

**АСАУЛЕНКО ЕВГЕНИЙ ВАСИЛЬЕВИЧ**

**МОДЕЛЬ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ОРГАНИЗАЦИИ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ  
РЕШЕНИЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ**

Направление подготовки 44.06.01 Педагогические науки.

Направленность (профиль) образовательной программы  
13.00.02-теория и методика обучения и воспитания  
(информатизация образования)

**НАУЧНЫЙ ДОКЛАД**

Об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы

Работа выполнена на базовой кафедре информатики и информационных технологий в образовании института математики, физики и информатики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»

Научный руководитель:

доктор педагогических наук, профессор, заведующий базовой кафедрой информатики и информационных технологий в образовании института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева

**Пак Николай Инсебович**

Рецензенты:

кандидат педагогических наук, заместитель директора по информационным технологиям Ачинского техникума нефти и газа

**Буторин Денис Николаевич**

кандидат педагогических наук, доцент базовой кафедры информатики и информационных технологий в образовании института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева

**Симонова Анна Леонидовна**

кандидат педагогических наук, доцент базовой кафедры информатики и информационных технологий в образовании института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева

**Ломаско Павел Сергеевич**

## Оглавление

Введение.....	4
§ 1. Анализ информатизации учебного процесса в области обучения решению вычислительных задач.....	9
§ 2. Обобщенная схема решения УВЗ.....	11
2.1. Определение понятия «учебная вычислительная задача».....	11
2.2. Обобщенная схема решения УВЗ.....	13
§ 3. Модель автоматизированной системы организации самостоятельной работы обучающихся в процессе решения вычислительной задачи.....	15
3.1. Определение понятия «ментальная схема».....	15
3.2. Определение понятия «вычислительный примитив» и выбор необходимых примитивов по разделу физики: равномерное движение, средняя скорость.....	16
3.3. Ментальная схема умения решать УВЗ по выбранному разделу.....	18
3.4. Закон забывания.....	23
3.5. Частный пример задачи и её МС.....	25
§ 4. Диагностика сформированности умения решать УВЗ на основе МС.....	27
§ 5. Методика организации самостоятельной деятельности обучающихся с использованием автоматизированной системы.....	38
Заключение.....	40
Источники.....	42
Приложение А (сборник задач).....	46

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность работы.** Изучение большинства точных (естественных и технических) дисциплин невозможно представить без решения учебных вычислительных задач (УВЗ). Особенно важную роль такие задачи играют в физике, химии, электротехнике, теоретической механике, гидравлике и т.п.

Научиться решать задачи всегда тяжело, однако в большей степени это относится к УВЗ. Повышенная сложность УВЗ обусловлена тем что для их решения необходимо обладать не только прочными базовыми предметными знаниями, но и одновременно владеть некоторыми математическими навыками и умениями. Например, навыками вычислений (устных, письменных, инструментальных), умениями решения уравнений и их систем. Кроме этого в вычислительной задаче подразумевается конкретный ответ в виде числа, который необходимо получить. Наличие такого ответа позволяет дихотомично судить о правильности решения, что создает для обучающихся дополнительную психологическую трудность.

Однако учиться решать вычислительные задачи необходимо по ряду причин. Решение УВЗ развивает мышление, поскольку имеется соответствие между этапами решения и фазами мыслительного процесса. В процессе решения вычислительной задачи в общем случае выделяют такие этапы: знакомство с условием задачи, поиск в условии требования задачи, т. е. величины которую необходимо вычислить, ограничение, области знания к которой может быть отнесена задача, выбор, законов и формул необходимых для решения, вывод общего выражения, позволяющего вычислить искомую величину, проверка расчетного выражения, вычисление значения искомой величины, сравнение с эталоном решения, рефлексия. Эти этапы составляют сущность мыслительного процесса, обеспечивающего решение УВЗ. Таким образом, решение вычислительных задач дисциплинирует и тренирует ум для осознанного и самостоятельного мышления.

Сложность вычислительных задач делает их решение хорошим методом воспитания воли, настойчивости, целеустремленности, терпения. Способствуя

усвоению точных и в первую очередь естественнонаучных дисциплин, вычислительные задачи выступают средством формирующим научное мировоззрение. Это достигается через сознательное применение законов природы для анализа явлений и прикладных ситуаций, учета и применения причинно-следственных связей.

Таким образом, применение учебных вычислительных задач при обучении точным дисциплинам, очевидно, обоснованно. Далее в работе для определенности остановимся более детально на учебных задачах по физике, поскольку физика является наиболее общей естественной наукой и ее законы находят приложение в различных областях естествознания и техники. Методистами физиками накоплен большой опыт применения вычислительных задач как для обучения, так и для контроля результатов обучения. Само обучение физике невозможно представить без решения физических задач. По оценкам А.В. Усовой и В.П. Орехова за период изучения курса физики средней школы обучающийся решает около тысячи задач, причем на это затрачивается около трети всего учебного времени [19, стр. 79]. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования явно требует сформированности у учеников умения решать физические задачи [16].

Кроме этого, под качеством усвоения курса физики часто понимают сложность тех задач которые учащийся способен решить самостоятельно. Так, например, единый государственный экзамен по физике включает в себя до 50% вычислительных задач (по результатам анализа демонстрационных вариантов представленных на сайте ФИПИ [33]).

Это обуславливает актуальность умения решать вычислительные задачи по физике. Результаты, полученные для УВЗ по физике могут быть распространены на задачи по другим дисциплинам.

В образовательном процессе все чаще применяются информационные и коммуникационные технологии (ИКТ). Средствами обучения выступают компьютеры и мобильные устройства, позволяющие получить доступ к сети

internet. Развивается дистанционное электронное обучение, которое в последнее время приобрело форму массовых открытых онлайн курсов (МООК) см [13], [15]. Этот тренд развития дидактики в ногу с современными технологиями подает надежду на реализацию истинно индивидуализированного обучения, при котором каждый обучающийся, в независимости от их количества, сможет обучаться в соответствии с собственным уровнем начальной подготовки, в собственном темпе, в удобное для себя время, и т. п. Однако, не смотря на высокий уровень развития ИКТ, электронные автоматизированные средства и тем более системы организации самостоятельной деятельности обучающихся в процессе формирования умения решать вычислительные задачи не достаточно разработаны.

Данное противоречие обуславливает **проблему** исследования: какой должна быть автоматизированная система организации самостоятельной деятельности обучающихся при формировании умения решать вычислительные задачи, чтобы обеспечить индивидуализацию этого процесса и повышение уровня сформированности данного умения?

**Объектом** исследования является процесс формирования умения решать учебные вычислительные задачи.

**Предмет** исследования: автоматизация организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе формирования умения решать вычислительные задачи на примере УВЗ по физике по теме «равномерное движение, средняя скорость».

**Целью работы** является разработать и научно обосновать модель автоматизированной системы организации самостоятельной деятельности обучающихся при формировании умения решать вычислительные задачи и на ее основе создать автоматизированную систему организации самостоятельной деятельности обучающихся обеспечивающую индивидуализацию самостоятельной деятельности обучающихся и повышение уровня сформированности умения решать вычислительные задачи.

**Гипотеза** исследования: реализация модели автоматизированной системы организации самостоятельной деятельности будет способствовать индивидуализации процесса обучения и обеспечит повышение уровня сформированности умения обучающегося решать УВЗ, если в ней:

1. Предусмотреть подход к организации самостоятельной деятельности обучающихся при обучении решению физических задач на основе модели ментальной схемы (МС) умения решать УВЗ.

2. Осуществлять диагностику результатов обучения по сформированности модели личностной МС решения УВЗ ученика.

3. Реализовать индивидуализацию самостоятельной деятельности обучающихся за счет:

- подбора содержания УВЗ в соответствии с дефицитами в сформированности личностной МС ученика;

- учета пространственно-временных предпочтений учеников к условиям обучения.

**Задачи** исследования в таком случае будут следующими:

1. Провести анализ информатизации учебного процесса в области формирования умения решать учебные вычислительные задачи на примере задач по предмету «физика».
2. Определить понятие «учебная вычислительная задача» и разработать общую схему ее решения.
3. Спроектировать модель автоматизированного средства для организации самостоятельной деятельности обучающихся при формировании умения решать учебные вычислительные задачи, для этого:
  - определить понятие «ментальная схема»;
  - выделить необходимые вычислительные примитивы по разделу физики «равномерное движение, средняя скорость»;
  - разработать МС умения решать вычислительные физические задачи по данному разделу;
  - разработать комплект задач - содержание автоматизированного средства.
4. Разработать метод диагностики результатов обучения решению вычислительных задач, основанный на анализе личностной МС обучающегося.
5. Разработать методику организации самостоятельной работы обучающихся с использованием разработанного автоматизированного средства.

## **§ 1. АНАЛИЗ ИНФОРМАТИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА В ОБЛАСТИ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ**

Применением методов и средств сбора, хранения и обработки и распространения информации для формирования новых знаний в рамках достижения целей обучения занимается область научно-практической деятельности человека - информатизация образования см. [10, стр. 14]. В области обучения физике выделились два основных направления информатизации: создание компьютерных моделей реальных явлений и создание цифровых лабораторий. Компьютерные модели позволяют демонстрировать и изучать явления, которые затруднительно воспроизвести в лабораторных условиях. Примерами комплексов компьютерных моделей могут послужить компьютерная среда «Живая Физика», и проект PhET [38]. Применение таких моделей значительно экономичнее организации реального эксперимента и в некоторых случаях может давать более высокие результаты обучения по сравнению с традиционным лабораторным практикумом [36]. Цифровые лаборатории делают лабораторный эксперимент намного разнообразнее и интереснее, дают возможность мгновенно визуализировать и обработать полученные экспериментальные данные. Кроме этого, как правило имеется возможность в рамках одной цифровой лаборатории оперировать различными измерительными приборами с единым интерфейсом, что, несомненно, удобно. Созданы цифровые лаборатории, позволяющие снимать показания датчиков сразу на компьютер [1], такие средства реализуются также с использованием программируемых микроконтроллеров [25].

В 2016 году пользователей интернета с мобильных устройств стало больше чем с ПК [34]. Однако развитие образовательных ресурсов использующих современный технологический тренд отстает от технического прогресса. Так, например, запрос «физические задачи» в одном из самых больших хранилищ программного обеспечения для мобильных устройств под управлением ОС Android - Google Play, приводит к следующим результатам: «логика и дедукция», «каверзный тест», «логические задачи», «нестандартное

мышление», «творческая головоломка» и др., что явно не соответствует запросу. В сети internet имеется множество тренажеров по решению физических задач, однако подавляющее большинство из них представляют собой онлайн-тесты, изредка снабженные теоретическим материалом по тому или иному разделу физики, реже предлагается видео-контент с лекциями по разделам физики, необходимым для решения задач. Примеров таких ресурсов множество, в качестве, наиболее типичных можно указать следующие [35, 37, 39].

Обучение решению задач сильно индивидуализированный процесс, поскольку умение решать задачи сугубо личное качество, которое в общем случае невозможно заменить компьютером, справочником, решебником. Каждый обучающийся обладает уникальным опытом, способностями, предпочтениями. Это обстоятельство повышает значимость индивидуализации самостоятельной работы по овладению умением решать УВЗ. В современных условиях традиционной классно-урочной системы учителю тяжело обеспечить индивидуализацию обучения.

Таким образом, актуально создание электронного средства и на его основе системы автоматизации организации самостоятельной деятельности обучающихся в процессе формирования умения решать УВЗ. Предпочтительными аспектами автоматизации являются, например, учет индивидуального ритма формирования умения решать вычислительные задачи, подбор задач индивидуально для каждого обучающегося в соответствии с его индивидуальными образовательными дефицитами, отслеживание активности обучающегося в процессе формирования умения решать вычислительные задачи, своевременный подбор задач для закрепления элементов данного умения, учет индивидуального ритма при формировании умения решать УВЗ. Такое средство существенно упростит работу педагога, автоматизировав наиболее трудоемкие операции в его деятельности.

## § 2. ОБОБЩЕННАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ УВЗ

### 2.1. Определение понятия «учебная вычислительная задача»

Прежде чем разрабатывать обобщенную модель решения вычислительной задачи необходимо определиться непосредственно с понятием «учебная вычислительная задача». Наиболее проработано понятие учебная задача представлено в методике преподавания физики, где широко используется понятие «физическая задача». В методической литературе распространено следующее определение этого понятия: физическая задача - это ситуация, требующая от учащихся мыслительных и практических действий на основе использования законов и методов физики, направленных на овладение знаниями по физике, умениями применять их на практике и развитие мышления см [28, стр. 79] и [29, стр. 6].

