

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА

(КГПУ им. П.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики

Кафедра Математического анализа и методики преподавания

Специальность 44.04.01 Педагогическое образование, Программа Инновационное математическое образование



Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе

Л.В. Шкрина

(подпись)
« _____ »

8 декабря 2017 г.

Выпускная квалификационная работа

Формирование межпредметного знания обучающихся 9 классов в условиях курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»

Выполнил студент

Е.А. Гомзякова

(подпись)

Форма обучения

заочная

Научный руководитель:
канд. физ.-мат. наук, доцент
А.В. Багачук

(подпись, дата)

Рецензент
засл. педагог Красноярского края,
зав. каф. математики и информатики
МАОУ «Гимназия №1»
И.Л. Горбатовская

(подпись, дата)

Дата защиты

19 декабря 2017 г.

Оценка

Красноярск 2017

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Профильное обучение математике: сущность и принципы организации	
1.1. Современные тенденции развития отечественного математического образования	8
1.2. Информационные и организационные аспекты предпрофильной подготовки	15
1.3. Курсы по выбору и основные требования к их организации	26
1.4. Особенности обучения математике в специализированных классах	31
Глава 2. Организация обучения в рамках курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»	
2.1. Анализ содержания различных школьных учебников профильного уровня на предмет рассмотрения раздела «Уравнения и неравенства с одной переменной»	39
2.2. Принципы отбора содержания курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»	49
2.3. Программа курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании».	57
2.3.1. Занятие 1. Нахождение пути равномерного движения тела	60
2.3.2. Занятие 5. Нахождение времени, затраченного телом в пути	69
2.3.3. Занятие 9. Нахождение линейных размеров различных фигур	79

2.4. Апробация разработанного курса	87
Заключение	90
Список литературы	91

Введение

Современные образовательные организации наряду с традиционными занятиями по математике организуют и дополнительные занятия, имеющие предпрофильную направленность обучения. Обучение математике на предпрофильном уровне является основополагающей частью математической подготовки, так как оно направлено на развитие у обучающихся умений, навыков и способов деятельности в интересующей их сфере науки.

Главной идеей такого обучения является осознанный выбор выпускником профиля, связанного с его будущей профессией [15]. Такое обучение направлено на оказание информационной, организационной, педагогической и психологической поддержки школьника, содействующей его самоопределению по окончании школы.

При организации предпрофильного обучения математике основной акцент ставится на:

- 1) углублённое изучение разделов образовательной программы по математике в определенной области науки;
- 2) создание индивидуальных образовательных программ;
- 3) организацию профориентационной работы;
- 4) подготовку к поступлению в высшие учебные заведения.

Организация предпрофильного обучения реализуется с помощью курсов по выбору, нацеленных на формирование и развитие метапредметных образовательных результатов учащихся. Каждое общеобразовательное учреждение должно реализовывать курсы разной направленности и ориентации. Но, к сожалению, на данном этапе развития количество таких курсов не достаточно. Именно поэтому разработка их содержательной базы и методического обеспечения является актуальной.

На наш взгляд, курс по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании» может быть востребованным в системе предпрофильной подготовки учащихся 9 классов по двум причинам.

Во-первых, содержание обучения математике должно иметь практическую направленность. При составлении математической модели можно описать почти любой реальный процесс. То есть, жизненную ситуацию можно описать на математическом языке и наоборот, что является одним из требований к уровню подготовки учащихся 9 классов [40].

Во-вторых, для более полного рассмотрения различных математических процессов необходимо изучение их приложений в других сферах наук. Например, решение многих задач из физики, биологии, химии и других наук сводится к составлению и решению систем квадратичных уравнений и неравенств. Выполнение этих задач не является громоздким и опирается на основные правила и методы решения систем с одной переменной. Также в основу курса входят задания, решение которых сводится к вычислению площадей плоских фигур, нахождению количества особей популяций. Что в основном курсе математики изучается не достаточно полно.

Из всего вышеизложенного следует **актуальность** темы выпускной квалификационной работы «Формирование межпредметного знания обучающихся 9 классов в условиях курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»».

Целью выпускной квалификационной работы является научное обоснование, разработка и апробация методики формирования межпредметного знания обучающихся 9 классов в условиях курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»».

Объект исследования: предпрофильное обучение в общеобразовательной школе.

Предмет исследования: методика формирования межпредметного знания обучающихся 9 классов в условиях курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»».

Гипотеза: курс по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании» будет способствовать формированию метапредметных образовательных результатов обучающихся, если его содержание и методика формирования межпредметного знания обучающихся будут удовлетворять основным требованиям, предъявляемым к разработке курсов по выбору.

Для реализации поставленной цели и проверки гипотезы исследования решались следующие **задачи:**

- 1) сравнительный анализ содержания раздела «Уравнения и неравенства с одной переменной» в учебниках по математике за 9 класс;
- 2) выявление и описание принципов отбора содержания курса по выбору;
- 3) составление программы курса;
- 4) разработка методического обеспечения по реализации курса «Уравнения и неравенства с одной переменной», направленного на формирование межпредметного знания обучающихся 9 классов;
- 5) апробация курса по выбору.

Данная работа включает в себя введение, две главы, заключение и библиографический список.

Введение содержит основные методологические характеристики данного научного исследования. Первая глава посвящена современным тенденциям развития профильного и предпрофильного обучения в России и за рубежом. Также, рассмотрены основные проблемы российского математического образования, представлены направления модернизации математического образования. Перечислены основные требования к основному среднему общему и высшему профессиональному уровням образования. Помимо этого, глава содержит особенности обучения в

специализированных классах с учетом возрастных психологических особенностей рассматриваемой категории обучающихся, а также специфики предметного поля.

Во второй главе работы осуществлен сравнительный анализ действующих учебников по математике, предназначенных для учащихся 9 классов. Выявлены и описаны принципы отбора содержания курса, а также представлена программа курса по выбору и методические рекомендации по ее реализации в образовательной практике. Представлен анализ апробации рассматриваемого курса на базе МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 10 с углублённым изучением отдельных предметов имени академика Ю.А. Овчинникова», МАОУ «Гимназия №1» г. Сосновоборска.

Глава 1. Профильное обучение математике: сущность и принципы организации

1.1. Современные тенденции развития отечественного математического образования

Неоспоримым фактом является то, что система образования имеет многочисленные связи с наукой, экономикой, народным хозяйством, национальной безопасностью и благосостоянием всей страны в целом. Благодаря этому образование становится одним из главных факторов развития и воспитания каждого гражданина этой страны. Также образование направлено на реализацию прав личности каждого человека, на равноправие и равенство различных национальных культур, проживающих на территории страны. В этой связи, ключевой ролью отечественного образования является обеспечение высокого уровня жизни общества, его бытовой, правовой и профессиональной культуры. Для обеспечения поддержки образования и равного доступа к нему каждого гражданина страны, независимо от его материального состояния, места проживания, национальной принадлежности и состояния здоровья, необходимо эффективное использование всех ресурсов (информационных, человеческих, материальных). Выбор пути образования должен основываться на общественном мировоззрении, благодаря которому происходит формирование и реализация целей и задач образования, информационной и нормативной базы [26].

В конце 80-х – начале 90-х годов существенное влияние на российское образование оказали различные преобразования в политической и экономической сферах, с помощью которых осуществилась реализация независимости и самостоятельности высших учебных заведений, обеспечение вариативности их образовательных программ. Все эти процессы в дальнейшем были отражены в Законе Российской Федерации «Об Образовании», определяющем уровни основного общего и профессионального образования [39].

Социально-экономический кризис, произошедший уже после этих преобразований, затормозил дальнейшее развитие системы образования в России. В результате, из-за своей перегруженности содержание образования перестало обеспечивать фундаментальность необходимых знаний, закрепленных в федеральном государственном образовательном стандарте [40]. В свою очередь, профессиональное образование было не способно к качественной подготовке кадров, удовлетворяющим новым социокультурным требованиям. Тем самым, ценность и роль российского образования стало терять статус экономического, политического, культурного и нравственного пространства [26].

Более подробно в настоящем параграфе остановимся на развитии математического образования в Российской Федерации.

Полноценное качественное математическое образование является необходимой составляющей успешного сосуществования в современном обществе. К его целям развития можно отнести следующие:

1. формирование и развитие необходимых человеку в современных условиях способностей и таких видов мышления, как логическое и алгоритмическое;
2. реализация использования математики в повседневной жизни и профессиональной деятельности, в том числе применение математического подхода в описании, рассуждении и т.д.

Структура математического образования образует целостную систему, и все ее компоненты взаимосвязаны. Ее составляющими является массовая математическая грамотность, возможность приобретения необходимых математических знаний, умений и способов деятельности и всесторонняя развитость каждого обучающегося.

От уровня развития математического образования зависит успешное создание и внедрение современных технологий и инноваций в таких сферах, как экономика, обороноспособность, машиностроение, биомедицина и другие. Формирование математического образования также способствует

прогнозированию различных катастроф природного и техногенного характера. Именно поэтому все развитые страны мира вносят существенный вклад в формирование математической грамотности населения и в развитие математики, как науки. Благодаря подобным действиям происходит обеспечение системности во всех сферах образования, формирование познавательной активности и логического мышления обучающихся при изучении различных учебных дисциплин.

Наряду с крупнейшими развитыми странами мира, Россия также обладает опытом решения ряда проблем в математическом образовании, приобретенным в 1950–1980 годах.

Сегодня, при проектировании образовательного процесса, в том числе и в математическом образовании, необходимо учитывать следующие основные проблемы [34]:

1. проблема мотивационного характера;
2. проблема содержательного характера;
3. кадровые проблемы.

Мотивация является основным стимулом вовлечения обучающегося в образовательный процесс и определяет его содержание, методы и способы познания окружающего мира. Основным способом формирования мотивации каждого обучающегося является активизация его творческого мышления и исследовательских навыков в процессе изучения математики [6]. Таким образом, составляющими первой из перечисленных проблем математического образования являются:

- 1) отсутствие учебной мотивации обучающихся в связи с общественной недооценкой роли математического образования;
- 2) несоответствие образовательного процесса современным требованиям содержательной и учебно-методической базы.

Вследствие чего реальный уровень подготовки выпускников не направлен на реализацию соответствующего комплекса заданий итоговой государственной аттестации, их содержания и критериев оценки.

Вторая проблема заключается в низком качестве образовательного процесса. Содержание математического образования не отвечает современным требованиям, что нарушает преемственность и взаимосвязь всех уровней образования. Потребности в новых математических методах и средствах математического образования не учитываются в полной мере. А методическое обеспечение не отражает различные подходы к разным группам обучающихся. В основном, образовательный процесс направлен на подготовку выпускников к написанию единого государственного экзамена (ЕГЭ), а не развитию их способностей и интеллектуальных особенностей в процессе математической подготовки. В итоге, снижается уровень математического образования из-за не своевременного обновления его содержания и отсутствия необходимой доли интеграции российской и мировой наук.

Третья проблема связана с нехваткой квалифицированных работников в сфере образования (учителей и преподавателей), способных качественно обучать математике, формируя при этом заинтересованность обучающихся в образовательном процессе. Система подготовки и профессиональной переподготовки педагогических работников не является достаточной для реализации нужд рынка труда. Математическая и педагогическая подготовка выпускников высших учебных заведений не отвечает современным требованиям и профессиональным стандартам. При этом сами выпускники не обладают многочисленным опытом в реализации педагогической деятельности и не располагают способностью применения полученных педагогических знаний в педагогическом процессе. Подготовка выпускников в высших учебных заведениях не направлена на дальнейший их интеллектуальный и профессиональный рост. Преподаватели различных образовательных организаций и учреждений не достаточно осведомлены о современных направлениях математических исследований и применении математики в научных исследованиях.

В силу выше перечисленных проблем, система профессионального педагогического образования в целом не является эффективной и усовершенствованной в части математического образования.

Для развития математического образования необходимо выполнение следующих задач [34]:

1. модернизировать содержания учебных программ, методических и учебных пособий на всех уровнях математического образования, учитывая потребности самих обучающихся и общества во всеобщей математической грамотности, в уровне математической подготовки и в значимых достижениях отечественной науки;

2. обеспечить полноценное формирование базовых знаний, умений и способов деятельности обучающихся и их соответствие целям и задачам государственной итоговой аттестации, реализовать использование учителями в образовательном процессе различных методических средств и инструментов в качестве контроля и диагностики знаний обучающихся;

3. обеспечить доступность и применение в образовательном процессе информационных ресурсов и современных инновационных педагогических технологий для реализации учебных программ математического образования;

4. повысить уровень работы учителей за счет их социальной и материальной поддержки и реализации возможности использования достижений мирового математического образования, современных информационных технологий, собственных педагогических инструментов и методов, авторских программ;

5. обеспечить развитие и поддержку обучающимся, имеющих выдающиеся математические наклонности и способности;

6. осуществить популяризацию математического образования.

Основным инструментом управления математического образования в Российской Федерации является модернизация содержания, методов и приемов образования. Рассмотрим подробнее содержание понятия

«модернизация образования». Под модернизацией понимают «усовершенствование, улучшение, обновление объекта, приведение его в соответствие с новыми требованиями и нормами, техническими условиями, показателями качества» [8, С.172].

Модернизация образования – это процесс усовершенствования всех сфер образования. Субъектами этого процесса являются обучающиеся, их родители и учителя, органы государственной власти и местного самоуправления, общие и профессиональные образовательные учреждения и научно-культурные и общественные институты.

Согласно ряду стратегических нормативных документов, определяющих векторы развития образования, можно выделить следующие направления модернизации образования [34]:

1. обеспечение и реализация системы постоянного контроля качества образовательных стандартов, примерных программ и другой методической образовательной базы;
2. изменение и постоянное обновление учебных, методических материалов, инструментов учебной деятельности и комплекса аттестационных заданий;
3. переквалификация подготовки учителей и преподавателей различных базовых и профессиональных учреждений.

В настоящее время происходит формирование доступных всем информационных источников и материалов, инструментов и методов обучения, что будет реализовывать влияние на содержание математического образования, контрольно-аттестационные материалы и процедуры.

Каждый уровень математического образования имеет присущие ему цели, задачи, требования [34]. Первый уровень – основное среднее общее образование. На данном этапе математическое образование должно удовлетворять следующим требованиям:

1. обеспечение возможности получения обучающимся определенного уровня знаний в математической области для успешного сосуществования в современном обществе;

2. подготовка достаточного количества выпускников, обладающих определенным уровнем математических знаний;

3. реализация применения на уроках математики средств и методов для развития интеллектуальной и познавательной деятельности учащегося.

Каждому обучающемуся необходимо предоставить возможность получения математических знаний, умений и способов деятельности, соответствующих его запросам и потребностям. При этом полученные знания обучающимся могут быть использованы в жизни в качестве применения в дальнейшей профессиональной деятельности или для реализации творческой работы в математике и смежных с ней дисциплинах. Реализация всех требований может быть обеспечена благодаря работе специализированных учреждений основного и дополнительного образования, совершенствования содержания математического образования и высокой квалификации учительских кадров.

Рассмотрим второй уровень математического образования – высшее профессиональное образование [34]. К его основным задачам можно отнести:

1. включение в образовательный процесс фундаментальных исследований, творческих и проектных заданий в различных областях математики и ее приложениях;

2. обеспечение возможности выпускникам педагогических вузов, имеющих особые педагогические и математические склонности, реализации их дальнейшего профессионального роста, дополнительного профессионального образования, участия в научной и прикладной работе, возможности дополнительного профессионального образования;

3. обеспечение интеграции российских исследований и открытий в мировую науку, роста качества и популярности российских математиков, реализации сотрудничества между вузами и другими профессиональными

учреждениями, находящимися и за пределами России, развития сотрудничества между различными вузами и исследовательскими институтами страны;

4. участие профессиональных учреждений в реализации математического просвещения и обеспечения необходимой математической подготовки кадров, оказывающих влияние на российскую экономику, научно-техническую сферу и медицину.

Обеспечение реализации перечисленных задач и требований различных образовательных учреждений является инструментом выявления нового уровня не только математики и других учебных дисциплин, но и образования в целом. Что предоставит возможность достигнуть стратегических целей и задач российского образования и занять лидирующее положение в мировой науке и экономике.

При этом основным средством дифференциации и индивидуализации математического образования является предпрофильное и профильное обучение, содержание, структура и организация образовательного процесса которого учитывает интересы и способности обучающихся, а также обеспечивает соответствие с их профессиональными предпочтениями и намерениями в дальнейшем их образовательном процессе [46].

