

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет/филиал Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра алгебры, геометрии и методики их преподавания

Никонова Наталья Олеговна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема: «Обучение школьников геометрическим построениям как основа успешности решения геометрических задач»

Направление подготовки/специальность: 44.03.05 педагогическое образование
(код направления подготовки/код специальности)

Профиль: математика и информатика
(наименование профиля для бакалавриата)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой: алгебры, геометрии и
методики их преподавания
д.п.н., профессор Майер В.Р.

_____ «__» _____ 2017 года
(подпись)

РУКОВОДИТЕЛЬ: к.ф.-м.н., доцент кафедры
алгебры, геометрии и методики их преподавания
Калачева С.И.

_____ «__» _____ 2017 года
(подпись)

ОБУЧАЮЩИЙСЯ: Никонова Н.О.

_____ «__» _____ 2017 года
(подпись)

Оценка: _____

(прописью)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Глава 1. МЕСТО ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОСТРОЕНИЙ В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ ГЕОМЕТРИИ.....	6
1.1. Геометрические построения в школьном курсе геометрии.....	6
1.2. Значение геометрических построений в обучении школьников	15
1.3. Обучение школьников решению задач на построение	21
1.4. Возможности компьютерных технологий в обучении геометрическим построениям.....	28
Глава 2. ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ПОСТРОЕНИЯМ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ.....	34
2.1. Рекомендации по обучению учащихся 7-9 классов геометрическим построениям.....	34
2.2. Современные технологии обучения школьников геометрическим построениям.....	
2.3. Экспериментальная работа по внедрению разработанных рекомендаций.....	
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	

ВВЕДЕНИЕ

В разное время высказывались суждения по поводу преподавания геометрии, ее месте в системе школьного образования вообще и математического в частности. Геометрия в школе это не только основная математическая дисциплина, но и один из важнейших компонентов общечеловеческой культуры.

Раскрыть перед человеком его собственные возможности в области интеллекта одна из важнейших задач геометрии, так как для активной работы в ней важны оба полушария головного мозга.

Курс геометрии сложен для восприятия и усвоения обучающимися. При решении геометрических задач нет возможности решить аналогично блок задач, как в алгебре, каждая требует индивидуального подхода. Изменение всего одного данного в условии задачи может кардинальным образом поменять весь ход её решения и построения, что вызывает осложнения при выборе свойств и теорем требуемых для решения задачи. Строгая научность доказательства теорем, многочисленные свойства геометрических фигур, необходимость объяснения каждого шага решения задач пугают учащихся. Через какое-то время интерес у школьников к решению задач пропадает, геометрия становится сложной для восприятия.

В основе решения геометрических задач лежат геометрические построения – правильно выполненный чертеж обеспечивает лучшее понимание условия и, как следствие, успешность решения задачи. Кроме того, выполнение геометрических формирует у учащихся такие способности, как внимание, умение строить алгоритмы и аккуратность в выполнении всех шагов алгоритма, доказательность, аргументированность рассуждений, умение анализировать ситуацию и все возможные варианты развития событий в зависимости от изменения свободных параметров.

В помощь современному учителю математики приходят компьютерные технологии, которые дополняют существующие методы обучения, позволяют поставить ученика во главу учебного процесса, сделать его активным

участником. То, что раньше было под силу лишь сильным ученикам, теперь может освоить практически любой ученик. С помощью компьютерных технологий становится возможным решение нестандартных, олимпиадных задач. Это способствует повышению мотивации учащихся, развитию креативности, логичности мышления.

Исходя из сказанного выше, была определена следующая **цель исследования**: разработка рекомендаций по обучению учащихся 7-9 классов геометрическим построениям в современных условиях.

Объект исследования: процесс обучения школьников геометрии

Предмет исследования: обучение современных школьников геометрическим построениям, как составному умению решения геометрических задач.

Задачи исследования:

1. Описать планируемые результаты примерной программы освоения курса геометрии соответствующие требованиям ФГОС;
2. Проанализировать учебники геометрии, соответствующие требованиям ФГОС, на предмет применения геометрических построений;
3. Описать существующие методы, приемы задач на построение;
4. Изучение возможности использования компьютерных технологий в обучении геометрическим построениям;
5. Разработать рекомендации по обучению школьников геометрическим построениям с применением компьютерных технологий;
6. Провести экспериментальную работу по внедрению разработанных рекомендаций.

Методы исследования дипломной работы:

- анализ литературы;
- теоретический анализ и синтез;
- аналогия;
- обобщение;
- исследование.

Научная новизна дипломной работы: в применении современных компьютерных технологий к обучению школьников геометрическим построениям.

Практическая значимость: готовая к внедрению разработка рекомендаций по организации обучения учащихся 7-9 классов геометрическим построениям с использованием современных технологий.

Краткое описание структуры: Введение раскрывает актуальность, определяет степень научности разработки темы, объект, предмет, цель, задачи и методы исследования, раскрывает теоретическую и практическую значимость работы.

В первой главе описывается значение геометрических построений в обучении школьника геометрии и формировании основных учебных умений учащихся, основные приемы, используемые при обучении школьников геометрическим построениям, роль компьютерных технологий в обучении современного школьника.

Вторая глава содержит рекомендации по обучению школьников геометрическим построениям, в том числе и с применением компьютерных технологий, практические разработки некоторых аспектов обучения геометрическим построениям учащихся 7-9 классов.

Глава 1. МЕСТО ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОСТРОЕНИЙ В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ ГЕОМЕТРИИ

1.1 Геометрические построения в школьном курсе геометрии.

Геометрия — один из важнейших компонентов математического образования. Она необходима для приобретения конкретных знаний о пространстве и практически значимых умений, формирования языка описания объектов окружающего мира, развития пространственного воображения и интуиции, математической культуры, эстетического воспитания учащихся. Изучение геометрии вносит значительный вклад в развитие логического мышления, в формирование понятия доказательства. [6]

Федеральный государственный общеобразовательный стандарт (ФГОС) второго поколения устанавливает требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего образования.

Планируемые результаты освоения учебных и междисциплинарных программ

Наглядная геометрия

Выпускник научится:

- распознавать на чертежах, рисунках, моделях и в окружающем мире плоские и пространственные геометрические фигуры;
- распознавать развёртки куба, прямоугольного параллелепипеда, правильной пирамиды, цилиндра и конуса;
- строить развёртки куба и прямоугольного параллелепипеда;
- определять по линейным размерам развёртки фигуры линейные размеры самой фигуры, и наоборот;
- вычислять объём прямоугольного параллелепипеда. Выпускник получит возможность:
- научиться вычислять объёмы пространственных геометрических фигур, составленных из прямоугольных параллелепипедов;

- углубить и развить представления о пространственных геометрических фигурах;

- научиться применять понятие развёртки для выполнения практических расчётов.

Геометрические фигуры

Выпускник научится:

- пользоваться языком геометрии для описания предметов окружающего мира и их взаимного расположения;

- распознавать и изображать на чертежах и рисунках геометрические фигуры и их конфигурации;

- находить значения длин линейных элементов фигур и их отношения, градусную меру углов от 0 до 180° , применяя определения, свойства и признаки фигур и их элементов, отношения фигур (равенство, подобие, симметрии, поворот, параллельный перенос);

- оперировать с начальными понятиями тригонометрии и выполнять элементарные операции над функциями углов;

- решать задачи на доказательство, опираясь на изученные свойства фигур и отношений между ними и применяя изученные методы доказательств;

- решать несложные задачи на построение, применяя основные алгоритмы построения с помощью циркуля и линейки;

- решать простейшие планиметрические задачи в пространстве.

Выпускник получит возможность:

- овладеть методами решения задач на вычисления и доказательства: методом от противного, методом подобия, методом перебора вариантов и методом геометрических мест точек;

- приобрести опыт применения алгебраического и тригонометрического аппарата и идей движения при решении геометрических задач;

- овладеть традиционной схемой решения задач на построение с помощью циркуля и линейки: анализ, построение, доказательство и исследование;

- научиться решать задачи на построение методом геометрического места точек и методом подобия;

- приобрести опыт исследования свойств планиметрических фигур с помощью компьютерных программ;

- приобрести опыт выполнения проектов по темам: «Геометрические преобразования на плоскости», «Построение отрезков по формуле».

Измерение геометрических величин

Выпускник научится:

- использовать свойства измерения длин, площадей и углов при решении задач на нахождение длины отрезка, длины окружности, длины дуги окружности, градусной меры угла;

- вычислять площади треугольников, прямоугольников, параллелограммов, трапеций, кругов и секторов;

- вычислять длину окружности, длину дуги окружности;

- вычислять длины линейных элементов фигур и их углы, используя формулы длины окружности и длины дуги окружности, формулы площадей фигур;

- решать задачи на доказательство с использованием формул длины окружности и длины дуги окружности, формул площадей фигур;

- решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин (используя при необходимости справочники и технические средства). Выпускник получит возможность научиться:

- вычислять площади фигур, составленных из двух или более прямоугольников, параллелограммов, треугольников, круга и сектора;

- вычислять площади многоугольников, используя отношения равновеликости и равноставленности;

- применять алгебраический и тригонометрический аппарат и идеи движения при решении задач на вычисление площадей многоугольников.

Координаты

Выпускник научится:

- вычислять длину отрезка по координатам его концов; вычислять координаты середины отрезка;
- использовать координатный метод для изучения свойств прямых и окружностей.

Выпускник получит возможность:

- овладеть координатным методом решения задач на вычисления и доказательства;
- приобрести опыт использования компьютерных программ для анализа частных случаев взаимного расположения окружностей и прямых;
- приобрести опыт выполнения проектов на тему «Применение координатного метода при решении задач на вычисления и доказательства».

Векторы

Выпускник научится:

- оперировать с векторами: находить сумму и разность двух векторов, заданных геометрически, находить вектор, равный произведению заданного вектора на число;
- находить для векторов, заданных координатами: длину вектора, координаты суммы и разности двух и более векторов, координаты произведения вектора на число, применяя при необходимости сочетательный, переместительный и распределительный законы;
- вычислять скалярное произведение векторов, находить угол между векторами, устанавливать перпендикулярность прямых.

Выпускник получит возможность:

- овладеть векторным методом для решения задач на вычисления и доказательства;

- приобрести опыт выполнения проектов на тему «применение векторного метода при решении задач на вычисления и доказательства».[11]

Большинство требований, приведенных в примерной образовательной программе к предмету геометрия, опирается на умения и знания, приобретаемые в ходе решения геометрических задач на построение, что показывает важность освоения обучающимися умения решать такие задачи.

Одной из важных задач геометрии является построение фигур с заданными свойствами при помощи чертежных инструментов. Задачи на построение – это, пожалуй, самые древние математические задачи, они помогают лучше понять свойства геометрических фигур, способствуют развитию графических умений.

Существуют условия, которые надо соблюдать при построении фигур с помощью циркуля и линейки.

Циркуль – это инструмент, позволяющий построить:

- а) окружность, если построены ее центр и отрезок, равный радиусу (или его концы);
- б) любую из двух дополнительных дуг окружности, если построены ее центр и концы этих дуг.

Линейка используется как инструмент, позволяющий построить:

- а) отрезок, соединяющий две построенные точки;
- б) прямую, проходящую через две построенные точки;
- в) луч, исходящий из построенной точки и проходящий через другую построенную точку.

С помощью циркуля и линейки можно также изобразить:

- а) любое конечное число общих точек двух построенных фигур, если такие точки существуют;
- б) точку, заведомо не принадлежащую какой-либо построенной фигуре;
- в) точку, принадлежащую какой-либо построенной фигуре.

С помощью основных построений решаются некоторые задачи, достаточно простые и часто встречаются при решении других, более сложных. Такие задачи считаются элементарными и описания их решения, если они встречаются при решении более сложных, не дается. Выбор элементарных задач является условным.

Задача на построение считается решенной, если указан способ построения фигуры и доказано, что в результате выполнения указанных построений действительно получается фигура с требуемыми свойствами.

Построение геометрических фигур с заданными свойствами при помощи циркуля и линейки осуществляется по определенным правилам. Прежде всего, надо знать, какие построения можно выполнять с помощью линейки, не имеющей делений, и с помощью циркуля. Эти построения называют основными. Кроме того, надо уметь решать элементарные задачи на построение, т.е. уметь строить:

- отрезок, равный данному;
- угол, равный данному;
- середину отрезка;
- биссектрису данного угла;
- прямую, перпендикулярную данной прямой, и проходящую через данную точку;
- прямую, параллельную данной, и проходящую через данную точку.

Процесс решения более сложных задач на построение разбивается на 4 этапа и основывается на умении решать элементарные задачи. [14]

Исследуем учебники по геометрии основной школы соответствующие требованиям ФГОС на наличие в них задач на построение.

Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов [3]

7 класс.

В учебнике рассмотрены четыре главы. “Задачи на построение” изучается в конце второй главы “Треугольники”. В этом параграфе

содержатся пункты “Окружность”, “Построения циркулем и линейкой” и “Примеры задач на построение”. Опираясь на то, что обучающиеся уже умеют выполнять основные построения с помощью циркуля и линейки, в теме рассматриваются задачи на построение такие как: построение отрезка, равного данному; построение угла, равного данному; построение биссектрисы угла, перпендикулярных прямых и середины отрезка. Построение параллельных прямых с помощью чертежного треугольника и линейки, а также с помощью циркуля и линейки по заданной прямой и точке, в форме задачи рассматривается в третьей главе «Параллельные прямые».

В четвертой главе “Соотношения между сторонами и углами треугольника” представлен для самостоятельного решения блок задач на построение (в большинстве построение различных треугольников по заданным элементам) и рассматривается задача о построении треугольника по двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум прилежащим к ней углам и по трем сторонам.

Лишь в конце учебника описывается схема решения задач на построение (анализ, построение, доказательство, исследование) с примером и представлен блок задач на построение.

8 класс

В учебнике [3] представлено пять глав для обучающихся в 8 классе (главы с 5-9). В пятой главе “Четырехугольники” идет еще раз повторение схемы решения задач на построение. Затем после изучения каждого из параграфов «многоугольники» «параллелограмм и трапеция» «прямоугольник, ромб, квадрат» вводятся блоки задач на их построение.

В седьмой главе, под названием “Подобные треугольники” рассматриваются задача на построение треугольника, при решении которой применяется метод подобия треугольников. Для самостоятельного решения представлены ряд задач на построение треугольников с данными соотношениями.

В восьмой главе, под названием “Окружность” задачи на построение встречаются в каждом параграфе главы. В параграфе “Касательная к окружности” решается задача о проведении касательной к окружности через данную точку. В параграфе «Четыре замечательные точки треугольника» рассматривается задача на построение серединного перпендикуляра к данному отрезку

В разделе «дополнительные задачи» рассматривается задача на построение равнобедренной трапеции по основаниям и диагоналям.

9 класс

В учебнике [3] представлено четыре главы для изучения в 9 классе (главы: 10-13). В двенадцатой главе “Длина окружности и площадь круга” в первом параграфе рассматривается построение правильных многоугольников. Предлагается с помощью циркуля и линейки вписать в окружность различные правильные многоугольники. Также построения встречаются в задачах не повторение.

В тринадцатой главе, под названием “Движения” представлены задачи на построение, решение которых основано на пройденном материале о симметрии, повороте и параллельном переносе

А.В. Погорелов [9]

7 класс

В учебнике [9] содержится пять параграфов для обучающихся в 7 классе. В первом параграфе под названием “Основные свойства простейших геометрических фигур” рассматривается построение параллельных прямых с помощью чертежного треугольника и линейки. В следующем параграфе “Смежные и вертикальные углы” рассматривается, построение перпендикулярных прямых с помощью чертежного треугольника и линейки. В пятом параграфе “Геометрические построения” представлен теоретический материал о чертежных инструментах и решении задач на построение при их помощи. Представлены задачи на построение треугольника с данными сторонами; угла, равного данному; биссектрисы угла; деление отрезка

пополам; построение перпендикуляра к прямой. Следом рассматривается метод геометрического места точек. В конце параграфа приводится ряд задач на построение для самостоятельного решения. В основном это задачи на построение треугольника и окружности по данным элементам и задачи на ГМТ.

8 класс

В учебнике[9] представлено пять параграфов для изучения в 8 классе. В шестом параграфе рассматриваются сведения о четырехугольниках и их свойствах, содержится блок задач на построение по данным элементам параллелограмма, ромба и трапеции, задача на построении четвертого пропорционального отрезка. В девятом параграфе под названием “Движение” изучаются геометрические преобразования: центральная и осевая симметрии, поворот, параллельный перенос. В конце параграфа приведены задачи на построение, решение которых основано на методах данных преобразований.

9 класс

В учебнике [9] представлено пять параграфов для обучающихся в 9 классе. В одиннадцатом параграфе “Подобие фигур” изучаются геометрические преобразования: подобие и гомотетия. В конце параграфа приведены задачи на построение, решение которых основано на методах данных преобразований. В тринадцатом параграфе “Многоугольники” рассматриваются построения некоторых правильных многоугольников. Так же содержатся задачи на построение: вписать в окружность n -угольник и описать около окружности правильный n -угольник.

Изучив школьные учебники геометрии на содержание в них задач на построение, можно сделать вывод, что большое внимание данным задачам уделяется в начале изучения курса геометрии, как отдельного предмета. Ближе к 9 классу количество таких задач уменьшается, но увеличивается доля задач, где построения являются важной составляющей их решения. К этому времени подразумевается, что у обучающихся достаточно хорошо

развито логическое и пространственное мышление, сформированы графические умения и навыки, они легко и верно читают любой чертеж, не затрудняются с его интерпретацией и построением. Однако на практике это оказывается не всегда так.

Учитывая то, что геометрические задачи на построение выполняют большую роль в развитии мышления, надо вводить такие задачи все время, пока длится курс геометрии, от легких до самых сложных. [7]

Преподавание геометрии в общеобразовательной школе осложняется тем, что объем изучаемых понятий и фактов остается высоким, а объем и сложность задач на построение оказывается сокращенным. Сбалансировать подход к обучению может помочь правильно разработанная и примененная методика обучения решению задач на построение.

1.2. Значение геометрических построений в обучении школьников

Задачи являются неотъемлемой составной частью курса геометрии в средней школе. Действительно, лишенный задач курс элементарной геометрии представлял бы собой лишь группу последовательно размещенных теорем. Пользы от изучения такого курса очень мало.

1. «Вызубривание» теоретического материала не дает никаких результатов, без применения знаний на практике.

2. Без наличия задач сложно бы было установить межпредметную связь с другими дисциплинами и показать наглядное применение геометрии в жизни.

3. Организовать в процессе обучения развитие пространственного представления и воображения без задач невозможно.

4. Такой курс геометрии не обучил бы школьников решению простейших практических задач.

Поэтому весь школьный курс геометрии должен быть насыщен различными упражнениями от легких до самых сложных. Решение задач

является основной частью курса геометрии. Важность показывает и то, что формулировки теорем и этапы построения, могут вывести сами обучающиеся, при правильно сформулированной проблемной задаче.

Задачи должны быть разработаны и изучены в системе, произвольный, не систематизированный набор не даст полноценных результатов. В первую очередь, способность решать задачи отображает умение применять теоретические знания, полученные в процессе изучения геометрии. Поэтому предлагаемые задачи должны соответствовать полученным ранее знаниям учеников.

Геометрические задачи играют вспомогательную контролирующую и закрепляющую роль в изучении теоретического материала. В процессе решения обучающиеся расширяют кругозор, знакомятся с методами математического рассуждения.

Задачи из школьного курса геометрии представляют собой три вида:

- задачи на вычисление;
- задачи на доказательство;
- задачи на построение.

В задачах на вычисление требуется выразить неизвестные величины (отрезки, углы, площади, объемы) или их отношения через известные параметры. Решение такого вида задач осуществляется двумя формами представления неизвестных величин через известные:

- в общем виде, когда вместо конкретных значений заданы параметры общего вида, соответственно и результат получается в буквах;
- решение задач принимает частный случай, если условие содержит конкретные числовые значения параметров, ответ доводится до числа.

В задачах на доказательство необходимо установить наличие определенных соотношений между элементами рассматриваемой фигуры. Существует две формы задач на доказательство:

1. На установление равенства отрезков, углов, фигур и параллельности, перпендикулярности прямых, плоскостей и др.

2. На исследование. В условии такого вида задач результат не сообщается. Требуется установить определенный вид зависимости между перечисленными в условии элементами фигуры.

В задачах на построение неизвестные величины определяются в результате выполнения ряда геометрических построений (с помощью допустимых геометрических инструментов или в обусловленной проекции). Как правило, речь идет о построении геометрической фигуры по некоторым данным о ней.

Задача преподавания геометрии - дать учащимся основные знания, умения и навыки в области геометрии, так же развить пространственное воображение, практическое понимание, логическое мышление.

Таким образом, А. Д. Александров указывает на три основные задачи преподавания геометрии в средней школе:

- изучение основных геометрических фактов;
- развитие определенных умений и навыков у учащихся;
- развитие их пространственного воображения, логического мышления и понимания того, что геометрия изучает, свойства реального мира.

Программа по геометрии дает такие же целевые установки на преподавание геометрии в средней школе. Таким образом, основными задачами курса геометрии являются:

- систематическое изучение основных фактов геометрии, методов их получения и возможностей их применения;
- развитие умений и навыков учащихся, обеспечивающих применение полученных знаний для изучения смежных дисциплин и в сфере производства;
- развитие пространственного воображения и логического мышления учащихся.

Основой для развития пространственного воображения и логического мышления обучающихся является овладение ими основными фактами и методами геометрии.

Автор учебника школьного курса геометрии, академик А. В. Погорелов на первое место задач преподавания геометрии ставит развитие логического мышления учащихся. Он пишет: «Предлагая настоящий курс, мы исходили из того, что главная задача преподавания геометрии в школе - научить учащихся логически рассуждать, аргументировать свои утверждения, доказывать. Очень немногие из оканчивающих школу будут математиками, тем более геометрами. Будут и такие, которые в их практической деятельности ни разу не воспользуются теоремой Пифагора. Однако вряд ли найдется хотя бы один, которому не придется рассуждать, анализировать, доказывать».

В школьном курсе геометрии выделяют три вида чертежей:

1. чертежи, иллюстрирующие содержание вводимого понятия;
2. чертежи, образно представляющие условие задачи или рассматриваемого математического предложения;
3. чертежи, иллюстрирующие преобразования геометрических фигур.