Рассмотрим приведенное определение более детально. Согласно определению данному в толковом словаре Ушакова [30], ситуация - это совокупность обстоятельств, условий, создающих те или иные отношения, обстановку или положение. Таким образом, слово «ситуация» следует использовать для обозначения реальных, физических условий, которые в свою очередь, сами по себе, не могут что-то «требовать» от кого-то. Учебные вычислительные задачи, обычно, представлены в виде сравнительно короткого текста в котором содержится описание ситуации и некоторое требование - познавательный вопрос - к ней относящееся. Таким образом, не представляется возможным определять учебную задачу как некоторую ситуацию.

Учебную вычислительную задачу следует понимать особым дидактическим объектом, потому что на задачу обращается наша мысль и наши действия. Согласно определению данному в словаре Ожегова [18, стр. 441] объект (в контексте данной работы) - это явление, предмет, на который направлена чья-то деятельность, чье-то внимание. Таким образом, учебная задача, представляется некоторым объектом, который оказывается очень близок к дидактическим категориям: средство обучения и метод обучения, однако не

является ни тем ни другим. Действительно, согласно общепринятым определениям:

- методы обучения – это способы совместной деятельности учителя и учеников, направленные на достижение ими образовательных целей [31, стр. 432];

- средства обучения – материальные и идеальные объекты, которые вовлекаются в образовательный процесс в качестве носителей информации и инструмента деятельности педагога и учащихся. [31, стр. 521].

Таким образом, учебную задачу будем понимать как описание некоторой ситуации относительно которой сформулирован конкретный познавательный вопрос, причем ответ на вопрос известен. То что заранее известен ответ на познавательный вопрос отличает учебную задачу от реальной, прикладной, научной. Ответ на познавательный вопрос, а также способ его получения теоретически должны быть известны, т. е. задача обязана иметь решение. Иначе станет невозможным определить ее дидактическое назначение. Очевидно, что субъект решающий задачу остается относительно решения в неведении до того как предпримет успешную попытку решить задачу самостоятельно. В противном случае нет ни малейшей пользы от решения. Если для ответа на познавательный вопрос задачи требуется получить (вычислить) значение некоторой величины, и возможно, ее единицу измерения - задачу называют вычислительной.

Если так понимать учебную задачу, то отношение задачи к методам и средствам обучения становится очевидным. В таком случае материальный носитель, содержащий текст задачи является средством обучения, а обучение решению задач является методом.

Таким образом под *учебной вычислительной задачей* будем понимать особый дидактический объект, состоящий из описания ситуации и требования вычислить значение некоторой величины, количественно характеризующей данную ситуацию.

## 2.2. Обобщенная схема решения УВЗ

Вычислительные задачи применяемые в различных естественнонаучных и технических дисциплинах имеют схожую структуру. Это позволяет не только дать общее определение УВЗ, приведенное выше, но и выдвинуть обобщенную модель решения, которую возможно будет применить к большинству вычислительных задач из различных дисциплин. Для этого проведем параллель между процессом решения учебной вычислительной задачи и мышлением.

Одним из основных назначений решения учебных вычислительных задач является развитие мышления обучающихся. Исходя из этого положения возможно представить обобщенную модель решения учебной вычислительной задачи, подходящую к подавляющему большинству вычислительных задач по различным дисциплинам. Для этого обратимся к структуре процесса мышления. С.Л. Рубинштейн выделяет следующие основные фазы мыслительного процесса [27, стр. 321]:

- I. осознание проблемной ситуации,
- II. постановка задачи,
- III. ограничение зоны поиска,
- IV. построение гипотезы решения,
- V. проверка гипотезы решения и решение задачи,
- VI. суждение по вопросу мыслительной деятельности (рефлексия).

Проведем соответствие между этапами решения вычислительной задачи и фазами мыслительного процесса. В результате получим общую схему решения вычислительной задачи см. рис. 1.

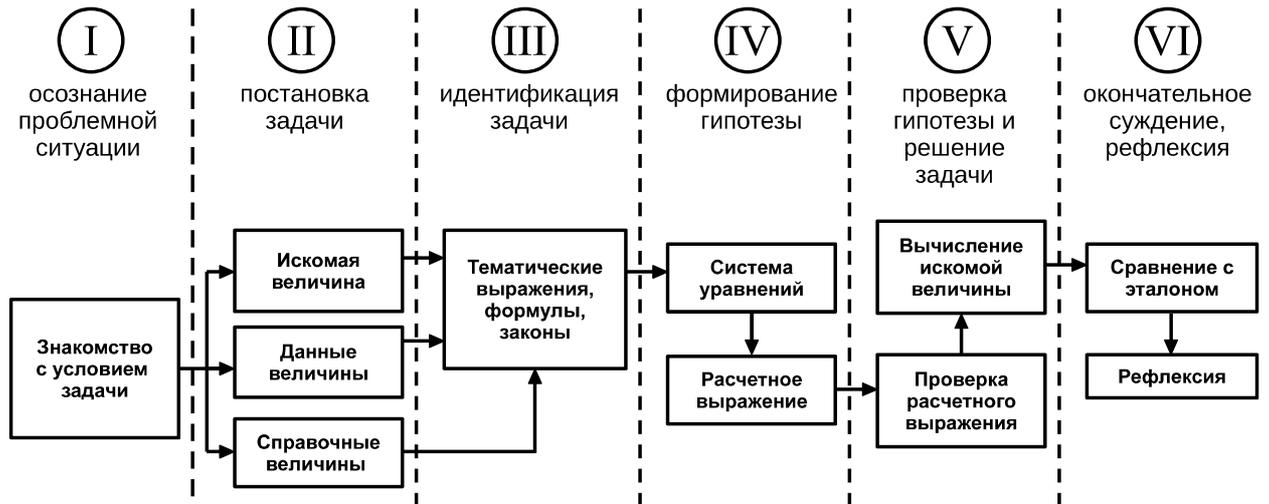


Рис. 1. Обобщенная схема решения учебной вычислительной задачи

В приведенной схеме фазы мыслительного процесса расположены в линейной последовательности. Это не означает, однако, что отрицается их внутренняя взаимосвязь. Такое последовательное представление мыслительного процесса является необходимым упрощением, возникшим в результате формализации.

### § 3. МОДЕЛЬ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

#### 3.1. Определение понятия «ментальная схема»

Известно, что психика — это свойство высокоорганизованной материи, являющееся особой формой отражения субъектом реальности [26, стр. 187]. Модель психического отражения предложил У. Найссер введя понятие *схема*. С биологической точки зрения, это некоторое множество физиологических структурных элементов и процессов, протекающих в нервной системе [17, стр. 73]. Схема является обобщением (на все когнитивные процессы) понятия *когнитивная карта*, введенного Э. Толменом для объяснения механизмов пространственной ориентации (см. статью «Когнитивные карты у крыс и человека» [11, стр. 124-143]). Схемы вполне согласуются с современной моделью памяти [22], [20]. Образы действий, формируемые в чувственной области сенсорной памяти, накапливаются с опытом и обобщаются в организованные структуры, образуя модельный уровень. Эти структуры являются схемами. В том случае, когда речь идет о целенаправленном обучении, для их обозначения используется термин «ментальные схемы». Под ментальной схемой МС будем понимать множество физиологических структурных элементов и процессов протекающих в нервной системе при реализации субъектом некоторой деятельности и отвечающих за эту деятельность. МС это физическая сущность составляющая субъект и тем самым, неразрывно с ним связанная. Существуют МС пространственной ориентации, принятия решений в типовых ситуациях, выполнения различных действий. Полностью оправданно считать, что существуют и МС которые возникают при формировании умения решать УВЗ, они же управляют этой деятельностью. Под умением обычно понимают качество личности заключающееся в способности сознательно и самостоятельно выполнять действия на основе полученных знаний. То есть, можно утверждать что умения реализуются соответствующими МС.

### **3.2. Определение понятия «вычислительный примитив» и выбор необходимых примитивов по разделу физики: равномерное движение, средняя скорость**

Несмотря на то, что все этапы решения вычислительной задачи являются необходимыми для осознанного самостоятельного решения, самой ответственной стадией является формирование гипотезы. Нередко именно выбор системы уравнений, и ее решение, т. е. вывод расчетного выражения, считается непосредственно решением задачи, а все остальные этапы признаются вспомогательными и второстепенными, или само собой разумеющимися. Таким образом, формирование гипотезы решения является ядром умения решать вычислительные задачи. Опираясь на это положение разработаем общий подход к моделированию умения решать вычислительные задачи.

Для этого проведем аналогию процессов восприятия, мышления и других форм умственной активности с когнитивными картами Э. Толмена. В работе [4] развит подход к управлению перемещением агента с помощью графовидных моделей, где, по существу, разработана информационная модель простой когнитивной карты (квадратной решетки). Используем эту идею здесь. Отличие задачи моделирования вычислительной задачи от задачи рассмотренной в [4] (и одновременно ее сложность) заключается в том, что связь топологии графа с предметной областью задачи не так очевидна, как в случае пространственной ориентации.

В действительности, имеется бесконечное разнообразие явлений, в которых различные объекты и системы вступают в отношения и взаимодействия между собой, проявляя множество различных свойств. Однако, в учебных целях рационально ограничится конечным набором таких ситуаций. Среди них выделим наиболее простые явления, которые будут описываться: во-первых, некоторой моделью тела или системы характеризующейся  $n$  величинами  $(N_1, N_2, \dots, N_n)$  — моделью явления; во-вторых, некоторым законом,

формулой или уравнением, выражающим связь между характерными для модели явления величинами — *математической моделью*. Совокупность этих двух моделей составляет исчерпывающее описание явления. Единый объект, состоящий из модели явления и математической модели, назовем вычислительным примитивом (ВП) см. рис. 2. вычислительные задачи повышенной трудности обычно имеют комплексное содержание. В них описываются сложные явления и процессы описываемые несколькими ВП.



Рис. 2. Структура вычислительного примитива

Наделим ВП следующим свойством. Пусть известны значения любых  $n-1$  величин из  $n$ , характеризующих его модель явления. В таком случае ВП способен вычислить значение оставшейся  $n$ -й величины. Это обеспечивается решением уравнения  $0=f(N_i)$  относительно  $n$ -й неизвестной, что всегда возможно (аналитически или численно). В логическом отношении ВП подобен элементу И, поскольку может вычислить значение некоторой из  $n$  характерных величин, при условии известности всех остальных значений из списка характерных величин для модели явления данного ВП. Это свойство примитивов назовем *свойство И-преобразования*.

Приведем пример построения модели МС умения решать УВЗ по одному из начальных тем элементарной физики — «равномерное движение, средняя скорость». В этом разделе выделим два вычислительных примитива. Первый примитив: модель явления – материальная точка движется поступательно и равномерно проходя путь  $S$  за время  $t$ , математической моделью будет являться формула определения скорости равномерного движения см. рис. 3 (а и б).

Второй примитив: модель явления - материальная точка, двигаясь поступательно и равномерно проходит первый участок пути  $S_1$  за время  $t_1$ , а второй  $S_2$  за  $t_2$ , математической моделью будет являться формула средней скорости  $v_{cp}$  такого двухкомпонентного движения см. рис. 3 (в и г).

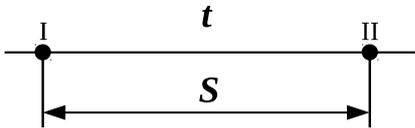
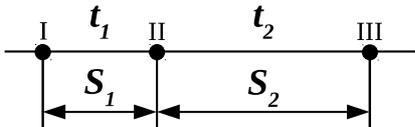
<p><b>Вычислительный примитив 1 «равномерное движение»</b></p>	 <p style="text-align: center;"><b>а</b></p>	$v = \frac{S}{t}$ <p style="text-align: center;"><b>б</b></p>
<p><b>Вычислительный примитив 2 «средняя скорость»</b></p>	 <p style="text-align: center;"><b>в</b></p>	$v = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$ <p style="text-align: center;"><b>г</b></p>

Рис. 3. Вычислительные примитивы раздела «равномерное движение, средняя скорость»

Величины, используемые в описанных вычислительных примитивах:  $t$  (время движения),  $t_1$  (время прохождения первого участка пути),  $t_2$  (время прохождения второго участка пути),  $s$ , (путь проходимый телом),  $s_1$  (длина первого участка пути),  $s_2$  (длина второго участка пути),  $v$  (скорость равномерного движения),  $v_{cp}$  (средняя скорость тела).