1.2. Информационные и организационные аспекты предпрофильной подготовки

Предпрофильное и профильное обучение не является принципиально новым явлением в системе отечественного образования, поскольку их реализация в российских школах существовала еще с XVIII века. Большое развитие при этом получала организация различных гимназий, лицеев. Дифференциация в них происходила, в основном, по половому признаку или согласно материальному обеспечению. Таким образом, были организованы светские, церковные и сословные школы, мужские и женские гимназии. В

1864 году появились гимназии двух типов: классические и реальные, которые в дальнейшем были реорганизованы в училища. Классические гимназии обеспечивали общее образование, нацеленное на дальнейшее поступление в университет. В отличие от них, реальные гимназии были направлены на реализацию подготовки обучающихся к поступлению в специальные высшие учебные заведения. Обучение в них строилось на естественнонаучном направлении.

К 1888 году реальные училища подвергли изменениям. Так училища стали носить средний общеобразовательный характер и в содержании их образовательных программ увеличился объем знаний по математике, физике и другим областям знаний, в отличие от классических гимназий. Также в училищах были реализованы дополнительные занятия, в основном в качестве помощи обучающимся в подготовке к экзаменам.

Значительно позже в отечественной истории в 1958 – 1959 годах впервые получили большое распространение в СССР четыре направления дополнительного обучения: физико-техническое, химико-техническое, биолого-агрономическое и гуманитарное. Стали появляться специальные школы, которые имели разные программы и цели обучения. В одних из таких школ были основными предметами физика и математика, а в других – биология и химия.

Профильное обучение старших классов было предусмотрено только после первого Всероссийского съезда работников просвещения в 1918 году. Было разработано разделение средней школы на три направления: техническое, гуманитарное и естественно-математическое. А в 1966 году были введены формы дифференциации образования: факультативы (8 – 10 классы) и классы с углублённым изучением отдельных предметов (11 класс).

В конце 80-х – начале 90-х годов в России стало развиваться личностно-ориентированное обучение, которое подразумевало создание и реализацию индивидуальных планов обучения. Таким образом, содержание изучаемого материала делилось по уровням его сложности.

С 2003 года стало действовать постановление Правительства РФ №334 «О проведении эксперимента по введению профильного обучения учащихся в общеобразовательных учреждениях, реализующих программы среднего (полного) общего образования» [33], которое подразумевало введение в общеобразовательных учреждениях специальных профильных курсов и курсов по выбору. А с 2005–2006 учебного года в образовательных учреждениях стало осуществляться введение предпрофильной подготовки обучающихся согласно «Плану-графику мероприятий по подготовке и введению профильного обучения на старшей ступени образования». Данная подготовка выступала в качестве совершенно новой педагогической системы для российского образования – подсистемой профильного образования – и призвана была выполнять некую подготовительную функцию, благодаря которой обучающийся получал возможность осознанно и ответственно принимать участие в выборе профиля на старшей ступени обучения. Таким образом, профильная и предпрофильная подготовка успешно существует и реализуется и в настоящее время.

Что касается зарубежного опыта в обозначенном направлении, то во всех развитых странах мира (Англии, США, Германии, Норвегии и Франции и т. д.) существует проблема внедрения и развития предпрофильной и профильной подготовки обучающихся. В большинстве из этих стран учащиеся до шестого класса получают одинаковую подготовку. В седьмом классе они определяют в выборе дальнейшего профессионального образования и выбирают одно из направлений образования: либо обучение осуществляется по упрощенному плану, направленному на изучение прикладных профильных дисциплин, либо – по более усложненной программе, для поступления в высшие учебные заведения.

В Англии обучение начинается с 5 лет и составляет всего 11 лет. На третьем году обучения обучающиеся делятся на тех, кто нацелен на дальнейшее обучение в полной средней школе, и на тех, которые не будут продолжать свое обучение. Первые из них к концу 11-го года обучения сдают

экзамены и готовятся к поступлению в профессиональные школы. При этом предусмотрены индивидуальные учебные планы. Каждый обучающийся изучает три профильных предмета (математику, физику, биологию, социологию, химию, историю Великобритании, экологию и другие). При этом существует возможность выбора четвертого или пятого предмета, не являющегося профильным. Таким образом, каждый обучающийся сам составляет свой список изучаемых дисциплин.

В США к дифференциации прибегают уже в начальной школе, распределяя обучающихся по трем основным группам ("быстрые", "средние" и "медленные") в результате проведения обычного тестирования. А уже позже – в 10, 11 и 12-х классах – реализуется полное представление ряда профильных дисциплин. Английский язык, обществоведение и физическая культура составляют блок обязательных дисциплин, помимо них также предлагается множество разнообразных курсов на выбор обучающихся, содержащих 150 – 200 наименований. Каждый обучающийся может выбрать любой из всего спектра курсов по выбору. Эти курсы состояются, в основном, по предпочтениям родителей, которые в дальнейшем и планируют будущее профессиональное обучение своих детей.

В Германии обучение состоит из двух ступеней, первая из которых охватывает первые четыре класса обучения. Вторая ступень направлена на обязательную общую подготовку обучающихся и делится на основную школу (9 лет), реальную школу (10 лет) и гимназию (11 лет). Все они реализуют подготовку обучающихся в к поступлению в высшие учебные заведения.

В Норвегии все старшие школы имеют различные профили академического и профессионального направления. Это и физико-математический, языковой, социально-экономический и естественнонаучный профили. А также к их числу относятся кулинария, строительство, металлообработка, сельское хозяйство, музыка, танцы и многие другие. Первые два года обучения обучающиеся осваивают ряд обязательных

предметов, после чего количество таких предметов сокращается, и большая часть учебного времени отводится профильным дисциплинам.

Во Франции обучение состоит из нескольких этапов. Первый этап составляет первые четыре года обучения, и является начальной школой. На втором этапе ученики продолжают обучение в лицее по различным профилям. По его окончанию каждый сдает экзамен, на основе результатов которого происходит зачисление в университет.

Таким образом, предпрофильное и профильное обучение во всех зарубежных развитых странах реализуется на трех последних годах обучения. При этом для каждого обучающегося составляется индивидуальный план. К концу обучения в школе обязательных дисциплин становится меньше, так как все учебное время составляют именно профильные предметы. После окончания школы обучающиеся сдают экзамены и получают дипломы, на основе которых они могут поступить в любой вуз без экзаменов.

Обратимся теперь к содержанию понятия «предпрофильное обучение».

В педагогических словарях под предпрофильным обучением основного среднего образования понимают «образовательный процесс, основанный на педагогической, психологической, информационной и организационной поддержке выбора будущей индивидуальной образовательной траектории обучающегося» [28].

Более полная формулировка понятия – «подсистема профильного обучения, выполняющая подготовительную функцию и способствующая его реализации на основе принципов вариативности и свободы выбора входящих в состав профиля курсов по выбору».

Также, под предпрофильным обучением можно рассматривать образовательное пространство, способствующее формированию дальнейшего жизненного пути обучающегося и его осознанному самоопределению при выборе профиля в старших классах. Основной целью предпрофильного обучения является выявление возможностей, заинтересованности и

предрасположенности обучающегося к определенной научной области знаний, связанной с его будущей профессиональной деятельностью, на основе широкой палитры различных курсов.

Исходя из концепции профильного обучения, любая предпрофильная подготовка основана на формировании у обучающихся:

1. умения объективно оценивать уровень своих возможностей и способностей для реализации продолжения обучения на интересующем профиле;
2. умения целесообразно и осознанно осуществлять выбор профиля, отвечающего интересам и индивидуальным особенностям обучающегося;
3. готовности к проявлению мотивации и заинтересованности при обучении на выбранном профиле.

Информационный аспект предпрофильной подготовки заключается в предоставлении информации обучающимся и их родителям об особенностях их дальнейшего профильного обучения в различных профессиональных учреждениях и учреждениях дополнительного образования, в которых первые могут получить знания в интересующих их областях знаний. Для этого возможна организация олимпиад межшкольного характера, издание различных информационных материалов для демонстрации и ознакомления с основными и специфическими особенностями и требованиями профильного обучения выше перечисленных учреждений. При этом образовательным учреждениям также необходимо заранее продумать список мероприятий для организации информационной работы с обучающимися и их родителями.

Основными задачами предпрофильного обучения в старших классах образовательных учреждений являются [46]:

1. выявление способностей и интересов учеников для их дальнейшего практического применения и раскрытия в познавательной и профессиональной деятельности, основанной на определенном профиле обучения в старших классах;

2. оказание психологической и педагогической поддержки обучающихся в ходе приобретения ими основных жизненных и социальных ценностей, связанных с их будущей профессиональной деятельностью;

3. формирование и развитие ключевых компетенций, связанных с дальнейшей профессиональной деятельностью обучающихся;

4. формирование осознанного выбора направления дальнейшего образования и основного профессионального пути.

При планировании и организации предпрофильной подготовки необходимо учитывать выбор и предпочтения обучающихся, реализация которых должна осуществляться по следующим этапам, каждый из которых содержит свои методы и средства обучения:

1. выявление образовательных предпочтений обучающихся;

2. реализация и организация необходимых видов образовательной деятельности в сферах знаний, выбранных обучающимся;

3. оценка готовности обучающегося к дальнейшему выбору профессионального образования.

При завершении предпрофильной подготовки обучающегося необходимо учитывать не только его знания, полученные в ходе прохождения обучения, но и социальный уровень для его дальнейшего самостоятельного и осознанного профессионального выбора.

Организация предпрофильного обучения является важным вопросом каждого образовательного учреждения и основана на определении главных составляющих такого обучения. В концепции профильного обучения они выделены следующим образом:

1. курсы по выбору;

2. создание образовательной сети;

3. информационная работа со школьниками и их родителями;

4. профильная ориентация обучающихся.

Важнейшим фактором, в помощи обучающимся старших классов оценить реальную степень своих возможностей и в их ориентации при

дальнейшем выборе профиля обучения, являются курсы по выбору. Существуют три основных вида таких курсов: предметные, межпредметные и ориентационные курсы. Предметные курсы по выбору носят пропедевтический характер по отношению к предметам, связанным с будущим профилем. Их содержание и форма, в основном, направлена именно на расширение знаний по конкретному учебному предмету. Межпредметные курсы основаны на традиционных учебных предметах, но при этом выходят за их рамки, ориентируясь на различные сферы науки. На таких курсах обучающиеся знакомятся с задачами и проблемами, требующих синтеза знаний по ряду предметов и нахождения различных способов их решения в других профессиональных сферах. Ориентационные курсы имеют прямую направленность на самоопределение обучающегося относительно будущего профиля в старшей школе. Их специфика заключается в практическом освоении видов деятельности, типичных определенной профессии.

В предпрофильных классах набор курсов по выбору должен иметь вариативный характер. Так как реализация выбора учеников девятых классов курсов, связанных с их профессиональной ориентацией, зависит от их количества, продолжительности и возможности посещения и их совмещения. Краткосрочность курсов и их свободный режим проведения, возможность их чередования позволят обучающимся за один учебный год несколько раз менять курсы по выбору. Изучение таких курсов может реализовываться в течение одной недели или всего учебного года с небольшими перерывами, проходить на каникулах или в учебное время после основных занятий. Организация учебного процесса, таким образом, позволяет широко использовать различные современные методы и формы обучения: метод проектов, исследовательские методы, метод-кейсов и многие другие. При этом ни образовательное учреждение, ни сами обучающиеся, неограниченны в организации и выборе того или иного курса.

Следующая составляющая предпрофильного обучения – создание образовательной сети, которая включает такие типы образовательных

учреждений, как школы, учреждения дополнительного образования, различные учреждения, обладающие необходимыми ресурсами для реализации предпрофильного и профильного обучения. Помимо перечисленных учреждений различные вспомогательные функции по оказанию консультаций обучающимся и их родителям должны быть возложены на муниципальные методические и психологические службы.

Также необходима правильная и своевременная информационная работа с обучающимися старших классов и их семьями. Она заключается в информировании об образовательных возможностях и территориальной доступности определенной муниципальной образовательной сети. Для этого реализуется создание «образовательных карт», содержащих подробную и актуальную информацию обо всех возможных образовательных учреждениях на территории определенного района, реализующих полную и качественную предпрофильную и профильную подготовку.

При планировании предпрофильной подготовки каждый из обучающихся девятого класса рассчитывает и составляет свой примерный индивидуальный маршрут в образовательном пространстве старшей профильной школы. При этом готовность к подобному самоопределению примерно около 2/3 всех выпускников оказывается недостаточной, так как выбор будущего направления продолжения образования формируется под воздействием множества случайных факторов и причин. Именно поэтому возникает необходимость уже на фоне предпрофильной подготовки особое внимание уделять профильной ориентации обучающихся. Под профильной ориентацией понимают деятельность, организованную на оказании обучающимся старших классов психологической и педагогической поддержки в составлении различных вариантов для продолжения их обучения и на повышении их социальной, профессиональной и культурной готовности в целом. По окончании девятого класса у каждого выпускника формируется образовательный рейтинг. Его основу составляют результаты

итоговой аттестации и индивидуальные образовательные достижения во внеурочной деятельности (портфолио).

При переходе в старшие классы перед обучающимися встает проблема выбора профиля, связанного с дальнейшим их поступлением в высшие учебные заведения. Многие из них не осознают всю важность данного выбора и чаще всего полагаются на следующие внешние факторы: влияние родителей, одноклассников, информационных ресурсов и многие другие. Поэтому будущие студенты не имеют реального представления о требованиях и научных основах выбранной ими профессии [43]. В итоге, большинство из них в будущем не собирается идти работать по выбранной специальности.

Рассмотрим основные причины данной проблемы. Во-первых, это отсутствие педагогической культуры родителей, которые не могут оказать своим детям помощь при правильном выборе будущей профессии. Во-вторых, это нежелание учителей уделять должное внимание психолого-педагогической поддержке самоопределения школьников. В-третьих, это отсутствие государственной заинтересованности в создании различных программ для облегчения профессионального выбора выпускников.

Также можно обозначить ряд трудностей при реализации предпрофильного и профильного образования:

1. большие затраты при финансировании предпрофильной и профильной подготовки за счет становления и выполнения новых планов и рабочих программ, переоснащение кабинетов, аудиторий, мастерских;
2. изменение основной программы средней школы, создание образовательного пространства в выпускных классах;
3. недостаточная подготовка учителей, педагогов, психологов к реализации профилизации образовательного учреждения, невозможность использования для этого новых методов и форм обучения;

4. неполноценная профориентационная работа с обучающимися девярых классов, не достаточность времени и специалистов для проведения различных индивидуальных консультаций с профессиональной ориентацией.

Для правильного выбора будущей профессии необходимо учитывать ключевые компетентности обучающегося, навыки и личностные качества, реализующиеся в данной отрасли труда. К ним можно отнести умение адаптироваться в различных жизненных ситуациях и находить общий язык с разными людьми, обладание ответственностью, общительностью, самоорганизацией, а также умение работать с новыми информационными технологиями.

Можно выделить следующие направления организационно-методического обеспечения [43], направленного на реализацию выбора будущего профиля обучающимися:

- 1) взаимосвязь между школьным обучением и внеучебной практикой в различных профессиональных отраслях;
- 2) реализация взаимодействия между школой и профессиональными учреждениями (колледжами, лицеями, техникумами, университетами);
- 3) дифференциация профилей в зависимости от склонностей, интересов и индивидуальных потребностей обучающегося;
- 4) оказание учителем психолого-педагогической помощи обучающимся в дальнейшем их выборе профессионального обучения.

В настоящее время не зависимо от сложности реализации подобного выбора, практикуется предпрофильная и профильная ориентация с помощью индивидуальной работы учителя с обучающимися, а также в результате проведения социальной практики, проектной деятельности, анкетирования, собеседований и различных тренингов.

Сначала, необходимо проведение анкетирования обучающихся, удовлетворяющего обязательным требованиям: доступность реализации проведения, возможность интерпретации результатов анкет, использование различных средств для обеспечения профессиональной ориентации,

отслеживание изменений профессиональной подготовки обучающихся путем проведения входных и итоговых тестов. После чего необходим анализ образовательных ситуаций, которые создают специальные условия для выявления проблем и трудностей обучающихся с выбором данного профиля.

В результате реализации всех этих требований происходит проба выбора профиля обучающимся, на основе которой уже можно выявить направление профильного образования (естественнонаучное, гуманитарное и другие). На заключительном этапе необходимо повторное профессиональное ориентирование для выявления преимуществ и недостатков данного выбора. При этом учитывается заинтересованность обучающегося к предметам, достижения и успеваемость его в той или иной области знаний, мнение родителей, учителей, психологов и многое другое. Полученные результаты должны быть занесены в специальный документ («дневник выбора профиля»), который будет учитываться при дальнейшем выборе профиля и поступлении в высшее учебное заведение.

