

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет/филиал Институт математики, физики информатики
(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая(ие) кафедра(ы) Кафедра математического анализа и методики
обучения математике в вузе
(полное наименование кафедры)

Дудник Марина Сергеевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема **ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ
ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ
КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ
РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7–9 КЛАССОВ**

Направление подготовки/специальность 44.03.01
(код направления подготовки/код специальности)

Профиль Математика
(наименование профиля для бакалавриата)



ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой: д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

21.06.2018
(дата, подпись)

Руководитель: канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

21.06.2018
(дата, подпись)

Дата защиты 21.06.2018

Обучающийся М.С. Дудник
(фамилия, инициалы)

21.06.2018
(дата, подпись)

Оценка _____

(прописью)

Красноярск 2018

Содержание

Введение.....	3
ГЛАВА 1. ДИДАКТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7–9 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОЙ ЛИНИИ ...	8
1.1. Математическое образование на современном этапе	8
1.2. Метапредметные результаты обучения математике	17
1.3. Функционально-графическая линия школьного курса математики и ее прикладное содержание.....	23
Выводы по первой главе.....	34
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРАКТИКО- ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ	36
2.1. Комплекс практико-ориентированных задач функционально- графического содержания	36
2.2. Фрагменты уроков математики с использованием практико- ориентированных задач.....	53
2.3. Итоги опытно-инструментальной проверки сформированности уровня метапредметных результатов.....	66
Выводы по второй главе	70
Заключение	71
Библиографический список	73
Приложение 1. Входная диагностика.....	79
Приложение 2. Самостоятельная работа «Линейная функция».....	80
Приложение 3. Анкета для обучающихся 8 класса	81
Приложение 4. Лист рефлексии для обучающихся 8 класса.....	83

Введение

Модернизация образования последних лет порождает новые подходы к организации учебно-воспитательного процесса, поэтому сегодня одним из приоритетных направлений является подготовка обучающихся к реальной жизни: общество нуждается в людях, способных верно трактовать усвоенные знания и умения в соответствии с окружающими обстоятельствами. Именно поэтому важнейшей задачей школьного обучения государство называет формирование новых образовательных результатов.

К числу планируемых результатов освоения основной образовательной программы отнесены предметные, метапредметные и личностные результаты. Особое значение приобретают метапредметные, в основе которых лежит формирование универсальных учебных действий (УУД): познавательных, регулятивных, коммуникативных, личностных. Их универсальность проявляется в возможности широкого применения в различных сферах деятельности. Следовательно, для формирования таких умений необходимо усиление практико-ориентированной направленности в обучении.

Согласно данным международных исследований TIMSS и PISA, российские обучающиеся владеют предметным содержанием на довольно высоком уровне, но значительно хуже справляются с заданиями, нагруженными контекстной информацией, жизненным сюжетом. Для решения заданий PISA учащиеся должны владеть умением моделирования, т.е. должны уметь строить математическую модель повседневной ситуации, – такое умение относится к ряду метапредметных познавательных УУД. Причем данная тенденция проявляется и в случае математики, и в случае дисциплин естественно-научного цикла. Но все же одной из главных учебных дисциплин была и остается математика – это фундаментальная наука, методы которой активно применяются во многих естественных дисциплинах; невозможными стали бы сегодня развитие технологий и познание природы без математики. Государство пытается оптимизировать математическое образование: обязывает учителей проходить курсы повышения квалификации, разделяет ЕГЭ на базовый

и профильный уровни, делаются попытки изменить содержание образования в пользу практической направленности. Причем последняя проблема не является новой – темой прикладной направленности обучения математике в разное время занимались как математики, так и методисты: С.С. Варданян, Н.Я. Виленкин, Г.Д. Глейзер, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев, Ю.М. Колягин, Я.И. Перельман, Н.А. Терешин, Ю.Ф. Фоминых и др. Практико-ориентированная направленность обучения математике предполагает ориентацию его содержания и методов на тесную связь с жизнью, основами других наук, на подготовку обучающихся к использованию математических знаний в предстоящей профессиональной деятельности, на широкое применение в процессе обучения информационно-коммуникационных технологий.

Согласно результатам PISA 2015 г., российские обучающиеся наименее успешно справились с заданиями следующих предметных областей: «Изменение и зависимости», «Количество» и «Неопределенность и данные». Школьное математическое содержание этих областей соответствует разделам «Алгебра», «Функции», «Арифметика» и «Вероятность и статистика», представленным в курсе алгебры основной школы. То есть при исследовании вопросов использования практико-ориентированных задач следует обратить особое внимание именно на аспекты использования контекста в курсе алгебры. Одной из главных содержательных линий в математике является функционально-графическая, пропедевтическое изучение которой начинается в 5 классе, а систематическое продолжается до 11 класса. С одной стороны, функция – одно из основных понятий математики, на котором держатся многие внутрипредметные связи, а с другой – модель многих реальных процессов. Именно поэтому практико-ориентированной направленности раздела «Функции» стоит уделить особое внимание.

Сегодня выделяют следующие основные методики практико-ориентированного обучения математике: практические и лабораторные работы, лекции и краткие информационные сообщения, учебные исследовательские проекты, курсы по выбору. Важно отметить, что в основе любой из пе-

речисленных форм работы лежит текстовая практико-ориентированная задача, однако современные учителя упускают этот момент, так как не могут найти нужных задач в учебно-методических комплексах (УМК) – наиболее распространенные учебники предлагают в большей степени теоретический курс и комплекс типовых задач для его закрепления. Почти все текстовые задачи в учебниках представлены в контексте денежных операций или движения и направлены на формирование лишь определенного способа действий. Поэтому актуальной для современной школы проблемой является разработка задач, предполагающих практико-ориентированное обучение.

Проблема исследования обусловлена противоречиями между необходимостью формирования способности обучающихся применять математические знания и умения на практике и отсутствием в основной школе достаточного количества практико-ориентированных задач, которые бы способствовали формированию метапредметных образовательных результатов обучающихся.

Цель исследования: разработать и апробировать комплекс практико-ориентированных задач функционально-графического содержания для повышения у обучающихся 7–9 классов уровня сформированности метапредметных результатов.

Объект исследования: процесс обучения математике в 7–9 классах.

Предмет исследования: практико-ориентированные задачи функционально-графического содержания как средство формирования метапредметных результатов.

Гипотеза исследования заключается в том, что систематическое использование на уроках математики комплекса практико-ориентированных задач функционально-графического содержания позволит обучающимся достичь более высокого уровня сформированности метапредметных результатов: умения видеть и создавать математические модели, представляя их графически или знаково-символически, находить причинно-следственные связи

и строить цепочки логических рассуждений, искать информацию и выбирать эффективный способ решения.

В соответствии с целью и гипотезой исследования были поставлены следующие **задачи**.

1) На основе анализа научно-методической литературы и нормативных документов охарактеризовать проблемы современного математического образования и особенности практико-ориентированной направленности обучения математике на современном этапе.

2) Описать структуру метапредметных образовательных результатов и определить, какие универсальные учебные действия формируются при решении практико-ориентированных задач по математике.

3) Разработать комплекс практико-ориентированных задач функционально-графического содержания, направленных на формирование метапредметных результатов обучающихся 7–9 классов.

4) Провести опытно-экспериментальную работу и выявить динамику уровня сформированности предметных и метапредметных образовательных результатов.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и библиографического списка.

Во введении обоснована актуальность работы, обозначены основные методологические положения исследования.

В первой главе рассмотрены особенности современного математического образования – проблемы, пути их устранения, новые образовательные результаты, а также проведено исследование функционально-графического содержания современных учебно-методических комплектов на предмет наличия практико-ориентированных задач. Определены универсальные учебные действия, составляющие метапредметные образовательные результаты, которые могут быть сформированы у обучающихся в процессе решения практико-ориентированных задач.

Во второй главе представлен комплекс практико-ориентированных задач функционально-графического содержания, представлены методические разработки уроков по алгебре с использованием практико-ориентированных задач, а также экспериментальная проверка эффективности использования данных задач и анализ полученных результатов.

ГЛАВА 1. ДИДАКТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7–9 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО- ГРАФИЧЕСКОЙ ЛИНИИ

1.1. Математическое образование на современном этапе

В советское время образование носило жесткий, строго установленный порядок – по всей стране действовали единые законы как прописного характера, так и нет: одни и те же учебные предметы, нагрузка, единая система учебников, проведение контрольных и экзаменов в одни дни и т.д. Однако с тех пор произошли коренные перемены внутри государства, общества и извне: рождаются и развиваются различные науки, появляются инновационные подходы к дифференциации обучения, составляются новые учебные пособия, меняется само общество, возникает все больше требований для каждого уровня образования. В течение прошедшего времени образование сменило характер на вариативный, в связи с чем потребовалось упорядочить систему образования на каждой его ступени по всей стране. Именно с этой целью в 1992 году был введен Закон РФ «Об образовании», где в статье 7 впервые рассматривалось понятие государственного образовательного стандарта. Сейчас действует принятый в 2012 году новый Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации», согласно которому федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) – это совокупность обязательных требований к образованию определенного уровня и (или) к профессии, специальности и направлению подготовки, утвержденных федеральным органом исполнительной власти, осуществляющим функции по выработке государственной политики и нормативно-правовому регулированию в сфере образования [44].

В 2010 г. в РФ для основного общего образования был принят ФГОС второго поколения. В данном стандарте с учетом возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся (включая обучающихся с ограниченными возможностями здоровья) описаны требования к результатам освоения программы образования, а также к ее структуре и реализации. Ключевым момен-

том ФГОС является то, что он предполагает достижения обучающимися не только предметных, но и личностных результатов обучения, имеющих метапредметный характер [43].

Методологическую основу стандарта представляет системно-деятельностный подход (СДП). Суть СДП заключается не в том, что обучающийся должен усвоить знания, данные им учителем в готовом виде (как это осуществлялось в традиционной системе образования), а в том, что он сам должен открыть это знание в процессе собственной деятельности [39]. Школа должна сделать учеников мобильными, подготовить их к постоянным переменам, так как никому неизвестно, каким будет мир через 20 лет (а именно столько составляет период образования от дошкольного до высшего). Поэтому благодаря СДП «мы получаем» не человека с багажом предметных знаний, умений и навыков, а развитую на основе освоения универсальных учебных действий (УУД) личность, способную применить эти действия в реальной жизни.

Сегодня ведется немало споров относительно того, как ФГОС и обучение с позиции СДП реализуются в общеобразовательных школах, а особенно на базовых предметах, таких, как русский язык и математика. В педагогической науке в последние годы было выдвинуто множество новых идей, инноваций, творческих подходов, удовлетворяющих современным требованиям. В связи с этими изменениями меняются цели, содержание, формы и методы обучения и воспитания, постепенно происходит переход школы от традиционной к гуманистической парадигме образования, образование теперь направлено на становление и развитие личности, раскрытия ее возможностей, способностей и талантов. Процессы модернизации образования не успевают за требованиями времени, но вместе с тем в современном российском образовании накоплен огромный потенциал: достижения психолого-педагогической науки и опыт педагогических инноваций, авторских школ и учителей-новаторов, результаты психолого-педагогических исследований постоянно требуют обобщения и систематизации [37].

Цели математического образования также сменили позиции: вместо образовательных, воспитательных и развивающих пришли предметные, метапредметные и личностные. Структуру содержания математического образования сейчас представляют:

- знания о человеке, обществе, технике, мышлении и способах деятельности;
- опыт осуществления коммуникативной, умственной, физической и трудовой деятельности, обеспечивающей формирование интеллектуальных, трудовых и прочих умений, навыков;
- опыт творческой и поисковой деятельности;
- опыт эмоционально-ценностного отношения к деятельности и ее объектам.

Оспаривать значение математического образования не приходится: оно необходимо каждому человеку ввиду технического прогресса; оно вносит свой вклад в формирование общей культуры человека, в частности, оно выступает средством развития логического мышления, развивает воображение, пространственное мышление, интуицию; эстетически воспитывает; развивает практические навыки. Повышение качества подготовки специалистов любых отраслей науки, образования и производства возможно лишь благодаря опоре на высокий уровень математической подготовки еще в школе. Математика выступает в роли главного «средства интеллектуального развития» [45]. Следовательно, для улучшения качества обучения требуется рационализация математического образования. С этой целью в 2013 г. в РФ была принята Концепция развития математического образования. Рассмотрим основные современные проблемы обучения математике, выделенные в концепции и возможные пути их решения [22].

1. Проблемы мотивационного характера.

Сегодня большинство обучающихся средней и старшей школ не имеют мотивацию к обучению, и главный их мотив, цель – сдать основной государственный экзамен (ОГЭ) в 9 классе и единый государственный экзамен (ЕГЭ)

в 11 классе. При этом задания аттестации не соответствуют фактическому уровню подготовки большинства обучающихся, на что влияют и перегруженность образовательных программ, и их устаревшее содержание, и отсутствие учебных программ, отвечающих потребностям обучающихся.

Одним из средств решения этой проблемы явился технологический подход в образовании, то есть реализация учителем различных педагогических технологий [37]. Педагогическая технология – совокупность психолого-педагогических установок, определяющих специальный набор и компоновку форм, методов, способов, приемов обучения, воспитательных средств; она есть организационно-методический инструментарий педагогического процесса [25]. Современные образовательные технологии ориентированы на индивидуализацию, дистанционность и вариативность образовательного процесса, академическую мобильность обучаемых, независимо от возраста и уровня образования. В современной школе на первое место выходит личность ребенка и его деятельность [53]. Поэтому среди приоритетных технологий можно выделить такие, как:

- проблемное обучение – технология, предполагающая создание проблемных ситуаций и активную познавательную деятельность обучающихся по поиску и решению сложных вопросов, требующих актуализации знаний, анализа, умения видеть за отдельными фактами и явлениями их сущность, управляющие ими закономерности.
- метод проектов– это способы организации самостоятельной деятельности обучающихся по достижению определенного результата. Отличается от проблемного обучения тем, что деятельность обучающихся носит характер проектирования, подразумевающего получение конкретного (практического) результата и его публичного предъявления.
- игровые технологии – это методы организации и проведения на уроках педагогических (деловых, ролевых) игр. Педагогическая игра обладает существенным признаком – четко поставленной обучающей целью и соответствующими ей педагогическими результатами, которые могут быть обос-

нованы, выделены в явном виде и характеризуются учебно-познавательной направленностью.

- кейс-метод (кейс-стади, метод кейсов) – это обучение с помощью анализа конкретных ситуаций. Отличительной особенностью метода кейс-стади является создание проблемной ситуации на основе фактов из реальной жизни.
- метод мозгового штурма – метод поиска и получения новых идей путем творческого сотрудничества отдельных членов организованной группы.
- коллективный способ обучения – способ организации обучения, при котором оно осуществляется путем общения в «динамических парах» (со сменным составом), когда каждый учит (проучивает) каждого.
- индивидуально-ориентированная система обучения – такая организация учебного процесса, при которой индивидуальный подход, индивидуализация обучения и индивидуальная модель взаимодействия учителя и ученика являются приоритетными [37].

Большую роль в образовании сегодня играют информационно-коммуникационные технологии (ИКТ), которые с одной стороны облегчают работу педагога, а с другой – расширяют его возможности. ИКТ – это современные способы общаться на расстоянии с целью получения максимального объема информации. Применение ИКТ в образовании позволяет развивать современное информационное общество, так как технологии ускоряют процесс обучения и позволяют успешнее и быстрее адаптироваться к происходящим изменениям. ИКТ представлены либо компьютерными программами (например, текстовый редактор), либо службами, для которых требуется сеть интернет (электронная почта). Сужая понятие ИКТ до учебно-воспитательного процесса, мы получаем цифровой образовательный ресурс (ЦОР) – цифровой продукт, используемый в образовательных целях (например, анимированная иллюстрация, цифровое упражнение или электронный учебник) [51]. ЦОР можно использовать и в школе, и самостоятельно дома:

они помогают и учителю в проектировании и проведении занятия, и обучающемуся с освоением учебного материала. Помимо явных плюсов (повышение интереса и познавательной мотивации обучающихся, наглядность подачи материала, реализация принципа индивидуализации обучения, высокая доля самостоятельной работы обучающихся) ЦОР также имеет и свои недостатки: проблемы материального обеспечения субъектов учебно-воспитательного процесса, необходимость первичного обучения по их использованию и необходимость временных затрат на их создание. Названные недостатки в существенной мере не влияют на содержание процесса обучения и вполне устранимы.

На своих уроках современные учителя математики также могут использовать компьютерные «помощники» – динамические математические среды, не требующие предварительной подготовки по их использованию, но позволяющие создавать динамические образы математических объектов, исследовать устойчивость и изменчивость их свойств [17]. Например, виртуальная математическая лаборатория «Живая математика 5.0» нашла широкое применение на уроках геометрии и алгебры: можно проводить исследования с целью выдвижения гипотез, подтверждать доказанные теоремы, создавать чертежи и оперировать с ними, чертить графики функций, измерять и вычислять [8]. Недостатком пользования такой программой может выступить необходимость ее покупки. Другим примером может послужить бесплатная математическая программа GeoGebra: наибольшие возможности данная программа представляет для работы с функциями – можно легко составлять графики функций, исследовать их, работать с ползунками для подбора необходимых параметров, искать символические производные и даже использовать мощные команды типа разложения функции в ряд и последовательности. Аналогичные задачи решают программы Maple, Mathcad, Matlab, однако сложность работы школьников с ними заключается в отсутствии русификации. Все представленные среды нацелены на усиление наглядности на уроках математики, развитие творческого потенциала, приобщение обучаемых к ис-

пользованию информационных технологий, а также на повышение познавательной мотивации.

Учителю следует знать о всех современных технологиях, их элементах, чтобы организовывать эффективный процесс обучения [11]. Уже с 7 класса обучающиеся начинают думать о дальнейшей профилизации и будущей профессии. Так как большинство обучающихся ошибочно полагает, что математика в дальнейшей жизни им не пригодится, учителю очень важно, организуя процесс обучения и проектируя урок математики, планировать наличие проектно-исследовательской деятельности обучающихся и его практико-ориентированное содержание, так как с помощью практико-ориентированных задач обучающиеся будут учиться осознавать степень значимости математики и их мотивация к учебной деятельности будет расти. Практическая направленность обучения математике предусматривает ориентацию его содержания и методов на изучение математической теории в процессе решения задач, на формирование у школьников прочих навыков самостоятельной деятельности [24].

2. Проблемы содержательного характера.

