

**Министерство образования и науки РФ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
им. В.П. АСТАФЬЕВА  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Факультет начальных классов  
Кафедра естествознания, математики и частных методик

Виталева Кристина Александровна

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ В ПРОЦЕССЕ  
РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ**

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование  
Направленность (профиль) образовательной программы Начальное образование

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой естествознания, математики и  
частных методик: к. б. н. доцент Панкова Е.С.

Руководитель : кандидат педагогических наук  
Басалаева М. В

Дата защиты:

Обучающийся: Виталева К. А

(дата, подпись)

Оценка:

Красноярск  
2017

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. Предпосылки изучения проблемы использования нестандартных задач в процессе развития логического мышления младших школьников.....	9
1.1. Процесс развития логического мышления как объект педагогического исследования.....	9
1.2. Особенности развития логического мышления у учащихся младшей школы.....	20
1.3. Методические особенности использования нестандартных задач в процессе развития логического мышления у младших школьников .....	26
ВЫВОДЫ ПО 1 ГЛАВЕ.....	47
ГЛАВА 2. Методика применения нестандартных задач на уроках математики к начальной школе .....	50
2.1. Исследование актуального уровня развития логического мышления у учащихся начальных классов .....	50
2.2. Использование нестандартных задач в процессе развития логического мышления на уроках математики в начальной школе (программа экспериментального обучения) .....	55
ВЫВОДЫ ПО 2 ГЛАВЕ.....	86
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	89
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	91
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	96

## Введение

Развитие логического мышления младших школьников - важная составная часть педагогического процесса на современном этапе начального образования. Помочь учащимся в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, творческий потенциал, самостоятельность - одна из основных задач современной школы.

Целенаправленная работа по развитию логического мышления младших школьников должна носить системный характер. Необходимы конкретные программы, направленные на развитие логического мышления. От того, насколько оно будет развито у ребёнка в младших классах, во многом зависит успешность обучения по всем общеобразовательным предметам в дальнейшем.

Главная цель работы по развитию логического мышления состоит в том, чтобы дети научились делать выводы из тех суждений, которые им предлагаются в качестве исходных. Подумать, логически рассудить и проанализировать задание, чтобы свести условие к известному. Успешная реализация этой задачи во многом зависит от формирования у учащихся познавательных интересов.

Таким образом, можно с достаточной определенностью сказать, что процесс становления приемов мышления не может реализоваться сам собой, педагог должен активно и умело работать в этом направлении. Необходимо организовать весь процесс обучения так, чтобы, с одной стороны, он обогащал учащихся в начальной школе новыми знаниями, а с другой, формировал приемы логического мышления, способствовал подъему познавательного интереса и творческих способностей школьников .

Образовательный стандарт нового поколения ставит перед начальным образованием новые цели. Теперь в начальной школе ребёнка должны научить не только читать, считать и писать, чему и сейчас учат вполне успешно. Ему должны привить две группы новых умений. Речь идёт, во-

первых, об универсальных учебных действиях, составляющих умения учиться: навыках решения творческих задач и навыка поиска, анализа и интерпретации информации. Во-вторых, речь идёт о формировании у детей мотивации к обучению, саморазвитию, самопознанию. Учителю, который до этого занимался с ребятами просто математикой как таковой, теперь придётся на знакомом ему материале решать ещё и новые нестандартные задачи. Поэтому одной из важнейших задач, стоящих перед учителем начальных классов, является развитие самостоятельной логики мышления. Математика именно тот предмет, где можно в большой степени это реализовывать.

Появились новые Федеральные образовательные стандарты общего образования второго поколения, в которых прописано, что главной целью образовательного процесса является формирование универсальных учебных действий, таких как: личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные. В соответствии стандартам второго поколения познавательные универсальные действия включают: общеучебные, логические, а также постановку и решение проблемы.

Из вышесказанного следует, что уже в начальной школе дети должны овладеть элементами логических действий (сравнения, классификации, обобщения и др.). Поэтому одной из важнейших задач, стоящих перед учителем начальных классов, является развитие всех качеств и видов мышления, которые позволили бы детям строить умозаключения, делать выводы, обосновывая свои суждения, и, в конечном итоге, самостоятельно приобретать знания и решать возникающие проблемы.