Формируя у учащихся умение, работать с чертежом, учитель должен помнить, что если ограничиваться стандартными чертежами, то школьники достаточно быстро начнут связывать формируемое понятие только с фигурами определенного вида и положения. «Стандартный» чертеж вызывает у учащихся неверные ассоциации, в результате которых в содержание понятия вносятся лишние признаки, являющиеся частными признаками демонстрируемой фигуры. Решить данную проблему поможет работа над чертежами в электронном виде. Такой вариант помогает производить работу только с установленными условием задачи данными, можно легко менять положение и вид фигуры, отслеживая изменение частных, не установленных условием признаков.

Эффективность формирования у учащихся понятий, которые можно представить наглядно, в большей степени зависит от того, в каком виде произошло первое знакомство с ним, каким оказался первый зрительный

образ, ставший затем носителем данного понятия (сила первого впечатления). Поэтому в начале изучения понятия надо показывать как можно больше чертежей, в которых варьируются не существенные признаки понятия.

Чертежи и рисунки - эффективное средство формирования у учащихся умения подмечать закономерности на основе наблюдений, вычислений, преобразований, сопоставлений. Обращаясь к учителям математики, Д Пойа писал: «Результат творческой работы математики - доказательное рассуждение, доказательство, но доказательства открывают с помощью правдоподобных рассуждений, с помощью догадки... Преподаватель должен показывать, что догадки в области математики могут быть разумными, серьезными, ответственными... Давайте учить догадываться!».

В формулировке задач должно быть все необходимое обучающимся для построения чертежа. В школьных учебниках встречается текст, с помощью которого сформулирована задача или теорема, написанные сложнодоступным, непонятным языком. Не все хорошо воспринимают текстовую информацию, например у учеников, относящихся к разряду кинестетиков, такой вид материала явно вызовет затруднение. При подготовке к уроку учитель должен отслеживать формулировки задач и теорем, с которыми работает обучающийся.

Особое место в развитии мышления занимает обучение сравнению, в частности сравнению факта, выраженного словесно, с его интерпретацией на чертеже. Чертеж может служить опровержением какого-то общего высказывания. Учась опровергать неверные высказывания, школьники постепенно привыкают к доказательствам.

Разносторонняя работа с чертежами способствует общему умственному развитию обучающихся, обеспечивает их логическое развитие.

Для повышения эффективности развивающего обучения геометрии перед учащимися следует систематически ставить обучающие задачи или

систему упражнений, которые обеспечивали формирование у школьников элементов творческого математического мышления.

Л.И. Белозерова и В.С Коновалова в своих работах выделяют следующие значения геометрических построений в обучении школьников:

1. Систематическое выполнение упражнений на построение дает возможность повторять ранее приобретенные знания по геометрии.

2. Благодаря задачам на построение школьники вынуждены более глубоко и подробнее разобраться в ранее полученных знаниях по геометрии.

3. С помощью геометрических задач на построение школьник вспоминает все ранее изученные темы и находит им применение.

4. Огромную пользу для изучения черчения приносит выполнение задач на построение.

5. Благодаря задачам на построение в стереометрии у учеников улучшается воображение и пространственное представление.

6. Задачи на построение помогают ученикам сосредотачивать свое внимание и улучшают дисциплину в классе. [4]

7. Задачи на построение учат школьников в нужное время вспомнить нужную информацию.

8. Задачи на построение учат школьников включать воображение, изобретательность.

9. Задачи на построение обучают школьников проявлять настойчивость и характер для получения нужного результата.

10. Задачи на построение помогают ученикам логически думать. [7]

1.3. Обучение школьников решению задач на построение

Автор книги «Математическое открытие» Джордж Пойа, уделил особое внимание геометрическим задачам на построение, поставив в начало издания и выделив целую главу. Пойа считает, что “место, занимаемое геометрическими построениями в программе обучения, полностью оправданно, так как они лучше всего подходят для освоения путей решения задач”. [10]

Практическая значимость школьного курса геометрии обусловлена тем, что её объектом являются пространственные формы и количественные отношения действительного мира. Геометрическая подготовка необходима для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных и технических понятий и идей. Математика является языком науки и техники. С её помощью моделируются и изучаются явления и процессы, происходящие в природе.

Геометрия является одним из опорных предметов основной школы: она обеспечивает изучение других дисциплин. В первую очередь это относится к предметам естественно-научного цикла, в частности к физике. Развитие логического мышления учащихся при обучении геометрии способствует также усвоению предметов гуманитарного цикла. Практические умения и навыки геометрического характера необходимы для трудовой деятельности и профессиональной подготовки школьников.

Развитие у учащихся правильных представлений о сущности и происхождении геометрических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте геометрии в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения учащихся, а также формированию качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе.

Требуя от учащихся умственных и волевых усилий, концентрации внимания, активности развитого воображения, геометрия развивает нравственные черты личности (настойчивость, целеустремлённость, творческую активность, самостоятельность, ответственность, трудолюбие, дисциплину и критичность мышления) и умение аргументированно отстаивать свои взгляды и убеждения, а также способность принимать самостоятельные решения.

Геометрия существенно расширяет кругозор учащихся, знакомя их с индукцией и дедукцией, обобщением и конкретизацией, анализом и синтезом, классификацией и систематизацией, абстрагированием, аналогией. Активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности школьников.

При обучении геометрии формируются умения и навыки умственного труда — планирование своей работы, поиск рациональных путей её выполнения, критическая оценка результатов. В процессе обучения геометрии школьники должны научиться излагать свои мысли ясно и исчерпывающе, лаконично и ёмко, приобрести навыки чёткого, аккуратного и грамотного выполнения математических записей.

Важнейшей задачей школьного курса геометрии является развитие логического мышления учащихся. Сами объекты геометрических умозаключений и принятые в геометрии правила их конструирования способствуют формированию умений обосновывать и доказывать суждения, приводить чёткие определения, развивают логическую интуицию, кратко и наглядно вскрывают механизм логических построений и учат их применению. Тем самым геометрия занимает ведущее место в формировании научно-теоретического мышления школьников.

Раскрывая внутреннюю гармонию математики, формируя понимание красоты и изящества математических рассуждений, способствуя восприятию геометрических форм, усвоению понятия симметрии, геометрия вносит значительный вклад в эстетическое воспитание учащихся. Её изучение

развивает воображение школьников, существенно обогащает и развивает их пространственные представления.

Задача на построение - это задача, в которой требуется построить геометрический объект, пользуясь только двумя инструментами: циркулем и линейкой (односторонней и без делений). [5]

Задача на построение состоит, в том, что требуется построить указанными инструментами фигуру, если дана некоторая другая фигура и указаны некоторые соотношения между элементами искомой фигуры и данной. Каждая фигура, удовлетворяющая условию задачи, называется решением задач.

Задачи на построения не просты. Не существует единого алгоритма для решения таких задач. Каждая из них по-своему уникальна, и каждая требует индивидуального подхода для решения. Именно поэтому научиться решать задачи на построение чрезвычайно трудно, а может быть, невозможно. Но эти задачи дают уникальный материал для индивидуального творческого поиска учащимися путей решения с помощью своей интуиции и подсознания.

В школьном курсе математики, задачи на построение выполняют следующую роль:

1. Развивают и закрепляют чертежные навыки, способности конструирования.
2. Способствуют закреплению усвоения теоретического материала курса.
3. Развивают воображение обучающихся, в период формирования представления образа искомого объекта.
4. Способствуют формированию и развитию логического мышления школьников, как результат анализа и исследования решения.
5. Развивают и пробуждают такие мыслительные операции, такие как: анализ, синтез, абстрагирование, в процессе рассмотрения взаимосвязей между данными и искомыми элементами

Выполнение геометрических задач на построение в тематическом планировании школьного курса образовательной программы делится на следующие этапы:

1. Ознакомительный
2. Пропедевтический
3. Систематический

На период ознакомительного этапа изучения приходится обучение в 1-4 классах. Обучающиеся впервые знакомятся с чертежными инструментами, задачами на построение. Выполняют построение прямой, отрезка, угла, окружности, при помощи карандаша, линейки, циркуля и треугольника.

Пропедевтический этап подразумевает обучение учащихся 5-6 классов. Акцентируется внимание на геометрических задачах на построение. Обучающихся подготавливают к более сложным задачам на построение из систематического этапа обучения. При выполнении построений используются карандаш, линейка, циркуль, треугольник, транспортир. Обучающиеся выполняют построения:

- параллельных прямых с помощью карандаша, линейки, треугольника;
- перпендикулярных прямых с помощью карандаша, линейки, треугольника;
- треугольника с помощью карандаша, линейки, циркуля, транспортира;
- окружности при помощи циркуля;
- квадрата с помощью карандаша, линейки, транспортира или треугольника;
- прямоугольника с помощью карандаша, линейки, транспортира или треугольника.

При изображении в тетрадях последних построений, обучающиеся часто избегают использования транспортира или угольника, используя клеточки в тетрадях, что приводит к погрешностям.

Систематический курс геометрии уже приходится на 7-11 классы. Обучающиеся впервые сталкиваются с требованием о построении геометрических чертежей при помощи только карандаша, линейки и циркуля в 7 классе. В этом же классе ученики знакомятся с общим методом решения задач на построение – метод геометрических мест (метод пересечений) и элементарными задачами на построение:

- построение окружности вписанной в треугольник
- построение окружности описанной около треугольника.

В 8 классе обучающиеся решают задачи на построение при ознакомлении с темами:

- Четырехугольники;
- Движения;
- Декартовы координаты на плоскости.

При изучении темы «Четырехугольники» решаются задачи на построение методом геометрических мест.

При решении задач на тему «Движения» используют:

- a) симметрию относительно точки;
- b) симметрию относительно прямой;
- c) поворот геометрического объекта на заданный угол относительно точки;
- d) смещение на заданное расстояние в заданном направлении (на вектор).

Изучая тему «Декартовы координаты на плоскости» обучающиеся осваивают построение прямой, окружности, точек пересечения на координатной плоскости.

В 9 классе решаются задачи на построение вписанных и описанных правильных многоугольников, а так же задачи с использованием гомотетии; преобразования подобия.

В 10-11 классах обучающиеся изучают построение пространственных геометрических фигур. В школьном курсе стереометрии используют два вида построений:

1. Построения на проекционном чертеже, при решении таким методом изображаются фигуры и их проекции на плоскости
2. Воображаемые построения, основывающиеся на аксиомах стереометрии, применяемые при решении задач типа «Докажите, что через точку вне плоскости можно провести...»

По содержанию обучения выделяют следующие линии:

- Геометрия формы.

Рассматривают признаки каждой формы и классификацию фигур по их форме.

- Геометрия положения.

Изучают взаимное расположение фигур на плоскости и в пространстве.

- Геометрия измерения.

Занимаются измерением различных геометрических величин.

- Геометрия построений (конструктивная).

Рассматривают различно построение на плоскости с помощью основных приборов а также рассматривают различное построение в пространстве.

- Линия геометрических преобразований.

Точечные преобразования фигур в плоскости и пространстве, доказываются правила, по которым происходят эти преобразования.

Условия, способствующие успешному усвоению геометрического материала обучающимися:

1. Использование в учебном процессе наглядности. Применение моделей фигур.
2. Большую роль отводить устным задачам на готовых чертежах, моделях.

3. Значительное место в процессе изложения геометрии отводится выполнению чертежей с использованием разных цветов.
4. Большое внимание уделять логическому развитию учащихся. Ситуацию создает учитель, до изучения систематической линии геометрии.
5. Необходимо систематически практиковать самостоятельное изучение теории на уроке и дома.
6. Следует постоянно вырабатывать устойчивое внимание, сосредоточенность, умение сочетать записи в тетрадях с прислушиванием к рассказу учителя.
7. Необходимо постоянно заботиться о развитии интереса учащихся к изучаемой теории, постоянно обращаться к историческому материалу, прикладным задачам, аргументированно регламентировать изучение программных вопросов.
8. В процессе изложения геометрии следует шире использовать информационные технологии. Применение компьютера в обучении вносит некоторые коррективы в процесс обучения геометрии.

Принципы концепции компьютерной поддержки курса:

1. принцип адекватности;
2. принцип визуализации;
3. принцип использования компьютерных средств в качестве инструмента познания;
4. принцип самостоятельности в использовании компьютерных средств;
5. принцип ориентации на школу.

Методы обучения с использованием компьютера:

- метод использования компьютера как инструмента, позволяющего значительно расширить иллюстративную базу вузовского курса.

- метод использования компьютера для формирования алгоритмической культуры студентов
- метод использования компьютера при решении вычислительных задач
- метод использования компьютера при решении задач на визуализацию геометрических объектов
- метод использования информационных технологий в качестве средства создания творческого, эмоционального отношения к процессу решения задач
- метод создания и использования баз данных
- метод использования информационных технологий в качестве средства экспериментирования и моделирования
- метод учебных информационно-ориентированных проектов

1.4. Возможности компьютерных технологий в обучении геометрическим построениям

Под информационными технологиями М.И. Желдака, понимал «совокупность методов и технических средств сбора, организации, хранения, обработки, передачи и представления информации, расширяющие знания людей и развивающие их возможности по управлению техническими и социальными процессами» [1, с. 155]

По мнению Селевко информационная технология [13, с. 25], может быть реализована в трех вариантах:

- 1) как «проникающая» (использование компьютера и МТ при изучении отдельных тем, разделов, для решения отдельных дидактических задач);
- 2) как основная (наиболее значимая в используемой педагогической технологии);

3) как монотехнология (когда все обучение и управление учебным процессом, включая все виды диагностики, контроля и мониторинга, опираются на применение компьютера).

Как мы видим, что главное в информационных технологиях - это компьютер с соответствующим техническим и программным обеспечением. Следовательно, под информационными технологиями в обучении следует понимать процесс подготовки и передачи информации учащимся, посредством осуществления которого является компьютер. Такой подход отражает первоначальное понимание педагогической технологии, как применение технических средств в обучении. Педагогическая технология - это не просто использование технических средств обучения или компьютеров, это выявление принципов и разработка приемов оптимизации образовательного процесса путем анализа факторов, повышающих образовательную эффективность, путем конструирования и применения приемов и материалов, а также посредством оценки применяемых методов. [15]

Увеличивается количество программ, где ученику предоставляется среда, в которой можно выполнять любые аналоги построений с помощью циркуля и линейки. Это прекрасные технические инструменты, приходящие на смену карандашу, линейке, циркулю, резинке. Быстро, аккуратно, точно, красочно можно выполнить практически любые геометрические построения и операции, ввести привычные обозначения, автоматически измерить длины и т. д.

Эти программы могут: строить аккуратные чертежи; трансформировать уже готовый чертеж, двигая одну из точек или прямых (построение при этом сохраняется). В ряде программ предусмотрена анимация.

Такая аккуратность переносится и на работу в тетради – ученик внимательнее относится к деталям чертежа, меньше допускает вольностей при построении.

Существует большое количество программных средств разработанных для преподавателей и обучающихся, облегчающих учебный процесс. Приведем примеры некоторых программ, разработанных для уроков геометрии:

1. «Планиметрия. Электронный учебник-справочник»

Электронный учебник-справочник содержит в себе последовательный курс планиметрии с основными определениями, задачами с решением и без него, теоремами и формулами с доказательствами, которые используются при обучении в школьном курсе геометрии. При упоминании теоремы, формулы, метода решения из освещенных ранее тем, прилагается ссылка на первичное упоминание с доказательством или теоретическими сведениями. Для углубленного и более подробного изучения каждой из тем представлены дополнительные теоремы и формулы с доказательствами, иллюстрациями. Прилагается СтереoКонструктор, в котором обучающиеся могут самостоятельно решать задачи на построение. В справочнике обучающиеся смогут найти необходимую теоретическую информацию, связанную с определенным термином. В программе весь текст озвучен; поэтапно происходит рисование чертежей с озвучиванием комментариев; можно произвести повторное ознакомление со звуковым и текстовым материалом.

К электронному учебнику-справочнику прилагается так же печатная книга. Книга играет роль «опорных конспектов» с изображениями, в ней не представлены доказательства и задачи, содержатся только определения, формулировки теорем, формулы.

2. «Живая геометрия»

В программе «Живая Геометрия» высокий эстетический уровень оформления делает изучение математики привлекательным, а решение задач нетрадиционным, поэтому активно участвуют даже слабоуспевающие ученики. Решение задач на построение в этой программе помогает

заинтересовать, привлечь внимание всех учащихся, показать всю красоту геометрии, её важность и значимость.

«Живая геометрия» может использоваться при изучении математики по любым учебникам, в любом классе позволяя учителю продемонстрировать изучаемый материал. С программой можно работать в разных условиях: можно в классе с компьютером и мультимедиа-проектором, а можно в классе с компьютерной сетью. Компьютер и проектор есть в каждом классе, в связи с чем использовать программу на уроках не составит никакого труда.

Программа лишь предоставляет необходимые средства, для создания чертежей пользователем. Используются стандартные геометрические операции, такие как - проведение прямой (луча, отрезка) через две точки, построение окружности по заданному центру и точке на окружности (или по заданным центру и радиусу), биссектрисы угла, середины отрезка, проведение перпендикулярных и параллельных прямых, фиксация пересечения прямых, окружностей, прямой и окружности.

Имеется хорошо развитая система измерений длин, углов, площадей, периметров, отношений с достаточно большой точностью, которая легко регулируется. Имеющаяся система преобразований позволяет производить над объектами такие операции как отражение, растяжение, сдвиги, повороты.

Геометрический материал становится для учащихся доступным и понятным. После таких уроков учащиеся глубже начинают вникать в суть самого предмета, проявляют интерес к нему. Простая техника измерений элементов геометрических фигур, с которыми работает учащийся, позволяет усваивать соотношения экспериментально – в том числе учащимся с затрудненным восприятием геометрии. [\[3\] Моя статья](#)

3. «GeoGebra»

Программа находится в свободном доступе, ее возможно использовать как в онлайн режиме при наличии доступа к сети интернет, так и без сети, после скачивания. Программа предоставляет возможность создания конструкций с точками, векторами, линиями, коническими сечениями,

а также математическими функциями, а затем динамически изменять их на координатной плоскости. Основной целью программы является наглядное отображение и возможность прослеживания сочетания геометрического алгебраического и числового представления графиков. Так же отображаются шаги построения и влияния изменений каждого параметра функции на чертеже. В программе большая роль отводится так же разным видам симметрии и работе с углами. «GeoGebra» обладает свойством сохранять и в дальнейшем использовать чертежи.

4. «Свободная плоскость. СвоП 2.0»

Предназначена для построения геометрических чертежей и их детального анализа. С помощью этой программы можно отметить точку, провести прямую, луч, окружность. Можно изменять размеры построенных фигур, выполнять повороты, симметрично отражать относительно точки или прямой.

Программа не имеет методического обеспечения для учителей, значит ее можно использовать лишь для наглядности изучаемого материала и произведения построений, работы с чертежами.

5. «ПланиМир».

В этой среде можно проводить любые построения аналогичные построениям на бумаге циркулем и линейкой при помощи мыши (ставить точки, проводить отрезки, прямые и окружности, измерять расстояния и углы и т.д.).

Обладает преимуществом по сравнению с большинством аналогичных, рассмотренных выше программ в том, что содержит поурочную методическую разработку, соответствующую учебникам геометрии. Каждый раздел «Геометрического практикума» содержит опорную задачу с пошаговым доказательством справедливости построения. В программе для обучающихся разработана серия задач для самостоятельного решения.

Рассмотренные программные средства имеют ряд преимуществ. Чертежи являются более наглядными, благодаря возможности использования

палитры цветов. При подготовке к уроку учителю достаточно открыть ранее использованный чертеж или видео фрагмент, что экономит время. Снижается уровень погрешности при построении, на доске крайне сложно изобразить четкий график мелом.

Среди тех программ, которые предназначены не только для выполнения геометрических построений, но и содержащие теоретический материал, встречаются расхождения с учебниками в формулировках определений и методах доказательства теорем, это нужно учитывать, используя материал на уроках, во избежания путаницы у обучающихся.

Применять на всех этапах обучения программные средства нецелесообразно, каждая тема, требует индивидуального подхода. При обучении геометрическим построениям нужно использовать разные виды деятельности, для получения хороших результатов обучения. Требуется менять форму работы на уроках, это будет пробуждать интерес у обучающихся и способствовать лучшему усвоению знаний, приобретению навыков разной формы деятельности.

Глава 2. ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ПОСТРОЕНИЯМ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

2.1 Рекомендации по обучению учащихся 7-9 классов геометрическим построениям

При решении с учащимися задач на построение возникают большие методические трудности. Дело в том, что при этом обычно преследуют две цели; решить данную задачу и вместе с тем научить школьников решать задачи на построение вообще, т.е. познакомить их с общими подходами к решению задач, показать, как путем анализа искомой фигуры, рассуждений, предположений отыскивается решение задачи.

Вторая задача значительно сложнее, чем первая, и ее реализация требует от учителя большой кропотливой и систематической работы, особенно в средней школе, так как решение задач на построение – совершенно новый для учащихся вид работы. Во многих случаях отыскание хода решения новой задачи является для учащихся небольшим открытием и в то же время исследованием.

Трудность усугубляется еще и тем, что часто нахождение решения задачи представляет собой весьма сложный процесс, требующий от учащихся большого внимания. Для того чтобы эта работа протекала успешно, необходимо, чтобы учащиеся заинтересовались решением задач, чтобы они поняли, насколько интересна эта работа. Поэтому всегда следует поощрять проявление учащимися изобретательности, инициативы, самостоятельности в отыскании решения.

Существует известная, общепринятая и рекомендуемая схема решения задач на построение, разработанная еще в IV в. до н. э. древнегреческими геометрами, включающая в себя четыре этапа:

- 1) анализ;
- 2) построение;

3) доказательство;

4) исследование.

Рассмотрим каждый из этапов более подробно.

Анализ.

Анализ является подготовительным, предварительным этапом, который мы понимаем как поиск способа решения геометрической задачи на построение. Так как здесь определяется план построения, фактически, находится решение.

На этом этапе прослеживается наличие взаимосвязи между данной фигурой и искомой. Обнаруживание этих взаимосвязей дает возможность построения искомой фигуры.

Для обнаружения взаимосвязи между данной фигурой и искомой, необходимо сделать вспомогательный чертеж, изображающий данные заданной фигуры и искомой, так же передающий приблизительное расположение на плоскости либо в пространстве, предусмотренное условием задачи. Полученный чертеж будет служить проектом чертежа, требуемого в задаче, как результата.