Данного рода проблемы можно во многом свести опять же к проблеме сдачи выпускных экзаменов – ОГЭ и ЕГЭ.

В октябре 2010 г. Всероссийский съезд учителей математики подчеркнул, что прямое влияние на снижение качества математического образования оказывают совмещение в ЕГЭ итоговой аттестации и вступительного испытания [35]. А многие специалисты этой области, а также большинство педагогов понимают, что содержание государственных экзаменов – всего лишь типовые задачи, для выполнения которых достаточно «вызубрить» схему решения. И фактически, обучение сводится к «натаскиванию» на экзамен: по итогу обучающиеся не владеют элементарными приемами учебной деятельности, не умеют говорить [52]. Таким образом, выпускники школ в лучшем случае имеют совокупность знаний и умений, ограниченных содержанием

сданного экзамена, в худшем случае такой багаж дети быстро «сбрасывают» ввиду ненужности.

В решении этой проблемы помимо разделения итоговой аттестации и вступительного экзамена, а также пересмотра содержания учебно-методических комплектов, важную роль могут сыграть задачи практико-ориентированной направленности: выполняя их, обучающиеся не вырабатывают определенные навыки, а формируют универсальные умения, которые пригодятся им в различных предметных и профессиональных областях.

Последние государственные изменения в области ОГЭ и ЕГЭ привели к расширению содержания экзаменов в пользу практико-ориентированной направленности: так, согласно спецификации в модуле «Реальная математика» из ОГЭ содержится 7 заданий (из 26), формулировка которых имеет практический контекст, знакомый обучающимся или близкий их жизненному опыту. А ЕГЭ содержит, согласно спецификации, задачи на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях (4 задания из 20, базовый уровень; 6 заданий из 19 профильный уровень).

3. Кадровые проблемы.

Практикующих молодых учителей математики сейчас мало, а большинство опытных учителей не отходят от традиционной системы образования, не используя современные образовательные технологии. Также многие учителя при проектировании уроков математики используют только учебники, содержание которых не направлено на полноценное становление личностных характеристик обучающегося. Процесс обучения математике из-за этого обособляется от современной реальной жизни, а достижение результатов, прописанных в ФГОС, осуществляется с трудом, да и само по себе обучение становится непосильной ношей для обучающихся.

Осенью 2016 г. Московский педагогический государственный университет по заказу Министерства образования и науки РФ провел опрос по проблемам школьного математического образования (ШМО), в котором приняли

участие учителя математики из 51 образовательной организации. Среди прочего опрос показал, что 44% респондентов считают, что содержание ШМО слабо связано с применением в жизни (то есть, отсутствует аспект практической направленности) и 36% считают, что содержание перегружено типовыми приемами решения задач в ущерб нестандартным подходам к решению задач.

Результаты тестирования PISA за 2015 г. доказывают данную тенденцию: по математической грамотности результаты российских школьников составляют 494 балла, что статистически ниже результатов 19 стран и выше результатов 39 стран.

Развёрнутые ответы на вопрос о путях решения проблем с математическим образованием школьников свелись к трём векторам: повышение мотивации и формирование положительного отношения к изучению математики с младших классов; разгрузка программ и отказ от примитивизма в ЕГЭ; освобождение учителей от несвойственных функций (разного рода «бумажная работа») и ограничений (например, требование неукоснительно придерживаться составленного календарно-тематического планирования) [36].

Таким образом, мы выяснили, что опорой решения основных проблем современного российского математического образования во многом составляет недостаточная практико-ориентированность школьного курса математики (ШКМ), хотя тема связи математического образования с окружающей жизнью присутствовала и в истории отечественного образования [16]. Переход от предметно-ориентированного к практико-ориентированному обучению с позиции СДП, который предполагает подготовку школьников к общественной жизни, сегодня фактически не осуществляется, а нынешние учебники, соответствующие ФГОС, если и содержат практико-ориентированные задачи, то их объем невелик. Реализация практико-ориентированной направленности обучения математике тесно связана с реализацией современных подходов к обучению: личностно-ориентированного, системно-деятельностного, исследовательского, компетентностного и др., так как од-

ним из требований к результатам изучения математики является развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах [43]. В конечном счёте усиление практической направленности современного российского математического образования поможет в достижении главной цели образования – развитии личности, так как решение практико-ориентированных задач позволяет формировать у обучающихся различные виды УУД.

1.2. Метапредметные результаты обучения математике

Требования к результатам образования сформулированы в новых образовательных результатах. Четкого определения понятия «образовательные результаты» (или «результаты образования») нет, существуют различные трактовки. Например, А.В. Хуторской под образовательными результатами понимает внешние (осязаемые) и внутренние (знания, умения, способы действий) продукты деятельности участников образовательного процесса [48].

В широком смысле под термином «образовательный результат» понимаются ожидаемые и измеряемые достижения обучающегося, описание того, что он должен знать, понимать и быть способным сделать после успешного завершения цикла обучения [39]. В ФГОС под образовательными результатами понимается «приращение в личностных ресурсах обучаемых, развитие личности обучающегося на основе усвоения УУД, познания и освоения мира» [43].

Стандартами устанавливаются три категории результатов образования – личностные, предметные и метапредметные. Личностные результаты – это становление самоопределения личности, развитие основ гражданской идентичности личности, формирование внутренней позиции учащегося, развитие его мотивационной сферы и т.п. Предметные результаты – это освоенный опыт деятельности, специфической для данного предмета, по получению, преобразованию и применению новых знаний. Под метапредметными ре-

зультатами понимаются универсальные способы деятельности и способы регуляции своей деятельности, включая планирование, контроль и коррекцию [39].

Сегодня школе отведена роль формирования у обучающихся целостной картины мира, которая будет опираться на понимание безграничности связей между всеми происходящими вокруг явлениями и процессами и будет являться основой для становления личности. Разобщенность этих явлений и процессов, предметов, то есть отсутствие межпредметных связей, объясняет нарушение целостности формирующегося мировоззрения. А так как сейчас происходит интеграция во всех областях знаний, то такое нарушение влечет за собой «недосоциализацию» – ограниченность кругозора, узкую направленность профессиональной деятельности. Отсюда возникает необходимость формирования у обучающихся метапредметных, то есть общеучебных, междисциплинарных, умений.

По ФГОС метапредметные умения включают в себя межпредметные понятия и УУД. Четкого определения межпредметным понятиям нет, но принято считать, что это те понятия, которые изучаются на разных школьных дисциплинах, но имеют различные значения, например, понятие «корень» (математика, биология) или «функция» (математика, история).

УУД же в широком смысле – это «умение учиться»: способность учащегося к саморазвитию через сознательное и активное получение социального опыта в деятельности. В узком смысле УУД – это совокупность способов действия, обеспечивающих самостоятельное открытие и усвоение новых знаний и формирование умений их применения [7]. Учебные действия носят универсальный, надпредметный характер: они не являются специфическими для той или иной учебной дисциплины. То есть овладение УУД позволяет легко ориентироваться в различных предметных областях и повысить эффективность добывания предметных знаний и формирования профессиональных компетенций. Отсюда вытекает тесная взаимосвязь практико-ориентированных задач и УУД: результат выполнения практико-

ориентированной задачи – это и есть сформированное универсальное умение. Помимо этого у УУД следующие функции: ученики, владеющие УУД, умеют самостоятельно осуществлять учебную деятельность, ставить цели и достигать их; личность учащегося, овладевшего УУД, мобильна и готова к самореализации на основе непрерывного образования; владение УУД обеспечивает успешное усвоение знаний, умений и навыков в различных предметных областях.

Формирование УУД должно осуществляться на каждом учебном предмете. У математики в этом деле особая роль, так как математика – основная дисциплина, являющаяся базисом для дальнейшего получения многих профессиональных навыков. В процессе обучения математике обучающиеся развивают такие свойства интеллекта, как логический, комбинаторный, пространственный, технический и алгоритмический виды мышления, математическая интуиция, владение символическим языком и т.п.

Различают 4 вида УУД: личностные, коммуникативные, регулятивные и познавательные. Рассмотрим содержание УУД на примере заданий из школьного курса математики [39].

Структура личностных УУД включает в себя этическое оценивание, самоопределение и смыслообразование. Задания на формирование личностных результатов могут быть предложены на разных этапах урока:

- оцени уровень успешности прошедшего занятия;
- подготовь и сделай доклад о вкладе русских ученых в развитие уравнений;
- сделай краткую запись и чертеж;
- предложи, где в повседневной жизни ты сталкиваешься с дробями и т.д.

Такие задания направлены на верное оценивание себя и других, на мотивацию, на формирование основ патриотизма.

В структуре коммуникативных УУД выделяют действия, позволяющие донести свое, договориться и понять других:

- напиши сочинение по теме "Геометрия вокруг нас";
- объясни, как рассуждал при решении этой задачи;
- составь вопросы-подсказки для решения этого уравнения и т.д.

Такие задания помогут учащемуся научиться формулировать свои мысли, задавать вопросы.

Регулятивные УУД – это, главным образом, целеполагание, контроль деятельности и самоорганизация. Задания, направленные на формирование этого вида УУД, помогут учащемуся в планировании, анализе ошибок, выполнении работ над ошибками:

- оцени предложенное решение уравнения и поставь отметку в соответствии с предложенными критериями;
- составь план решения следующей задачи;
- нет ли ошибки в выражении "Существуют вычитаемые и прибавляемые числа"? и т.д.

Познавательные УУД, в свою очередь, состоят из логических, общеучебных, знаково-символических действий, а также действий, относящихся к постановке и решению проблем:

- сформулируй условие задачи по данному чертежу;
- реши задачу двумя способами;
- составьте план доказательства теоремы;
- выбери из данных последовательностей геометрические;
- верно ли утверждение: «Графиком квадратичной функции является парабола»;
- как изменится площадь квадрата, если его диагональ увеличится в 2 раза;
- о чем идет речь: «Эти числа делятся на 2» и др.

Задания, направленные на формирование определенных УУД, отличаются по текстовому оформлению от заданий сугубо предметной направленности, поэтому учителю необходимо формулировать задания на базе пред-

метного материала так, чтобы они были ориентированы на формирование конкретного УУД.

Основная проблема формирования УУД на современном уроке – это неумение правильно организовать учебный процесс: успешное развитие общеучебных умений возможно при разумном проектировании урока с позиции СДП. То есть учителю необходимо, конструируя урок, соблюдать все его этапы, уделяя большое внимание целеполаганию, проблемной ситуации и самостоятельной работе обучающихся, так как грамотно составленные вопросы и задачи практического характера – залог полноценного овладения УУД. Отсутствие практико-ориентированности сегодня в значительной мере тормозит процесс обучения, цель которого – формирование и развитие общеучебных умений.

Рассмотрим умения, формируемые при решении практико-ориентированных задач, включенных в содержание обучения математике:

- в сфере регулятивных УУД: решение практико-ориентированных задач способствует формированию умения определять цель учебной деятельности, составлять план выполнения учебной задачи, контролировать свою деятельность и вносить в нее коррективы, уметь быть самостоятельным, организованным;
- в сфере познавательных УУД: в ходе решения практико-ориентированных задач обучающиеся учатся составлять модели, решать задачи разными способами, делать вывод, работать с текстом, строить цепочки логических рассуждений;
- в сфере коммуникативных УУД: решая практико-ориентированные задачи, обучающиеся учатся задавать вопросы, грамотно формулировать свои мысли в устной и письменной речи, сотрудничать и разрешать конфликты;
- в сфере личностных УУД: решение практико-ориентированных задач способствует, в первую очередь, жизненному и профессиональному

самоопределению, а также мотивации учения и адекватному пониманию успешности в обучении, формированию интереса к окружающему миру.

Большой проблемой при проектировании урока, направленного на формирование метапредметных результатов, является отсутствие вспомогательных средств обучения. Главным таким помощником был и остается учебник. На современном этапе российского образования предлагаемые учебники проходят экспертизу на соответствие требованиям ФГОС и только потом заносятся в федеральный перечень учебников. Это означает, что в структуре и содержании учебника заложены идеи, способствующие достижению новых образовательных результатов. Также при отборе содержания урока учителю удобно будет пользоваться таблицей с типовыми заданиями и указанием, на формирование каких УУД эти задания направлены. Такие таблицы можно поискать в новых методических справочниках, интернете или сделать самому.

Помимо предметного содержания урока учителю необходимо обратить внимание на современные образовательные технологии, методы и формы обучения, так как разнообразие урока повышает познавательную мотивацию и интерес обучающихся, что продуктивно сказывается на выполнении ими заданий и формировании у них УУД.

Способность обучающихся применять знания, которые у них имеются в наличии, в различных конкретных ситуациях формируется в процессе целесообразного педагогического воздействия, обеспечивающего приобретение школьниками таких знаний, на которые они смогут широко опираться в трудовой и общественной деятельности. Подобный уровень математического подготовки достигается в процессе обучения, ориентированного на практику [50]. Таким образом, практико-ориентированное обучение способствует реализации СДП в образовании, развивает и формирует все виды УУД. В дальнейшем будем рассматривать решение практико-ориентированных задач с позиции формирования следующих метапредметных результатов:

- познавательные общеучебные действия: умение создавать математические модели жизненных ситуаций, представлять их в графической или символической форме; умение переводить информацию из текстового представления в формализованное или графическое, и наоборот; умение решать задачу разными способами и выделять наиболее оптимальный; умение искать информацию в различных дополнительных источниках;
- познавательные логические действия: умение находить причинно-следственные связи, анализируя и синтезируя информацию; умение строить цепочки логических рассуждений.

1.3. Функционально-графическая линия школьного курса математики и ее прикладное содержание

Математика играет особую роль в естественнонаучных, инженерно-технических и гуманитарных исследованиях. Без математики не был бы возможен научно-технический прогресс: математика двигает науку и, следовательно, человеческую жизнь вперед благодаря своему вычислительному аппарату и моделированию реальных ситуаций. В школьном курсе математики есть несколько основных содержательных линий, одной из которых является функционально-графическая. Её систематическое изучение начинается в 7 классе, а понятие функции тесно связано с решением уравнений и неравенств, различных текстовых задач, на чем и строится весь курс, поэтому данной линии необходимо уделить должное внимание.

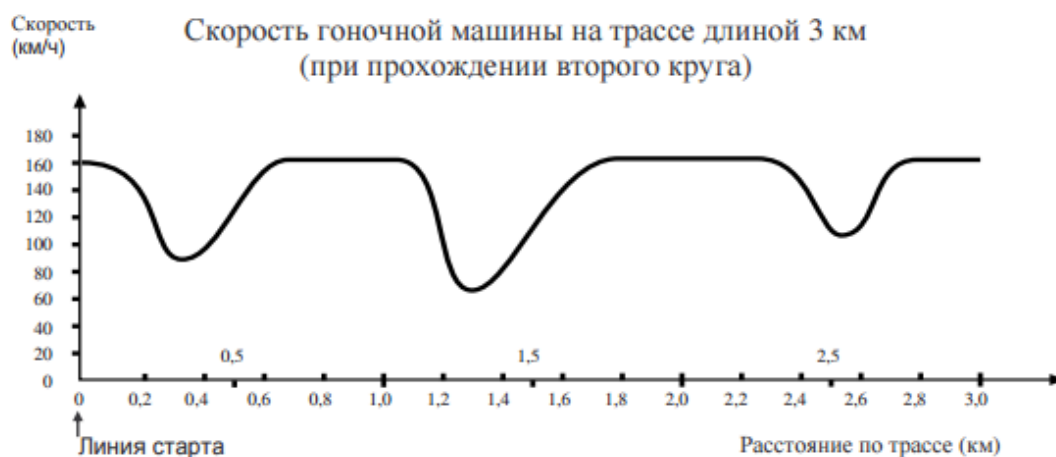
Согласно ФГОС, обучающийся после освоения курса математики должен владеть системой функциональных понятий, уметь использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей, также уметь представлять данные выбранным способом в соответствии с задачей (таблицами, схемами, графиками, диаграммами) [43]. ОГЭ как основной способ оценки результатов освоения основной образовательной программы основного общего образования, уточняет требования к знаниям учащегося. Так, согласно спецификации КИМ для проведения ОГЭ, обучающийся должен

уметь описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами, интерпретировать графики реальных зависимостей, анализировать реальные числовые данные, представленные на графиках, строить и читать графики функций. Всего же в ОГЭ представлено 2 задания из первой и 1 задание из второй части модуля «Алгебра», связанных с функционально-графическим содержанием ШКМ.

Хотя ОГЭ и ЕГЭ остаются основными средствами контроля и оценки уровня образования обучающихся, существуют и другие необязательные способы для учеников продемонстрировать свои знания и умения, проверить себя в различных предметных областях, а для государства – оценить эффективность системы образования – олимпиады, конкурсы, чемпионаты. Одним из таких способов является международная программа по оценке образовательных достижений обучающихся PISA. Это тест по определению грамотности чтения, математической и естественнонаучной грамотности, проводимый раз в три года среди 15-летних обучающихся по всему миру. Целью данного исследования является выяснение эффективности применения школьниками полученных знаний на практике. Тест по математической грамотности нацелен на проверку способности обучаемого понимать и заниматься математикой, т.е. уметь применять математику в связи с самыми различными целями, связанными со школьной и личной жизнью, отдыхом и работой. Ясно, что для высоких показателей требуется практико-ориентированная направленность обучения. Например, в одном из тестов PISA было предложено такое задание:

«Скорость гоночной машины».

На графике показано, как изменялась скорость гоночной машины, когда она проходила второй круг по трехкилометровой кольцевой трассе без подъемов и спусков.



И к этому условию было предложено 3 вопроса разных уровней трудности (низкий и средний), предполагающих нестандартную интерпретацию графика зависимости.

В 2015 г. Россия в общем рейтинге стран заняла 32-е место из 72. В 2012 г., когда приоритетным разделом была выбрана математическая грамотность, Россия в данном направлении встала на 34-е место из 65.

Математика в России выступает в роли наиболее формально-логической и теоретической дисциплины [47]. На уроке большая часть времени уделяется решению задач с известным алгоритмом, акцент делается на заучивание и воспроизведение информации [23]. Анализируя задания и результаты, приходим к неутешительным выводам – российскому школьнику трудно решать нестандартные задачи, вопросы и в целом действовать не по шаблону. В нашем ЕГЭ используются «шаблонные и морально устаревшие задачи», к которым готовят учеников чуть ли не с 5 класса, в то время как в тестах PISA «настоящие задачи-исследования, похожие на учебные исследовательские проекты», с которыми ученики сталкиваются впервые на подобных мониторингах [20]. Таким образом вытекает яркая проблема недостаточности практико-ориентированного математического образования в современной России.