Этим вопросом в течении долгих лет занимались и занимаются многие учёные: Н.Ф. Талызина, Н.А. Менчинская, Н.Б. Истомина, Л.С. Выготский, Р.С.Немова, Д.Д. Зуев, В.В. Краевский и др. Н.Ф. Талызина, Н.А. Менчинская и Н.Б. Истомина считают, что логическое мышление характеризуется способностью к оперированию понятиями, суждениями и

умозаключениями, а его развитие сводится к развитию логических приёмов мышления.

Значительное место вопросу развития у младших школьников логического мышления уделял в своих работах известнейший отечественный педагог В. Сухомлинский. Суть его размышлений сводится к изучению и анализу процесса решения детьми логических задач, при этом он опытным путем выявлял особенности мышления детей. О работе в этом направлении он написал в своей книге "Сердце отдаю детям": "В окружающем мире - тысячи задач. Их придумал народ...".

Если говорить о настоящем состоянии современной начальной школы, то основное место все еще продолжает занимать репродуктивная деятельность. На уроках математики дети почти все время решают учебно-тренировочные типовые задания. Их назначение состоит в том, чтобы поисковая деятельность детей с каждой последующей задачей постепенно свертывалась, это тормозит развитие интеллекта детей, в первую очередь, мышления. В связи с этой системой преподавания дети привыкают решать задачи, которые всегда имеют готовые решения, причем, как правило, только одно решение. Поэтому дети теряются в ситуациях, когда задача не имеет решения, или, наоборот, имеет несколько решений.

Нестандартные задачи используются в курсах математики начальной школы и использовались всегда. Но им не отводится специальных уроков, нет специальных тем, представлены они по большей части факультативно. В связи с этим, они не реализуют весь потенциал, который существует в нестандартных задачах.

Актуальность выбранной темы подтверждается тем, что новые подходы к совершенствованию учебно-воспитательного процесса с целью формирования всесторонне развитой и творчески мыслящей личности младшего школьника во многом зависят от умения ими решать нестандартные задачи. Именно при решении нестандартных задач оттачивается, шлифуется мысль ребенка, мысль связанная, последовательная,

доказательная. С начала и до конца обучения в школе математическая задача неизменно помогают ученику вырабатывать правильные математические понятия, глубже выяснить различные стороны взаимосвязей в окружающей его жизни, дает возможность применять изучаемые теоретические положения, позволяет устанавливать разнообразные числовые соотношения в наблюдаемых явлениях. Учащиеся должны уметь решать не только стандартные задачи, но требующие известной независимости мышления, оригинальности, изобретательности [57].

Более чёткое определение приведено в книге «Как научиться решать задачи» авторов Л.М. Фридмана, Е.Н. Турецкого.

Нестандартные задачи – это такие, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения. Учитель контролирует процесс закрепления знаний, предусмотренных программой обучения решением задач этого типа. А вот нестандартная задача предполагает наличие исследовательского характера. Однако если решение задачи по математике для одного учащегося является нестандартным, поскольку он незнаком с методами решения задач данного вида, то для другого – решение задачи происходит стандартным образом, так как он уже решал такие задачи и не одну.

Следует отметить, что именно нестандартные задачи позволяют сформировать у школьников высокую математическую активность, качества, присущие творческой личности: гибкость, оригинальность, глубину, целенаправленность, критичность мышления. Нестандартные задачи всегда подаются в увлекательной форме, они прогоняют интеллектуальную лень, вырабатывают привычку к умственному труду, воспитывают настойчивость в преодолении трудностей [58].

Всё это подтверждает актуальность исследования по теме **«Использование нестандартных задач в процессе развития логического мышления в начальной школе».**

**Целью нашего исследования** разработать программу, позволяющую использовать нестандартные задачи в процессе развития логического мышления младших школьников.

**Объектом исследования** является процесс развития логического мышления на уроках математики в начальной школе.

**Предметом исследования** – использование нестандартных задач для развития логического мышления младших школьников.

В качестве **гипотезы** было выдвинуто предположение, согласно которому нестандартные задачи могут быть использованы для развития логического мышления младших школьников, если:

- такие задачи регулярно будут предлагаться учащимся на уроках и во внеучебное время;
- при составлении их будут учтены возрастные особенности младших школьников.

