учебной деятельности	Интерес к данной деятельности; заинтересованность в процессе действий; привлекательность фактов и явлений; знакомится с дополнительной литературой; делится новыми впечатлениями с одноклассниками, товарищами.

На основе выделенных критериев, а также для аналитической обработки результатов исследования и получения количественных показателей были выделены три уровня сформированности познавательных интересов у старших школьников: низкий, средний и высокий (рис.6).

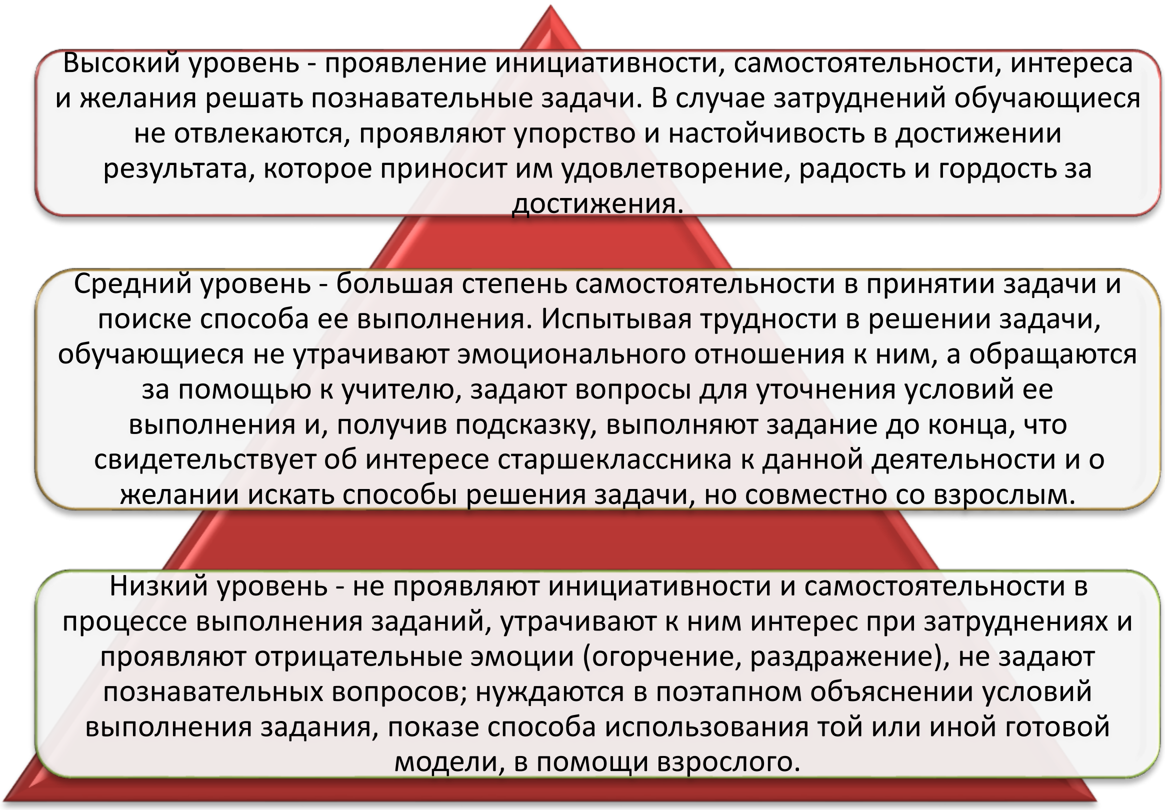


Рис. 6. Уровни сформированности знаний и умений в области задач с параметром

Для экспериментальной работы было использовано три методики:

- Контрольная работа по теме «Задачи с параметром»;
- «Познавательная активность школьника» А.А. Горчинской;
- «Познавательная самостоятельность школьника» А.А. Горчинской.

Методика 1. Контрольная работа по теме «Задачи с параметром».

Результаты исследования знаний школьников по теме «Задачи с параметром» (Задания представлены в Приложении 2)

Рис. 7. Результаты исследования знаний школьников по теме «Задачи с параметром» в экспериментальном классе

Рис. 8. Результаты исследования знаний школьников по теме «Задачи с параметром» в контрольном классе

Методика 2. «Познавательная активность школьника» А.А. Горчинской (Приложение 3).

Цель данной методики: оценить степень выраженности познавательной активности старших школьников к урокам математики.

Для проведения данной методики ученикам были даны бланки с пятью вопросами и возможными тремя вариантами ответов. Старшим школьникам контрольного и экспериментального класса были розданы стандартизированные анкеты, им нужно было выбрать из предъявленных возможных вариантов ответов какой-либо один.

Полученные результаты представлены на рисунке 9.