Видно, что функционально-графическая линия – одна из важнейших в ШКМ и при обучении математике стоит уделять особое внимание ее при-

кладной и практической направленности не только для освоения ШКМ, но и для успешного существования в современном мире.

Одной из главных составляющих содержания математики как учебного предмета являются задачи. Решение задач – это основная деятельность обучающихся в процессе изучения математики. Д. Пойа писал, что владеть математикой – значит умение решать задачи, причем не только стандартные [33]. Согласно словарю С.И. Ожегова, задача – это упражнение, которое выполняется посредством умозаключения, вычисления [30]. В словаре Т.Ф. Ефремовой можно найти более математическое определение – это вопрос (обычно математического характера), требующий нахождения решения по известным данным с соблюдением определенных условий [18]. В методике математическими задачами считают задачи, в которых переход от условия задачи к цели (заключению) задачи осуществляется математическими средствами (обоснованием и решением) [29]. Задачи классифицируют по характеру требования (на вычисление, на построение, на доказательство), по функциональному назначению (с дидактическими, познавательными, развивающими функциями), по методам решения, по числу объектов в условии задачи и связей между ними, по компонентам учебной деятельности (организационно-действенные, стимулирующие, контрольно-оценочные), по величине проблемности и пр. К особому виду задач относят те, которые в большей степени формируют умения применять математические знания в повседневной жизни – задачи практико-ориентированной и прикладной направленности.

Понятие прикладной направленности было введено в 1974 г. В.В. Фирсовым – он определил ее как «осуществление целенаправленной содержательной и методической связи школьного курса математики с практикой, что предполагает введение в школьную математику специфических моментов, характерных для исследования прикладных проблем математическими методами» [46]. Однако устойчивое определение так и не прижилось этому понятию: под прикладной направленностью понималось также использование математики для решения задач в смежных науках, в профессиональной дея-

тельности и т.д. [21], применение математики для решения задач, возникающих или поставленных вне математики [38] или даже применение математического аппарата для достижения любых конкретных целей обучающихся [12]. В 1998 г. И.М. Шапиро развел 2 понятия – прикладной и практической направленности обучения математике. Если в первом случае предполагается ориентация математического содержания на тесную связь с жизнью, а также на решение профессиональных задач, то во втором случае – ориентация математического содержания на изучение ее в процессе решения задач [23]. В общем, можно сказать, что прикладная задача – это задача, отличающаяся некоторой неопределенностью (не имеет явно представленных характеристик объекта, с которыми следует оперировать), но которую можно решить математическими средствами; а практическая задача (практико-ориентированная) – математическая задача, имеющая формальный фон, сюжетную фабулу. По-другому практико-ориентированные задачи называют псевдоприкладными. О практико-ориентированной задаче можно сказать, что:

- содержание ее условия ограничивается содержанием школьных дисциплин и жизненным опытом обучающихся;
- ее учебный характер соответствует ряду дидактических целей, поставленных перед математическими задачами;
- такая задача является сюжетной [15].

К прикладным задачам предъявляются строгие требования: в фабуле задачи должны отражаться реальные объекты и их реальные свойства; сюжет задачи должен показывать связь математики с другими науками, практическими видами деятельности; численные данные задачи должны соответствовать реальным значениям либо вовсе не должны быть даны. К практико-ориентированным задачам подобные требования опускаются, так как их сюжет должен быть лишь приближен к жизни [15]. Рассмотрим две задачи из учебника геометрии за 10–11 классы.

№ 711. Диаметр Луны составляет (приблизительно) четвертую часть диаметра Земли. Сравните объемы Луны и Земли, считая их шарами.

№ 713. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 5 см. На него сверху положили две ложки мороженого в виде полушарий диаметром 5 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает? [10]

Задачу 711 можно однозначно считать чисто прикладной, так как она составлена в соответствии с требованиями, а вот 713 – псевдоприкладной, или практико-ориентированной, так как нарушаются требования связи математики с практическими видами деятельности и отражения реальных свойств объектов (мы лишь предполагаем, что растаявшее мороженое полностью будет таять в стаканчик, не учитывая вероятность его выпитывания, к тому же, представлены приблизительные измерения, которые в реальной жизни не встретятся).

Говоря о роли практико-ориентированных задач в обучении математике, можно сказать, что главная идея заключается в создании практической ситуации и вовлечении в нее обучающихся. Обучающиеся смогут увидеть и оценить значение математических знаний для жизни. Основной целью использования практико-ориентированных задач является формирование умения точно действовать в социально-значимой ситуации, также их использование помогает овладеть необходимым теоретическим материалом [19]. Рассматривая дидактические цели использования практико-ориентированных заданий, можно выделить следующие:

- закрепление и углубление теоретических знаний;
- овладение умениями и навыками по учебной дисциплине;
- формирование новых умений и навыков;
- приближение учебного процесса к реальным жизненным условиям;
- изучение новых методов научных исследований;
- овладение общеучебными умениями и навыками;
- развитие инициативы и самостоятельности [15].

Наименьшие затруднения у обучающихся вызывают задачи, в фабуле которых реальные объекты уже соотнесены с их математическими моделями. Например: «Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 15 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 3 м и 2,7 м?» [9]. Наибольшие затруднения в решении практико-ориентированных задач связаны с установлением реальных объектов и отношений между ними, которые необходимо математизировать для построения модели. Таким образом, можно выделить четыре уровня сложности практико-ориентированных задач:

- 1) В условии имеется указание на конкретную математическую модель.
- 2) Прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно соотносимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.
- 3) Объекты и отношения задачи неоднозначно соотносимы с математическими объектами и отношениями: требуется учет реально сложившихся условий.
- 4) Объекты и отношения в задаче явно не определены или их математические аналоги неизвестны ученикам [15].

Чисто прикладные задачи в учебниках встречаются очень редко и, в основном, ими «богата» геометрия, так как она более тесно связана, например, с инженерной и строительной деятельностью [32]. Проанализируем современные учебники на предмет практико-ориентированных задач.

Сегодня в Федеральном перечне учебников, рекомендованных к использованию при реализации программ общего образования, представлено пять УМК базового уровня по алгебре для 7–9 классов и один УМК для углубленного изучения. Самыми распространёнными являются УМК под редакциями С.М. Никольского, Ю.Н. Макарычева и А.Г. Мерзляка [45]. В ходе проведения дидактического анализа этих учебников было выяснено, что в УМК под редакцией А.Г. Мерзляка теория излагается на примерах решения

практико-ориентированных задач, также «жизненные» задачи встречаются в разделе упражнений. Всего практико-ориентированных задач в общем счете не более 15–20%. В УМК под редакцией Ю.Н. Макарычева и С.М. Никольского таких задач почти нет, изложение теории менее наглядно и не связано с реальной жизнью. Во всех комплектах задачи отмечены как задания базового уровня, в основном, все эти задачи относятся к теме "Линейная функция" [1–6, 26–28]. Практико-ориентированных задач, связанных с квадратичной функцией или степенной, практически нет.

Пример 1. В баллоне содержится 1,8 кг жидкого пропана. Сколько кг (n) пропана останется в баллоне через t ч работы газовой плитки, расходующей в час 0,15 кг пропана? Постройте график функции n и найдите по графику ...

Пример 2. Масса одного гвоздя равна 5 г, а масса пустого ящика равна 400 г. Какова масса m ящика, в котором лежит x гвоздей? Составьте формулу зависимости m от x . Является ли функция, заданная этой формулой, линейной?

Так мы пришли к выводу, что в современных УМК уровень практико-ориентированного содержания функционально-графического содержания сводится почти к нулю. При этом, практико-ориентированные задания способствуют формированию многих универсальных учебных действий, в основном, познавательных: в процессе решения таких задач ученики развивают логическое, ассоциативное мышление, наблюдательность, умение воспринимать и перерабатывать информацию, делать выводы, анализировать, извлекать необходимую информацию из текста и работать с ней.

Значит, учителю придется «добывать» практико-ориентированные задачи самостоятельно – искать в других УМК, дополнительной литературе. Предложим несколько практико-ориентированных задач функционально-графического содержания, которые могут быть использованы на уроках математики в дополнение к основному содержанию, и опишем УУД, которые формируются в процессе их решения.

Пример 3. При начале нагревания вода в кипятильнике имела температуру 6°C . При нагревании температура воды повышалась каждую минуту на 2°C . Найти формулу, отражающую изменение температуры T воды в зависимости от времени t (в минутах) ее нагревания. Будет ли функция $T(t)$ линейной? Чему равны $T(20)$, $T(31)$? Через сколько минут после начала нагревания вода закипит?

Как видно, эта задача для 7 класса требует от обучающихся применения знаний по физике (вода кипит при 100°C , что в задаче не указано).

С помощью графика линейной функции возможно решение целого класса практико-ориентированных задач – на движение и работу.

Пример 4. Скорый поезд движется со скоростью 80 км/ч, постройте график его движения.

Пример 5. Бассейн наполняется водой через первую трубу за 4 часа, а через вторую – за 6 часов. Какую часть бассейна останется наполнить, после совместной работы обеих труб в течение часа?

Решение этих задач требует построения графика линейной функции, а значит способствует формированию умения создавать модели задач.

Выше уже были показаны практико-ориентированные задачи по теме «Линейная функция и ее график». Рассмотрим задачи для других функций, которые изучаются в курсе основной школы, – квадратичной и степенной. При изучении этих функций можно подобрать комплекс задач, решение которых связано с применением свойств их графиков. Например, задачи на нахождение наибольшего и (или) наименьшего значений.

Пример 6. Установите и запишите последовательность действий при решении следующей задачи: «Для некоторой реки экспериментально установили следующую зависимость скорости течения реки V (м/с) от глубины h (м) $V(h) = -h^2 + 2h + 8$. Найдите максимальную глубину реки (т.е. глубину, где $V = 0$) и глубину с максимально сильным течением».

Эта задача в регулятивном направлении способствует формированию умения составлять план выполнения учебной задачи.

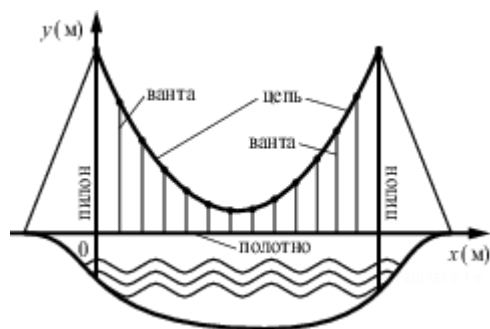
Пример 7. Составьте алгебраическую модель к следующей задаче: «Одна семья задумала сделать палисадник (примыкающий к стене дома участок земли – сад) прямоугольной формы. Материала они купили для забора длиной 60 м. Какую длину и ширину должен иметь палисадник, чтобы его площадь была наибольшей?»

Составление моделей является познавательным общеучебным умением.

В ЕГЭ профильного уровня несколько заданий отведено на практико-ориентированные задачи, включающие простейшие текстовые задачи, чтение графиков и диаграмм, начала теории вероятностей, задачи с прикладным содержанием линии уравнений и неравенств (заметим, кстати, что задание №10 на экзамене 2016 г. это задание в Красноярском крае было выполнено хуже всех других заданий с кратким ответом) и текстовые задачи на проценты, движение, работу, прогрессии, смеси, сплавы. Тем не менее, можно использовать аналогичную задачу и для функций, которую, например, возможно решить с помощью параболы.

Пример 8. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = -x^2 + 2x + 2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Определите, через сколько секунд после броска мяч достигнет максимальной высоты.

Пример 9. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,005x^2 - 0,74x + 25$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванта, расположенной в 30 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.



Пример 10. Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t – время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10 \frac{\text{К}}{\text{мин}^2}$, $b = 200 \frac{\text{К}}{\text{мин}}$. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

Чтобы задачи являлись средством формирования коммуникативных УУД, можно добавить задание «Сформулируйте задачу, аналогичную данной», тогда задача будет способствовать овладению умением грамотно формулировать свои мысли в устной и письменной речи.

Задачи для степенной функции будут аналогичными, только их решение уже будет почти полностью аналитическим и пересекаться с линией уравнений и неравенств.

Пример 11. Зависимость площади квадрата от его стороны является примером квадратичной функции. Приведите примеры зависимости из реальной жизни для кубической функции.

Выполняя подобное задание, обучающийся формирует умение выделять объекты по существенным признакам, что относится к познавательным логическим УУД.

Также в 7–9 классах обучающиеся изучают обратную пропорциональность, функцию вида $y = \frac{k}{x}$.

Пример 12. В цилиндре под поршнем при постоянной температуре находится газ. Объем V (в литрах) газа при давлении p (в атмосферах) вычис-

ляется по формуле $V = \frac{12}{p}$. Найдите объем, занимаемый газом при 4 атм. Вычислите, при каком давлении газ имеет объем 3 л. Постройте график зависимости объема газа от его давления.

Пример 13. Автомобиль движется по закруглению дороги радиусом 100 м со скоростью 20 м/с. Центробежное ускорение a при движении по окружности находится по формуле $a = \frac{v^2}{R}$, где R – радиус окружности, v – скорость движения. Рассмотрите, в каких случаях центробежное ускорение будет увеличиваться, а в каких – уменьшаться [14].

Подобные практико-ориентированные задачи носят межпредметный характер, так как их можно использовать также на уроках физики, химии.

Задачи примеров 6 и 8 разрешимы и с помощью построения графиков функций. В данных задачах параболу легко построить в тетради, но есть такие законы, в которых зависимости выражаются в больших числах, дробных или даже иррациональных. В этом случае на помощь могут прийти компьютерные программы, позволяющие построить графики таких зависимостей меньше, чем за минуту. Поэтому при реализации практико-ориентированного обучения отличным помощником являются средства ИКТ, позволяющие сделать процесс обучения более достоверным, наглядным и легким.

Так мы показали состояние сегодняшних УМК на предмет содержания практико-ориентированных задач функционально-графической линии и предложили несколько задач, использование которых на уроках математики в 7–9 классах при изучении функций обязательно, потому как решение практико-ориентированных задач направлено на развитие универсальных учебных действий, повышение мотивации обучающихся и внесение разнообразия в учебную деятельность.

Выводы по первой главе

В данной главе было показано, что использование практико-ориентированных задач в процессе обучения математике – это необходимое

условие реализации ФГОС и формирования метапредметных образовательных результатов, что является сегодня основным требованием государства.

Выявлен ряд недостатков школьного математического образования в аспекте практико-ориентированной направленности, о котором свидетельствует анализ содержания различных УМК, результатов итоговой государственной аттестации и международных исследований PISA. Было отмечено, что использование практико-ориентированных задач способствует решению современных проблем школьного математического образования: они повышают познавательный интерес обучающихся, учебную мотивацию, обогащают содержание учебного материала, ориентированного на выпускные экзамены.

Также мы объяснили, почему ученикам важно решать практико-ориентированные задачи по теме «Функции», и в этой связи в следующей главе приведем разработанный комплекс практико-ориентированных задач функционально-графической линии и покажем, какие конкретно УУД будут формироваться у обучающихся 7–9 классов.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

2.1. Комплекс практико-ориентированных задач функционально-графического содержания

По данным научных исследований, в памяти человека остается четверть услышанного материала, треть – услышанного и увиденного и три четверти того материала, в процессе приема которого человек был вовлечен в активные действия. Именно практико-ориентированный подход в обучении математике обеспечивает активную деятельность обучающихся. Как мы уже отмечали, практико-ориентированный подход решает вопрос о формировании и развитии умений, характерных личности успешно адаптирующейся к изменениям окружающего мира и способной грамотно применять свои знания на практике.

Обеспечивают практико-ориентированный подход в том числе практико-ориентированные задачи. Мы отмечали, что в современных УМК недостаточно практико-ориентированных задач, поэтому современному учителю математики необходимо самому добывать эти задачи – либо используя дополнительную литературу, либо конструируя задачи самостоятельно. Большинство учителей понимают под практико-ориентированными задачами следующие типы: задачи экономического содержания и задачи, моделирующие такие жизненные ситуации, как покупки и строительные работы. Важным моментом в определении практико-ориентированной задачи по математике является вопрос об источниках таких задач. Учителя математики в основном используют два таких источника: банки заданий ОГЭ, ЕГЭ и разработки коллег в интернете. Часть учителей отдельно отмечают, что содержание учебников по алгебре и геометрии, особенно в старших классах, ни в какой мере не представляет практико-ориентированные задачи [23].

При построении практико-ориентированных задач остро встает вопрос алгоритма конструирования таких задач. В дальнейшем будем опираться на схему, предложенную С.Ю. Кургановым [34] (рис. 1).



Рис. 1. Пути получения практико-ориентированной задачи

Чтобы грамотно сконструировать практико-ориентированную задачу, необходимо знать ее структуру, которая имеет следующие компоненты:

1. Характеристика задачи (описывает предметные и метапредметные результаты (цели), которые формируются у обучающихся в процессе решения задачи);
2. Стимул (погружает в среду задачи и мотивирует на ее решение; вместе с характеристикой не предоставляется ученикам);
3. Задачная формулировка (устанавливает деятельность ученика, необходимую для решения задачи; текст задачи не должен указывать на конкретные способы и средства решения задачи, а также должен быть адаптирован под возрастные и психологические особенности обучающихся);

4. Источник информации (основной ресурс для деятельности учащегося; может быть объединен с текстом задачи, главное, чтобы количество информации было необходимым и достаточным);

5. Инструмент проверки (например, аналитическая шкала, модельный ответ; не обязательный компонент).

Приведем пример самостоятельно разработанной практико-ориентированной задачи по математике для обучающихся 5 класса, описав ее структуру.

Задание 1

Характеристика задания.

Предметные УУД: обучающийся развивает вычислительные навыки, сравнивает величины по количеству;

Личностные УУД: тренирует практические навыки, необходимые в жизни – рассчитывает стоимость продуктов и оценивает способность их покупки;

Познавательные УУД: пользуется информацией, представленной в табличном виде, выделяя ключевые мысли;

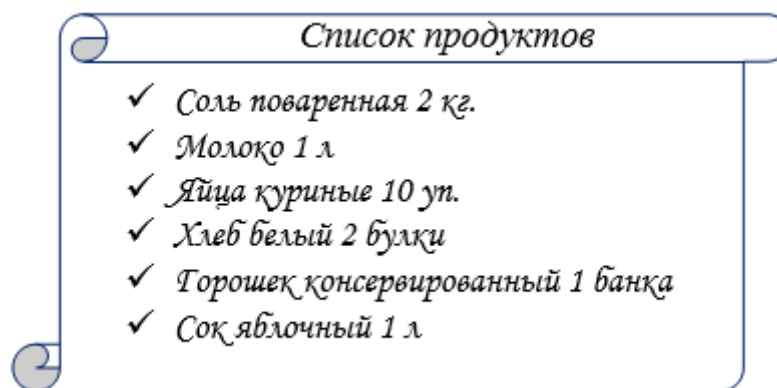
Регулятивные УУД: умеет определить, допущена ли ошибка;

Коммуникативные УУД: грамотно формулирует и аргументирует свое мнение.