### 3.3. Ментальная схема умения решать УВЗ по выбранному разделу

Выбранные примитивы по теме «равномерное движение, средняя скорость» позволяет построить модель МС умения решать УВЗ по данной теме. Обратимся к общей модели МС — концептуальной ментальной схеме описанной в [22]. Согласно этой концепции МС представится в виде графа, содержащего терминальные (концевые) и нетерминальные вершины. Он будет состоять из узлов-величин, которые являются терминальными вершинами смешанного типа (цели и данные), и нетерминальных вершин, представляющих различные ВП. Дуги в таком графе проводятся между узлами, содержащими одинаковые величины и могут быть четырех видов:

- от терминальных узлов (величин) к нетерминальным узлам (ВП). Эти дуги моделируют использование величин данных в вычислительной задаче.
- от нетерминальных узлов (ВП) к терминальным узлам. Эти дуги моделируют вывод и вычисление искомой величины;
- дуги между нетерминальными узлами (ВП) моделируют совместное использование двух ВП в математических моделях которых содержатся одинаковые величины;
- дуги между терминальными узлами (величинами), которые моделируют операцию отождествления некоторых величин имеющих схожую сущность.

Таким образом, каждая дуга в такой модели обозначает некоторую конкретную операцию или действие в процессе формирования гипотезы решения УВЗ. Решение вычислительной задачи в описанной модели МС, представляется в виде возможного пути на графе. Возможный путь на графе является таким, в котором все ВП, через которые он проходит, могут выполнить И-преобразование. Поиск в условии задачи данных величин и определение искомой величины сводятся к определению начальных и конечного узлов соответственно. Составление системы уравнений и вывод расчетного выражения представляются поиском нетерминальных вершин через которые пройдет путь, соединяющий начальные узлы с конечным. Сопоставим с каждой дугой графа вес, который будет отвечать за уровень усвоения данной операции. В этом случае возрастание весов будет соответствовать обучению, т. е. формированию умения решать УВЗ, а уменьшение свидетельствует о забывании.

В соответствии с каждой величиной, входящей в выбранные ВП включим в модель МС терминальную вершину. Также введем нетерминальные вершины соответствующие ВП и проведем необходимые связи. Структура модели МС умения решать УВЗ в таком включающая описанные выше ВП и величины может быть представлена в следующем виде см. рис 4. На этой схеме, для

упрощения, связи, идущие в обоих направлениях между двумя узлами изображены единой линией с двунаправленными стрелками.

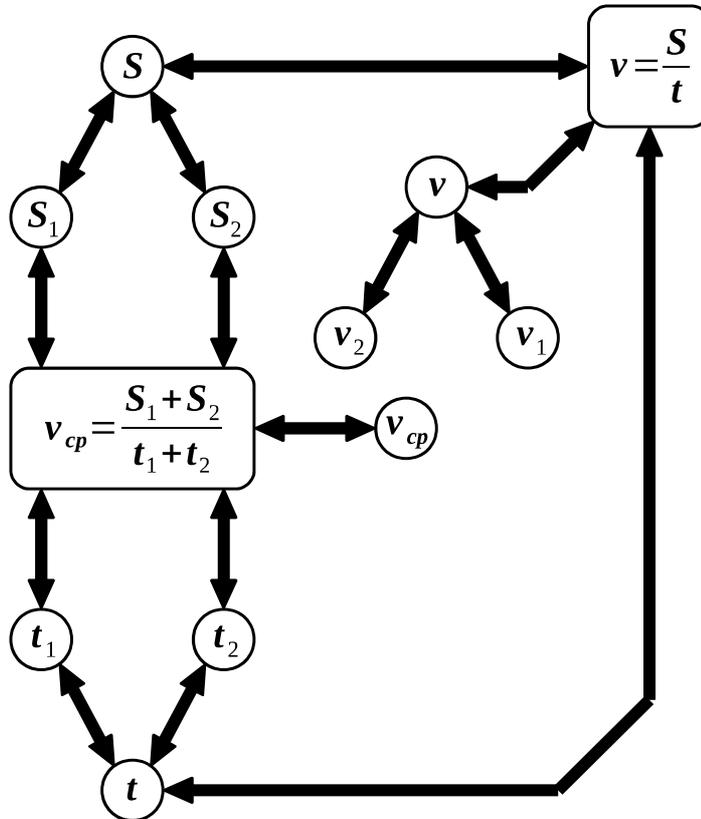


Рис. 4. Структура модели МС умения решать УВЗ по теме «равномерное движение, средняя скорость»

В описанной модели не учтено то, что использование различных формул, имеет общую математическую природу. Надо полагать, что овладение умением одновременного использования двух конкретных выражений оказывает положительное влияние на аналогичное умение оперирования двумя другими выражениями. В предложенной же модели это не учитывается. Однако модель содержит возможности для учета данной корреляции. Во-первых, учесть влияние одних операций на другие возможно введя правило коррекции весов, такое чтобы при «проработке» одного элемента МС возрастали веса остальных, подобных элементов. Определение этого правила требует отдельного исследования. Во-вторых, корреляцию различных элементов МС можно

косвенно учесть подобрав повышенное значение  $A$  в законе изменения скорости забывания  $\mu$  в выражении (2). Увеличение значения этого числа приведет к тому что для выхода на прочное усвоение (состояние при котором скорость забывания будет весьма низкой) потребуется меньше повторений отдельных элементов МС.

Несмотря на то, что в работе модель представлена на примере исключительно физических задач, по теме «равномерное движение, средняя скорость». Описанную модель, очевидно, возможно распространить и на другие разделы физики, и на другие дисциплины в которых решение вычислительных задач является обязательным. К такими дисциплинами, помимо физики, относятся, например, электротехника, гидродинамика, техническая механика, химия и др.

Рассмотренная модель, ввиду своей сравнительно простой организации может быть положена в основу автоматизированной системы организации самостоятельной деятельности обучающихся в процессе формирования умения решать вычислительные задачи. Самостоятельная работа обычно выполняется обучающимися внеаудиторно, без непосредственного присутствия преподавателя. Однако, это не снимает необходимость в организации этой деятельности. Педагог лично может влиять на этот процесс только давая инструкции. Такой подход к организации самостоятельной деятельности, очевидно, не может обеспечить лучших результатов. Помимо этого, дополнительную сложность создает большое количество обучающихся приходящихся на одного преподавателя. Это сводит к минимуму возможности индивидуализации процесса самостоятельной деятельности обучающихся в рамках рабочего времени. Подлинно реализовать принцип индивидуализации обучения в современных условиях классно-урочной системы составляет большую трудность, в виду того, что очень трудозатратно отслеживать индивидуальный уровень каждого обучающегося и организовывать обучение в индивидуальном темпе. В такой ситуации, обучение строится коллективно, по навязанной извне (стандартом, образовательной программой, календарно-

тематическим планом) схеме. Выходом из такой затруднительной ситуации может стать использование автоматизированных обучающих систем, которые будут выполнять ряд рутинных наиболее трудоемких функций. Представленная в работе модель позволит создать такую систему в плане организации самостоятельной деятельности обучающихся в процессе формирования умения решать УВЗ.

Представление модели в виде графа является удобным для программной реализации. Предложенный метод моделирования МС умения решать УВЗ может использоваться для создания автоматизированной системы организации самостоятельной деятельности обучающихся в процессе формирования умения решать УВЗ. Несложно обеспечить набор значения весов связей индивидуально для каждого пользователя такой системы. Это обеспечит полную индивидуализацию самостоятельной деятельности (тренажа) обучающихся при формировании умения решать УВЗ. Анализ весов связей в модели МС позволяет достаточно просто проводить контроль умения решать УВЗ.

### 3.4. Закон забывания

С каждой связью сопоставим линейный закон забывания в виде

$$k = \mu(\tau - t) \quad (1)$$

где

$k$  - уровень сформированности элемента умения (связи);

$\mu$  - скорость забывания;

$\tau$  - время последнего повторения.

Значение величины  $k$  удобно положить в интервале  $[0; 100]$ , а значение скорости забывания  $\mu$  от некоторого начального значения до нуля, т. е. в интервале  $[M; 0]$

Впервые закон забывания был получен Г. Эббингаузом в 1885 г в экспериментальном исследовании забывания бессмысленных наборов чисел и букв см [8, стр. 224-239]. Оказалось что он имеет вид убывающей логарифмической функции

$$k = -q \ln(s \cdot t + 1) + k_0. \quad (2)$$

Применение закона забывания к утрате умения решать УВЗ в виде (2), отчасти будет нерациональным, отчасти ошибочным. Во-первых, необходима интерпретация параметров входящих в выражение (2) и их измерение индивидуально для каждого обучающегося что вызовет большие трудности. Во-вторых, логарифмическая функция весьма удачно описывает утрату большей части информации в течении непродолжительного времени сразу после запоминания. Случай же с утратой (забыванием) умения решать УВЗ и забыванием уже усвоенной информации будет описываться медленно убывающей частью логарифмической кривой. Этот участок на небольшом интервале аргумента, вполне может быть заменен линейной функцией. В-третьих, невероятно трудно будет добиться такой точности измерения сохраненной в памяти информации, чтобы можно было достоверно судить о виде функции забывания в течении небольшого промежутка времени между двумя применениями усвоенных знаний при систематическом изучении какого либо предметного предмета.

Поскольку отдельные элементы МС могут входить в различные задачи и часто могут попадаться в процессе тренажа отдельному субъекту, закон забывания будет иметь сложный вид. Каждое очередное использование элемента МС приводит к его повторению, и тем самым восстановлению его в памяти до полного усвоения. После этого забывание будет происходить уже медленнее, таким образом происходит обучение. Уменьшение скорости забывания разумно проводить на несколько процентов от ее текущего значения. Это возможно сделать по следующей формуле:

$$\mu_{\text{new}} = \mu_{\text{old}} \cdot (1 - A/100), \quad (3)$$

где

$\mu_{\text{new}}$  - значение скорости забывания после повторения;

$\mu_{\text{old}}$  - значение скорости забывания до повторения;

A - процент на который уменьшается скорость забывания после повторения.

В таком случае закон забывания будет иметь вид изображенный на рис. 5.

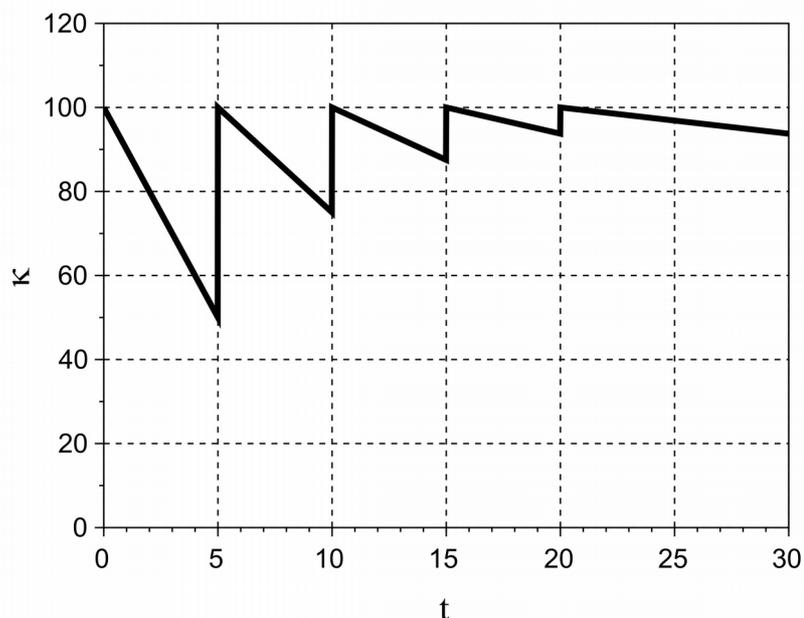


Рис. 5. Примерный вид графика линейного закона забывания при наличии повторения

На рис. 5 предполагается, что повторения происходили в моменты времени (5, 10, 15 и 20 временных единиц). Поскольку предполагается применение разрабатываемой модели для создания электронного средства, предполагается возможность автоматического вычисления параметров данной функции для каждой связи между узлами МС.

Описанная модель МС обладает основными свойствами схем: является хранителем информации об уровне усвоения элементов знаний из определенной предметной области; отражает индивидуальный опыт ученика; изменяется в процессе обучения.

### 3.5. Частный пример задачи и её МС

Рассмотрим следующий пример УВЗ по рассмотренному разделу.

*Задача.* Автомобиль проходит 300 м за 15с, после этого 700 м со скоростью 20 м/с. Вычислите среднюю скорость автомобиля на всем пути.