1.3. Курсы по выбору и основные требования к их организации

После окончания образовательного учреждения перед каждым обучающимся встает проблема дальнейшего профессионального самоопределения. Для реализации выбора будущей профессии старшеклассника образовательным пространством школы обеспечивается введение профильной подготовки через организацию элективных курсов или курсов по выбору.

Под элективными курсами (курсами по выбору) понимают курсы, являющиеся составляющей частью системы профильной подготовки учащихся на старшей ступени обучения образовательного учреждения [45]. Подобные курсы обязательны для посещения старшеклассников.

Целью курсов по выбору является индивидуализация и дифференциация обучения обучающихся на старшей ступени профильной подготовки, их профессиональная подготовка к дальнейшему жизненному пути.

Задачи, на реализацию которых направлены элективные курсы, следующие [45]:

1) создание благоприятных условий для осуществления обучающимся на старшей ступени образовательного учреждения профессионального выбора в той или иной сфере науки;

2) предоставление возможности участия в различных видах деятельности, являющихся смежными с выбранной профессией.

Основные функции элективных курсов [45]:

1) углубленное изучение некоторого профильного предмета, его раздела, определенной темы;

2) изучение смежных с рассматриваемым предметом дисциплин;

3) ориентация на профессиональные склонности и интересы обучающихся;

4) формирование знаний, умений и способов деятельности решения практико-ориентированных задач;

5) развитие познавательных интересов, творческих способностей в определенной области науки.

При этом количество курсов по выбору в любом образовательном учреждении должно быть полным для возможности реализации выбора обучающегося необходимого ему направления. При проведении элективного курса могут быть приглашены специалисты из других школ, институтов и техникумов. А сами занятия курсов могут проходить в различной форме проведения: презентации, дискуссии, игры, лекции, дистанционное обучение.

Существуют три основных типа элективных курсов: предметные, межпредметные курсы и курсы по предметам, не входящим в учебный базисный план [45].

Предметные элективные курсы направлены на углубление и расширение кругозора учащихся по темам предметов, входящим в учебное тематическое и поурочное планирование образовательного учреждения.

Сами предметные курсы по выбору можно разделить на следующие подтипы:

1) курсы по выбору повышенного уровня, с помощью которых реализуется изучение предмета не на профильном, а на углубленном уровне.

2) спецкурсы, в состав которых входят предметы, входящие в обязательную программу учебного плана учреждения.

3) спецкурсы, в состав которых входят предметы, не входящие в обязательную программу учебного плана учреждения. При рассмотрении предмета математика можно отнести следующие темы: «Математическая логика», «Теория вероятности и ее элементы», «Комбинаторика» и многие другие.

4) прикладные элективные курсы, направленные на освоение основных методов и технологий применения полученных знаний на практике. К таким курсам можно отнести курсы, основной целью которых является установление связи между определенной дисциплиной и компьютерными программами и технологиями, между некоторой областью науки и ее практическим применением в абсолютно другой сфере.

5) курсы по выбору, направленные на изучение и овладение методами познания окружающей среды. В основном подобные математические курсы связаны с представлением некоторой задачи в образе математической модели реальной ситуации или процесса. К примеру, тематикой курса может быть «Компьютерная графика» или «Метод проектов с использованием компьютерных технологий».

б) элективные курсы, одной из тем изучения которых является историческая справка по предмету, входящему в состав учебного плана общеобразовательного учреждения. Например, «История математики», «История физики» и другие темы курсов по выбору.

7) курсы по выбору, направленные на изучение и овладение некоторыми методами решения задач из разных областей науки. Курсы содержат математические, физические, биологические и другие типы задач на применение некоторых базовых и специальных методов и приемов их решения.

Межпредметные курсы по выбору основаны на интеграции базовых знаний обучающихся с их знаниями, связанными с окружающей средой и обществом. Такие курсы, в основном, обладают естественнонаучным профилем: «Космонавтика», «Физические процессы в космосе», «Интегральное исчисление в естествознании».

Элективные курсы по предметам, не входящим в учебный базисный план направлены на реализацию психологических, социальных, культурологических проблем. Тематика таких курсов следующая: «Вопросы менеджмента», «Экологические катаклизмы», «Основы этикета» и другие.

Основные требования к организации курсов по выбору следующие:

1) *По соответствию положениям концепций профильного и предпрофильного обучения.* Программа курса предоставляет обучающимся возможность оценить свои возможности в той или иной сфере науки и осуществить свой дальнейший профессиональный выбор.

2) *По степени новизны.* Содержание программы курса по выбору включает в себя не только основные базовые знания учащихся, но и некоторые новые знания, не содержащиеся в образовательных программах и федеральных стандартах.

3) *По научности содержания.* Курс по выбору содержит новейшие и актуальные знания в различных областях наук и опыт практической деятельности людей, соответствующие основным требованиям образовательных программ и федеральному государственному образовательному стандарту.

4) *По мотивирующему потенциалу программы.* Программа курса содержит познавательный и мотивирующий аспекты. Любой обучающийся

при прохождении курса по выбору должен осознавать значимость данного курса и его профессиональные предпосылки.

5) *По полноте содержания.* Содержание курса обеспечивает полную информативность обучающихся и отвечает всем целям их учебной подготовки.

6) *По связанности и систематичности учебного материала.* Тематическое планирование курса выстроено таким образом, что все входящие в него темы занятий изучаются последовательно и взаимосвязано и расположены в своем хронологическом порядке.

7) *По степени обобщенности материала.* Степень обобщенности материала курса по выбору соответствует основным целям его программы.

8) *По практической направленности курса.* Программа курса должна иметь направление на реализацию практической деятельности обучающегося. С помощью выполнения определенных заданий из некоторой сферы науки, осуществления различных эвристических проб, происходит реализация познания творческого потенциала обучающегося.

9) *По инвариантности содержания.* Содержание курса направлено на обучение различных групп школьников, обладающих разными уровнями знаний. А также может быть реализовано при модульной или балловой системе оценивания этого уровня.

10) *По соответствию способам развертывания учебного материала стоящим программе задачам и целям.* Способ развертывания содержания курса по выбору отвечает основным целям его программы. А именно, формированию эмпирического и теоретического мышления каждого обучающегося.

11) *По степени контролируемости.* Программа курса располагает набором контролирующих функций, обладая систематичностью и последовательностью освоения и изложения знаний по изучаемым темам и конкретностью определения им соответствующих результатов.

12) *По реалистичности с точки зрения ресурсов.* Материал программы курса обладает систематичным и последовательным распределением по темам и времени его изучения и получением запланированных результатов обучения. А также, средствами устранения возможных сбоев программы и применения эффективных методов и приемов обучения.

13) *По выбору методов обучения.* Содержание программы курса направлено на использование различных эффективных приемов и методов обучения, что обеспечивает мотивацию школьников.

14) *По чувствительности к возможным сбоям.* Программа курса по выбору обладает системой оценки промежуточных и итоговых результатов подготовки обучающихся и проверки на наличие сбоев в любой момент обучения.

15) *По эффективности затрат времени на реализацию учебного года.* Последовательность приобретенных знаний на занятиях курса по выбору базируется на таком принципе, что весь новый материал основывается на уже изученном и легко восстанавливаемом материале предыдущих занятий.

1.4. Особенности обучения математике в специализированных классах

Впервые идея создания и реализации в образовательных учреждениях специализированных классов была осуществлена в 2010 году в Новосибирской области. При этом были выбраны три основных направления такого образования: математическое, естественнонаучное и инженерно-технологическое. Целью специализированных классов являлось углубление знаний обучающихся старших классов по одному из перечисленных направлений, а также составление общего представления о выбранной профессии и сфере деятельности.

Создание специализированных классов в Красноярском крае началось в январе 2015 года и реализовалось в 25 школах, четырнадцать из которых находятся в Красноярске. В этих образовательных учреждениях были открыты классы с углублённым изучением математики, физики, химии и биологии. С 1 сентября 2016 года стартовал второй этап проекта по созданию специализированных классов в регионе, тем самым сделав это направление обучения более распространенным и приоритетным для настоящих обучающихся выпускных классов.

Рассмотрим более подробно понятие «специализированный класс». В педагогических словарях под специализированным классом понимают «класс, организованный для более углубленного освоения отдельных тем изучаемого предмета, с использованием новых методов, технологий обучения, а также для развития творческой личности обучающегося в соответствии с его индивидуальными потребностями и наклонностями».

Основная цель создания специализированных классов заключается:

1. в создании условий для оказания помощи способным в какой-либо сфере деятельности и одаренных детей;
2. в формировании нового содержания программы обучения и его методического сопровождения и их реализации на более высоком уровне;
3. в приобретении нового качества образования и результатов, удовлетворяющих современным потребностям рынка труда и технологий.

В образовательном учреждении, реализующим специализированные классы, разрабатывается учебный план с учетом федеральных государственных образовательных стандартов, индивидуальная образовательная программа, направленная на создание условий для успешного развития творческой личности обучающегося с использованием навыков самостоятельной, командной и исследовательской деятельности в процессе обучения.

Задачами специализированного класса являются:

1. обеспечение углубленного изучения выбранного предмета;

2. создание образовательных программ и методических пособий, реализующих выбранный профиль обучения;

3. создание условий для участия обучающихся во внеурочной деятельности школы – различные интеллектуальные конкурсы, научно-практические конференции, олимпиады;

4. обеспечение не только педагогической, но и психологической помощи учащимся за счет приобщения их к здоровьесберегающей деятельности в ходе образовательного процесса.

В основном, специализированные классы создаются из числа учащихся 7 – 10 классов, прошедших конкурсный отбор. При этом принимается во внимание их уровень базовой подготовки по основным и профильным предметам, участие и победы в олимпиадах, интеллектуальных марафонах, конкурсах и т.д. При зачислении в специализированный класс также учитываются рекомендации психологов и состояние здоровья обучающихся, так как такое обучение основано на интенсивных занятиях интеллектуальным трудом на повышенном уровне программного материала.

При зачислении в специализированный класс, обучающийся может оказаться неспособным или неготовым к количеству и темпу усвоения основного и дополнительного материала по предмету, к уровню физической и эмоциональной загруженности. В таком случае существует возможность его аттестации по общеобразовательной программе и дальнейшего перевода в общеобразовательный класс муниципального учреждения.

Педагогический состав специализированных классов формируется из педагогов, имеющих высокую педагогическую квалификацию, 20 процентов из которых являются преподавателями разных высших учебных заведений. При этом они отвечают следующим требованиям:

1. использование личностно-ориентированного и системно-деятельностного подходов в образовательном процессе;

2. создание индивидуальной траектории развития обучающегося, отвечающим поставленным результатам освоения образовательной программы предмета;
3. использование на уроках информационно-коммуникационных и других современных образовательных технологий;
4. оказание психологической поддержки учащемуся, анализ его поведения и отношений с окружающими;
5. активное взаимодействие с родителями учащихся;
6. использование новых форм и методов обучения, постоянное обновление содержания образования.

Обучение в специализированных классах сопровождается реализацией освоения обучающимся новых для него способов деятельности – исследование, проектирование и многие другие. Уровень освоения тех или иных способов контролируется за счет ежедневного учета успеваемости обучающегося, его еженедельного продвижения в различных индивидуальных исследовательских проектах, составления определенных разделов портфолио, ликвидации пробелов и задолженностей. Реализация перечисленных обязанностей возложена на координаторов (тьюторов) образовательного процесса обучающихся. Основная задача координатора заключается в выборе индивидуальной траектории обучающегося с учетом его личностных способностей к самоопределению и самоорганизации. Содержание его работы состоит в правильном и целесообразном подборе различных вариантов содержания образования, использовании в образовательном процессе тех методов и форм обучения и контроля знаний, приемлемых к каждому обучаемому.

Методы обучения являются важным фактором успешного освоения выбранного предмета, а также развития познавательных способностей и личностных качеств.

Правильное и частое их применение в образовательном процессе обеспечивает: получение и усвоение основной материальной базы

интересующего предмета; развитие способностей обучающихся, соответствующих определенным видам деятельности и формам обучения; создание условий, направленных на реализацию потенциальных возможностей, индивидуальности и личностных качеств обучающихся.

К наиболее эффективным методам обучения в специализированных классах можно отнести методы творческого характера: исследовательский, эвристический, метод проектов, кейс-метод и многие другие. В сочетании с методами самостоятельной и групповой деятельности они обладают высоким мотивирующим и познавательным потенциалом, а также направлены на реализацию активности и интересов обучающихся. Перечисленные методы обучения развивают творческое мышление и формируют такие качества личности, как упористость, самостоятельность, уверенность в себе, способность к индивидуальной деятельности и работе в группе и другие.

Основные формы обучения в специализированных классах – лекции, семинары, практические и лабораторные занятия и другие. Для проведения лекций образовательным учреждением приглашаются ведущие преподаватели высших учебных заведений. Лекция – это одно из средств четкого и понятного раскрытия и изложения материала конкретной области науки. Эта форма обучения имеет широкое применение при изучении предмета на профильном уровне, что и реализуется в специализированных классах.

Семинары являются особой формой обучения, ориентирующиеся на практическое применение понятийного аппарата предмета. В специализированных классах такое занятие реализуется за счет индивидуальной самостоятельной работы обучающегося. При необходимости проверки и объяснения задания или вопроса семинара в обсуждение включается уже весь класс.

Лабораторные занятия основаны на самостоятельной работе школьника. Их целью является углубить теоретические знания обучающихся за счет проведения им некоторого опыта, эксперимента. Лабораторные занятия

обычно проводятся при завершении некоторой темы или целого раздела курса и носят повторительный и обобщающий характер. На использовании и совмещении различных форм обучения в специализированных классах основывается организация образовательного процесса.

Организация образовательного процесса в специализированных классах характеризуется:

1. использованием современного оборудования;
2. наличием учебных лабораторий, компьютерных классов;
3. применением современной научной и учебной литературы, электронных образовательных ресурсов;
4. созданием условий для реализации индивидуальной и командной деятельности обучающихся;
5. организацией дистанционного обучения;
6. реализацией образовательных программ, имеющих абсолютно другую дополнительную направленность (инженерно-технологическую, профессиональную и другие).

Также, в образовательном учреждении, реализующем специализированные классы, помимо обязательных занятий существует и внеурочная деятельность обучающихся. Содержание его индивидуальной образовательной программы имеют следующий вид:

1. обязательные предметы, включенные в учебный план, в том числе на углубленном уровне;
2. дополнительная учебная нагрузка, основанная на проведении различных спецкурсов, исследовательской и проектной деятельности;
3. внеурочная творческая деятельность, состоящая из занятий по интересам и общественно значимой деятельности.

При этом наиболее приспособленные и подготовленные из обучающихся, входящих в основной состав специализированного класса, имеет возможность развиваться и обучаться по индивидуальным учебным

программам, осваивать дополнительные курсы, в частности и с использованием дистанционного обучения.

Организация контроля знаний обучающихся основывается на их итоговой аттестации. В конце каждой учебной четверти обучающийся получает отметки по всем предметам учебного плана, также осуществляется контроль и по профильным предметам. Полное освоение специализированного класса завершается с учетом проведения государственной итоговой аттестации.

По окончанию процесса обучения в специализированном классе у обучающихся формируются:

1. функциональная грамотность, умение решать нестандартные задачи в различных сферах деятельности;
2. умения и навыки самостоятельного приобретения знаний на определенном этапе обучения;
3. готовность к продолжению образования, профессиональному самоопределению и самореализации;
4. коммуникативные умения и навыки работы в группе и индивидуально;
5. опыт организаторской деятельности на основе участия обучающегося в общественной жизни образовательного учреждения;
6. опыт проектной, исследовательской работы, участие в конкурсах, олимпиадах, научных конференциях.

Выводы

1. Полноценное качественное математическое образование является необходимой составляющей успешного сосуществования в современном обществе. Оно зависит от массовой математической грамотности, возможности приобретения необходимых математических знаний, умений и способов деятельности и всесторонней развитости каждого обучающегося. Основным инструментом управления математического образования в Российской Федерации является модернизация содержания, методов и приемов образования. То есть, усовершенствование всех сфер образования.

2. Одним из направлений модернизации математического образования является предпрофильное и профильное обучение, содержание, структура и организация образовательного процесса которого учитывает интересы и способности обучающихся, а также обеспечивает соответствие с их профессиональными предпочтениями и намерениями в дальнейшем их образовательном процессе. Важнейшим фактором, в помощи обучающимся старших классов оценить реальную степень своих возможностей и в их ориентации при дальнейшем выборе профиля обучения, являются курсы по выбору. Еще одним направлением модернизации математического образования является введение специализированных классов. При этом под специализированным классом понимают «класс, организованный для более углубленного освоения отдельных тем изучаемого предмета, с использованием новых методов, технологий обучения, а также для развития творческой личности обучающегося в соответствии с его индивидуальными потребностями и наклонностями» [28].