Стимул. Необходимость выяснить, хватит ли определенной суммы на определенный набор продуктов.

Задачная формулировка. Мама составила список продуктов и отправила сына в магазин, дав ему четыреста рублей. Верно ли, что ему не хватит денег на покупку?

Источник информации.



Цены на продукты следует найти в действующем продуктовом интернет-магазине или продуктовом магазине около дома (школы).

Инструмент проверки. В ответе обязательно указать, сколько денег сын потратит на покупку, и как вы это посчитали. Объяснить, верно или неверно то, что ему не хватает денег на покупку.

Данная задача является типичной практико-ориентированной задачей: в современных учебниках математики задачи на вычисление стоимости покупки, а также вычисления сдачи с определенной суммы, являются базовыми, а также входят в содержание ЕГЭ (задание 6 базового уровня и задание 1 профильного уровня).

Учителя считают, что практико-ориентированную задачу можно подобрать под любую тему, но при этом отсутствие времени на уроке и желание «заложить теоретическую базу» не оставляют места на уроке для решения практико-ориентированных задач, поэтому сегодня такие задачи считаются хорошим средством для закрепления пройденного материала в домашней работе [23]. При этом, решая практико-ориентированные задачи, ученики выходят за рамки привычных алгоритмов и ищут новые способы решения, что положительно может сказаться на реализации практико-ориентированных задач на любом этапе современного урока.

Приведем комплекс практико-ориентированных задач, имеющих отношение к функционально-графической содержательно-методической линии, которые можно применять на различных этапах урока и внеурочной деятельности с целью формирования метапредметных образовательных результатов.

Линия функций в основной школе представлена, как правило, изучением следующих числовых функций – функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, линейная, квадратичная, степенная с натуральными показателями 2 и 3, функции $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[3]{x}$, $y = |x|$.

Представленный ниже комплекс состоит из 9 разделов: «Линейная функция», «Обратная пропорциональность», «Квадратичная функция», «Степенная функция», «Проектные задачи», «Задания из тестов PISA», «Практические задачи», «Задачи на использование функционально-графического метода решения уравнений» и «Показательная функция (во внеурочной деятельности)» (рис. 2). Такой выбор разделов обусловлен несколькими обстоятельствами. Во-первых, основным рядом функций, изучаемых в курсе математики 7–9 классов, и задачами других линий, решаемых функционально-графическим методом (ФГМ). Во-вторых, мы учли те виды задач, которые в большей степени способствуют формированию метапредметных умений. В-третьих, в комплекс вошли задачи из международного исследования PISA, нацеленного на оценку умения применять знания в жизни. И, в-четвертых, мы также учли необходимость ведения внеурочной деятельности в основной школе как способа формирования УУД и возможности углублять знания по математике.

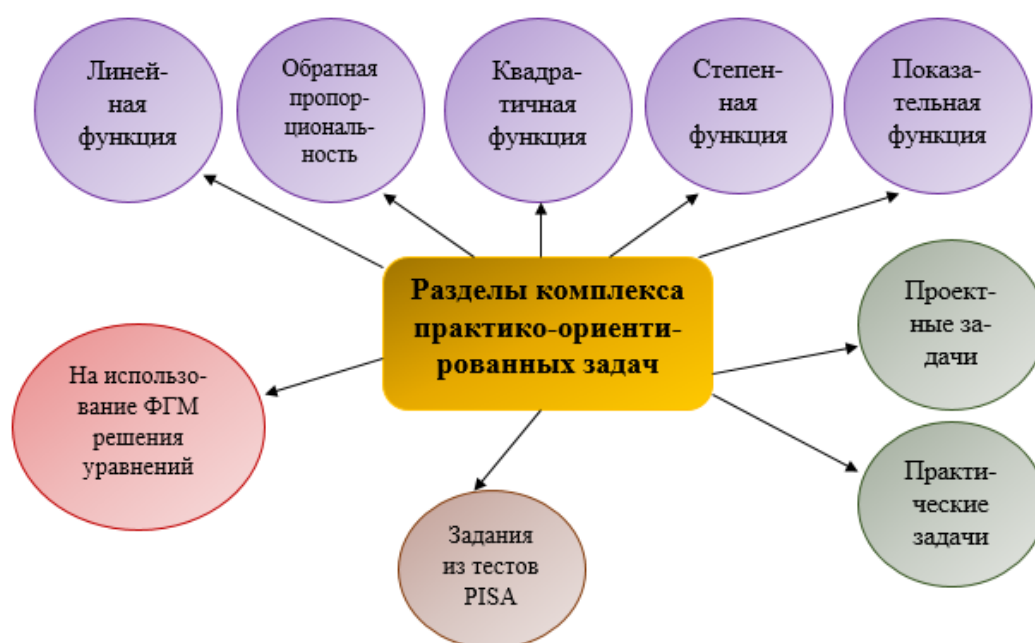


Рис. 2. Структура разработанного комплекса

I. Линейная функция

1. Возрасту ребенка t соответствует его рост h . По таблице средних значений функции $h = f(t)$ определите рост трехлетнего мальчика и возраст девочки ростом 135 см.

$t, \text{год}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$h, \text{см}$	74	85	93	100	106	114	119	125	129	135	140	145	150	157	160

- Цель: формирование умения выделять необходимую информацию из табличного представления текста.

2. Имеется ли пропорциональность в пословице «Чем дальше в лес, тем больше дров»? Изобразите схематично график данной зависимости.

- Цель: формирование умения видеть математические модели в реальной жизни и представлять их в графической форме.

3. Из бочки емкостью 10 м^3 ежеминутно откачивают по 2 м^3 воды. Сколько воды останется в бочке через t секунд? А сколько потребуется времени, чтобы опустошить бочку?

- Цель: формирование умения моделировать реальные ситуации, представляя их в знаково-символической форме.

4. На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На сколько миллиметров ртутного столба отличается давление на высоте 2 км от давления на высоте 8 км?



- Цель: формирование умения работать с информацией, представленной в графическом виде.

5. Составьте графическую модель к задаче и решите ее: «Витя купил несколько ручек и карандашей, заплатив 23 рубля. Сколько ручек и карандашей купил мальчик, если стоимость ручки 3 рубля, а карандаша – 2 рубля?»»

- Цель: формирование умения создавать модели, представляя их в графическом виде, и работать с ними.

6. Температура по шкале Фаренгейта может быть переведена в температуру по шкале Цельсия по формуле $y = \frac{5}{9}(x - 32)$, где x – температура в градусах по Фаренгейту, y – температура в градусах по Цельсию. Верно ли, что температура по Цельсию составит 15° , если по Фаренгейту значение температуры равно 50 градусам?

- Цель: формирование умения логически рассуждать, применяя вычислительные навыки.

7. Расстояние между двумя фермами «Коровушка» и «Летний день» по шоссеной дороге 60 км. На «Коровушке» надаивают 200 т молока в сутки, на «Летнем дне» – 100 т в сутки. Где нужно построить завод по переработке молока, чтобы для его перевозки количество тонно-километров было наименьшим? Какой вывод можно сделать, если на «Коровушке» будут надаивать молока меньше, чем на «Летнем дне»?

- Цель: формирование умения делать предположения и доказывать их, строя цепочки логических рассуждений.

8. Село Купеческое располагается между Рыбинском и Дзержинским. Купеческое снабжается молочными продуктами как из Рыбинска, так и из Дзержинского. Одна тонна продуктов в Рыбинске обходится в 5 тыс. руб., а в Дзержинском – в 7 тыс. руб. Транспортировка 1 т груза на расстояние 1 км стоит 200 руб. Расстояние между Рыбинском и Дзержинским равно 100 км. При каком варианте снабжения продуктами села Купеческое будет до-

пускаться минимальный расход денег? Можете ли вы составить подобную задачу самостоятельно?

- Цель: формирование навыков решения проблем творческого характера.

II. Обратная пропорциональность

9. Сколько нужно взять молока (y кг) жирности x %, чтобы получить из него 1 кг масла жирностью 80%? Построить график зависимости y от x , если жирность молока находится в пределах от 0,5% до 3,2%.

- Цель: формирование умения создавать графическую модель задачи.

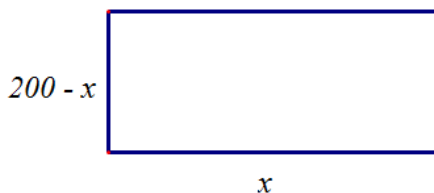
10. Машина со скоростью 10 км/ч движется по дороге, имеющей форму окружности радиуса 90 м. Что произойдет с центростремительным ускорением автомобиля, если его скорость останется прежней, а радиус закругления дороги увеличится?

- Цель: формирование умения устанавливать причинно-следственные связи.

III. Квадратичная функция

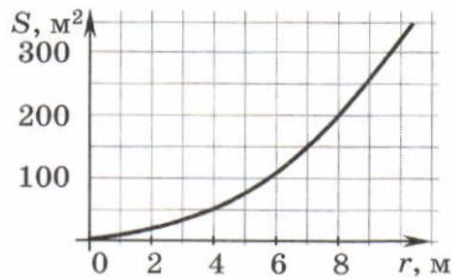
11. Площадь S прямоугольного поля с периметром, равным 400 м, является функцией длины основания x . Верно ли, что данная функция является квадратичной? Задайте формулу нахождения площади.

$$P = 400 \text{ м}$$



- Цель: формирование умения строить цепочки логических рассуждений, создавать алгебраическую модель задачи.

12. На чертеже представлен график зависимости площади круга от его радиуса. Найдите по графику площадь круга радиуса 8,5 м; радиус круга, площадь которого 107 м^2 . Запишите формулу зависимости.



- Цель: формирования умения работать с информацией, представленной в графической форме.

13. Площадь поверхности куба S (см²) зависит от ребра куба a (см). Постройте график зависимости S от a и по нему определите, чему равна площадь поверхности куба, если его ребро равно 1,8 см.

- Цель: формирование умения создавать графическую модель задачи и работать с ней.

14. Пассажир спускался в метро на эскалаторе tc на глубину h м. Эскалатор наклонен к горизонтальной плоскости под углом 30° . Какой формулой выражается зависимость h от t , если скорость движения эскалатора составляет 0,75 м/с?

- Цель: формирование умения составлять модель задачи.

15. Тело, брошенное под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 м/с (без учета сопротивления воздуха) летит по кривой $y = xt g \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$. На какой высоте будет находиться тело, если оно удалилось от начала координат на расстояние $x = 600$ м, а $\alpha = 30^\circ$, $v_0 = 100$ м/с, g – ускорение свободного падения?

- Цель: формирование навыка использования конкретного правила.

16. Участок прямоугольной формы, примыкающий к стене дома, требуется огородить с трех сторон забором длиной 12 м. Какими должны быть размеры участка, чтобы площадь его была наибольшей?

- Цель: формирование умения самостоятельно определять способ решения задачи.

17. Из курса физики вы знаете, что высота h , на которой находится тело, брошенное вверх, является квадратичной функцией времени полета t : $h = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0^2t + h_0$. Футболист ростом 2 м на тренировке подбросил головой мяч вертикально вверх, придав ему начальную скорость 10 м/с. Постройте график зависимости высоты от времени.

- Цель: формирование навыка использования конкретного правила.

IV. Степенная функция

18. В цилиндре под поршнем при постоянной температуре находится газ, его объем V л при давлении p атм вычисляется по формуле $V = \frac{12}{p}$. Чему равен объем газа при давлении в 5 атм? Какой способ решения рациональнее?

- Цель: формирование умения выделять наиболее оптимальный способ решения задачи.

19. Деревянный куб с длиной ребра 10 см весит 700 г. Выразите формулой зависимость массы m (г) кубика от длины a (см) его ребра, постройте график этой зависимости. Вычислите двумя способами ребро куба, масса которого равна 100 г.

- Цель: формирование умения решать задачи разными способами.

Хорошим способом обеспечения практико-ориентированного подхода служат проектные задачи. Проектные задачи – это система заданий (действий), направленных на поиск лучшего пути достижения результата в виде реального «продукта», удовлетворяющие следующим основным требованиям: 1) в задаче должна содержаться квазижизненная ситуация, разрешение которой будет интересно и посилено обучающимся; 2) выполнение заданий предполагает применение предметных знаний и метапредметных умений; 3) допускается неопределенность относительно способа решения и результата; 4) задания системы можно решать как последовательно, так и выборочно [40]. Решение проектных задач – это «большая ступенька» на подходе к овладению проектной деятельностью, которая лежит в основе метода проек-

тов. Так как работа по решению проектных задач требует выполнения обучающимся целого ряда этапов (целеполагания, планирования, распределения ролей и выполнение функциональных обязанностей, создание и презентация продукта, его защита и рефлексия), у них в процессе работы формируется многие познавательные действия – и логические, и общеучебные. А ввиду того, что основной формой организации урока по решению проектных задач является групповое сотрудничество, обучающиеся учатся вести диалоги, сотрудничать в поиске информации, искать компромиссы. Работа по созданию «продукта» требует проявления творческого мышления, фантазии, воображения. С целью формирования умений делать осознанный выбор, адекватно оценивать собственный уровень знаний и умений разумно предлагать задания нескольких уровней.

Классифицируя проектные задачи по времени выполнения заданий, можно выделить краткосрочные проектные задачи (решение в течение урока и меньше) и долгосрочные. Приведем пример проектной задачи по теме «Графический способ решения систем уравнений» для обучающихся 8 класса, идея которой была заимствована в гимназии № 13 г. Красноярска во время прохождения педагогической практики. Решение данной задачи предоставляется в качестве домашнего задания, а представление, защита и оценка проектов отводится на первую половину урока.

V. Проектные задачи

20. Вашему классу предложили работу по созданию проекта детского парка развлечений и отдыха. Для успешного проектирования потребуются сплоченная работа нескольких бюро – информационное бюро, бюро градостроительства, проектное бюро. Ознакомьтесь с обязанностями работников каждого бюро и выберите себе желаемую должность, обсудив это с коллегами (учтите, что работников каждого бюро должно быть примерно поровну). На создание проекта отводится 1 неделя. Затем, через неделю, на собрании (уроке) работники проверяют и оценивают проекты других бюро.

Информационное бюро: обязанности работников этого бюро заключаются в информировании своих коллег о функциях, графиках и их свойствах, изученных в курсе математики. Работники информационного бюро должны подготовить интересную презентацию информации – доклад, видео, спектакль и т.п.

Бюро градостроительства: перед работниками этого бюро стоит задача определения размеров будущего парка, если известно, что его периметр составляет 1,8 км, а площадь – 18 га. Решить данную задачу необходимо графически, представление также должно быть креативным – презентация с помощью проектора, брошюры, листовки и т.п.

Проектное бюро: как известно, дорожные перекрестки должны быть регулируемые в целях безопасности, для этого необходимо на пересечениях дорог ставить светофоры. В детском парке светофоры тоже необходимы – на пересечениях велосипедных дорожек (известно, что ее можно описать уравнением $y = x^2 - 2x + 4$) и круговой железной дороги (а ее описательное уравнение имеет вид $x^2 + y^2 = 16$). Работники проектного бюро должны определить координаты мест, куда необходимо поставить светофоры. Выполнение задания представить графически.

- Цель: формирование умений работать с текстом, выделяя нужную для решения задачи информацию, решать задачу заданным способом, презентовать результаты, используя компьютер, анализировать разные точки зрения.

Как уже было отмечено, Россия с 2000 г. участвует в международной программе по оценке образовательных достижений учащихся – PISA. В 2015 г. Россия вошла в тройку лидеров, заняв 23 место из 70. В данном исследовании задания по математической грамотности не являются чисто предметными, но каждое относится к той или иной содержательной области – «Изменение и зависимости», «Пространство и форма», «Количество», «Неопределенность и данные» (в зависимости от того, как тесно связана описанная ситуация в задании и её разрешение с содержанием этой области). Согласно опре-

делению функции как зависимости, практико-ориентированные задания функционально-графического содержания можно найти в области «Изменение и зависимости». Приведем некоторые примеры заданий из исследования за 2015 г., которые могут быть использованы как практико-ориентированные при изучении темы «Функции» в 7–9 классах.

VI. Задания из тестов PISA

21. Елена только что приобрела новый велосипед. У него есть спидометр, который закреплён на руле. Спидометр показывает расстояние, которое Елена проехала, и среднюю скорость её поездки. В одной из поездок Елена сначала проехала 4 км за 10 минут, а затем ещё 2 км за следующие 5 минут. Какое из следующих утверждений верно?

A	Средняя скорость Елены была больше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут.
B	Средняя скорость Елены была одинаковой в первые 10 минут и в последующие 5 минут
C	Средняя скорость Елены была меньше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут.
D	Невозможно ничего сказать о средней скорости Елены на основе имеющейся информации

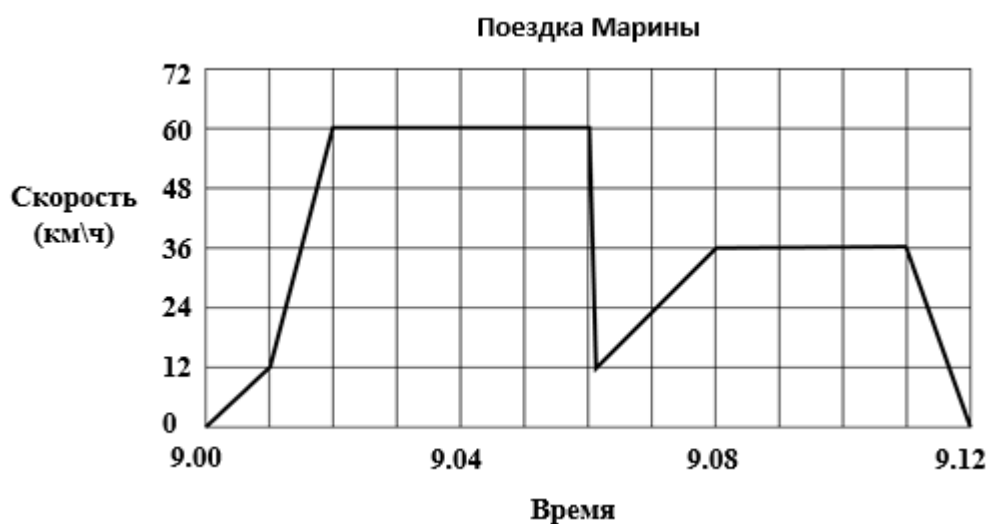
- Цель: формирование умения делать выбор эффективного способа решения, строить логические цепочки рассуждений.