*Решение.* Время прохождения автомобилем второго участка может быть вычислена по формуле:

$$t_2 = \frac{S_2}{v_2}.$$

Подставив это выражение в формулу для вычисления средней скорости получим расчетную формулу в следующем виде:

$$v_{cp} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + S_2/v_2}.$$

Проведя вычисление по выведенной формуле получим значение средней скорости автомобиля равное 20 м/с.

Частная МС рассмотренной задачи представлена на рис. 6. На этом рисунке черным цветом выделены терминальные узлы - данные, т. е. величины заданные условием задачи. Черной окружностью обозначен терминальный узел - цель решения, т. е. величина которую необходимо вычислить. Как можно видеть на данном примере, частные схемы задач являются частью полной МС умения решать УВЗ по данной предметной области, приведенной на рис. 4. При правильном решении УВЗ активируются связи полной МС ученика, которые

входят в частную схему задачи, что приводит к долговременному усилению этих связей, т. е. формированию умения использовать данные операции. В модели МС такое обучение реализуется увеличением весов соответствующих связей и пересчетом скорости их забывания. Со временем, в результате тренажа, все связи и узлы полной МС окажутся покрыты частными схемами решенных задач, и будут достаточно сильны (т. е. веса будут принимать большие значения) для того, чтобы можно было судить о сформированности рассматриваемого умения.

Подборка задач полностью покрывающая МС приведенную на рис. 6 приведена в Приложении А.

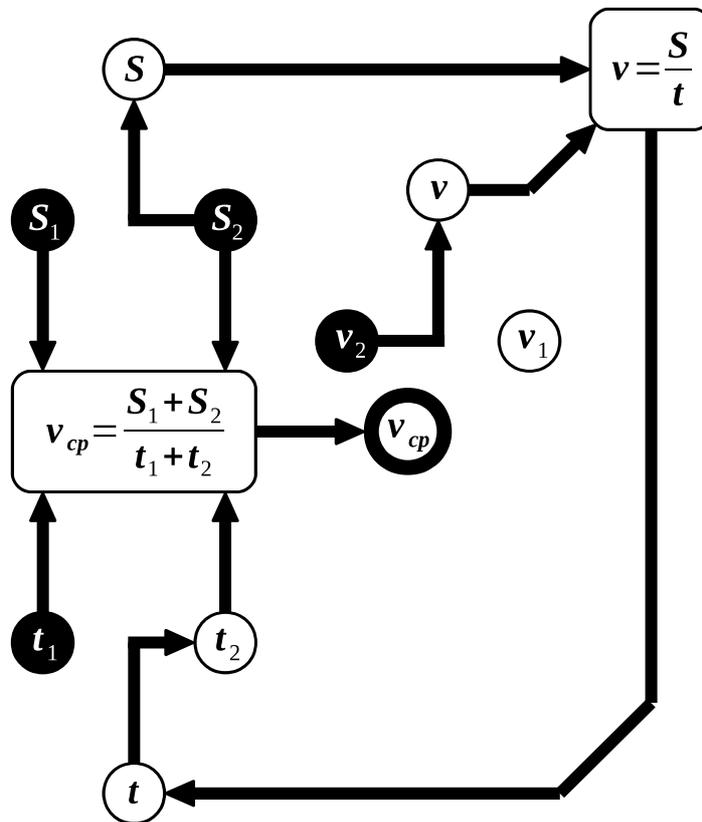


Рис. 6. Частная МС задачи. Черными кругами выделены терминальные вершины - данные, черной окружностью обозначена терминальная вершина - цель

#### **§ 4. ДИАГНОСТИКА СФОРМИРОВАННОСТИ УМЕНИЯ РЕШАТЬ УВЗ НА ОСНОВЕ МС**

Контроль знаний часто (практически всегда) организуется так же, как и процесс исследования ЧЯ. Так, испытуемому предъявляется контрольное задание (т. е. оказывается внешнее воздействие) и, спустя определённое время, от него требуется выполнить это задание (т. е. ожидается ответная реакция). Анализируя результаты выполнения контрольных заданий, исследователь (человек или автоматизированная система) делает оценку уровня усвоения знаний испытуемым. В этом отношении процесс контроля очень похож на исследование ЧЯ.

Исторический процесс развития методов контроля знаний, рассмотренный с позиций теории ЧЯ [3], легко поддается объяснению и периодизации. Он представляется процессом борьбы с проблемами, которые вызывает модель ЧЯ, различными средствами, используя вновь открывающиеся технические и методологические возможности.

Понять как организованы процессы обучения, усвоения и извлечения осмысленной информации, при рассмотрении элементов из которых состоит головной мозг (нейронов), сегодня не представляется возможным. Однако, хорошо известно, что за обучение ответственен именно этот орган, а результат обучения фиксируется в долговременной памяти в коре головного мозга. Получается, что в процессе контроля мы изучаем объект, принципы работы которого понимаем не до конца. Это вынуждает нас рассматривать ученика как ЧЯ.

Несмотря на то, что эта модель лежит в основе методов контроля знаний, связь теории ЧЯ с дидактикой остается без внимания, и понятия этой теории не применяются к контролю знаний. Как и любая другая модель, ЧЯ лишь приближенно описывает реальный объект и обладает не только границами применимости, но и ошибками в описании объекта в той области в которой она призвана работать. Игнорирование связи модели ЧЯ с контролем знаний не

позволяет увидеть те проблемы, первопричиной которых являются несовершенства этой модели и, если возможно, найти способы их решения.

Перечислим основные категории и положения теории ЧЯ по У. Росс Эшби [32]. Согласно определению, чёрный ящик — это объект или система, в которой внешнему наблюдателю доступны лишь значения входных и выходных величин, а её внутреннее устройство и процессы, в ней протекающие, неизвестны [9, стр. 530]. На систему, которая рассматривается как ЧЯ, можно оказывать различные воздействия и регистрировать, соответствующие им, ответные реакции (отклик). Способ, которым оказывается воздействие, называют входом ЧЯ, аналогично, способ, которым регистрируется отклик, называют выходом ЧЯ. В том случае, когда воздействие заключается в передаче некоторой информации, его называют входным сигналом, аналогично, отклик, несущий какую-либо информацию от ЧЯ, называют выходным сигналом. Под входной величиной следует понимать число, выражающее интенсивность воздействия на ЧЯ (на рис. 7 обозначены  $\beta_i$ ), аналогично выходная величина является числом выражающим меру ответной реакции (на рис. 7 обозначены  $\alpha_i$ ). Определённое условие или свойство системы, которое может быть как-либо идентифицировано при повторном появлении, называют состоянием системы. Анализ откликов ЧЯ на входные воздействия позволяет судить об его устройстве. Однако, существенным признаком ЧЯ является то, что возможность априори вывести зависимость между входными и выходными величинами не предполагается. Практическими причинами такого качества могут быть: сложность конструкции ЧЯ, физическая невозможность непосредственного изучения его внутреннего устройства и др.



Рис. 7. Модель «Чёрный ящик»

В общем случае говорят, что ЧЯ выполняет преобразование некоторого операнда в соответствующий ему образ (выходной сигнал). Преобразование называется замкнутым, когда оно не порождает новых элементов (т. е. когда образы и операнды принадлежат одному множеству). Преобразование однозначно, если оно превращает один операнд в один образ. Причем, всегда один и тот же операнд превращается в один и тот же образ.

Применим категории теории ЧЯ к контролю знаний. Под контролем знаний будем понимать выявление, измерение и оценку знаний, умений и навыков ученика [32, стр. 545]. Поскольку в данной работе подразумевается применение модели ЧЯ к человеку — ученику при контроле знаний, воздействия на ЧЯ и его ответные реакции будем называть входными и выходными сигналами соответственно, что соответствует информационному подходу развитому в [21], [23]. Согласно которому, при контроле ученик воспроизводит некоторый информационный процесс получения, обработки и передачи информации.

В процессе контроля знаний ЧЯ является моделью испытуемого. Устройство ЧЯ это усвоенная учеником информация (знания, умения и навыки). Под входным сигналом будем понимать информацию предъявляемую испытуемому (т. е. некоторое контрольное задание). Выходной сигнал является результатом обработки этой информации (т. е. результат выполнения контрольного задания). Исследователем ЧЯ является экзаменатор, преподаватель или автоматизированная система контроля. Целью исследователя является выяснение устройства ЧЯ.

При исследовании ЧЯ исследователь составляет протокол — таблицу следующего вида см. рис. 8.

Время	Входной сигнал	Выходной сигнал
...	...	...

Рис. 8. Протокол исследования чёрного ящика

Каждая система, если к ней обращаться как к ЧЯ, исследуется составлением такого протокола. Одно из основных положений теории ЧЯ «все что можно узнать о свойствах ЧЯ можно узнать путем перекодирования протокола» [32, стр. 131]. Перекодировка протокола (машиной или экспертом) является процессом получения оценки уровня усвоения знаний. Рассмотрим как происходит перекодировка протокола в дидактике при различных методах контроля.

**При устном опросе** входной сигнал представляет собой вопрос, который исследователь задает испытуемому. Выходной сигнал является устным ответом испытуемого. Исследователь оценивает правильность каждого ответа, учитывая его содержание и время затраченное испытуемым на обдумывание. После проведения всего опроса и составления протокола, исследователь перекодирует его, оценивая уровень усвоения знаний испытуемым (таким образом, делая суждение об устройстве ЧЯ).

**При классической письменной контрольной работе** входным сигналом является текстовое сообщение разбитое на блоки — условия задач, вопросы и т. п. Для определённости, в работе ограничимся точными дисциплинами и контролем умения решать расчётные задачи. Обычно в расчётной задаче ученик должен, оперируя значениями некоторых величин из определённой предметной области, вычислить значение неизвестной величины, относящейся к этой же области знания. В качестве выходного сигнала считается решение, которое испытуемый приводит в развернутом виде. Когда в задачах проверяется только конечный ответ, это эквивалентно тому, что у ЧЯ имеется только один выход с которого считается выходной сигнал. Однако, в расчётной задаче обычно

выделяют ряд последовательных этапов решения, в которых возможно зафиксировать вполне определённый, промежуточный результат. Например, в работе [6] приведена принципиальная схема решения учебной расчётной задачи по физике с выделением большинства возможных промежуточных этапов. Если проводится анализ хода решения, испытуемый так же рассматривается как ЧЯ, только в этом случае увеличивается количество выходов и соответственно выходных сигналов, которые снимаются на каждом промежуточном этапе решения задачи. Поскольку при проведении письменной контрольной работы обычно выделяется время на всю работу, а время для выполнения каждой задачи не регламентируется, в протоколе исследования ЧЯ для времени может быть формально введена порядковая шкала, по которой можно судить, например, о последовательности выполнения заданий контрольной работы. Перекодировку протокола производит эксперт, анализируя записи ученика и выделяя пройденные учеником этапы решения.

В подобных, классических, методах контроля основу перекодировки составляет субъективное восприятие эксперта. В таком случае не представляется возможным однозначно установить алгоритм перекодировки, поэтому, эти и другие классические методы контроля, основанные на экспертной оценке, считаются необъективными [7, стр. 57].

При контроле знаний методами **классической теории тестов** входной сигнал представляет собой статичный, заранее сформированный, список тестовых заданий, чаще всего, открытого или закрытого типа. Каждому заданию соответствует один ответ ученика, являющийся выходным сигналом. Задача распознавания списка выходных сигналов (т. е. перекодировка протокола) легко алгоритмируется и может быть реализована в компьютерной тестирующей программе.

**В современной теории тестирования** (IRT от англ. Item Response Theory) ставится вопрос об измерении трудности тестовых заданий и уровня усвоения знаний испытуемым. Таким образом, делается попытка измерить входные величины и численно охарактеризовать устройство ЧЯ (символ  $\vartheta$  на рис. 1).

Рассмотрим, например, однопараметрическую модель педагогического измерения, описанную в [2]

$$p_j(\vartheta) = \frac{e^{\vartheta - \beta_j}}{1 + e^{\vartheta - \beta_j}} \quad (4)$$

где

$p_j$  – вероятность успешно выполнить  $j$ -е задание;

$\vartheta$  – уровень подготовки испытуемого;

$\beta_j$  – параметр трудности  $j$ -го задания.

Трудность задания является входной величиной ЧЯ. Величина  $\vartheta$  в данной модели может быть рассмотрена как характеристика устройства ЧЯ в данный момент. В действительности, такая сложная система как ученик должна быть охарактеризована множеством величин, однако, для практических целей весьма удобно ввести единственную величину.

Таким образом, IRT даёт возможность ответить на вопрос, как измерить входную величину ЧЯ и провести измерение уровня подготовки испытуемого, т. е. численно охарактеризовать устройство ЧЯ, соотнеся его с трудностью выполняемых заданий. Составление и обработка протокола исследования ЧЯ происходит так же как и в классической теории тестов.