В большинстве случаев, построение вспомогательного чертежа удобнее начинать с примерного изображения искомой фигуры, постепенно достраивая данные условия и взаимосвязи из формулировки задачи, нежели начинать с построения заданной фигуры. Для наглядности стоит выделить важнейшие искомые и данные элементы.

В случае, когда на вспомогательном чертеже отчетливо не виден способ построения, нужно прибегнуть к поиску возможного расположения дополнительных элементов, способствующих построению искомой фигуры.

Нужно акцентировать внимание обучающихся на том, что решение любой задачи на построение сводится к выполнению элементарных построений. Ученик не должен каждый раз искать новые приемы при изображении чертежей.

Так же не должны остаться без внимания следующие моменты [2] :

1. если на вспомогательном чертеже не удастся непосредственно заметить необходимые для решения связи между данными и искомыми элементами, то целесообразно ввести в чертеж вспомогательные фигуры: соединить уже имеющиеся точки прямыми, отметить точки пересечения имеющихся линий, продолжить некоторые отрезки и т. д. Иногда бывает полезно проводить параллели или перпендикуляры к уже имеющимся прямым;

2. если по условию задачи дана сумма или разность отрезков или углов, то эти величины следует ввести в чертеж, то есть следует изобразить их на чертеже-наброске, если их еще нет на нем;

3. в процессе проведения анализа бывает полезно вспомнить теоремы и ранее решенные задачи, в которых встречаются зависимости между элементами, о которых говорится в условии рассматриваемой задачи.

В этом этапе решения задачи на построение применяется не только аналитический, но и аналитико-синтетический метод рассуждения. Анализ и синтез при работе с задачей дополняют друг друга, происходит взаимодействие во время поиска путей решения.

Исходя из вопроса, поставленного в задаче, анализируем, какие данные нам известны и какие требуются, для получения ответа. Либо наоборот, оперируя известными данными, ищем способ построения искомой фигуры.

Анализ задачи связан лишь с известными данными, следовательно, полученный по ним чертеж должен быть построен последовательно, четко и аккуратно.

Например:

1. В задаче дан треугольник без указанных мер углов, следовательно, на вспомогательном чертеже должен быть изображен разносторонний треугольник.

2. В задаче речь идет о четырехугольнике, следовательно, на вспомогательном чертеже должна быть изображена фигура из четырех точек,

три из которых не лежат на одной прямой. Лишних данных чертеж отображать не должен, таких как параллельные стороны.

3. В задаче данна трапеция, следовательно, на вспомогательном чертеже не должна быть изображена равнобедренная трапеция.

Построение должно строго отображать только те данные, о которых идет речь в условии задачи. На этапе анализа при решении некоторых задач целесообразно начинать построение с искомых элементов.

Невнимательное построение вспомогательных чертежей в тетради, может привести к ошибочно установленным взаимосвязям между известными и искомыми элементами. Применение программных средств, помогает избежать данной ошибки при работе с чертежом. Во время выполнения построений в электронном формате сделать ошибочных предположений о взаимосвязи практически невозможно, там она четко видна. Обучающиеся, приобретенный навык правильной работы с построениями в электронном формате, будут применять при построении циркулем и линейкой в тетрадях.

Построение.

Следующий этап решения геометрических задач на построение состоит из двух частей:

1. запись четкого порядка выполнения элементарных построений, требуемых для решения задачи;
2. выполнение при помощи карандаша, линейки и циркуля на чертеже этих построений.

Действительно, решить задачу на построение – значит указать четкую последовательность элементарных построений, допустимых для выполнения указанными чертежными инструментами, которые в совокупности позволяют дать ответ на поставленный в задаче вопрос.

Самым распространенным требованием, в задачах по геометрии школьного курса 7-9 классов, является: «Постройте при помощи циркуля и

линейки (без делений)...». Элементарные построения при помощи этих чертежных инструментов:

1. построение прямой, проходящей через две данные точки;
2. построение точки пересечения двух данных прямых;
3. построение окружности данного радиуса при заданном центре;
4. построение точек пересечения двух данных окружностей;
5. построение точек пересечения данной прямой и данной окружности.

Главное в выполнении этого этапа, указать четкую последовательность выполнения построений, которые не всегда отображают порядок действий, произведенных на этапе анализа. Изначально мы находим лишь способ решения задачи, а после производим непосредственно само построение. На этапе анализа мы работаем над поиском решения, на следующем этапе записываем порядок действий и выполняем непосредственно сам чертеж.

Необходимо так же указывать способ, используемый при построении элементов. В геометрических задачах ряд построений, с которыми происходит работа на этапе анализа, возможно осуществить несколькими вариантами.

Для успешного решения на данном этапе проблемной задачи у обучающихся должен быть хорошо развит навык в отыскании решений различными способами. Так же немаловажна способность переносить приобретенные знания умения и навыки в новую ситуацию.

Как уже говорилось ранее, что решение любой задачи на построение сводится к выполнению элементарных построений. При изображении чертежей обучающиеся часто сталкиваются с системой построений, выполнение которых, в виде отдельных задач, ранее встречались в школьном курсе геометрии. Такие задачи относят к основным задачам на построение, количество которых индивидуально подбирается авторами учебников.

При условии, что обучающиеся освоили навык работы с чертежными инструментами и решение аналогичных задач по изученной теме не вызывает

вопросов, можно избежать записи шагов построения в тетрадях каждой задачи, для этого достаточно устного анализа. Второй этап решения задачи на построение часто бывает большим по объему, если у ученика построение не вызвало затруднений, то описывание большого количества шагов отбивает желание и интерес у обучающихся к решению рассматриваемых задач. В таком случае достаточно выполнения самого чертежа в тетрадях.

Поставленная цель перед учителем играет важную роль при планировании работы на уроке. Если стоит задача обучить школьников поиску решения, то в процессе урока происходит работа с анализированием условия задач, поиском взаимосвязей и отработки навыка видения отношений между фигурами и их элементами. В данной ситуации не стоит тратить учебное время на подробное описание построений в тетради. Внимание обучающихся должно быть сконцентрировано на поставленной цели урока, не стоит рассредотачивать его.

На уроках математики еще в 5 классе обучающиеся приобретают навыки работы с чертежными инструментами такими как:

- линейка;
- циркуль;
- чертежный треугольник;
- транспортир.

Усиленный интерес и сознательное отношение к решению задач на построение развивает решение одной и той же задачи несколькими вариантами. Для обладания умением самостоятельно осуществлять поиск разнообразных, нестандартных решений, нужно решать задачи на построение не по заранее указанным способом. Нужно поощрять применяемую в процессе решения изобретательность, креативность, инициативу.

Обучающиеся изначально при решении задачи применяют знания полученные ранее. При условии, что для решения задач можно применить известный метод, не смотря на то, рационален он или нет, ученики выберут именно его. В таком случае формируется учителем проблемная задача, в

процессе решения которой обучающиеся сами выводят новый метод решения. Если учитель самостоятельно объясняет новый материал с построением не изученных ранее шагов, у обучающихся может создаться впечатление, что они никогда бы не смогли найти предложенное решение самостоятельно.

Для успешного решения на данном этапе задачи у обучающихся должен быть хорошо развит навык в отыскании решений различными способами. Целесообразно изучать задачи с несколькими вариантами решений в конце учебного года, когда обучающиеся уже успешно освоили навыки в решении задач на построение и владеют всеми необходимым теоретическим материалом.

Доказательство.

Следующим этапом в решении задач на построение, необходимо установить, удовлетворяет ли чертеж условиям задачи. Показать, что фигура, полученная из данных элементов определенным построением, удовлетворяет всем условиям задачи. Из чего мы видим, что этап доказательства непосредственно зависит от способа построения. Одну и ту же задачу можно решать различными способами, и доказательство в каждом случае будет свое. Обусловлено это тем, что вариант решения задачи зависит от намеченного при анализе плана построения. В анализе мы находим необходимые условия, которым должно соответствовать построение, чтобы получить искомую фигуру. Нужно так же удостовериться, что построенная фигура удовлетворяет всем требованиям задачи, то есть найденные необходимые условия являются и достаточными.

Доказательство является этапом решения задачи, по своему логическому содержанию обратным анализу. Если в анализе устанавливается, что всякая фигура, удовлетворяющая поставленным условиям, может быть найдена определенным путем, то на этом этапе решения доказывается обратное положение. Это обратное положение в общем виде может быть сформулировано так: если некоторая фигура

получена из данных элементов таким-то построением, то она действительно удовлетворяет поставленным условиям.

При решении простейших задач, когда все известные условия отражены в плане построения, нет необходимости доказывать, что фигура, полученная из данных элементов таким построением, является искомой. Например: «Постройте треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам». В данной ситуации доказательство сводится к простой проверке, такие ли взяли углы, как данные, и будет ли построенная сторона равна данной. В подобных задачах доказательство является излишним, так как правильность решения обусловлена соответствием построения анализу и данным условиям задачи.

Так как доказательство зависит от избранного решения, то, не ознакомившись с анализом и построением, нельзя сказать, правильно ли проведено доказательство.

Доказательство не только зависит от анализа и построения, между ними существует тесная взаимосвязь. По плану, составленному при анализе, проводится построение. Можно обнаружить несколько вариантов решения. Построение и доказательство являются своеобразным критерием правильности и рациональности составленного плана. Если план не осуществим имеющимися инструментами или же построение оказывается нерациональным, мы вынуждены искать новый план решения. Аналогичным образом и доказательство, и исследование влияют на анализ, предопределяя нередко выбор плана решения.

Для упрощения доказательства целесообразно предлагать учащимся и такие задачи на доказательство, которые не только служат для развития математического мышления или для пополнения объема знаний, но и могут быть использованы при решении задач на построение.

Доказательство теорем и решения задач на построение проводится аналогично, с использованием аксиом, теорем и свойств геометрических фигур. Но, не смотря на это, между ними имеется и некоторое различие. При

доказательстве теорем в большинстве случаев без труда выделяют условие и заключение. При решении задач на построение уже труднее найти данные, на основании которых можно доказать, что построенная фигура является искомой. Поэтому иногда при решении задач на построение целесообразно специально выделять, что дано, и что требуется доказать.

Например, при решении задачи: «Построить ромб по двум его диагоналям» предложить ученику записать, что дано (диагонали взаимно перпендикулярны и, пересекаясь, делятся пополам) и что требуется доказать (стороны равны). Нет необходимости требовать проведения особого доказательства в задачах, где правильность решения очевидна. Иногда, если даже правильность в решении и не очевидна, учитель, учитывая назначение решаемых задач, может не требовать доказательства, предупредив об этом учащихся. [8]

Исследование.

В школьном курсе геометрии большое внимание уделяется обычно основному этапу решения задачи на построение – анализу. Без первого этапа невозможно осуществить построение, провести доказательство и исследование. Последнему, не самому легкому, этапу решения задач на построение, как правило, учителями и в методической литературе отводится мало времени.

Обычно выполнение анализа, построения и доказательства создает впечатление что геометрическая задача полностью решена, но для полного решения задачи нужно ответить еще на ряд вопросов:

1. При изменении данных можно ли выполнить построение избранным способом?
2. Если найденный способ невозможно применить, как пострить искомую фигуру? Построение возможно?
3. Сколько решений имеет задача при каждом возможном выборе данных?

4. При каких условиях искомая фигура удовлетворяет тем или иным дополнительным условиям? (только при решении некоторых задач).

Ответы на эти вопросы составляют содержание этапа исследования. [2].

Основной целью последнего этапа решения задач является установление условий разрешимости и определение количества решений. Наиболее доступно и целесообразно производить данный этап не отдельно, а в процессе построения. Сущность этого приема заключается в том, чтобы перебрать последовательно все шаги, из которых состоит построение, и относительно каждого шага установить, всегда ли указанное на этом шаге построение выполнимо, а если выполнимо, то однозначно ли.

Можно прийти к выводу, что всякое решение данной задачи совпадает с одним из уже полученных решений. Если же это не удастся, то можно предположить, что задача имеет другие варианты решения, которые могут быть найдены другими способами. В этих случаях надо тщательно проверить, нет ли каких-либо иных возможных случаев расположения данных или искомых фигур, которые не были предусмотрены ранее проведенным анализом.

На этапе исследования задачи на построение рассматривают исходные данные, как параметры, принимающие всевозможно допустимые значения.

Как правило, при анализе и построении исходят из условия, что искомая фигура существует, во внимание не берется все многообразие данных их соотношений и размеров.

После указания необходимых и достаточных условий, при которых описанное в предыдущих этапах решение действительно будет ответом к задаче, можно сказать, что задача на построение решена. То есть нужно выявить, при всяком ли выборе данных задача имеет решение и если да, то сколько.

В геометрических задачах на построение, этап исследования принимает общеобразовательное значение и является хорошей опорой для развития логического и дидактического мышления учащихся.

Иногда на первом этапе решения задачи на построение встречаются элементы исследования – обучающиеся непроизвольно учитывают различные положения данных и искомым элементов и их изменение.

2.2 Обучение школьников геометрическим построениям в современных условиях.

Найти решение задачи на построение - значит указать конечную последовательность основных построений, после выполнения которых искомая фигура будет считаться построенной в силу принятых аксиом конструктивной геометрии.

Решить задачу на построение - это значит указать такую конечную последовательность основных и элементарных построений, после выполнения которых искомая фигура может считаться построенной в силу общих аксиом конструктивной геометрий.

Элементарные построения:

1. Отложить на данном луче от его начала отрезок, равный данному отрезку.
2. Отложить от данного луча в данную полуплоскость угол, равный данному углу.
3. Построить треугольник по трем сторонам.
4. Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними.
5. Построить треугольник по стороне и двум прилежащим углам.
6. Построить биссектрису данного неразвернутого угла.
7. Построить серединный перпендикуляр данного отрезка.
8. Построить середину данного отрезка.

9. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную данной прямой. (При этом данная точка может лежать на данной прямой, может и не лежать на ней).

10. Построить прямую, проходящую через данную точку и параллельную данной прямой.

11. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе.

12. Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и катету.

13. Построить касательную к окружности, проходящую через данную на ней точку

Умение выполнять данные элементарные построения, обеспечивает ситуацию успеха в решении более сложных задач на построение.

Если смотреть на геометрические построения не только на построение с помощью циркуля и линейки, а как на способ получения нового геометрического объекта, то сюда относятся и такие методы, как:

1. Метод геометрических мест точек;
2. Метод геометрических преобразований:
 - а) метод центральной симметрии;
 - б) метод осевой симметрии;
 - в) метод параллельного переноса;
 - г) метод поворота;
 - д) метод подобия;
3. Алгебраический метод.

В основании каждого из методов лежат соответствующие знания, умения и навыки, без овладения которыми обучающиеся не смогут в полной мере освоить один из методов. Перед учителем ставится проблема подобрать систему геометрических задач и построить работу над ними так, чтобы в процессе решения у обучающихся углублялись знания, раскрывались понятия и представления со всех сторон. При изучении конкретного метода впервые, задачи должны ярко и четко отражать суть изучаемого метода.

В 8 классе в учебнике Погорелова вводится тема «Движение» в которой обучающиеся рассматривают геометрические преобразования.

Методы этой группы имеют достаточно много общего. Каждый изучается, как правило, при рассмотрении соответствующего преобразования, при этом решаемые задачи служат для закрепления и более глубокого усвоения изучаемого понятия.

Если искомую фигуру сразу построить затруднительно, то ее преобразуют в какую-нибудь другую фигуру, построение которой можно сделать легче или непосредственно.

При изучении этих методов целесообразно выделить наиболее характерные признаки с тем, чтобы в будущем, анализируя задачу, ученик мог выбрать соответствующий метод.

Действующая программа по геометрии не предполагает использовать идею геометрических преобразований в качестве руководящей идеи школьного курса геометрии, хотя использование геометрических преобразований при решении задач на построение имеет большое методическое значение. [12]

На первом этапе решения задач на построение раньше рекомендовалось контролировать, чтобы обучающийся хорошо усвоил данные условия задачи, прочитывая текст задачи трижды. После внедрения информационных технологий в процесс обучения, задачу на построение обучающийся может прочитать один раз, так как при выполнении чертежа в электронном виде, обучающийся обращается к тексту регулярно, осуществляя поэтапно поиск решения.

При выполнении анализа обучающийся должен обладать всеми знаниями, полученными ранее, отсутствие каких-либо из-них усложняет процесс поиска решения. Применение программных средств, позволяет избежать пробелов в знаниях теоретического материала. Обучающийся может найти способ решения, даже с минимальным объемом знаний и при поиске самостоятельно усвоить аксиомы, теоремы, свойства.

Этап построения при решении задач, лучше выполнять чертежными инструментами на бумаге, так как переход на полное выполнение чертежей в электронном виде, лишает обучающихся приобретению навыков построения. После полного освоения работы с инструментами в программе, обучающийся может схитрить и пропустить шаги построения, притом сами построения за школьника выполняет компьютер. А суть решения задач на построение это как раз умение производить элементарные построения. Приобретенный навык выполнения построений незаменим.

Умение обосновывать свое решение не менее важно, чем выполнить построение. На этапе доказательства можно только убедиться при помощи чертежа в электронном виде, что он выполнен правильно, произвести соответствующие измерения. Но запись в тетрадях доказательства обязательна с использованием теоретических обоснований. Выполнение данного этапа в тетради позволяет проверить умение употреблять знания аксиом, свойств и теорем курса геометрии.

В основном этап исследования, в разработанном мною способе введения новых знаний, прослеживается на первом этапе решения задач, что значительно экономит время, но не исключает его полностью.

Правильное применение программных средств на разных этапах решения задач на построение упрощает процесс обучения. Сложные задачи, требующие от обучающихся творческого, нестандартного подхода, решаются быстрее и легче. Переворачивают стандартный, привычный образ мышления школьников.

Например, при решении олимпиадных задач обучающиеся, прибегая к программным средствам, упрощают выполнение решения. В принципе, решение выдает сам компьютер, но при помощи анализа обучающийся приходит к ответу и остается только его обоснование с помощью теоретических знаний по геометрии.

Рассмотрим решение такой задачи.

В пятиугольнике $ABCDE$ диагонали AC и EC делят соответственно углы A и E пополам. Найдите площадь пятиугольника $ABCDE$, если $\angle B=55^\circ$, $\angle D=125^\circ$, а площадь треугольника ACE равна 10 .

В формулировке данной задачи нет требования выполнить построение, но без чертежа решение такой задачи невозможно. Выполнение поиска решения упрощают программные средства, созданные для обучения геометрии. Пользуясь различными чертежными инструментами, обучающийся поочередно переносит на электронный чертеж те данные, которые определены условием задачи. Такие задачи требуют нестандартного подхода к решению.

Обучающимся дается время на самостоятельный анализ данных. Некоторые ученики могут быстро самостоятельно найти решение, а некоторым нужно задавать наводящие вопросы и задать нужное направление. Это зависит от уровня подготовки и развития мышления.

Подтолкнуть к решению можно следующим образом.

Предложить школьникам перенести на чертеж поочередно величины, которые заданы условием. Величины, которые неизвестны, наносим на чертеж образно, в дальнейшем мы можем изменить их положение. Точки, которые фиксированны можно отметить другим цветом для наглядности. При передвижении чертежа, заданные данные по условию задачи останутся неизменными. Будем менять только нефиксированные отношения между объектами.

Затем, измерения и сравнение площадей приведет к верному результату. Обучающимся остается только обосновать решение, руководствуясь знаниями аксиом и теорем со свойствами.

Опишем этапы анализа задачи.

Зададим произвольную прямую. Какие данные мы можем нанести на чертеж?

Откладываем от построенной прямой $\angle B$.

Какую сторону пятиугольника мы получили? Что знаем о ней?

Следовательно, какую точку на полученной прямой мы можем отметить?

Через точку C какая еще проходит прямая?

Что нам известно об этой прямой?

Нам известно точное местоположение точки D ?

Мы можем изобразить этот угол?

Какую прямую мы получили, после изображения угла?

Мы знаем точное положение точки E ?

Значит, она может изменить свое местоположение?

Что нам еще дано по условию задачи?

Проведем прямую EC .

Что нам о ней известно?

Каким образом можно произвести построение прямой EA ?
(измерением углов и симметрией)

Каким из способов мы не можем воспользоваться, учитывая что положение точки E не точное?

Какую прямую получили?

Где на чертеже находится точка A ?

Отметим точку A . Что нам известно о ней? (что она биссектр.)

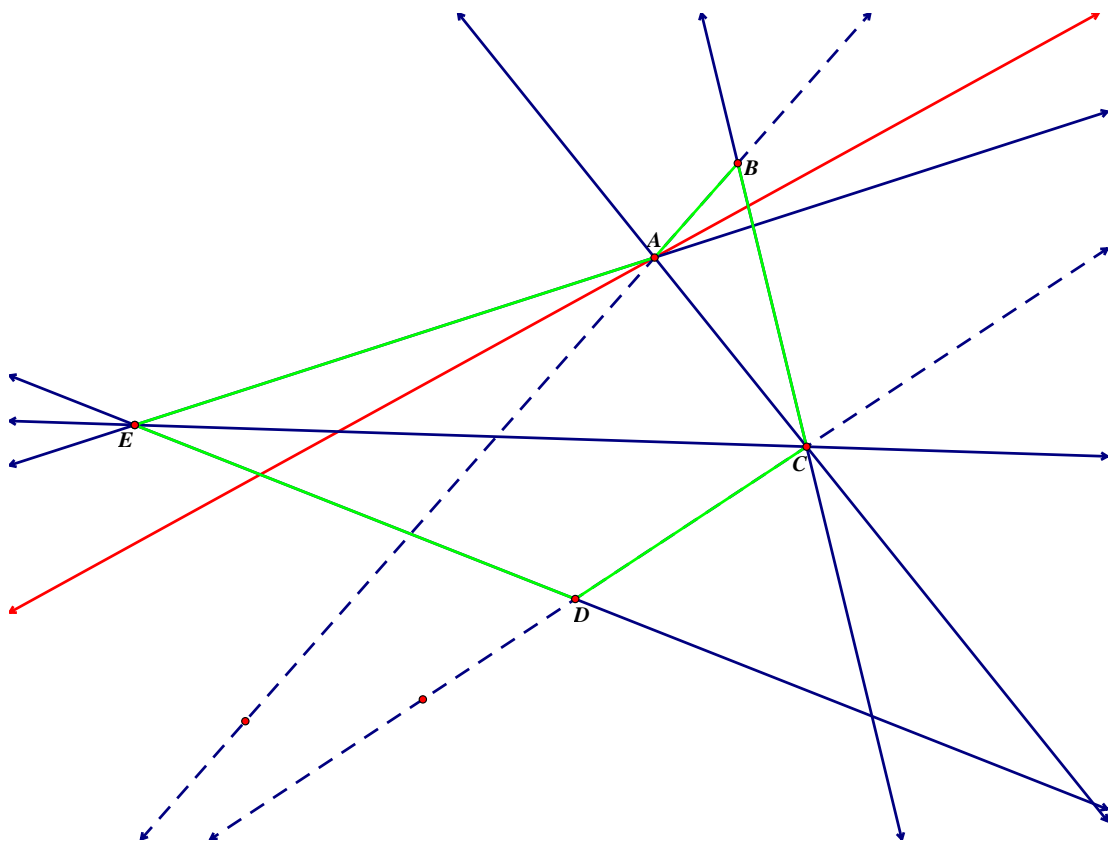
Следовательно, какие углы должны быть равны?