22. В пиццерии продаются два вида круглой пиццы, имеющих одинаковую толщину и разные размеры. Диаметр меньшей пиццы равен 30 см, и она стоит 300 рублей. Диаметр большей пиццы равен 40 см, и она стоит 400 рублей. Какие пиццы выгоднее продавать хозяину пиццерии? Приведите ваши рассуждения.

- Цель: формирование умения переводить текстовую информацию в формализованное представление, создавать математические модели и самостоятельно определять, какая информация потребуется для выполнения задания.

23. Марина отправилась покататься на машине. Во время поездки дорогу перед машиной перебежала кошка. Марина резко нажала на тормоз и сумела объехать кошку. Она была так взволнована этим происшествием, что

решила вернуться домой. На приведенном ниже графике представлена скорость машины во время поездки. Сколько было времени, когда Марина нажала на тормоз, чтобы не сбить кошку? Сравните расстояние, которое проехала Марина, возвращаясь домой, с расстоянием, которое она проехала от дома до того места, где случилось происшествие с кошкой. Какое из них короче? Ответ объясните, используя информацию, представленную на графике.

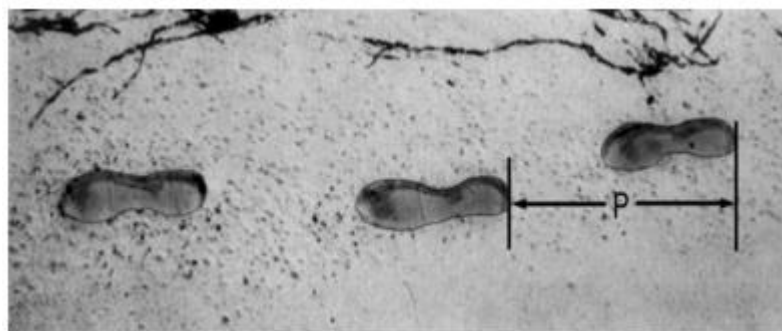


- Цель: формирование умения грамотно интерпретировать графическую информацию, делать выводы на основе собственных вычислительных измерений.

Большую методическую ценность приобретают те практико-ориентированные задачи, при решении которых обучающиеся не только применяют теоретические знания, но и используют практические навыки, например, навыки пользования измерительными инструментами.

VII. Практические задачи

24. На рисунке изображены следы идущего человека. Длина шага P – расстояние от конца пятки следа одной ноги до конца пятки следа другой ноги. Для походки мужчин зависимость между n и P приближенно выражается формулой: $\frac{n}{P} = 140$, где n – число шагов в минуту, P – длина шага в метрах. Используя приведенную выше формулу, вычислите собственную скорость ходьбы в метрах в минуту (м/мин), а затем в километрах в час (км/ч). Запишите решение.



- Цель: формирование вычислительных навыков, навыков пользования измерительными инструментами.

25. В течение следующих трех суток измеряйте и записывайте температуру в своем городе каждые 6 часов. Покажите графически изменение температуры. Составьте собственную задачу на основе этой информации.

- Цель: формирование умения искать информацию, графически ее представлять.

Большинство сюжетных задач можно решить алгебраическим методом, но из учителей мало кто уделяет внимания решению уравнений функционально-графическим методом. Ниже приведены примеры занимательных задач Я.И. Перельмана, которые можно решить графически.

VIII. Задачи на использование функционально-графического метода решения уравнений

26. Лошадь и мул шли бок о бок с тяжелой поклажей на спине. Лошадь жаловалась на свою непомерно тяжелую ношу. «Чего ты жалуешься? – отвечал ей мул. – Ведь если я возьму у тебя один мешок, ноша моя станет вдвое тяжелее твоей. А вот если бы ты сняла с моей спины один мешок, твоя поклажа стала бы одинакова с моей». Сколько мешков несла лошадь, а сколько – мул?

- Цель: формирование умения работать с текстовой информацией и составлять алгебраическую модель задачи.

27. Вы должны уплатить за купленный в магазине свитер 19 рублей. У вас одни лишь трехрублевки, у кассира – только пятирублевки. Можете ли вы при наличии таких денег расплатиться с кассиром и как именно?

- Цель: формирование умения строить цепочки логических рассуждений и речевые высказывания.

28. Сто мер хлеба разделить между пятью людьми так, чтобы второй получил на столько же больше первого, на сколько третий получил больше второго, четвертый больше третьего и пятый больше четвертого. Кроме того, двое первых должны получить в 7 раз меньше трех остальных. Сколько нужно дать каждому? Выясните это минимум двумя способами.

- Цель: формирование умения решать задачи различными способами, выделять необходимую информацию.

Остановимся подробнее на последней задаче. Данная задача относится к теме «Арифметическая прогрессия». В данном случае прогрессию образуют количества хлеба, полученные людьми. Обозначив первый член прогрессии за x , а разность за y , получим систему уравнений, которая после преобразований получит вид $\begin{cases} x + 2y = 20 \\ 11x = 2y \end{cases}$. Решить данную систему графически будет трудно – очевидно, что решением являются дробные числа, координаты которых обучающийся вряд ли отыщет на графике в своей тетради. В этом случае на помощь приходят компьютерные технологии – например, среда GeoGebra.

Для решения данной системы с помощью GeoGebra достаточно в строке «Ввод» задать поочередно выражения $(20 - x)/2$ и $11x/2$. Программа построит графики этих функций. Нам остается только найти точку пересечения этих графиков: щелкнуть на панели приборов объект «Точка», навести курсор на пересечение и, щелкнув, выделить эту точку. Точка пересечения с координатами появится на панели объектов.

Таким образом, на решение системы уравнений ушло не больше минуты, а обучающиеся во время решения учатся использовать компьютерные технологии, что является еще одним УУД. Также использование среды GeoGebra можно задействовать при проверке решения задачи.

При обучении математике не стоит забывать об учениках, чьи интересы опережают программу ШКМ – для желающих обучающихся всегда должны предоставляться занятия во внеурочной деятельности (кружки или факультативы) с целью расширения и углубления знаний по различным темам курса, например, «Показательная функция».

IX. Показательная функция (во внеурочной деятельности)

29. Какая доля радия останется через тысячу лет?

- Цель: формирование умения искать информацию в дополнительных источниках.

30. Численность населения изменяется по формуле $V = V_0 * \left(1 + \frac{P}{100}\right)^x$, где V – численность населения в настоящий момент, V_0 – численность населения x лет назад, P – ежегодный прирост населения. Какова была численность населения в Красноярске в 2009 году, если ежегодный прирост населения составляет 1,5%, а сегодня в Красноярске проживает 1083,794 тыс. человек? Сверьте полученную информацию со статистикой в интернете.

- Цель: формирование умения искать и использовать информацию из интернета.

Итак, в данном параграфе мы разобрали структуру практико-ориентированной задачи, пути ее получения, а также привели комплекс практико-ориентированных задач по алгебре, которые направлены на формирование определенных метапредметных результатов у обучающихся основной школы. В данный комплекс вошли задачи из современных учебников, задачников, задачи международного исследования PISA, задачи учителей школ г. Красноярска, а также авторские разработки. Помимо комплекса задач мы привели пример использования на уроке динамической математической программы GeoGebra. В следующем параграфе рассмотрим более детально методику работы с практико-ориентированной задачей.

2.2. Фрагменты уроков математики с использованием практико-ориентированных задач

Решение практико-ориентированной задачи предполагает реализацию всех этапов метода математического моделирования. В качестве этапов математического моделирования М.В. Егупова предлагает следующие:

0. Этап математизации (анализ условия: выделение объектов окружающего мира, которые могут быть описаны средствами ШКМ, и замена исходных объектов и отношений их математическими эквивалентами, их описание математическим языком).

1. Этап формализации (построение математической модели условия: установление соответствия между содержательной и математической моделью объекта в зависимости от представленных условий, соотнесение реальных объектов различной природы с одной математической моделью, описание реального объекта несколькими математическими моделями, оценка полноты исходных данных для построения математической модели).

2. Этап внутримодельного решения (выбор подходящих методов исследования реальных объектов в зависимости от поставленной задачи, составление математической модели с учетом требуемой точности описания реальных объектов задачи).

3. Интерпретация результатов (анализ использованных математических методов решения на предмет рациональности исследования реального объекта, интерпретация результатов исследования с требуемой погрешностью) [15].

При этом практико-ориентированная задача – это математическая задача, в процессе решения которой можно выделить 6 этапов:

1. Восприятие и осмысление задачи (работа с условием): на данном этапе устанавливается смысл каждого слова, словосочетания и выделение на этой основе множества отношений, величин, зависимостей, известных и неизвестных.

2. Поиск (анализ) и составление плана решения: на данном этапе устанавливается логическая взаимосвязь между известными и неизвестными и определяется последовательность выполнения действий для достижения требования задачи.

3. Выполнение составленного плана (синтез): на этом этапе необходимо получить ответ на вопрос задачи.

4. Проверка решения: здесь необходимо установить соответствие процесса и результата решения образцу правильного решения.

5. Формулировка ответа на вопрос задачи: на данном этапе делается окончательный вывод о выполнении требования задачи.

6. Исследование задачи: на последнем этапе совершается поиск других возможных ответов на вопрос задачи, определяется класс задач, допускающих такой же метод и способ решения [41].

В соответствии с данной методикой решения задач рассмотрим фрагменты уроков, на которых учащиеся работают с практико-ориентированными задачами.

Фрагмент урока по теме «Линейная функция и ее график»

Класс: 8.

Учебник: Никольский С.М. «Алгебра 8».

Тип урока: общеметодологической направленности.

Цели:

Предметные: формирование понятий «линейная функция» и «график линейной функции», умения строить график линейной функции;

Личностные: формирование умения самооценивания;

Метапредметные: формирование умения определять цель деятельности, составлять план, создавать модели, решать задачу разными способами, строить цепочки логических рассуждений.

Результаты:

Предметные УУД: обучающийся знает свойства графика линейной функции, умеет его строить;

Личностные УУД: адекватно воспринимает собственные неуспехи и успехи в обучении, пользуется критериями в ходе самооценки;

Познавательные УУД: выполняет задачи различными способами, переводит информацию из текстового представления в формализованное;

Регулятивные УУД: планирует и контролирует свою деятельность, самостоятелен, регулирует эмоциональные проявления;

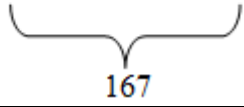
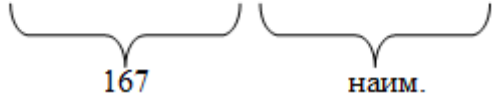
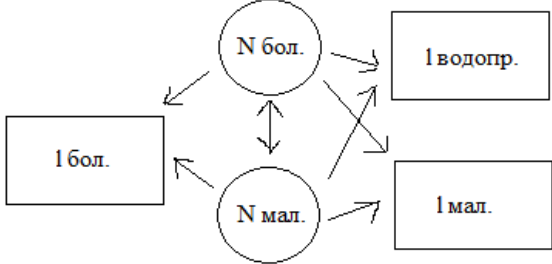
Коммуникативные УУД: грамотно и ясно выражает свои мысли, говорит на языке математики.

Средства обучения: компьютер, интерактивная доска (либо проектор), компьютерная среда GeoGebra.

Методы обучения: частично-поисковый.

На дачном участке нужно провести водопровод длиной 167 м. Имеются трубы длиной 5 м и 7 м. Сколько нужно использовать тех и других труб, чтобы сделать наименьшее количество соединений (трубы не резать)?

Вопросы учителя		Ответы учащихся	
<i>1. Работа с условием задачи (математизация)</i>			
Какие объекты реальной действительности участвуют в задаче?		Водопровод и трубы.	
Что можно сказать про трубы, они одинаковые?		Трубы меньшей длины и трубы большей длины.	
Как связаны эти объекты?		Водопровод состоит из труб	
Какие величины их характеризуют? В чем они измеряются?		Количество в штуках и длина в метрах.	
Какие величины по условию задачи нам известны?		Длина водопровода 167 м, длина большей трубы 7 м, длина меньшей трубы 5 м.	
Составим краткую запись. Количество обозначим за N, а длину – l. Известно ли нам количество этих труб?		Нет (<i>составляют краткую запись в тетради</i>).	
	l (м)		N (шт.)
T _м	5		?
T _б	7		?
Что еще нужно отобразить в записи?		Длину водопровода.	
Из чего состоит длина водопровода?		Из длин всех труб.	

	1 (м)	N (шт.)	
T_m	5	?	
T_b	7	?	
 167			
Какое условие задачи мы не учли?			Количество соединений должно быть наименьшим.
В каком случае количество соединений будет наименьшим?			В случае наименьшего количества труб.
	1 (м)	N (шт.)	
T_m	5	?	
T_b	7	?	
 167 наим.			
Трубы не резать, что это означает?			Их количество должно быть целым числом.
Все ли данные мы использовали?			Да.
Что нам требуется найти?			Количество больших и количество маленьких труб
2. Анализ (формализация и начало внутримодельного решения)			
Что нужно знать, чтобы найти количество больших труб? (Учитель составляет схему на доске)			Их длину, длину и количество маленьких труб и общую длину водопровода.
Что из этого нам известно?			Длины.
А что нужно знать, чтобы найти количество маленьких труб?			Их длину, длину и количество больших труб и общую длину водопровода.
Посмотрите на схему. Нам хватает данных для ответа на вопрос задачи?			Нет.
			
Как поступаем в таком случае?			Вводим переменные.
Количества больших и маленьких труб равнозначны?			Нет.
Что это означает?			Присваиваем им различные переменные.
Обозначим N_m за x , а N_b за y . Какие ограничения у нас накладываются на переменные?			Они должны быть целыми. <i>Пусть x – количество малых труб, y – количество больших труб.</i>
Как мы теперь можем поступить?			Составить уравнение.
На основе чего мы можем составить уравнение?			Длина водопровода складывается из длин всех маленьких труб и длин всех больших

	труб.
Какого типа уравнение мы получили?	Линейное с двумя переменными.
Сколько корней имеет такое уравнение?	Бесконечно много
Так как у нас есть ограничение, уравнение будет иметь определенный набор корней. Как можно решить такое уравнение?	Перебором.
Все ли корни нам потребуется для ответа на вопрос задачи?	Нет, сумма корней должна быть наименьшей.
Решив его, мы найдем ответ на вопрос задачи?	Да.
Составим уравнение.	$5x + 7y = 167$
3. Синтез (внутримодельное решение)	
Данное уравнение можно решить перебором, но я предлагаю решить с помощью графика линейной функции. Как из этого уравнения можно выразить функцию?	Выразить все через y .
Выразите.	$y = \frac{167 - 5x}{7}$
Что будет графиком данной функции?	Прямая.
Что будет являться решением нашего уравнения?	Координаты точек.
Построим график этой функции в среде GeoGebra (рис. 3).	
Ввиду ограничений, накладываемых на переменные, в какой четверти нам достаточно рассмотреть график?	В первой.
Увеличим масштаб так, чтобы видны были все целые значения на координатных осях: 1, 2, 3 и т.д.(рис. 4). Как теперь по графику легко отыскать точки, координаты которых принимают целые значения?	Точки на пересечениях единичных клеточек.
Выделите эти точки (рис. 5). Какие точки вы нашли?	<p>Точка</p> <ul style="list-style-type: none"> • $A = (4, 21)$ • $B = (11, 16)$ • $C = (18, 11)$ • $D = (25, 6)$ • $E = (32, 1)$
Какое из этих решений отвечает на вопрос задачи?	$(4; 21)$ – удовлетворяет условию задачи.
Почему?	Сумма этих значений наименьшая.
4. Проверка решения (интерпретация результатов)	
Сделаем вычислительную проверку. Как надо поступить?	Вместо x в уравнение поставить 4, а вместо y 21.
Сделайте проверку.	<p>Проверка</p> $5 * 4 + 7 * 21 = 167$ $167 = 167$ - верно.
Что это означает?	Задача решена верно: на дачном участке можно провести водопровод длиной 167 м, используя 4 пятиметровые трубы и 21 семиметровую, не разрезая их.
5. Запись ответа	

Запишем ответ.

Ответ: потребуется 4 трубы длиной 5 м и 21 труба длиной 7 м.