**При адаптивном** тестировании протокол исследования ЧЯ формируется динамически, в процессе проведения контроля. Тестирующая система генерирует входной сигнал в виде некоторого контрольного задания для испытуемого, автоматически считывает выходной сигнал, т. е. ответ испытуемого, и в зависимости от него формирует следующий входной сигнал. Работа по перекодированию протокола полностью выполняется компьютерной тестирующей системой.

Способы контроля знаний, основанные на классической и современной теории тестов, а также адаптивное тестирование более объективны в отличие от классических методов контроля (устный опрос, письменная контрольная работа и т. п.) потому, что перекодировка протокола может быть алгоритмизирована.

Возможность алгоритмизации процесса перекодирования протокола исследования ЧЯ при контроле знаний, можно рассматривать как критерий процедурной объективности методов контроля.

Таким образом, применяемые сегодня методы контроля знаний подразумевают применение к ученику модели ЧЯ. Однако, любая модель это только изоморфное подобие изучаемого объекта, и лишь более или менее точное его описание. Модели обязательно содержат некоторые погрешности (ошибки), от части вызванные ограниченной областью применимости модели, от части неточностями описания объекта. Знание и учёт ошибок, привносимых в исследование моделью, позволяет увидеть проблемы, которые они вызывают. Опишем некоторые наиболее общие проблемы, вызываемые применением модели ЧЯ при контроле знаний.

**Проблема противоречия ресурсы-качество.** В том случае, когда ЧЯ соответствует некоторому замкнутому и однозначному преобразованию его называют детерминированным. Такими бывают сравнительно простые системы, для которых возможно составить диаграмму состояний, (называемую Эшби кинематическим графиком), которая является исчерпывающим описанием ЧЯ. Если ЧЯ не детерминирован, то возможны два пути его исследования. Первый — увеличить число входов и выходов, т. е. принять во внимание большее количество соответствующих величин, в надежде получить детерминированную систему, второй — попытаться отыскать статистическую детерминированность.

При контроле знаний, ЧЯ является моделью очень сложного объекта — ученика. В этом случае, замкнутость преобразования обеспечивается формой расчётных задач, однозначность же преобразования не выполняется. Таким образом, применяя модель ЧЯ к ученику при контроле знаний, мы сталкиваемся с недетерминированной системой, ввиду неоднозначности выполняемого ей преобразования. Поэтому, в процессе исследования экзаменатор пытается найти статистическую детерминированность ЧЯ при предъявлении входных сигналов определённого вида.

Модель ЧЯ, применяемая к сложным, недетерминированным системам, несет с собой неразрешимое противоречие. Знания об устройстве ЧЯ являются вероятностными. Однако, их достоверность повышается с возрастанием числа экспериментов с ним. В свою очередь, каждый эксперимент с ЧЯ требует для проведения некоторых ресурсов (времени, энергии и т. п.). Для повышения достоверности знания об устройстве ЧЯ требуется повышение числа экспериментов, что ведет к повышению количества затрачиваемых ресурсов. Таким образом, выделяется два противоборствующих фактора: количество необходимых для исследования ЧЯ ресурсов и достоверность знаний об его устройстве. Повышая качество знаний об устройстве ЧЯ, мы вынуждены задействовать больше ресурсов, и наоборот, снижая затраты ресурсов, теряем в качестве контроля. Описанное противоречие назовем противоречие ресурсы-качество. Таким образом, противоречие ресурсы-качество, сопровождающее контроль знаний, является следствием применения к ученику модели ЧЯ.

**Проблема отсутствия предварительной оценки.** Применение модели ЧЯ подразумевает игнорирование индивидуальных особенностей испытуемых до начала контроля. Под индивидуальными особенностями здесь понимается различный уровень усвоения знаний учениками. Так, когда испытуемый подвергается проверке знаний, информация о том, насколько он был успешен в процессе обучения, часто отбрасывается. С одной стороны, это ставит всех испытуемых в равные условия. С другой стороны, эта информация необходима для выбора контрольных заданий с необходимой дифференцирующей способностью, поскольку задания высокой сложности не обладают дифференцирующей способностью для слабых учеников, а лёгкие задания не подходят для контроля знаний хорошо подготовленных испытуемых. Проблема недостатка этой информации сегодня решается методами адаптивного контроля. Основная идея которых заключается в том, чтобы динамически адаптировать сложность заданий в процессе контроля под индивидуальный уровень подготовки каждого испытуемого [12]. Таким образом, при адаптивном контроле экзаменатор пытается, отчасти, разгадать что происходило в процессе

обучения. Описанная проблема — прямое следствие применения к испытуемому модели ЧЯ, и, в некотором роде, она является искусственной. Так, очевиден некоторый парадокс: сначала экзаменатор отбрасывает информацию об успешности испытуемого в процессе обучения, а затем пытается восстановить её, посредством подбора и предъявления испытуемому заданий различной сложности. Естественным решением этой проблемы должен стать учёт информации об успешности учеников в процессе обучения.

**Отрыв контроля знаний от процесса обучения.** С точки зрения управления обучением, контроль является отдельным процессом, позволяющим получить обратную связь. Это вносит дискретность в процесс обучения, дробя его на этапы, разделённые проверками знаний. Кроме того, контроль знаний обособляется от процесса обучения, как во времени, для него выделяются отдельные уроки или отдельные этапы уроков, так и пространственно, контроль знаний иногда проводят в специальных помещениях. Конечно, по возможности, контроль интегрируется в процесс обучения через систему текущего контроля, однако он остается независимым процессом. Эта обособленность приводит к тому, что невозможно достоверно судить об уровне подготовки ученика до тех пор, пока не будет проведен контроль знаний. Как следствие, становится затруднительно строить достаточно точный прогноз о результатах контроля и влиять на его результаты в процессе обучения.

Описанные проблемы являются общими для различных методов контроля. Их общей причиной является применение модели ЧЯ. Надо полагать, что отказ от этой модели позволит преодолеть эти и другие трудности одновременно.

Подход к контролю знаний с позиций теории ЧЯ позволяет увидеть с новой, более фундаментальной, точки зрения ряд проблем, присущих контролю знаний вообще, объяснить их причины и найти решение. Он может оказаться полезным для разработки новых методов контроля с использованием более совершенных моделей, чем модель ЧЯ.

Умение решать УВЗ будем понимать как способность выполнять все операции обозначенные связями в МС. В таком случае диагностику уровня сформированности рассматриваемого умения возможно вести анализируя вес отдельных связей. Положим что вес связей может непрерывно изменяться в диапазоне от 0 - связь не сформирована, до 100 - связь полностью сформирована. В самом простом случае под уровнем усвоения умения решать УВЗ возможно понимать среднее значение, т. е. вычислять текущий уровень усвоения рассматриваемого умения  $K$  следующим образом:

$$K = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n k_i, \quad (5)$$

где

$K$  - уровень усвоения умения решать вычислительные задачи по данному разделу;

$k_i$  - вес  $i$ -й связи;

$n$  - количество связей в модели МС.

Кроме оценки текущего уровня усвоения умения решать УВЗ полезно (для повышения качества контроля) каким-либо образом оценить прочность усвоения этого умения, т. е. то насколько долго оно будет удерживаться в памяти обучаемого. Разработанная модель позволяет прогнозировать уровень умения решать УВЗ по данной теме спустя некоторое время, сравнимое со временем обучения. Поскольку в модели предполагается использование линейного закона забывания, то дать оценку уровню усвоения спустя время  $T$  прошедшее после последнего повторения не составляет труда. Этот прогнозируемый уровень может быть вычислен по формуле

$$k(T) = \mu(\tau - T). \quad (6)$$

В таком случае прогнозируемый уровень усвоения умения решать УВЗ по данной теме спустя время  $T$ , может быть вычислен как среднее из прогнозируемых уровней всех отдельных связей МС:

$$K(T) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n k_i(T). \quad (7)$$

Предложенный метод диагностики позволяет учесть полностью все элементы умения решать УВЗ по заданной теме. Такого детального анализа не делается ни в одном традиционном методе контроля. Отчасти это обусловлено тем что в основе традиционных методов контроля лежит модель «черного ящика» в которой предполагается что до начала контроля об обучающемся ничего неизвестно. Эта модель, как показано в [3] не может дать принципиально новых результатов. Описанный же подход напротив, предполагает моделирование когнитивных свойств обучающегося, а именно его МС умения решать УВЗ. Такой подход можно назвать моделью «белого ящика». Основным недостатком применения модели «черного ящика» является отрыв контроля от процесса обучения см. [5]. Такой недостаток полностью отсутствует при использовании модели «белого ящика», поскольку контроль ведется по модели когнитивных свойств обучающегося формируемой в процессе обучения.

## **§ 5. МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ**

Под методами обучения обычно понимают способы совместной деятельности учителя и учеников, направленные на достижение ими образовательных целей [31, стр. 432]. При организации самостоятельной деятельности обучающихся при помощи автоматизированных средств роль учителя выполняет автоматизированное средство обучения. Поэтому методика организации самостоятельной работы обучающихся в таком случае требует описания способов взаимодействия обучающихся с данным автоматизированным средством.

Перед началом работы с системой каждый пользователь проходит процедуру регистрации/авторизации. После авторизации система считывает из базы данных веса всех связей МС, относящихся к авторизованному пользователю, т. е. модель личностной МС умения решать УВЗ данного пользователя. Всё дальнейшее взаимодействие с системой будет реализовано через эту индивидуальную модель.

Основной целью взаимодействия обучающегося с представленной автоматизированной системой является формирование умения решать вычислительные задачи (в данном случае по теме механики «равномерное движение, средняя скорость»). Средство обучения, модель которого представлена в работе, содержит общую МС умения решать вычислительные задачи по выбранному разделу. Эта модель представлена в виде наглядной графовидной схемы, содержащей основные элементы умения см. рис. 4. На этой схеме связи обозначены стрелками-треугольниками. Треугольники являются активными, кликабельными. При нажатии левой кнопкой мыши на стрелку пользователю предлагается задача для решения которой необходимо использовать операцию, представленную данной стрелкой.

При успешном решении задачи которую предлагает система в модели личностной МС соответствующей данному обучающемуся возрастают веса

всех связей входящих в частную МС задачи. В случае ошибочного решения личностная МС не испытывает изменений.

Чтобы достичь основной цели взаимодействия с системой пользователю достаточно следовать простой установке: необходимо добиться того, чтобы веса связей МС были как можно больше, и утрачивались с течением времени очень медленно. Для этого необходимо выбирать в модели связи с наименьшими весами и, кликая на них левой кнопкой мыши, получать от системы задачи решение которых позволит проработать именно эти связи. Эти задачи необходимо правильно решать, тем самым увеличивая веса связей и уменьшая скорость их забывания.

С течением времени веса связей будут убывать в соответствии с функцией забывания, входящей в индивидуальную модель МС обучающегося. Со временем, после многократных решений задач, содержащих некоторую связь, скорость ее забывания будет уменьшена настолько, что связь практически не будет утрачиваться. Это будет означать, что данный элемент умения усвоен достаточно прочно. В процессе взаимодействия с системой все элементы личностной МС должны быть проработаны достаточное количество раз, чтобы скорость забывания стала весьма малой. В этом случае можно будет утверждать, что умение решать вычислительные задачи по данному разделу сформировано, и основная цель обучения достигнута. К этому моменту автоматизированное средство будет содержать модель личностной МС обучающегося, что позволит провести диагностику умения решать УВЗ по заданной теме.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы можно сформулировать следующим образом.

Проведен анализ информатизации учебного процесса в области формирования умения решать учебные вычислительные задачи на примере задач по предмету «физика». Проведенный анализ показывает дефициты этой области в плане недостаточной разработанности средств и систем организации самостоятельной деятельности обучающихся. Таким образом, обоснована актуальность создания электронного средства и на его основе автоматизированной системы организации самостоятельной деятельности обучающихся в процессе формирования умения решать УВЗ.

Учебная вычислительная задача определена как самостоятельный дидактический объект, уточнена его связь с методами и средствами обучения. Проведен анализа связи структуры мыслительного процесса с этапами решения УВЗ, и на основе результатов этого анализа разработана общая схема решения учебных вычислительных задач без привязки к какой-либо предметной области.

Спроектирована модель автоматизированного средства для организации самостоятельной деятельности обучающихся при формировании умения решать УВЗ. Определено понятие «ментальная схема», описан принцип моделирования ментальных схем умения решать УВЗ. Выделены необходимые вычислительные примитивы необходимые для построения МС умения решать УВЗ по теме «равномерное движение, средняя скорость». Представлена МС умения решать задачи и разработан комплект задач по выбранной теме необходимый для наполнения автоматизированной системы.