A на чертеже они равны?

Какое построение поможет нам определить точное местоположение точек? Проведение прямой, обозначающей биссектрису.

Какие прямые должны совпасть? Попробуем, передвигая вершины добиться этого.

Обучающиеся могут начать построения с $\angle D$, но полученный в итоге чертеж не будет отличаться.



Давайте произведем измерения заданных условием данных.

Действительно ли AC и EC являются биссектрисами?

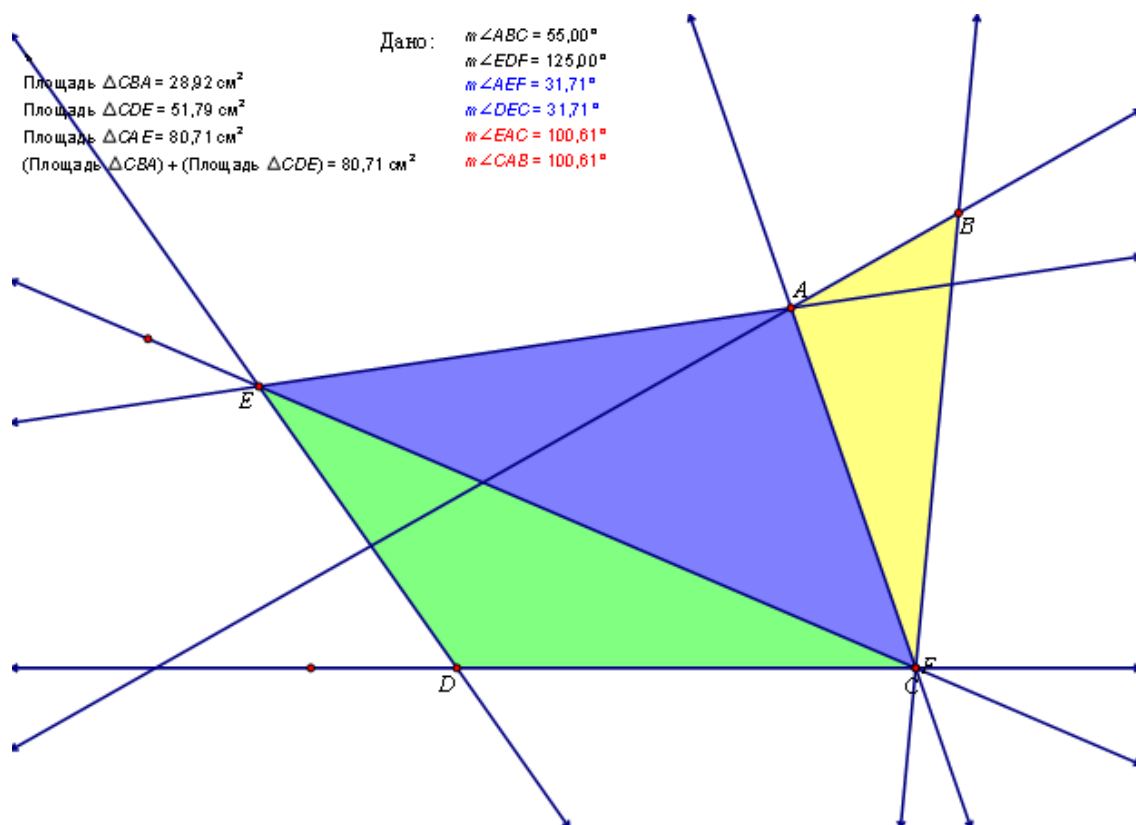
Какие измерения нужно сделать для подтверждения достоверности данного условия?

Что требуется найти по условию задачи?

Площадь, каких фигур нам неизвестна?

Какое из условий в задаче поможет найти ответ на данный вопрос?

Мы можем измерить площади полученных треугольников и установить взаимосвязь?



После выполненных шагов построения обучающиеся приходят к правильному варианту чертежа, выявляя взаимосвязи, находят решение самой задачи, обосновать которое им нужно будет, опираясь уже на теоретические знания курса геометрии.

По современным требованиям к процессу обучения основной упор делается на мотивацию школьников к изучению новой темы. При введении нового материала перед обучающимися формулируется проблемная задача, самостоятельное решение которой создает ситуацию успеха. В таком случае ученики проявляют интерес к освоению нового материала. При изложении материала учителем, складывается впечатление, что тема сложна для усвоения и самим ее достаточно сложно раскрыть.

Для мотивации при обучении помогают компьютерные технологии, при их помощи достаточно просто сформулировать проблемную задачу, раскрыть шаги построения, сформулировать свойства, теоремы и определения понятий.

Применение компьютерных программ, предназначенных для обучения геометрическим построениям, на всех этапах урока не всегда целесообразно,

перед учителем так же стоит задача в формировании учебного процесса так, чтобы у обучающихся формировался навык построения циркулем и линейкой. Современные технологии рекомендуется включать в учебный процесс именно на этапе введения нового материала. А отработка навыков построения должна осуществляться именно в тетрадях циркулем и линейкой.

При работе обучающихся за компьютером можно предоставить обучающимся волю действий, но сам учитель должен контролировать процесс обучения наводящими вопросами. Эти вопросы должны соответствовать следующим требованиям:

- Вопросы должны быть сформулированы так, чтобы ответ ученика учитель знал заранее.
- Учителю необходимо заранее продумывать вопросы.
- В зависимости от ситуации на уроке, вопросы могут быть видоизменены.
- Начинать следует с общего вопроса, переходя к более конкретным.
- Вопросы должны направлять ход мыслей и действий обучающихся.
- Вопросы могут повторяться и носить общий характер.
- При работе с задачей через всю последовательность вопросов, должна прослеживаться четкая логическая линия.
- Вопросы должны соответствовать уровню развития обучающихся.

Наводящие вопросы используются не только при работе с компьютерными программами, но и во время всего процесса обучения.

Одним из условий способствующих успешному усвоению материала обучающимися является, выполнение чертежей с использованием разных цветов, при работе в программе GeoGebra нужно учитывать и этот факт. Смена цветов при работе с чертежами в электронном виде не составит труда.

2.3. Экспериментальная работа по внедрению разработанных рекомендаций

На практике, при подготовке к урокам по теме «Движение» для обучающихся 8 класса, мною была разработана методика обучения решению задач на построение. Внедрение электронных программных средств в учебный процесс обеспечивает успешное усвоение знаний. Отработка умений уже происходила в тетради при помощи чертежных инструментов.

Симметрия относительно точки

Первым видом движения, которые рассматривают обучающиеся, является симметрия относительно точки.

Рассмотрим работу с основными задачами данной темы через программу GeoGebra, выбор данной программы обусловлен тем, что:

- программа находится в свободном доступе;
- имеются все необходимые инструменты, для геометрических построений, требуемых при прохождении данной темы;
- программа проста в использовании даже теми обучающимися, кто ранее не сталкивался с работой в ней;
- на панель инструментов отдельно вынесены функции, построения симметрий, которые позволяют решить геометрическую задачу, не прибегая к элементарным построениям:
 - a) построение отражения относительно точки;
 - b) построение отражения относительно прямой;
 - c) поворот вокруг точки;
 - d) параллельный перенос по вектору.

Данные функции можно использовать:

для упрощения и автоматического выполнения этапа исследования, обучающиеся обычно избегают данного этапа, а при выполнении построения в GeoGebra он вызывает интерес;

для проверки правильности построенного, основными элементарными построениями, объекта;

для экономии времени, при условии, что задача более сложного уровня и необходимо прибегнуть к большому количеству сложных построений.

К основным задачам на построение в центральной симметрии относятся:

- построение точки, симметричной данной, относительно центра симметрии;
- построение прямой симметричной данной, относительно центра симметрии;
- построение треугольника, симметричного данному, относительно центра симметрии.

Умение выполнять перечисленные выше преобразования и восприятие теоретического обоснования этого вида движения, обеспечит успешное применение знаний в более сложных задачах.

Введение в обучение должно осуществляться при помощи самостоятельного решения обучающимися проблемной задачи.

На доске записано:

«Если каждую точку данной фигуры сместить каким-нибудь образом, то мы получим новую фигуру. Говорят, что эта фигура получена преобразованием из данной.

Преобразование одной фигуры в другую называют движением»

Проблемная задача: Как построить треугольник симметричный треугольнику ABC относительно центра симметрии D ?

Обучающиеся сидят за компьютерами. Предлагается посмотреть, как выглядит симметричный треугольник относительно точки. В программе школьники приступают к построению треугольника с помощью чертежного инструмента «Многоугольник». Далее требуется отметить центр симметрии, точку D (Приложение 1).

- Давайте посмотрим, как же выглядит фигура, симметричная треугольнику ABC относительно центра симметрии, точки D . На панели инструментов выберем «Отражение относительно точки». На экране видна

инструкция к построению, нужно указать исходный объект и центр отражения.

- Что для решения задачи является исходным объектом?

- Что является центром отражения?

После выполнения требований, на экране построен чертеж с выполненной симметрией относительно точки (Приложение 2).

- Давайте выясним, при помощи каких шагов построения происходило отражение.

- Как взаимосвязаны между собой точки? (Симметричны)

- Проведем прямые через пары симметричных точек. (Приложение 3).

- Как эти точки расположены, относительно центра симметрии, точки D? (Равноудаленны)

- Давайте выясним, действительно ли это так. Для доказательства истинности данного утверждения воспользуемся инструментом «Расстояние или длина». Укажем рассматриваемые точки C,D и точки C',D (Приложение 4).

Произведем аналогичные измерения с парами других симметричных точек (Приложение 5).

- Какой вывод из этого можем сделать? (Точки равноудалены от центра симметрии).

- Посмотрим, сохраняется ли это свойство при изменении местоположения точки. Переместите каждую из точек на чертеже. Сохранилось ли равное расстояние от центра симметрии до каждой из точек? (Приложение 6)

- Подведем итог, как происходит построение точки, симметричной данной, относительно центра симметрии?

Отменим последние изменения, для дальнейшей работы над первоначальным треугольником, чтобы не загромождать рисунок.

- Чем является сторона в треугольнике? (отрезком)

- Чем задается отрезок? (двумя точками)

- Значит, как происходит построение отрезка симметричного данному, относительно центра симметрии, точки D ?

- Давайте посмотрим, что происходит с отрезком при отображении относительно точки, для этого произведем измерение каждой из сторон (Приложение 7).

- Какой из этого можем сделать вывод? (расстояние при центральной симметрии сохраняется)

- Давайте посмотрим, что происходит с углами треугольника при центральной симметрии, для этого произведем измерение каждого из них, при помощи инструмента «Угол», требуется выделить три точки, его образующие (Приложение 8).

- Сохраняется ли это свойство при изменении параметров треугольника?

Обучающиеся меняют градусные меры каждого из углов, выполняя движение одной из точек.

- Какой вывод мы можем из этого сделать?

- Какие выполняются шаги построения при отражении точки относительно центра симметрии?

- Какие выполняются шаги построения при отражении прямой относительно центра симметрии?

- Давайте вернемся к первоначально поставленной задаче, так как же построить треугольник симметричный треугольнику ABC относительно центра симметрии D ?

При помощи анализа полученного чертежа обучающиеся вывели шаги построения образа при центральной симметрии. Далее, для закрепления нового материала, школьники выполняют построение точки, прямой и произвольного многоугольника в тетрадах при помощи циркуля и линейки.

Симметрия относительно прямой

Проблемная задача: Как построить треугольник симметричный треугольнику ABC относительно оси симметрии f ?

Обучающиеся сидят за компьютерами. Предлагается посмотреть, как выглядит симметричный треугольник относительно прямой. В программе «GeoGebra» школьники приступают к построению треугольника с помощью чертежного инструмента «Многоугольник». Далее требуется провести прямую f – ось симметрии (Приложение 9).

- Давайте посмотрим, как же выглядит фигура, симметричная треугольнику ABC относительно оси симметрии, прямой f . На панели инструментов выберем «Отражение относительно прямой». На экране видна инструкция к построению, нужно указать исходный объект и прямую отражения.

- Что для решения задачи является исходным объектом?

- Что является прямой отражения?

После выполнения требований, на экране построен чертеж с выполненной симметрией относительно прямой (Приложение 10).

- Давайте выясним, при помощи каких шагов построения происходило отражение. Попробуйте при помощи инструмента «Перемещать» подвигать ось симметрии и посмотреть, что происходит с симметричными фигурами (Приложение 11).

- Как взаимосвязаны между собой точки? (Симметричны)

- Проведем прямые через пары симметричных точек. (Приложение 12).

- Как эти точки расположены, относительно оси симметрии, прямой f ? (Равноудаленны)

- Давайте выясним, действительно ли это так. Отметим точки пересечения оси симметрии с проведенными прямыми g , h , i . Для доказательства истинности данного утверждения воспользуемся инструментом «Расстояние или длина». Укажем пары рассматриваемых отрезков CF и $C'F$, AG и $A'G$, BH и $B'H$ (Приложение 13).

- Какой вывод из этого можем сделать? (Точки равноудалены от оси симметрии).

- Посмотрим, сохраняется ли это свойство при изменении местоположения данного треугольника ABC . С помощью инструмента «Перемещать» подвигайте треугольник. Сохранилось ли равное расстояние от оси симметрии до каждой из точек? (Приложение 14)

- Посмотрим, сохраняется ли это свойство при изменении местоположения оси симметрии. С помощью инструмента «Перемещать» передвиньте ось симметрии. Сохранилось ли равное расстояние от оси симметрии до каждой из точек? (Приложение 15)

- Что мы можем сказать о взаимном расположении проведенных прямых, через пары соответственных точек и оси симметрии? (Перпендикулярны).

Если обучающиеся не могут прийти к данному ответу можно предложить передвинуть ось симметрии.

- Какие две прямые называются перпендикулярными? (Если пересекаются под прямым углом)

- Давайте выясним, действительно ли каждая прямая соединяющая симметричные точки, перпендикулярна оси симметрии. Что для этого нужно сделать? (Измерить градусную меру углов)

- Для этого произведем измерение каждого из них, при помощи инструмента «Угол», требуется выделить три точки, его образующие (Приложение 16)

- Подведем итог, как происходит построение точки, симметричной данной, относительно центра симметрии?

Отменим последние изменения, для дальнейшей работы над первоначальным треугольником, чтобы не загромождать рисунок.

- Чем является сторона в треугольнике? (отрезком)

- Чем задается отрезок? (двумя точками)

- Значит, как происходит построение отрезка симметричного данному, относительно оси симметрии, прямой f ?

- Давайте посмотрим, что происходит с отрезком при движении относительно прямой f , для этого произведем измерение каждой из сторон (Приложение 17).

- Какой из этого можем сделать вывод? (расстояние при осевой симметрии сохраняется)

- Давайте посмотрим, что происходит с углами треугольника при движении относительно оси симметрии, для этого произведем измерение каждого из них, при помощи инструмента «Угол», требуется выделить три точки, его образующие (Приложение 18).

- Сохраняется ли это свойство при изменении параметров треугольника?

Обучающиеся меняют градусные меры каждого из углов, выполняя движение одной из точек. (Приложение 19)

- Какой вывод мы можем из этого сделать?

- Какие выполняются шаги построения при отражении точки относительно оси симметрии?

- Какие выполняются шаги построения при отражении прямой относительно оси симметрии?

- Давайте вернемся к первоначально поставленной задаче, так как же построить треугольник симметричный треугольнику ABC относительно оси симметрии f ?

При помощи анализа полученного чертежа обучающиеся вывели шаги построения образа при центральной симметрии. Далее, для закрепления нового материала, школьники выполняют построение точки, прямой и произвольного многоугольника в тетрадах при помощи циркуля и линейки.

Поворот

Проблемная задача: Как повернуть треугольник ABC на 120° по часовой стрелке относительно точки D ?

Обучающиеся сидят за компьютерами. Предлагается посмотреть, как выглядит повернутый треугольник относительно точки. В программе

«GeoGebra» школьники приступают к построению треугольника с помощью чертежного инструмента «Многоугольник». Далее требуется поставить точку D. (Приложение 20).

- Давайте посмотрим, каково будет местоположение треугольника, повернутого относительно точки D на 120° по часовой стрелке. На панели инструментов выберем «Поворот вокруг точки». На экране видна инструкция к построению, нужно указать исходный объект, центр вращения и угол поворота (Приложение 21).

- Что для решения задачи является исходным объектом?

- Что является центром вращения?

- Чему, по условию задачи, должен быть равен угол поворота?

После выполнения требований, на экране построен чертеж с выполненным поворотом треугольника относительно центра вращения (Приложение 22).

- Давайте выясним, при помощи каких шагов построения происходило движение и как взаимосвязаны между собой соответственные точки.

- Поворот осуществлялся относительно чего?

- Значит, для установления взаимосвязи, с чем нужно соединить соответственные точки A и A'?

- Проведем отрезки соединяющие каждую из соответственных точек A и A' с центром вращения, точкой D. (Приложение 23).

- Что мы можем сказать об угле между прямыми, соединяющими точку D с точками A и, повернутую на 120° по часовой стрелке точку, A'?

Взаимосвязь между прямыми сложно найти в данной ситуации, по этому, грамотно сформулированный вопрос наталкивает обучающихся на правильный ответ.

- Почему?

Давайте выясним, действительно ли это так. Для доказательства истинности данного утверждения воспользуемся инструментом «Угол».

Укажем точки, образующие угол между прямыми AD и $A'D$ (Приложение 24).

- Что еще мы можем сказать о прямых AD и $A'D$?

- Давайте выясним, действительно ли это так. Для доказательства истинности данного утверждения воспользуемся инструментом «Расстояние или длина». Укажем пару рассматриваемых отрезков AD и $A'D$ (Приложение 25).

- Какой вывод из этого можем сделать? (Прямые равны).

- Выполним поочередно аналогичные построения для пар соответственных точек B и B' , C и C' (Приложение 26).

- Посмотрим, сохраняется ли это свойство при изменении параметров данного треугольника ABC . С помощью инструмента «Перемещать» подвигайте один из углов треугольника либо ось вращения. Сохранилось ли равенство отрезков? Изменился ли угол между ними? (Приложение 27)

- Подведем итог, как происходит поворот точки, на заданный угол в заданном направлении, относительно центра вращения?

Отменим последние измерения, для дальнейшей работы над первоначальным треугольником, чтобы не загромождать рисунок.

- Чем является сторона в треугольнике? (отрезком)

- Чем задается отрезок? (двумя точками)

- Значит, как происходит поворот отрезка, относительно центра вращения, точки D ?

- Давайте посмотрим, что происходит с отрезком при движении относительно центра вращения D , для этого произведем измерение каждой из сторон (Приложение 28).

- Какой из этого можем сделать вывод? (расстояние при повороте сохраняется)

- Давайте посмотрим, что происходит с углами треугольника при движении относительно центра вращения, для этого произведем измерение

каждого из них, при помощи инструмента «Угол», требуется выделить три точки, его образующие (Приложение 29).

- Сохраняется ли это свойство при изменении параметров треугольника?

Обучающиеся меняют градусные меры каждого из углов, выполняя движение одного из углов треугольника.

- Какой вывод мы можем из этого сделать?

- Какие выполняются шаги построения при повороте точки относительно центра вращения на заданный угол по часовой стрелке?

- Какие выполняются шаги построения при повороте точки относительно центра вращения на заданный угол против часовой стрелки?

- Какие выполняются шаги построения при повороте прямой относительно центра вращения на заданный угол в заданном направлении?

- Давайте вернемся к первоначально поставленной задаче, так как же повернуть треугольник ABC на 120° по часовой стрелке относительно точки D ?

При помощи анализа полученного чертежа обучающиеся вывели шаги построения образа при повороте. Далее, для закрепления нового материала, школьники выполняют в тетрадях при помощи циркуля и линейки:

- поворот точки на 30° против часовой стрелки;
- поворот прямой на 90° по часовой стрелке;
- поворот произвольного многоугольника на 60° против часовой стрелки, при условии, что центр вращения, один из углов многоугольника.

Параллельный перенос

Проблемная задача: Как осуществить параллельный перенос треугольника ABC на заданный вектор a ?

Обучающиеся сидят за компьютерами. Предлагается посмотреть, как выглядит треугольник, перенесенный на заданный вектор. В программе «GeoGebra» школьники приступают к построению треугольника с помощью

чертежного инструмента «Многоугольник». Далее требуется провести вектор u – задающий движению расстояние и направление (Приложение 30).

- Давайте посмотрим, как же выглядит проекция, треугольника ABC перенесенная на вектор u . На панели инструментов выберем «Параллельный перенос по вектору». На экране видна инструкция к построению, нужно указать исходный объект и вектор переноса.

- Что для решения задачи является исходным объектом?

- Что является вектором переноса?

После выполнения требований, на экране построен чертеж с выполненным параллельным переносом треугольника ABC (Приложение 31).

- Давайте выясним, при помощи каких шагов построения выполнялся параллельный перенос. Попробуйте инструментом «Перемещать» изменить направление вектора и его длину, так же можно изменить параметры треугольника, перемещая одну из точек треугольника ABC .

- С помощью каких данных происходило построение точек A', B', C' ? (длина и направление)

- Давайте выясним, действительно ли это так. Для доказательства истинности данного утверждения воспользуемся инструментом «Отложить вектор». Укажем одну из заданных условием точек треугольника и исходный вектор u (Приложение 32).

- Какой вывод из этого можем сделать?

- Выясним, какие свойства вектора сохранились при параллельном переносе. Для этого произведем измерения заданного вектора и расстояния между соответственными точками при помощи инструмента «Расстояние или длина» (Приложение 33).