3. Курсы по выбору – это курсы, являющиеся составляющей частью системы предпрофильной подготовки учащихся на старшей ступени обучения образовательного учреждения. Существуют три основных типа курсов по выбору: предметные, межпредметные курсы и курсы по предметам, не входящим в учебный базисный план.

Глава 2. Организация обучения в рамках курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»

2.1. Анализ содержания различных школьных учебников профильного уровня на предмет рассмотрения раздела «Уравнения и неравенства с одной переменной»

Тема «Уравнения и неравенства с одной переменной» рассматривается в девярых классах многих общеобразовательных учреждений. В примерной программе среднего (полного) общего образования на ее изучение на профильном уровне отводится около 40 часов [31]. В результате изучения раздела обучающиеся должны:

1. рассматривать уравнение в качестве основной математической модели, с помощью которой реализуется описание и анализ различных жизненных ситуаций, и решение многих текстовых задач;
2. знать определение понятий рационального, дробно-рационального и иррационального уравнений с одной переменной, и уметь решать их;
3. уметь применять графический метод исследования рациональных уравнений, использовать метод интервалов для решения систем, состоящих из них, а также сводить дробно-рациональные и иррациональные уравнения к решению соответствующих им рациональных уравнений;
4. применять основной методологический аппарат по решению рациональных, дробных и иррациональных уравнений при решении текстовых задач из других сфер науки (физики, химии, геометрии);
5. знать основные понятия темы «Неравенства», символику и свойства числовых и линейных неравенств;
6. уметь решать линейные неравенства с одной переменной, а также их системы;

7. уметь решать квадратные неравенства с одной переменной и их системы, а также использовать графический метод решения подобных неравенств;

8. применять основной методологический аппарат по решению линейных, квадратных неравенств с одной переменной при решении текстовых задач из других сфер науки (физики, химии, геометрии).

Кроме того, ученик девятого класса по изучению темы «Уравнения и неравенства с одной переменной» получит возможность:

1. изучить и овладеть специальными приемами и методами решения рациональных, дробно-рациональных, иррациональных уравнений и их систем, а также применять их при решении задач практической направленности и задач метапредметного характера;

2. применять описанные выше аналитические и графические методы в ходе решения алгебраических уравнений с одной переменной и их систем, в частности уравнения, содержащие параметры;

3. овладеть различными приемами доказательств линейных и квадратных неравенств с одной переменной, а также применять их при решении текстовых математических задач и задач из других предметных областей;

4. применять описанные выше аналитические и графические методы в ходе решения алгебраических неравенств с одной переменной и их систем, в частности неравенства, содержащие параметры.

Проанализировав литературу ([2], [7], [10], [24]), можно сделать следующие выводы.

1. *«Алгебра. 9 класс», авторы: Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков и др.*

На момент начала изучения в 9 классе темы «Уравнения и неравенства с одной переменной» учащиеся уже умеют решать уравнения первой и второй степеней с помощью формул корней. Поэтому одним из первых понятий, с которыми встречаются ученики в этой теме, является понятие целого

уравнения с одной переменной. Рассматривается общий вид указанного уравнения, перечисляются его основные члены, и определяется его степень по степени старшего члена. Таким образом, авторы пособия формулируют следующее определение этого понятия: «уравнение, в котором в левой и правой частях стоят целые выражения» [24, С.76].

Введение понятия «целого уравнения с одной переменной» и приведение конкретных примеров таких уравнений сводится к рассмотрению некоторого частного случая – биквадратного уравнения. Авторы приводят следующее его определение: «уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$, где $a \neq 0$ и являющееся квадратным относительно x^2 » [24, С.78]. Также рассмотрен его основной способ решения, заложенный в виде алгоритма необходимых действий с ним. На указанный способ решения существует множество ссылок при выполнении однотипных заданий, приведенных в конце параграфа.

Понятие «дробного рационального уравнения» определяется, как «уравнение, содержащее в обеих своих частях рациональные выражения, и хотя бы одно из которых является дробным» [24, С.82]. Основной алгоритм решения дробных рациональных уравнений сформулирован и описан при рассмотрении решения определенного уравнения, содержащего дробную часть. Задачный материал раздела представлен несколькими задачами исследовательского характера и задачами, предусмотренными автором для выполнения их в парах или группах. Раздел также содержит одну текстовую задачу, основанную на составлении уравнения, задающего работу двух строительных бригад. Таким образом, количество подобных задач недостаточно.

Далее авторы учебного пособия переходят к определению понятия «неравенство второй степени с одной переменной». То есть, под неравенством с одной переменной понимают «неравенства вида

$$ax^2 + bx + c > 0 \text{ и } ax^2 + bx + c < 0,$$

где x – переменная, $a \neq 0$, a, b, c – некоторые числа» [24, С.87]. Авторы делают акцент именно на графическом способе решения таких неравенств, рассматривая промежутки, на которых рассматриваемая функция принимает положительные или отрицательные значения. На основе этого способа формулируется алгоритм решения неравенств с одной переменной.

Методологический аппарат учащихся по решению неравенств с одной переменной расширяется, благодаря формулированию и подробному описанию шагов использования следующего метода их решения – метода интервалов. Авторами предоставлен широкий выбор заданий на прямое применение метода, а также на выполнение нескольких текстовых задач из геометрии (составление уравнения прямой, проходящей через заданную точку) и химии (нахождение раствора соли в сосудах).

Отдельная тема, предусмотренная для самостоятельного просмотра и необязательного изучения учениками, посвящена некоторым приемам решения целых уравнений высших степеней с одной переменной. В теме представлены две основные теоремы о нахождении корней многочленов с целыми коэффициентами. Первая теорема позволяет при известном целом корне уравнения степени n перейти к решению уравнения степени $(n - 1)$. Доказательство второй из описанных теорем основано на нахождении целых корней многочлена среди делителей его свободного члена.

В конце изучения темы рассматривается задача исследовательского типа на доказательство существования корней и нахождение их количества биквадратного уравнения при приведенных условиях и факторов. Задачный материал темы представлен задачами на применение графического и аналитического способа решения, а также на использование метода введения новой переменной, изученного учениками ранее.

2. *«Алгебра. 9 класс», авторы: Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др.*

При рассмотрении темы «Алгебраические уравнения. Системы нелинейных уравнений» авторы учебного пособия рассматривают понятие

многочлена, на основе его стандартного вида определяют его степень, старший и свободный члены. Также формулируют определение понятия частного вида многочлена – многочлена нулевой степени. То есть, «многочлена вида $P_0(x) = a_0$, где a_0 – некоторое заданное, не равное нулю, число» [2, С.3]. После чего приводится основной алгоритм деления уголком многочлена на многочлен нацело и с остатком. Дополняется авторами тема за счет примеров конкретных заданий с применением данных алгоритмов и анализом их использования.

Далее на рассмотренном примере конкретного алгебраического уравнения третьей степени вводится определение понятия «алгебраического уравнения степени n ». Под алгебраическим уравнением степени n понимают «уравнение вида $P_n(x) = 0$, где $P_n(x)$ – многочлен степени $n \geq 1$ » [2, С.11]. А для того, чтобы определить является ли x_1 – корнем алгебраического уравнения $P_n(x) = 0$, нужно разделить многочлен $P_n(x)$ на многочлен $(x - x_1)$.

Также для нахождения возможных целых корней заданного алгебраического уравнения с целыми коэффициентами вводится и доказывается теорема о том, что целым корнем уравнения может быть число, являющиеся делителем свободного члена этого уравнения. Задачный материал состоит из заданий различного уровня сложности на прямое нахождение корней уравнений, в частности, основанных на применении описанной выше теоремы, на разложение многочлена на множители и сокращение дробей, числитель и знаменатель которых содержат многочлены степени выше второй.

После алгебраического уравнения авторами делается акцент на другом виде уравнений – рациональном. «Рациональное уравнение – это уравнение, члены которого являются рациональными алгебраическими дробями, а числитель и знаменатель которых – многочлены» [2, С.19]. Авторами пособия приводится ряд примеров уравнений, которые можно свести к алгебраическим рациональным уравнениям. А дальнейшее их решение

основывается на применении двух известных методов: введения новой переменной и разложения на множители. Учащиеся также знакомятся с алгоритмом решения рационального уравнения и формулируют и анализируют каждый его пункт при рассмотрении конкретного примера. Практический материал темы основан на нахождении действительных корней уравнений с помощью указанных выше методов, а также содержит две исследовательские задачи с параметром.

Заключительные параграфы темы «Алгебраические уравнения. Системы нелинейных уравнений» учебника посвящены приведению различных способов решения систем нелинейных уравнений с двумя неизвестными. Помимо заданий на прямое использование этих методов, присутствуют несколько текстовых задач, решение которых сводится к составлению системы двух нелинейных уравнений, удовлетворяющих условию задачи. Среди них представлены задачи из геометрии и задачи, основанные на определенной жизненной ситуации (наполнение бассейна водой, распределение овса на коневодческих фермах, приобретение билетов в театр для школьников и другие).

3. «Алгебра. 9 класс», авторы: Н. Я. Виленкин

Основополагающим понятием темы «Уравнения, неравенства и их системы» является понятие «многочлена». Особое внимание авторами учебного пособия уделяется именно операции деления многочлена на многочлен. При реализации данной операции, то есть деления конкретного многочлена $A(x)$ на многочлен $B(x)$, доказывается существование такого многочлена $Q(x)$, удовлетворяющего следующему равенству:

$$A(x) = B(x) * Q(x). \quad (*)$$

На основе свойств делимости натуральных чисел формулируются, но не доказываются несколько свойств делимости многочленов. А дальнейшее сравнение множества многочленов с множеством натуральных чисел приводит к выводу о том, что не все многочлены можно разделить на другие многочлены без остатка. Поэтому возникает необходимость во введении

понятия «остатка от деления многочлена на многочлен». А именно, при делении многочлена $A(x)$ на ненулевой многочлен $B(x)$ обязательно существует «такой многочлен $R(x)$, что $(A(x) - R(x)) : B(x)$ и степень многочлена $R(x)$ меньше степени многочлена $B(x)$ » [7, С.144] Этот многочлен и является остатком при делении рассматриваемых многочленов. В результате чего выражение (*) принимает вид:

$$A(x) = B(x) * Q(x) + R(x),$$

где $Q(x)$ – неполное частное. Задачный материал темы содержит множество заданий разного уровня сложности на деление многочленов нацело и с остатком.

Далее обучающиеся знакомятся с теоремой Безу, которая значительно упрощает процесс деления многочлена $A(x)$ на двучлен $(x - \alpha)$, где α – некоторое число, и доказывает, что остатком от такого деления будет являться значение многочлена $A(x)$ при $x = \alpha$. А более простой способ нахождения значений многочлена при заданном значении переменной реализуется за счет использования схемы Горнера. Задачный материал, на закрепление и усвоение темы, включает задания, основной целью которых является доказательство делимости многочлена на многочлен, разложение многочленов на множители и нахождение корней заданного многочлена с использованием схемы Горнера.

В следующем параграфе авторы пособия переходят к рассмотрению определения понятия «уравнение с одной переменной»: «равенство вида $f(x) = \varphi(x)$, где $f(x)$ и $\varphi(x)$ – некоторые функции от x » [7, С.156]. Формулируется определение понятия «корня многочлена», объясняется суть процесса решения заданного уравнения и возможность существования, как целого множества его решений, так и пустого множества решений. Практическая часть темы основана на доказательстве принадлежности корней к области допустимых значений уравнений.

Авторы делают акцент на использовании различных тождественных преобразований в процессе решения уравнений. В силу чего ими вводится

понятие «равносильных уравнений», которые определяются, как «уравнения, решения которых совпадают» [7, С.158]. Приводятся доказательства двух теорем, благодаря которым возможно выяснить при каких именно преобразованиях данное уравнение переходит в равносильное ему уравнение. Применение рассмотренных теорем при решении задач исследовательского типа является основным методом доказательства равносильности двух уравнений и возможностью нахождения преобразований, способствующих появлению посторонних корней уравнения.

Далее авторы рассматривают уравнения, левая и правая части которого содержат целые рациональные выражения относительно одной переменной. Приводится стандартный вид такого уравнения и частный случай – приведенное целое рациональное уравнение степени n . Решение данных уравнений возможно в результате применения двух основных методов: разложения на множители и введения новой переменной. Описание этих методов сопровождается рассмотрением нескольких примеров с подробным решением и указаниями к нему, и учебных заданий на нахождение рациональных корней уравнений.

При рассмотрении целых рациональных уравнений высших степеней, приведенных к стандартному виду и имеющих n различных корней, авторы формулируют теорему Виета и обратную ей теорему. Выведенные формулы зависимости корней уравнения в теоремах позволяют их быстро найти и, наоборот, по заданным корням составить изначальное уравнение.

В заключении отдельный параграф отводится дробно-рациональным уравнениям. Под дробно-рациональным уравнением понимают «уравнение, выражения стоящие в правой и левой части которого являются рациональными выражениями и хотя бы одно из них содержит алгебраическую дробь» [7, С.180]. Решение дробно-рациональных уравнений основывается на сведении его к целому рациональному уравнению и применении двух выше описанных методов решения таких уравнений.

Широкий выбор заданий на прямое применение методов составляет весь практический материал темы.

4. «Алгебра», авторы: Г. В. Дорофеев

Изучение темы «Уравнения и системы уравнений» начинается с рассмотрения таких понятий, как рациональные, целые, дробные и иррациональные выражения. Под рациональным выражением автор понимает «алгебраическое выражение, состоящее из чисел и букв с использованием основных четырех действий алгебры: сложения, вычитания, умножения и деления» [10, С.142]. «Рациональное выражение, не содержащее операции деления на другое выражение, зависящее от той же переменной, называется целым» [10, С.143]. В противном случае, это выражение будет являться дробным рациональным выражением. И, «если хотя бы одна из переменных в выражении содержится под знаком корня, то в таком случае выражение называется иррациональным» [10, С.143]. С использованием различных преобразований любое алгебраическое выражение можно представить в виде многочлена. Таким образом, автор учебного пособия переходит к действиям над многочленами. Практический материал темы представлен огромным множеством разнотипных заданий: на упрощение выражений, на вычисление значения многочлена при заданном значении переменной, на доказательство различных тождеств и их опровержение, на построение графиков некоторых функций.

Возвращаясь к вопросу о решении уравнений с одной переменной, автор рассматривает некоторые виды таких уравнений. Например, целые алгебраические уравнения. Определение данного понятия представляется в следующем виде: «уравнение, содержащее в обеих частях целые выражения» [10, С.156]. Приводятся примеры целых уравнений третьей, четвертой, пятой степеней, а также линейные и квадратные уравнения.

Для решения квадратных уравнений автор вспоминает формулу корней, а для решения уравнений степени выше второй прибегает к следующим специальным приемам: разложением на множители и введением новой

переменной. Подробный анализ решения двух уравнений высших степеней закрепляется в ходе выполнения ряда практических заданий на прямое применение перечисленных выше методов. Также приведены несколько задач исследовательского типа, подразумевающих работу по графикам.

Следующий параграф, посвящен решению дробных уравнений, «содержащих хотя бы в одной из частей дробное выражение» [10, С.156]. Внимание учеников направлено на знакомство с основным алгоритмом работы с такими уравнениями. Каждый этап алгоритма сформулирован и реализован на конкретном примере, и закреплён при решении практических заданий, представленных в конце темы.

Далее автором отводится отдельный параграф рассмотрению текстовых задач, основанных на составлении изученных видов алгебраических уравнений и решению их. Их решение нацелено на использование основных методов и алгоритмов, приведенных в теме «Уравнения и системы уравнений». В основном, это задачи на нахождение скорости движения тел, совместной работы и стоимости товаров.

В результате рассмотрения выбранных учебных пособий, можно отметить, что теоретический материал по теме «Уравнения и неравенства с одной переменной» более полно раскрыт в учебнике [24]: сформулированы определения основных понятий, описаны алгоритмы решения рациональных, дробно-рациональных, иррациональных уравнений и методы решения неравенств с одной переменной. Практические задания, основанные на составлении систем уравнений и неравенств с одной переменной, во всех учебных пособиях [7], [10], [24] составляют не очень широкий выбор, и представлены набором не больше, чем из пяти задач из физики и геометрии. Авторы учебника [2] наиболее полно представили практический материал по теме, состоящий не только из однотипных задач на прямое использование методов решения уравнения и неравенств с одной переменной, но и задач, связанных с основными физическими и химическими понятиями и законами.

2.2. Принципы отбора содержания курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»

Современный этап развития российского общества связан с началом новой эпохи – эпохи инноваций. Именно с внедрением в повседневную жизнь людей инновационных технологий все их сферы деятельности претерпели ряд коренных изменений. Это отразилось и на сфере образования. Его основная роль в современном обществе приобрела новое направление. В результате чего получили развитие совершенно новые подходы к обучению с использованием нетрадиционных технологий и методов в современном образовании.