Представлена методика диагностики умения решать УВЗ по уровню сформированности личностной МС. Данная методика отличается от существующих, во-первых, тем что в ней предпринята попытка отказаться от использования модели «черного ящика», применяемой при традиционных методах контроля. Во-вторых, в описанном методе контроля используется анализ личностной МС обучающегося. Что позволяет учитывать не только

текущий уровень сформированности умения решать УВЗ, но и оценивать прочность усвоения данного умения. Это реализовано через использование функции забывания.

Описана методика использования автоматизированного средства (модель которого представлена в работе) для организации самостоятельной деятельности при формировании умения решать УВЗ.

Таким образом поставленные задачи решены в полном объеме.

## ИСТОЧНИКИ

1. Абдулов Р.М., Абдулова Е.В. Применение современных информационных коммуникационных технологий при формировании инженерного мышления в процессе обучения физике. Педагогическое образование в России. № 6. -2016.
2. Аванесов В.С. Item response theory: основные понятия и положения. URL: [www.testolog.narod.ru/Theory59.html](http://www.testolog.narod.ru/Theory59.html) (дата обращения 07.12.2017)
3. Асауленко Е.В. Анализ процесса развития методов контроля знаний с позиции теории чёрного ящика // Педагогическое образование в России. – 2016. – № 5. – С.41 – 46.
4. Асауленко, Е.В. Искусственный интеллект с позиции ментальных схем // Открытое образование. - 2014. № 4. - С.50 - 54.
5. Асауленко, Е.В. О применении модели черного ящика при контроле знаний // Сибирский учитель. -2016. № 6 (109). С. 57-61.
6. Асауленко Е.В. Тестирование знаний учащихся на основе машинного анализа ментальных карт // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2013. № 4. С.239 – 243.
7. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. М.: Педагогика, 1989. 192 с.
8. Гиппенрейтер Ю.Б., Романова В.Я. Психология памяти. Серия: Хрестоматия по психологии. М.: АСТ, Астрель, 2008, 656 с.
9. Глушков В. М. Энциклопедия кибернетики. В двух томах. Том 2. Харьков: Главная редакция УСЭ, 1974. 624 с.
10. Григорьев С.Г., Гриншкун В.В. Информатизация образования. Фундаментальные основы. М. -2005. 231с.
11. Загвязинский В.И., Атаханов Р. Методология и методы психолого-педагогического исследования: Учеб. пособие для студ. выш. пед. учеб. заведений. – 2-е изд., стер. М.: Издательский центр «Академия», 2005. 208 с.

12. Звонников В.И., Чельшкова М.Б. Адаптивное тестирование: вчера, сегодня, завтра. // Высшее образование сегодня. М.: ООО «Издательская группа «Логос», 2010. № 9. С. 14–17.

13. Логинова А.В. Эволюция электронного обучения и перспективы развития. Молодой ученый №10(90) -2015 стр. С 1210-1212.

14. Лукашик В.И. Сборник задач по физике. 7-9 классы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / В.И. Лукашик, Е.В. Иванова. - 30-е изд. - М.:Просвещение, 2016. -240 с.: ил.

15. Магомедова Т.К. Этапы развития электронного обучения и их влияние на появление новых технологических стандартов качества электронного обучения. Вестник ЮУрГУ. Серия «Образование. Педагогические науки». Т. 7, № 2. -2015. С 22-29

16. Министерство образования и науки Российской Федерации. Приказ от 17 мая 2012 г. №413 Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

17. Найссер У. Познание и реальность. Смысл и принципы когнитивной психологии. Пер. с англ. В.В. Лучкова. М.: Прогресс 1981г. -232с.

18. Ожегов С.И., Шведова Н.Ю. Толковый словарь русского языка: 80 000 слов и фразеологических выражений / Российская академия наук. Институт русского языка им. В.В. Виноградова. -4-е изд., дополненное. - М.: ООО «А ТЕМП», 2006. -944 стр.

19. Орехов ВП, Усова АВ, Методика преподавания физики в 8-10 классах средней школы. Ч. 1/В.П. Орехов, А.В. Усова, И.К. Турышев и др.; Под ред. В.П. Орехова и А.В. Усовой. - М.:Просвещение, 1980. -320 с., ил.

20. Пак Н.И. Облако знаний как среда реализации образовательных мега-проектов// в сб. трудов Международной конференции «Информатизация образования: теория и практика», Омск: Изд-во ОмГПУ, 2016.- с.38-42

21. Пак Н.И. От гипертекста к гипермозгу: развитие нелинейных средств, методов и моделей обучения. В книге: Современные проблемы информатизации

образования Захарова И.Г., Лапчик М.П., Пак Н.И., Рагулина М.И., Тимкин С.Л., Удалов С.Р., Федорова Г.А., Хеннер Е.К. Омск, 2017. С. 111-167.

22. Пак Н.И. Пространственно-временная информационная модель памяти / Н. И. Пак // В сб. трудов конференции «Фундаментальные науки и образование», Бийск, 2012

23. Пак Н.И., Хегай Л.Б. Об использовании когнитивных архитектур в образовании// Фундаментальные науки и образование [Электронный ресурс]: материалы VI Всероссийской научно- практической конференции с международным участием) . Бийск: АГГПУ им. В.М. Шукшина, 2016. – с.2-25.

24. Перышкин А.В. Сборник задач по физике: 7-9 ил.: к учебникам А.В. Перышкина и др. «Физика. 7 класс», «Физика. 8 класс», «Физика. 9 класс» / А.В. Перышкин; сост. Г.А. Лонцова. - 9-е изд., перераб. и доп. - М.:Издательство «Экзамен», 2013. - 269 с.

25. Пономаренко В.И., Караваев А.С. Использование платформы Arduino в измерениях и физическом эксперименте // Известия Вузов. ПНД. 2014. №4.

26. Прохоров А.М. Большая советская энциклопедия : [в 30 т.] / гл. ред. А. М. Прохоров. – 3-е изд. М.: Советская энциклопедия, 1969–1978.

27. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. - СПб.:Питер, 2006. -713 с.: ил.

28. Усова А.В., Бобров А.А., Формирование учебных умений и навыков учащихся на уроках физики 1988

29. Усова А.В., Тулькибаева Н.Н., Практикум по решению физических задач: Для студентов физ.-мат. фак. / А.В. Усова. Н.Н. Тулькибаева. - 2-е изд. - М.:Просвещение, 2001. - 206 с.: ил.

30. Ушаков Д.Н. Толковый словарь современного русского языка. -М.:Аделант, 2014. -800с.

31. Хуторской А.В. Дидактика: учебник для вузов. Стандарт третьего поколения. - СПб.: Питер, 2017. -720 с.: ил.

32. Эшби У. Росс. Введение в кибернетику. М.: Издательство иностранной литературы, 1959. 432 с.

33. [fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory](http://fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory) (дата обращения 06.12.2017).

34. [gs.statcounter.com/press/mobile-and-tablet-internet-usage-exceeds-desktop-for-first-time-worldwide](http://gs.statcounter.com/press/mobile-and-tablet-internet-usage-exceeds-desktop-for-first-time-worldwide) (дата обращения 06.12.2017)

35. [ladanova.ucoz.com/index/trenazhery\\_po\\_fizike/0-5](http://ladanova.ucoz.com/index/trenazhery_po_fizike/0-5) (дата обращения 07.12.2017)

36. N. D. Finkelstein, W. K. Adams, C. J. Keller, P. B. Kohl, K. K. Perkins, N. S. Podolefsky, S. Reid, and R. LeMaster Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. 1, 010103 – Published 6 October 2005

37. [onlinetestpad.com/ru/tests](http://onlinetestpad.com/ru/tests) (дата обращения 07.12.2017)

38. [phet.colorado.edu/en/simulations/category/new](http://phet.colorado.edu/en/simulations/category/new) (дата обращения 06.12.2017)

39. [4ege.ru/fizika/643-yelektronnyj-trenazhor.html](http://4ege.ru/fizika/643-yelektronnyj-trenazhor.html) (дата обращения 07.12.2017)

## ПРИЛОЖЕНИЕ А (СБОРНИК ЗАДАЧ)

Представленная подборка задач полностью покрывает МС по теме «равномерное движение, средняя скорость». После каждой задачи приведены расчетные формулы (гипотезы решения), и количество связей в частной МС решения задачи. Многие задачи имеют одинаковые расчетные формулы и следовательно одинаковые решения. Это позволяет обеспечить вариативность задач при выборе одной и той же связи в МС для отработки. Некоторые задачи в этом сборнике подобраны из задачников [9] и [16], большинство же являются авторскими. Приведенного количества задач достаточно для наполнения системы, так чтобы на каждую связь в МС приходилось несколько задач.

1. Автобус за первые два часа проехал 90 км, а следующие три часа двигался со скоростью 50 км/ч. Какова средняя скорость автобуса на всем пути? Ответ представьте в км/ч.

[АА, задача № 137, стр. 22]

$$v_{cp} = \frac{s_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} \quad 11$$

**Ответ: 48 км/ч**

2. Мотоциклист проходит первую половину пути со скоростью 60 км/ч, а вторую половину пути - со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость мотоциклиста на всем пути. Ответ представьте в км/ч.

[АА, задача №138 стр. 22]

$$v_{cp} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} \quad 17$$

**Ответ: 48 км/ч**

3. Средняя скорость велосипедиста на всем пути равна 40 км/ч. Первую половину пути он ехал со скоростью 60 км/ч. С какой скоростью велосипедист проехал остаток пути? Ответ представьте в км/ч.

[АА, задача №139 стр. 22]

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot v_{cp}}{2v_1 - v_{cp}} \quad 17$$

**Ответ: 30 км/ч**

4. За 5 ч 30 мин велосипедист преодолел путь 99 км. С какой скоростью двигался велосипедист? Ответ представьте в км/ч

[XX, задача №124 стр. 17]

$$v_{cp} = \frac{S}{t} \quad 4$$

**Ответ: 18 км/ч**

5. Вычислите скорость лыжника, прошедшего путь 12 км за полтора часа. Ответ представьте в км/ч.

$$v_{cp} = \frac{S}{t} \quad 4$$

**Ответ: 8 км/ч**

6. Вагон, двигаясь под уклон с сортировочной горки, проходит 120 м за 10 с. Скатившись с горки и продолжая двигаться, он проходит до полной остановки еще 360 м за 1,5 мин. Определите среднюю скорость вагона за все время движения.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \quad 5$$

**Ответ: 4,8 м/с**

7. Поднимаясь в гору, лыжник проходит путь, равный 2,5 км, со скоростью 5,4 км/ч. Спускаясь с горы со скоростью 12 м/с, он проходит 1 км пути. Определите среднюю скорость лыжника на всем пути.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 17$$

**Ответ: 2 м/с**

8. Автомобиль первую часть пути (30 км) прошел со скоростью 15 м/с. Остальную часть пути (40 км) он прошел за 1 ч. С какой средней скоростью двигался автомобиль на всем пути?

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 11$$

**Ответ: 12,5 м/с**

9. Автобус первые 3 км пути проехал за 9 мин, а следующие 12 км за 16 мин. Какова средняя скорость автобуса на всем пути?