- Какой вывод мы можем сделать? (точка смещается на одно и то же расстояние)

- Какое свойство, задающееся вектором, мы еще не подтвердили? (направление)

- Как должны быть взаиморасположены вектор и прямые, соединяющие соответственные точки треугольников, чтобы подтвердить их сонаправленность? (параллельны)

- Для этого на панели инструментов выберем «Параллельная прямая». На экране видна инструкция к построению, нужно указать точку и параллельную прямую.

- Какой объект задает параллельность на чертеже? (вектор)

- Проведем параллельные вектору прямые, через точки, данного треугольника. (Приложение 34)

- Какие еще прямые на чертеже параллельны?

- Для выявления достоверности данного утверждения, на панели инструментов выберем «Параллельная прямая». На экране видна инструкция к построению, нужно указать точку и параллельную прямую. Укажем точку A' и прямую $A'B'$, произведем аналогичные действия с каждой из точек треугольника $A'B'C'$ (Приложение 35).

- Какой вывод мы можем сделать? (при параллельном переносе, прямая переходит в параллельную прямую)

- Посмотрим, сохраняется ли это свойство при изменении направления и длины вектора. С помощью инструмента «Перемещать» подвигайте вектор. Сохранилось ли равное расстояние между соответственными точками? А условие параллельности прямых и вектора, соответственных прямых?

- Как вы думаете, что происходит с длинами сторон треугольника?

- Для доказательства истинности данного утверждения, произведем измерение соответственных сторон, используя инструмент «Расстояние или длина» (Приложение 36).

- Подведем итог, как происходит построение точки и прямой, перенесенной на заданный вектор?

- Давайте посмотрим, что происходит с углами треугольника при параллельном переносе, для этого произведем измерение каждого из них, при

помощи инструмента «Угол», требуется выделить три точки, его образующие (Приложение 37).

- Сохраняется ли это свойство при изменении параметров треугольника?

Обучающиеся меняют градусные меры каждого из углов, выполняя движение одной из точек.

- Какой вывод мы можем из этого сделать?

- Какие выполняются шаги построения при параллельном переносе точки на заданный вектор?

- Какие выполняются шаги построения при параллельном переносе прямой на заданный вектор?

- Давайте вернемся к первоначально поставленной задаче, так как же осуществить параллельный перенос треугольника ABC на заданный вектор a ? При помощи анализа полученного чертежа обучающиеся вывели шаги построения параллельного переноса. Далее, для закрепления нового материала, школьники выполняют построение параллельного переноса точки, прямой и произвольного многоугольника в тетрадях при помощи циркуля и линейки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В общем образовании школьника изучение курса геометрии играет значительную роль: расширяет границы представления о мире, формирует у учащихся такие способности, как внимание, умение строить алгоритмы и аккуратность в выполнении всех шагов алгоритма, доказательность, аргументированность рассуждений, умение анализировать ситуацию и все возможные варианты развития событий в зависимости от изменения свободных параметров.

Значительную часть школьного курса геометрии составляют геометрические построения. В ходе исследования мною было отмечено, что учащиеся, хорошо владеющие умением выполнять геометрические построения, успешно осваивают и весь геометрический материал в целом. В свою очередь ученик, плохо усвоивший курс геометрии, неспособен выполнить правильно чертеж к задаче. То есть геометрические построения являются важной составляющей геометрических умений.

Основа успешности освоения геометрических построений является строгое выполнения всех этапов построения.

Применение компьютерных технологий способствует лучшему формированию умений геометрических построений. Правильное применение компьютерных технологий на определенных этапах решения задач на построение, как дополнительное средство обучения, способствуют успешному усвоению знаний учащимися.

Проанализировав литературу по теме исследования и опыт школьных учителей, я пришла к выводу, что обучение геометрическим построениям с применением современных технологий отвечает требованиям образовательного стандарта к результатам обучения школьника.

Результатом моего исследования явилась разработка рекомендаций по обучению школьников 7-9 классов геометрическим построениям, в том числе и с применением современных компьютерных технологий.

Таким образом, все поставленные задачи решены, цель исследования достигнута.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Адлер, А. Теория геометрических построений / А. Адлер. – М. : Учпедгиз, 1940.
2. Андреев, А.А. Компьютерные и телекоммуникационные технологии в сфере образования / А. А. Андреев // Школьные технологии. – 2007. - №3. – С. 151-170.
3. Андреев, А.А. Компьютерные и телекоммуникационные технологии в сфере образования / А.А. Андреев // Школьные технологии. – 2007. - №3. – С. 151-170.
4. Аргунов, Б.И. Элементарная геометрия : учеб. пособие для пед. ин-тов / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. - М. : Просвещение, 1966.
5. Атанасян, Л. С. Геометрия : учеб. для 7-9 кл. сред. шк / Л. С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев. - М. : Просвещение, 2006.
6. Басова, Н. В. Педагогика и практическая психология : учеб. пособие / Н.В. Басова. - Ростов н/Д : Феникс, 2000. - 416 с. : ил.
7. Белошистая, А.В. Задачи на построение в школьном курсе геометрии / А. В. Белошистая // Математика в школе. - 2002. - №9. - С. 47-50.
8. Белошистая, А.В. задачи на построение в школьном курсе геометрии / А. В. Белошистая // Математика в школе. – 2002. - №9.
9. Блинков, А. Д., Блинков Ю. А. Б69 Геометрические задачи на построение / А. Д. Блинков, Ю. А. Блинков. - 2-е изд., стереот. - М. : МЦНМО, 2012.- 152 с.: ил.
10. Боженкова, Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии [Электронный ресурс] // Л. И. Боженкова. - Эл. изд. - М. : БИНОМ, 2015.
11. Бородин, М. Н. Геометрия. УМК для основной школы [Электронный ресурс] : 7–9 классы. Методическое пособие для учителя / Авт.-сост. М. Н. Бородин. — Эл. изд. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. — 89 с. : ил.

12. Бурмистрова, Т.А. Программы общеобразовательных учреждений. Геометрия / Т.А. Бурмистрова. - М. : Просвещение, 2008. - 126 с.
13. Высоцкий, И. Н. Компьютер в образовании / И.Н. Высоцкий // Информатика и образование. - 2000. - № 1. - С. 86-87.
14. Глизбург, В.И. Информационные технологии при освоении топологических и дифференцировано-геометрических знаний в условиях непрерывного математического образования / В. И. Глизбург // Информатика и образование. – 2009. - №2. – С. 122-124.
15. Зинченко, Т.П. Когнитивная и практическая психология / Т.П. Зинченко. - М.: Московский психолого-социальный институт, 2000.
16. Изучение геометрии в 7, 8, 9 классах: Методические рекомендации к учебнику : книга для учителя / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, Ю.А. Глазков и др. - М., Просвещение, 2003.
17. Изучение личности школьника / под. ред. Л.И. Белозеровой. – Киров : Информационный центр, 2014.
18. Ильясова, Р.А. Пути формирования методического мастерства будущего учителя математики в использовании информационно-коммуникационных технологий / Р. А. Ильясова // Информатика и образование. – 2009. - №3. – С. 100-102.
19. Иманова, О.А. Развитие деятельностной и креативной компонент медиакомпетентности учащихся старших классов средней полной школы средствами мультимедийных технологий / О.А. Иманова, О.Г. Смолянинова // Информатика и образование. – 2009. - №5. – С. 106-109.
20. Коновалова, В.С. Решение задач на построение в курсе геометрии как средство развития логического мышления / В.С. Коновалова, З.В. Шилова // Познание процессов обучения физике : сборник статей. Вып.9. – Киров : Изд-во ВятГГУ, 2008. – С. 59-69.
21. Костовский, А.Н. Геометрические построения одним циркулем / А. Н. Костовский. – М. :Наука,1989.

22. Краснова, Г.А. Технологии создания электронных обучающих средств / Г.А. Краснова, М.И. Соловов, М.И. Беляев. - М. : МГИУ, 2001, - 224 с.

23. Мазаник, А.А. Задачи на построение по геометрии в восьмилетней школе : пособие для учителей / А. А. Мазаник. – Минск : Народная асвета, 1967.

24. Мисюркеев, И.В. Геометрические построения : пособие для учителей / И.В.Мисюркеев. – М. : Учпедгиз, 1950.

25. Никонова, Н.О. Живая математика в обучении школьников выполнению геометрических построений // Материалы V Всероссийской научно-методической конференции с международным участием «Информационные технологии в математике и математическом образовании». - Красноярск, 2016.

26. Никулин, Н.А. Геометрические построения с помощью простейших инструментов / Н.А. Никулин. – М. : Учпедгиз, 1947.

27. Погорелов, А. В. Геометрия 7-9: учебник для 7-9 кл. общеобразовательных учреждений / А. В. Погорелов. - М. : Просвещение, 2004.

28. Пойа, Д. «Математическое открытие» / Джордж Пойа; под ред. И.М. Яглома; пер. с англ. В.С. Бермана. – Изд. второе, стереот. - М. : Наука, 1976. — 448 с.

29. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / [сост. Е. С. Савинов]. — М. : Просвещение, 2011. — 342 с. — (Стандарты второго поколения).

30. Саранцев, Г.И. Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе / Г.И. Саранцев. – М. : ВЛАДОС, 2005.

31. Современные образовательные технологии : учебное пособие / Г.К. Селевко. – М. : Народное образование, 1998. – 256 с.

32. Современные образовательные технологии : учебное пособие / Г.К. Селевко. – М. : Народное образование, 1998. – 256 с.

33. Стойлова, Л.П. Математика : учебник для студ. высш. пед. учебных заведений. – М. : Академия, 2002.

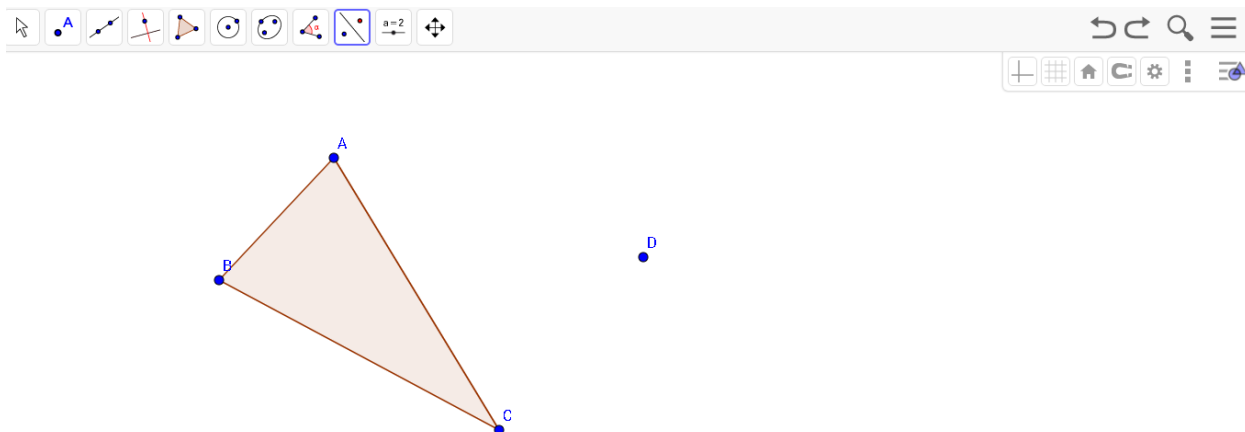
34. Тихомиров, О.К. Психология мышления / О. К. Тихомиров. - М. : Академия, 2002.

35. Токмалаева, Н. В. Информационные технологии при изучении математики // Концепт. - 2013. - № 03 (март). - ART 13047. - 0,4 п. л. - URL: <http://e-koncept.ru/2013/13047.htm>. - Гос. рег. Эл № ФС 7749965.

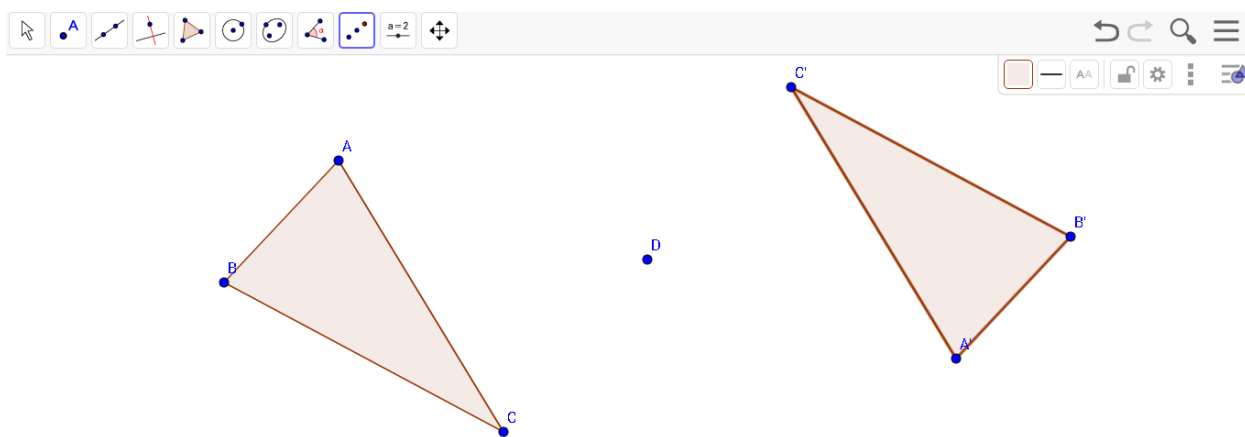
36. Шарыгин, И.Ф. Задачи по геометрии (Стереометрии) / И. Ф. Шарыгин. - М. : Наука, 2009.

ПРИЛОЖЕНИЯ.

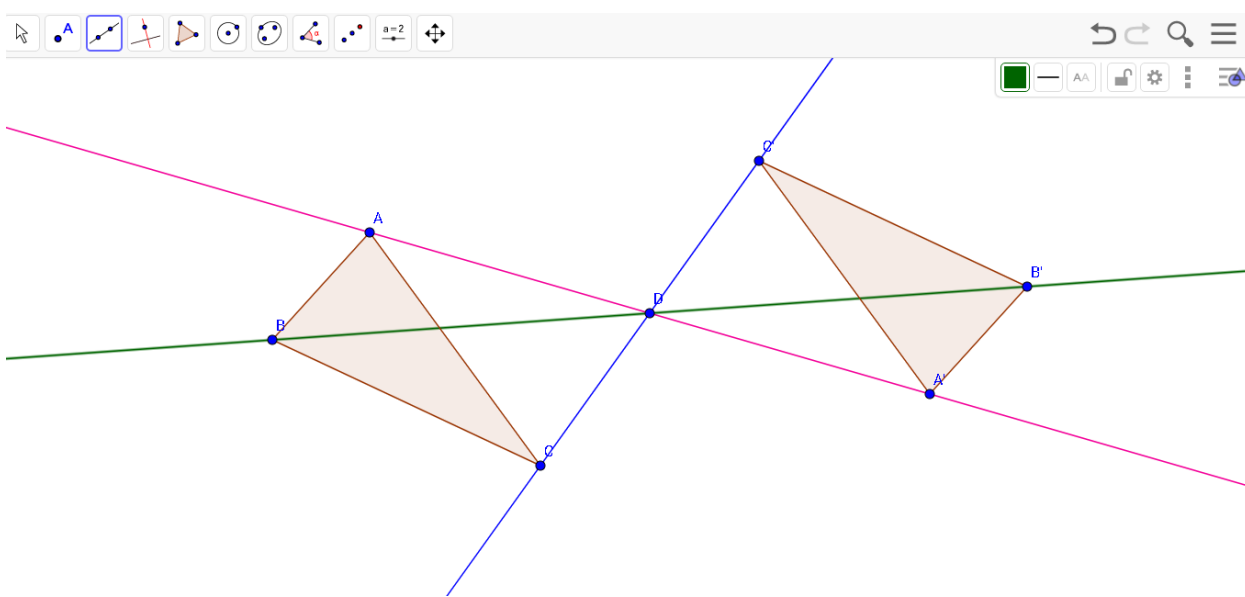
Приложение 1.



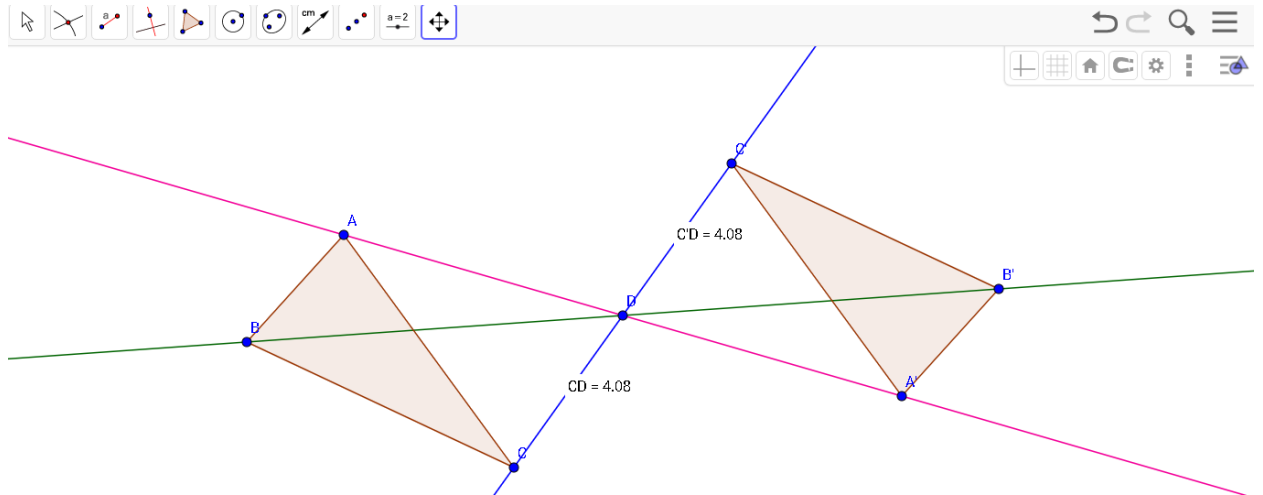
Приложение 2.



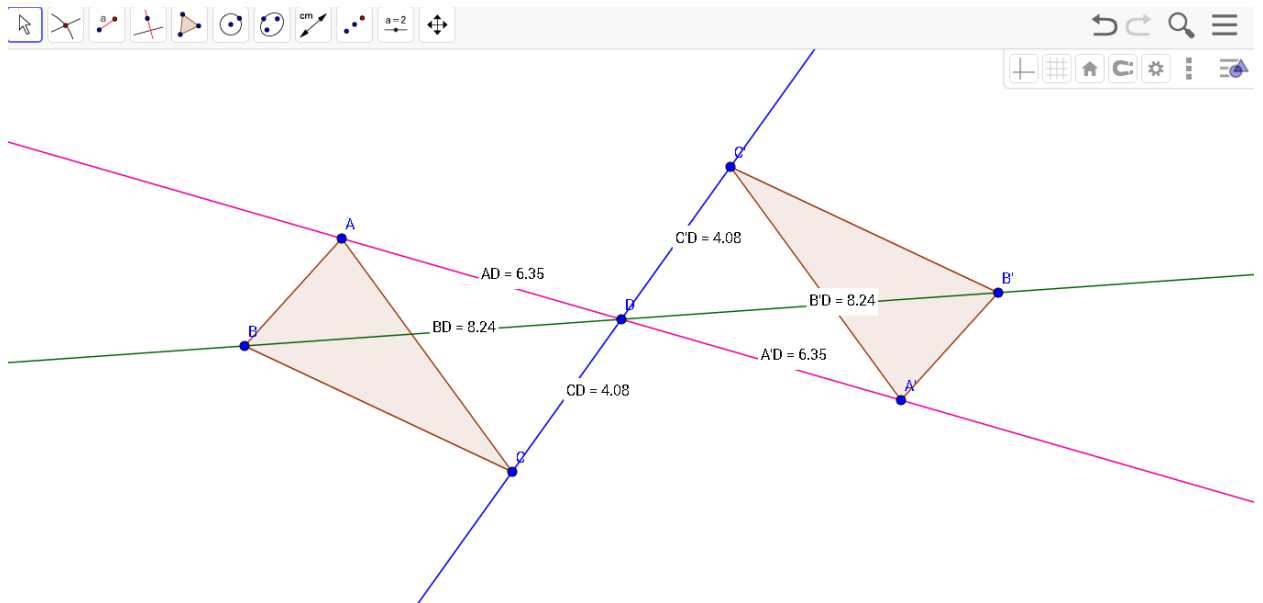
Приложение 3.



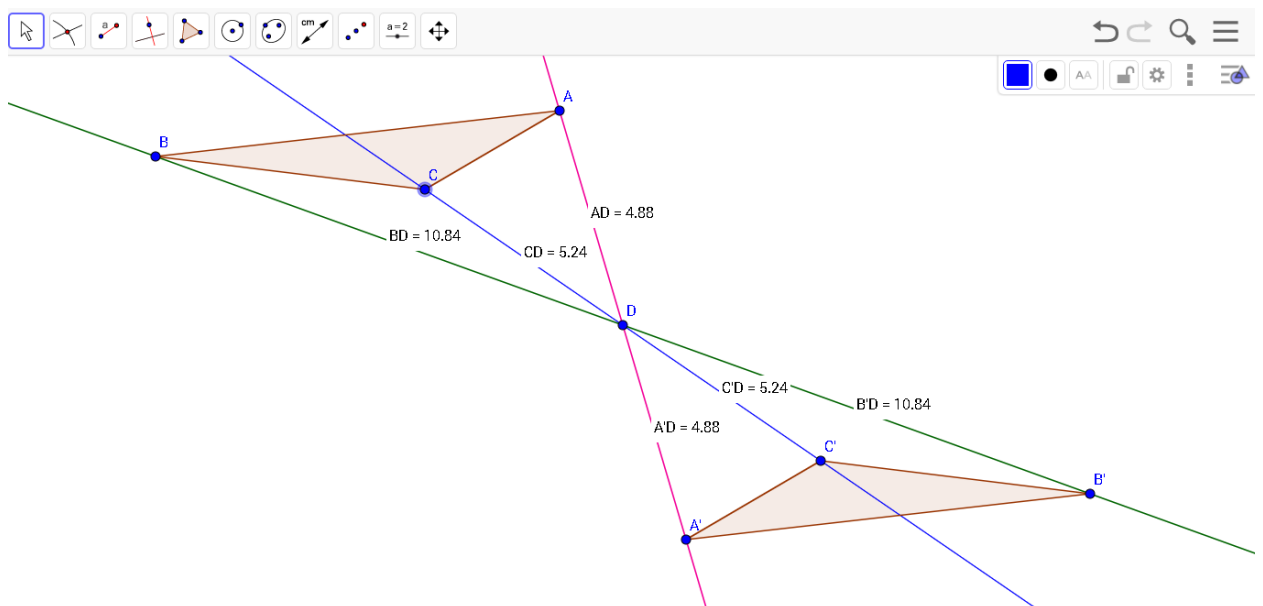
Приложение 4.



