

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета)

Кафедра Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе
(полное наименование кафедры)

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, Направленность (профиль) подготовки «Инновационное математическое образование»
(код ОККО и наименование специальности)



Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе
(полное наименование кафедры)

Л.В. Шкерина
(И.О. Фамилия)

декабря 2017 г.

Выпускная квалификационная работа

Формирование познавательных умений учащихся 5-6 классов при обучении математике

Выполнил студент

Алена Викторовна Федченко
(И.О. Фамилия)

08.12.2017.
(подпись, дата)

Форма обучения

Заочная

Научный руководитель:

док. пед. наук, профессор каф.
матем. анализа и МОМ в вузе
Л.В. Шкерина
(ученая степень, должность, И.О. Фамилия)

08.12.2019
(подпись, дата)

Рецензент:

к.п.н., профессор ККИПК
Е.Н. Васильева
(ученая степень, должность, И.О. Фамилия)

09.12.2017.
(подпись, дата)

Дата защиты

19.12.2017

Оценка

Красноярск 2017

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава I. Психолого-педагогические основания формирования познавательных умений учащихся при обучении математике.....	7
1.1 Познавательные универсальные учебные умения: основные понятия, структура	7
1.2. Формирование познавательных универсальных учебных умений учащихся при обучении математике на основе системно-деятельностного подхода	10
1.3. Методическая модель формирования познавательных универсальных учебных умений в процессе обучения математике	21
Глава II. Методика формирования познавательных умений учащихся 5-6 классов во внеклассной работе по математике	30
2.1. Постановка целей и содержание обучения математике, способствующие формированию познавательных умений у учащихся 5-6 классов	30
2.2. Внеклассная работа по математике как условие формирования познавательных умений учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике.....	34
2.3. Разработка и апробация методики организации внеклассной работы по математике, направленной на формирование познавательных умений у учащихся 5-6 классов	42
Заключение	54
Библиографический список.....	56
Приложение А.....	63
Приложение Б	73
Приложение В	77
Приложение Г	81
Приложение Д.....	85

ВВЕДЕНИЕ

Актуальной задачей образования становится обеспечение развития универсальных учебных действий (УУД) как метапредметной составляющей фундаментального ядра образования наряду с современным изложением предметного содержания конкретных дисциплин.

В ФГОС основного общего образования содержится характеристика личностных, регулятивных, познавательных, коммуникативных универсальных учебных действий. Подробнее остановимся на познавательных универсальных учебных действиях.

На современном этапе развитие познавательных УУД рассматривают такие ученые как Б.Р. Кодиров, М.И. Зайкин, М.А. Бантова и другие.

Исследования психологов П.Я. Гальперина, В.В. Давыдов позволяют сделать вывод о том, что результативность процесса формирования познавательных УУД зависит от способа организации специальной развивающей работы. Л.С. Секретарева пишет: «Развитие УУД создает возможность, соотносить учебные предметы с точки зрения приемов познавательной деятельности, общих для осуществления познания предметных областей» [Секретарева, 2007]. Е.В. Барсукова подчеркивает: «На уроках математики универсальным учебным действием может служить познавательное действие, определяющее умение ученика выделять тип задачи и способ ее решения» [Барсукова, 2016]. С.П. Ожигина считает: «Моделирование как универсальное учебное действие может использоваться в обучении для многих целей:

- для изучения моделей рассматриваемых понятий, которые разработаны в соответствующей науке;
- для построения и изучения моделей рассматриваемых понятий, для которых в соответствующих науках не существует моделей или эти модели являются сложными для изучения» [Ожигина, 2011].

На основе проведенного анализа работ ученых по развитию познавательных универсальных учебных действий на уроках математики

можно сделать вывод, что есть необходимость более подробно рассмотреть средства их развития у школьников.

Введением в 2010 году ФГОС обусловлена разработка образовательных программ развития универсальных учебных действий. Важным этапом разработки таких программ является моделирование всех их составляющих, в том числе и результата как перечня основных универсальных учебных действий, их типов и возможностей формирования. Широко известной в этом аспекте стала работа под редакцией А. Г. Асмолова «Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли». Согласно структуре познавательных УУД различают общеучебные и логические универсальные учебные действия. Их формирование очень важно при обучении математике.

Следует заметить, что в настоящее время все еще огромная доля внимания уделяется решению типовых задач, а не решению нестандартных проблемных задач. В связи с этим учащиеся затрудняются самостоятельно анализировать и решать задачи различных типов. Поэтому актуально овладение обучающимися общими приемами решения не типовых задач в процессе обучения математике, в частности обучающихся 5 – 6 классов. В связи констатируем **проблему** создания методик обучения математике, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся при обучении математике.

Объектом данного исследования является процесс обучения математике в 5 - 6 классах.

Предмет исследования: методика формирования познавательных универсальных учебных действий учащихся 5 - 6 классов при обучении математике.

Цель: обосновать и разработать методику формирования познавательных универсальных учебных действий учащихся 5 - 6 классов при обучении математике с использованием внеклассной работы.

Гипотеза исследования состоит в следующем: если при обучении математике внеклассную работу по предмету проводить на основе использования специального комплекса задач, ориентированных на формирование познавательных учебных действий, и активных методов обучения, то это будет способствовать повышению уровня сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся 5-6 классов.

В условиях заданного объекта, предмета, целей и гипотезы сформулированы **задачи**:

1. Выявить сущность и структуру понятия «познавательные универсальные учебные умения обучающихся 5 – 6 классов».
2. Разработать модель формирования познавательных универсальных умений обучающихся 5 – 6 классов при обучении математике.
3. Разработать комплекс занимательных задач, предназначенных для внеклассной работы по математике, ориентированный на формирование познавательных универсальных учебных действий учащихся 5-6 классов.
4. Обосновать и сформулировать принципы подбора методов, форм и средств формирования познавательных умений учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике с использованием внеклассной работы.
5. Разработать и апробировать методику организации внеклассной работы по математике, направленной на формирование познавательных умений учащихся 5-6 классов.

В первой главе представлено описание познавательных УУД, сущность системно-деятельностного подхода в обучении, а также модель формирования познавательных умений учащихся.

Во второй главе представлен специальный комплекс задач, и методика их использования во внеклассной работе по математике,

направленные на формирование познавательных умений учащихся 5-6 классов.

Результаты проведенного выпускного квалификационного исследования докладывались на конференции: Всероссийская научно-практическая конференция студентов, аспирантов и школьников «Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы» г. Красноярск.

Глава I. Психолого-педагогические основания формирования познавательных универсальных учебных умений учащихся при обучении математике

1.1 Познавательные универсальные учебные умения: основные понятия, структура

Не вызывает сомнения тот факт, что современная школа должна так организовать образовательный процесс, чтобы учащиеся не только овладели основами наук, но и развивались как личности, готовые к творческой деятельности [Темербекова, 2003]. Какие бы педагогические технологии при этом ни были избраны, успех, в конечном счете, будет зависеть, очевидно, от той деятельности, которую школьники выполняют; от успешности протекания их мыслительного процесса; от уровня их активности, организованности, сформированности общеучебных способов деятельности.

В образовательной же практике школьные уроки математики часто нацелены лишь на освоение программного материала. Учитель видит свою задачу в том, чтобы школьники с его помощью усвоили еще одну порцию содержания школьного курса математики. Однако главная его задача – всемерно содействовать развитию познавательных возможностей у учащихся.

При изучении математики это развитие может осуществляться в процессе решения задач, особенно нестандартных, для которых нет общего метода решения и нужно вести его поиск. Значение нестандартных задач именно в том и состоит, что они предъявляют вызов интеллекту и в наибольшей мере способствуют его развитию, служат тренингом мышления вообще и творческого в частности. «Задача предполагает необходимость сознательного поиска соответствующего средства для достижения ясно видимой, но непосредственно недоступной цели. Решение задач означает нахождение этого средства» [Пойя, 2011].

Для учащихся младшего и среднего школьного возраста в силу их возрастных особенностей нестандартная задача должна носить еще и

занимательный характер. Она будет не только возбуждать интерес ученика, но и способствовать развитию творчества, интереса к исследованию, формировать положительную мотивацию.

Задача учителя современной школы состоит в том, чтобы помочь учащимся сформировать универсальные учебные действия, научить думать, рассуждать, догадываться, анализировать, создавать программы рационального решения той или иной учебной проблемы. Интерес к учебно-познавательной деятельности, подкрепляемый активным постоянным участием в открытии новых истин, проверке гипотез, поиском способа действий в математической задаче, является основным психологическим условием успешности этой деятельности.

Занимательный материал в рассматриваемом предметном поле многообразен. Но его объединяют следующие характеристические черты.

- Способ решения занимательных задач неизвестен. Для их решения характерно «броуновское движение мысли», то есть к решению приводит метод проб и ошибок. Поисковые пробы решения могут в отдельных случаях закончиться догадкой, которая представляет собой нахождение пути искомого решения.

- Занимательные задачи способствуют поддержанию интереса к предмету и играют роль мотива к деятельности учащихся. Необычность сюжета, способа предъявления задачи, находят эмоциональный отклик у детей и ставят их перед необходимостью ее решения.

Таким образом, систематическое применение в процессе математической подготовки задач такого вида может способствовать развитию указанных выше универсальных учебных действий познавательного характера и формированию математических представлений у детей [Федченко,2017].

В ФГОС основного общего образования содержится характеристика личностных, регулятивных, познавательных, коммуникативных универсальных учебных действий. Подробнее остановимся на познавательных универсальных

учебных действиях. Познавательные УУД включают общеучебные, логические действия, а также действия постановки и решения проблем.

Общеучебные универсальные действия: самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели; поиск и выделение необходимой информации; применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств; структурирование знаний; осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме; выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий; рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности; смысловое чтение; понимание и адекватная оценка языка средств массовой информации; постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера. Особую группу общеучебных универсальных действий составляют знаково-символические действия: моделирование; преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область. Логические универсальные действия: анализ, синтез, сравнение, классификация объектов по выделенным признакам, подведение под понятие, выведение следствий, установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, доказательство, выдвижение гипотез и их обоснование. Постановка и решение проблемы: формулирование проблемы; самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера [Кононов, 2004].

Таким образом, в данном параграфе мы рассмотрели основные педагогические положения о сущности и структуре понятия «познавательные универсальные учебные действия». В следующем параграфе проанализируем изученность вопросов формирования у учеников 5 - 6 классов познавательных УУД на основе системно-деятельностного подхода.

1.2. Формирование познавательных универсальных учебных умений учащихся при обучении математике на основе системно-деятельностного подхода

В настоящее время в современном обществе происходят перемены, которые требуют ускоренного совершенствования образовательного пространства, определения целей образования, учитывающих государственные, социальные и личностные потребности и интересы. Главной целью образования становится не только передача знаний и социального опыта, а развитие личности ученика, его способности самостоятельно ставить учебные цели, проектировать пути их реализации, контролировать и оценивать свои достижения, иначе говоря – формирование умения учиться. В основу реализации основной образовательной программы положен системно-деятельностный подход, который предполагает смену модели построения образовательного процесса: необходимо перейти от модели «Чему учить?» к модели «Как учить?» [Кушнер,2001].

Впервые школьный стандарт построен на основе фундаментальных наук о ребенке. Стандарты разрабатываются как целостная система требований ко всей системе образования страны, а не как требования к предметному содержанию образования и к ученику, как это было раньше.

Современный процесс обучения ориентирован на управление учителем познавательной деятельностью учащихся, и к концу обучения в школе он должен осуществляться по схеме: планирование учениками своей деятельности на уроке – выбор ими источников информации — освоение и присвоение новых знаний в процессе самостоятельной деятельности с этими источниками – самоанализ школьниками результатов своей работы. Иначе говоря, меняется роль учителя: учитель – организатор деятельности детей. ФГОС второго поколения отменяет «минимум знаний» и вводит понятие социального заказа. Система образования ориентирована на воспитание гражданских, демократических и патриотических убеждений. Но самое трудное, на наш

взгляд, это перестройка сознания учителя: переход к обучению по новым стандартам потребует от учителя освоения новых профессиональных умений проектирования учебного процесса и его осуществления на основе развивающих технологий. В системно-деятельностном подходе категорий «деятельности» занимает одно из ключевых мест, а деятельность сама рассматривается как своего рода система. Для того чтобы знания учащихся были результатом их собственных поисков, необходимо организовать эти поиски, управлять учащимися, развивать их познавательную деятельность. ФГОС в основу которого положен системно-деятельностный подход, ориентирует на:

- формирование готовности к саморазвитию и непрерывному образованию;
- проектирование и конструирование социальной среды развития обучающихся в системе образования;
- активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;
- построение образовательного процесса с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся.

В 1985 г. было введено понятие системно – деятельностного подхода как особого рода понятие. Этим старались снять оппозицию внутри отечественной психологической науки между системным подходом, который разрабатывался в исследованиях классиков отечественной науки (Б.Г. Ананьев, Б.Ф. Ломов и др.), и деятельностным, который всегда был системным (Л.С.Выготский, Л.В. Занков, А.Р. Лурия, Д.Б. Эльконин, В.В.Давыдов и многие др.). Системно – деятельностный подход является попыткой объединения этих подходов.

Главную роль в реализации системно – деятельностного подхода сыграл педагогический коллектив под руководством доктора педагогических наук, профессора Л.Г.Петерсон, разработав и внедрив «Технологию деятельностного метода обучения». Системно-деятельностный подход предполагает:

- воспитание и развитие качеств личности, отвечающих требованиям информационного общества;

- переход к стратегии социального проектирования и конструирования в системе образования на основе разработки содержания и технологий образования;

- ориентацию на результаты образования как системообразующий компонент Стандарта (развитие личности);

- признание решающей роли содержания образования и способов организации образовательной деятельности и учебного сотрудничества в достижении целей личностного, социального и познавательного развития обучающихся;

-учет индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся;

-обеспечение преемственности дошкольного, начального общего, основного и среднего (полного) общего образования; разнообразие индивидуальных образовательных траекторий индивидуального развития каждого обучающегося [Петерсон, 2006].

Данный подход в обучении направлен на развитие каждого ученика, на формирование его индивидуальных способностей, а также позволяет значительно упрочить знания и увеличить темп изучения материала без перегрузки обучающихся. При этом создаются благоприятные условия для их разноуровневой подготовки. Технология деятельностного метода обучения не разрушает «традиционную» систему деятельности, а преобразовывает ее, сохраняя все необходимое для реализации новых образовательных целей [Поливанова, 2011].

Развитие личности в системе образования обеспечивается, прежде всего, через формирование универсальных учебных действий, которые выступают

инвариантной основой образовательного и воспитательного процесса. Овладение учащимися УУД создают возможность самостоятельного успешного усвоения новых знаний, умений и компетентностей, включая организацию усвоения, то есть умения учиться. Эта возможность обеспечивается тем, что УУД – это обобщенные действия, порождающие широкую ориентацию учащихся в различных предметных областях познания и мотивацию к обучению. В широком значении термин “универсальные учебные действия” означает умение учиться, то есть способность человека к самосовершенствованию через усвоение нового социального опыта. В психологическом значении термин “универсальные учебные действия” можно определить как совокупность действий учащегося, обеспечивающих его культурную идентичность, социальную компетентность, толерантность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса. Функции универсальных учебных действий включают:

- обеспечение возможностей учащегося самостоятельно осуществлять деятельность учения, ставить учебные цели, искать и использовать необходимые средства и способы достижения контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности

- создание условий для развития личности и ее самореализации на основе готовности к непрерывному образованию, компетентности “научить учиться”, толерантности жизни в поликультурном обществе, высокой социальной и профессиональной мобильности

- обеспечение успешного усвоения знаний, умений и навыков и формирование картины мира и компетентностей в любой предметной области познания

Формирование УУД в образовательном процессе определяется тремя взаимодополняющими положениями. Формирование УУД как цель

образовательного процесса определяет его содержание и организацию. Формирование УУД происходит в контексте усвоения разных предметных дисциплин. УУД, их свойства и качества определяют эффективность образовательного процесса, в частности усвоение знаний и умений; формирование образа мира и основных видов компетенций учащегося, в том числе социальной и личностной компетентности.