В соответствии с целью, объектом, предметом и гипотезой исследования были поставлены следующие **задачи**:

- изучить особенности логического мышления младших школьников и влияние нестандартных задач на его развитие;
- разработать программу, включающую нестандартные задачи и различные способы их решения, способствующие развитию математического мышления младших школьников;
- создать подборку текстов нестандартных задач для организации деятельности младших школьников в процессе развития логического мышления.

Теоретическая ценность и научная новизна нашего исследования состоят в том, что в нём подробно изучена роль нестандартных задач как одного из средств развития логического мышления учащихся начальных классов.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что разработанная нами программа, включающую нестандартные задачи и

различные способы их решения, может быть использована учителями начальных классов в процессе организации деятельности учащихся младшей школы и студентами в период педагогической практики.

# **Глава 1. ПРЕДПОСЫЛКИ ИЗУЧЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ В ПРОЦЕССЕ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ**

## **1.1. Процесс развития логического мышления как объект педагогического исследования**

Мышление в отличие от других процессов совершается в соответствии с определенной логикой.

Мышление – психический процесс обобщенного и опосредованного отражения устойчивых закономерных свойств и отношений действительности, осуществленных для решения познавательных проблем, систематической ориентации в конкретных ситуациях. Мыслительная деятельность – система мыслительных действий, операций для решения определенной задачи[1].

Существуют разные психологические теории мышления. Согласно ассоцианизму само мышление не является особым процессом и сводится к простому сочетанию образов памяти (ассоциациям по смежности, сходству, контрасту). Согласно психологии мышление совершается в замкнутой сфере сознания. В итоге мышление сводилось к движению мыслей в замкнутых структурах сознания. Материалистическая психология подошла к рассмотрению мышления как к процессу, который формируется в общественных условиях жизни, приобретая характер внутренних «умственных» действий[5].

Существует большое количество определений этого термина. Приведём некоторые варианты.

Мышление – это высшая ступень познания человеком объективной действительности и выходя за рамки чувственного, лежащего на поверхности, расширяет границы нашего познания. С точки зрения науки, оно раскрывает то, что непосредственно в восприятии не дано [23].

Как указывает толковый словарь С.И. Ожегова, мышление – это “способность человека рассуждать, представляющая собою процесс отражения объективной действительности в представлениях, суждениях, понятиях”[49].

В работах В.В. Левитеса мышление выступает главным образом как решение задач, вопросов, проблем, которые постоянно выдвигаются перед людьми жизнью. Решение задач всегда должно дать человеку что-то новое, новые знания. Поиски решений иногда бывают очень трудными, поэтому мыслительная деятельность, как правило, - деятельность активная, требующая сосредоточенного внимания, терпения[12].

Рогов Е.И. под мышлением понимает процесс познавательной деятельности индивида, характеризующийся обобщенным и опосредованным отражением действительности. Отталкиваясь от ощущений и восприятий, мышление, выходя за пределы чувственного данного, расширяет границы нашего познания в силу своего характера, позволяющего опосредственно – умозаключением – раскрыть то, что непосредственно – восприятием – не дано[17].

А. В. Петровский определяет мышление как социально обусловленный, неразрывно связанный с речью психический процесс поисков и открытия существенно нового, процесс опосредствованного и обобщенного отражения действительности в ходе ее анализа и синтеза. Мышление возникает на основе практической деятельности из чувственного познания и далеко выходит за его пределы[18].

С.Л. Рубинштейн трактует мышление как обобщенное и опосредованное познание объективной реальности[40].

Проблемами мышления занимались многие зарубежные деятели, в том числе исследователи (Ж. Пиаже, Б. Инельдер, Р. Гайсон, Ф. Тайсоны, П. П. Блонский, Л. С. Выготский, С. Л. Рубинштейн, П. Я. Гальперин, А. Н. Леонтьев, А. Р. Лурия, П. И. Зинченко, А. А. Смирнов, Б. М. Величковский, Г. Г. Вучетич, З. М. Истомина, Г. С. Овчинников и др.)

Мышление носит активный и проблемный характер. Оно направлено на решение проблем. Выделяют такие фазы мыслительного процесса:

1. Осознание проблемной ситуации – возникает осознание наличия информации о дефиците. Не стоит думать, будто это есть начало мышления, ведь осознание проблемной ситуации уже включает в себя предварительный мыслительный процесс.