На данном этапе развития главной задачей российской образовательной системы стало обеспечение современного качества образования и его соответствие актуальным потребностям и запросам общества. Для этого возникла необходимость в разработке новых инструментов исследования и мониторинга качества образовательной системы. Основным таким инструментом управления образованием, в частности и математического, является модернизация его содержания, методов и приемов. Усовершенствование математического образования на сегодняшний день реализуется за счет обеспечения системы контроля качества образовательных стандартов, примерных программ и другой методической литературы и постоянного обновления учебных, методических и контрольно-аттестационных материалов, инструментов учебной деятельности.

Основная цель современных образовательных учреждений заключается в предоставлении каждому обучающемуся возможности получения математических знаний, умений и способов деятельности, соответствующих его индивидуальным потребностям. Особое внимание при этом уделяется формированию и развитию метапредметных умений и способов деятельности, заявленных в государственном образовательном стандарте

основного общего образования. Также современное математическое образование акцентирует направленность полученных знаний обучающегося на его дальнейшую профессиональную деятельность и реализует возможность творческого подхода в обучении математике и смежных с ней дисциплинах. Это осуществляется за счет дифференциации и индивидуализации образовательного процесса. А в качестве основного средства выступает профильное обучение, организация образовательного процесса которого, учитывает интересы и способности учащегося, а его содержания и структура связаны с будущей профессиональной направленностью [46]. Именно профильное обучение в качестве главной роли рассматривает личность обучающегося, его склонности и успехи в интересующих сферах науки и дисциплинах, смежных с ними. В результате углубленного изучения необходимых ученику отдельных дисциплин с использованием специально разработанных индивидуальных программ, учитывающих разную степень развития учащихся, реализуется формирование его социального и культурного уровня и осознанного профессионального выбора.

В качестве одной из форм организации профилизации учебной деятельности можно рассматривать различные дополнительные учебные курсы. К ним относятся следующие: базовые общеобразовательные курсы, профильные и элективные курсы. По сравнению с профильными курсами, базовые общеобразовательные и элективные курсы обязательны для посещения старшеклассниками. При этом базовые курсы содержат основной знаниевый аппарат, не выходящий за рамки традиционных тем школьного материала по различным предметам школьного курса обучения. А элективные курсы направлены либо на поддержание основных профильных курсов, определяющих профессиональное предпочтение учащегося, либо на реализацию индивидуальных образовательных программ [45]. Они являются составляющей частью образовательной системы по профильной подготовке учащихся на старшей ступени обучения. Содержание элективных курсов

направлено на углубление знаний ученика по изучаемому им профильному предмету, его какому-то разделу или определенной теме. Также содержание курсов реализует взаимосвязь и с другими темами, смежными с изучаемыми.

Но так как современная традиционная образовательная система математической подготовки обучающихся на старшей ступени развития достаточно устарела и обновляется за счет перехода на компетентностный формат образования, то возникает возможность использования проектирования содержания обучения, реализуя их дидактические возможности. Это применимо и к содержанию элективных курсов. При этом содержание курса будет содержать все базовые компоненты, используемые и ранее, и осуществлять направленность на развитие интеллектуального потенциала ученика, его личностных качеств, а также на дифференциацию и индивидуализацию процесса обучения, учитывающего склонности каждого учащегося.

Таким образом, содержание любого элективного курса должно удовлетворять некоторым педагогическим принципам. То есть, некоторым концепциям, идеям, с помощью которых можно реализовать поставленные перед образовательным учреждением педагогические цели и задачи. С помощью описанных выше принципов, применимых в процессе построения содержания элективного курса, возможно более полное и детальное описание сущности целей и задач образовательного процесса курса, отбор эффективных форм и методов обучения, а также средств анализа и контроля.

Выделим эти принципы содержания образования элективных курсов, удовлетворяющие современным требованиям к качеству математической подготовки учащихся образовательных учреждений, профилирующих физико-математическое направление.

Принцип дополнительности направлен на изучение новых математических понятий и фактов, не входящих в базовый школьный курс математики. Для образования и воспроизведения какого-то математического явления в целом необходимо использование взаимоисключающей,

дополнительной системы понятий, свойств, теорем из различных сфер наук. Таким образом, реализуется расширение логической структуры изученного с разных, не рассматриваемых ранее, сторон явления. А также этот принцип предполагает освоение учащимся методов применения уже известных ему способов и инструментов, являющимися основой решения той или иной математической задачи, в новых нестандартных для него условиях. То есть перед учащимся возникает возможность получить совершенно иную, не знакомую ему, модель ситуации, разрешаемую с помощью обычных, традиционных методов. Использование данного педагогического принципа позволяет углубить и расширить знания, умения и способы деятельности школьника по изучаемой им теме школьного курса математики.

Принцип дифференциации предполагает использование в образовательном процессе заданий разного уровня сложности и типа. Эти задания составляются и отбираются таким образом, чтобы учесть все существенные и значимые в них для учебного процесса образовательные качества, необходимые для различных групп обучаемых. То есть весь образовательный процесс реализуется именно с учетом уровня умственных возможностей и способностей каждого ученика. В результате в базовом курсе математики осуществляется отбор заданий, направленных на овладение опытом использования многих известных и некоторых специфических методов, позволяющих более рационально решать определенные классы задач. А также, благодаря такой системе разноуровневых заданий возможна организация самостоятельной и индивидуальной работы учащихся. Современные образовательные пособия для этой цели используют различные метки и указатели, являющиеся границей между заданиями базового уровня от заданий повышенного или профильного уровня. Помимо этого, они предлагают и различные дополнительные, не обязательные для решения в классе и дома задания, которые могут найти применение для самостоятельного повышения образовательного уровня ученика.

Принцип проблемности основан на выявлении и формулировании учащимися некоторой поставленной перед ними учителем проблемной ситуации, решение которой нацелено на создание ее математической модели [25]. На начальном этапе решения у учащегося возникает необходимость в какой-то конкретной информации, метода, формы деятельности, ранее ему неизвестной. С помощью учителя, являющегося в этот момент направляющим звеном в его поисковой деятельности, осуществляется самостоятельный отбор средств, необходимых ему для этой цели. Процесс поиска решения проблемы формирует у учащегося развитие его индивидуальности, творческих способностей и познавательных умений, входящих в состав его интеллектуальной сферы. Проблемный метод обучения достаточно эффективен при решении различных задач-ловушек и задач, содержащих некоторые специально допущенные ошибки. Подобные задачи позволяют развить у учащихся логическое и аналитическое мышление и реализовать мотивацию и познавательный интерес к рассматриваемому учебному предмету.

Принцип междисциплинарности нацелен на включение в содержание образовательного процесса системы заданий из совершенно других областей наук (химии, физики, информатики, экологии и т.п.). Таким образом, решение определенных математических задач позволяет использовать не только основные знания и факты по изучаемой теме школьного курса математики, но и других многочисленных учебных предметов. Тем самым обеспечивается их взаимосвязь и цельность содержания и формирования общей картины мира ученика. Специфика этих учебных предметов реализуется за счет их вклада в общий образовательный процесс, состоящий из учебных открытий и решений сопутствующих им математических задач. При этом реализуется развитие абстрактного мышления и творческих способностей учащегося, формирование и расширение мировоззрения, заключающееся в рассмотрении какого-либо математического явления или закона, не ограничиваясь рамками одной дисциплины.

Принцип практико-ориентированности реализует применение основной методологической базы решения математических задач в результате выполнения практических заданий из других областей наук. Благодаря чему осуществляется установка связи между разными научными сферами. В этом случае математическая наука рассматривается в качестве мощного инструмента для решения задач из повседневной жизни. При этом учебные задачи по рассматриваемой теме предмета нацелены на использовании актуальных жизненных вопросов, потребностей и запросов общества. В результате происходит формирование личности учащегося, способного решать нестандартные задачи в конкретных ситуациях, имеющих практическую направленность. За этот счет осуществляется саморазвитие и самореализация учащегося, его успешная реализация в современном обществе.

Помимо вышеперечисленных принципов содержания элективных курсов особое внимание можно уделить и некоторым технологиям их образования. Например, технологии двухфазной проблематизации [20]. Как известно, в образовательном процессе широко используются различные проблемные ситуации, поставленные перед учениками учителем в ходе рассмотрения определенной темы школьного курса математики. Каждая отдельно взятая проблемная ситуация включает в себя некоторые этапы, реализация которых приводит к решению поставленной задачи. К этим этапам можно отнести следующие: распознавания, обследования и разрешения. Использование в образовательном процессе подобных проблемных ситуаций является частью педагогического процесса, который в свою очередь основывается на ряде таких принципов, как индивидуализация, рефлексия, диалогичность и проблемность.

Принцип индивидуализации реализуется за счет выявления индивидуально-психологических особенностей учащихся. Этот принцип заключается в том, чтобы всесторонне изучить ребенка и направить все его положительные качества и способности в какой-то сфере обучения на

преодоление имеющихся недостатков. Содержание образовательного процесса реализуется таким образом, чтобы наряду с общими, традиционными знаниями учащихся, входящих в состав основной нормативной базы, сохранялось и развивалось индивидуальное видение и собственное понимание ими предмета обучения. Методы, средства и формы обучения, позволяющие реализовать данный принцип, способствуют организации образовательного процесса и формированию его содержания таким образом, чтобы обеспечить свободный выбор каждым учащимся необходимого уровня овладения материалом. Обеспечение выявления, осознания и выражения индивидуальности каждого обучающегося возможно при выполнении им творческих, дополнительных и специальных задач связанных с его отношением и позицией в коллективе, а также в ходе проведения индивидуальных и групповых бесед, при анализе суждений и мнений самого ученика.

Принцип рефлексии основывается на выявлении и осознании образовательных результатов, полученных в ходе учебной деятельности учеником, возможного переопределения ее целей и корректировки дальнейшего образовательного пути. После решения поставленной учебной задачи учащимся восстанавливается последовательность всех его действий на пути к окончательному ее результату. Анализ полученной последовательности действий направлен на раскрытие эффективности и продуктивности полученного решения задания, его соответствия первоначальным целям учебной деятельности. После чего реализуется формулирование и проверка основных результатов, соответствующим этим целям обучения. В результате, исследование уже осуществленной деятельности учащегося направлено на фиксацию его достижений и повышение эффективности их реализации, а также на умение осознанно планировать свою деятельность, реализовывать анализ успехов и трудностей, возникших на пути достижения конкретной цели. Это реализуется за счет ведения специальных рефлексивных дневников или тетрадей, в которых с

помощью записей, зарисовок, и различных рефлексивных заданий учащиеся самостоятельно отражают свои успехи, трудности, возникшие в образовательном процессе, и обозначают свои цели.

Принцип диалогичности предполагает, что формирование духовных и жизненных ценностей, а также их обмен и развитие реализуется именно в процессе взаимодействия между учащимися и учителем. Диалог является основой многих технологий обучения и воспитания, направленного на становление и развитие личности ученика. В результате диалога между участниками образовательного процесса происходит формирование целостной картины мира, расширение системы знаний о человеке, знаний о самом себе и способах коммуникации с окружающими людьми. Учащиеся усваивают культурные ценности общества, в котором существуют и развиваются, знакомятся с социальным опытом в различных жизненных ситуациях и приобретают свои собственные духовные ориентиры. Происходит осознание учащимися своего места не только в школе, но и в их будущей самостоятельной жизни, в обществе. Для этой цели подходят различные тематические игры и тренинги, реализующие развитие творческого мышления и индивидуального раскрытия в совершенно разных направлениях.

Принцип проблемности нацелен на формирование и решение некоторой проблемной ситуации, возникающей в процессе выполнения поставленной перед учащимся учебной задачи. Процесс обучения при реализации такого принципа строится на следующих связанных между собой этапах:

1. создание учителем проблемной ситуации при изучении определенной темы школьного курса обучения;
2. высказывание и анализ различных предположений учениками по поставленной ситуации;
3. постановка и формулирование самой учебной проблемы;
4. поиск и выбор учащимися различных способов ее решения;
5. решение проблемы с помощью выбранных средств и методов;

б. проверка правильности решения проблемы и поиск других вариантов ее решения (наиболее простых, быстрых и других).

Содержание, формы, методы и средства обучения при реализации проблемной ситуации основываются на законах логики, самостоятельном поиске выхода из ситуации и исследовательской деятельности ученика.

2.3. Программа курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»

На данном этапе развития современного образования наряду с традиционным образовательным процессом широко распространена реализация профильной ориентации старшеклассников. Так как именно профильное обучение учащихся выпускных классов нацелено на формирование личности каждого обучающегося и развитие его основных интересов, склонностей, связанных с его дальнейшим профессиональным выбором. Организация профильного обучения в образовательных учреждениях реализуется в ходе разработки различных элективных курсов. Элективные курсы могут базироваться на различных темах школьного курса математики и обладать специальными целями, задачами и структурой изучения, учитывая индивидуальные особенности развития школьников.

Тема «Уравнения и неравенства с одной переменной» рассматривается в девятом классе образовательных учреждений и основана на формировании таких базовых понятий, как многочлены, рациональные, дробно-рациональные, иррациональные уравнения и неравенства, системы неравенств с одной переменной. Кроме того, изучение темы ориентировано на нахождение корней перечисленных выше видов уравнений, неравенств и их систем с использованием методов разложения на множители, введения новой переменной и метода интервалов.

Все задания раздела, дополняющие основной теоретический материал, являются однотипными и не нацелены на развитие у учащихся метапредметных результатов обучения в формате ФГОС. Поэтому был разработан курс по выбору на тему «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании», основанный на некотором дополнительном теоретическом материале по теме, а также содержащий в своей практической части некоторые задачи физического, биологического, геометрического содержания, решение которых сводится к нахождению решений систем уравнений и неравенств с одной переменной.

Данный курс по выбору направлен:

- 1) на рассмотрение базовых понятий, связанных с темой «Уравнения, неравенства и их системы»;
- 2) на применение некоторых методов и инструментов решения систем квадратичных уравнений и неравенств с одной переменной;
- 3) на составление систем уравнений и неравенств с одной переменной при решении задач из различных научных сфер.

Целью курса по выбору является формирование метапредметных качеств учащихся в ходе решения текстовых задач из разных сфер естествознания (физика, биология, геометрия) путем составления систем квадратичных уравнений и неравенств.

Задачи курса:

1. изучить определения понятий рациональных, дробно-рациональных, иррациональных уравнений и неравенств, систем неравенств с одной переменной и их основных свойств;
2. познакомиться с основными методами и приёмами нахождения корней рациональных, дробно-рациональных, иррациональных уравнений и неравенств, а также их систем;
3. сформировать навыки в решении текстовых задач из различных сфер естествознания путем составления систем квадратичных уравнений и неравенств с одной переменной.

Курс по выбору рассчитан на 17 часов (табл. 1).

В процессе изучения данного элективного курса учащиеся девятых классов познакомятся с различными методами и приемами решения алгебраических уравнений и неравенств и их систем. Причем, уравнения и неравенства будут содержать рациональные, дробно-рациональные, иррациональные выражения. Кроме того, задания элективного курса, основанные на составлении и решении систем квадратичных уравнений и неравенств с одной переменной, охватывают некоторые физические и биологические процессы, а также некоторые геометрические фигуры и их составляющие. В основном, это задания на нахождение скорости движения тела и времени, затраченного этим телом в пути, на нахождение длины, ширины сторон различных геометрических фигур, на нахождение количества особей популяций животных.

Таблица 1

Тематическое планирование курса по выбору

№	Тема	Кол-во часов
1	Нахождение скорости равномерного движения тела	3
2	Самостоятельная работа	1
3	Нахождение времени, затраченного телом в пути	3
4	Самостоятельная работа	1
5	Нахождение линейных размеров различных фигур	3
6	Самостоятельная работа	1
7	Нахождение количества особей популяций	3
8	Самостоятельная работа	1
9	Контрольная работа	1

	Итого	17
--	-------	----

2.3.1. Занятие 1. Нахождение скорости равномерного движения тела

Цели: формирование умений учащихся составлять и решать системы квадратичных уравнений и неравенств в ходе решения физических задач на нахождение скорости равномерного движения тела; создание условий для развития логического и абстрактного мышления, воспитание познавательного интереса к предмету.

Структура занятия:

- актуализация знаний (10 мин.),
- объявление темы и целей занятия (1 мин.),
- объяснение нового материала (10 мин.),
- выполнение заданий на закрепление новой темы (22 мин.),
- подведение итогов занятия (2 мин.).