Каждый раз, составляя проект очередного урока, учитель задает себе одни и те же вопросы:

а) как сформулировать цели урока и обеспечить их достижение;

б) какой учебный материал отобрать и как подвергнуть его дидактической обработке;

в) какие методы и средства обучения выбрать;

г) как организовать собственную деятельность и деятельность учеников.

д) как сделать, чтобы взаимодействие всех этих компонентов привело к определенной системе знаний и ценностных ориентаций. Вместо простой передачи знаний, умений и навыков от учителя к ученику приоритетной целью школьного образования становится развитие способности ученика самостоятельно ставить учебные цели, проектировать пути их реализации, контролировать и оценивать свои достижения, иначе говоря, умение учиться.

Основной из главных задач учителя является организация учебной деятельности таким образом, чтобы у учащихся сформировались потребности в осуществлении творческого преобразования учебного материала с целью овладения новыми знаниями. Для того чтобы знания учащихся были результатом их собственных поисков, необходимо организовать эти поиски, управлять учащимися, развивать их познавательную деятельность.

С позиций системно-деятельностного подхода в обучении математике выделяются следующие компоненты овладения знаниями:

а) восприятие информации;

б) анализ полученной информации (выявление характерных признаков, сравнение, осознание, трансформация знаний, преобразование информации);

в) запоминание (создание образа);

г) самооценка

Позиция учителя: к классу не с ответом (готовые знания, умения, навыки), а с вопросом.

Позиция ученика: за познание мира, (в специально организованных для этого условиях)

Учебная задача – задача, решая которую ребенок выполняет цели учителя. Она может совпадать с целью урока или не совпадать.

Учебное действие – действие по созданию образа.

Образ – слово, рисунок, схема, план.

Оценочное действие – я умею! У меня получится!

Эмоционально-ценностная оценка – Я считаю так то.... (формирование мировоззрения) [Мухина, 2004].

Системно-деятельностный подход ориентирует на достижение планируемых результатов освоения основной образовательной программы основного общего образования и создает основу для самостоятельного успешного усвоения обучающимися новых знаний, умений, компетенций, видов и способов деятельности. Многое зависит от таланта и мастерства учителя, его умение организовать «поиски» на уроке, умение управлять, и не натаскивать.

Поэтому учителям необходимо овладевать педагогическими технологиями, с помощью которых можно реализовать новые требования.

У каждого предмета есть свои особенности в организации учебного процесса на системно-деятельностной основе. Системно-деятельностный подход в преподавании математики требует формирования практических умений применения теории. Позиция учителя математики должна быть такова: к классу не с ответом, а с вопросом. Ученики должны уметь на уроке выделять, сравнивать, обобщать, оценивать математическими понятиями, создавать математические модели, т.е. владеть теми универсальными способами, которые им пригодятся на практике.

Говоря о системно-деятельностном подходе в образовании, нельзя отрывать это понятие от воспитательного процесса. Только в условиях деятельностного подхода, а не потока информации, нравочений человек выступает как личность. Взаимодействуя с миром, человек учится строить самого себя, оценивать себя и самоанализировать свои действия. Поэтому проектная деятельность, деловые игры, коллективные творческие дела – это все то, что направлено на практическое общение, что имеет мотивационную обусловленность и предполагает создание у детей установки на самостоятельность, свободу выбора и готовит их жизни – это и есть системно-деятельностный подход, который приносит, несомненно, свои плоды не сразу, но ведет к достижениям. Внеурочная деятельность, как и деятельность обучающихся в рамках уроков направлена на достижение результатов освоения основной образовательной программы. Но в первую очередь – это достижение личностных и метапредметных результатов. Это определяет и специфику внеурочной деятельности, в ходе которой обучающийся не только и даже не столько должен узнать, сколько научиться действовать, чувствовать, принимать решения и др.

При организации внеурочной деятельности в общеобразовательных учреждениях целесообразно использовать разнообразные формы организации деятельности обучающихся (экскурсии, кружковые и секционные занятия, клубные заседания, круглые столы, конференции, диспуты, школьные научные общества, олимпиады, соревнования, поисковые и научные исследования, общественно полезные практики и т.д.), которые отличны от организационных форм в урочной системе обучения.

Несомненно, внеурочная работа тесно связана с дополнительным образованием детей, когда дело касается создания условий для развития творческих интересов детей и включения их в художественную, техническую, эколого-биологическую, спортивную и другую деятельность. Связующим звеном между внеурочной работой и дополнительным образованием детей выступают различные факультативы, школьные научные общества, объединения профессиональной направленности, учебные курсы по выбору. В зависимости от целей и задач, решаемых ими, содержания и методов работы их можно отнести и к той и к другой сфере образовательного процесса.

Итак, системно-деятельностный подход в образовании – это не совокупность образовательных технологий, методов и приемов, это своего рода философия образования новой школы, которая дает возможность учителю творить, искать, становиться в содружестве с учащимися мастером своего дела, работать на высокие результаты, формировать у учеников универсальные учебные действия – таким образом, готовить их к продолжению образования и к жизни в постоянно изменяющихся условиях.

Через деятельность и в процессе деятельности человек становится самим собой. Как говорил С.И. Гессен, все «образование в школе должно быть организовано так, чтобы в нем ясно просвечивала будущая цель образования личности к свободному самоопределению» [Гессен, 1995].

Вместо простой передачи ЗУН от учителя к ученику приоритетной целью школьного образования становится развитие способности ученика самостоятельно ставить учебные цели, проектировать пути их реализации, контролировать и оценивать свои достижения, иначе говоря умение учиться.

Сформулируем основные принципы (требования) к обучению математике, ориентированные на формирование познавательных УУУ, в аспекте системно-деятельностного подхода.

Принцип нормативности предполагает моделирование процесса формирования познавательных УУД учащихся 5-6 классов на основе положений нормативных документов (ФГОС ОО, Основная образовательная программа).

Принцип последовательности заключается в поэтапности формирования познавательных УУУ, когда следующий её этап является логическим продолжением проводившейся ранее работы.

Принцип целесообразности предполагает разработку целевого компонента методики формирования познавательных УУД учащихся 5-6 классов в соответствии с требованиями ФГОС и целевого подчинения этому компоненту всех остальных компонентов модели.

Для реализации основных принципов формирования познавательных УУД учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике, способствующего формированию познавательных умений, выделим следующие основные дидактические принципы обучения математике:

- 1) принцип практической значимости;
- 2) принцип рефлексивности;
- 3) принцип систематического использования проблемных ситуаций и исследовательских заданий;

Рассмотрим более подробно содержание каждого из выдвинутых дидактических принципов.

Принцип практической значимости отражает связь обучения с жизнью, теории с практикой, моделирования и экстраполяции знаний на реальные ситуации жизни и деятельности. Практические знания, а также понимание условий и способов их применения расширяют диапазон возможностей и обогащают личный опыт школьника, делают теоретические знания более основательными и востребованными в повседневной жизни или для освоения необходимых знаний. Чем больше приобретаемые учащимися знания взаимодействуют с жизнью, применяются в практике, тем выше сознательность обучения и интерес к нему. Этот принцип позволяет учащимся переносить знания и умения из одной области практической деятельности в другую.

Принцип рефлексивности предполагает организацию самостоятельной познавательной деятельности учащегося с целью вовлечения его в процесс осмысления полученной информации, соотнесение ее с имеющимся личным социальным опытом и включение приобретенного нового содержания и способов деятельности в собственную практику. Рефлексия, осуществляемая по итогам совместной деятельности, позволяет сделать явными (а в случае необходимости – критически пересмотреть собственные) установки по отношению к окружающим и себе, внести коррективы в свое поведение и организацию учебной деятельности. Принцип рефлексивности отвечает за самоконтроль и потребность в деятельности, а также за формирование у учащихся умений систематически проводить самоанализ. В процессе проведения рефлексии студент получает возможность осознания ценностной составляющей осуществленной деятельности, что способствует формированию ценностно-мотивационного аспекта базовых ключевых компетенций школьника.

Принцип систематического использования проблемных ситуаций и исследовательских заданий в процессе обучения учащихся математике является частным проявлением дидактического принципа проблемности. В дидактике понятие проблемности в обучении является весьма абстрактным, обобщенным и фундаментальным и потому имеет производные от себя понятия (учебная проблема, проблемная ситуация, гипотеза, уровни проблемности, интеллектуальный поиск в процессе обучения, познавательная самостоятельность и т.д.). Данный принцип предполагает преднамеренное создание под руководством преподавателя проблемной ситуации и активной самостоятельной деятельности учащихся по ее разрешению в процессе выполнения исследовательского задания. Исследовательские задания необходимо включать в содержание учебной деятельности учащихся на всех этапах обучения математики, в результате чего и происходит творческое овладение знаниями, умениями и навыками, основами исследовательской деятельности.

1.3. Методическая модель формирования познавательных универсальных учебных умений в процессе обучения математике

В данном параграфе представлена методическая модель формирования познавательных УУУ обучающихся в процессе обучения математике.

При разработке этой модели мы следовали общим требованиям к созданию моделей.

Для продуктивного функционирования модели и обеспечения ее жизнедеятельности А.М. Новиковым и Д.А. Новиковым сформулированы три требования к её построению: ингерентность, простота и адекватность модели [Новиков,2012].

В нашем случае ингерентность обеспечивает достаточную степень согласованности создаваемой модели с образовательной средой, в которой ей предстоит функционировать. Простота модели достигается выбором наиболее существенных свойств моделируемого объекта, что обеспечит удобство работы с моделью и понимание её другими исследователями. Адекватность модели означает, что она достаточно полна, точна, истинна и позволяет достичь поставленной цели.

Формирования познавательных умений учащихся в процессе обучения математике происходит эффективно при создании определенных дидактических условий. К условиям обычно относят внешние и (или) внутренние обстоятельства, то, от чего что-либо зависит, согласно словарю С.И. Ожегова [Ожегов, 1992]. Под дидактическими условиями мы понимаем обстоятельства процесса обучения, которые являются результатом целенаправленного отбора, конструирования и применения средств, методов и организационных форм для достижения определенной дидактической цели. Цели обучения могут быть достигнуты посредством оптимального содержательного и методических подходов к организации учебного процесса. Отбор и структурирование содержания образования, выбор методов, форм и средств обучения регламентируются системой дидактических принципов.

К новым образовательным целям урока относятся цели, которые учащиеся формулируют самостоятельно и осознают их значимость лично для себя.

Как известно, процесс воспитания учащихся является очень сложным и требует многогранной работы преподавателей всех школьных дисциплин, поэтому нельзя рассматривать его как результат воздействия одного какого-нибудь фактора. На каком бы высоком теоретическом и идеальном уровне не проходил урок, трудно добиться воспитания желаемых качеств личности учащихся, если неорганизованно продумано систематическая работа в этом направлении во время внеклассных занятий.

В методической литературе и практике работы школ общепризнанными являются следующие формы внеклассной работы по математике: кружки, лектории, вечера, олимпиады, викторины, экскурсии и другие. В последние годы получили широкое распространение такие формы внеклассных мероприятий, как КВН, эстафета, конкурс, игра. Систематическое проведение различных форм внеклассной работы по предметам позволяет каждому школьнику найти занятия по интересам и склонностям. Внеклассная работа помогает учащимся выработать многие ценные качества личности, в том числе и такие, как чувство долга и ответственности.

В 5-6 классах в основном рассматривается история развития математики, история возникновения чисел; проблемы, решаемые отдельными отечественными математиками. Умелая подача учителем кратких исторических сведений и ярких впечатляющих эпизодов из жизни выдающихся ученых имеет большое воспитательное значение, особенно для учащихся 5-6 классов, которые в этом возрасте очень любят различные интересные и занимательные истории.

При проведении занятия с учащимися 5-6 классов основное выступление или доклад принадлежит самому учителю или учащимся старших классов, а ученики этих классов привлекаются как содокладчики. С целью приучения учащихся к чтению математической литературы, членам кружка следует

поручать подготовку рефератов-сочинений на исторические темы. При этом ученику дается тема, литература и конкретные рекомендации.

В тематику внеклассной работы должны быть включены вопросы, которые углубляют знания учащихся по математике и повышают интерес к предмету, а именно:

1. Решение задач, как связанных с темой доклада на занятии, так и не относящихся к ним.
2. Разные математические софизмы, задачи-шутки, геометрические иллюзии.
3. Практические работы, целью которых является ознакомление учащихся с практическим применением математических знаний и изготовление наглядных пособий по математике.

Тематика практических работ должна быть интенсивным продолжением изучения программного материала, пройденного в классе, должна способствовать более глубокому его усвоению.

Обучение в 5 классе затрудняется тем, что каждому ребенку необходимо приспособиться к новым учителям, новым предметам и новым уровням требований. Особенно много трудностей возникает у учащихся на уроках математики. Многое зависит от того, как поставит работу учитель, насколько удастся ему сделать безболезненным адаптационный период, насколько он увлечет учащихся своим предметом. Однако одних уроков для этого недостаточно, учащиеся испытывают потребность в систематической кружковой работе, направленной на решение следующих задач:

1. Повышение интереса учащихся к занятиям математикой. Кружковые формы работы позволяют использовать материалы, далеко не всегда «вписывающиеся» в рамки урока: исторические сведения, занимательные задачи и так далее. Чаше, чем на уроке, в кружковой работе удастся использовать игровые формы занятий с учащимися.
2. Расширение и углубление тем, входящих в содержание школьного курса математики. Правильно организованное занятие обеспечивает тесную связь урочных и внеурочных занятий, когда изученное на

уроках по-новому рассматривается, закрепляется, углубляется на внеклассных занятиях.

3. Развитие мышления учащихся, привитие им определенных трудовых навыков. Внеклассные занятия продолжают формирование математического мышления учащихся, выражающегося в изобретательности, логичности доказательности, оказывают заметное влияние на формирование трудолюбия, настойчивости.
4. Формирование эстетического отношения к математике. Этому служит и рассмотрение «красивых» задач и решений, и соответствующие оформления занятий. Дети получают определенный эмоционально-эстетический заряд: они готовят номера художественной самодеятельности с математическими упражнениями и выпускают стенгазеты, выполняют рисунки, сочиняют сказки с математическим содержанием, изготавливают простейшие головоломки и математические игры [Хуторской, 2004].

Исходя из этого, содержание должно определяться целями обучения математике в 5-6 классах, указанными в «Требованиях к математической подготовке учащихся». Основные задачи учителя математики 5-6 классов – расширить представление учащихся о числе, что осуществляет пропедевтику систематических курсов алгебры и геометрии.

Немаловажно и познавательное значение материала, его возможности для формирования материалистического мировоззрения учащихся.

Пропедевтика алгебраического подхода к работе с числами осуществляется и на уроках, но внеклассные занятия создают большие возможности для закрепления соответствующих навыков. Наиболее удобный материал для указных целей – числовые ребусы, в которых неизвестный материал закрепляет навыки выполнения арифметических операций с целыми числами. Пропедевтика геометрии – восприятие простейших геометрических объектов на наглядно-интуитивной основе. На занятиях необходимо добиться уверенного обращения детей с этими объектами, понимание их основных

свойств. Важную роль мы отводим играм с разными геометрическими головоломками на складывание и разрезание фигур, а также написанию детьми сказок, обыгрывающих свойства геометрических объектов [Канель-Белов,2001].