2. Осознание наметившегося решения как гипотезы – включает в себя поиск вариантов решения.

3. Фаза проверки гипотез – ум тщательно взвешивает все «за» и «против» своих гипотез и подвергает их всесторонней проверке.

4. Решение проблемы – получение ответа на поставленный вопрос или решение поставленной задачи. Решение фиксируется в суждении по данному вопросу[50].

Выявлено, что мышление развивается по пути все большей генерализации признаков и объединения их в более крупные классы, такие как допонятийное мышление и понятийное мышление (словесно-логическое с помощью логических понятий и знаков)[24].

С педагогической точки зрения, развитие восприятия и памяти происходит под определяющим воздействием формирующихся интеллектуальных процессов. Теоретически, выражается это в постановке все более разнообразных и сложных целей, достижению которых способствует развитие волевой регуляции поведения.

П. П. Блонский отмечает связь развития мышления с теми знаниями, которые личность получает в процессе обучения [41].

По определению логика (др.греч. λογική – «наука о правильном мышлении», «искусство рассуждения» от λόγος – «речь», «рассуждение», «мысль») – наука о формах, методах и законах интеллектуальной познавательной деятельности, в том числе, формализуемых с помощью логического языка», соответственно «логическое мышление – вид мышления,

сущность которого в оперировании понятиями, суждениями и умозаключениями с использованием законов логики» [11].

Понятия, суждения и умозаключения как основные формы мышления.

Основными формами, в которых возникло, развивается и осуществляется мышление, являются понятия, суждения и умозаключения.

*Понятие* – это мысль, в которой отражаются общие, существенные свойства, связи предметов и явлений. Понятие это как бы сам акт понимания, чистая деятельность мышления. Понятия не только отражают общие, но и расчленяют вещи, группируют, классифицируют их в соответствии с их различиями. Кроме того, когда мы говорим, что имеем понятие о чем-либо, то под этим подразумеваем, что мы понимаем сущность этого объекта [22].

Понятия возникают и существуют в голове человека лишь в определенной связи, в виде суждений. Мыслить – значит судить о чем-либо, выявлять определенные связи и отношения между различными сторонами предмета или между предметами.

*Суждение* – это такая форма мысли, в которой посредством связи понятий утверждается (отрицается) что-либо о чем-либо [22].

К тому или иному суждению человек может прийти путем непосредственного наблюдения какого-либо факта или опосредованным путем - с помощью умозаключения. Мышление не есть просто суждение. В реальном процессе мышления понятия и суждения включены в цепь более сложных умственных действий - в рассуждения. Относительно законченной единицей рассуждения является умозаключение. Суждения, из которых выводится заключение, называются посылками.

*Умозаключение* – операция мышления, в ходе которой из сопоставления ряда посылок выводится новое суждение. Умозаключение – более высокий уровень логического опосредования, чем суждение [41].

Логическое мышление – это мыслительный процесс, при котором человек использует логические понятия и конструкции, которому

свойственна доказательность, рассудительность, и целью которого является получение обоснованного вывода из имеющихся предпосылок [2], [14].

Традиционно выделяют несколько видов логического мышления, перечислим их, начиная с самого простого:

Образно-логическое мышление(наглядно-образное мышление) – различные мыслительные процессы так называемого «образного» решения задач, которое предполагает визуальное представление ситуации и оперирование образами составляющих её предметов. Наглядно-образное мышление, по сути, является синонимом слова «воображение», которое позволяет нам наиболее ярко и четко воссоздавать все многообразие различных фактических характеристик предмета или явления.

Абстрактно-логическое мышление– это совершение мыслительного процесса при помощи категорий, которых нет в природе (абстракций). Абстрактное мышление помогает человеку моделировать отношения не только между реальными объектами, но также и между абстрактными и образными представлениями, которые создало само мышление. Абстрактно-логическое мышление имеет несколько форм: понятие, суждение и умозаключение.

Словесно-логическое мышление(вербально-логическое мышление) – один из видов логического мышления, характеризующийся использованием языковых средств и речевых конструкций. Данный вид мышления предполагает не только умелое использование мыслительных процессов, но и грамотное владение своей речью. Словесно-логическое мышление необходимо нам для публичных выступлений, написания текстов, ведения споров и в других ситуациях, где нам приходится излагать свои мысли при помощи языка [26].