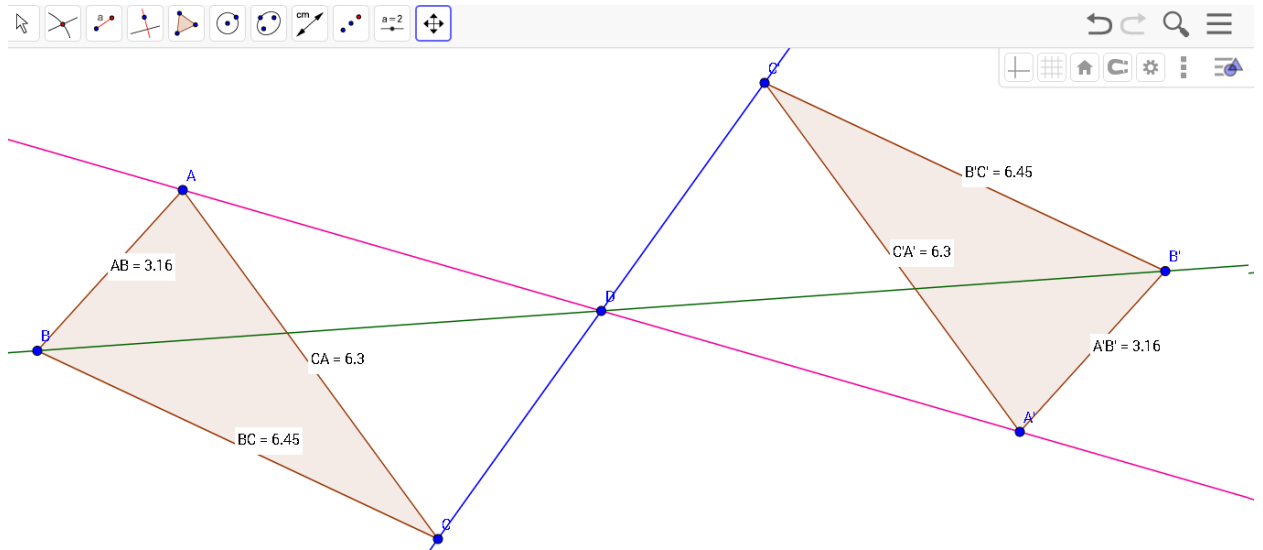
Приложение 5.



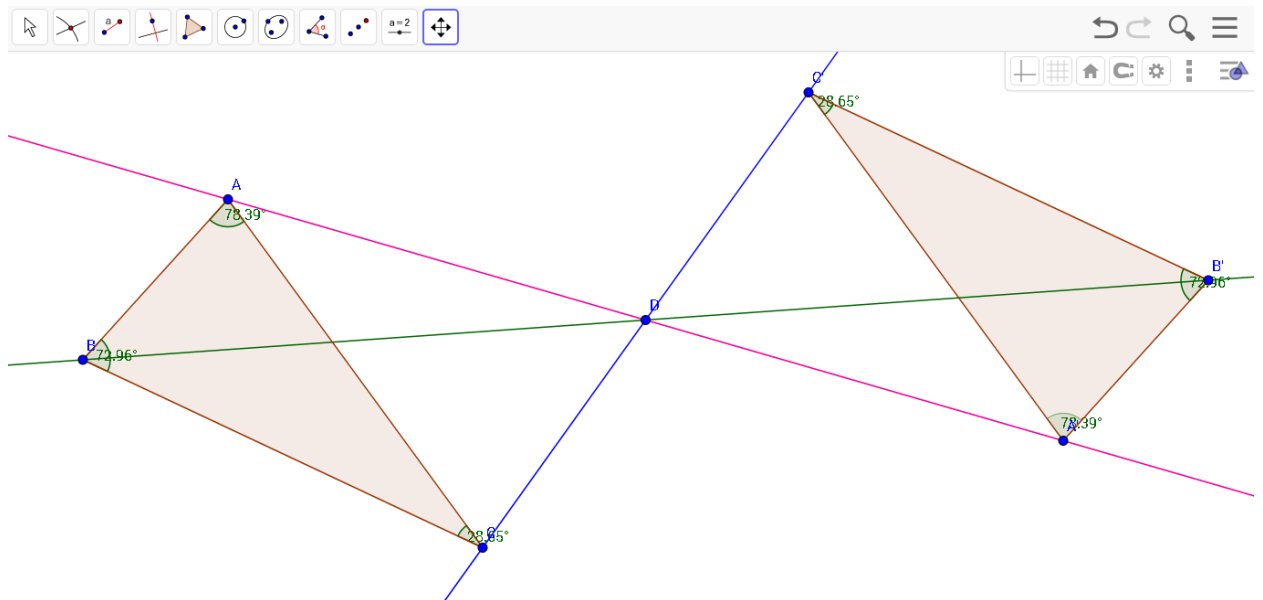
Приложение 6.



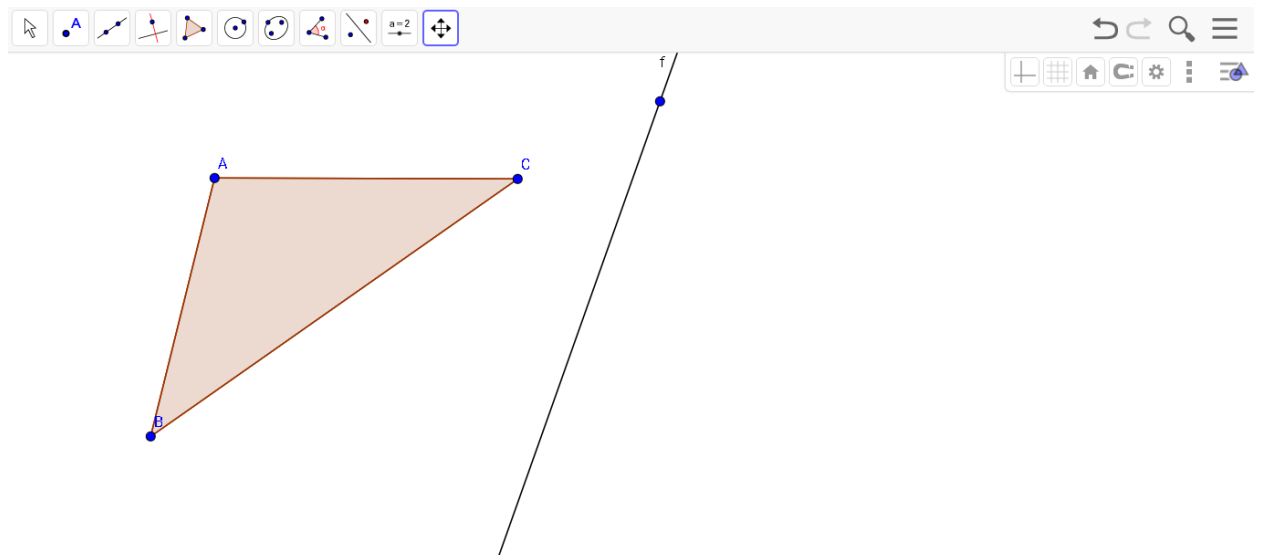
Приложение 7.



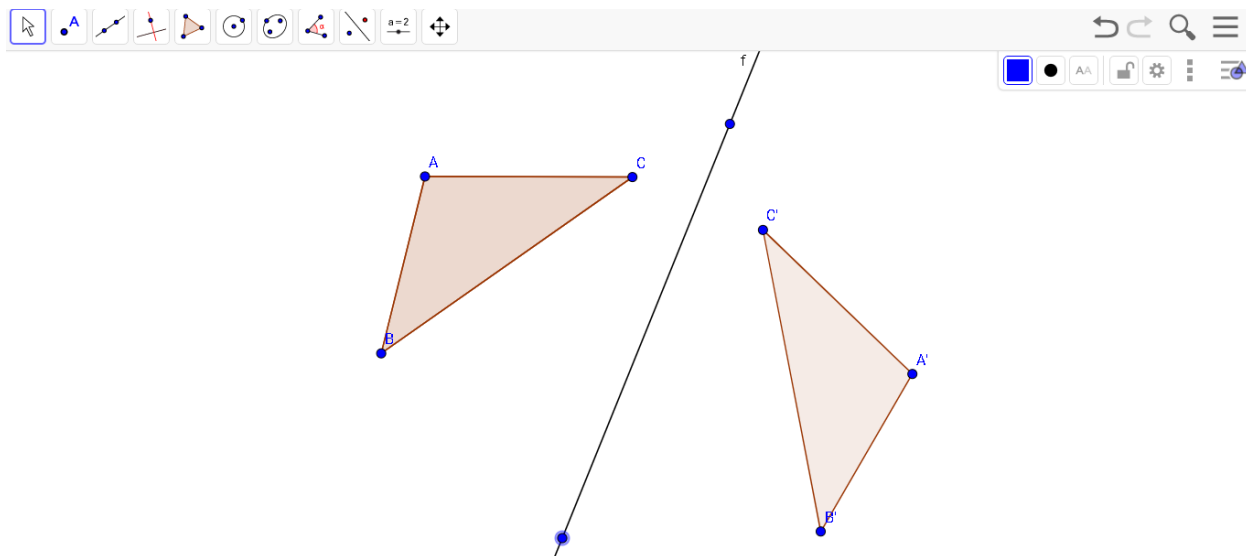
Приложение 8.



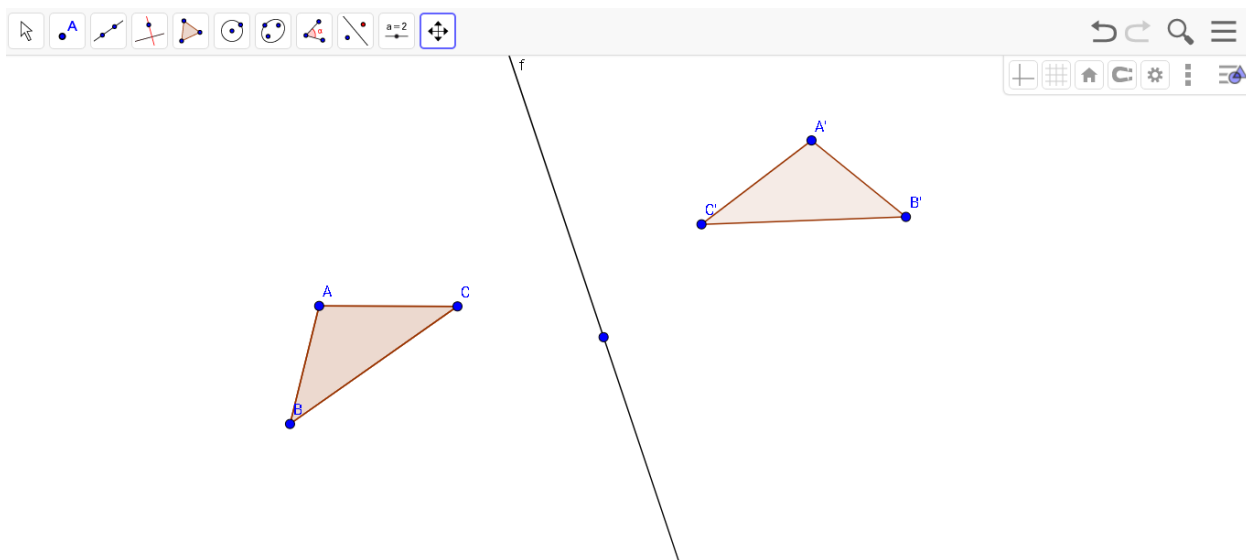
Приложение 9



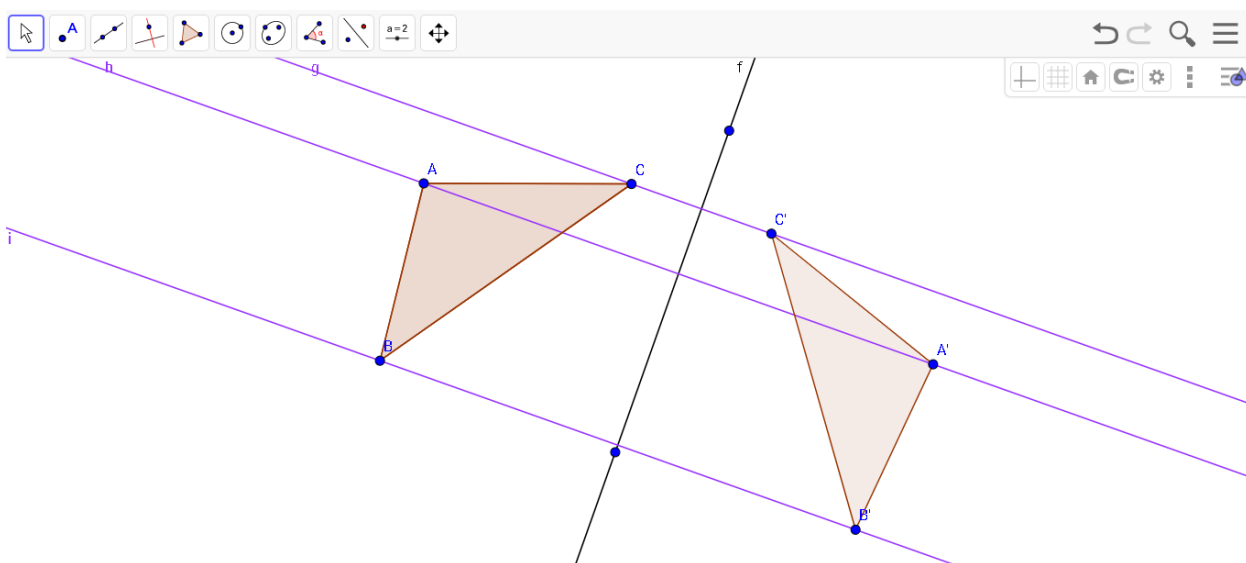
Приложение 10



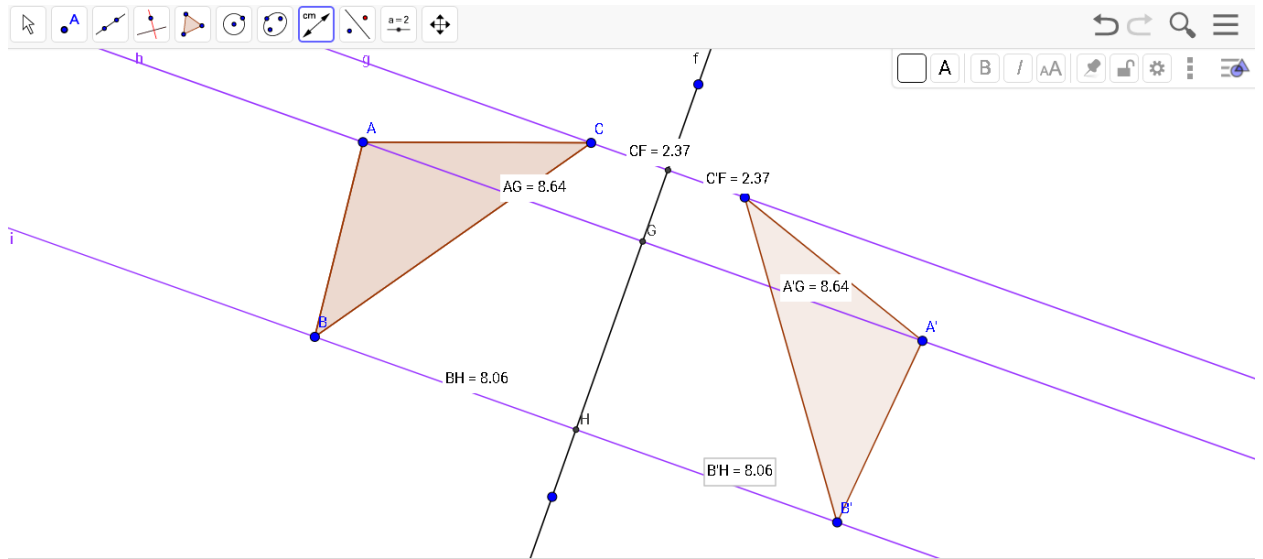
Приложение 11



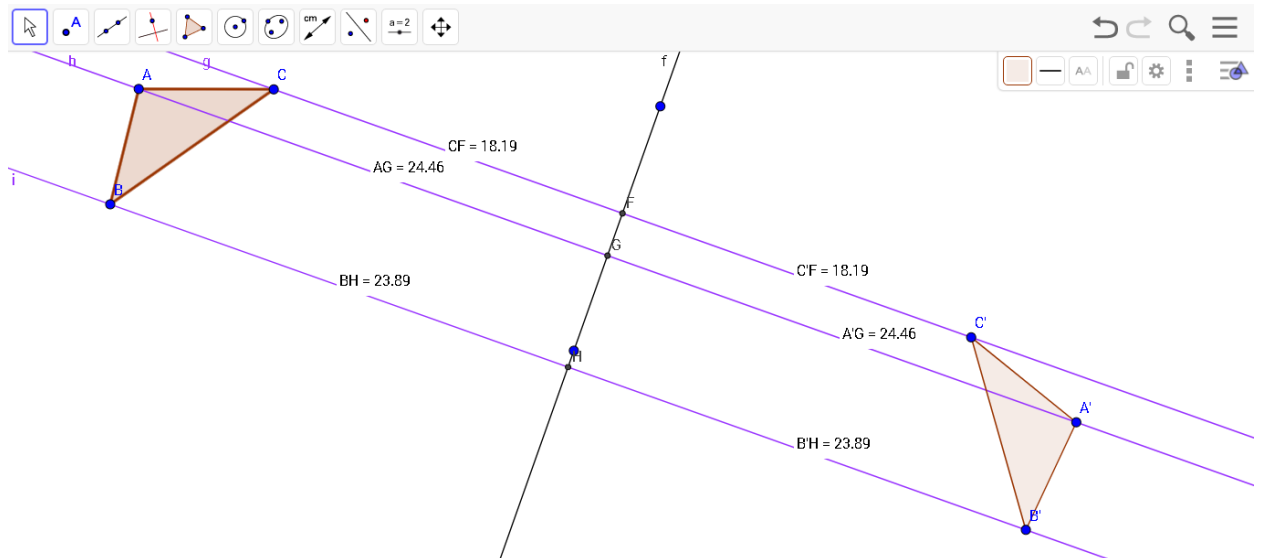
Приложение 12



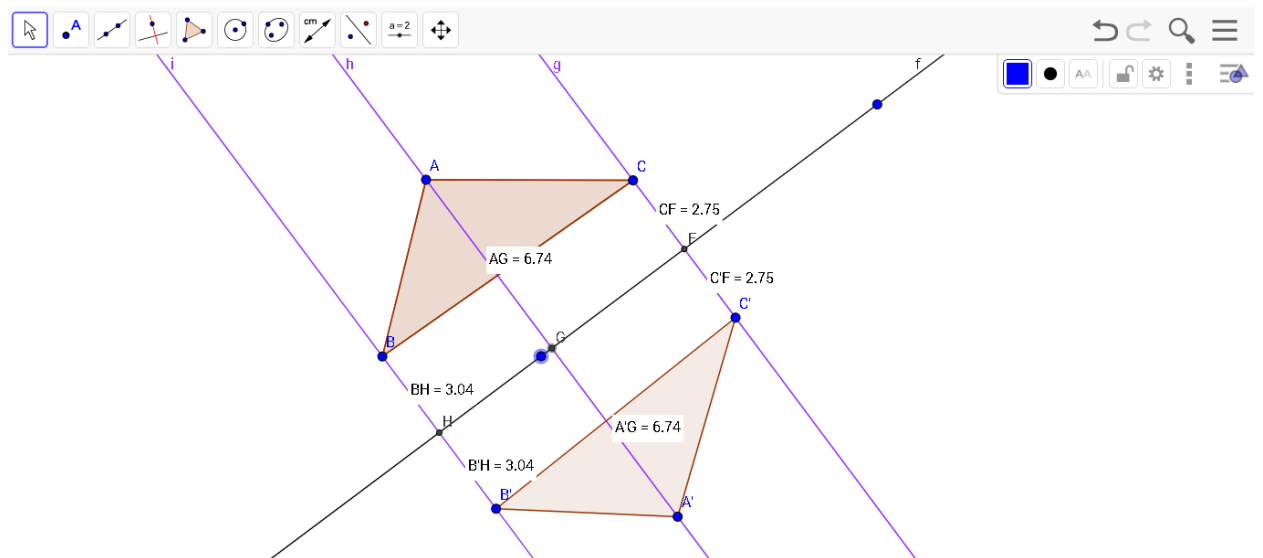
Приложение 13.