Перед курсом математики 5-6 классов не ставятся задача изложения этого предмета как логически стройной системы. Однако есть постоянная потребность в пропедевтики математического стиля мышления, подготовке учащихся к логически последовательным рассуждениям, пониманию простейших логических ошибок.

Согласно ФГОС ООО предполагается использование активных и интерактивных методов, как более действенных и эффективных.

- *Кейс-метод.* Задается ситуация (реальная или максимально приближенная к реальности). Ученики должны исследовать ситуацию, предложить варианты ее разрешения, выбрать лучшие из возможных решений.
- *Метод проектов* предполагает самостоятельный анализ заданной ситуации и умение находить решение проблемы. Проектный метод объединяет исследовательские, поисковые, творческие методы и приемы обучения по ФГОС.
- *Проблемный метод* — предполагает постановку проблемы (проблемной ситуации, проблемного вопроса) и поиск решений этой проблемы через анализ подобных ситуаций (вопросов, явлений).
- *Метод развития критического мышления через чтение и письмо* — метод, направленный на развитие критического (самостоятельного, творческого, логического) мышления. В методике предлагается своя структура уроков, состоящая из этапов вызова, осмысления и размышления.
- *Эвристический метод* — объединяет разнообразные игровые приемы в форме конкурсов, деловых и ролевых игр, соревнований, исследований.

- *Исследовательский метод* перекликается с проблемным методом обучения. Только здесь учитель сам формулирует проблему. Задача учеников — организовать исследовательскую работу по изучению проблемы.
- *Метод модульного обучения* — содержание обучения распределяется в дидактические блоки-модули. Размер каждого модуля определяется темой, целями обучения, профильной дифференциацией учащихся, их выбором [Мухина, 2004].

Выбор метода зависит от многих условий:

- цели обучения;
- уровня подготовленности учащихся;
- возраста учащихся;
- времени, отведенного на изучение материала;
- оснащенности школы;
- теоретической и практической подготовленности учителя.

Каждый метод обучения содержит в себе свой набор приемов, которые помогают наиболее эффективно реализовать метод на практике.

Выделенные принципы и дидактические условия формирования познавательных умений учащихся в процессе обучения математике позволили разработать структурную модель формирования познавательных умений учащихся (рис. 1) – как методическую модель обучения математике учащихся, способствующего формированию познавательных умений учащихся.

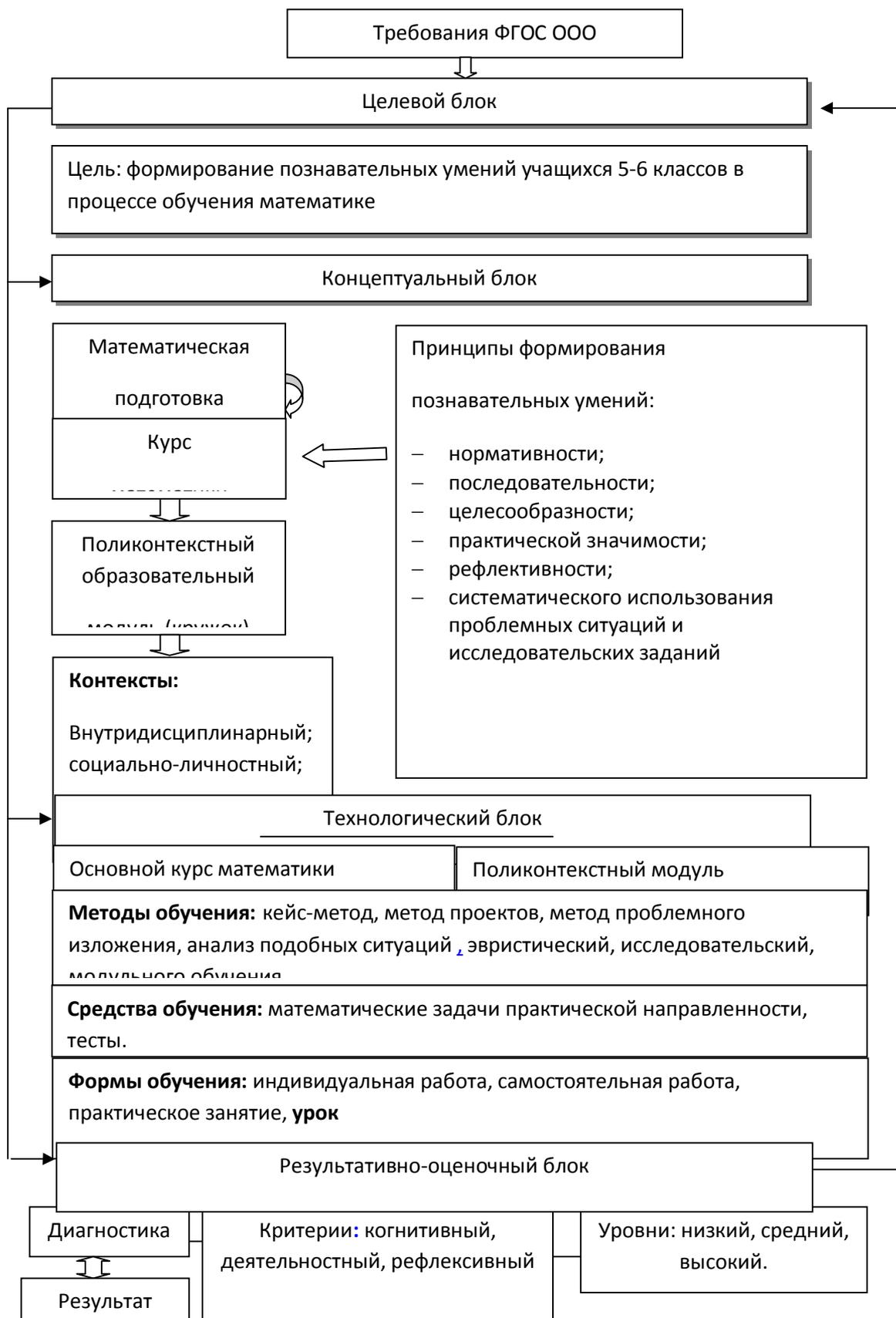


Рисунок 1- Методическая модель формирования познавательных умений учащихся

Итак, в этом параграфе мы сформулировали основные принципы формирования познавательных умений учащихся и основные принципы обучения математике, способствующей формированию познавательных умений, а также выделили основные дидактические условия формирования в процессе обучения математике, которые позволили разработать структурную модель формирования познавательных умений учащихся.

Выводы по главе 1

В ФГОС основного общего образования определены требования к личностным, метапредметным и предметным результатам обучающихся, включающие описание требований к формированию ценностно-смысловых установок. Ключевой задачей для достижения этих результатов является реализация программы формирования универсальных учебных действий, где ценностно-смысловую ориентацию учащихся обеспечивает формирование личностных универсальных учебных действий самоопределения и смыслообразования.

Формирование личностных УДД (ценностно-смысловых установок) происходит в ходе изучения учебных предметов и дисциплин, в метапредметной деятельности, организации форм учебного сотрудничества в рамках системно-деятельностного подхода, который предполагает ориентацию на результаты образования как системообразующий компонент ФГОС.

Познавательный интерес - потребностное отношение человека к миру, реализуемое в познавательной деятельности по усвоению содержания окружающего мира, важнейшее образование личности, которое формируется в социальных условиях и не является присущим человеку от рождения. Интерес школьника к окружающему миру, желание познать и освоить все новое - основа формирования этого качества. Развитие познавательных интересов зависит от уровня познавательной потребности школьника, с одной стороны, и уровня содержания и организации учебного процесса - с другой.

Выделили основные дидактические условия формирования познавательных умений учащихся в процессе обучения математике. Разработали структурную модель формирования познавательных умений учащихся.

Глава II. Методика формирования познавательных универсальных учебных умений учащихся 5-6 классов во внеклассной работе по математике

2.1. Постановка целей и содержание обучения математике, способствующие формированию познавательных умений у учащихся 5-6 классов

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (далее – Стандарт) представляет собой совокупность требований, обязательных при реализации основной образовательной программы основного общего образования образовательными учреждениями, имеющими государственную аккредитацию.

Отличительной особенностью нового стандарта является:

1. Стандарт второго поколения предъявляет новые требования к ожидаемым результатам общего образования.

2. В стандарте расширено количество субъектов, отвечающих за образовательные результаты.

3. Структура и содержание основной образовательной программы школы. В основу реализации основной образовательной программы положен системно-деятельностный подход, предполагает который смену модели построения образовательного процесса: необходимо перейти от модели «Чему учить?» к модели «Как учить?».

В рамках системно-деятельностного подхода ученик овладевает универсальными действиями, чтобы уметь решать любые задачи. Суть этого подхода может быть выражена в свернутой формуле: “деятельность – личность”, т.е. какова деятельность, такова и личность и вне деятельности нет личности.

Целью системно-деятельностного подхода является воспитание личности ребенка как субъекта жизнедеятельности. Быть субъектом – быть

хозяйном своей деятельности, ставить цели, решать задачи, отвечать за результат.

В учебной деятельности действие ребенка строится из связанных между собой задач:

- действие связано с принятием цели и принятием решения,
- эта компетентность связана со сформированностью оценочного действия,
- сформированность оценочного действия говорит о фактическом участии ребенка в учебном процессе.

4. В основе стандартов второго поколения лежит Концепция духовно-нравственного развития и воспитания личности, в которой впервые предложен (нормируется) современный воспитательный идеал гражданина Российской Федерации. Школа должна формировать у своих учеников такие познавательные умения как: формировать учебную мотивацию, стремление к познанию, критическое мышление, поиск и выделение необходимой информации и многое другое.

Особое внимание уделяется практико-ориентированной работе интегративного, межпредметного и творческого содержания. Это современная технология, реализующая системно – деятельностный подход в рамках реализации ФГОС, его основных признаков, этапов, развитие универсальных учебных действий (УУД) и критериев оценивания этапов.

Практико-ориентированная работа позволяет развивать специфические умения: распознавать проблему, формулировать цель работы, планировать необходимые действия, реализовывать намеченный план, находить и привлекать нужные ресурсы, оценивать и показывать результаты. На основе этого можно выделить основные этапы проектно - исследовательской работы по математике:

1. Проблематизация – формулировка проблемы. Ее выбор должен подчиняться правилам: быть интересной ученику, увлекать его,

соответствовать возрастным особенностям учащегося, быть оригинальной и, желательно, объективно новой.

2. Целеполагание – трансформация проблемы в личностно – значимую цель. Наличие проблемы и понимание конечной цели работы заставляет приступить к деятельности.

3. Планирование - порядок выполнения работы. Здесь же предполагается обсуждение наличия ресурсов.

4. Реализация – практическая часть осуществления плана. Сравнение полученного результата с первоначальным замыслом.

5. Рефлексия – этап осмысления, анализа допущенных ошибок, попыток увидеть перспективу работы, оценка своих достижений [Петровский,2005].

Завершается этап обычно презентацией найденного автором способа решения исходной проблемы, созданного им проектного продукта и самопрезентацией компетентности автора проекта. Так как деятельность для учащегося особенно значима тогда, когда он видит результаты своего труда, то учитель должен подумать, где могут быть выставлены работы его учеников.

Проектно - исследовательская деятельность предполагает формирование и развитие познавательных УУД - развитие умения видеть проблему, ставить вопросы, выдвигать гипотезы, структурировать тексты, делать выводы и умозаключения [Селевко,1998].

Овладение учащимися универсальными учебными действиями создает возможность самостоятельного, успешного усвоения новых знаний, умений.

Использование данной технологии в моей практике были мотивированными ситуациями на уроках, чтением научных статей, положительным результатом первых работ. Реализуемые проекты разнообразны по содержанию, формам, срокам, количеству участников.

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования математика входит в предметную

область «Математика и информатика». Изучение математики должно обеспечить: 1) осознание значения математики в повседневной жизни человека; 2) формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки; 3) формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Чтобы математические знания воспринимались учащимися как лично значимые, то есть действительно нужные ему, требуется постановка проблем, актуальных для ученика данного возраста, удовлетворяющих его потребности в познании. В организации учебно-воспитательного процесса важную роль играет сбалансированное соединение традиционных и новых методов обучения, использование технических средств.

Введение стандарта второго поколения во многом изменит школьную жизнь ребенка. Это и новые формы организации обучения, новые образовательные технологии, новая открытая информационно-образовательная среда, далеко выходящая за границы школы. На ступени основного общего образования у обучающихся должно быть сформировано умение учиться и способность к организации своей деятельности - умение принимать, сохранять цели и следовать им в учебной деятельности, планировать свою деятельность, осуществлять ее контроль и оценку, взаимодействовать с педагогом и сверстниками в учебном процессе.

2.2. Внеклассная работа по математике как условие формирования познавательных умений учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике

Успешность адаптации школьника к обучению в 5–6-х классах зависит от реализации преемственных связей между начальным общим и основным общим образованием. При решении проблемы преемственности, особенно в период адаптации вчерашнего младшего школьника к новым условиям обучения в 5-м классе, необходимо:

- учитывать психологические особенности 10–12-летних детей, вступающих в подростковый период развития, уровень познавательной деятельности, с которым ребенок перешел в 5-й класс;
- анализировать причины неуспешного адаптационного периода и возможности (пути) коррекции трудностей адаптации школьника.

Свидетельством дезадаптации школьников к условиям обучения в 5–6-х классах являются:

- снижение интереса к учению и успеваемости;
- появление признаков тревожности, неадекватных поведенческих реакций на замечания и реплики учителя;
- нарушения во взаимоотношениях со сверстниками.

Помощь обучающимся в этот трудный период связана с серьезной подготовительной работой учителей, приступающих к работе с пятиклассниками.

Необходимо:

- иметь четкие представления о целях и результатах образования на начальной и основной ступенях;
- наметить преемственные связи в содержании и методах обучения последнего этапа обучения в начальной школе (4-й класс) и первого этапа обучения в основной школе (5–6-й классы);

- знать специфику форм организации обучения, возможности развития учебного диалога, особенности стиля взаимодействия учителя и учащихся, учитывающего психологию общения младшего школьника.

При подготовке к уроку учитель должен стремиться создавать оптимальные условия для включения каждого ученика в активную познавательную деятельность; как можно чаще вносить элемент новизны; строить работу с учащимися таким образом, чтобы уровень сложности предъявленных заданий постоянно повышался; использовать приёмы дискуссии, спора, анализ жизненных ситуаций, в которых проявлялась бы жизненная позиция ученика. При изложении материала целесообразно делать акцент на занимательность, необычность, вызывающую интерес учащихся. Следует на каждом уроке находить возможности для поощрения учеников, создавая, тем самым, атмосферу успеха [Саранцев, 2001].

В связи с вышесказанным, можно сделать вывод, что формировать познавательные умения будет более эффективным на внеклассных занятиях по математике. Выделим основные характерные особенности внеклассной работы:

- некоторая произвольность выбора тематики занятий;
- разнообразие форм работы с учащимися; занимательность;
- выделение сравнительно небольшого учебного времени на одну и ту же тему.

Внеклассная работа с учениками 5-6 классов имеет свои дополнительные особенности.

Это недостаточно развитый, не сформировавшийся и ещё неустойчивый интерес к математике. Поэтому необходимо приложить усилия для того, чтобы интерес начал формироваться.

Надо учитывать, что разнообразие математических теорий и их приложений требуют способностей разного характера. Чтобы обнаружить,

какие именно способности могут развиваться у ученика, ему полезно принять участие в самой разнообразной математической деятельности.

Невозможно не учитывать такие особенности школьников 5-6 классов как обязательность, исполнительность. Поэтому к внеклассным занятиям по математике учащихся надо привлекать, не дожидаясь у них собственной инициативы.

В доброжелательности учителя, умении удивляться даже незначительным сдвигам в работе учеников, в поощрении проявляется педагогическое мастерство, степень влияния учителя на формирование и развитие интереса к математике.