В соответствии с концепцией Л.С. Выготского, логическое мышление может быть житейским или научным. Общенаучное логическое мышление обеспечивает понимание обучающимися процесса и методов познания. С другой стороны, следует подчеркнуть, что логическое мышление является

средством познания объективного мира, в процессе логического мышления происходит отражение мира в определенных формах и законах.

Ниже в таблице рассмотрим основные виды логических приемов мышления.

Таблица № 1 - Логические приемы мышления, по Н.Б. Истоминой[30]

Логические приемы мышления	Краткая характеристика
Анализ	Выделение элементов объекта, его признаков и свойств.
Синтез	Соединение различных элементов, сторон объекта в единое целое.
Сравнение	Установление сходства и различия между объектами явлениями.
Классификация	Умение выделять признаки предметов и устанавливать между ними сходство и различие.
Аналогия	Сходство в каком-либо отношении между предметами, понятиями, явлениями.
Обобщение	Выделение существенных признаков математических объектов, их свойств и отношений.
Обоснование истинности суждений	Умение обосновывать (доказывать) те суждения, которые высказывают учащиеся.

Одними из важнейших мыслительных операций, являются анализ и синтез.

*Анализ* - это мысленное выделение основных элементов объекта или предмета, его признаков и свойств. В то время как *синтез* представляет собой соединение различных элементов и сторон объекта в единое целое.

Эти две мыслительные операции дополняют друг друга.

Как отмечает Н.Б. Истомина способность к аналитико-синтетической деятельности человека выражается не только в умении выделять основные элементы и признаки объекта, но и в умении включать их в новые связи.

Формированию этих умений может способствовать:

- а) рассмотрение данного объекта с точки зрения различных понятий;
- б) постановка различных заданий к данному математическому объекту.

Анализ дает возможность понять структуру объекта или явления. [31]

*Сравнение* - это прием логического мышления, требующий выделения различия и сходства между признаками объекта или явления. По мнению Н.Ф. Талызиной сравнение предполагает умение выполнять следующие действия:

- 1) выделение основных признаков объекта;
- 2) вычленение общих признаков;
- 3) установление основания для сравнения (одного из существенных признаков);
- 4) сравнение объектов по данному основанию.

*Классификация* - это прием умственных действий который характеризуется разделением множества на группы по какому-либо признаку. Другие авторы отмечают, что классификация - это мыслительная операция по объединению предметов, явлений, признаков, по их сходству в разные классы [26].

Классификацию можно проводить в двух вариантах:

- 1) по заданному основанию;
- 2) с заданием поиска самого основания.

С учащимися начальной школы классификацию целесообразно проводить по заданному основанию, то есть по размеру, по форме, по цвету и

т.д. или на определенное количество групп, на которые следует разделить множество предметов. Учащиеся наиболее полно овладевают приемом классификации упражняясь в счете, как считает Н.Б. Истомина. По мере изучения разных понятий задания на классификацию могут включать числа, выражения, равенства, уравнения, геометрические фигуры. Так же задания на классификацию можно использовать при знакомстве учащихся с новыми понятиями.[31]

*Прием аналогии* - прием логического мышления направленный на выявлении сходства в каком-либо отношении между предметами и явлениями, действиями. Обычно прием аналогии целесообразно использовать при закреплении тех или иных действий.

Но использование умозаключения по аналогии возможно также при решении следующих задач:

- при переходе к письменному сложению и вычитанию многозначных чисел, сравнивая его со сложением и вычитанием трехзначных;
- при изучении свойств арифметических действий.