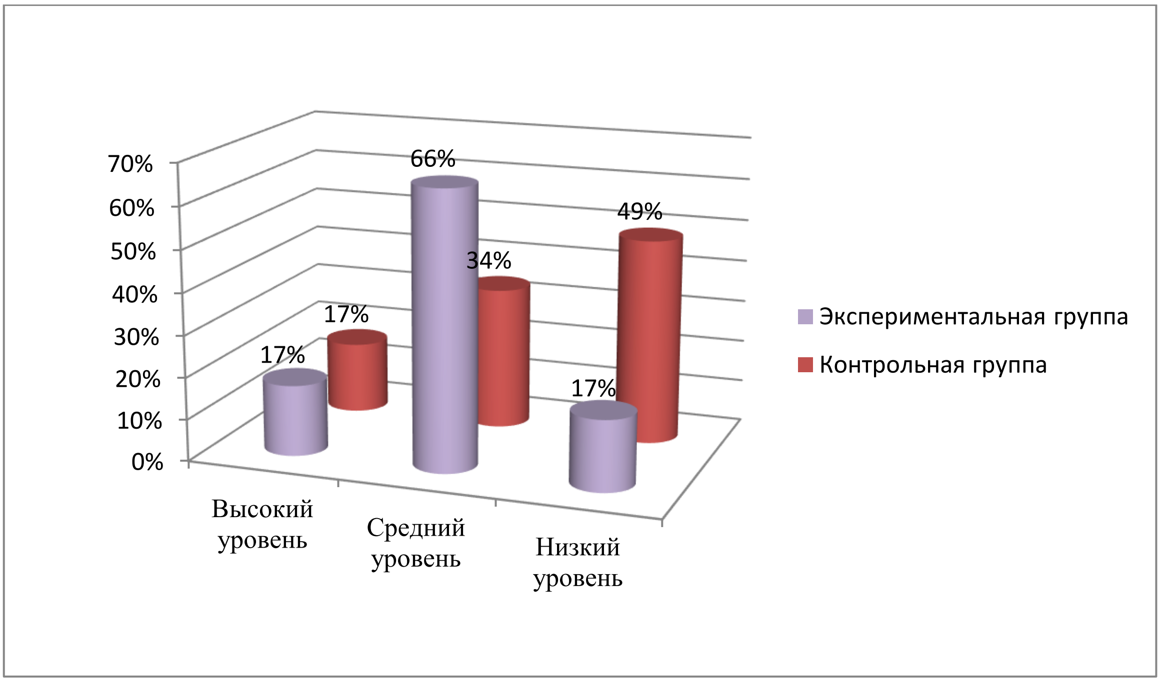


Рис. 9. Уровень сформированности познавательной активности у старших школьников на уроках математики

Анализ исследования показал следующие результаты:

Обучающиеся ответили от 3 до 5 вопросов буквой «а» 3 балла: в 9 «А» классе 17% и в 9 «Б» классе 17%. Это свидетельствует о том, что у обучающихся высокая познавательная активность.

Средний уровень: верные ответы лишь только если ученик ответил от 3 до 5 вопросов буквой «б» 12 балла: в 9 «А» классе 60%, в 9 «Б» классе 34%.

Низкий уровень: если школьник ответил от 3 до 5 вопросов буквой «в» 1 балл: в 9 «А» классе 17%, в 9 «Б» классе 49%.

Анализ диагностики показывает, что показатели высокого уровня у старших школьников экспериментальной группы совпадает с результатами высокого уровня контрольной группы, (показатель среднего уровня в экспериментальной группе выше на 31%, а показатель, с низким уровнем у старших школьников экспериментальной группы ниже на 26%).

Методика 3. «Познавательная самостоятельность школьника» А.А. Горчинской (Приложение 4).

Цель данной методики: выявить степень выраженности познавательной самостоятельности старших школьников на уроках математики.

Для проведения данной методики каждому ученику была роздана заранее подготовленная анкета, с 5 вопросами, имеющими следующие варианты ответов: а) да - 3 балла, б) иногда - 2 балла, в) нет - 1 балл. Ученикам было предложено выбрать один из вариантов ответа, с которым он согласен.

Полученные результаты представлены на рисунке 10.