В проведении внеклассной работы необходимо опираться на стремление учеников 5-6 классов с большим удовольствием выполнять кропотливые расчеты и выкладки. В этом возрасте мало развит «критицизм», присущий более взрослым учащимся, но очень популярны искренняя критика товарищей, нетерпимость к списыванию, ученики очень любят посильные индивидуальные поручения – подготовить доклад, сообщение, любят сказки, различные интересные весёлые истории.

Характерным для подростков является то, что игровой мотив одинаково действен для всех категорий учащихся как сильных и средних, так и слабых. Интересно при этом, что у учащихся более сильных большим уважением пользуются индивидуальные игры – соревнования на личное первенство, в которых они могут показать свои умственные способности, проверить свои волевые качества.

Средние и особенно слабые учащиеся охотнее участвуют в коллективных играх, в которых они совместно с другими могут добиться победы, испытать радость успеха. Влияние игровых ситуаций на учебную деятельность снижается в более старшем возрасте. Однако остаются эффективными игры с правилами – соревнования, конкурсы, турниры. Наибольший интерес представляют игры – соревнования на личное первенство или первенство всего класса. Большой интерес у старших

подростков вызывают игры с четко поставленными учебно-познавательными целями [Зуева, 2008].

Большинство школьных учебников по математике для 5-6 классов не содержат занимательных нестандартных задач или им отводят незначительное место в конце учебника. Учитель пользуется этими задачами лишь в том случае, если в конце учебного года осталось несколько свободных уроков, хотя и это бывает очень редко.

Школьные математические задачи, которые предлагаются учебниками, как правило, ограничиваются одной темой, не предусматривают широких связей между разделами курса математики.

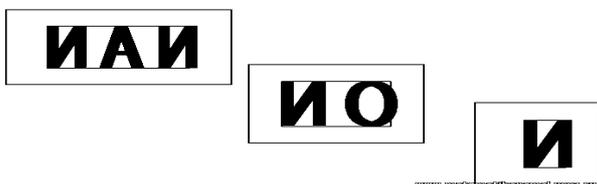
Эти задачи, в основном, иллюстративного характера, тренировочные упражнения, связанные с отработкой того или иного математического навыка. Однако на наш взгляд, решение задач при обучении математике, должно вызвать творческую активность учащихся, развивать их, побуждать к самостоятельной деятельности.

Для этого необходима постановка учебных математических задач проблемного характера, необходимо обучение учащихся общим приемам решения задач (деятельности поискового характера).

Обратимся к учебникам для 5 - 6 классов Н.Я. Виленкина, А.С. Чеснокова, С.И. Шварцбурда «Математика 5» и к учебникам И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович «Математика 5» и «Математика 6».

В тексте учебников мы, практически, не находим ни одной задачи поискового характера, однако обратим внимание на задачи повышенной сложности. Здесь, как мы считаем, есть задачи относящиеся к поисковым.

Задача 1. Однажды на досуге Иа-Иа и Пятачок решили попробовать зашифровать цифры буквами. Иа-Иа удалось записать некоторое трехзначное число, затем сумму его цифр, а затем сумму цифр этой суммы. Вот что у него получилось:



А Пятачок проделал то же самое с другим трехзначным числом. У него получилось

так:



Постарайтесь разгадать, какое число записал Иа-Иа, а какое Пятачок [Мордкович, 2013].

Решение.

$$И + О = И \text{ значит } О = 0 \text{ (нулю)}$$

$$И + А + И = 10 * И$$

$A = 8И$ т.к. A и $И$ цифры, то $A \neq 9$. Т.к. A делится на 8 и $A \neq 0$, то $A = 8$, тогда $И = 1$.

г) Рассуждая аналогично получим $О = 0$ и для системы

$$\text{Пятачка. } П + 4 + П = 10 * 4$$

$$2П = 94$$

$2П$ — четное число меньше либо равное 18 и делящееся на 9.

Значит $2П = 18$, $П = 9$. Значит $Ч = 2$.

Ответ: $О = 0$, $И = 1$, $A = 8$, $Ч = 2$, $П = 9$

Задача 2. Прохожий заметил идущий на остановку автобус в 180 метрах позади себя. Чтобы не опоздать, он побежал и через 12 секунд

прибежал на остановку одновременно с автобусом. С какой скоростью пришлось бежать прохожему, если известно, что автобус движется со скоростью 19 м/сек? [Мордкович, 2013].

Решение.

Пусть x — скорость пешехода.

Тогда $19-x$ — скорость сближения автобуса и пешехода.

$$(19 - x) \times 12 = 180 \quad 19-x=15 \quad x=4$$

Ответ: скорость пешехода 4 км/ч.

Задача 3. В записи 123456789 расставьте между некоторыми цифрами знак «+» или «-» так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 100 [Виленкин, 2009].

Решение.

12-3-4+5-6+7+89. Из этого представления легко следует ещё одно 12+3+4+5-6-7+89. Дальнейшие поиски приведут, по крайней мере, ещё к четырем решениям: 123+45-67+8-9; 123-45-67+89; 123-4-5-6-7+8-9.

Ответ: 12-3-4+5-6+7+89; 12+3+4+5-6-7+89; 123+45-67+8-9; 123-45-67+89; 123-4-5-6-7+8-9.

От учащихся пятого класса, очевидно, не нужно требовать доказательства того факта, что других решений нет. Сами поиски различных решений приносит интерес.

Задача 4. Квадрат разделён на 9 равных клеток. Расставьте в этих клетках числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, чтобы сумма чисел в каждой строке и в каждом столбце равнялась 15. [Виленкин, 2009].

Решение.

Так как сумма всех однозначных чисел 45, то решение задачи возможно (строк 3 и столбиков 3). При решении задачи используем представление числа 15 в виде суммы трех однозначных чисел.

Заметим, что это решение не единственное. Есть и другие решения, поиски которых доставят пытливым учащимся истинное удовольствие.

Итак: - задачи, приведенные в учебных пособиях, служат часто только локальной цели обучения математики, являются средством сознательного усвоения школьниками текущего программного материала.

Лишь в отдельных случаях задачи выступают в явном виде, как средство математического развития учащихся, формирования у них познавательного интереса и самостоятельности, развития математических способностей.

Система задач, представленная в действующих учебниках математики, на наш взгляд, не обладает должной полнотой и последовательностью, необходимой для обеспечения развития познавательных умений учащихся.

С каждым годом все больше и больше появляется литературы с занимательными задачами. Это разнообразие может помочь учителю в проведении внеклассных занятий по математике.

Проанализировав соответствующую литературу:

1) Внеклассная работа по математике 5-6 кл. под редакцией С.И. Шварцбурда [Шварцбурд, 1974],

2) Козлова Е.Г. Сказки и подсказки: задачи для математического кружка [Козлова, 2004],

3) Шарыгин И.Ф, Шевкин А.В. Задачи на смекалку [Шарыгин, 2013],
мы выделили задачи, которые, на наш взгляд, помогут учителю на внеклассных занятиях по математике с учащимися 5-6 классов.

Мы классифицировали их по способам решения, так как многие на первый взгляд совсем разные задачи, решаются похожими способами (Приложение А).

Классифицированные задачи мы объединили по темам:

1. Задачи, связанные с натуральными числами.
2. Задачи на переливание и взвешивание.
3. Геометрические задачи.

4. Логические задачи.

5. Принцип Дирихле.

В первую тему мы включили: задачи на составление выражений; числовые ребусы; задачи связанные с римской записью натуральных чисел; задачи на поиск закономерностей в данных рядах натуральных чисел; задачи на выявление свойств в данных рядах натуральных чисел; задачи на четность и нечетность.

При решении задач на четность учащиеся должны вспомнить и воспользоваться свойствами четных и нечетных чисел:

- Сумма двух четных чисел - четное число;
- Сумма двух нечетных чисел – четное число;
- Сумма четного и нечетного чисел - нечетное число.

Во второй теме приведены задачи, взятые из жизни и связанные с бытом учащихся.

Тема «Геометрические задачи» содержит два раздела: первый раздел – рисование фигур на клетчатой бумаге; второй раздел – геометрия в пространстве.

В четвертой теме собраны задачи, правильное решение которых чаще всего не требует никаких дополнительных знаний. К более сложным задачам нужно применить ряд логических цепочек.

Довольно часто в задачах, где требуется доказать какое-либо утверждение, можно рассмотреть самый неудобный, худший случай, в котором утверждение кажется наиболее «подозрительным». Если мы докажем утверждение в этом худшем случае, то тем более оно будет верно и в остальных случаях. Поэтому при решении задач на тему «Принцип Дирихле» нужно правильно определить этот худший случай.

2.3. Разработка и апробация методики организации внеклассной работы по математике, направленной на формирование познавательных умений у учащихся 5-6 классов

Внеклассное игровое мероприятие по математике для 5–6-х классов.
Тема: "«Математическое сражение»".

Данное внеклассное мероприятие рассчитано на учащихся 6-х классов.
Участвуют три команды.

Цель: развивать математические способности, логическое мышление, сообразительность, любознательность, укреплять память учащихся; развивать и укреплять интерес к математике.

Задачи:

- углубление знаний учащихся по математике;
- формирование умений: сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знания в новую ситуацию;
- содействие воспитанию интереса к математике и ее приложениям, активности, умению общаться.

Оборудование и материалы: раздаточный материал для конкурсов «Счетчики», «Арифметическое ассорти», «Геометрический»; проектор, экран.

ХОД ИГРЫ

Вступление

Математика повсюду, глазом только поведешь. И примеров сразу уйму, ты вокруг себя найдешь. Каждый день, вставая бодро, начинаешь уж решать: идти тихо или быстро. Чтобы в класс не опоздать. Вот строительство большое. Прежде чем его начать. Нужно все еще подробно начертить и рассчитать. А иначе рамы будут с перекосом, потолок провалится. А кому, друзья, скажите, это может нравиться? Ох, скажу я вам, ребята, все примеры не назвать. Но должно быть всем понятно, что математику нам надо знать на пять.

1. Разминка (10 мин) – 7 баллов

Вопросы для 1 команды:

1. Назовите наименьшее натуральное число.
2. Как найти неизвестное делимое?
3. Бежала тройка лошадей. Каждая лошадь пробежала 5 км.

Сколько километров пробежала каждая лошадь?

4. Можно ли при умножении получить 0?
5. Сколько килограммов в половине тонны?
6. К натуральному числу справа приписали три нуля. Во сколько раз увеличилось число?
7. Многогранник из Египта.

Вопросы для 2 команды:

1. Назовите число разрядов в классе.
2. Как найти неизвестный делитель?
3. Идет старуха в Москву, а навстречу ей три старика.

Сколько человек шло в Москву?

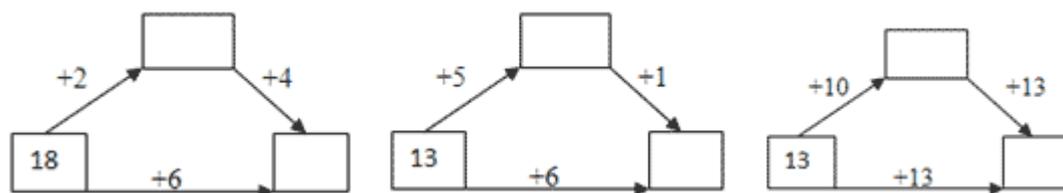
4. Единица с шестью нулями?
5. Формула периметра прямоугольника со сторонами a и b .
6. Без чего не могут обойтись охотники, барабанщики и математики?
7. Умножить десятичную дробь на 1000, это значит...

Вопросы для 3 команды:

1. Назовите наименьшее двузначное число.
2. Как найти неизвестное уменьшаемое?
3. Пара лошадей пробежала 40 км. По сколько километров пробежала каждая лошадь?
4. Чему равно произведение 13; 15; 0 и 0,1?
5. Формула площади квадрата со стороной a .
6. Что найдем, если расстояние разделить на время?
7. Умножить десятичную дробь на 0,001, это значит...

2. Конкурс «Счетчики» (10 мин.)

1. (1 балл). Какое число пропущено?



(1 балл) 2. Подчеркните те числа, которые делятся на число:

1 команда на число 3 32; 36; 43; 54; 48; 10; 17; 21; 23; 30

2 команда на число 4 13; 8; 24; 5; 36; 11; 60; 26; 100; 25

3 команда на число 5 12; 15; 16; 17; 45; 50; 18; 21; 55

3. Вычислите:

(По 1 баллу)

(По 2 балла)

$$(273+96)+37$$

$$42 \times 97 + 42 \times 3$$

$$482+996+58+4$$

$$(792+689)-592$$

$$2 \times 15 \times 2 \times 5 \times 9 \times 2 \times 5$$

$$183 \times 8 - 173 \times 8$$

$$2 \times 8 \times 25 \times 5 \times 3$$

$$171 \times 52 - 52 \times 71$$

(2 балла) 3. Конкурс «Кто быстрее?» (5 мин.)

Первый участник команды выбегает к доске, где нарисованы квадраты с числами и начинает считать с наименьшего числа, называет два числа, садится, выбегает следующий и т. д.

5 0 0 6 5 9 3 8 4 4 6 1

9 6 7 2 4 6 9 7 7 5 0 7

1 4 8 5 0 7 0 2 3 9 6 2

3 7 9 8 1 6 8 5 9 8 5 8

(4 балла) 4. Конкурс «Арифметическое ассорти» (10 мин.)

Расставьте знаки действий для получения обозначенного результата.

1 команда

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 30$$

$$2 \ 2 \ 2 \ 2 = 111$$

2 команда

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 75$$

$$2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 = 28$$

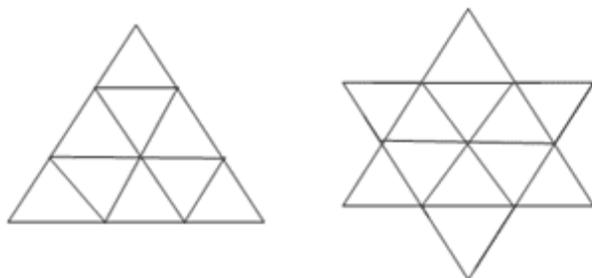
3 команда

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 26$$

$$3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 = 100$$

(4 балла) **5. Конкурс «Геометрический»** (10 мин.)

1. Посчитайте треугольники на рисунках.



2. Обведите фигуры одним росчерком, т. е. не отрывая карандаша от бумаги.



6. Конкурс «Словарик»

Напишите математические слова, начинающиеся с буквы «П». Одинаковые слова вычеркиваются, баллы ставятся по количеству оставшихся слов.

7. Подведение итогов

Игра «За кулисами математики»

Цель:

1. Расширить круг знаний учащихся.
2. Способствовать выявлению знаний и умений у учащихся в нестандартных ситуациях.

3. Урок в игровой форме помогает учащимся расслабиться и проявлять больше интереса к уроку математики.

4. Уметь работать в коллективе, уважая друг друга.

Оборудование:

Барабан, который разделён на 3 части (красный - загадки, сказки, жёлтый - математическое многоборье, зелёный - думай, решай, отгадывай, синий - логические задачи)

2. Волчок со стрелкой.

3. Карточки с вопросами: 7красных, 7желтых, 7синих, 7зеленых.

4. Игра с болельщиками:

а) ребусы;

б) для конкурса «Знаете ли вы единицы измерения»
1=100; 1=10; 1=1000; 1-10000,

5. Математические газеты, на доске надписи:

1. тур - Гонка за лидером,

2. тур– Ты - мне, я - тебе,

3. тур - Дальше, дальше.

ХОД ИГРЫ

Играет музыка

Почему торжественно вокруг?

Слышите, как быстро смолкла речь

Это о царице всех наук поведём сегодня с вами речь.