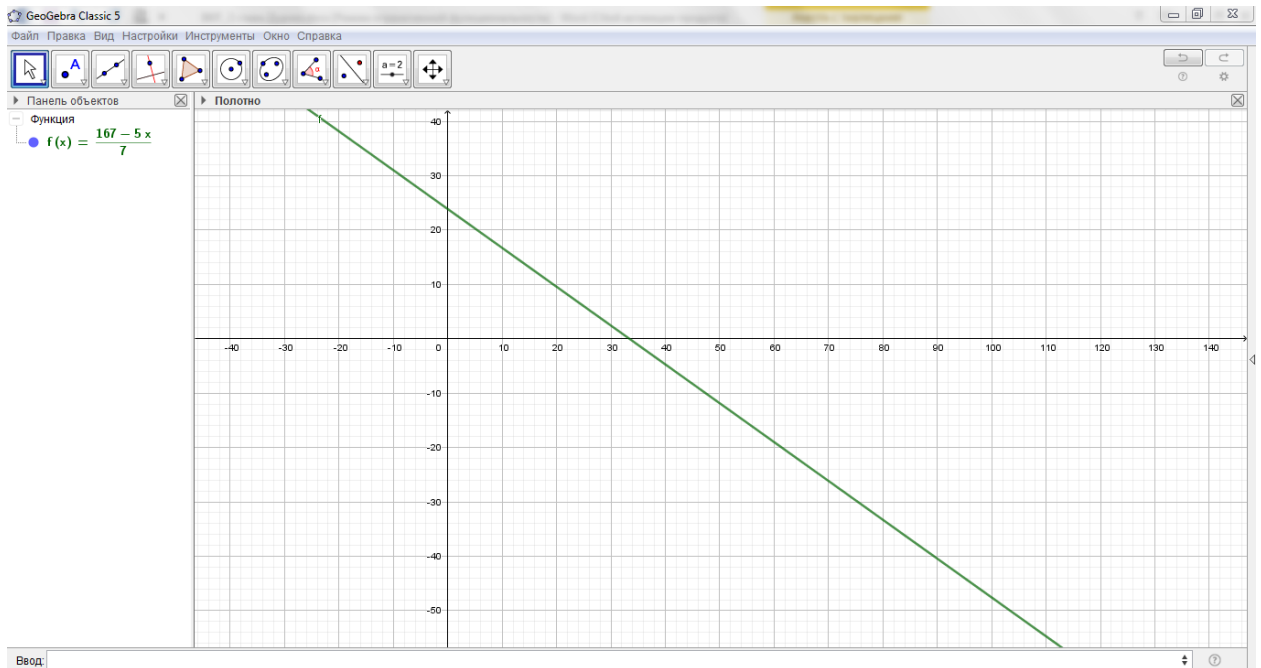


Рис. 3. График функции

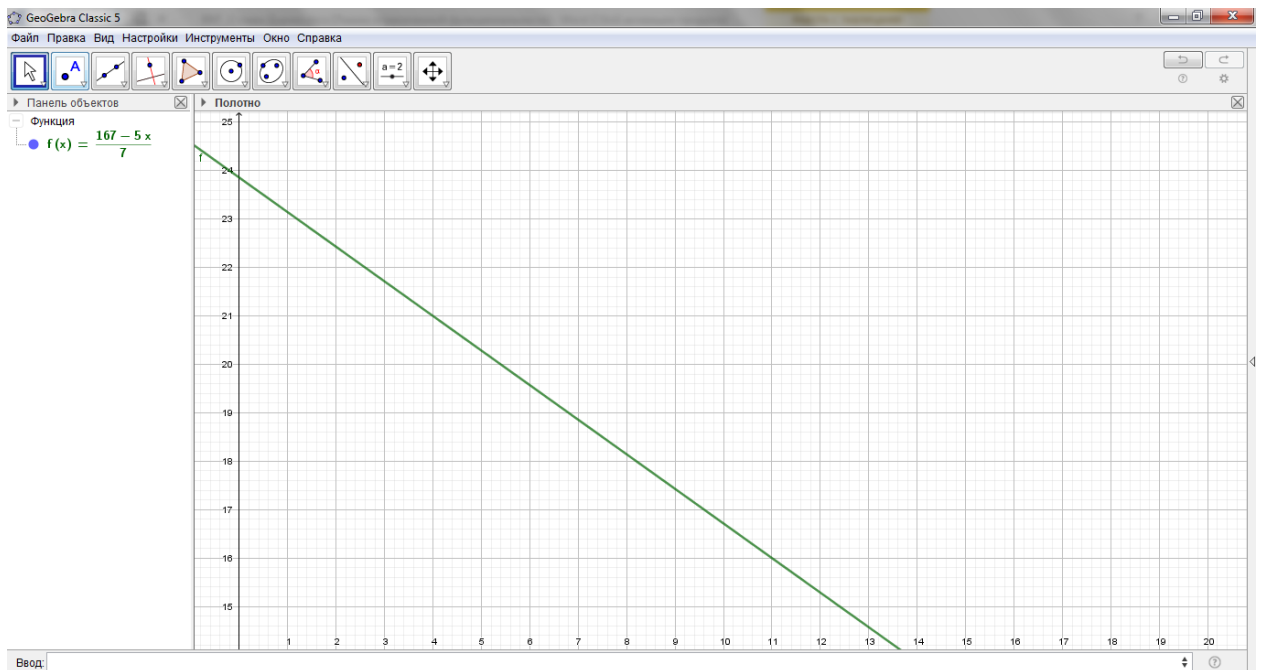


Рис. 4. Увеличенный масштаб графика

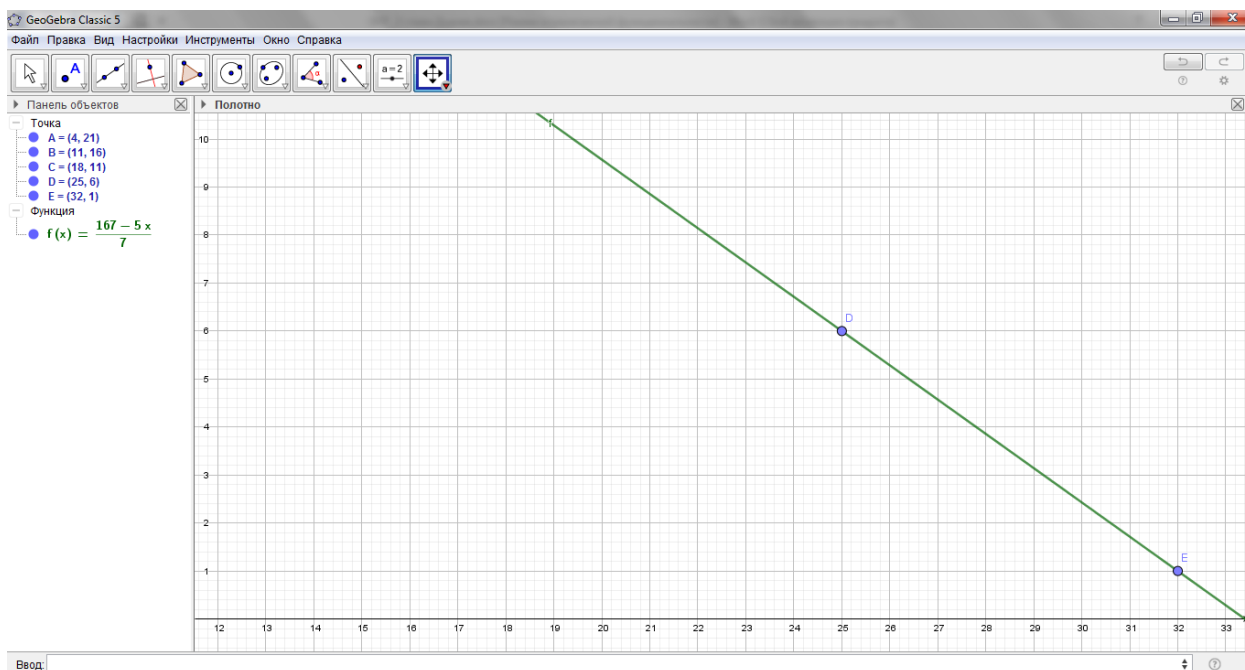


Рис. 5. Найденные точки

Фрагмент урока по теме «Квадратичная функция и ее график»

Класс: 8.

Учебник: Никольский С.М. «Алгебра 8».

Тип урока: рефлексии.

Цели:

Предметные: обобщение и систематизация знаний по теме «Квадратичная функция» и «График квадратичной функции»;

Личностные: создание условий для осознания обучающимся необходимости изучения данной темы, адекватного самовосприятия, принятия собственных ошибок;

Метапредметные: формирование умения обобщать информацию, делать выводы, создавать графические модели.

Результаты:

Предметные УУД: знает понятие «квадратичная функция», умеет строить параболу, вычисляя вершину параболы, умеет применять эти знания при решении задач;

Личностные УУД: адекватно оценивает себя и своих одноклассников;

Познавательные УУД: развивает вычислительные навыки, создает способы решения проблем, умеет работать с информацией представленной и в текстовом виде, и в графическом;

Регулятивные УУД: контролирует и оценивает свою деятельность;

Коммуникативные УУД: владеет монологической и диалогической формами речи, слушает и понимает других.

Средства обучения: компьютер, интерактивная доска (либо проектор), компьютерная среда Maple.

Методы обучения: частично-поисковый.

После начала торможения движение электропоезда описывается законом $S = 16t - 0,1t^2$, а скорость меняется по закону $V = 16 - 0,2t$, где t – время (с), v – скорость (м/с), S – пройденный путь (м). Через сколько секунд поезд остановится? Каков его тормозной путь?

Вопросы учителя	Ответы учащихся
<i>1. Работа с условием задачи (математизация)</i>	
Какой процесс описан в задаче?	Движение после начала торможения.
Какие объекты участвуют в процессе?	Поезд.
Какие величины характеризуют этот процесс движения?	Скорость поезда, время торможения и путь тормозной.
Какие величины нам известны по условию задачи?	Законы, которыми описываются путь и скорость.
Что известно про процесс торможения?	Конечная скорость равна 0.
Составим краткую запись. $\begin{array}{ccc} t = 0 & & t - ? \\ S = 0 & \xrightarrow[\begin{array}{c} S = 16t - 0,1t^2 \\ V = 16 - 0,2t \end{array}]{} & S - ? \\ V - ? & & V = 0 \end{array}$	
Все ли данные в условии мы использовали?	Да.
Что требуется найти в задаче?	Время торможения и тормозной путь.
<i>2. Анализ (формализация и внутримодельное решение)</i>	
Что нужно знать, чтобы найти тормозной путь в нашей задаче (учитель составляет схему на доске)?	Время торможения и закон, по которому описывается путь.
Что из этого нам известно?	Закон.
Что нужно знать, чтобы найти время торможения (смотрите краткую запись)?	Закон, по которому описывается скорость, и значение скорости, равное нулю.
Какие из нужных величин нам известны?	Все.

Можем ответить на вопрос задачи?	Да.
3. Синтез	
Решите задачу, оформляя решение.	$ \begin{array}{ccc} t = 0 & & t - ? \\ S = 0 & \xrightarrow[S = 16t - 0,1t^2]{} & S - ? \\ V - ? & \xrightarrow[V = 16 - 0,2t]{} & V = 0 \end{array} $ <p>1) $16 - 0,2t = 0$ $16 = 0,2t$ $t = 80$</p> <p>2) $S = 16 * 80 - 0,1 * 80^2$ $S = 640$</p>
4. Проверка (интерпретация результатов)	
Выполним проверку, решив задачу графически.	
Что будет являться графиком функции скорости от времени?	Прямая.
Построим график функции $V=V(t)$, что он описывает?	Как меняется скорость с течением времени.
Какую четверть нам необходимо рассматривать и почему?	Скорость и время принимают только положительные значения, значит, рассматриваем первую четверть.
Постройте график функции $V=V(t)$, примите масштаб такой, чтобы клетка равнялась 8 единицам. <i>Учитель строит график функции в среде Maple, результаты выводит с помощью проектора на экран.</i> Что мы можем сказать о времени торможения, используя график? (рис. 6)	Время, затраченное на снижение скорости до 0, равно 80.
Вычислим тормозной путь, что для этого нужно сделать?	Построить график функции $S=S(t)$.
Что будет являться графиком функции?	Парабола с ветвями, направленными вниз.
Какую четверть графика будем рассматривать?	Первую, по тем же причинам.
Что нужно знать, чтобы нам схематично построить параболу?	Вершину параболы, точки пересечения с осью Ox
Как это сделать?	Для нахождения вершины воспользуемся формулой $t_0 = -\frac{b}{2a}, s_0 = s(t_0)$, для нахождения нулей функции найдем при каких $ts = 0$.
Вычислите и назовите полученные координаты.	Вершина (80; 640), точки пересечения (0; 0) и (160; 0).
Постройте график, принимая масштаб за 80. Как на этом графике определить, чему ра-	С течением времени меняется путь. Мы знаем уже, что время, затраченное на тор-

вен тормозной путь (рис.7)?	мозной путь, равно 80. Значит, нужно определить, чему равно значение ординаты при $t = 80$. Эта точка и есть вершина параболы, значит, путь равен 640.
5. Запись ответа	
Запишите ответ.	<i>Ответ: время торможения 80 с, тормозной путь 640 м.</i>

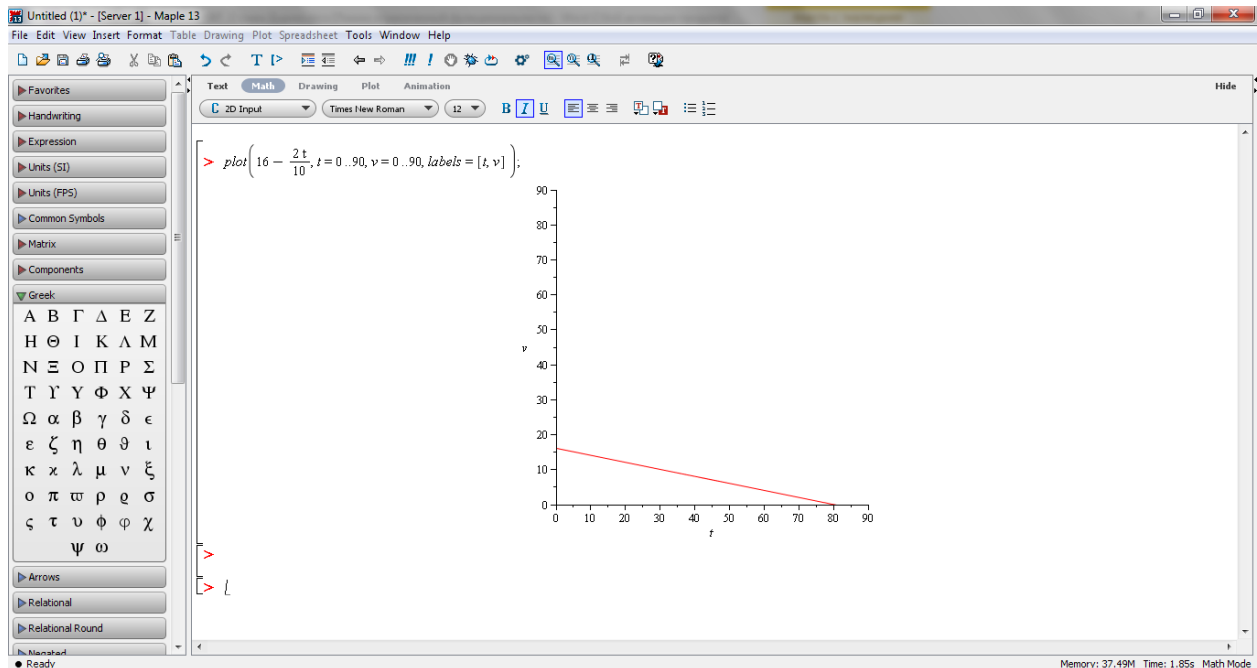


Рис. 6. График зависимости скорости от времени

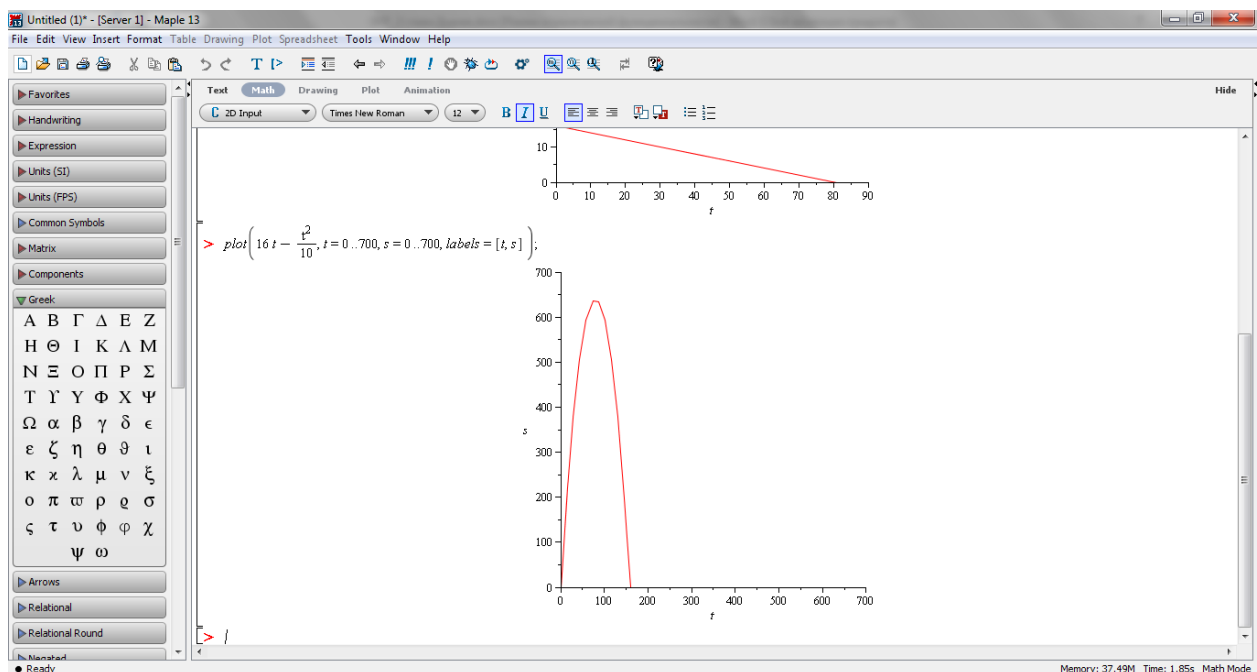


Рис. 7. График зависимости пути от времени

Фрагмент факультативного занятия по теме «Показательная функция»

Класс: 9.

Тип занятия: открытия нового знания.

Цели:

Предметные: формирование понятия «показательная функция» и его определения, формирование умения строить график показательной функции;

Личностные: создание условий для осознания необходимости изучаемых понятия и алгоритма в жизни;

Метапредметные: формирование навыков поисковой деятельности, решения задач проблемного характера, формирование умения выполнять деятельность в соответствии с планом.

Результаты:

Предметные УУД: знает понятие «показательной функции», свойства ее графика, умеет применять эти знания при решении жизненных задач;

Личностные УУД: осознает необходимость учиться;

Познавательные УУД: выдвигает и доказывает гипотезы, ищет информацию в дополнительных источниках, самостоятельно отбирает нужную ему информацию;

Регулятивные УУД: планирует деятельность, распределяет время, вносит в свою деятельность необходимые коррективы;

Коммуникативные УУД: владеет математическим понятийным аппаратом и использует его в устной речи.

Средства обучения: компьютер, интерактивная доска (либо проектор), компьютерная среда GeoGebra.

Методы обучения: частично-поисковый.

(Задача №29 из комплекса) Какая доля радия останется через тысячу лет?