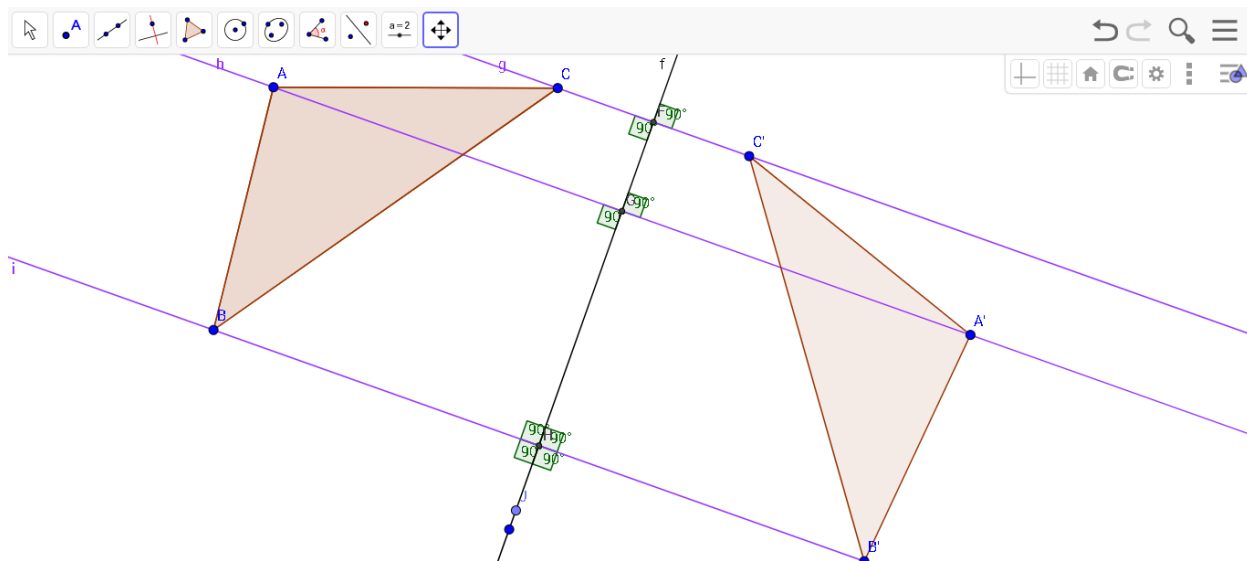
Приложение 14



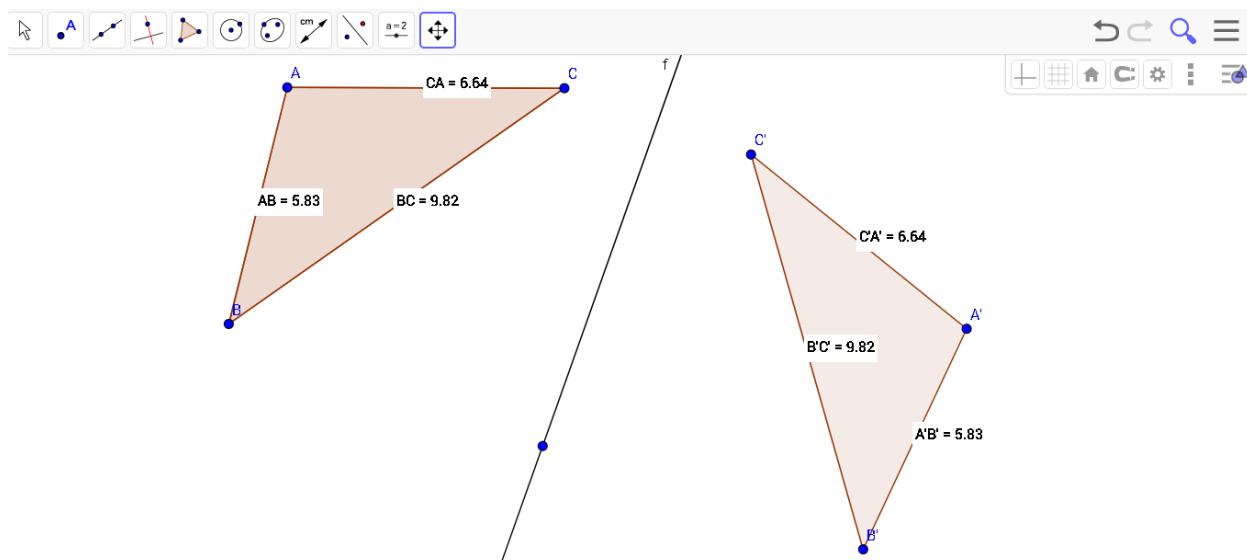
Приложение 15



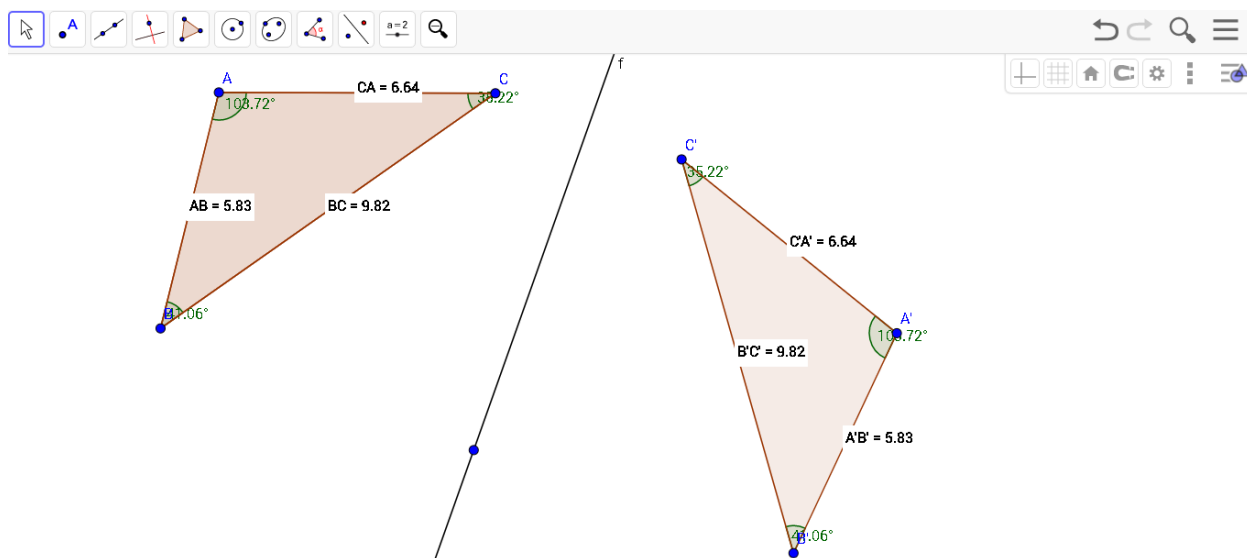
Приложение 16



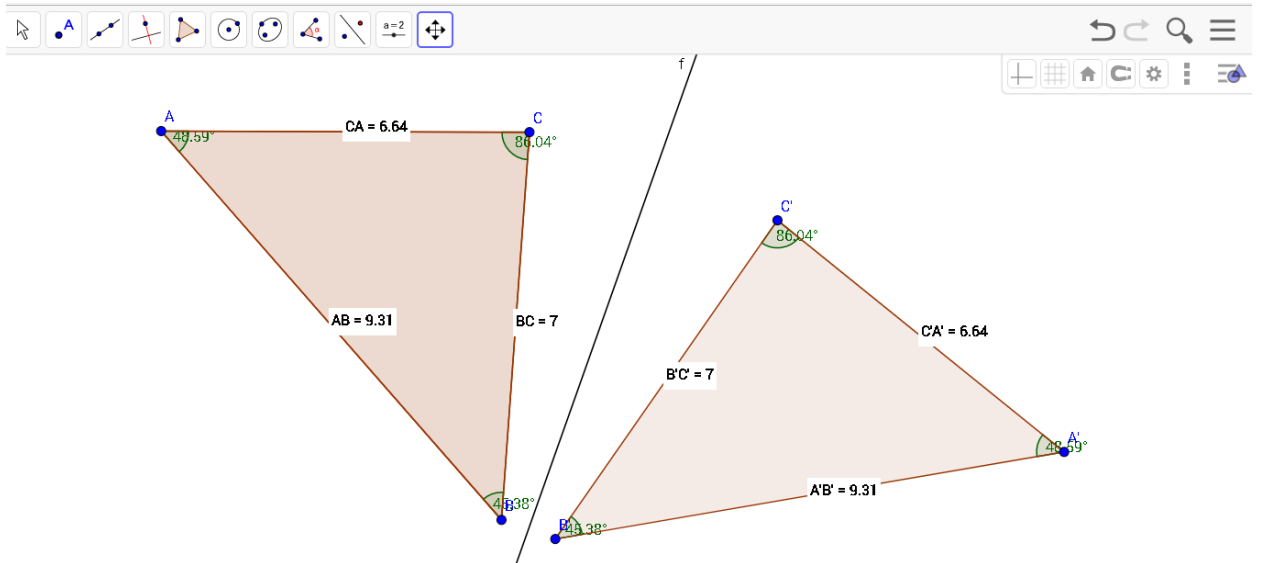
Приложение 17



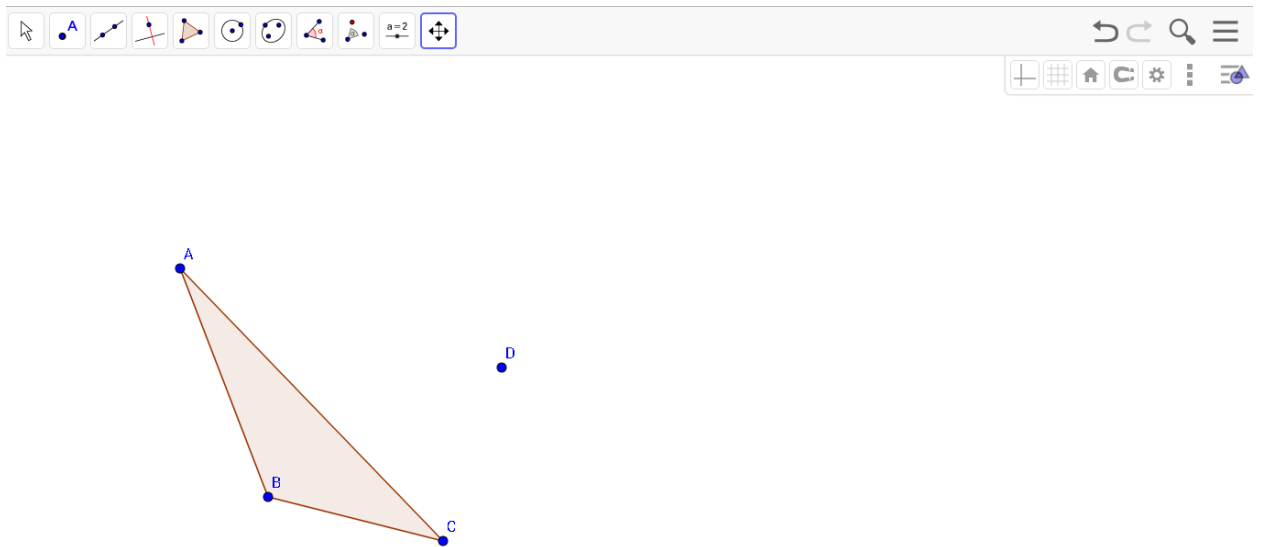
Приложение 18



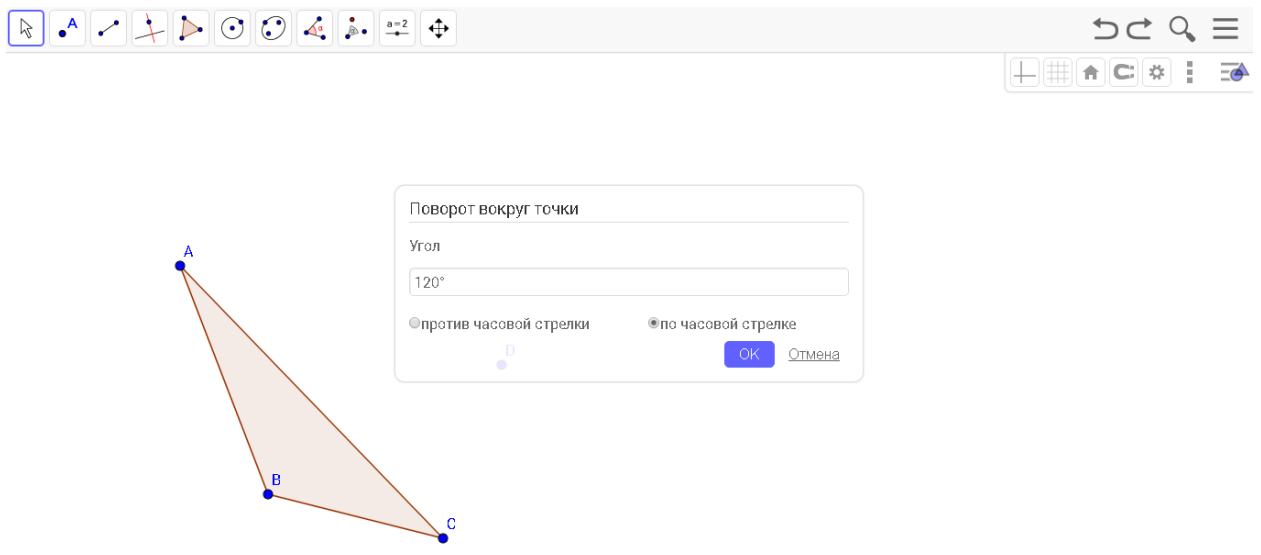
Приложение 19



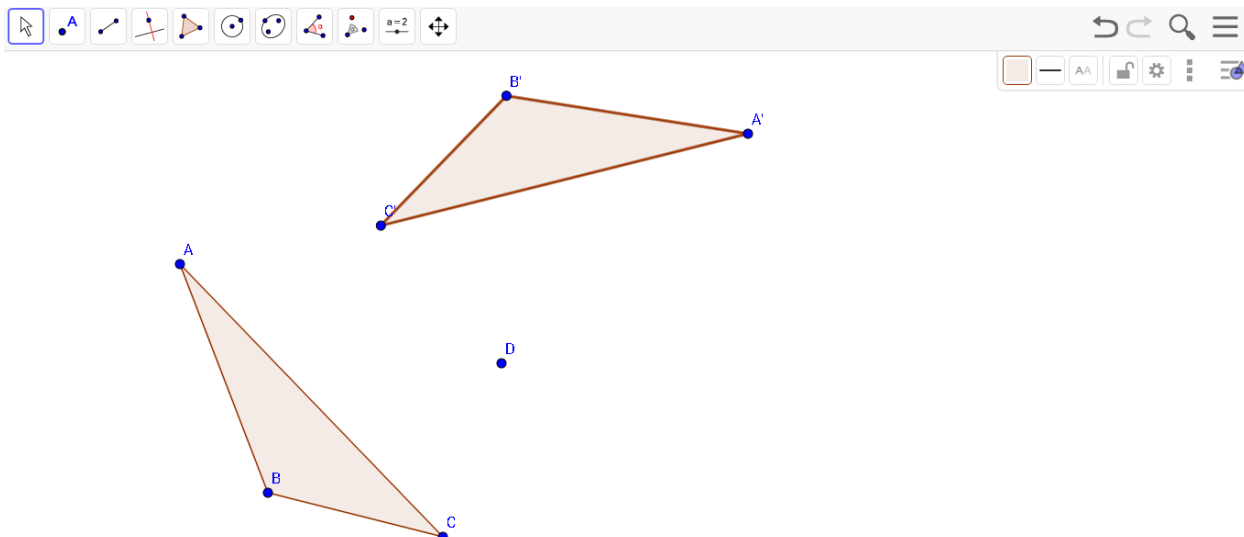
Приложение 20



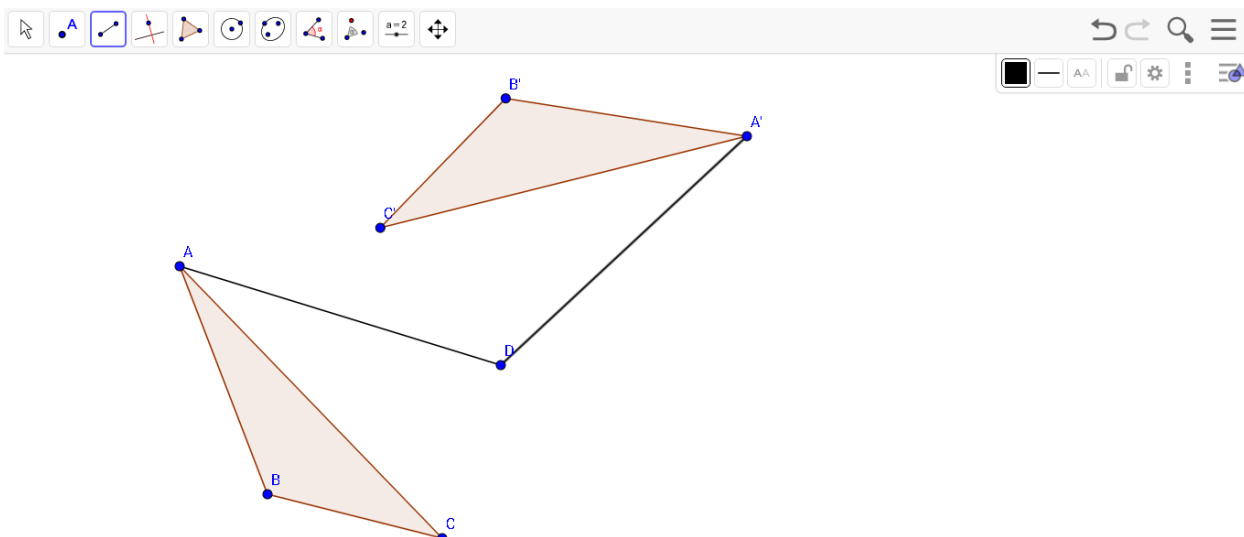
Приложение 21



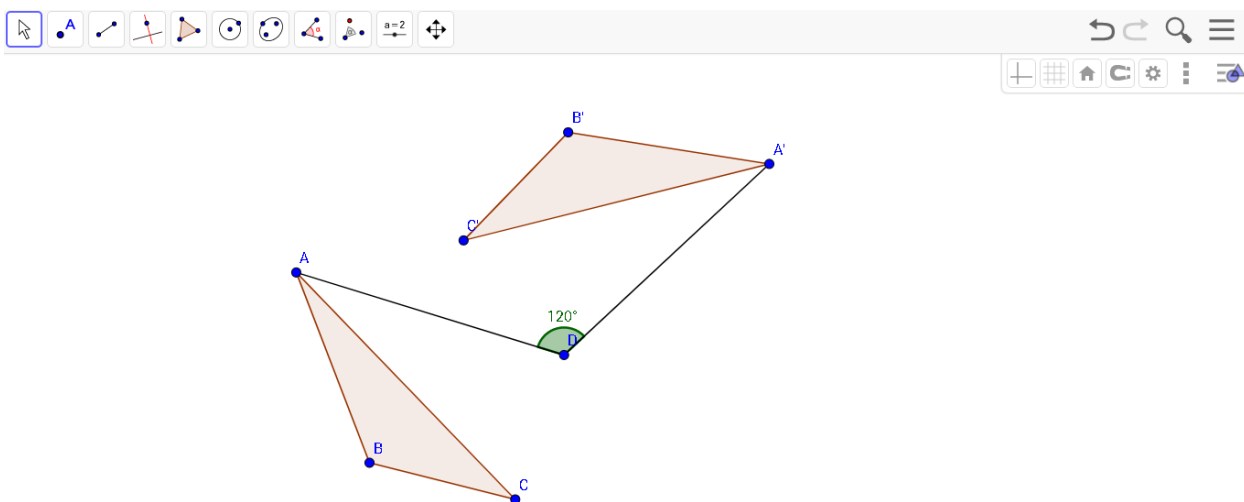
Приложение 22



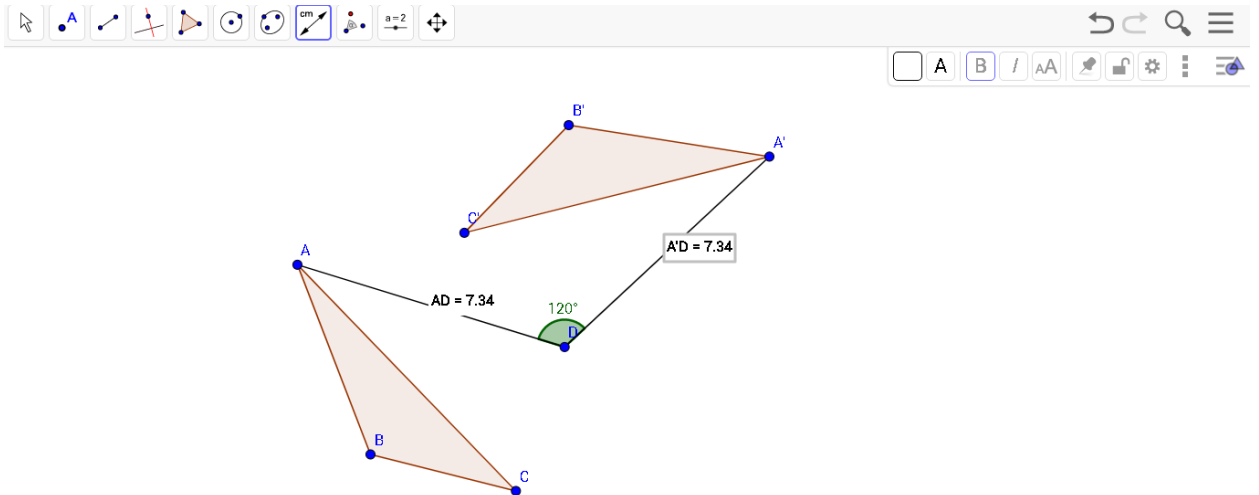
Приложение 23



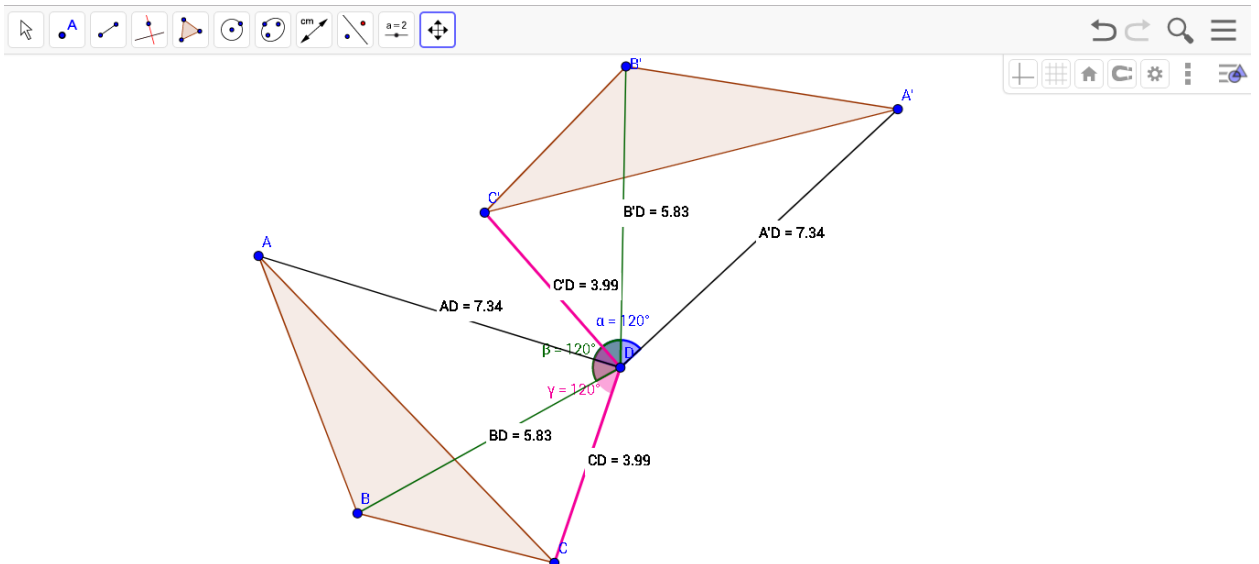
Приложение 24