Есть о математике молва,

Что она в порядок ум приводит

Потому хорошие слова

Часто говорят о ней в народе.

Ты, нам, математика даёшь

Для победы трудностей закалку

Учится с тобою молодёжь

Развивать и волю, и смекалку.

Мы сегодня собрались в этом классе на урок математики,

И на этом уроке мы будем играть в игру "Счастливым случаем".

Представляю команды.

Объявляется 1 тур. Он называется "Гоним за лидером".

Объясню правила. Посмотрите внимательно на наш барабан. Он разделён на 4 сектора. На красном секторе зашифрованы загадки и сказки. На жёлтом секторе - вопросы, касающиеся математического многоборья. А в синем находятся логические задачи. Зелёный сектор называется - думай, решай, отгадывай.

Сейчас, по одному представителю от команд подходят и по очереди крутят на барабане волчок, и выбирают для себя вид вопроса. Вопросы разложены у меня на столе. Они также различаются по расцветке. На обдумывание любого вопроса даётся не более одной минуты. Итак, объявляю 1 тур "Гоним за лидером" - удар гонга. Дети подходят к барабану 3 раза и выбирают себе по 3 вопроса, сразу друг за другом. После чего объявляется: 1 тур завершился - удар гонга.

Музыкальная пауза: 3 человека поют частушки,

2 тур «Ты - мне, я - тебе». Вопросы задают друг другу команды, каждая команда приготовила по 2 пословицы. Соперники должны будут правильно их объяснить. Время на обдумывание 1 мин.

1. Заблудиться в 3 - х соснах»
2. Ум хорошо, а два лучше.
3. До седьмого пота.
4. Первый блин комом.

Впоследствии того, как пословицы будут объяснены, ведущий объявляет: 2 тур завершен - удар гонга. Объявляется игра с болельщиками.

1. «Хорошо ли вы знаете единицы измерения?»

Болельщики каждой команды отвечают по очереди, за каждый правильный ответ получают фишку. Задаю вопрос «ответьте, в каком случае ...» и таблицу. (н-р 1 час - 60 мин., 1 мин - 60 сек.)

$$100 = 1 ; 1 - 10 ; 1 - 1000 ; 1 \cdot 10000$$

$$1 \text{ р.} = 100 \text{ к.}, 1 \text{ см.} = 10 \text{ мм.} 1 \text{ кг.} = 1000 \text{ гр.}$$

$$1 \text{ ц.} = 100 \text{ кг.} 1 \text{ т.} = 10 \text{ ц.} 1 \text{ км.} = 1000 \text{ м} 1 \text{ га} = 10000 \text{ м}^2$$

$$1 \text{ м.} = 100 \text{ см.} 1 \text{ дм.} = 10 \text{ см.} 1 \text{ т.} = 1000 \text{ кг.}$$

2. Ребусы. Разгадайте ребусы:

Р 1 а ; 40а; па 3 от ; по2л; с3ж; (7)

Объявляю 3 тур «Дальше, дальше, ...» . Участники команд должны дать ответ за 1 мин. на максимально большее количество вопросов. Если ответа нет, то, не долго думая, говорите «Далее», и я буду задавать другой вопрос.

Начинает команда ба кл.

1. Результат сложения? (сумма).
2. Как называются числа, используемые при счёте предметов? (натуральные).
3. Замените слова: Умножение, Деление, Сложение, Вычитание одним общим словом (действия).
4. Часть прямой, ограниченная с обеих сторон? (отрезок)
5. Сумма длин всех сторон треугольника? (периметр)
6. Прямоугольник с одинаковыми сторонами? (квадрат)
7. Инструмент для построения окружностей? (циркуль)
8. Сколько будет 9 умножить на 8? (72).
9. Как в старину называлось расстояние между концами расставленных большого и указательного пальцев? (пядь)
10. Чему равны 100 см.? (1 м.)
11. Как называется результат деления? (частное)
12. Часть прямой имеющая начало, но не имеющая конца? (луч)
13. Переместительный закон сложения? ($a+b = b+a$).
14. Как называется многоугольник, у которого 3 стороны? (треугольник)
15. Назовите не натуральное число? (0).
16. Число разрядов в классе? (3)

17. Одно яйцо варят 4 мин. Сколько будут варить 5 яиц? (4 мин.).
18. Инструмент для измерения отрезков? (линейка)
19. Сколько минут в 2-х часах? (120 мин.)
20. Как называются числа, которые складывают? (Слагаемые).
21. Сколько будет 7 умножить на 8? (56)
22. Сколько на берёзе яблок, если 8 сучков, на каждом сучке по 5 яблок? (на берёзе яблок нет)

Команда 6в класса.

1. Сотая часть числа? (процент)
2. Прибор для измерения углов? (транспортир)
3. Наименьшее натуральное число? (1).
4. Можно ли при умножении получить 0? (да)
5. Что легче 1 кг. железа или 1 кг. пуха ? (равны).
6. Чему равен пуд? (16 кг.)
7. Градусная мера развёрнутого угла? (180)
8. Прибор, предназначенный для построения окружностей? (циркуль)
9. Какое число имеет только 2 делителя? (простое).
10. Единица измерения массы драгоценных камней? (карат),
11. Равенство, содержащее букву, значение которой надо найти?
(уравнение)
12. Двое играли в шахматы два часа. Сколько времени играл каждый?
(2 ч.).
13. Какие натуральные числа имеют более двух делителей? (составные)
14. Что означает формула: $S=a \cdot b$? (Площадь прямоугольника)
15. Единица измерения скорости на море? (миля, узел)
16. Чему равна $\frac{1}{4}$ часть часа? (15 мин.)
17. Отрезок, который соединяет точку окружности с центром? (радиус)
18. Какую часть часа составляет 20 мин.? ($\frac{1}{3}$)
19. Тройка лошадей пробежала 30 км. Сколько км. пробежала каждая лошадь ? (30 км.).

20. Место, занимаемое цифрой в записи числа? (разряд)

21. Как называется сумма длин сторон четырёхугольника? (периметр).

22. Как называется дробь, у которой числитель больше знаменателя?
(неправильная)

Подошёл к концу 3 тур. Пока подводятся итоги, объявляется «театральная пауза». Сценка «Треугольник и квадрат».

Объявляются итоги игры. Команды награждаются грамотами и призами.

Логические задачи (синий).

1. Тройка лошадей проскакала 90 км. Сколько километров проскакала каждая лошадь?

2. 60 листов книги имеют толщину листа 1 см. Какова толщина всех листов, если в ней 240 стр.?

3. Крыша одного дома не симметрична: один скат ее более пологий, чем другой. Предположим, что петух откладывает яйцо на гребень крыши. В какую сторону упадет яйцо: в сторону более полого или крутого ската?

4. Это слово имеет латинское происхождение, а значение её: «лён, льняная, нить, шнур, верёвка ". Назовите это слово в том значении в каком мы употребляем его сейчас? (линия).

5. У меня две монеты на общую сумму 15 копеек. Одна из них не пятак. Что за монеты?

6. В клетке находились 4 кролика. 4 ребят купили по 1 кролику и один кролик остался в клетке. Как это могло получиться ?

7. Петух, стоя на одной ноге весит 4 кг. Сколько он будет весить, стоя на двух ногах?

2. Загадки, сказки.

1. Сговорились две ноги, делать дуги и круги* (циркуль).

2. По десятку на шесточке

Сели умные кружочки

И считают громко вслух,

Только слышно стук, да стук. (счёты).

3. 5 чуланов, 1 дверь. (перчатка).

4. Много рук, одна нога. (дерево).

5. Сказка о Василисе Прекрасной.

6. Сказка о Волке, козе, капусте.

7. Назвать 8 произведений (сказки, повести, фильмы) в названии которых встречаются числа

3. *Думай, решай, отгадывай.*

1. Три одинаковых яблока тяжелее, чем четыре одинаковые груши.

Что тяжелее: 4 яблока или 5 груш?

2. Врач прописал Кате 3 таблетки, указав, что каждую таблетку надо принимать через 20 мин. На какое время хватит этих таблеток (40)мин.

3. Какое число надо поставить вместо x в уравнение $12 \div x = 7 - x$ чтобы получилось верное равенство. ($x=3$; $x=4$)

4. Во время сбора грибов мальчик 5 раз переходил поперёк одной и той же железной дороги. По одну или по разные стороны от полотна железной дороги находятся мальчик и его дом?

4. *Геометрические задачи.*

1. Разделить тремя линиями мышек от кошек.

2. Сколько на рисунке треугольников (15).

3. Покажи лоб, в котором семь пядей. (Нет).

4. В древней Греции в качестве единиц измерения длины применялись, кося сажень (248см.) маховая сажень (176 см.) локоть(45см.). Покажи на себе эти единицы измерения.

5. Вели прямоугольные участки - земли огорожены заборами одинаковой длины, то площади этих участков равны. Согласны ли вы с этим утверждением.

6. Если у стола отпилить угол, сколько остаётся углов? (5)

7. Как из двух спичек сделать 10? (X)

5. Подведение итогов.

Работа по апробации разработанной системы задач проводилась в МБОУ СОШ № 2 г. Канска в 6^а и 6^б классах. Учебная мотивация учащихся 6^б класса ниже, чем в 6^а классе. Мотивация у девочек выше, чем у мальчиков. Мною было проведено только два занятия. Анализ содержания данных заданий и проведенным мной занятиями показали, что, работая, используя данные задания, учащиеся, имеют возможность овладевать отдельными видами универсальных учебных действий. Их содержание способствует формированию познавательных универсальных учебных действий. Есть задания, где требуется написать план решения задачи, самостоятельно составить условие задачи по имеющемуся рисунку и провести оценку представленного решения. Также в определенных заданиях нужно обосновать свой ответ, способ решения, само решение или мнение относительно определенного случая.

Проведенные занятия позволили сделать некоторые предварительные выводы:

подобранный нами материал по указанным темам посилен учащимся, они с интересом и активно работали на занятиях. Эти занятия показали, что выполнение этих заданий не вызывает затруднений; логические задачи заинтересовали учащихся; действия с числами вызвало наибольший интерес у учащихся.

Выводы по главе 2

Был проведен анализ методической и психолого-педагогической литературы, для выделения особенностей внеклассной работы с учащимися 5-6 классов. Так же в работе были рассмотрены общая характеристика внеклассных мероприятий в соответствии с ФГОС, технология проведения, структура, требования к подбору задач, особенности форм внеклассной

работы по математике, и самая ее главная особенность - укрепление и развитие познавательного интереса.

Выделили основные характерные особенности внеклассной работы:

- некоторая произвольность выбора тематики занятий;
- разнообразие форм работы с учащимися; занимательность;
- выделение сравнительно небольшого учебного времени на одну и ту же тему.

Проведен анализ школьных учебников для создания системы задач, способствующие развитию познавательного интереса учащихся. Также проведена апробация представленной методики, которая показала, что подобранные задачи посильны учащимся и интересны.

Заключение

В ходе работы были решены следующие задачи:

1. проведен анализ информации по классификациям задач в программах и учебниках по математике различных авторов для общеобразовательных школ (5 – 6 кл.) с целью отбора содержания системы задач;
2. разработана структурная модель для формирования познавательных умений учащихся;
3. был отобран материал для системы задач;
4. составлена система задач;
5. по разработанной системе задач были проведены занятия в МБОУ СОШ №2 г.Канска, в 6 классах. Результаты проанализированы.

В нашей работе был проведен анализ методической и психолого-педагогической литературы, для выделения особенностей развития познавательных умений в рамках системно-деятельностного подхода, а также особенности внеклассной работы с учащимися 5-6 классов. В работе были рассмотрены общая характеристика внеклассных мероприятий в соответствии с ФГОС, технология проведения, структура, требования к подбору задач, особенности форм внеклассной работы по математике, и самая ее главная особенность - укрепление и развитие познавательного интереса.

Проанализировав литературу, связанную с различными классификациями задач, мы выделили 5 видов занимательных задач, по которым отобрали содержание представленной системы задач.

Внеклассная работа по математике предоставляет школьникам дополнительные возможности для развития способностей, прививает интерес к математике. Главное назначение внеклассной работы - не только расширение и углубление теоретического материала, изученного на уроках,

но и развитию умений применять полученные на уроках знания к решению нестандартных задач.

Таким образом, все поставленные задачи решены, цель исследования достигнута, гипотеза исследования экспериментально подтверждена.

Библиографический список

1. Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. Второй этап XXVIII Всероссийской математической олимпиады школьников в Московской области // Математика в школе. 2002. № 3.
2. Асмолов А. Г. , Бурменская Г. В. , Володарская И. А. и др. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя /— 2-е изд. — М.: Просвещение, 2011.
3. Бабинский И.Л., «Задачи математических олимпиад», «Наука»,2010
4. Барсукова Е.В. «Метод совместного творчества при организации исследовательской деятельности обучающихся»,2016
5. Баврин И.И., Фрибус Е.А. Занимательные задачи по математике. М.: Владос, 2003.
6. Бим-Бад Б. М.. Педагогический энциклопедический словарь. М.: Большая Российская энциклопедия, 2008
7. Битуова Д.Р. Одаренные дети: проблемы и перспективы // Исследовательская деятельность школьников. — № 3. — 2005. — 157 с.
8. Виленкин Н.Я., Жохов В.И. и др. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Мнемозина, 2009.
9. Виленкин Н.Я., Жохов В.И. и др. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Мнемозина, 2009.
10. Гессен С.И. Введение в педагогику. М.: Школа-Пресс, 1995
11. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. М.: Академия, 2003. 432 с.
12. Данилюк А.Я., Кондаков А. М., Тишков В. А.. Концепция духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России в

- сфере общего образования. Рос. акад. образования. М.: Просвещение, 2009.
13. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Кн. для учителя. М.: Просвещение, 2003.
 14. Зубарева И.И. Мордкович А.Г. Математика. 5 класс. Издание: 14-е изд., испр. и доп. - М.: Мнемозина, 2013
 15. Зубарева И.И. Мордкович А.Г. Математика. 6 класс. Издание: 14-е изд., испр. и доп. М.: Мнемозина, 2013
 16. Зубелевич Г.И. «Занятие математического кружка» // Квант. 1980. №6. С.79
 17. Зуева М.Л. Формирование ключевых образовательных компетенций при обучении математике в средней (полной) школе: дис. канд. пед. наук: 13.00.02. Ярославль, 2008. 196 с.
 18. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2001
 19. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Педагогический словарь: Для студ. высш. и сред. пед. учеб. заведений. М.: И; М.: Издательский центр «Академия», 2005. С.14.
 20. Кононов А.Я. Математическая мозаика. Занимательные задачи для учащихся 5–11 классов. М.: Педагогическое общество России, 2004.
 21. Козлова Е.Г. Сказки и подсказки задачи для математического кружка. М.: МЦНМО, 2004.
 22. Кушнер Ю.З. Методология и методы педагогического исследования: учебно-методическое пособие. Могилев: МГУ им. А.А. Кулешова, 2001. 66 с.

- 23.Ларина В.П., Ходырева Е.А., Окунев А.А. Лекции на занятиях творческой лаборатории «Современные педагогические технологии».- Киров: 1999 – 2002.
- 24.Ляудина Д. В., Сиделева Н. А., Федченко А. В.. Формирование регулятивных УУД при изучении линии «Уравнения» у учащихся 5-7 классов - URL http://pspu.ru/university/fakultety-i-instituty/matematiceskij/kafedry/kafedra-vysshej-matematiki/konferencii/konferencii_Vseross17
- 25.Лященко, Е.И., Мазаник А.А. Методика обучения математике. Минск: Народная асвета, 1976.
- 26.МанвеловС.Г. Конструирование современного урока. - М.:Просвещение, 2002.
- 27.Мерлина Н.Н. Дополнительное математическое образование школьников (Состояние. Тенденция. Перспективы). М.: Гелиос АРВ, 2000.
- 28.Мухина С.А., Соловьева А.А. Нетрадиционные педагогические технологии в обучении. Ростов н/Д.: Изд-во «Феникс», 2004. 384 с.
- 29.Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология научного исследования, М.: Либроком. – 280 с.
- 30.Ожигина С.П. Формирование УУД моделирования у школьников при преобразовании содержания учебного материала.Вестник Череповецкого государственного университета,2011
- 31.Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка: 72500 слов и 7500 фразеологических выражений / Рос. АН, Ин-т рус. яз., Рос. фонд культуры. М.: Азъ, 1992
- 32.Петерсон А.Г., Агапов Ю.В., Кубышева М.А., Петерсон В.А. «Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. М., 2006.»