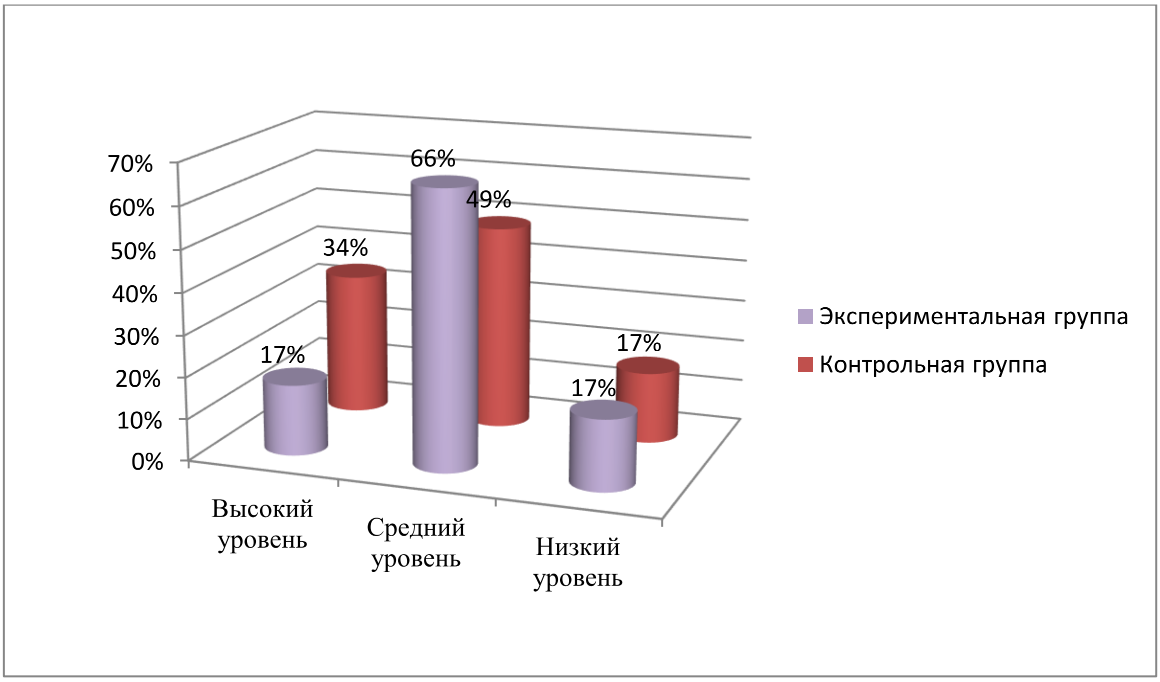


Рис. 10. Уровень выраженности познавательной самостоятельности старших школьников

Анализ результатов исследования показал следующие результаты:

Высокий уровень: если школьник ответил от 3 до 5 вопросов буквой «а»: в 9 «А» классе 17%, в 9 «Б» классе 34%.

Средний уровень: если школьник ответил от 3 до 5 вопросов буквой «б»: в 9 «А» классе 66%, в 9 «Б» классе 49%.

Низкий уровень: если школьник ответил от 3 до 5 вопросов буквой «в»: в 9 «А» классе 17%, в 9 «Б» классе 17 %.

Анализ диагностики показывает, что показатели высокого уровня у старших школьников экспериментальной группы ниже результатов высокого уровня контрольной группы на 17%, показатель среднего уровня в экспериментальной группе выше на 17%, а показатель, с низким уровнем у старших школьников экспериментальной группы и контрольной группы одинаковый.

Как показало проведённое исследование, обучающихся, обладающих высоким уровнем развития познавательного интереса на уроках математики крайне мало.

Далее в экспериментальный класс был внедрен факультативный курс «Задачи с параметром». В результате апробации были проведены занятия по следующим темам: «Решение квадратных уравнений с параметром», «Задачи с параметром. Квадратичная функция», «Квадратные неравенства. Задачи с параметром». Занятия по каждой из перечисленных выше тем содержали определенное количество информации, необходимой для изучения темы, и различные задания, представленные в разной форме и различных уровнях сложности.

На контрольном этапе определим эффективность разработанного факультативного курса. На основе констатирующей и формирующей части эксперимента мною была выдвинута цель контрольного эксперимента: сравнить уровни знаний по теме «Задачи с параметром», познавательного интереса к урокам математики и навыков работы констатирующего и контрольного этапов, сделать выводы.

С обучающимися контрольной и экспериментальной группы был проведен диагностический срез по тем же методикам, что и на констатирующем этапе эксперимента.

Методика 1. Контрольная работа по теме «Задачи с параметром».

Результаты исследования знаний школьников по теме «Задачи с параметрами» представлены на рисунке11 и рисунке 12.

Рис. 11. Результаты исследования знаний школьников по теме «Задачи с параметром» в экспериментальном классе

Рис. 12. Результаты исследования знаний школьников по теме «Задачи с параметром» в контрольном классе

Таким образом, на основе опытно-экспериментального исследования можно сделать вывод, что факультативного курс «Задачи с параметром» значительно повысил уровень знаний школьников экспериментального класса, в то время как уровень контрольного класса остался практически на том же уровне.

На основе анализа результатов методики «Познавательная активность школьника» А.А. Горчинской выявлено, что в экспериментальной группе после реализованного факультативного курса в 9 «А» классе показатели изменились.

Количество обучающихся с высоким уровнем увеличилось на 17%, количество со средним уровнем увеличилось на 17%, с низким уровнем умения понимать какой это предмет, рассказать о нем, где его можно встретить уменьшилось на 17%.

В контрольной группе произошли незначительные изменения. Высокий уровень умения задавать вопросы познавательного характера, рассказа о предмете, выделяя его основные функции повысился до 17%, средний уровень повысился до 17%, низкий уровень снизился до17%.

Сравнительные результаты экспериментальной и контрольной группы представлены на рисунке 13.