Комментарий к занятию

Начало занятия посвящено повторению основных математических понятий таких как, многочлены, рациональные, дробно-рациональные, иррациональные уравнения и неравенства, их системы. Что реализуется путем выполнения следующих заданий, представленных на слайдах презентации:

1) Решите уравнения, каждому из которых соответствует определенная буква алфавита. Найдите соответствующие им корни в таблице, расположенной под уравнениями. Заполните таблицу, записав под каждым корнем букву соответствующего ему уравнения. В результате из букв получится слово.

Б) $-x^2 - 6x - 10 = 0$

Т) $-x^2 - 2x + 3 = 0$

А) $4x^2 + 4x + 1 = 0$

В) $-x^2 - 16 = 0$

М) $\frac{x^2 - x - 2}{x - 3} = 0$

Е) $\frac{x^2 - 8x + 15}{x + 1} = 0$

И) $\frac{5 - x^2}{x + 2} = 0$

Л) $3x^2 - \sqrt{12}x - 2 = 0$

К) $2x^2 - \sqrt{10} + 1 = 0$

-1	$-\frac{1}{2}$	-3	5	2	-0,5	1	$\sqrt{5}$	$\frac{\sqrt{10} + 2}{4}$	$-\frac{3}{6}$

2) Соотнесите неравенства с промежутками их решений:

$x^2 + x - 12 \geq 0$

$(-4; 3)$

$(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$

$x^2 + x - 12 > 0$

$[-4; 3]$

$(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

$x^2 + x - 12 \leq 0$

$(-4; 3]$

$(-\infty; -4] \cup (3; +\infty)$

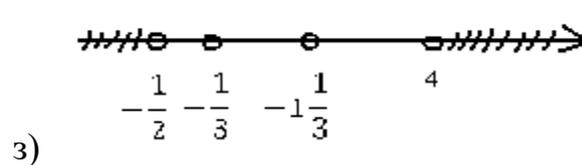
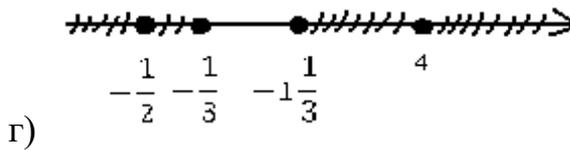
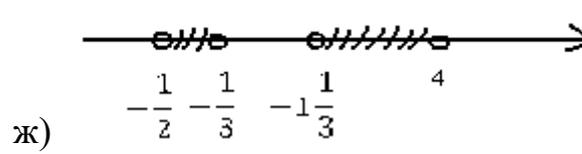
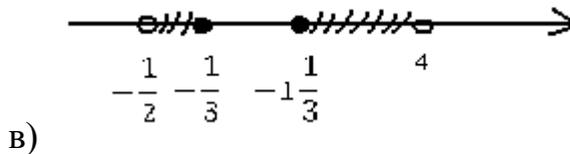
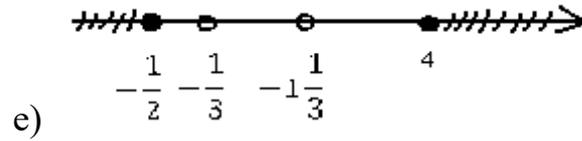
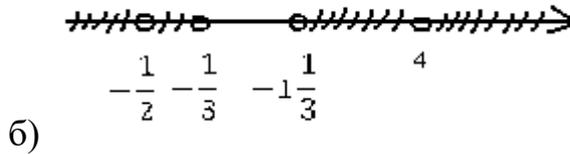
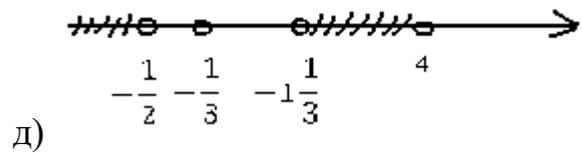
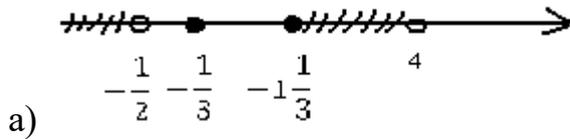
$x^2 + x - 12 < 0$

$[-4; 3)$

$(-\infty; 4) \cup [3; +\infty)$

3) Найдите правильный рисунок с обозначенным на нем решением данной системы:

$$\begin{cases} 2x^2 - 7x + 5 < 0 \\ 3x^2 - 2x - 1 > 0 \end{cases}$$



После чего, объявляется тема и цели занятия.

Далее, учитель спрашивает обучающихся: «Какие формулы из физики вы знаете, включающие путь, время движения, расстояние тела, пройденное за определенное время?»

После того, как на доске появятся основные формулы, связывающие расстояние со временем и скоростью тела, учитель делит учащихся на четыре группы, две из которых решают одну из предложенных задач, а остальные две - вторую задачу.

Задачи групп следующие:

Задание 1.

Скорость велосипедиста от поселка до станции была на 1 км/ч больше, чем на обратном пути. На обратный путь он затратил на 2 минуты больше. Расстояние между пунктами 7 км. Найдите первоначальную скорость велосипедиста.

Решение:

Обозначим за x км/ч – скорость велосипедиста от поселка до станции, тогда $(x - 1)$ км/ч – скорость велосипедиста на обратном пути.

Зная, что расстояние между пунктами равно 7 км, воспользуемся физической формулой, связывающий время, скорость и расстояние:

$$S = V * t, \text{ или } t = \frac{S}{V}.$$

Тогда $\frac{7}{x}$ – время велосипедиста от поселка до станции, а $\frac{7}{x-1}$ – время его обратного движения.

Так как на обратный путь велосипедист затратил времени на 2 минуты позже, то есть на $\frac{1}{30}$ часа больше, чем на прямой путь от поселка до станции, то получаем следующее уравнение:

$$\frac{7}{x-1} - \frac{7}{x} = \frac{1}{30}.$$

Получили дробно-рациональное уравнение. Приведем стоящие в его левой части дроби к общему знаменателю:

$$\frac{7x-7x+7}{x(x-1)} = \frac{1}{30}.$$

Полученное уравнение можем привести к следующему виду:

$$\frac{7}{x(x-1)} = \frac{1}{30};$$

$$x(x - 1) = 7 * 30.$$

Уравнение равносильно следующему квадратному уравнению:

$$x^2 - x - 210 = 0.$$

При произведенных преобразованиях необходимо отметить и те значения переменной x , которые не входят в область определения исходного

дробно-рационального уравнения. Таким образом, получим следующую систему:

$$\begin{cases} x^2 - x - 210 = 0 \\ x(x - 1) \neq 0 \end{cases}.$$

Решим квадратное уравнение, найдя его дискриминант и применив формулу корней:

$$x^2 - x - 210 = 0;$$

$$D = 1 + 4 * 210 = 841 = 29^2;$$

$$x_1 = \frac{1-29}{2} = -14;$$

$$x_2 = \frac{1+29}{2} = 15.$$

Первый корень $x_1 = -14$ – не подходит, так как величина x , задающая скорость велосипедиста не может принимать отрицательные значения.

А второе уравнение системы исключает еще два значения величины x : $x_3 \neq 0$ и $x_4 \neq 1$.

Следовательно, скорость велосипедиста от поселка до станции равняется 15 км/ч.

Ответ: 15 км/ч.

Задание 2.

Моторная лодка прошла 10 км по озеру и 4 км против течения реки. На весь путь она затратила больше 1 часа, но меньше 3 часов. Найдите все возможные целые значения собственной скорости лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Решение:

Обозначим за x км/ч – собственную скорость моторной лодки, тогда $(x - 3)$ км/ч – скорость моторной лодки против течения реки.

Воспользуемся формулами для нахождения времени, скорости и расстояния между физическими величинами:

$$S = V * t, \text{ или } t = \frac{S}{V}.$$

Из условия задачи известно, что по озеру лодка прошла 10 км со скоростью x км/ч. Тогда время моторной лодки, за которое она совершила этот путь, равно $\frac{10}{x}$ ч. А против течения лодка прошла 4 км со скоростью $(x - 3)$ км/ч. Следовательно, время лодки в этом случае равно $\frac{4}{x-3}$.

Зная, что на весь путь лодка затратила времени не меньше одного часа, получим следующее неравенство:

$$\frac{10}{x} + \frac{4}{x-3} > 1.$$

Но также известно, что затраченное лодкой время не больше трех часов:

$$\frac{10}{x} + \frac{4}{x-3} < 3.$$

Оба полученные неравенства должны выполняться одновременно:

$$\begin{cases} \frac{10}{x} + \frac{4}{x-3} > 1 \\ \frac{10}{x} + \frac{4}{x-3} < 3 \end{cases}.$$

Рассмотрим первое неравенство системы. Для его решения перейдем к соответствующему уравнению:

$$\frac{10}{x} + \frac{4}{x-3} = 1.$$

В левой его части стоит дробно-рациональное выражение, которое можно решить, приведя дроби к общему знаменателю.

$$\frac{10x-30+4x}{x(x-3)} - 1 = 0;$$

$$\frac{14x-30-x(x-3)}{x(x-3)} = 0. \quad (*)$$

Также необходимо отметить и те значения переменной x , которые не входят в область определения исходного дробно-рационального уравнения. Это те значения переменной x , в которых знаменатель дроби обращается в ноль. То есть, $x(x-3) \neq 0$, а значит $x \neq 0$ и $x \neq 3$.

Уравнение (*) можно привести к следующему виду:

$$14x - 30 - x(x - 3) = 0.$$

Уравнение равносильно следующему квадратному уравнению:

$$-x^2 + 17x - 30 = 0.$$

Решим квадратное уравнение, найдя его дискриминант и применив формулу корней:

$$D = 17^2 - 4 * (-1) * (-30) = 289 - 120 = 169 = 13^2.$$

$$x_1 = \frac{-17-13}{2*(-1)} = 15;$$

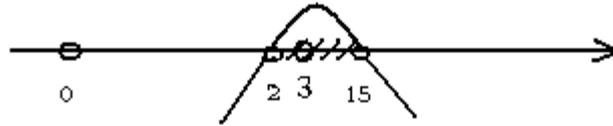
$$x_2 = \frac{-17+13}{2*(-1)} = 2.$$

Второй корень $x_2 = 2$ – не подходит, так как значение скорости моторной лодки против течения реки будет равно $(x - 3) = 2 - 3 = -1$ км/ч. Получили отрицательное значение положительной величины.

Вернемся от квадратного уравнения обратно к неравенству:

$$\frac{10}{x} + \frac{4}{x-3} - 1 > 0.$$

Отметим полученные корни квадратного уравнения на координатной прямой и выделим штриховкой промежутки решения искомого неравенства:



Рассмотрим второе неравенство системы. Для его решения перейдем к соответствующему уравнению:

$$\frac{10}{x} + \frac{4}{x-3} = 3.$$

В левой его части стоит дробно-рациональное выражение, которое можно решить, приведя дроби к общему знаменателю.

$$\frac{10x-30+4x}{x(x-3)} - 3 = 0;$$

$$\frac{14x-30-3x(x-3)}{x(x-3)} = 0;$$

$$-3x(x-3) + 14x - 30 = 0.$$

Уравнение равносильно следующему квадратному уравнению:

$$-3x^2 + 23x - 30 = 0.$$

Решим квадратное уравнение, найдя его дискриминант и применив формулу корней:

$$D = 23^2 - 4 * (-3) * (-30) = 529 - 360 = 169 = 13^2.$$

$$x_3 = \frac{-23-13}{2*(-3)} = 6;$$

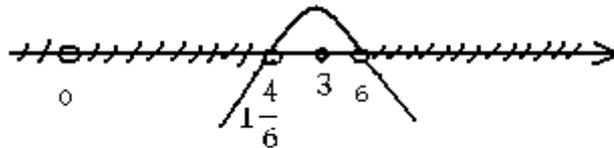
$$x_4 = \frac{-23+13}{2*(-3)} = 1\frac{4}{6}.$$

Второй корень $x_4 = 1\frac{4}{6}$ — не подходит, так как значение скорости моторной лодки против течения реки будет равно $(x-3) = 1\frac{4}{6} - 3 = -1\frac{2}{6}$ км/ч. Получили отрицательное значение положительной величины.

Вернемся от квадратного уравнения обратно к неравенству:

$$\frac{10}{x} + \frac{4}{x-3} - 3 < 0.$$

Отметим полученные корни квадратного уравнения на координатной прямой и выделим штриховкой промежутки решения искомого неравенства:



Отметим все полученные корни на координатной прямой:



Следовательно, скорость моторной лодки может принимать значения из интервалов $(2; 3) \cup (3; 6)$. По условию задачи нужно найти все целые значения скорости лодки, а значит, собственная скорость лодки может быть равна 4 км/ч или 5 км/ч.

Ответ: 4 км/ч или 5 км/ч.

На решение и оформление задач отводится около 10 минут. После чего от групп, решающих одинаковые задачи, выбирается несколько участников, которые вместе выходят к доске. Участники первой группы записывают этапы решения задачи, а их соперники из второй группы им оппонировать. Аналогично, вызываются две другие группы, которые объясняют решение своей задачи. В конце группы оценивают работу друг друга, а также учитель присуждает дополнительные баллы группам с наиболее активными участниками. Группе, набравшей больше всего баллов, получают оценку «5»,

а остальные обучающиеся, входящие в состав оставшихся двух групп, также получают оценки в соответствии со своими баллами.

Домашнее задание состоит из двух, решение которых аналогично тем, что решали в классе:

1) Скорость мотоциклиста от дома до магазина была на 4 км/ч больше, чем на обратном пути. На обратный путь он затратил на 3 минуты больше. Расстояние между пунктами 10 км. Найдите первоначальную скорость мотоциклиста.

2) Катер прошел 12 км по течению реки и 6 км против ее течения. На весь путь она затратила больше 4 часов, но меньше 6 часов. Найдите все возможные целые значения собственной скорости лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

В конце урока, учитель спрашивает учеников:

1) Кому-нибудь из присутствующих показалось ли решение задач сложным/легким?

2) Какие плюсы/минусы вы заметили в алгоритме решения текстовых физических задач?

3) Заполните следующую таблицу:

Урок понравился, все понял ☺	Урок не понравился, ничего не понял ☹	Возникли трудности, что-то не понял

2.3.2. Занятие 5. Нахождение времени, затраченного телом в пути

Цели: формирование умений учащихся составлять и решать системы квадратичных уравнений и неравенств в ходе решения физических задач на нахождение времени, затраченного телом в пути; создание условий для

развития логического и абстрактного мышления, воспитание познавательного интереса к предмету.

Структура занятия:

- проверка домашнего задания (7 мин.),
- объявление темы и целей занятия (2 мин.),
- актуализация знаний (8 мин.),
- объяснение нового материала (10 мин.),
- выполнение заданий на закрепление новой темы (15 мин.),
- подведение итогов занятия (3 мин.).

Комментарий к занятию

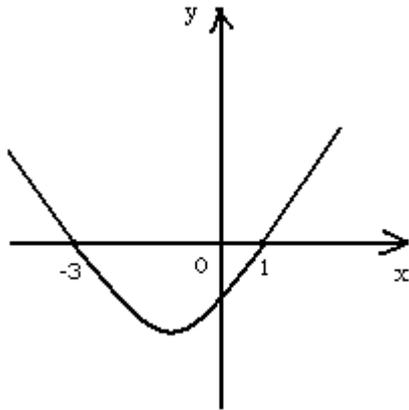
В начале занятия осуществляется проверка домашнего задания по теме «Нахождение скорости движения тела». В результате анализа решения домашней работы реализуется процесс выявления основных ошибок: либо в процессе составления математической модели (системы квадратичных уравнений и неравенств с одной переменной), удовлетворяющей условиям задачи, либо в процессе решения этой системы.

Далее учителем объявляется тема и цели второго занятия курса.

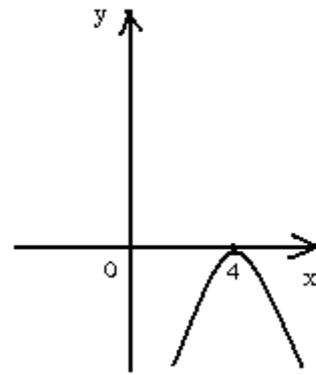
Актуализация знаний учащихся осуществляется в результате повторения понятия «системы с одной переменной», алгоритмов решения квадратичных уравнений и неравенств, метода интервалов. Это осуществляется путем решения следующих заданий, представленных на слайде презентации:

- 1) Заполнить таблицу по данным графиков квадратичных функций.