Развивая у детей начальной школы способность выполнять умозаключения по аналогии, необходимо отметить основные пункты:

- аналогия берет за основу сравнение, поэтому возможность ее успешного применения заключается в том, насколько школьники научены вычленять основные признаки предметов и устанавливать различие и сходство между ними;
- для использования аналогии требуется иметь два объекта, один из которых известен ребенку, а второй сопоставляется с ним по определенным признакам;
- для ориентации младших школьников на использование приема аналогии требуется в доступной форме объяснить им суть приема, обратив их внимание на то, что в математике зачастую новый способ действий можно открыть по догадке, вспомнив уже ранее известный способ действий и данное новое задание;

- для верных действий по аналогии сопоставляются признаки объектов, существенные в данной ситуации. В противном случае вывод может быть неверным.[55]

Прием обобщения - выделение важных признаков математических объектов, их свойств и отношений. Процесс обобщения и результат обобщения являются разными понятиями. Результат фиксируется в понятиях, суждениях, правилах. В зависимости от организации процесса обобщения его разделяют на два типа - теоретическое и эмпирическое. В начальной школе на уроках математики чаще применяют эмпирический тип обобщения, при котором обобщение знания является результатом индуктивных рассуждений. Это обусловлено тем, что в основе эмпирического обобщения лежит действие сравнения, что для младших школьников наиболее доступно. Теоретическое же обобщение осуществляется путем анализа данных об объекте или явлении с целью вычленения существенных внутренних связей. Эти связи фиксируются абстрактно (с помощью слова, знаков, схем) и становятся тем фундаментом, на котором выполняются конкретные действия.

Необходимое условие формирования у младших школьников способности к данному типу обобщения - нацеленность обучения на развитие общих способов деятельности[57].

Помимо эмпирического и теоретического типа обобщений начальном курсе математики имеют место обобщения-соглашения. Примерами таких обобщений являются правила умножения на 1 и на 0, справедливые для любого числа. Их обычно сопровождают пояснениями: "в математике договорились.", "в математике принято считать."

*Способы обоснования истинности суждений.*

Способность доказывать те или иные суждения, являются непременным условием развивающего обучения. На практике эту способность связывают со способностью верно рассуждать, доказывать свою точку зрения[55].

Различают три типа суждений:

- 1) единичные;
- 2) частные что-то утверждается или отрицается относительно определенной совокупности предметов из данного класса или относительно некоторого подмножества данного множества предметов;
- 3) общие что-то утверждается или отрицается относительно всех предметов данной совокупности.

Предложения, выражающие суждения, могут быть различными по форме: утвердительными, отрицательными, условными (например: "если число оканчивается нулем, то оно делится на 10").

Для формирования у учащихся умения обосновывать свои суждения полезно предлагать им задания на выбор способа действия (при этом оба способа могут быть: а) верными, б) неверными, в) один верным, другой неверным). В этом случае каждый предложенный способ выполнения задания можно рассматривать как суждение, для обоснования которого учащиеся должны использовать различные способы доказательств[36].

Так же выделяют еще два приема логического мышления - это *абстракция и конкретизация*.

Под абстракцией понимают мысленное отвлечение от частей и свойств предмета для вычленения главных признаков.

Особенностью абстракции детей начальной школы является то, что за главные признаки часто принимаются внешние, яркие признаки, а также дети легче абстрагируют свойства предметов или явлений, чем их связи и отношения, которые существуют между объектами. Абстракция широко используется при образовании и усвоении новых понятий, так как в понятиях отражены только существенные, общие для целого класса предметов признаки[37].

Под понятием конкретизации понимают процесс противоположный абстракции. Конкретизация всегда выступает как пример или как иллюстрация чего-то общего. Конкретизируя общее понятие, мы его лучше понимаем.

Опираясь на вышеизложенное следует отметить, что все мыслительные операции тесно взаимосвязаны друг с другом и только их использование в комплексе даст возможность их полноценному формированию. Приемы логического мышления необходимы школьникам уже на начальном этапе школы для решения поставленных задач. Поэтому именно в младшем школьном возрасте необходимо проводить целенаправленную работу по обучению детей основным приемам мыслительной деятельности. [12].

Овладение основными мыслительными операциями для детей начальной школы представляет определенную трудность. В связи с этим необходимо рассмотреть формы работы для организации развития логического мышления и обозначить методы диагностики развития логического мышления для определения уровней и путей развития отдельных мыслительных операций и логического мышления в целом[17].

Еще одна группа педагогов (Д.Д. Зуев, В.В. Краевский) считают, что развитие логического мышления учащихся должно осуществляться на конкретном предметном содержании учебных дисциплин через акцентуацию, выявление и разъяснение встречающихся в них логических операций[22].