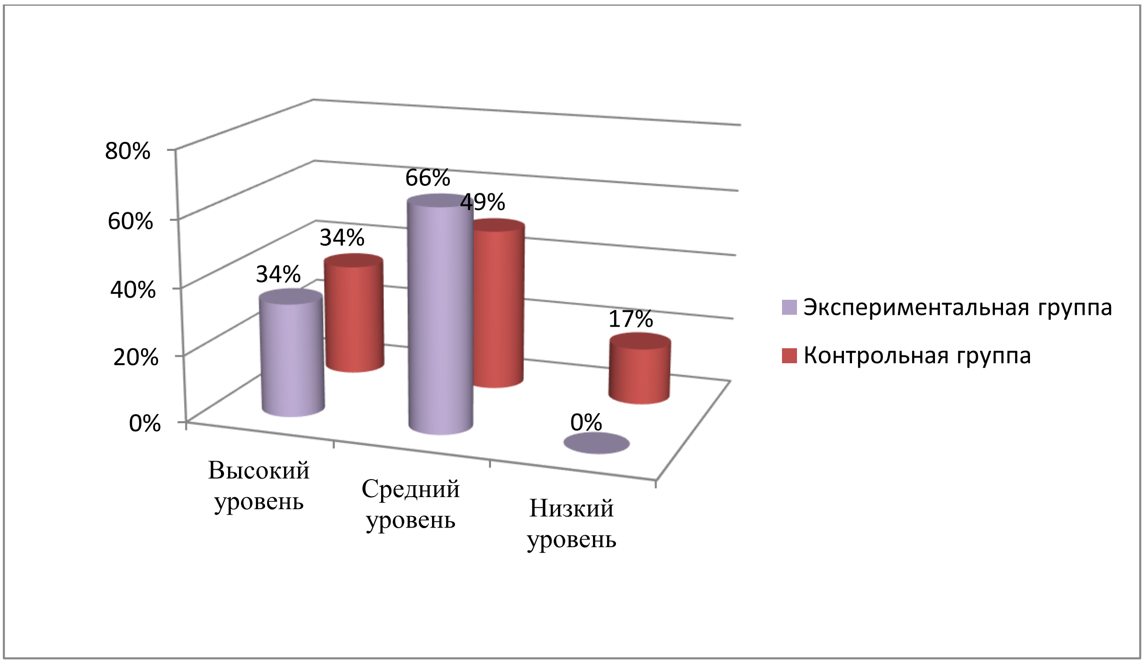


Рис. 13. Динамика изменения уровня развития познавательного интереса на уроках математики по методике «Познавательная активность школьника» А.А. Горчинской

Проведя анализ полученных данных, мы определили, что благодаря проведению разработанного факультативного курса «Задачи с параметром» в экспериментальной группе не осталось обучающихся обладающих низким уровнем сформированности познавательной активности, все они перешли на средний уровень.

Несмотря на то, что обучающиеся, обладающие низким уровнем сформированности познавательной активности, перешли на средний уровень, показатель самого среднего уровня стал 66%. Такие изменения обусловлены тем, что большинство обучающихся, изначально обладающих средним уровнем сформированности классификационных умений, перешли на высокий уровень, который по завершении эксперимента составляет 34% (был 17%). Из таблиц и диаграмм мы видим, что уровень сформированности познавательной активности у старших школьников экспериментальной группы повысился, в то время как уровень сформированности тех же умений у контрольной группы остался практически без изменений (34% - высокий, 49% - средний и 17% - низкий).

После обработки результатов методики «Познавательная самостоятельность школьника » А.А. Горчинской, мы получили следующие данные: в экспериментальной группе после реализованного факультативного курса «Задачи с параметром». Количество обучающихся с высоким уровнем увеличилось на 17%, количество со средним уровнем увеличилось на 17%, а с низким уровнем знаний математики уменьшилось на 17%.

В контрольной группе показатели изменились. Высокий уровень знаний математики увеличился на 17%, средний уровень повысился до 17%, низкий уровень – снизился до 0%.

Сравнительные результаты экспериментальной и контрольной группы представлены на рисунке 14.