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \quad 5$$

**Ответ: 10 м/с**

10. Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью 15 м/с, остальную часть пути - со скоростью 20 м/с. Какова средняя скорость движения автомобиля?

$$v_{cp} = \frac{4v_1v_2}{v_1 + 3v_2} \quad 17$$

**Ответ: 16 м/с**

11. Автомобиль прошел расстояние 500 м за 25 с. Вычислите скорость автомобиля.

$$v = \frac{S}{t} \quad 3$$

**Ответ: 20 м/с**

12. Какой путь пролетит реактивный истребитель, двигающийся со скоростью 1400 км/ч, за 1,5 часа? Ответ выразите в км.

$$s = vt \quad 3$$

**Ответ: 2100 км**

13. Клеть подъемной машины в шахте опускается со скоростью 4 м/с. За какое время можно достигнуть дна шахты глубиной 300 м?

$$t = \frac{S}{v} \quad 3$$

**Ответ: 75 с**

14. Спортсмен преодолел на велосипеде 30 км, затем пробежал 10,5 км за 42 мин. Сколько времени он провел на велосипеде, если средняя скорость спортсмена на всем пути составила 15 км/ч. Ответ представьте в часах.

$$t_1 = \frac{S_1 + S_2 - v_{cp} \cdot t_2}{v_{cp}} \quad 5$$

**Ответ: 2,0 часа**

15. Велосипедист преодолел первый участок пути со скоростью 15,6 км/ч за 50 минут, а второй участок за 1 час. Средняя скорость велосипедиста составила 18 км/ч. Вычислите длину второго участка в километрах.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - v_1 \cdot t_1 \quad 11$$

**Ответ: 20 км**

16. Автомобиль преодолел первый участок пути за 2 часа 15 минут, а второй за 45 минут. Длина второго участка равна 60 км. Вычислите длину первого участка, если средняя скорость автомобиля на всем пути составила 60 км/ч. Ответ представьте в километрах.

$$S_1 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_2 \quad 5$$

**Ответ: 120 км**

17. Атомный ледокол прошел 250 км по воде без льда за 6 часов 15 минут, а после этого еще 42 км по льду. Средняя скорость на всём маршруте составила 16 км/ч. Вычислите время в течение которого ледокол преодолел участок со льдом. Ответ представьте в часах.

$$t_2 = \frac{S_1 + S_2}{v_{cp}} - t_1 \quad 5$$

**Ответ: 12 ч**

18. Автомобиль преодолел подъем длиной 5 км, после этого двигался по горизонтальному участку дороги длиной 22 км в течение 8,5 мин. Средняя скорость автомобиля на всем пути составила 120 км/ч. Вычислите время в течение которого автомобиль преодолел первый участок пути.

$$t_1 = \frac{S_1 + S_2}{v_{cp}} - t_2 \quad 5$$

**Ответ: 300 с**

19. Спортсмен пробежал дистанцию 6 км за 14 минут, после этого он ехал на велосипеде в течение 20 мин. Средняя скорость спортсмена на всем пути составила 30 км/ч. Вычислите длину второго участка его пути в км.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_1 \quad 5$$

**Ответ: 11 км.**

20. Лыжник прошел горизонтальный участок трассы за 12 минут, после этого он преодолел подъем в гору длиной 700 м за 4 минуты. Средняя скорость лыжника на всей трассе составила 3,7 м/с. Вычислите длину горизонтального участка его пути.

$$S_1 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_2$$

**Ответ: 2852 м.**

21. Трактор проехал 33 км за 75 мин, после этого он двигался 2,5 часа со скоростью 30 км/ч. Какова средняя скорость трактора?

$$v_{cp} = \frac{S_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

**Ответ: 8 м/с.**

22. Дирижабль пролетел 9 км за 17 мин, после этого он двигался со скоростью 3,6 м/с. в течение 20 мин. Определите среднюю скорость дирижабля.

$$v_{cp} = \frac{S_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

**Ответ: 6 м/с.**

23. Пловец преодолевая дистанцию из двух участков первый длиной 90 м преодолел за 28 с. А второй за 36 с со скоростью 0,7 м/с. Какова средняя скорость пловца на всей дистанции?

$$v_{cp} = \frac{S_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

**Ответ: 1.8 м/с.**

24. Лыжник преодолевая дистанцию из двух участков первый длиной 3,6 км преодолел за 9 мин 45 с. А второй за 11,5 мин со скоростью 5,5 м/с. Какова средняя скорость лыжника на всей дистанции?

$$v_{cp} = \frac{S_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

**Ответ: 5.8 м/с.**

25. Пешеход прошел 700 м за 3 мин. 10 с, затем со скоростью 1,6 м/с двигался 2 мин 50 с. Определите среднюю скорость пешехода.

$$v_{cp} = \frac{S_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

**Ответ: 2.7 м/с.**

26. Трактор проехал первый участок пути за 1ч со скоростью 32 км/ч, второй участок он проехал за 2 ч. Средняя скорость трактора на всем пути составила 21 км/ч. Найдите длину второго участка. Ответ представьте в км.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - v_1 \cdot t_1$$

**Ответ: 31 км.**

27. Дирижабль преодолел первую часть пути со скоростью 17 км/ч за 3 ч, вторую часть он пролетел за 4 ч. Найдите длину второй части пути, если средняя скорость полета дирижабля на всем пути составила 13 км/ч. Ответ представьте в км.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - v_1 \cdot t_1$$

**Ответ: 40 км.**

28. Средняя скорость мотоциклиста на всем пути оказалась равна 4 м/с, первую часть пути он преодолел за 95 мин, вторую за 66 мин. Какова длина второй части пути, если скорость мотоциклиста на первом участке была 5,2 м/с.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - v_1 \cdot t_1 \quad 11$$

**Ответ: 9000 м.**

29. Повозка первую часть пути прошла за 20 мин со скоростью 18 км/ч, вторую часть пути за 40 мин её средняя скорость на всем пути составила 15,6 км/ч. Вычислите длину второй части пути.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - v_1 \cdot t_1 \quad 11$$

**Ответ: 9600 м.**

30. Первую часть пути велосипедист проехал за 12 мин со скоростью 15 км/ч, вторую часть пути проехал за 18 мин. Определите длину второй части пути, если его средняя скорость на всем пути оказалась равна 14 км/ч.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - v_1 \cdot t_1 \quad 11$$

**Ответ: 4000 м.**

31. Мотоциклист проходит первую часть пути в 21 км со скоростью 91 км/ч, а вторую часть 36 км со скоростью 69 км/ч. Определите среднюю скорость мотоциклиста на всем пути. Ответ запишите в км.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 17$$

**Ответ: 76 км**

32. Мотоциклист проходит первую часть пути в 22 км со скоростью 84 км/ч, а вторую часть 33 км со скоростью 63 км/ч. Определите среднюю скорость мотоциклиста на всем пути. Ответ запишите в км.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 17$$

**Ответ: 70 км**

33. Мотоциклист проходит первую часть пути в 22 км со скоростью 84 км/ч, а вторую часть 33 км со скоростью 70 км/ч. Определите среднюю скорость мотоциклиста на всем пути. Ответ запишите в км.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 17$$

**Ответ: 75 км**

34. Мотоциклист проходит первую часть пути в 22 км со скоростью 88 км/ч, а вторую часть 36,5 км со скоростью 73 км/ч. Определите среднюю скорость мотоциклиста на всем пути. Ответ запишите в км.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 17$$

**Ответ: 78 км**

35. Мотоциклист проходит первую треть пути со скоростью 90 км/ч, а оставшуюся часть - со скоростью 63 км/ч. Найдите среднюю скорость мотоциклиста на всем пути. Ответ представьте в км/ч.

$$v_{cp} = \frac{3v_1v_2}{2v_1+v_2} \quad 17$$

**Ответ: 70 км/ч**

36. Мотоциклист проходит первую треть пути со скоростью 96 км/ч, а оставшуюся часть - со скоростью 64 км/ч. Найдите среднюю скорость мотоциклиста на всем пути. Ответ представьте в км/ч.

$$v_{cp} = \frac{3v_1v_2}{2v_1+v_2} \quad 17$$

**Ответ: 72 км/ч**

37. Мотоциклист проходит три четверти пути со скоростью 77 км/ч, а оставшуюся часть - со скоростью 55 км/ч. Найдите среднюю скорость мотоциклиста на всем пути. Ответ представьте в км/ч.

$$v_{cp} = \frac{4v_1v_2}{v_1+3v_2} \quad 17$$

**Ответ: 70 км/ч**

38. Мотоциклист проходит три четверти пути со скоростью 81 км/ч, а оставшуюся часть - со скоростью 54 км/ч. Найдите среднюю скорость мотоциклиста на всем пути. Ответ представьте в км/ч.

$$v_{cp} = \frac{4v_1v_2}{v_1+3v_2} \quad 17$$

**Ответ: 72 км/ч**

39. Средняя скорость велосипедиста на всем пути равна 36 км/ч. Первую треть пути он ехал со скоростью 44 км/ч. С какой скоростью велосипедист проехал остаток пути?

$$v_2 = \frac{2v_1 \cdot v_{cp}}{3v_1 - v_{cp}} \quad 17$$

**Ответ: 33 км/ч**

40. Средняя скорость велосипедиста на всем пути равна 21 км/ч. Первые 18 км он ехал со скоростью 27 км/ч. С какой скоростью велосипедист проехал остаток пути в 8 км? Ответ выразите в км/ч.

$$v_2 = \frac{v_{cp} \cdot s_2}{s_2 + s_1 \cdot (1 - v_{cp}/v_1)} \quad 17$$

**Ответ: 14 км/ч**

41. Средняя скорость велосипедиста на всем пути равна 23 км/ч. Первые 15 км он ехал со скоростью 27 км/ч. С какой скоростью велосипедист проехал остаток пути в 8 км? Ответ выразите в км/ч.

$$v_2 = \frac{v_{cp} \cdot s_2}{s_2 + s_1 \cdot (1 - v_{cp}/v_1)} \quad 17$$

**Ответ: 18 км/ч**

42. Средняя скорость велосипедиста на всем пути равна 26 км/ч. Первые 18 км он ехал со скоростью 27 км/ч. С какой скоростью велосипедист проехал остаток пути в 8 км? Ответ выразите в км/ч.

$$v_2 = \frac{v_{cp} \cdot s_2}{s_2 + s_1 \cdot (1 - v_{cp}/v_1)} \quad 17$$

**Ответ: 24 км/ч**

43. За 3,5 ч велосипедист преодолел путь 56 км. С какой скоростью двигался велосипедист? Ответ представьте в км/ч

$$v_{cp} = \frac{S}{t} \quad 4$$

**Ответ: 16 км/ч**

44. За 4,5 ч лодка прошла путь 63 км. С какой скоростью двигалась лодка? Ответ представьте в км/ч

$$v_{cp} = \frac{S}{t} \quad 4$$

**Ответ: 14 км/ч**

45. Вычислите скорость лыжника, прошедшего путь 15 км за полтора часа. Ответ представьте в км/ч

$$v_{cp} = \frac{S}{t} \quad 4$$

**Ответ: 10 км/ч**

46. Вычислите скорость лыжника, прошедшего путь 18 км за полтора часа. Ответ представьте в км/ч

$$v_{cp} = \frac{S}{t} \quad 4$$

**Ответ: 12 км/ч**

47. Вычислите скорость лыжника, прошедшего путь 21 км за полтора часа. Ответ представьте в км/ч

$$v_{cp} = \frac{S}{t} \quad 4$$

**Ответ: 14 км/ч**

48. Вагон, двигаясь под уклон с сортировочной горки, проходит 100 м за 10 с. Скатившись с горки и продолжая двигаться, он проходит до полной остановки еще 300 м за 1 мин 30 с. Определите среднюю скорость вагона за все время движения.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \quad 5$$

**Ответ: 4,0 м/с**

49. Поднимаясь в гору, лыжник проходит путь, равный 2,5 км, со скоростью 6,1 км/ч. Спускаясь с горы со скоростью 9 м/с, он проходит 1200 м. Определите среднюю скорость лыжника на всем пути.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 17$$

**Ответ: 2,3 м/с**

50. Поднимаясь в гору, лыжник проходит путь, равный 3,2 км, со скоростью 4,7 км/ч. Спускаясь с горы со скоростью 11 м/с, он проходит 1450 м. Определите среднюю скорость лыжника на всем пути.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 17$$

**Ответ: 1,8 м/с**

51. Автомобиль первую часть пути (34 км) прошел со скоростью 17 м/с. Остальную часть пути (40 км) он прошел за полтора часа. С какой средней скоростью двигался автомобиль на всем пути?

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 11$$

**Ответ: 10 м/с**

52. Автомобиль первую часть пути (34 км) прошел со скоростью 17 м/с. Остальную часть пути (50 км) он прошел за час. С какой средней скоростью двигался автомобиль на всем пути?

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{s_1/v_1 + s_2/v_2} \quad 11$$

**Ответ: 15 м/с**

53. Автобус первые 3 км пути проехал за 9 мин, а следующие 15 км за 16 мин. Какова средняя скорость автобуса на всем пути?