Вопросы учителя	Ответы учащихся
<i>1. Работа с условием задачи (математизация)</i>	
Какие реальные объекты представлены в условии задачи?	Радий.
Что происходит с этим объектом?	Процесс распада

Что характеризует этот процесс?	Начальное количество вещества, количество после распада, период полураспада, время распада.
Как связываются эти величины?	$m_1 = m_0 * e^{-kt}, k = \frac{\ln 2}{T}$, где m_0 – начальное количество вещества, m_1 – количество вещества после распада, T - период полураспада, t - время распада.
Какие величины по условию задачи известны?	Время 1000 лет.
Что требуется найти в задаче?	Оставшуюся после распада долю радия.
Что значит «доля»? Как это запишется на языке математики?	Отношение оставшегося количества вещества к первоначальному количеству вещества $\frac{m_1}{m_0}$.
2. Анализ (формализация и внутримодельное решение)	
Что нужно знать, чтобы вычислить данное отношение (учитель составляет схему на доске)?	Время распада и период полураспада.
Что из этого нам известно?	Время распада.
Как узнать период полураспада?	Период полураспада – это константа, ее значение можно найти в справочнике.
В таком случае нам хватает данных для нахождения ответа на вопрос?	Да.
С помощью чего мы это сделаем?	Подставим все данные в формулу $\frac{m_1}{m_0} = e^{-kt}, k = \frac{\ln 2}{T}$.
3. Синтез	
Оформим решение. Результаты округляем до трех цифр, отличных от нуля.	<p>Дано:</p> $m_1 = m_0 * e^{-kt}, k = \frac{\ln 2}{T}$ $t = 1000 \text{ лет}$ <p>Найти: $\frac{m_1}{m_0}$</p> <p>Решение:</p> $T = 1550 \text{ лет}$ <p>1) $k = \frac{\ln 2}{1550} = \frac{0,69}{1550} \approx 0,000447$</p> <p>2) $\frac{m_1}{m_0} = e^{-kt} \approx 2,72^{-0,000447*1000} \approx 2,72^{-0,447} \approx 0,639$</p>
4. Проверка (интерпретация результатов)	
Посмотрите внимательно на зависимость отношения от времени, что это такое?	Это показательная функция.
Как выглядит график функции?	Кривая ...
Какой формулой зависимость будет задаваться? Обозначим отношение за y .	$y = e^{\frac{\ln 2}{1550} * t}$
Функция возрастает или убывает?	Убывает, потому что в степени отрицательный коэффициент.
Построим график зависимости доли радия от времени в среде GeoGebra (учитель строить график, экран проектирует на доску рис. 8). Наша кривая выглядит на графике как прямая, почему?	Основание очень малое.

Верно. Как с помощью графика проверить, верно ли мы решили задачу?	В точке $t = 0$ значение функции равно 1, то есть отношение равно 1, значит, количество никак не поменялось, так как распад еще не начался. А при $t = 1000$ значение функции должно быть приблизительно равно 0,639.
Действительно, имеем точку с координатами (1000; 0,64) (рис. 9).	
5. Запись ответа	
Запишем ответ в процентах. А как выразить долю в процентах?	Умножить на 100 и приписать знак %. <i>Ответ: через 1000 лет останется 63,9% радия.</i>

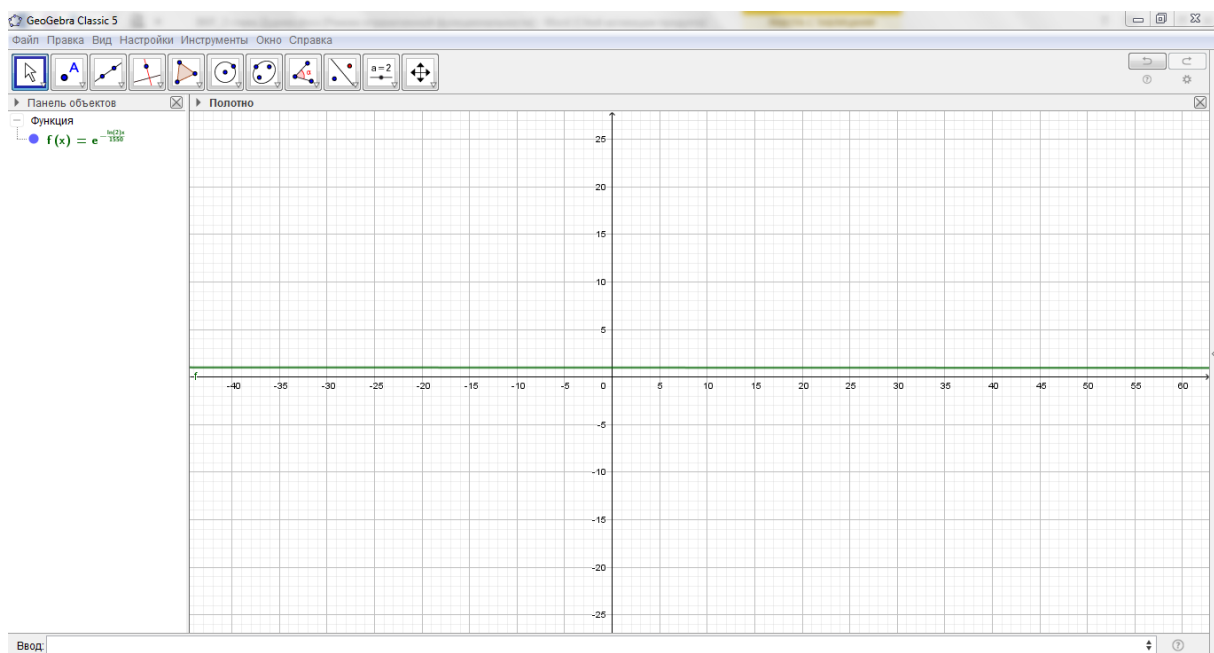


Рис. 8. График показательной функции

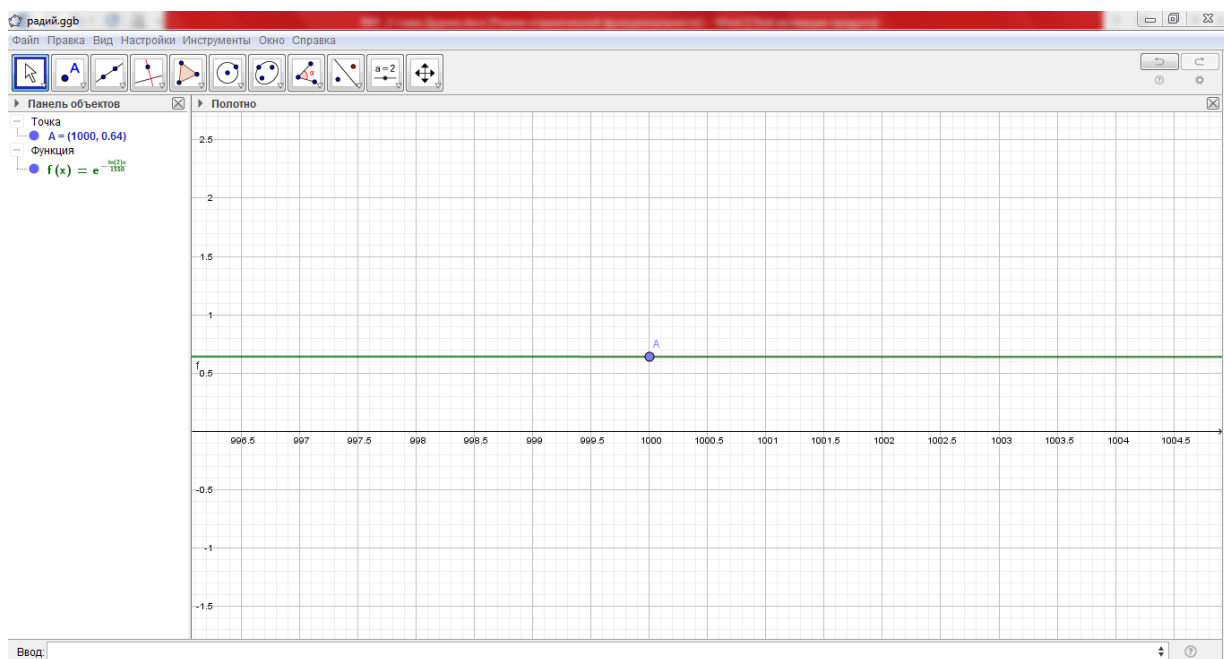


Рис. 9. Доля радия через тысячу лет

Таким образом, мы показали методику работы с практико-ориентированными задачами на примерах фрагментов различных уроков – как видно, практико-ориентированные задачи можно использовать на уроках различных типов, а также добавлять в процесс решения использование компьютерных программ.

2.3. Итоги опытно-инструментальной проверки сформированности уровня метапредметных результатов

Экспериментальная проверка проводилась в МАОУ «Гимназия № 13 "Академ"» г. Красноярск, в 8 «С» классе. В число испытуемых вошла одна классная подгруппа (15 человек из 31). Занятия проводились во время двух педагогических практик (декабрь и февраль) в урочное время по расписанию. Для проверки своей гипотезы мы спланировали эксперимент, цель которого заключалась в том, чтобы выяснить, будет ли использование практико-ориентированных задач в процессе обучения математике в 7–9 классах способствовать повышению качества математической подготовки и уровня сформированности метапредметных результатов - умения создавать модели и представлять их в графической или знаково-символической форме, умения решать задачу разными способами и выделять наиболее оптимальный, умения устанавливать причинно-следственные связи, умения осуществлять поиск информации и умения строить цепочки логических рассуждений.

Данный эксперимент проводился в 3 этапа:

- 1) Определение первоначального уровня метапредметных результатов у обучающихся через входную диагностику;
- 2) Апробация разработанного комплекса практико-ориентированных задач;
- 3) Определение уровня сформированности предметных и метапредметных образовательных результатов через проведение итоговой диагностики в форме проверочных работ и анкетирования.

В качестве контрольно-измерительных средств выступили входная и итоговая диагностические работы (Приложение 1), включающие проверку

уровня сформированности метапредметных результатов, проверочная работа по теме «Линейная функция и ее график» (Приложение 2), анкета по определению отношения обучающихся к практико-ориентированным задачам (Приложение 3) и самооценка результатов учебной деятельности (Приложение 4).

Входная диагностика (так же, как итоговая) содержала 5 не тематических задач с дополнительными заданиями, при выполнении которых обучающиеся показывали уровень сформированности того или иного метапредметного умения. Анализ результатов этой работы показал, что в данном классе у обучающихся в хорошей степени развито умение устанавливать причинно-следственные связи; в средней степени развито умение создавать модели и строить цепочки логических рассуждений; и в меньшей степени развито умение решать задачи разными способами и искать дополнительную информацию (рис. 10).

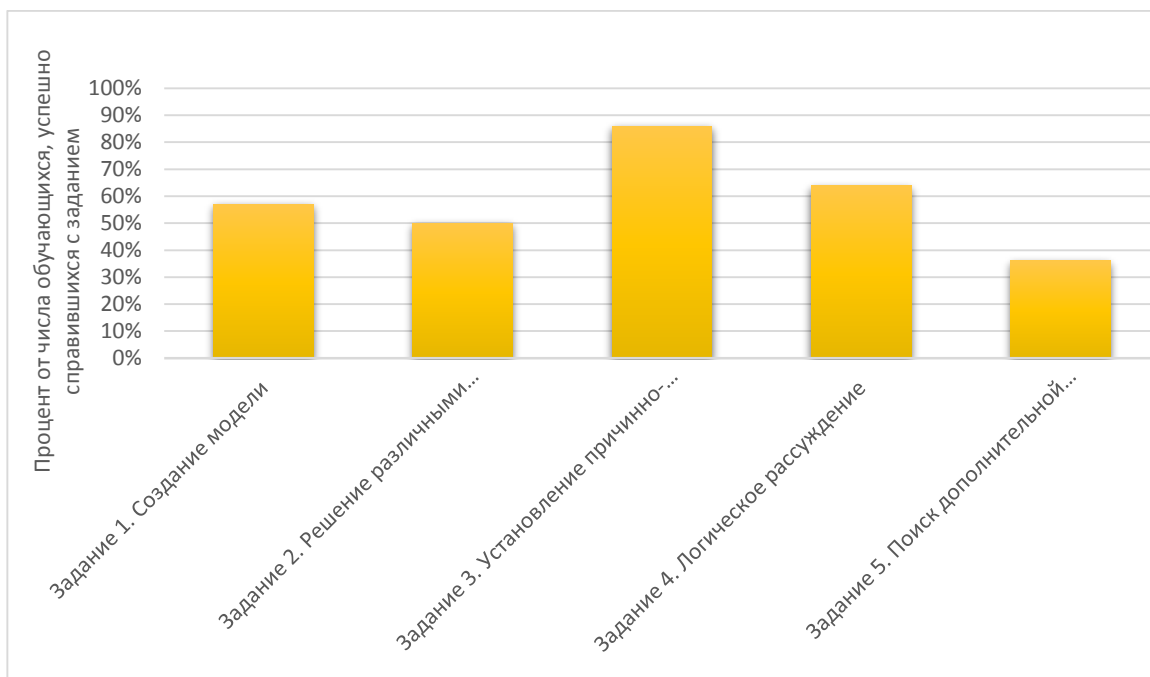


Рис. 10. Результаты входной диагностики

На следующем этапе опытно-инструментальной работы было проведено 3 урока по теме «Линейная функция», на которых решались задачи из одноименного раздела разработанного комплекса.

Затем мы провели итоговую диагностику, задания которой были аналогичны задачам входной диагностики, и анкетирование обучающихся. Результа-

таты итоговой диагностики показали, что теперь обучающиеся лучше выполняют задания на создание моделей и решение различными способами, но при этом уверенности при работе со справочной литературой у обучающихся не добавилось (рис. 11).

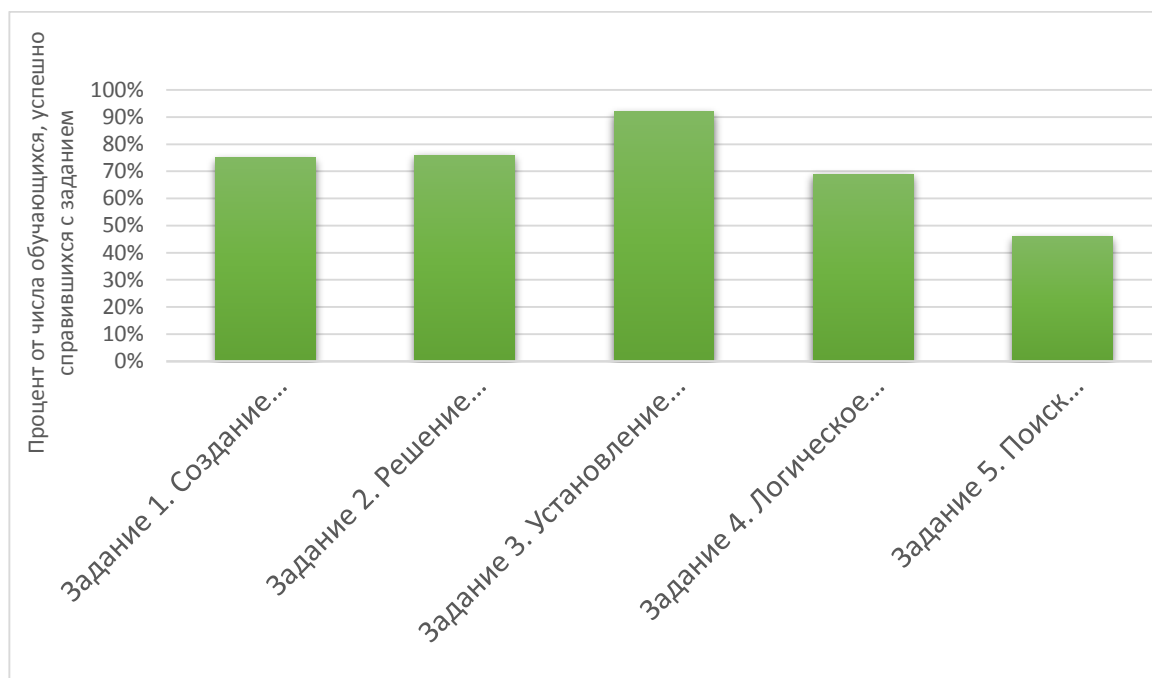


Рис. 11. Результаты итоговой диагностики

Анкетирование обучающихся показало повышенный интерес к практико-ориентированным задачам и потребность в их использовании в процессе обучения математике, особенно при изучении уравнений. Также обучающиеся считают, что «школа готовит к ЕГЭ, а не к жизни, поэтому практико-ориентированные задачи нужно изучать по всем предметам». При этом учащиеся затруднялись ответить на вопросы о том, какие умения формируются в процессе решения практико-ориентированной задачи.

Заключительным этапом эксперимента стало проведение рефлексии и проверочной работы, которая была нацелена на определение повышения качества математической подготовки через формирование таких предметных УУД, как:

- Обучающийся знает понятия «линейная функция», «область определения линейной функции», «график линейной функции», «угловой коэффициент прямой», «постоянная функция»;

- Обучающийся умеет определять линейную функцию, угловой коэффициент прямой, область определения функции, строить график функции $y = kx + b$, определять по формуле, в каких четвертях расположен график функции, вычислять значения функции в различных точках.

Результаты проверочной работы показали, что использование практико-ориентированных задач по теме «Линейная функция и её график» в процессе обучения математике направлено не только на формирование метапредметных результатов, но и на улучшение показателей сформированности предметных УУД (рис. 12).