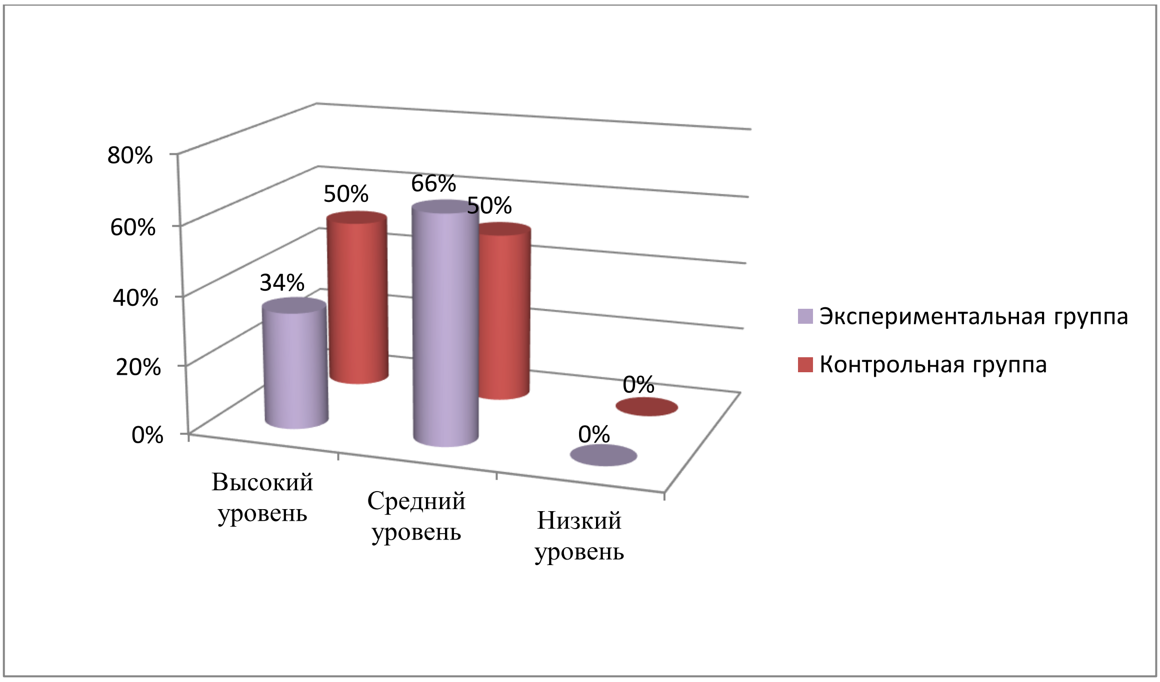


Рис. 13. Динамика изменения уровня познавательной самостоятельности на уроках математики по методике «Познавательная самостоятельность старших школьников» А.А.Горчинской

Как видно из рисунка 13 «Уровни познавательной самостоятельности на уроках математики», у экспериментальной группы показатель низкого уровня упал до 0. Изменения такого рода показывают, что 1 обучающийся перешёл с низкого уровня на средний уровень. Показатель среднего уровня остался прежними 66%, что позволяет нам сделать вывод о том, что у обучающихся, имевших средний уровень познавательной самостоятельности, этот показатель повысился, и они перешли на высокий уровень, который составляет 34%, что на 17% выше, чем на констатирующем этапе проводимого эксперимента.

Таким образом, можно сделать вывод, что факультативный курс «Задачи с параметром» значительно повысил уровень знаний, умений, познавательной активности и познавательной самостоятельности на уроках математики старших школьников экспериментального класса, в то время как уровень контрольного класса остался практически на том же уровне.

Но невозможно судить о данном курсе в целом только по нескольким проведенным его занятиям. Если бы было предоставлено образовательным учреждением, в котором была пройдена педагогическая практика, достаточное количество времени на осуществление апробации разработанного курса, можно было бы составить полный отчет о преимуществах и недостатках курса и возможных изменениях в содержании или его методических рекомендациях.

Выводы по главе II

Таким образом, можно прийти к следующим выводам:

1. В рассмотренных учебниках задачам с параметром уделяется мало внимания, так как решение таких уравнений и неравенств является одним из самых трудных разделов элементарной математики для понимания школьниками. Такое положение является минусом школьного обучения - хотя известно, что такие задания необходимо включать в учебники для развития логического мышления школьников. Содержание материала и требования к обучающимся по теме: «Задачи с параметром» должны определяться, конечно, уровнем математической подготовки всего класса в целом и каждого в отдельности. По интересующим обучающихся вопросам можно организовать дополнительные занятия, кружки и факультативы.

2. К основным принципам отбора содержания факультативных курсов, удовлетворяющие современным требованиям к качеству математической подготовки обучающихся образовательных учреждений, осуществляющих подготовку по физико-математическому профилю, выявленные нами в ходе теоретического анализа и, исходя из собственного опыта работы. К ним можно отнести: принцип дополнительности, принцип дифференциации, принцип проблемности, принцип междисциплинарности, принцип практико-ориентированности. А также к принципам отбора содержания обучения математике в рамках факультативов можно отнести общеизвестные дидактические принципы: принцип сознательности и активности; принцип наглядности, принцип прочности, принцип доступности, принцип научной и практической значимости, принцип соответствия содержания учебно-методическому обеспечению, принцип использования моделей поэтапного решения математических задач, принцип всеобщность и непрерывность математического образования на всех ступенях образования и принцип перспективности содержания образования, организационных форм и методов обучения.

Описанные выше принципы были реализованы при отборе содержания факультативного курса «Задачи с параметрам» для обучающихся 9 класса.

3. Мною был разработан факультативный курс, целью которого является создание условий для расширения знаний по решению текстовых задач с параметром. В результате изучения курса обучающиеся должны знать: понятие параметра; алгоритмы решений задач с параметром; зависимость количества решений неравенств, уравнений и их систем от значений параметра; свойства решений уравнений, неравенств и их систем; свойства функций в задачах с параметром и уметь решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств с параметром; применять стандартные задачи с квадратным трехчленом (расположение точек относительно корней) к решению более сложных параметрических задач;

использовать свойства функций и их графиков при решении задач с параметром.

4. В ходе апробации было выявлено, что факультативный курс «Задачи с параметром» значительно повысил уровень знаний, умений, познавательной активности и познавательной самостоятельности на уроках математики старших школьников экспериментального класса, в то время как уровень контрольного класса остался практически на том же уровне.

Заключение

Таким образом, факультативный курсы по математике – это не обязательные для посещения старшеклассниками курсы по выбору, целями которых является развитие, дополнение, углубление содержания базового и профильного курсов математике, удовлетворение познавательных интересов школьников, развитие различных сторон математического мышления, воспитание мировоззрения и личностных качеств средствами углублённого изучения математике.

Задачи с параметром один из труднейших разделов школьного курса математики, в котором, кроме использования определенных алгоритмов решения уравнений и неравенств, приходится обдумывать, по какому признаку нужно разбить множество значений параметра на классы. Следить за тем, чтобы не пропустить какие-либо тонкости.