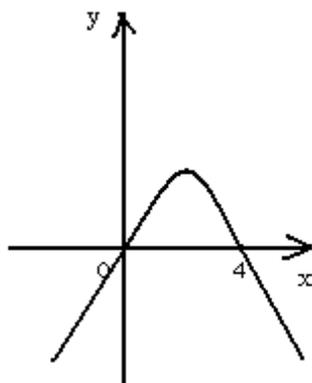
Коэффициенты			\mathcal{D} дискриминант	Нули функции	Интервалы положительных значений	Интервалы отрицательных значений
a	b	c				



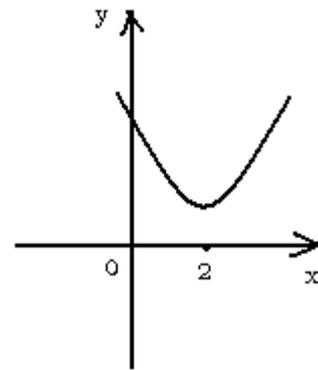
a)



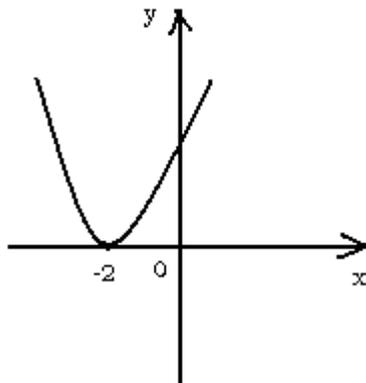
г)



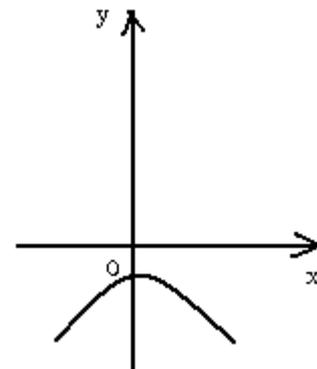
б)



д)



в)



е)

2) Решите систему, заполнив пропуски:

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 4 \leq 0 \\ 3x^2 + x + 10 < 0 \end{cases}$$

Корнями квадратного уравнения $x^2 - 2x - 4 = 0$ являются $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$;
 $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

Отметьте их на координатной прямой и выделите промежутки, на которых выполняется неравенство $x^2 - 2x - 4 \leq 0$:



Запишите полученные промежутки: _____.

Корнями квадратичного уравнения $3x^2 + x + 10 = 0$ являются $x_3 = \underline{\hspace{1cm}}$;
 $x_4 = \underline{\hspace{1cm}}$.

Отметьте их на координатной прямой и выделите промежутки, на которых выполняется неравенство $3x^2 + x + 10 < 0$:



Найдите общее решение системы, отметив его на координатной прямой:



Ответ: _____.

Далее учащимся предстоит решить самостоятельную работу, состоящую из двух текстовых задач. Причем первый вариант оформляет в тетради решение одной задачи, а второй вариант – другой задачи. После чего учитель вызывает двух учеников для оформления решения на доске и его объяснение классу.

Задачи вариантов следующие:

Задание 1.

Расстояние между морскими пристанями 300 км. Два катера начали свое движение с одной и той же пристани с интервалом в 5 часов, а в конечный пункт прибыли одновременно. Определите время движения первого катера, если скорость его движения на 10 км/ч больше скорости второго.

Решение:

Обозначим за x км/ч – скорость велосипедиста от поселка до станции, тогда $(x - 1)$ км/ч – скорость велосипедиста на обратном пути.

Зная, что расстояние между пунктами равно 7 км, воспользуемся физической формулой, связывающей время, скорость и расстояние:

$$S = V * t, \text{ или } t = \frac{S}{V}.$$

Тогда $\frac{7}{x}$ – время велосипедиста от поселка до станции, а $\frac{7}{x-1}$ – время его обратного движения.

Так как на обратный путь велосипедист затратил времени на 2 минуты позже, то есть на $\frac{1}{30}$ часа больше, чем на прямой путь от поселка до станции, то получаем следующее уравнение:

$$\frac{7}{x-1} - \frac{7}{x} = \frac{1}{30}.$$

Получили дробно-рациональное уравнение. Приведем стоящие в его левой части дроби к общему знаменателю:

$$\frac{7x-7x+7}{x(x-1)} = \frac{1}{30}.$$

Полученное уравнение можем привести к следующему виду:

$$\frac{7}{x(x-1)} = \frac{1}{30};$$

$$x(x-1) = 7 * 30.$$

Уравнение равносильно следующему квадратному уравнению:

$$x^2 - x - 210 = 0.$$

При произведенных преобразованиях необходимо отметить и те значения переменной x , которые не входят в область определения исходного дробно-рационального уравнения. Таким образом, получим следующую систему:

$$\begin{cases} x^2 - x - 210 = 0 \\ x(x-1) \neq 0 \end{cases}.$$

Решим квадратное уравнение, найдя его дискриминант и применив формулу корней:

$$x^2 - x - 210 = 0;$$

$$D = 1 + 4 * 210 = 841 = 29^2;$$

$$x_1 = \frac{1-29}{2} = -14;$$

$$x_2 = \frac{1+29}{2} = 15.$$

Первый корень $x_1 = -14$ – не подходит, так как величина x , задающая скорость велосипедиста не может принимать отрицательные значения.

А второе уравнение системы исключает еще два значения величины x : $x_3 \neq 0$ и $x_4 \neq 1$.

Следовательно, скорость велосипедиста от поселка до станции равно 15 км/ч.

Ответ: 15 км/ч.

Задание 2.

Катер прошел 20 км по течению реки и такой же путь обратно. При этом на весь путь он затратил не меньше 1 часа 50 минут и не больше 2,25 часов. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Может ли быть время катера в пути равно 15 часам, 20 часам?

Решение:

Обозначим за x км/ч – собственную скорость катера, тогда $(x - 2)$ км/ч – скорость катера против течения реки, а $(x + 2)$ км/ч – скорость катера по течения реки.

Зная, что расстояние между берегами реки равно 20 км, воспользуемся физической формулой, связывающий время, скорость и расстояние:

$$S = V * t, \text{ или } t = \frac{S}{V}.$$

Тогда $\frac{20}{x+2}$ – время катера по течения реки, а $\frac{20}{x-2}$ – время его обратного движения.

Зная, что на весь путь катер затратил времени не меньше 1 часа 50 минут, то есть $\frac{11}{6}$ часов, получим следующее неравенство:

$$\frac{20}{x-2} + \frac{20}{x+2} > \frac{11}{6}.$$

Но также известно, что затраченное катером время не больше 2,25 часов:

$$\frac{20}{x-2} + \frac{20}{x+2} < 2,25.$$

Оба полученные неравенства должны выполняться одновременно:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{20}{x-2} + \frac{20}{x+2} > \frac{11}{6} \\ \frac{20}{x-2} + \frac{20}{x+2} < 2,25 \end{array} \right.$$

Рассмотрим первое неравенство системы. Для его решения перейдем к соответствующему уравнению:

$$\frac{20}{x-2} + \frac{20}{x+2} = \frac{11}{6}.$$

В левой его части стоит дробно-рациональное выражение, которое можно решить, приведя дроби к общему знаменателю.

$$\frac{20(x+2)+20(x-2)}{(x-2)(x+2)} - \frac{11}{6} = 0;$$

$$\frac{20(x+2)+20(x-2)-\frac{11}{6}(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 0. \quad (*)$$

Также необходимо отметить и те значения переменной x , которые не входят в область определения исходного дробно-рационального уравнения.

Это те значения переменной x , в которых знаменатель дроби обращается в ноль. То есть, $(x - 2)(x + 2) \neq 0$, а значит $x \neq 2$ и $x \neq -2$.

Уравнение (*) можно привести к следующему виду:

$$20(x + 2) + 20(x - 2) - \frac{11}{6}(x - 2)(x + 2) = 0;$$

$$60(x + 2) + 60(x - 2) - 11(x - 2)(x + 2) = 0.$$

Уравнение равносильно следующему квадратному уравнению:

$$-11x^2 + 240x + 44 = 0.$$

Решим квадратное уравнение, найдя его дискриминант и применив формулу корней:

$$D = 240^2 - 4 * (-11) * 44 = 57600 + 1936 = 59536 = 244^2.$$

$$x_1 = \frac{-240+244}{2*(-11)} = -\frac{4}{22};$$

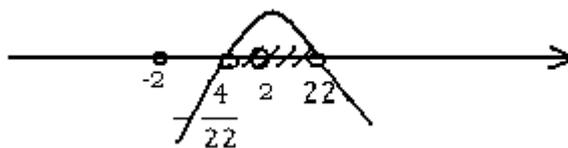
$$x_2 = \frac{-240-244}{2*(-11)} = 22.$$

Первый корень $x_1 = -\frac{4}{22}$ не подходит, так как скорость катера не может принимать отрицательное значение.

Вернемся от квадратного уравнения обратно к неравенству:

$$\frac{20}{x-2} + \frac{20}{x+2} - \frac{11}{6} > 0.$$

Отметим полученные корни квадратного уравнения на координатной прямой и выделим штриховкой промежутки решения искомого неравенства:



Рассмотрим второе неравенство системы. Для его решения перейдем к соответствующему уравнению:

$$\frac{20}{x-2} + \frac{20}{x+2} = 2,25.$$

В левой его части стоит дробно-рациональное выражение, которое можно решить, приведя дроби к общему знаменателю.

$$\frac{20(x+2)+20(x-2)}{(x-2)(x+2)} - 2,25 = 0;$$

$$\frac{20(x+2)+20(x-2)-2,25(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 0.$$

Уравнение равносильно следующему квадратному уравнению:

$$20(x+2) + 20(x-2) - 2,25(x-2)(x+2) = 0;$$

$$-2,25x^2 + 40x + 9 = 0.$$

Решим квадратное уравнение, найдя его дискриминант и применив формулу корней:

$$D = 40^2 - 4 * (-2,25) * 9 = 1600 + 81 = 1681 = 41^2.$$

$$x_3 = \frac{-40+41}{2*(-2,25)} = -0,2;$$

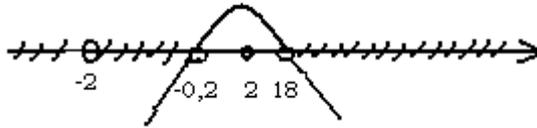
$$x_4 = \frac{-40-41}{2*(-2,25)} = 18.$$

Первый корень $x_3 = -0,2$ – не подходит, так как скорость катера не может принимать отрицательное значение.

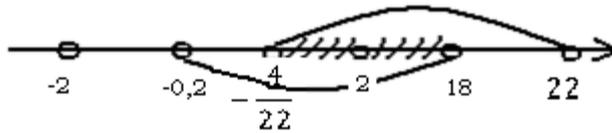
Вернемся от квадратного уравнения обратно к неравенству:

$$\frac{20}{x-2} + \frac{20}{x+2} - 2,25 < 0.$$

Отметим полученные корни квадратного уравнения на координатной прямой и выделим штриховкой промежутки решения искомого неравенства:



Отметим все полученные корни на координатной прямой:



Учитывая, что время положительная величина, то искомое время катера может принимать значения из интервалов $(0; 2) \cup (2; 18)$. При этом, время катера, может быть равно 15 часам, но не может равно 20 часам.

Ответ: да, нет.

Домашнее задание занятия следующее:

1. Расстояние между гаванями 450 км. Два катера начали свое движение с одной и той же пристани с интервалом в 3 часа, а в конечный пункт прибыли одновременно. Определите время движения второго катера, если скорость его движения на 5 км/ч меньше скорости второго.

2. Моторная лодка прошла 15 км по течению реки и такой же путь против ее течения. При этом на весь путь она затратила больше 1 часа, но меньше 2,5 часов. Скорость течения реки равна 3 км/ч. Может ли быть время катера в пути равно 12 часам, 19 часам?

После чего учитель подводит итог урока:

1. Всем ли понятно решение физических задач, рассматриваемых на этом занятии?
2. С какими трудностями вы столкнулись при решении заданий?
3. Каким образом вы их преодолели?
4. Заполните следующую таблицу:

Урок понравился,	Урок не понравился,	Возникли трудности,
------------------	---------------------	---------------------

все понял ☺	ничего не понял ☹	что-то не понял

2.3.3. Занятие 9. Нахождение линейных размеров различных фигур

Цели: формирование умений учащихся составлять и решать системы квадратичных уравнений и неравенств в ходе решения геометрических задач на нахождение длины, ширины сторон различных фигур; создание условий для развития логического и абстрактного мышления, воспитание познавательного интереса к предмету.

Структура занятия:

- проверка домашнего задания (8 мин.),
- объявление темы и целей занятия (2 мин.),
- актуализация знаний (7 мин.),
- объяснение нового материала (10 мин.),
- выполнение заданий на закрепление новой темы (15 мин.),
- подведение итогов занятия (3 мин.).

Комментарий к занятию

После проверки и объяснения заданий самостоятельной работы и объявления темы занятия учитель реализует процесс актуализации знаний учащихся за счет повторения некоторых геометрических понятий и формул и выполнения следующих заданий, посвященных нахождению площадей, периметров геометрических фигур, а также их сторон с помощью составления систем квадратичных неравенств:

1) Установите соответствие между геометрическими фигурами и формулами по нахождению их площадей и периметров:

Треугольник

$$S = ab$$

Прямоугольный треугольник

$$P = a + b$$

$$S = a^2$$

$$S = \frac{1}{2}ab$$

Прямоугольник

$$P = a + b + c$$

$$S = \frac{1}{2}ah$$

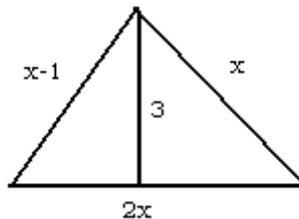
Квадрат

$$P = 2a$$

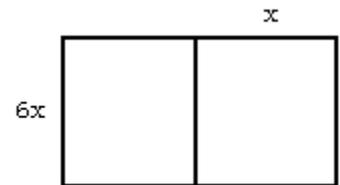
2) Чему равны площади и периметры геометрических фигур, изображенных на рисунках:



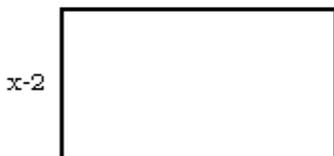
$$3x-5$$



$$2x$$

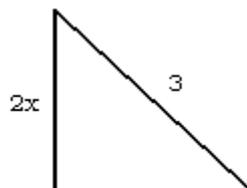


$$x+1$$



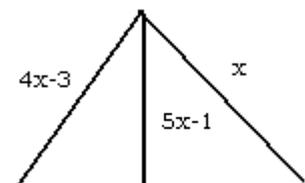
$$x-2$$

$$x$$



$$2x$$

$$x+5$$



$$4x-3$$

$$5x-1$$

$$3$$

$$x+2$$

Далее все дети делятся на шесть групп, каждой из которых предоставляется одна из двух задач:

Задание 1.

Моляр должен покрасить стену, имеющую форму прямоугольника, длина которого на 5 см больше ширины. Какую наименьшую ширину она должна иметь, если вся ее площадь больше 50 см^2 , а периметр не меньше 37 см?

Решение:

Обозначим за x см – ширину стены, тогда $(x + 5)$ см – длина стены.

Воспользуемся формулами нахождения площади и периметра прямоугольника:

$$S = a * b \text{ и } P = a + b,$$

где a и b – стороны прямоугольника.

Тогда площадь стены будет равна $x * (x + 5)$ см². По условию задачи эта величина больше 50 см²:

$$x * (x + 5) > 50.$$

Периметр стены будет равен $x + (x + 5)$ см. А так как он не меньше 37 см, то:

$$x + (x + 5) > 37.$$

Оба полученные неравенства должны выполняться одновременно:

$$\begin{cases} x * (x + 5) > 50 \\ x + (x + 5) > 37 \end{cases}$$

Рассмотрим первое неравенство системы. Для его решения перейдем к соответствующему уравнению:

$$x * (x + 5) = 50.$$

$$x^2 + 5x - 50 = 0.$$

Решим квадратное уравнение, найдя его дискриминант и применив формулу корней:

$$D = 5^2 - 4 * 1 * (-50) = 25 + 200 = 225 = 15^2.$$

$$x_1 = \frac{-5+15}{2*1} = 5;$$

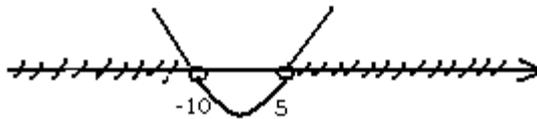
$$x_2 = \frac{-5-15}{2*1} = -10.$$

Второй корень $x_2 = -10$ – не подходит, так как ширина стены не может принимать отрицательное значение.