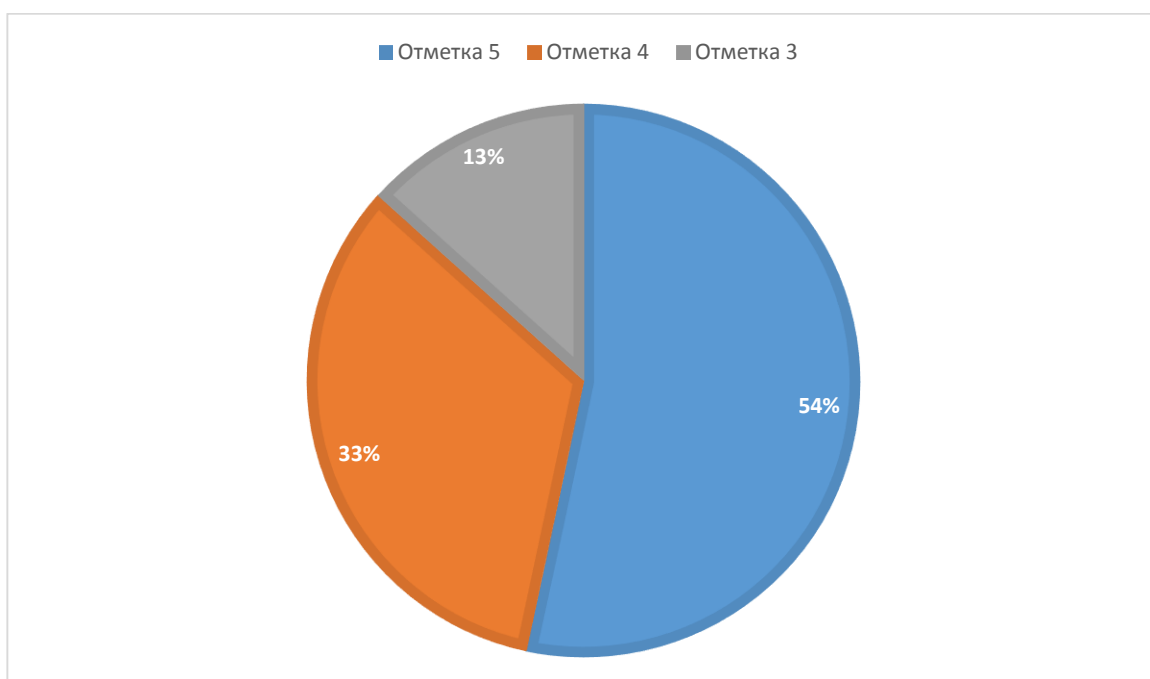


Рис.12. Результаты самостоятельной работы

Проведение рефлексии содержания изученного материала показало, что уроки, на которых решались практико-ориентированные задачи, были более продуктивны, чем обычные, а также обучающиеся более четко ставили цели урока, что говорит о повышении их познавательной активности.

Проведенная опытно-инструментальная работа показала следующее:

1. Применение практико-ориентированных задач в процессе обучения математике в 7-9 классах способствует повышению уровня сформированности метапредметных образовательных результатов: умения создавать

модели, решать задачи различными способами и строить цепочки логических рассуждений;

2. Обучающиеся считают, что практико-ориентированных задач должно быть больше, так как они «подготавливают к реальной жизни»;

3. Использование практико-ориентированных задач не ограничивает формирование предметных УУД.

Выводы по второй главе

Изучив структуру и пути получения практико-ориентированной задачи, мы разработали комплекс практико-ориентированных задач, состоящий из 9 разделов: «Линейная функция», «Обратная пропорциональность», «Квадратичная функция», «Степенная функция», «Проектные задачи», «Задания из тестов PISA», «Практические задачи», «Задачи на использование функционально-графического метода решения уравнений» и «Показательная функция (во внеурочной деятельности)». К каждой задаче мы указали, на формирование каких метапредметных результатов она нацелена.

Затем мы обозначили этапы методики работы с практико-ориентированной задачей и на основе этих этапов представили методические разработки в виде фрагментов уроков по решению некоторых практико-ориентированных задач. В каждом фрагменте мы показали, как на уроке математики в процессе изучения функциональной линии можно использовать современные компьютерные математические программы.

Экспериментальная часть исследования показала, что после проведения уроков математики с использованием практико-ориентированных задач обучающиеся стали показывать более высокий уровень овладения метапредметными и предметными УУД, а также мы выяснили, что у обучающихся наблюдается повышение познавательной мотивации, они интересуются «жизненными» задачами и считают их полезными.

Заключение

В ходе анализа состояния современного математического образования мы пришли к выводу, что содержанию обучения математике не хватает практико-ориентированной направленности. Практико-ориентированное обучение способствует устранению существующих образовательных проблем, а также оно в полной мере удовлетворяет требованиям ФГОС: оно направлено на развитие познавательных потребностей, формирование метапредметных качеств и практического опыта.

Детально исследовав понятие метапредметных результатов, мы привели примеры универсальных учебных действий и рассмотрели, на формирование каких умений направлено практико-ориентированное обучение.

Лучшим средством реализации практико-ориентированного обучения являются практико-ориентированные задачи, поэтому мы проанализировали методическую и педагогическую литературу, охарактеризовали понятие практико-ориентированной задачи, рассмотрели пути ее получения и этапы методической работы с практико-ориентированной задачей.

Полученные данные позволили нам создать направленный на формирование метапредметных познавательных умений комплекс практико-ориентированных задач функционально-графического содержания для обучающихся 7-9 классов.

Применив использование практико-ориентированных задач на практике, а затем проведя ряд диагностических работ, был сделан вывод о том, что:

- 1) У обучающихся экспериментального класса повысился уровень сформированности определенных метапредметных результатов—умения создавать математические модели жизненных ситуаций, умения устанавливать причинно-следственные связи и умения строить цепочки логических рассуждений.

- 2) Уровень предметных УУД также возрос, что говорит о том, что практико-ориентированные задачи способствуют более полному усвоению информации;

3) Обучающиеся заинтересованы в применении практико-ориентированных задач по всем разделам школьного курса математики.

Проведенное исследование и полученные результаты позволяют утверждать, что поставленные цель и задачи выпускной квалификационной работы были достигнуты. Гипотеза исследования подтверждена не полностью – обучающиеся не продемонстрировали рост уровня сформированности умения работать со справочной литературой. Для более полного утверждения следует продолжать апробацию разработанного комплекса в учебно-воспитательном процессе.

В перспективе можно разрабатывать комплексы практико-ориентированных задач и по другим содержательным линиям школьного курса математики.

Библиографический список

1. *Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. организаций* / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2013. 287 с.
2. *Алгебра. 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений* / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. М. Просвещение, 2014. 256 с.
3. *Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций* / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2014. 301 с.
4. *Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений* / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. М. Просвещение, 2014. 287 с.
5. *Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций* / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2014. 335 с.
6. *Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений* / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. М. Просвещение, 2014. 288 с.
7. *Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий / под ред. А.Г. Асмолова. М.: Просвещение, 2011. 159 с.*
8. *Гатауллин А.М., Зарипов Ф.Ш. Конструирование образовательного процесса в школе на основе принципа междисциплинарных связей (на примере темы «Построение фигур вращения») // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 4. URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=9649> (дата обращения: 10.03.2018).*

9. *Геометрия. 7–9 классы*: учебник для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, И.И. Юдина. 2-е изд. М.: Просвещение, 2014. 383 с.
10. *Геометрия. 10–11 классы*: учебник для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.. М.: Просвещение, 2013. 255 с.
11. *Гусев В.А.* Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы. М.: ООО «Издательство «Вербум-М», ООО «Издательский центр «Академия», 2017. 458 с.
12. *Дорофеев Г.В.* Применение производных при решении задач в школьном курсе математики. // Математика в школе. 1980. №5. С.28–30.
13. *Дудник М.С., Сивухина Е.А.* Построение графиков дробно-рациональных функций без использования производной // Молодежь и наука: XVIМеждународный форум студентов, аспирантов и молодых ученых: материалы научно-практической конференции. Красноярск, 28-29 мая 2015 г. / отв. ред. С.В. Бортновский; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2015. С. 30–34.
14. *Дудник М.С.* Прикладное содержание функционально-графической линии школьного курса математики // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы II Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2017 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2017. С. 127–131.
15. *Егунова М.В.* Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя. Монография. М.: МПГУ, 2014. 284 с.
16. *Егунова М.В.* Практические приложения математики в школе: учеб. пособие для студентов педагогических вузов. М.: Прометей, 2015. 248 с.

17. *Ерилова Е.Н.* Реализация когнитивно-визуального подхода посредством интерактивной геометрической среды GeoGebra // Вестник САФУ. 2015. №1. С. 144–149.
18. *Ефремова Т.Ф.* Современный словарь русского языка три в одном: орфографический, словообразовательный, морфемный : около 20 000 слов, около 1200 словообразовательных единиц. М.: АСТ, 2010. 699 с.
19. *Калдыбаев С.К., Макеев А.К.* О роли практико-ориентированных задач в обучении математике // Инновационная наука. 2015. №10-3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-rol-i-praktiko-orientirovannyh-zadach-v-obuchenii-matematike> (дата обращения: 11.03.2018).
20. *Карпушина Н.М.* В ожидании PISA-2015: вокруг да около «теста на образованность» // Математика в школе. 2015. № 5. С. 7–13.
21. *Колягин Ю.М., Пикан В.В.* О прикладной и практической направленности обучения математике. // Математика в школе. 1985. №6. С. 27–32.
22. *Концепция развития математического образования в Российской Федерации* [Электронный ресурс] // Министерство образования и науки РФ [Официальный сайт]. 2013. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/3894> (дата обращения 10.11.17).
23. *Ларина Г.С.* Использование контекста повседневной жизни в обучении математике в основной школе международная перспектива [Текст]: дис. на соиск. учен. степ. канд. наук НИУ ВШЭ (PhD HSE). Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». Москва, 2018. 163 с.
24. *Левитас Г.Г.* Методика преподавания математики в основной школе: учеб. пособие. Астрахань: Астраханский университет, 2009. 179 с.
25. *Лихачев Б.Т.* Педагогика: курс лекций / Б.Т. Лихачев; под ред. В.А. Сластенина. М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2010. 647 с.
26. *Мерзляк А.Г.* Алгебра. 7 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2013. 272 с.

27. *Мерзляк А.Г.* Алгебра. 8 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2013. 256 с.
28. *Мерзляк А.Г.* Алгебра. 9 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2013. 308 с.
29. *Оганесян В.А.* Методика преподавания математики в средней школе: общая методика. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, В.Я. Саннинский. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Просвещение, 1980. 464 с.
30. *Ожегов С.И.* Толковый словарь русского языка: Ок. 100 000 слов, терминов и фразеологических выражений / С. И. Ожегов; под ред. проф. Л. И. Скворцова. 28 е изд., перераб. М.: ООО «Издательство «Мир и Образование»: ООО «Издательство Оникс», 2012. 1376 с.
31. *Орлова А.О., Валитова С.Л.* Особенности обучения математике по ФГОС второго поколения [Электронный ресурс] // URL: <http://www.scienceforum.ru/2014/545/1632> (дата обращения: 22.11.2017).
32. *Петров В.А.* Математика. 5-11 кл. Прикладные задачи: учебно-методическое пособие. М.: Дрофа, 2010. 252 [4] с.
33. *Пойа Д.* Математическое открытие / Д. Пойа. М.: Наука, 1970. 452 с.
34. *Практико-ориентированные задачи: структура, уровни сложности и алгоритм составления* [Электронный ресурс] // URL: <http://festival.1september.ru/articles/642510/> (дата обращения 17.01.2018).
35. *Резолюция всероссийского съезда учителей математики* // Математика в школе. 2011. №1. С. 4–7.
36. *Самылкина Н.Н., Седова Е.А. и др.* Проблемы школьного математического образования глазами учителей и преподавателей вузов: результаты опросов // Математика в школе. 2017. № 2. С. 36-44.

37. *Селевко Г.К.* Энциклопедия образовательных технологий: учебно-методическое пособие: в 2 т. М.: НИИ школьных технологий. Т. 1. 2006. 816 с.
38. *Терешин Н.А.* Прикладная направленность школьного курса математики: книга для учителя. М.: Просвещение, 1990. 96 с.
39. *Тумашева О.В., Берсенева О.В.* Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода: монография; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2016. 280 с.
40. *Тумашева О.В., Берсенева О.В.* Проектные задачи на уроках математики // Математика в школе. 2015. № 10. С. 27-30.
41. *Тумашева О.В.* Задачи в обучении математике: учебно-методическое пособие / О.В. Тумашева; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2007. 100 с.
42. *Тюменева Ю.А., Александрова Е.И., Шашкина М.Б.* Почему для российских школьников некоторые задания PISA оказываются труднее, чем для их зарубежных сверстников: экспериментальное исследование. Психология обучения. 2015. №7. С. 5–23
43. *Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5–9 кл.)* [Электронный ресурс] // Министерство образования и науки РФ [Официальный сайт]. 2010. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/543> (дата обращения 10.11.17).
44. *Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации»* [Электронный ресурс] // Министерство образования и науки РФ [Официальный сайт]. 2013. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/2794> (дата обращения 10.11.17).
45. *Федеральный перечень учебников, рекомендованных к использованию при реализации программ общего образования* [Электронный ресурс] // Специализированная интернет-система организационно-методического сопровождения федерального перечня учебников, рекомендуемых к использо-

ванию при реализации образовательных программ. URL: <http://www.fpu.edu.ru/> (дата обращения 10.03.2018).

46. *Фирсов В.В.* О прикладной ориентации курса математики // Углубленное изучение алгебры и анализа: Пособие для учителей (Из опыта работы) / Сост. С.И. Шварцбурд, О.А. Боковнев. М.: Просвещение, 1977. С. 215–239.

47. *Фундаментальное ядро содержания общего образования: проект* / под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. М.: Просвещение, 2009. 48 с.

48. *Хуторской А.В.* Современная дидактика: учеб. пособие. 2-е изд., перераб. М.: Высш. шк., 2007. 639 с.

49. *Что ждет математическое образование в ближайшие 5 лет?* [Электронный ресурс] // URL: <http://www.ug.ru/article/876> (дата обращения 5.12.2017).

50. *Шапиро И.М.* Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: кн. для учителя. М.: Просвещение, 1990. 96 с.

51. *Шарапова М.И.* ИКТ в образовании // Вестник МГЛУ. 2011. №620. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ikt-v-obrazovanii> (дата обращения: 06.03.2018).

52. *Шашкина М.Б., Якименко М.Ш.* О профильном и базовом уровнях изучения математики в школе. Математика в школе. 2014. № 8. Электронное приложение № 2.

53. *Ярцева Д.О.* Современные образовательные технологии в учебном процессе // Воспитание и обучение: теория, методика и практика: материалы VIII Междунар. науч.–практ. конф. (Чебоксары, 6 нояб. 2016 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. С. 236–238.

Приложение 1. Входная диагностика

Проверочная работа для обучающихся 8 класса

1. Составьте алгебраическую модель к задаче:

«Велосипедист ехал 2 часа по лесной дороге и на один час меньше по шоссе, всего он проехал 40 км. Скорость его по шоссе была на 4 км/ч больше, чем скорость на лесной дороге. С какой скоростью велосипедист ехал по лесной дороге, и с какой по шоссе?»

2. Решите задачу. Предложите еще один способ решения задачи. Какой способ рациональнее и почему?

«В магазине имеется два бочонка сельди одного сорта. Стоимость сельди в одном бочонке - 1440 рублей, а во втором - 1872 рубля, причем во втором бочонке сельди на 12 кг больше, чем в первом. Найдите массу сельди в каждом бочонке».

3. Как изменится объем куба, если его высоту увеличить в n раз, а сторону основания уменьшить в n раз? Объясните.

4. Верно ли утверждение: если смежные углы равны, то они прямые?

5. Масса тела в кг вычисляется по формуле $m = \rho * v$, где v – объем тела (м^3), ρ – плотность тела $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Вычислите массу деревянного кубика (сделанного из дуба) с ребром 10 см.

Приложение 2. Самостоятельная работа «Линейная функция»

Самостоятельная работа по теме «Линейная функция и ее график»

1 вариант

1. Какие из следующих функций являются линейными?
А) $y = 3x + 1$
Б) $y = 0$
В) $y = x^2 - 1$
Г) $y = x$
2. Какова область определения функции $y = 78x - 140$?
3. Чему равен угловой коэффициент функции $y = 8$? Как называется такая функция?
4. В каких четвертях расположен график функции $y = \frac{10x-7}{3}$?
5. Постройте график функции $y = 4x + 5$. Определите значение функции в точке 4.

2 вариант

1. Какие из следующих функций не являются линейными?
А) $y = 3x$
Б) $y = x^2$
В) $y = x - 1$
Г) $y = 100$
2. Какова область определения функции $y = -15x + 56$?
3. Чему равен угловой коэффициент функции $y = 3x + 1$? Является ли эта функция постоянной?
4. В каких четвертях расположен график функции $y = \frac{4-x}{2}$?
5. Постройте график функции $y = 2x - 7$. Определите значение функции в точке -3.

Приложение 3. Анкета для обучающихся 8 класса

Анкета для обучающихся

Уважаемый ученик! Мы проводим анкетирование с целью выяснения отношения обучающихся в задачам практико-ориентированного характера. Предлагаемая анкета содержит вопросы, предполагающие выбор одного ответа из нескольких предложенных, либо формулировку своего ответа на поставленный вопрос. Просим тебя ответить на следующие вопросы.

- 1) Какие уроки тебе нравятся больше всего?
 - С использованием компьютерных программ;
 - С решением задач, связанных с жизнью;
 - С проведением игр, соревнований и т.п.;
 - Люблю все уроки.
- 2) Какие математические задачи тебе нравятся больше всего?
 - Не люблю задачи, больше нравятся упражнения, уравнения и т.п.;
 - Нравятся логические задачи;
 - Задачи на доказательство или задачи на построение;
 - Задачи, связанные с реальными профессиями, ситуациями из жизни.
- 3) Как ты понимаешь, что такое практико-ориентированная задача («жизненная» задача)? Можешь привести пример.

- 4) Как часто, по твоему, на уроках математики используются практико-ориентированные задачи?
 - Очень часто;
 - Часто;
 - Редко;
 - Никогда.
- 5) Считаешь ли ты, что практико-ориентированных задач должно быть больше?
 - Да;
 - Нет.

6) Какую пользу, по твоему мнению, несут задачи, связанные с жизнью?

7) Как ты считаешь, можно ли научиться при решении задач, связанных с реальной жизнью, следующим умениям:

- Переводить жизненные ситуации на язык математики;
- Решать любые задачи не одним способом, делать рациональный выбор;
- Объяснять, почему что-то произошло или что может произойти в определенной ситуации;
- Искать информацию при недостатке имеющихся знаний;
- Быть более логичным, уметь рассуждать, что верно, что правильно?

8) На каких уроках (по каким темам) следует решать жизненные задачи?

9) Изменилось ли твое отношение к урокам математики после решения практико-ориентированных задач?

10) Для чего, по твоему, нужна математика в жизни?

Спасибо за участие в анкетировании!

Приложение 4. Лист рефлексии для обучающихся 8 класса

Продолжите следующие предложения:

1) Целью сегодняшнего урока было _____

2) Урок был (продуктивным/непознавательным/скучным и др.) _____

3) Задачи, которые мы решали на уроке, были _____

4) То, что я узнал сегодня, пригодится мне в жизни _____

5) Я научился (или думаю, что в скором времени научусь) _____