К сожалению, на сегодняшний день, подготовить даже очень сильных обучающихся к выполнению задач с параметром на уроках в условиях базовой школы не представляется возможным. Для этого необходим акцент на развитие вариативности математического образования, серьезная кружковая, факультативная и т. п. работа под руководством специально подготовленных преподавателей.

Разработанный факультативный курс «Задачи с параметром» значительно повысил уровень знаний, умений, познавательной активности и познавательной самостоятельности на уроках математики старших школьников экспериментального класса, в то время как уровень контрольного класса остался практически на том же уровне. В ходе выполнения данного исследования были получены следующие результаты:

1) произведен анализ литературы, содержание которой включает основные аспекты модернизации отечественного образования, а также ряда школьных учебников, рекомендованных при изучении математики в 7-9 классах;

2) раскрыто понятие и сущность факультативных курсов, а также выявлены основные требования к их организации;
3) сформулированы основные принципы отбора содержания факультативного курса и дана их краткая характеристика;
4) составлена программа факультативного курса «Задачи с параметром», состоящая из пояснительной записки, методического планирования и методических рекомендации нескольких ее занятий;
5) частично реализована апробация данного курса по выбору на базе Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Каратузская СОШ» имени Героя Советского Союза Е.Ф. Трофимова. Темы нескольких занятий факультативного курса для апробации были выбраны самостоятельно и реализованы в соответствии с методическими рекомендациями, указанными в данной работе.
6) в итоге, можно сделать вывод о том, что выдвинутая гипотеза была частично подтверждена. К сожалению, из-за недостатка времени не удалось провести полностью все занятия разработанного курса по выбору. Но, как показали результаты проведенных занятий курса, данный курс будет способствовать развитию метапредметных результатов, повышению качества математической подготовки обучающихся. Поэтому данный курс является полным и эффективным для его реализации в 9-х классах образовательных учреждений.

Библиографический список

1. *Амелькин В.В.* Задачник с параметрами. Минск: Асар, 2004. 150 с.
2. *Артюхова И.С.* Проблема выбора профиля обучения в старшей школе // Педагогика. 2004. № 2. С. 28–33.
3. *Богатырев С.В., Неценко Ю.Н., Шаповалова Т.П.* Тренировочные материалы для подготовки к ЕГЭ по математике: учебное пособие / под ред. С.В. Богатырев. Самара: ГО СИПКРО, 2016. 187 с.
4. *Болотов В.А.* Перспективы перехода школы на профильное обучение // Воспитание школьников. 2004. № 1. С. 2–8.
5. *Вавилов В.В.,* Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко Л.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства: справочное пособие / под ред. В.В. Вавилов. М.: 2011. 195 с.
6. *Воробьев В.В.* Элективный курс «Задачи с параметрами». Омск: Изд-во ОмГПУ, 2004. 16 с.
7. *Галицкий М.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И.* Сборник задач по алгебре. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением курса математики / под ред. М.Л. Галицкий. М.: Просвещение, 2005. 116 с.
8. *Галицкий М.Л., Гольдман А.М., Звавич Л.И.* Сборник задач по алгебре: учебное пособие / под ред. М.Л. Галицкий. М.: 2014. 99 с.
9. *Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Шноль Э.Э.* Функции и графики (основные приёмы) / под ред. И.М. Гельфанд. М.: МЦНМО, 2006. 120 с.
10. *Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якин М.С.* Задачи с параметрами. 3-е изд. доп. и перераб. / под ред. П.И. Горнштейн. М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2005. 328 с.
11. *Гузеев И.С.* Содержание образования и профильное обучение в старшей школе // Нар. образование. 2002. № 9. С. 113–123.

12. *Далингер В.А.* Начала математического анализа: Типичные ошибки, их причины и пути предупреждения: Учебное пособие. Омск: Изд-во «Полиграфист», 2002. 158 с.
13. *Далингер В.А.* Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике: Учебное пособие. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2005. 456 с.
14. *Далингер В.А., Толпекина Н.В.* Организация и содержание поисково-исследовательской деятельности учащихся по математике: Учебное пособие. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2004. 264 с.
15. *Дворянинов С.В.* Функции, графики, задачи с параметром. Самара: 2009. 125 с.
16. *Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х.* Пособие по математике для поступающих в ВУЗы. М., Наука 1976. 56 с.
17. *Дорофеев Г.В., Затахавай В.В.* Решение задач, содержащих параметры / под ред. Г.В. Дорофеев. М.: Науч. пед. об-ние «Перспектива», 2010. 137 с.
18. *Звавич Л.И., Шляпочник Л.Я., Чинкина М.В.* Алгебра и начала анализа. 8 – 11 классы: пособие для школ и классов с углубленным изучением математики / под ред. Л.И. Звавич. 2-е изд. М.: Дрофа. 2013. 145 с.
19. *Ивлев Б.М., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П., Шварцбург С.И.* Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа / под ред. Б.М. Ивлев. М.: 1990. 69 с.
20. *Каспржак А.Г.* Элективные курсы в профильном обучении. Национальный фонд подготовки кадров, 2010. 96 с.
21. *Качалова Г.А.* Методический анализ школьных учебников по алгебре (7 – 9 классов) в контексте содержательно-методической линии «Задачи с параметрами» / под ред. Г.А. Качалова. // Молодой ученый. 2013. № 2. С. 376–378.
22. *Клейн Ф.* Элементарная математика с точки зрения высшей. М.: Наука. 1987. 59 с.