- 33.Петровский А. В., Ярошевский М. Г..Психологический словарь. 2-е изд., испр. и доп. М.: Политиздат, 2005 С.45.
- 34.Пойя Д. Как решить задачу. Либроком, 2010.С.37-38.
- 35.Поливанова К.Н. Проектная деятельность школьников: пособие для учителя. М.: Просвещение, 2011. 192 с.
- 36.Равен Дж. Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация: Пер. с англ. - М., 2002.
- 37.Саранцев Г.И. Методология методики обучения математике. Саранск: «Красный Октябрь», 2001. 144 с.
- 38.Секретарева Л.С. Формирование геометрических представлений младших школьников на основе поисковой деятельности,2007. 22 с.
- 39.Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: учебное пособие. М.: Народное образование, 1998. 256 с.
- 40.Спивак А.В. Математический праздник. М.: Бюро Квантум, 2004.
- 41.Темербекова А.А. Методика преподавания математики: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. М.: ВЛАДОС, 2003.
- 42.Тоистева О.С. Системно-деятельностный подход: сущностная характеристика и принципы реализации // Педагогическое образование в России №2 – 2012 – С. 200-201.
- 43.Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования.[Электронный ресурс]. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/938>(дата обращения 29.10.2017).
- 44.Федеральный перечень учебников, рекомендованных Министерством образования Российской Федерации к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях на 2004/2005 учебный год // Математика в школе. 2004. №5.

45. Федченко А.В. Нестандартные задачи по математике как средство формирования УУД во внеклассной работе учащихся 5-6 классов. Молодежь и наука XXI век \\ Международный научно-практический форум студентов, аспирантов молодых ученых, посвященный 85-летию КГПУ им.В.П.Астафьева– Красноярск, 2017. – 247 с.
46. Федченко А.В., Столярова Н.А., Анганзорова Н.В. Элективный курс «Избранные вопросы математики» для учащихся 10 классов. // Человек, семья и общество: история и перспективы развития материалы IV Международного научно-образовательного форума. Красноярск, 10–11 ноября 2016
47. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования // Народное образование. 2003 № 2. С. 58-64.
48. Хуторской А.В. Формы, методы и приемы обучения / В кн. "Практикум по дидактике и современным методикам обучения". СПб: Питер, 2004.
49. Чулков П.В. Математика: Школьные олимпиады: Метод, пособие. 5-6 кл. М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2004.
50. Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия. 5-6 кл.: пособие для общеобразовательных учреждений. / – М.: Дрофа, 2013.
51. Шарыгин, И.Ф. и др. Математика: Задачи на смекалку: Учебное пособие для 5-6 классов общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2000. С.95.
52. Шварцбурд С.И.. Внеклассная работа по математике. М.: Просвещение, 1974.
53. Шейнина О.С., Соловьёва Г.М. Математика. Занятия школьного кружка. 5-6 кл. М.: НЦ ЭНАС, 2004.

54. Шашкина М.Б., Шкерина Л.В. Измерение компетенций студентов на основе проблемных педагогических ситуаций. Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2012, №4. С.-201
55. Шкерина Л.В., Дьячук П.П. Индуктивный порог формирования алгоритмического процесса решения математических задач. Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева.-№2.
56. Шкерина Л.В. Измерение и оценивание уровня сформированности профессиональных компетенций студентов-будущих учителей математики. Красноярск, 2014
57. Шкерина Л.В. Кластерное обучение математике в вузе на основе поликонтекстного содержания как условие формирования его профессиональных компетенций. Человек, семья и общество: история и перспективы развития материалы II Международного научно-образовательного форума. Красноярск, 14–16 ноября 2013 г.
58. Шкерина Л.В. Профильное исследование. Междисциплинарный научно-образовательный модуль. Проектирование и реализация, КГПУ им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2013
59. Шкерина Л.В., Тумашева О.В., Кейв М.А. Моделирование креативной компетентностно-ориентированной среды подготовки будущего бакалавра-учителя математики. Монография. Красноярск: РИО КГПУ, 2013.
60. Шкерина Л.В., Саволайнен Г.С., Сенькина Е.В. Междисциплинарный образовательный модуль как организационно-педагогическое условие формирования исследовательских компетенций будущего учителя математики в вузе. Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева.-№4, 2013
61. Шкерина Л.В. Методика выявления и оценивания уровня сформированности профессиональных компетенций студентов-будущих учителей математики. Красноярск, 2015

62. Шкерина Л.В. Междисциплинарные модули в программе бакалавриата педагогического направления подготовки: проектирование и реализация // Образование и общество, 2015. № 1
63. Шкерина Л.В. Новые стандарты – новое содержание и технологии обучения математике будущего учителя: проблемы и перспективы. Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2014. № 3.
64. Шкерина Л.В. Новые стандарты – новое содержание и технологии обучения математике: проблемы и перспективы // Инновации в образовании, 2014, № 12.
65. Шкерина Л.В. Организационно-методические условия формирования компетенций педагога в процессе теоретической подготовки в вузе. Педагогика и психология. №8, 2015
66. Шкерина Л.В. Пространственно-временные модели профессиональных компетенций студентов-будущих учителей. Психология обучения, 2014. №4
67. Шкерина Л.В., Багачук А.В., Шашкина М.Б., Кейв М.А. Теоретические основы и технологии измерения и оценивания профессиональных компетенций студентов-будущих учителей математики. КГПУ им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2013
68. Шкерина Л.В. Теоретические основы технологий познавательной деятельности будущего учителя математики в процессе математической подготовки в педвузе; КГПУ им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2013
69. Шкерина Л.В., Панасенко А.Н. Технологические карты как средство измерения математических компетенций будущего учителя математики в процессе выполнения проектных заданий. Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. - №4, 2013

70.Шкерина Л.В.,Ракуньо Ф., Григорьевна Ф.А., Формирование метапредметных умений учащихся в процессе обучения математики. Вестник КГПУ им В.П. Астафьева.2015,№1

71.Hutmacher Walo. Key competencies for Europe//Report of the Symposium Berne, Switzezland 27–30 March, 1996. Council for Cultural Co-operation (CDCC) a //Secondary Education for Europe Strsburg, 1997

Приложение А

1.1. Задачи по теме «Натуральные числа»

Задачи на составление выражений

Задача 1.*В записи 5555 поставьте между некоторыми цифрами знак сложения так, чтобы получилось выражение, значение которого равно:*

а) 20; б) 110; в) 560.

Ответ:

$$5+5+5+5=20;$$

$$55+55=110;$$

$$555+5=560.$$

Задача 2.*Применяя знаки арифметических действий и скобки, запишите:*

а) семью семерками 700;

б) восемью семерками 700;

в) восемью двойками 200;

г) десятью четверками 500;

д) десятью шестерками 600;

е) десятью девятками 1000.

Ответ:

а) $(7 \times 7 \times 7 + 7) \times (7 + 7) \div 7 = 700$;

б) $77 \times 7 + 77 + 77 + 7 = 700$;

в) $22 \times 2 + 2 + 2 + 2 \times 2 \times 2 = 200$;

г) $444 + 44 + 4 + 4 + 4 + 4 - 4 = 500$;

д) $66 \times 6 + 66 + 66 + 66 + 6 = 600$;

е) $999 \div 99 - 99 \div 9 * (9 + 9 \div 9) = 1000$.

Задача 3. *Используя три цифры 5, знаки арифметических действий и скобки, составьте несколько выражений, имеющих различные значения.*

Ответ:

$(5-5) \times 5 = 0$; $5 \div 5 + 5 = 6$; $55 \div 5 = 11$; $5 + 5 + 5 = 15$;

$5 \times 5 - 5 = 20$; $5 \times 5 + 5 = 30$; $55 - 5 = 50$; $55 + 5 = 60$.

Задача 4. *Как нужно расставить скобки, чтобы получить верное равенство:*

а) $3248 \div 16 - 3 \times 315 - 156 \times 2 = 600$;

б) $350 - 15 \times 104 - 1428 \div 14 = 320$?

Ответ:

а) $3248 \div 16 - 3 \times (315 - 156 \times 2) = 600$;

б) $350 - 15 * (104 - 1428 : 14) = 320$.

Задача 5. *Между цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 расставьте знаки арифметических действий и скобки так, чтобы полученное выражение имело значение 100.*

Ответ:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$

Задача 6. *В записи 66666666 поставьте между некоторыми цифрами знак сложения так, чтобы получилось выражение, значение которого равно:*

а) 264; б) 13332; в) 67332.

Ответ:

а) $66 + 66 + 66 + 66 = 264$;

б) $6666 + 6666 = 13332$;

в) $66666 + 6666 = 67332$.

Задача 7. Ученик переписал числовое выражение, значение которого равно 58, но забыл поставить скобки. У него получилось: $6 \times 8 + 20 \div 4 - 2$

Где в этом выражении должны стоять скобки?

Ответ:

$$6 \times 8 + 20 \div (4 - 2) = 58.$$

Числовые ребусы

Числовые ребусы - это примеры, в которых все или некоторые цифры заменены звездочками или буквами. При этом одинаковые буквы заменяют цифрами, разные буквы - разными цифрами.

Задача 8. Замените звездочки цифрами:

$$\begin{array}{r} \text{а) } \times 95 \\ \quad ** \\ + \quad *5 \\ \hline 1** \\ \hline **** \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } \times 95 \\ \quad ** \\ + \quad **5 \\ \hline ** \\ \hline **3* \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } - \frac{**0}{*8} \overline{)12} \\ \quad \underline{6*} \\ \quad \quad ** \\ \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } - *0,0 \\ \quad \underline{6,*} \\ \quad \quad 8*,5 \end{array}$$

Решите числовой ребус:

Задачи, связанные с римской записью натурального числа

Широкое распространение получила система записи чисел, которая применялась более двух с половиной тысяч лет назад в Древнем Риме. Вот некоторые римские цифры:

I – один; L – пятьдесят;

V – пять; C – сто;

X – десять; M – тысяча.

Задача 9. Из спичек сложили шесть неверных равенств:

$$XII + IX = II$$

$$X = VII - III$$

$$VI - VI = XI$$

$$IV - V = I$$

$$X + X = I$$

$$IV - I + V = II$$

Переложите в каждом равенстве по одной спичке так, чтобы равенства стали верными.

Ответ:

$XII-IX=III$

$X-VII=III$

$V+VI=XI$

$V-IV=I$

$XI-X=I$

$IV=I+V-II$

Задачи на поиски закономерностей в данных рядах натуральных чисел

Задача 10. *Вася записывает последовательность чисел так, что каждое следующее число определяется по очень простому правилу. Определите это правило и запишите следующее число.*

а) 3, 13, 23, 33, ...?

б) 1, 2, 3, 5, 8, ...?

в) 7, 13, 24, 45, ...?

Ответ:

а) 3, 13, 23, 33, 43, 53, 63, ... (последующее число больше предыдущего числа на 10);

б) 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... (последующее число равно сумме предыдущих двух чисел);

в) 7, 13, 24, 45, 86, 167, 328, ... (последующее число получается из удвоенного предыдущего минус номер этого числа).

В следующих заданиях (11-19) требуется определить число, которое нужно подставить вместо знака «?». Для этого ученик сначала должен определить арифметическое действие, с помощью которого это можно сделать.

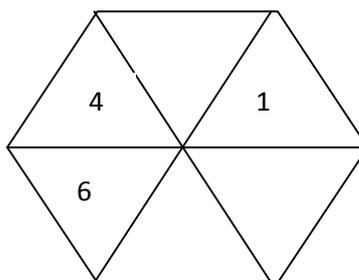
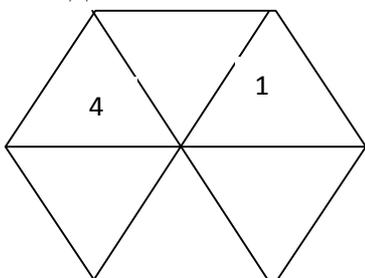
Задача 11.

2	6
54	18

?	9
81	27

Ответ: 3, (последующее число получается из предыдущего умножением на три).

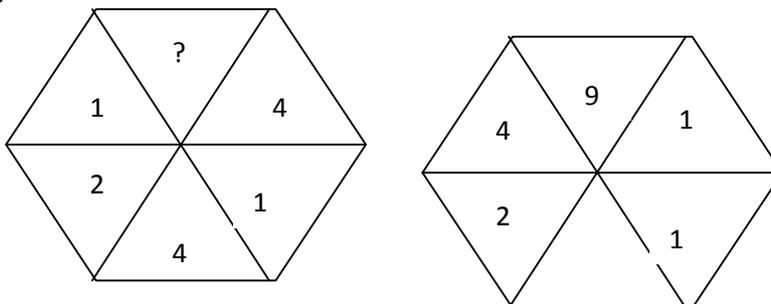
Задача 12.



6 9 1

9 1

Задача 13.



Задача 14.

a) 42(47)5

31(?)8;

Ответ: 39, (в скобках сумма двух других чисел);

б) 36(25)11

48(?)12;

Ответ: 36, (в скобках разность двух других чисел);

в) 48(4)12

100(?)5;

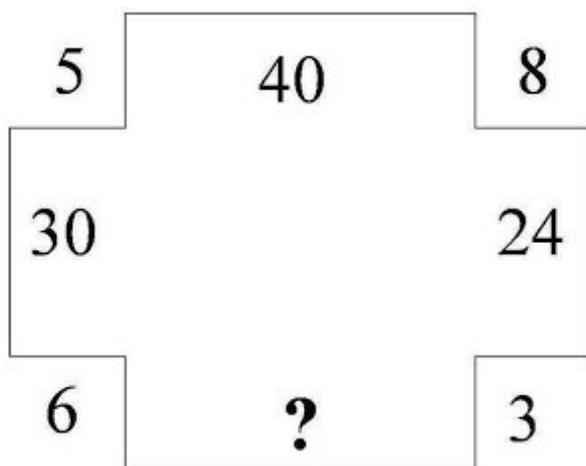
Ответ: 20, (в скобках частное двух других чисел);

г) 12(336)14

15(?)16

Ответ: 480, (в скобках удвоенное произведение двух других чисел).

Задача 15. *Какое число нужно поставить, вместо знака «?».*



Ответ: 18, (является произведением чисел, стоящих вне фигуры).

Задача 16. Какое число нужно поставить вместо вопросительного знака, чтобы сохранить закономерность, которой объединены остальные числа таблички?

7	16	9
5	21	16
9	?	4

Ответ: 13, (сумма крайних чисел в каждом ряду дает число, расположенное в середине ряда).

Задача 17. Какое число должно быть вместо знака вопроса?

5	7	4	9	8	2	7
3	8	6	4	7	5	9
9	6	1	4	5	8	?

Ответ: 6, (5749827+3864759=9614586)

Задачи на выявления свойств в данных рядах натуральных чисел.

Задача 18. *Напишите наибольшее и наименьшее десятичное число, все цифры которого различны.*

Ответ: Наибольшее число: 9876543210,

Наименьшее число: 1023456789.