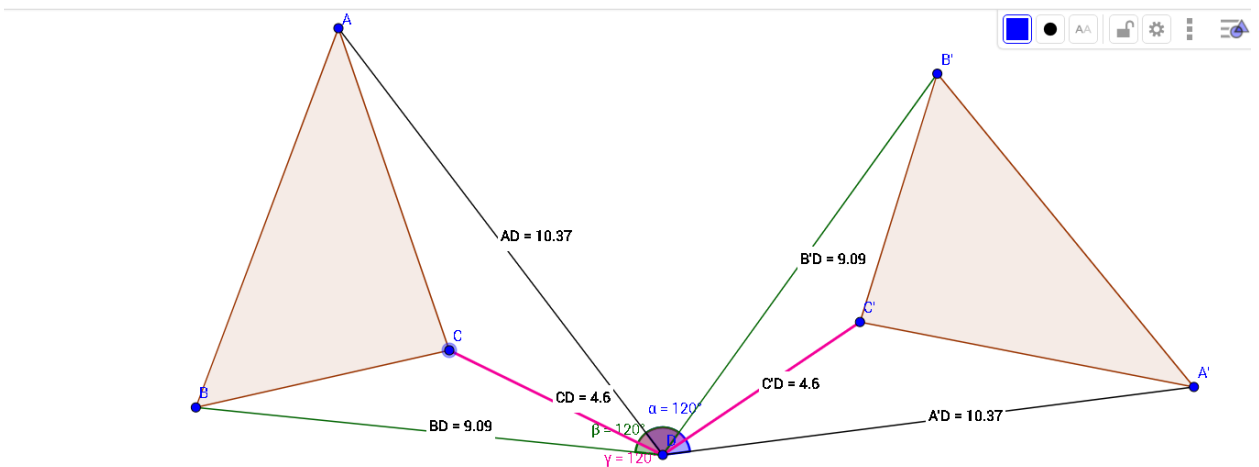
Приложение 25



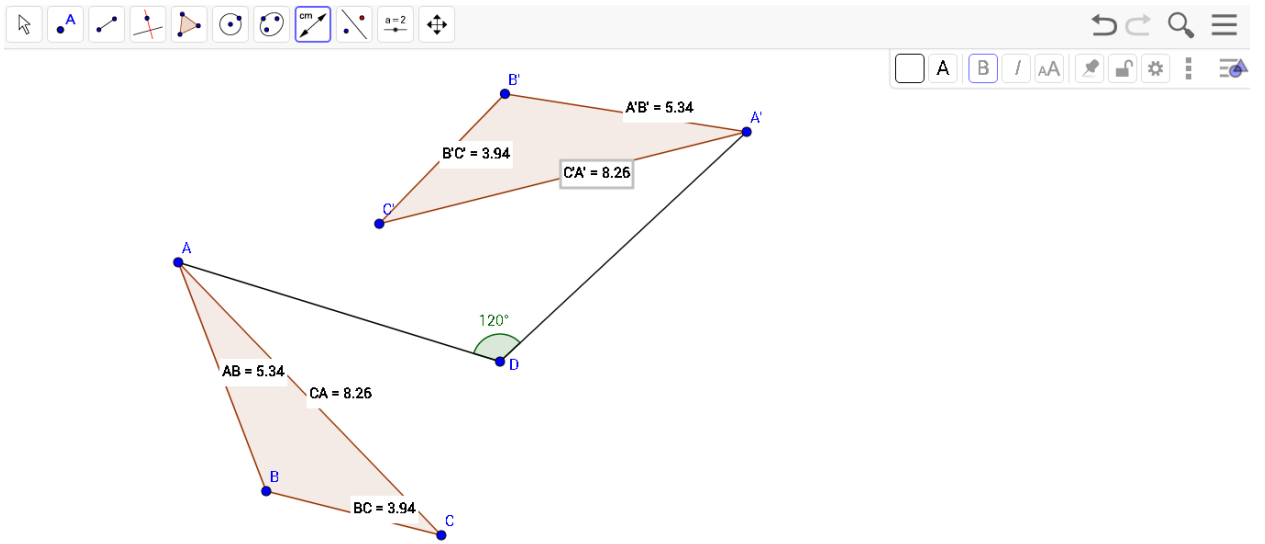
Приложение 26



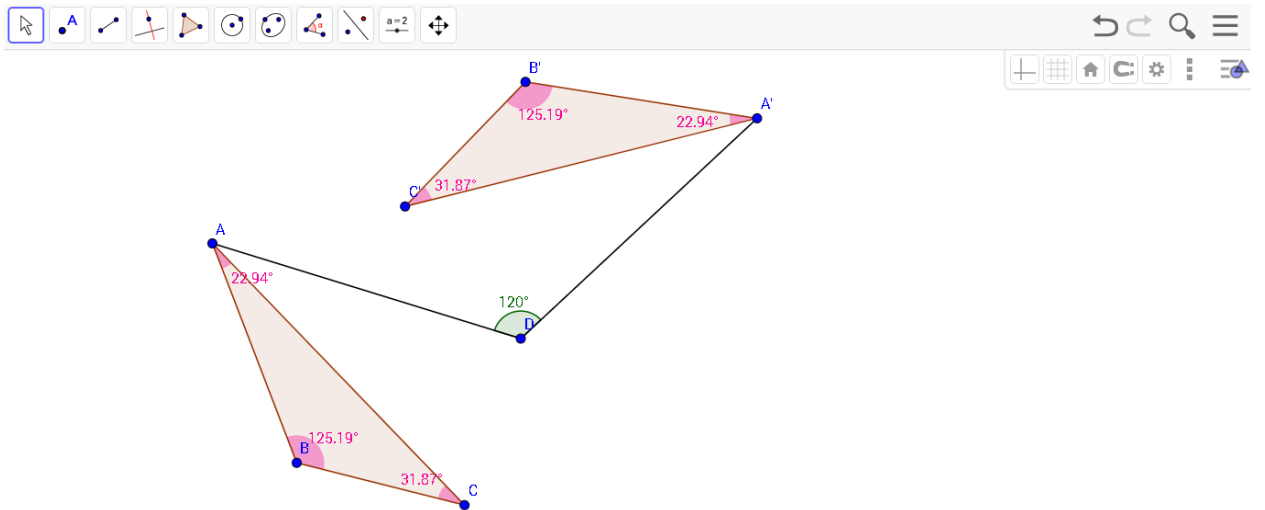
Приложение 27



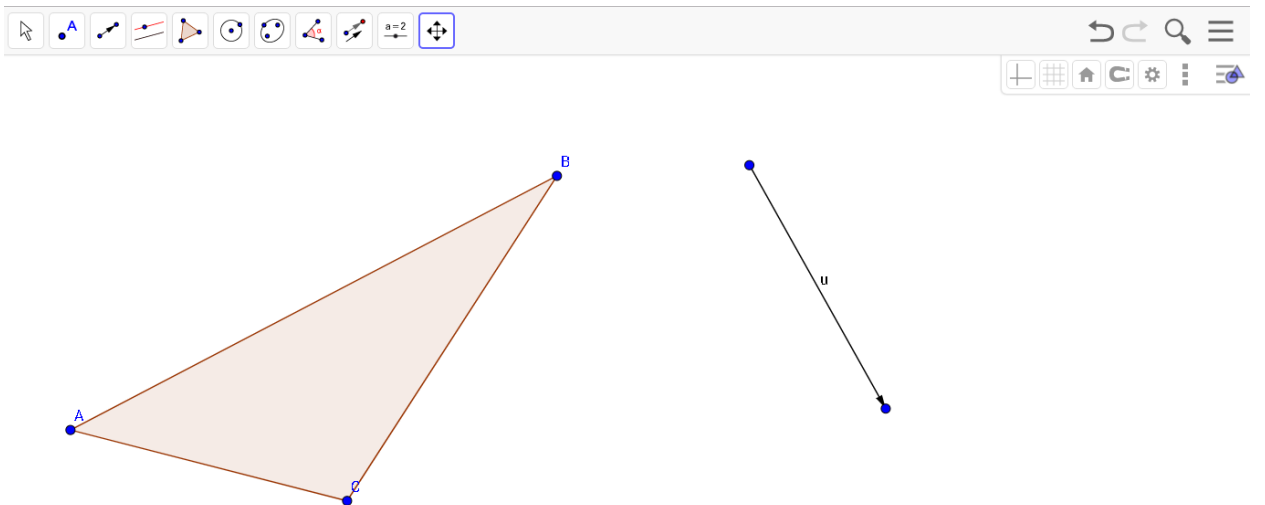
Приложение 28



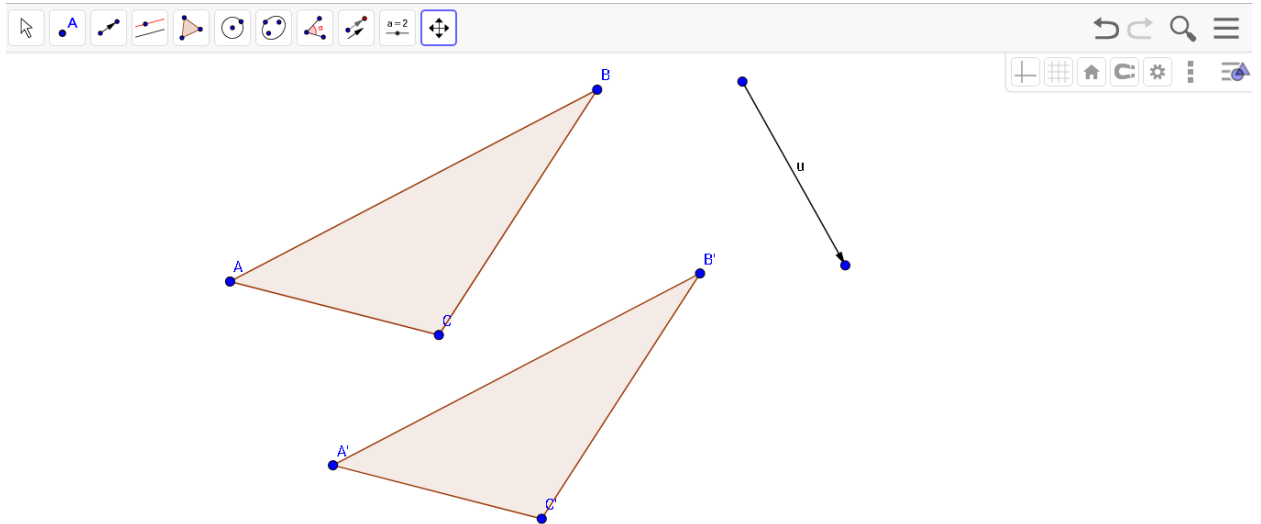
Приложение 29



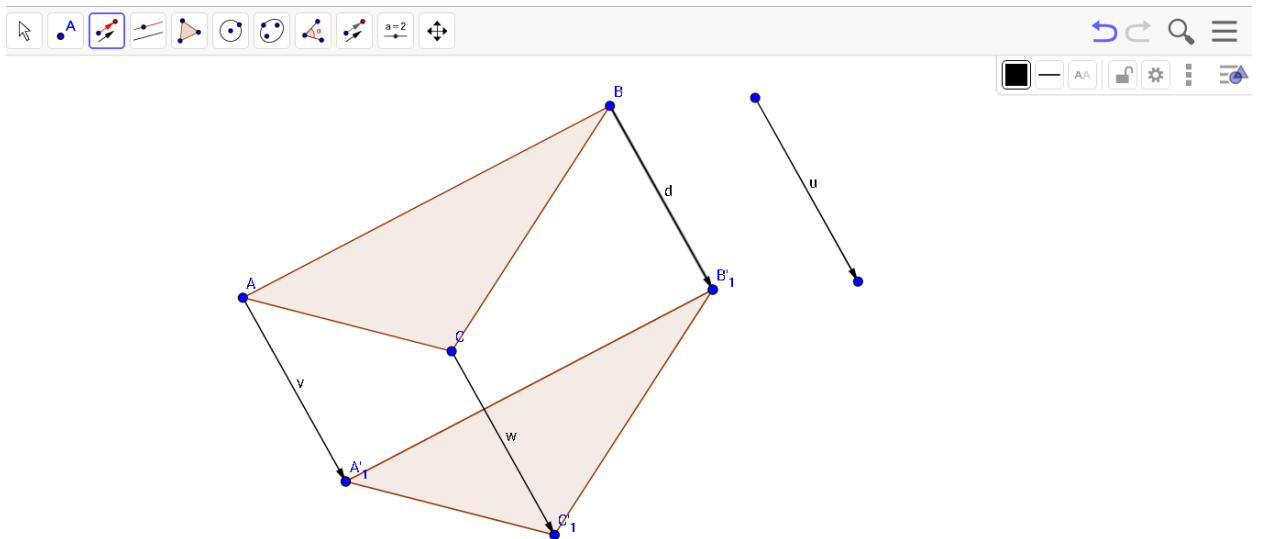
Приложение 30



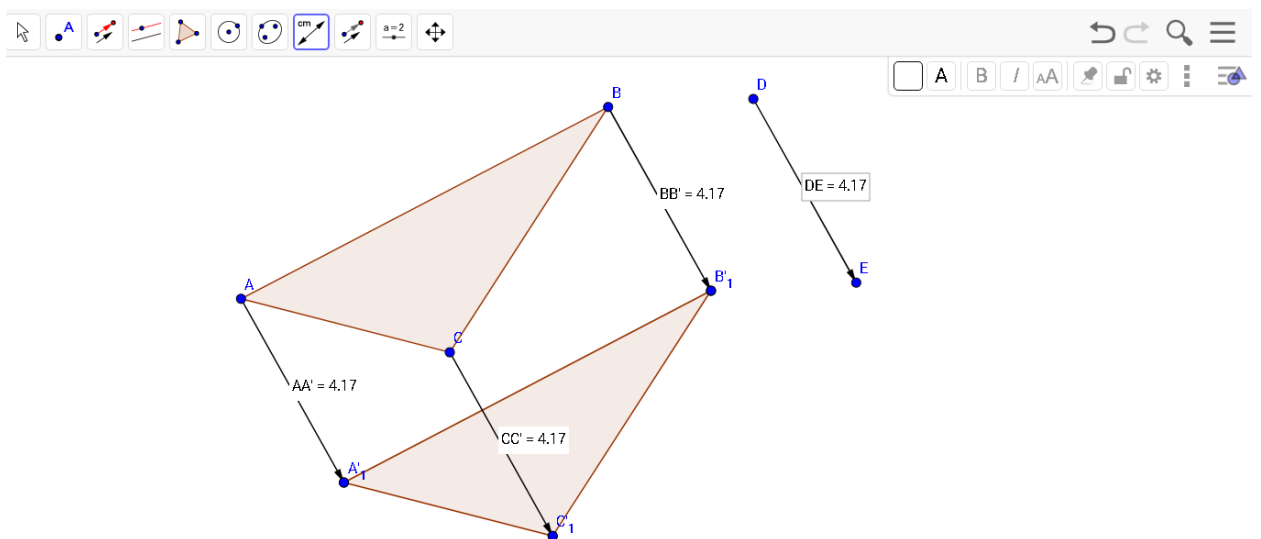
Приложение 31



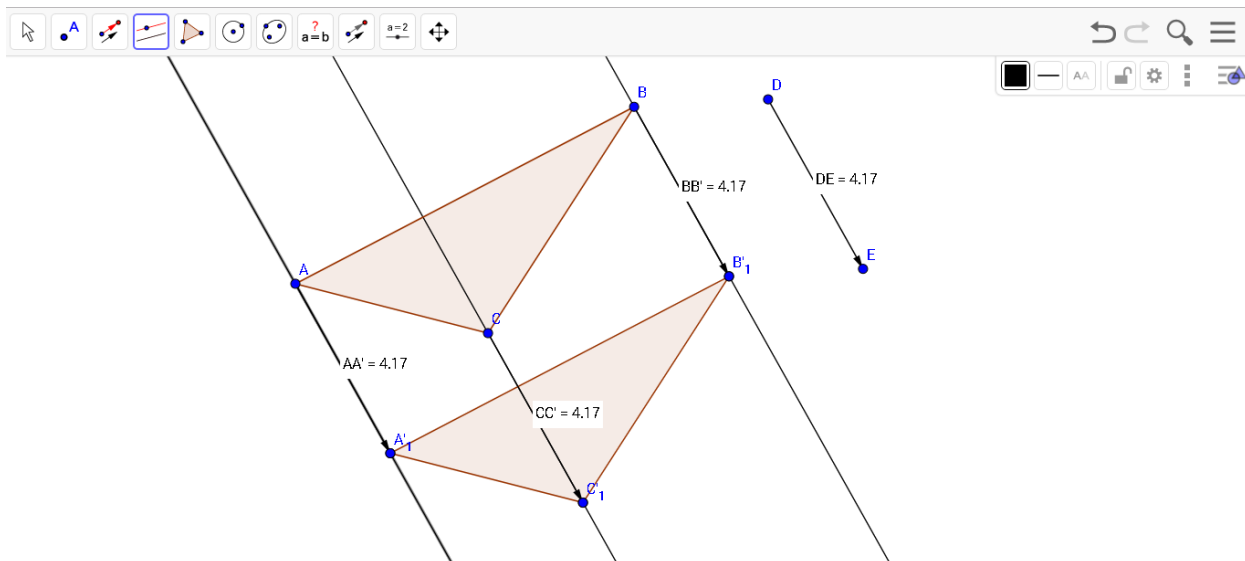
Приложение 32



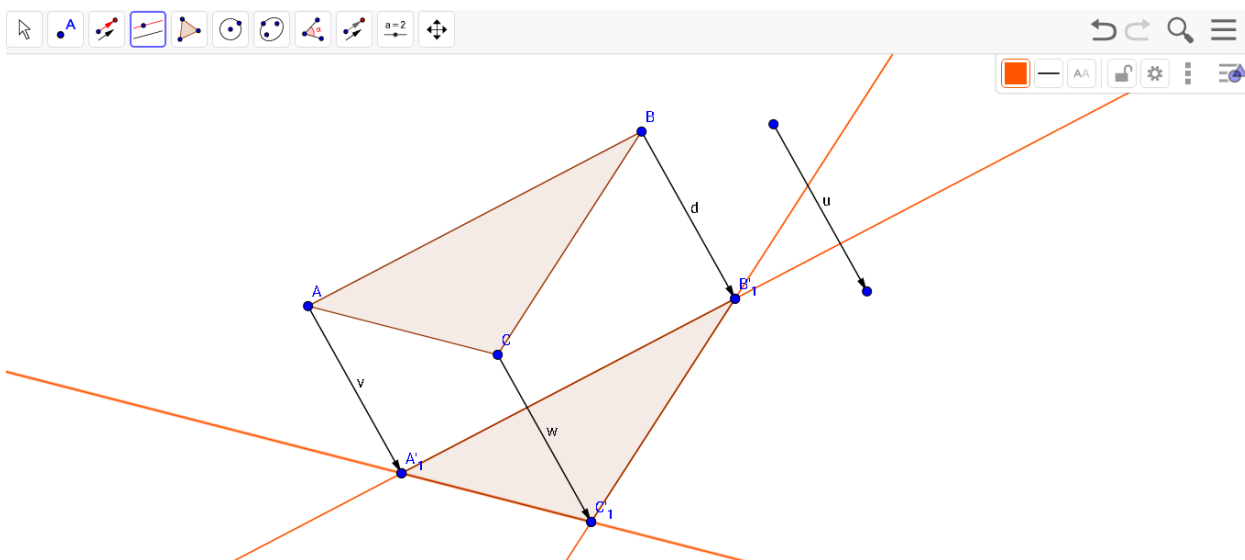
Приложение 33



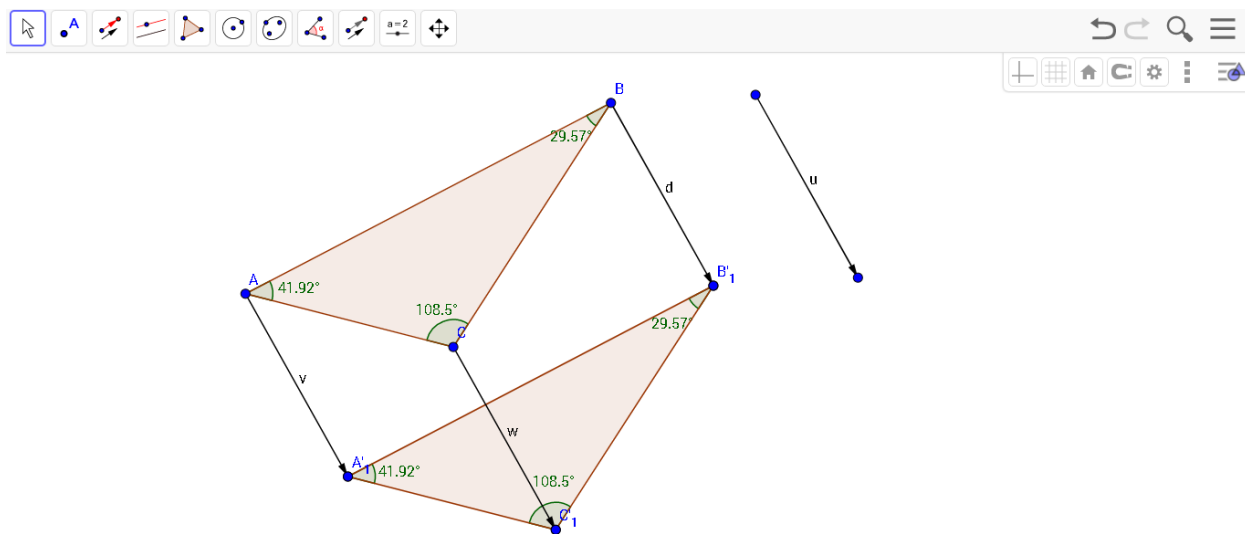
Приложение 34



Приложение 35



Приложение 36



Приложение 37