Вернемся от квадратного уравнения обратно к неравенству:

$$x * (x + 5) - 50 > 0.$$

Отметим полученные корни квадратного уравнения на координатной прямой и выделим штриховкой промежутки решения искомого неравенства:



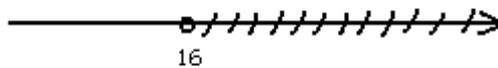
Рассмотрим второе неравенство системы:

$$x + (x + 5) > 37;$$

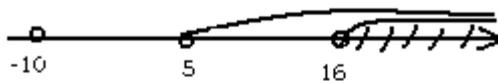
$$2x > 32;$$

$$x > 16.$$

Отметим полученный корень на координатной прямой и выделим штриховкой промежуток решения неравенства:



Отметим все полученные корни на координатной прямой:



Искомая ширина стены может принимать значения из луча $(16; +\infty)$.
Наименьшее целое значение ширины стены – 17 см.

Ответ: 17 см.

Задание 2.

Мальчик хотел повесить на стену картину, которую сам нарисовал ко дню рождения мамы. Форма картины – прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 15 см, а один из катетов больше второго на 10 см. Какой наименьший формат будет иметь рисунок, если его площадь больше $37,5 \text{ см}^2$, а периметр не меньше 40 см?

Решение:

Обозначим за x см – одну сторону рисунка, тогда $(x + 10)$ см – длина второй стороны рисунка.

Воспользуемся формулами нахождения площади и периметра треугольника:

$$S = \frac{1}{2} a * h \text{ и } P = a + b + c,$$

где a, b, c – стороны треугольника, h – высота треугольника.

Тогда площадь рисунка будет равна $\frac{1}{2} x * (x + 10) \text{ см}^2$. По условию задачи эта величина больше $37,5 \text{ см}^2$:

$$\frac{1}{2} x * (x + 10) > 37,5.$$

Периметр картины будет равен $x + (x + 10) + 15$ см. А так как он не меньше 40 см, то:

$$x + (x + 10) + 15 > 40.$$

Оба полученные неравенства должны выполняться одновременно:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} x * (x + 10) > 37,5 \\ x + (x + 10) + 15 > 40 \end{cases}.$$

Рассмотрим первое неравенство системы. Для его решения перейдем к соответствующему уравнению:

$$\frac{1}{2}x * (x + 10) = 37,5;$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 5x - 37,5 = 0.$$

Решим квадратное уравнение, найдя его дискриминант и применив формулу корней:

$$D = 5^2 - 4 * \frac{1}{2} * (-37,5) = 25 + 75 = 100 = 10^2.$$

$$x_1 = \frac{-5+10}{2*\frac{1}{2}} = 5;$$

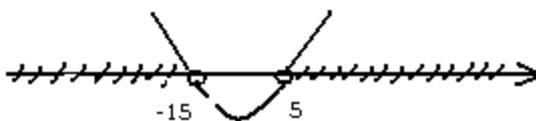
$$x_2 = \frac{-5-10}{2*\frac{1}{2}} = -15.$$

Второй корень $x_2 = -15$ – не подходит, так как длина рисунка не может принимать отрицательное значение.

Вернемся от квадратного уравнения обратно к неравенству:

$$\frac{1}{2}x * (x + 10) - 37,5 > 0.$$

Отметим полученные корни квадратного уравнения на координатной прямой и выделим штриховкой промежутки решения искомого неравенства:



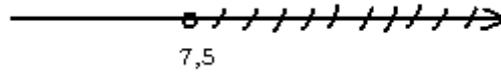
Рассмотрим второе неравенство системы:

$$x + (x + 10) + 15 > 40;$$

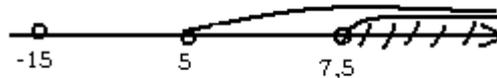
$$2x > 15;$$

$$x > 7,5.$$

Отметим полученный корень на координатной прямой и выделим промежуток решения неравенства:



Отметим все полученные корни на координатной прямой:



Одна из сторон рисунка может принимать значения из луча $(7,5; +\infty)$. Наименьшее целое значение одной из сторон рисунка – 8 см. Тогда вторая сторона рисунка будет равна $8 + 10 = 18$ см, а третья – 15 см (из условия задачи). Следовательно, формат рисунка мальчика $8 \times 15 \times 18$ см.

Ответ: $8 \times 15 \times 18$ см.

На решение и оформление задачи отводится ровно 7 минут. В итоге, каждая группа должна сделать рисунок к задаче и оформить свое решение, сделав презентацию. После чего группы показывают классу презентацию и сравнивают решения задач. Участники групп оценивают получившиеся презентации одноклассников и их решение, присвоив им то количество баллов, которое им кажется наиболее приемлемым. Учитель также оценивает работу групп, присуждая дополнительные баллы.

Домашнее задание занятия следующее: «Семья решила купить и постелить в комнату новый палас. Причем одна из его сторон должна быть больше другой на 25 см. Какой наибольший размер должен иметь палас, если его площадь не превышает 50 см^2 , а периметр больше 30 см?».

После чего учитель подводит итог урока:

1. Всем понятен способ решения рассмотренных геометрических задач?

2. С какими трудностями вы столкнулись при решении этих заданий?

3. Каким образом вы их преодолели?

4. Заполните следующую таблицу:

Урок понравился, все понял 😊	Урок не понравился, ничего не понял ☹	Возникли трудности, что-то не понял

2.4. Апробация разработанного курса

После составления программы курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании» и методических рекомендаций по ее реализации была произведена апробация нескольких занятий курса. Апробация проходила на базе Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Средняя общеобразовательная школа № 10 с углублённым изучением отдельных предметов имени академика Ю.А. Овчинникова» и гимназии №1 города Сосновоборска. Занятия проходили после уроков в 9-х классах, реализующих математический профиль.

В результате апробации были проведены занятия по следующим темам: «Нахождение пути равномерного движения тела», «Нахождение времени, затраченного телом в пути», «Нахождение линейных размеров различных фигур». Занятия по каждой из перечисленных выше тем содержали определенное количество информации, необходимой для изучения темы, и различные задания, представленные в разной форме и различных уровнях сложности. По итогам, полученным при работе школьников на занятиях курса по выбору, и по выполненным заданиям, включенным в домашнюю работу, можно сделать вывод о результативности и эффективности проведенных занятий разработанного курса.

Но невозможно судить о данном курсе в целом только по нескольким проеденным его занятиям. Если было бы предоставлено образовательным учреждением достаточное количество времени на осуществление апробации разработанного курса, можно было бы составить полный отчет о преимуществах и недостатках курса и возможных изменениях в содержании или его методических рекомендациях.

Выводы

На изучение темы «Уравнения и неравенства с одной переменной» на профильном уровне в девярых классах образовательных организаций отводится около 40 часов. Рассмотрение этой темы в ряде учебников ([2], [7], [10], [24]) реализуется примерно одинаково. Можно отметить, что теоретический материал по рассматриваемой теме более полно раскрыт в учебнике [24]: сформулированы определения основных понятий, описаны алгоритмы решения рациональных, дробно-рациональных, иррациональных уравнений и методы решения неравенств с одной переменной. Практические задания, основанные на приложении систем уравнений и неравенств с одной переменной, представлены несколькими задачами из физики, химии и геометрии.

Поэтому был разработан курс по выбору на тему «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании», основанный на некотором дополнительном теоретическом материале по теме, а также содержащий в своей практической части некоторые задачи физического, биологического, геометрического содержания, решение которых сводится к нахождению решений систем уравнений и неравенств с одной переменной.

Содержание курса по выбору, за счет возможности использования проектирования содержания обучения, удовлетворяет некоторым педагогическим принципам. То есть, некоторым концепциям, идеям, с помощью которых можно реализовать поставленные перед образовательным учреждением педагогические цели и задачи. Принципы отбора содержания курса следующие: дополнительности, дифференциации, проблемности, междисциплинарности, практико-ориентированности, индивидуализации, рефлексии, диалогичности.

В результате, курс по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании», содержащий задания, примеры

некоторых из которых приведены в программе курса и содержание которого удовлетворяет перечисленным выше принципам обучения, будет способствовать формированию метапредметных образовательных результатов обучающихся.

Заключение

В результате написания данной работы были получены следующие результаты:

1) произведен анализ литературы, описывающей аспекты модернизации образования в России, цели и задачи предпрофильного обучения и образования в специализированных классах, и ряда учебников, рекомендованных при изучении математики на профильном уровне;

2) выявлены и описаны основные принципы отбора содержания курса по выбору;

3) составлена программа курса по выбору «Формирование межпредметного знания обучающихся 9 классов в условиях курса по выбору «Использование систем квадратичных уравнений и неравенств в естествознании»», состоящая из пояснительной записки, методического планирования и методических рекомендации нескольких ее занятий;

4) частично реализована апробация данного курса по выбору на базе Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Средняя общеобразовательная школа № 10 с углублённым изучением отдельных предметов имени академика Ю.А. Овчинникова» и гимназии №1 города Сосновоборска. Темы нескольких занятий курса по выбору для апробации были выбраны самостоятельно и реализованы в соответствии с методическими рекомендациями, указанными в данной работе.

В итоге, можно сделать вывод о том, что выдвинутая гипотеза была частично подтверждена. К сожалению, из-за недостатка времени не удалось провести полностью все занятия разработанного курса по выбору. Но, как показали результаты проведенных занятий курса, данный курс будет способствовать развитию метапредметных результатов, повышению качества математической подготовки обучающихся. Поэтому данный курс является полным и эффективным для его реализации в 9-х классах образовательных учреждений с математическим профилем.

Список литературы

- 1) *Азимов Э.Г., Щукин А.Н.* Новый словарь методических терминов и понятий (теория и практика обучения языкам). М.: Издательство ИКАР, 2009.
- 2) *Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В. и др.* «Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций» – М.: Просвещение, 2012. – 287 с.: ил.
- 3) *Буланова-Топоркова М.В. Духавнева А.В. Кукушин В.С. Сучков Г.В.* Технологии обучения математике одаренных детей. М.; Ростов н/Д, 2004.
- 4) *Бурмистрова Т.А.* «Алгебра. Сборник рабочих программ. 7 – 9 классы: пособие для учителей общеобразовательных организаций» – М.: Просвещение, 2014. – 96 с.
- 5) *Вербицкий А.А.* Контекстно-компетентностный подход к модернизации образования // Высшее образование в России. 2010. №5. С. 32–37.
- 6) *Вербицкий А.А., Рыбакина Н.А.* Методологические основы реализации новой образовательной парадигмы // Педагогика. 2014. №2. С. 3–14.
- 7) *Виленкин Н.Я.* «Алгебра для учащихся 9 класса с углубленным изучением математики» – М.: Просвещение, 2006. – 368 с.: ил.
- 8) *Вишнякова С.М.* Профессиональное образование: Словарь. Ключевые понятия, термины, актуальная лексика, М.: НМЦ СПО, 1999.
- 9) *Гомзякова Е.А.* Принципы отбора содержания курса по выбору «Приложения интегрального исчисления в естествознании» в системе профильной подготовки учащихся // Молодежь и наука XXI в.: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции; г. Красноярск, 19–26 мая 2014 г. Красноярск: Изд-во РИО ГОУ ВПО КГПУ им. В.П. Астафьева, 2014. С. 27–29.

- 10) *Дорофеев Г.В.* «Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций» – М.: Просвещение, 2016. – 336 с.: ил.
Дорофеев Г.В. Концепция профильного курса математики // Математика в школе. 2006. №7. С. 14–25.
- 11) *Ефремова Т.Ф.* Новый словарь русского языка. Толково-словообразовательный. М.: Русский язык, 2000.
- 12) *Иванова, Е.О, Осмоловская И.М., Шалыгина И.В.* Содержание образования: культурологический подход // Педагогика. 2005. № 1. С 13–19.
- 13) *Киселев А.А.* Модернизация российского образования: тренды и перспективы. Краснодар.: АНО «Центр социально-политических исследований «Премьер», 2012.
- 14) *Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И.* «Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций» – М.: Просвещение, 2014. – 304 с.: ил.
- 15) Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Профильная школа. 2003. № 1. С. 3–8
- 16) *Клюге К.Й.* Цель обучения интеллектуально одаренных: «думая, делать ход конем» // Основные современные концепции творчества и одаренности. М.; Мол. гвардия, 1997.
- 17) *Кузнецова Г.М., Миндюк Н.Г.* Математика. Программы для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2000-2004.
- 18) *Кузнецова Г.М., Миндюк Н.Г.* Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев: Математика. 5 – 11 кл. М.; Дрофа, 2002.
- 19) *Кузнецова Г.М., Миндюк Н.Г.* Учебная программа по математике для одаренных учащихся. М.; Дрофа, 2002.
- 20) *Лазарев В.С.* Понятие умственного действия и его формирования в теориях П.Я. Гальперина и В.В. Давыдова // Вопросы психологии. 2010. №4

- 21) *Леднев В.С.* Содержание образования: сущность, структура, перспективы. М.; Высшая школа, 1991.
- 22) *Лукичева Е.Ю.* Математика в профильной школе. Элективные курсы. Пособие для учителя. СПб.: Просвещение, 2007.
- 23) *Лукичева Е.Ю., Муштавинская И.В.* Математика в профильной школе. Пособие для учителя. СПб.: Просвещение, 2005.
- 24) *Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др.* «Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций» – М.: Просвещение, 2017. – 287 с.: ил.
- 25) *Махмутов М.И.* Проблемное обучение. Основные вопросы теории. — М., 1975.
- 26) *Монахов В.М., Фирстов В.Е.* Условия и факторы формирования концепции модернизации российского образования // Педагогика. 2014. №1. С. 24–36.
- 27) *Новикова Т.Г.* Теория и практика организации предпрофильной подготовки, М.: АПК и ПРО, 2003.
- 28) Основные понятия педагогики высшей школы, глоссарий, 2004 Г. [Электронный ресурс]. URL: <http://didacts.ru/dictionary/1004> (дата обращения 14.02.2015).
- 29) Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. N 413 г. Москва "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования" [Электронный ресурс]. URL: <http://edu7.edusite.ru/DswMedia/gosudarstvennyiystandartobshaegoobrazovaniya.pdf> (дата обращения 14.02.2015).
- 30) Приложение 1 к приказу Минобразования России от 26.06.03 №2757 «План-график мероприятий по подготовке и введению профильного обучения на старшей ступени общего образования» [Электронный ресурс]. URL: https://www.shkola4nm.ru/images/docs/obrazovanie/prof/pr_2757.pdf (дата обращения).

31) Примерные программы основного общего образования. Математика. 5 – 9 классы: проект. – 3-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 2011.

32) Положение о специализированных (математических) классах муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Новосибирска «Лицей Информационных Технологий» [Электронный ресурс]. URL: http://lit.nios.ru/website/lit/var/infoblock/item/polog_o_specklasse.pdf (дата обращения).

33) Постановление Правительства РФ от 9 июня 2003 г. N 334 "О проведении эксперимента по введению профильного обучения учащихся в общеобразовательных учреждениях, реализующих программы среднего (полного) общего образования". [Электронный ресурс]. URL: <http://www.referent.ru/1/57228> (дата обращения 14.02.2015).

34) Распоряжение Правительства РФ № 2506-р от 24 декабря 2013 г. «Концепция развития математического образования в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/3894> (дата обращения 14.02.2015).

35) *Савенков А.И.* Основные направления разработки содержания образования одаренных детей. М.; Академия, 2000.

36) *Савенков А.И.* Формы организации учебной деятельности одаренных детей. М.; Академия, 2000.

37) *Смирнова И.М.* Критерии отбора содержания математических курсов по выбору // Наука и школа. 2014. № 3. С. 7–13.

38) Федеральный закон "О высшем и послевузовском профессиональном образовании" от 22 августа 1996 г. № 125-ФЗ. [Электронный ресурс]. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/885/файл/244/96.08.22-125.pdf> (дата обращения 14.02.2015).

39) Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ [Электронный ресурс]. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/2974> (дата обращения 14.02.2015).

40) Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования от 17 декабря 2010 г. №1897 [Электронный ресурс]. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/938> (дата обращения 14.02.2015).

41) *Федяева Л.В.* Элективные курсы по математике в системе профильного обучения [Электронный ресурс]. URL: <http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-170.pdf> (дата обращения 4.06.2015).

42) *Цветкова М.С.* Конструирование траекторий современного естественно-математического образования в основной школе // Профильная школа. 2014. № 3. С. 3–9.

43) *Чистякова С.Н.* Проблема самоопределения старшеклассников при выборе профиля обучения // Педагогика. 2005. №1. С. 19–26.

44) *Чистякова С.Н.* Профильное обучение и новые условия подготовки // Шк. технол. 2002. №1. С. 101-108.

45) Элективные курсы. Некоторые вопросы [Электронный ресурс]. URL: <http://noz.my1.ru/metodika/2013/lisakovskai.doc> (дата обращения 4.06.2015).

46) *Яковлев Б.П., Гейнц Л.В.* Сущность и задачи профильного обучения и предпрофильной подготовки в современной системе образования // Современные наукоемкие технологии. 2008. № 6. С. 86–88.