Задача 19. *Какой цифрой оканчивается произведение всех натуральных чисел от 1 до 81?*

Ответ: нулем.

Задача 20. *Сколько нулей стоит в конце произведения всех натуральных чисел от 10 до 25?*

Ответ: два нуля.

Большая часть жизни детей связана с цифрами, решив задачи этого раздела, учащиеся научатся анализировать, синтезировать, абстрагировать, конкретизировать, обобщать и выдвигать гипотезы, затем их подтверждать и доказывать. Учащиеся должны проявлять волю, внимание, настойчивость к решению задач.

Четность

Задача 21.а) *Можно ли заплатить без сдачи 20 к. семью монетами?*

б) Можно ли заплатить без сдачи 20 к. семью монетами по 1 и 5 к.?

Ответ: а) Да, $10+5+1+1+1+1+1=20$.

б) Нет, так как сумма семи нечетных чисел не может быть четной.

Задача 22.а) *Докажите, что нельзя подобрать 5 нечетных чисел, сумма которых равна 100. б) Вася записал на листе несколько нечетных*

чисел. Петя их не видел, но утверждает, что по их числу легко определит, четная или нечетная у них сумма. Прав ли Петя?

Ответ: а) сумма пяти нечетных чисел – нечетное число, а 100 – четное число; б) да, если количество чисел четное, то сумма – четное число, иначе сумма нечетное число.

Задача 23. *Некто пообещал дать 99 конфет тому, кто сумеет их разделить между четырьмя детьми так, чтобы каждому досталось нечетное число конфет. Почему этот приз до сих пор никому не удалось получить?*

Ответ: В сумме четыре нечетных числа дают четное, а число конфет нечетное. Поэтому никому и не удастся разделить конфеты.

Задача 24. *Если в одной руке кто-нибудь спрячет пятикопеечную монету, а в другой — десятикопеечную монету, то я могу легко определить, в какой руке спрятана десятикопеечная монета. Для этого я попрошу умножить число копеек в правой руке на 4, в левой — на 5, результаты сложить, а мне сообщить лишь, является ли сумма четной или нет. Если полученная сумма четная, то десятикопеечная монета в левой руке, если нечетная, то в правой. Разгадайте секрет фокуса и научитесь его выполнять.*

Ответ: При умножении пятикопеечной монеты на 5 получим нечетное число, от этого и зависит результат ответа.

Задача 25. *Записано четыре числа: 0, 0, 0, 1. За один ход разрешается прибавить 1 к любым двум из этих чисел. Можно ли за несколько ходов получить 4 одинаковых числа?*

Ответ: Сумма четырех данных чисел нечетная, а сумма четырех одинаковых чисел, которые надо получить, четная. Из первой суммы нельзя получить вторую, прибавляя несколько раз по 2.

Задача 26. *Карлсон предложил Малышу следующую игру. На столе лежат две кучки по 7 и 8 спичек. Первый игрок делит одну из кучек на две кучки, затем второй делит одну из кучек на две кучки и т. д. Проигрывает тот, кто не сможет сделать очередного хода. Карлсон начинает. Кто выиграет в этой игре? Зависит ли результат от того, кто как играет, или важно лишь, кто ходит первым?*

Ответ: При любой тактике игры Малыш проиграет, так как получить из 2 кучек 1 5 можно только за 13 ходов.

Задача 27. *Подпольный миллионер Тарас Артемов пришел в Госбанк, чтобы обменять несколько 50- и 100-рублевых купюр старого образца. Ему была выдана 1991 купюра более мелкого достоинства, причем среди них не было 10-рублевых. Докажите, что его обсчитали.*

Примечание. В то время в обращении были купюры достоинством 1, 3, 5, 10, 25, 50 и 100 р.

Ответ: В задаче предполагается, что Тарас Артемов должен получить ту же сумму денег купюрами 1, 3, 5, 25 р. и она должна быть четная. Следовательно, и количество купюр должно быть четным.

Задача 28. *Во время сбора грибов мальчик 5 раз переходил поперек одной и той же железной дороги. По одну или по разные стороны от полотна железной дороги находятся мальчик и его дом?*

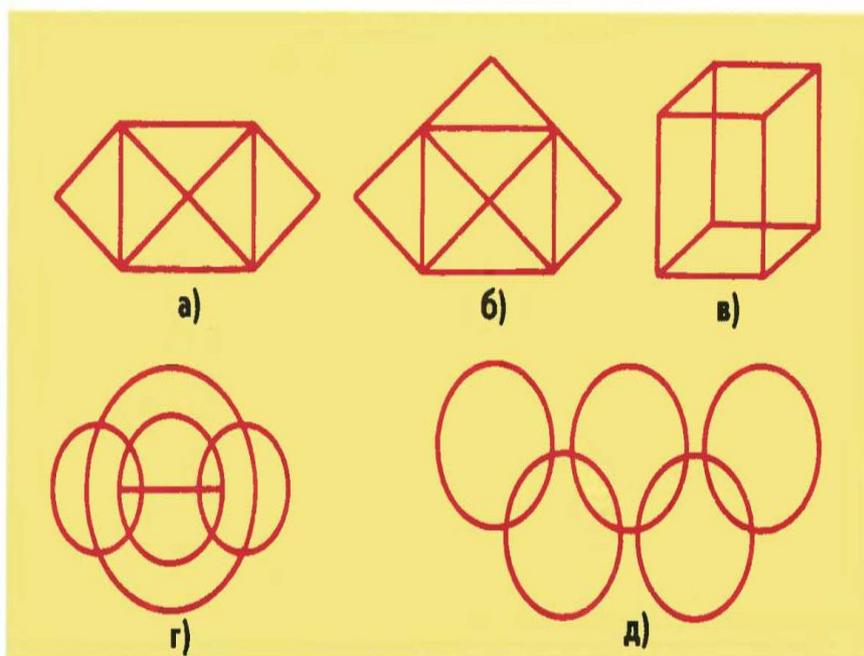
Ответ: По разные, так как число переходов через поперек железной дороги нечетное.

Задача 29. *Сколько «нечетных» узлов должно быть у фигуры, чтобы ее можно было построить, не отрывая руки от бумаги и не проводя по линии*

дважды?

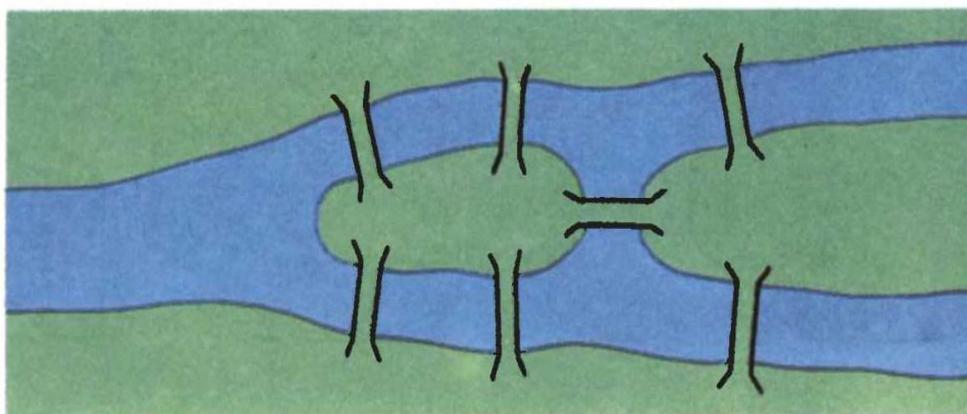
Ответ: «Нечетных» узлов должно быть 2 (в одном «нечетном» узле начало, в другом — конец) или 0 (начало и конец линии в одном и том же узле).

Задача 30. *Какую из фигур, изображенных на рисунке, можно нарисовать, не отрывая руки от бумаги и не проводя по линии дважды?*



Ответ: Все, кроме в).

Задача 31. *Задача Леонарда Эйлера. Можно ли поочередно обойти все семь мостов города Кенигсберга (ныне Калининград), соединяющих районы этого города с островами на реке Преголя, проходя по каждому мосту только один раз?*



Ответ: Нельзя, так как количество мостов должно быть четным.

При решении задач такого типа у учащихся развивается сообразительность, смекалка, внимательность, проявляется фантазия и воображение, они учатся сопоставлять и обобщать.

Задачи на переливание и взвешивание

Переливания.

Задача 32. *Имеются два сосуда вместимостью 3 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из водопроводного крана 4 л воды?*

Ответ: Начнем с конца. Как в результате можно получить 4 л? — Из 5-литрового сосуда отлить 1 л. Как это сделать? — Надо в 3-литровом сосуде иметь ровно 2 л. Как их получить? — Из 5-литрового сосуда отлить 3 л. Теперь запишем решение задачи в виде таблицы.

Ходы	1	2	3	4	5	6
5 л	5	2	2	—	5	4
3 л	—	3	—	2	2	3

Поиск решения можно было начать с действия, что привело бы к решению, записанному в следующей таблице.

Ходы	1	2	3	4	5	6	7	8
5 л	—	3	3	5	—	1	1	4
3 л	3	—	3	1	1	—	3	—

Задача 33. *Имеются два сосуда вместимостью 8 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из водопроводного крана 7 л воды?*

Ответ:

Ходы	1	2	3	4	5	6	7
8 л	—	5	5	8	—	2	7
5 л	5	—	5	2	2	5	—

Задача 34.а) *Как с помощью 7-литрового ведра и 3-литровой банки налить в кастрюлю ровно 5 л воды?*

б) Как, имея два ведра емкостью 4 л и 9 л, налить из водопроводного крана 6 л воды?

Ответ:

а)

Ходы	1	2	3	4	5	6	7	8
3л	7	4	4	1	1	-	7	5
7л	-	3	-	3	-	1	1	3

б)

Ходы	1	2	3	4	5	6	7	8
4л	-	1	-	4	1	1	4	-
9л	9	5	5	1	-	9	6	6

Задача 35. В первый сосуд входит 8 л, и он наполнен водой. Имеются еще 2 пустых сосуда емкостью 5 л и 3 л. Как с помощью этих сосудов отмерить ровно 1 л?

Ответ:

Ходы	1	2	3	4	5	6
8л	8	3	3	6	6	1
5л	-	5	2	2	-	5
3л	-	-	3	-	2	2

Задача 36. Имеются два типа песочных часов. Одни отмеряют 7 мин, а другие—11 мин. Как с их помощью отмерить 15 мин, необходимых, чтобы сварить вкрутую яйцо?

Ответ: Перевернем песочные часы, которые отмеряют 7 мин. и 11 мин. одновременно, когда пройдет 7 мин., начинаем варить яйцо. Оно

варится 4 мин. на 11 –мин. часах и 11 мин, когда мы перевернем те же самые часы.

Взвешивания

Задача 37. У хозяйки есть рычажные весы и гиря в 100 г. Как за 3 взвешивания она может отвесить 700 г крупы?

Ответ: Здесь придется использовать взвешенную крупу в качестве гири. Вначале отмерим 100гр. крупы, потом 200 гр. Крупы и за третье взвешивание 400 гр.

Задача 38. На одной чашке весов лежат 6 одинаковых яблок и 3 одинаковые груши, на другой чашке — 3 таких же яблока и 5 таких же груш. Весы находятся в равновесии. Что легче: яблоко или груша?

Ответ: Представим, что мы сняли с каждой чаши весов поровну: по 3 яблока и 3 груши. У нас на одной чаше весов осталось 3 яблока, а на другой чаше весов 2 груши, следовательно, яблоко легче груши.

Задача 39. Какие 4 гири нужно взять, чтобы с их помощью можно было взвесить любой груз в целое число граммов от 1 до 15 при условии класть гири только на одну чашу весов?

Ответ: Нужно взять гири весом в 1г.,3г.,9г.,27г..

Задача 40. Три одинаковых яблока тяжелее, чем четыре одинаковые груши. Что тяжелее: 4 яблока или 5 груш?

Ответ: Из условия задачи ясно, что яблоко тяжелее груши, то есть 4 яблока тяжелее 5 груш.

Задача 41. Груша и слива весят столько, сколько весят 2 яблока; 4 груши весят столько, сколько весят 5 яблок и 2 сливы. Что тяжелее: 7 яблок или 5 груш?

Ответ:

груша + слива=2яблока,

4груши=5яблок+2сливы,

4груши=2груши+4сливы,

2груши=4сливы,

груша=2 сливы,

2 яблока=3 сливы (яблоко тяжелее сливы),

7 яблок=яблоко+ 9 слив,

5груш=10 слив.

Таким образом, 7 яблок тяжелее 5 груш.

Все эти задачи имеют одну и ту же особенность, характеризующую творческое мышление, а именно – необходимость применения нетрадиционного способа мышления, необычного видения проблемы, выхода мысли за пределы привычного способа рассуждений. При решении задач у учащихся появляется интерес к математике, ребята приобретают новые знания, они лучше считают устно.

Геометрические задачи

Задача 42. Продавец тремя прямыми разрезами разделил головку сыра на 8 частей. Как он это сделал?

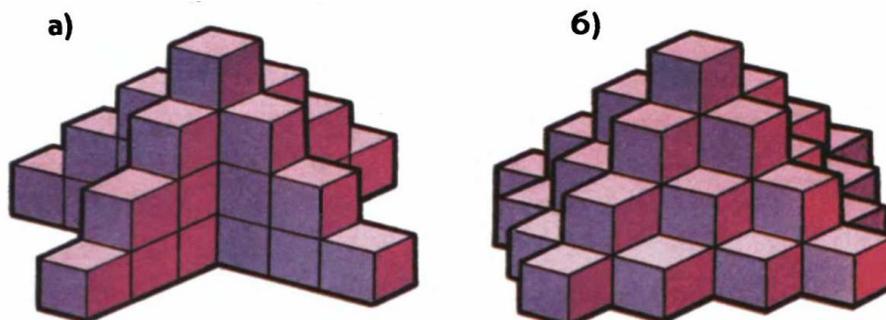
Ответ: Первая линия была горизонтальной и разрежала сыр на верхнюю и нижнюю половинки, но продавец не стал их разделять, а сделал еще 2 вертикальных надреза "крестом". Получилось 8 кусков.

Задача 43.а) На рисунке 19,а показан куб, сложенный из 8 маленьких кубиков. Сколько прямоугольных параллелепипедов содержится в этом кубе?

б) Из скольких маленьких кубиков сложен куб на рисунке 19,б? Сколько всего кубов содержится в данном кубе?

Ответ: а) 27; б) из 27 маленьких кубиков; всего 36 кубов.

Задача 44. Сколько кубиков использовано для построения башни

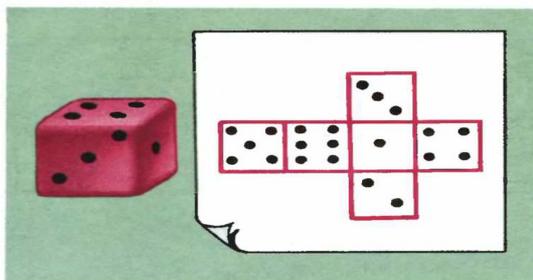


Ответ: а) 28 кубиков; б) 44 кубика.

Задача 45. На рисунке изображены игральный кубик и его развертка.

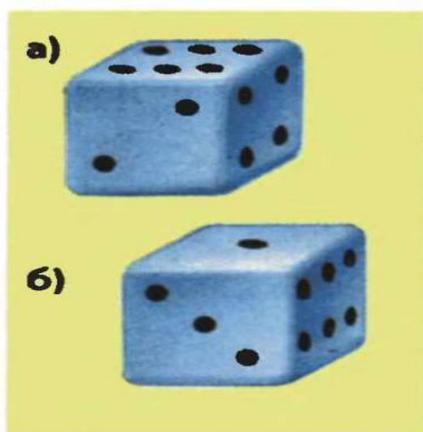
Какое число находится на:

- а) нижней грани кубика;
- б) боковой грани слева;
- в) боковой грани сзади?