23. *Колесникова С.И.* Подготовка к ЕГЭ. Математика. Решение сложных задач ЕГЭ / под ред. С.И. Колесникова. М.: 2015. 74 с.
24. *Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. и др.* Алгебра: 7, 8, 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2012.
25. Концепция профильного обучения старшей ступени общего образования: офиц. док. в образовании. 2002. 40 с.
26. *Крутихина М.В.* Элективные курсы по математике: учеб. метод. Рекомендации / под ред. М.В. Крутихина, З.В. Шилова. Киров: 2006. 40 с.
27. *Кузнецов А.А.* Базовые и профильные курсы: цели, функции, содержание / под ред. А.А. Кузнецов // Педагогика. 2004. № 2. С. 2–33.
28. *Локоть В.В.* Задачи с параметрами. Иррациональные уравнения, неравенства, системы, задачи с модулем: учебное пособие / под ред. В.В. Локоть. М.: 2010. 69 с.
29. *Лысенко Ф.Ф., Калабухова С. Ю.* Математика. Подготовка к ЕГЭ – 2016. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2016 год: учебно-методическое пособие. Ростов-на-Дону: Легион, 2015. 352 с.
30. *Макарычев Ю.Н.* Алгебра: 7, 8, 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / под ред. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк [и др.]. М.: Мнемозина, 2015
31. *Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.* Алгебра: 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений. М.: ВЕНТАНА-ГРАФ, 2014.
32. *Мирошин В.В.* Решение задач с параметрами. Теория и практика. М.: Издательство «Экзамен», 2009. 286 с.
33. *Митрофанова Т.К., Макаренко Т.А.* Анализ математического образования в школе // Научно-методический электронный журнал

«Концепт». 2016. Т. 43. С. 195–196. [Электронный ресурс]. URL: http://e-koncept.ru/2016/76450.htm (дата обращения 25.03.2018).

34. *Мордкович А.Г.* Алгебра 7, 8, 9, 10-11. Учебник. М.: Мнемозина 2005. 92 с.
35. *Мордкович А.Г.* Алгебра: 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / под ред. А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинсккая [и др.]. М.: Мнемозина, 2015. 160 с.
36. *Муравин Г.К., Муравин К.С., Муравина О.В.* Алгебра: 7, 8, 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Дрофа, 2015.
37. *Немов Р.С.* Психология: в 3 кн., кн. 2: Психология образования. М.: ВЛАДОС, 2002. 200 с.
38. *Никольский С.М.* Алгебра: 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / под ред. С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников [и др.]. М.: Московские учебники, 2014.
39. *Потапов М.К.* Математика. Методы решения задач / под ред. М.К. Потапов, С.Н. Олехник, Ю.В. Нестеренко. М.: Дрофа, 1995.
40. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. N 413 г. Москва "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования" [Электронный ресурс]. URL: http://edu7.edusite.ru/DswMedia/gosudarstvennyiystandartobshaegoobrazovaniya.pdf (дата обращения 20.02.2018).
41. *Саакян С.М.* Задачи по алгебре и началам анализа / под ред. С.М. Саакян, Л.М. Гольдман, Д.В. Денисов. М., 2009. 78 с.
42. *Теляковский С.А.* Алгебра: 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2015.
43. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]. URL: http://минобрна уки.рф/ документы/336 (дата обращения: 10.03.2018)

44. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации». Статья 7. Полномочия Российской Федерации в сфере образования, переданные для осуществления органам государственной власти субъектов Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: http://zakonobobrazovanii.ru/glava-1/statya-7 (дата обращения: 10.03.2018)
45. Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ [Электронный ресурс]. URL: http://минобрнауки.рф/документы/2974 (дата обращения 20.02.2018).
46. *Цыганов Ш.В.* Квадратный трехчлен и параметры. Математика. № 5. 1999. 49 с.
47. *Черкасов О.Ю.* Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену / под ред. О.Ю. Черкасов, А.Г. Якушев. М.: Рольф, 2015. 58 с.
48. *Шарыгин И.Ф.* Факультативный курс по математике. Решение задач: учебное пособие для 10 – 11 кл. средней школы / под ред. И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев. М.: Просвещение, 2014. 87 с.
49. *Шевкин А.В.* Задачи с параметром. Линейные уравнения и их системы: 8 – 9 классы. М.: ТНД «Русское слово – РС», 2011. 77 с.
50. *Ястребинецкий Г.А.* Уравнения и неравенства, содержащие параметры: пособие для учителей. М.: Просвещение, 2000. 128 с.

Приложение А

Контрольная работа «Задачи с параметром»

<table>
<tr>
<td>
Зачетная контрольная работа:
«Решение задач с параметрами»
1 вариант

Уровень А:
1. При каких значениях параметра a все решения уравнения
$3|x + 2a| - 3a + x - 15 = 0$
удовлетворяют неравенству $4 \leq x \leq 6$?