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \quad 5$$

**Ответ: 12 м/с**

54. Автомобиль первые 6 км пути проехал за 9 мин, а следующие 15 км за 16 мин. Какова средняя скорость автомобиля на всем пути?

$$v_{cp} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \quad 5$$

**Ответ: 14 м/с**

56. Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью 16,5 м/с, остальную часть пути - со скоростью 22 м/с. Какова средняя скорость движения автомобиля?

$$v_{cp} = \frac{4v_1v_2}{v_1 + 3v_2} \quad 17$$

**Ответ: 17,6 м/с**

57. Две трети своего пути автомобиль прошел со скоростью 16 м/с, остальную часть пути - со скоростью 22 м/с. Какова средняя скорость движения автомобиля?

$$v_{cp} = \frac{3v_1v_2}{v_1 + 2v_2} \quad 17$$

**Ответ: 17,6 м/с**

58. Две трети своего пути мотоцикл прошел со скоростью 17,5 м/с, остальную часть пути - со скоростью 22,5 м/с. Какова средняя скорость движения автомобиля?

$$v_{cp} = \frac{3v_1v_2}{v_1+2v_2} = 17$$

**Ответ: 18,9 м/с**

59. Автомобиль прошел расстояние 750 м за 25 с. Вычислите скорость автомобиля.

$$v = \frac{s}{t} = 30$$

**Ответ: 30 м/с**

60. Автобус прошел расстояние 750 м за 30 с. Вычислите скорость автобуса.

$$v = \frac{s}{t} = 25$$

**Ответ: 25 м/с**

61. Моторная лодка прошла расстояние 1 км за 40 с. Вычислите скорость лодки.

$$v = \frac{s}{t} = 25$$

**Ответ: 25 м/с**

62. Какой путь пролетит реактивный истребитель, двигающийся со скоростью 1600 км/ч, за 45 секунд? Ответ выразите в км.

$$s = vt = 20$$

**Ответ: 20 км**

63. Какой путь пролетит реактивный истребитель, двигающийся со скоростью 1800 км/ч, за 25 секунд? Ответ выразите в км.

$$s = vt = 12,5$$

**Ответ: 12,5 км**

64. За какое время реактивный истребитель, двигающийся со скоростью 1800 км/ч, пролетит 15 км?

$$t = \frac{s}{v} = 30$$

**Ответ: 30 с**

65. За какое время лодка, двигающаяся со скоростью 4 м/с, пройдет 200 м?

$$t = \frac{s}{v} = 50$$

**Ответ: 50 с**

66. За какое время автомобиль, двигающийся со скоростью 20 м/с, пройдет 260 м?

$$t = \frac{s}{v} = 13$$

**Ответ: 13 с**

67. За какое время автобус, двигающийся со скоростью 15 м/с, пройдет 210 м?

$$t = \frac{s}{v} = 14$$

**Ответ: 14 с**

68. За какое время автобус, двигающийся со скоростью 15 м/с, пройдет 210 м?

$$t = \frac{S}{v} \quad 3$$

**Ответ: 14 с**

69. За какое время велосипедист, двигающийся со скоростью 8 м/с, преодолеет дистанцию в 4 км?

$$t = \frac{S}{v} \quad 3$$

**Ответ: 500 с**

70. Спортсмен преодолел на велосипеде 30 км, затем пробежал 10 км за 34 мин. Сколько времени он провел на велосипеде, если средняя скорость спортсмена на всем пути составила 15 км/ч. Ответ представьте в часах.

$$t_1 = \frac{S_1 + S_2 - v_{cp} \cdot t_2}{v_{cp}} \quad 5$$

**Ответ: 2,1 часа**

71. Спортсмен преодолел на велосипеде 30 км, затем пробежал 12,5 км за 32 мин. Сколько времени он провел на велосипеде, если средняя скорость спортсмена на всем пути составила 15 км/ч. Ответ представьте в часах.

$$t_1 = \frac{S_1 + S_2 - v_{cp} \cdot t_2}{v_{cp}} \quad 5$$

**Ответ: 2,3 часа**

72. Велосипедист преодолел первый участок пути со скоростью 15,1 км/ч за 50 минут, а второй участок за 1 час и 5 мин. Средняя скорость велосипедиста составила 17 км/ч. Вычислите длину второго участка в километрах.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - v_1 \cdot t_1 \quad 11$$

**Ответ: 20 км**

73. Велосипедист преодолел первый участок пути со скоростью 15 км/ч за 1 час, а второй участок за 1 час и 15 мин. Средняя скорость велосипедиста составила 15 км/ч. Вычислите длину второго участка в километрах.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - v_1 \cdot t_1 \quad 11$$

**Ответ: 30 км**

74. Автомобиль преодолел первый участок пути за полтора часа, а второй за 40 минут. Длина второго участка равна 60 км. Вычислите длину первого участка, если средняя скорость автомобиля на всем пути составила 60 км/ч. Ответ представьте в километрах.

$$S_1 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_2 \quad 5$$

**Ответ: 70 км**

75. Автомобиль преодолел первый участок пути за два часа, а второй за 40 мин. Длина второго участка равна 58 км. Вычислите длину первого участка, если средняя скорость автомобиля на всем пути составила 63 км/ч. Ответ представьте в километрах.

$$S_1 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_2 \quad 5$$

**Ответ: 110 км**

76. Автомобиль преодолел первый участок пути за два с половиной часа, а второй за 55 мин. Длина второго участка равна 55 км. Вычислите длину первого участка, если средняя скорость автомобиля на всем пути составила 60 км/ч. Ответ представьте в километрах.

$$S_1 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_2$$

**Ответ: 150 км**

77. Атомный ледокол прошел 200 км по воде без льда за 6 часов, а после этого еще 40 км по льду. Средняя скорость на всём маршруте составила 16 км/ч. Вычислите время в течение которого ледокол преодолел участок со льдом. Ответ представьте в часах.

$$t_2 = \frac{S_1 + S_2}{v_{cp}} - t_1$$

**Ответ: 9 ч**

78. Атомный ледокол прошел 240 км по воде без льда за 6 часов, а после этого еще 45 км по льду. Средняя скорость на всём маршруте составила 15 км/ч. Вычислите время в течение которого ледокол преодолел участок со льдом. Ответ представьте в часах.

$$t_2 = \frac{S_1 + S_2}{v_{cp}} - t_1$$

**Ответ: 13 ч**

79. Автомобиль преодолел подъем длиной 5 км, после этого двигался по горизонтальному участку дороги длиной 23 км в течение 10 мин. Средняя скорость автомобиля на всем пути составила 105 км/ч. Вычислите время в течение которого автомобиль преодолел первый участок пути.

$$t_1 = \frac{S_1 + S_2}{v_{cp}} - t_2$$

**Ответ: 360 с**

80. Автомобиль преодолел подъем длиной 5,5 км, после этого двигался по горизонтальному участку дороги длиной 23 км в течение 10 мин. Средняя скорость автомобиля на всем пути составила 95 км/ч. Вычислите время в течение которого автомобиль преодолел подъем.

$$t_1 = \frac{S_1 + S_2}{v_{cp}} - t_2$$

**Ответ: 480 с**

81. Мотоцикл преодолел подъем длиной 5,5 км, после этого двигался по горизонтальному участку дороги длиной 22 км в течение 11 мин. Средняя скорость мотоцикла на всем пути составила 90 км/ч. Вычислите время в течение которого мотоцикл преодолел подъем.

$$t_1 = \frac{S_1 + S_2}{v_{cp}} - t_2$$

**Ответ: 440 с**

82. Спортсмен пробежал дистанцию 4 км 700 м за 13 минут, после этого он ехал на велосипеде в течение 23 мин. Средняя скорость спортсмена на всем пути составила 29,5 км/ч. Вычислите длину второго участка его пути в км.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_1$$

**Ответ: 13 км.**

83. Спортсмен пробежал дистанцию 5 км 100 м за 13 минут, после этого он ехал на велосипеде в течение 21,5 мин. Средняя скорость спортсмена на всем пути составила 28 км/ч. Вычислите длину второго участка его пути в км.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_1$$

**Ответ: 11 км.**

84. Спортсмен пробежал дистанцию 5 км 400 м за 13 минут, после этого он ехал на велосипеде в течение 19 мин. Средняя скорость спортсмена на всем пути составила 27 км/ч. Вычислите длину второго участка его пути в км.

$$S_2 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_1$$

**Ответ: 9 км.**

85. Лыжник прошел горизонтальный участок трассы за 9 минут, после этого он преодолел подъем в гору длиной 550 м за 3,5 минуты. Средняя скорость лыжника на всей трассе составила 3,8 м/с. Вычислите длину горизонтального участка его пути.

$$S_1 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_2$$

**Ответ: 2300 м.**

86. Лыжник прошел горизонтальный участок трассы за 11 минут, после этого он преодолел подъем в гору длиной 550 м за 4 минуты. Средняя скорость лыжника на всей трассе составила 3,5 м/с. Вычислите длину горизонтального участка его пути.

$$S_1 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_2$$

**Ответ: 2600 м.**

87. Лыжник прошел горизонтальный участок трассы за 12 минут, после этого он преодолел подъем в гору длиной 700 м за 5 минут 30 секунд. Средняя скорость лыжника на всей трассе составила 4 м/с. Вычислите длину горизонтального участка его пути.

$$S_1 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_2$$

**Ответ: 3500 м.**

88. Лыжник прошел горизонтальный участок трассы за 11 минут, после этого он преодолел подъем в гору длиной 750 м за 4 минуты. Средняя скорость лыжника на всей трассе составила 3,5 м/с. Вычислите длину горизонтального участка его пути.

$$S_1 = v_{cp} \cdot (t_1 + t_2) - S_2$$

**Ответ: 2400 м.**

89. Трактор проехал 28 км за 75 мин, после этого он двигался 2,5 часа со скоростью 32 км/ч. Какова средняя скорость трактора?

$$v_{cp} = \frac{S_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

**Ответ: 8 м/с.**

90. Трактор проехал 30 км за 80 мин, после этого он двигался 2 часа со скоростью 27 км/ч. Какова средняя скорость трактора?

$$v_{cp} = \frac{S_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

**Ответ: 7 м/с.**

91. Трактор проехал 33 км за 65 мин, после этого он двигался 3 часа 30 минут со скоростью 33 км/ч. Какова средняя скорость трактора?

$$v_{cp} = \frac{s_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} \quad 11$$

**Ответ: 9 м/с.**

92. Дирижабль пролетел 9 км за 21 мин, после этого он двигался со скоростью 3,2 м/с. в течение 25 мин. Определите среднюю скорость дирижабля.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} \quad 11$$

**Ответ: 5 м/с.**

93. Дирижабль пролетел 12 км за 15 мин, после этого он двигался со скоростью 4 м/с. в течение 20 мин. Определите среднюю скорость дирижабля.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} \quad 11$$

**Ответ: 8 м/с.**

94. Дирижабль пролетел 15 км за 16 мин, после этого он двигался со скоростью 3,7 м/с. в течение 20 мин. Определите среднюю скорость дирижабля.

$$v_{cp} = \frac{s_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} \quad 11$$

**Ответ: 9 м/с.**

95. Автомобиль преодолел подъем в 30 км, а после этого спуск длиной 20 км. Спуск занял 25 мин. Определите скорость которую автомобиль развивал на первом участке пути, если средняя скорость на всем пути составила 40 км/ч.

$$v_1 = \frac{s_1}{(s_1 + s_2)/v_{cp} - t_2} \quad 11$$

**Ответ: 10 м/с.**

96. Автомобиль преодолел подъем в 30 км, а после этого спуск длиной 25 км. Спуск занял 16 мин. Определите скорость которую автомобиль развивал на первом участке пути, если средняя скорость на всем пути составила 50 км/ч.

$$v_1 = \frac{s_1}{(s_1 + s_2)/v_{cp} - t_2} \quad 11$$

**Ответ: 10 м/с.**

97. Автомобиль преодолел подъем в 24 км, а после этого спуск длиной 31 км. Спуск занял 20 мин. Определите скорость которую автомобиль развивал на первом участке пути, если средняя скорость на всем пути составила 65 км/ч.

$$v_1 = \frac{s_1}{(s_1 + s_2)/v_{cp} - t_2} \quad 11$$

**Ответ: 13 м/с.**

98. Человек прошел пешком расстояние 250 м, а после этого проехал на велосипеде 1400 м за 200 с. Средняя скорость человека на всем пути составила 4,5 м/с. Вычислите скорость с которой он шел пешком.

$$v_1 = \frac{s_1}{(s_1 + s_2)/v_{cp} - t_2} \quad 11$$

**Ответ: 1,5 м/с.**

99. Человек прошел пешком расстояние 290 м, а после этого проехал на велосипеде 1200 м за 170 с. Средняя скорость человека на всем пути составила 4,5 м/с. Вычислите скорость с которой он шел пешком.

$$v_1 = \frac{s_1}{(s_1 + s_2)/v_{cp} - t_2} \quad 11$$

**Ответ: 1,8 м/с.**

100. Человек прошел пешком расстояние 260 м, а после этого проехал на велосипеде 1450 м за 170 с. Средняя скорость человека на всем пути составила 5,7 м/с. Вычислите скорость с которой он шел пешком.

$$v_1 = \frac{s_1}{(s_1 + s_2)/v_{cp} - t_2} \quad 11$$

**Ответ: 2 м/с.**