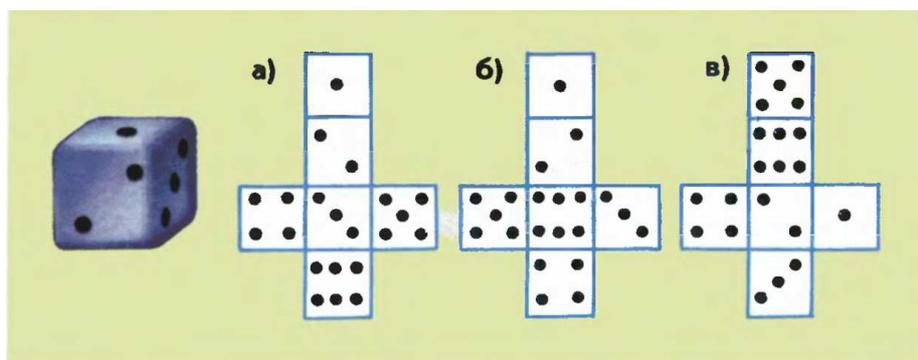
Ответ: а) 6; б) 5; в) 2.

Задача 46. На рисунке изображены два одинаковых игральных кубика. Какие числа изображены на их нижних гранях?



Ответ: а) 5; б) 2.

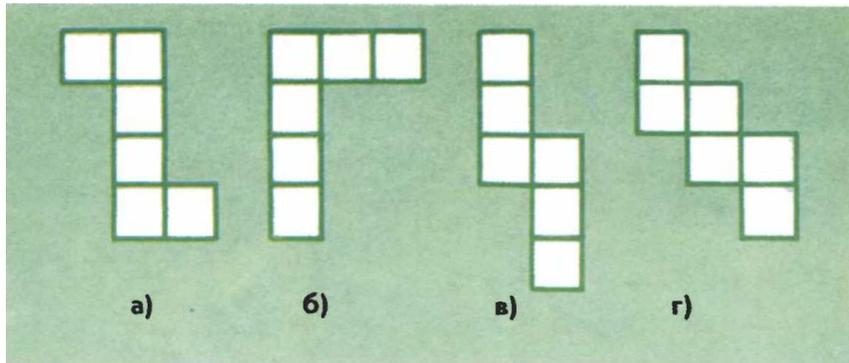
Задача 47. На рисунке показаны игральный кубик и три развертки. Какие из них могут быть развертками именно этого кубика?



Ответ: только б).

Задача 48. Маша собралась клеить кубики, для чего она нарисовала различные заготовки. Старший брат посмотрел ее работу и сказал, что

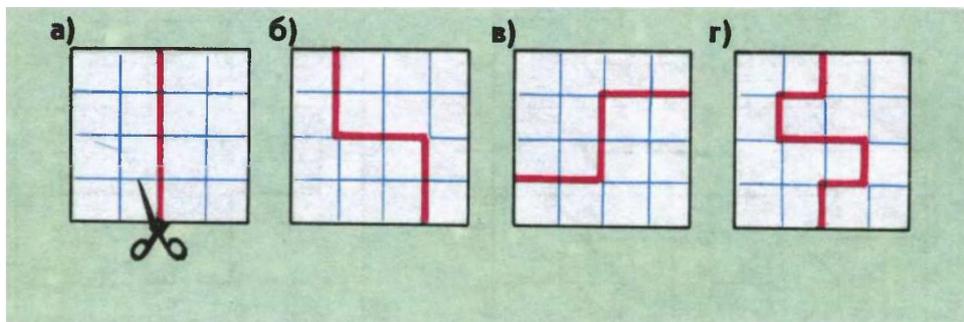
некоторые заготовки не являются развертками кубика. Из каких заготовок можно склеить кубики?



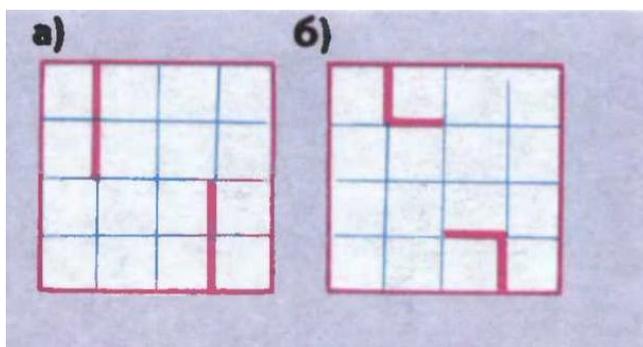
Ответ: из а), в), г).

Задача 49. Квадрат содержит 16 клеток. Разделите квадрат на 2 равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. (Способы разрезания считаются различными, если части квадрата, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.)

Ответ:

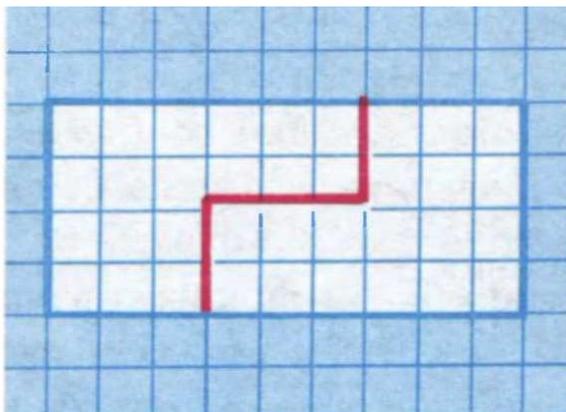


Задача 50. Закончите рисование ломаной, делящей квадрат на две равные части.



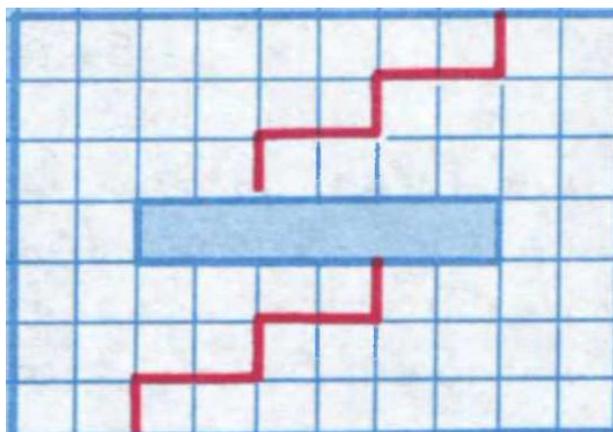
Задача 51. Прямоугольник 4×9 разрежьте на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

Ответ:



Задача 52. Из прямоугольника 10×7 вырезали прямоугольник 1×6 . Разрежьте полученную фигуру на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

Ответ:



У учащихся развивается пространственное воображение, творческое воображение – фантазия, интуиция, они проводят рассуждения, позволяющие по определенным правилам логики делать выводы, у них проявляется интерес к математике, развивается визуальное воображение, конвергентные способности.

Логические задачи

Задача 53. *Поезд отправляется из Бостона в Нью-Йорк. Через час другой поезд отправляется из Нью-Йорка в Бостон. Оба поезда идут с одной и той же скоростью. Какой из них в момент встречи будет находиться на меньшем расстоянии от Бостона?*

Ответ: На одинаковом.

Задача 54. *Крыша одного дома не симметрична: один скат ее более пологий, чем другой. Предположим, что петух откладывает яйцо на гребень крыши. В какую сторону упадет яйцо: в сторону более полого или крутого ската?*

Ответ: Петух не несет яиц.

Задача 55. *У меня две монеты на общую сумму 15 копеек. Одна из них не пятак. Что за монеты?*

Ответ: 10к и 5к.

Задача 56.а) *Тройка лошадей проскакала 90 км. Сколько километров проскакала каждая лошадь?*

б) *На прямолинейном участке пути, каждое колесо двухколесного велосипеда проехало 5 км. Сколько километров проехал велосипед?*

Ответ: а) 90 км. б) 5км.

Задача 57.а) *Сколько пальцев на двух руках? А на десяти руках?*

б) *Сколько концов у трех палок? У четырех с половиной палок?*

Ответ: а) 10 пальцев, 50 пальцев. б) 6 концов, 10 концов.

Задача 58. *Что легче килограмм пуха или килограмм железа?*

Ответ: Одинаково.

Задача 59. *Старинные задачи. а) Что дороже: вагон, наполненный золотыми монетами по 5 рублей, или половина вагона, наполненная золотыми монетами по 10 рублей?*

б) *Один человек купил трех коз и заплатил 3 рубля. Спрашивается: по чему пошла каждая коза?*

Ответ: а) одинаково. б) по дороге.

Задача 60. *Старинная задача. Шел мужик в Москву и повстречал 7 богомолков; у каждой из них было по мешку, а в каждом мешке – по коту. Сколько существ направлялось в Москву?*

Ответ: один мужик.

Задача 61. *Сколько месяцев в году содержат 30 дней?*

Ответ: 11 месяцев.

Задача 62. *Бюро прогнозов сообщило в 12 ч. дня, что в Москве в ближайшую неделю сохранится безоблачная погода. Можно ли ожидать, что через 36ч. в Москве будет светить солнце?*

Ответ: Нет, так как будет полночь.

Задача 63. *Горело пять свечей, две погасли. Сколько свечей осталось?*

Ответ: 5.

Задача 64. *Сколько бегемотов может увезти пятитонная машина, если вес одного бегемота 1500 кг? Сколько крокодилов может увезти та же машина, если вес одного крокодила 175 кг.?*

Ответ: 3 бегемота и 2 крокодила.

Задача 65. *Назовите самое большое число.*

Ответ: не существует.

Задача 66. *Коля поспорил, что определит, какой будет счет в игре футбольных команд «Спартак» и «Динамо» перед началом матча, и выиграл спор. Какой был счет?*

Ответ: 0:0

Задача 67. *Баскетбольный матч команд школ №45 и №57 закончился со счетом 75:80, но ни один баскетболист не забросил ни одного мяча. Как это могло быть?*

Ответ: мячи забросили баскетболистки.

Задача 68. *Встретились три подруги Белова, Краснова и Чернова. На одной из них было черное платье, на другой – красное, на третьей – белое. Девочка в белом платье говорит Черновой: «Нам надо поменяться*

платьями, а то у всех троих цвет платьев не соответствует фамилиям».
Кто в какое платье был одет?

Ответ: из условия следует, что на Беловой не белое платье, на Черновой не черное, на Красновой не красное. Поставим минусы в соответствующие клетки таблицы:

Платье Фамилия	Белое	Черное	Красное
Белова	-		
Чернова	-	-	
Краснова	+		-

По условию задачи девочка в белом платье не Чернова – поставим минус в соответствующей клетке. Теперь очевидно, что белое платье может быть только на Красновой, - поставим в соответствующую клетку плюс и так далее.

Задача 69.*Коля, Боря, Вова и Юра заняли первые четыре места в соревновании. На вопрос, какие места они заняли, трое из них ответили:*

1)Коля ни первое, ни четвертое;

2)Боря второе;

3)Вова не был последним.

Какое место занял каждый мальчик?

Ответ:

Вова-1место,

Боря- 2 место,

Коля – 3 место,

Юра – 4 место.

Задача 70.*Четыре ученика – Витя, Петя, Юра и Сергей – заняли на математической олимпиаде четыре первых места. На вопрос, какие места они заняли, были даны ответы:*

1)Петя второе, Витя – третье;

2)Сергей – второе, Петя – первое;

3)Юра – второе, Витя – четвертое.

Указать, кто какое место занял, если в каждом верна лишь одна часть.

Ответ:

Петя – 1 место,

Юра – 2 место,

Витя – 3 место,

Сергей - 4 место.

Решая задачи логического типа, учащиеся сами того не подозревая, учатся находить правильные логические цепочки, они начинают логически думать: анализировать, сравнивать, обобщать, синтезировать, классифицировать.

Задачи на использование принципа Дирихле

При решении многих задач используется логический метод рассуждения – «от противного». Как одну из его форм можно трактовать принцип Дирихле.

Пусть в n клетках сидит не меньше, чем $n+1$ кроликов. Тогда найдется клетка, в которой сидит не меньше двух кроликов.

Оказывается, что это простое утверждение помогает при решении самых разных задач. Главное – понять, что в данной задаче – клетки, что – кролики. Этот принцип можно применить в следующих задачах.

Задача 71. *Шесть школьников съели семь конфет.*

а) Докажите, что один из них съел не менее двух конфет.

б) Верно ли, что кто-то съел ровно две конфеты?

Ответ:

нужно выяснить, что в этой задаче клетки, а что кролики.

Клетки - школьники; 6 клеток.

Кролики – конфеты; 7 кроликов.

По утверждению принципа найдется клетка, в которой сидит не меньше двух кроликов. Следовательно, один из школьников съел не меньше двух конфет.

Задача 72. *В школе учится 370 человек. Докажите, что среди всех учащихся найдутся два человека, празднующие свой день рождения в один и тот же день.*

Ответ:

В году 365 (366) дней, значит, учащихся с различными днями рождения может быть не больше 365 (366), а в школе 370 учащихся; значит, найдутся два человека, празднующие свой день рождения в один и тот же день.

Задача 73. *В классе 37 человек. Докажите, что среди них найдутся 4 человека, родившиеся в один и тот же месяц.*

Ответ: В худшем случае в каждом из 12 месяцев родилось по 3 человека — всего 36 человек. 37-й родился с какой-то из этих троек в один месяц.

Задача 74. *Пять мальчиков собрали вместе 14 грибов, каждый нашел хотя бы один гриб. Докажите, что хотя бы два мальчика нашли одинаковое число грибов.*

Ответ: В худшем случае у пяти мальчиков могло быть различное число грибов, а всего $1+2+3+4+5=15$. Но грибов было 14, следовательно, кто-то один, кроме первого, нашел на один гриб меньше. Тогда найдутся два мальчика, которые нашли одинаковое число грибов.

Задача 75. *Учительница объявила результаты диктанта. Больше всех ошибок было у Пети —13. Докажите, что среди 28 учащихся, допустивших ошибки, найдутся 3 человека с одинаковым числом ошибок.*

Ответ: Наибольшее число учащихся, имеющих разное число ошибок,—13 (от 1 до 13). Если бы одинаковое число ошибок имели по 2 человека, то их было бы $2 \cdot 13=26$. Из 28 учащихся найдутся трое имеющих одинаковое число ошибок.

Задача 76. *В классе 25 учащихся. Из них 20 занимаются английским языком, 17 увлекаются плаванием, 14 посещают математический кружок. Докажите, что в классе найдется хотя бы один ученик, который занимается английским языком, увлекается плаванием и посещает математический кружок.*

Ответ: Занимаются английским языком и увлекаются плаванием не меньше $20+17-25=12$ человек, кроме них — в классе не больше $25-12=13$ человек, а посещают математический кружок 14, значит, в классе найдется хотя бы один ученик, который занимается английским языком, увлекается плаванием и посещает математический кружок.

Задача 77. *Петя хочет написать на доске 55 различных двузначных чисел так, чтобы среди них не было двух чисел, дающим в сумме 100. Сможет ли он это сделать?*

Ответ: с учащимися можно рассмотреть эту задачу наглядно, то есть выписать все двузначные числа и вычеркнуть те, которые в сумме дают 100: 10 и 90, 11 и 89, 12 и 88 и так далее. Не вычеркнутыми останутся: 50, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, всего 10.

Задача 78.*В квадрате со стороной 1 метр находится 20 точек. Найдутся ли три из них, которые можно накрыть квадратом со стороной $1/3$ метра?*

Ответ: разобьем квадрат на 9 квадратов со стороной $1/3$ метра. По принципу Дирихле, по крайней мере, в одном из них находится не менее 3 точек.

Учащиеся выдвигают гипотезы, а потом их подтверждают. Тем самым они учатся находить единственное правильное решение.