2. Найти все значения параметра a, при каждом из которых уравнение
$(a - 4)x^2 - 3ax + a - 2 = 0$
имеет два корня разных знаков.

Уровень В:
1. Найти все значения параметра a, при каждом из которых ровно одно решение неравенства
$x^2 + (1 - 3a)x + 2a^2 \leq 2$
удовлетворяет неравенству
$ax(x - 5 + a) \geq 0$.

Уровень С:
1. Найдите графически в зависимости от значений параметра c число корней уравнения $\big||2x - 1| - |x - 1|\big| = c$. При каких значениях c уравнение имеет четыре корня? Найдите эти корни.
</td>
<td>
Зачетная контрольная работа:
«Решение задач с параметрами»
2 вариант

Уровень А:
1. Найти все значения параметра a, при каждом из которых уравнение
$4x - \big|3x - |x + a|\big| = 9|x - 1|$
имеет хотя бы один корень.

2. Найти все значения параметра a, при которых уравнение
$x^2 - (4a + 3)x + 3a + 4 = 0$
имеет два корня разных знаков, модуль каждого из которых меньше 5.

Уровень В:
1. Найти все a, при каждом из которых любое решение неравенства
$x^2 - (4a + 4)x + 3a^2 + 12a \leq 0$
удовлетворяет неравенству
$x(x + a + 1) \geq 0$.

Уровень С:
1. В зависимости от значений параметра k найдите число корней уравнения $|x - 1| - |2x + 1| + x = kx - 1$. При каких значениях k уравнение имеет три корня? Найдите эти корни.
</td>
</tr>
</table>

Приложение Б

Методика «Познавательная активность школьника» А.А. Горчинской

Цель: оценить степень выраженности познавательной активности старших школьников.

Возраст: старшая ступень.

Форма (ситуация оценивания): индивидуальное анкетирование ученика

Методика проводится в форме анкетирования.

Описание задания: был взят бланк с пятью вопросами, имеющими возможные варианты ответов. Старшим школьникам контрольного и экспериментального класса были розданы бланки стандартизированной анкеты, и было предложено выбрать из предъявленных возможных вариантов ответов какой-либо один.

Материал: бланк ответов, анкета.

Анкета

1. *Нравится ли тебе выполнять творческие задания?*
   а) да;
   б) иногда;
   в) нет.
2. *Что тебе нравится, когда задан вопрос на сообразительность?*
   а) помучиться, но самому найти ответ;
   б) когда как;
   в) получить готовый ответ от других.
3. *Много ли ты читаешь дополнительной литературы?*
   а) постоянно много;
   б) иногда много, иногда ничего не читаю;
   в) читаю мало.
4. *Что ты делаешь, если при изучении какой то темы у тебя возникли вопросы?*
   а) всегда нахожу на них ответ;
   б) иногда нахожу на них ответ;

в) не обращаю на них внимания.

5. *Что ты делаешь, когда узнаешь на уроке что-то новое?*

а) стремишься с кем-нибудь поделиться (с близкими, друзьями);

б) иногда тебе хочется поделиться этим с кем-нибудь;

в) ты не станешь об этом рассказывать.

Критерии оценивания:

Если учащийся ответил от 3 до 5 вопросов буквой «а», это свидетельствовало о высоком уровне познавательной активности.

Если ученик ответил от 3 до 5 вопросов буквой «б» это свидетельствовало о среднем уровне познавательной активности.

Если школьник ответил от 3 до 5 вопросов буквой «в» свидетельствовало о низком уровне познавательной активности.

Приложение В

Методика «Познавательная самостоятельность старшего школьника» А.А. Горчинской

Цель: выявить степень выраженности познавательной самостоятельности старших школьников.

Форма (ситуация оценивания): индивидуальное анкетирование ребенка Методика проводится в форме анкетирования.

Описание задания: для проведения данной методики была подготовлена анкета с 5 вопросами, имеющими следующие варианты ответов: а) да, б) иногда, в) нет. Каждому школьнику была роздана анкета, и было предложено выбрать один из ответов, с которым он согласен.

Материал: бланк ответов, анкета.

Анкета

1. *Стремишься ли ты самостоятельно выполнять домашнее задание?*

А) да;

Б) иногда;

В) нет.

2. *Стремишься ли ты самостоятельно найти дополнительный материал по теме урока?*

А) да;

Б) иногда;

В) нет.

3. *Самостоятельно ли ты, без напоминаний, садишься за выполнение домашнего задания?*

А) да;

Б) иногда;

В) нет.

4. *Умеешь ли ты высказывать своё мнение, и отстаивать точку зрения?*

А) да;

Б) иногда;

В) нет.

5. *Стремишься ли ты самостоятельно расширять свои знания, если тема тебя заинтересовала?*

А) да;

Б) иногда;

В) нет.

Критерии оценивания:

Если школьник ответил от 3 до 5 вопросов буквой «а» это говорило о высоком уровне познавательной самостоятельности.

Если школьник ответил от 3 до 5 вопросов буквой «б» это говорило о среднем уровне познавательной самостоятельности.

Если школьник ответил от 3 до 5 вопросов буквой «в» это говорило о низком уровне познавательной самостоятельности.