Но каков бы ни был подход к решению этого вопроса, большинство исследователей сходятся в том, что развивать логическое мышление в процессе обучения это значит:

- развивать у учащихся умение сравнивать наблюдаемые предметы, находить в них общие свойства и различия;
- вырабатывать умение выделять существенные свойства предметов и отвлекать (абстрагировать) их от второстепенных, несущественных;
- учить детей расчленять (анализировать) предмет на составные части в целях познания каждой составной части и соединять (синтезировать) расчлененные мысленно предметы в одно целое, познавая при этом взаимодействие частей и предмет как единое целое;
- учить школьников делать правильные выводы из наблюдений или фактов, уметь проверять эти выводы; прививать умение обобщать факты;

развивать у учащихся умение убедительно доказывать истинность своих суждений и опровергать ложные умозаключения;

- следить за тем, чтобы мысли учащихся излагались определенно, последовательно, непротиворечиво, обоснованно[2].

## **1.2. Особенности развития логического мышления у учащихся младшей школы**

К началу младшего школьного возраста психическое развитие ребёнка достигает достаточно высокого уровня. Все психические процессы: восприятие, память, мышление, воображение, речь - уже прошли достаточно долгий путь развития.

Различные познавательные процессы, обеспечивающие многообразные виды деятельности ребёнка, функционируют не изолированно друг от друга, а представляют сложную систему, каждый из них связан со всеми остальными. Эта связь не остаётся неизменной на протяжении детства: в разные периоды ведущее значение для общего психического развития приобретает какой-либо один из процессов[14].

Психологические исследования показывают, что в этот период именно мышление в большей степени влияет на развитие всех психических процессов.

В зависимости от того, в какой степени мыслительный процесс опирается на восприятие, представление или понятие, различают три основных вида мышления:

1. Предметно-действенное (*наглядно-действенное*)
2. Наглядно-образное.
3. Абстрактное (*словесно-логическое*)

Младшие школьники в результате обучения в школе, когда необходимо регулярно выполнять задания в обязательном порядке, учатся управлять своим мышлением думать тогда, когда надо.

Во многом формированию такому произвольному, управляемому мышлению способствуют задания учителя на уроке, побуждающие детей к размышлению[20].

При общении в начальных классах у детей формируется осознанное критическое мышление. Это происходит благодаря тому, что в классе обсуждаются пути решения задач, рассматриваются различные варианты решения, учитель постоянно просит школьников обосновывать, рассказывать, доказывать правильность своего суждения. Младший школьник регулярно становится в систему. Когда ему нужно рассуждать, сопоставлять разные суждения, выполнять умозаключения.

В процессе решения учебных задач у детей формируются такие операции логического мышления как анализ, синтез, сравнение, обобщение и классификация[16].

Параллельно с овладением приёмом выделения свойств путём сравнения различных предметов (явлений) необходимо выводить понятие общих и отличительных (частных), существенных несущественных признаков, при этом используются такие операции мышления как анализ, синтез, сравнение и обобщение. Неумение выделять общее и существенное может серьёзно затруднить процесс обучения. Умение выделять существенное способствует формированию другого умения – отвлекаться от несущественных деталей. Это действие даётся младшим школьникам с не меньшим трудом, чем выделение существенного[13].

Из вышеизложенных фактов видно, что все операции логического мышления тесно взаимосвязаны и их полноценное формирование возможно только в комплексе. Только взаимообусловленное их развитие способствует развитию логического мышления в целом. Именно в младшем школьном возрасте необходимо проводить целенаправленную работу по обучению детей основным приёмам мыслительной деятельности. Помощь в этом могут оказать разнообразные психолого-педагогические упражнения.

Мышление ребёнка младшего школьного возраста находится на переломном этапе развития. В этот период совершается переход от мышления наглядно-образного, являющегося основным для данного возраста, к словесно-логическому, понятийному мышлению, что придает мыслительной деятельности ребенка двойственный характер: конкретное мышление, связанное с реальной действительностью и непосредственным наблюдением, уже подчиняется логическим принципам, однако отвлеченные, формально-логические рассуждения детям еще не доступны[36].

Л. С. Выготский считал, что именно младший школьный возраст есть период активного развития мышления. Это развитие состоит, прежде всего, в том, что возникает независимая от внешней деятельности, в том числе внутренняя интеллектуальная деятельность, система собственно-умственных действий[20].

По мнению Р.С. Немова, младший школьный возраст имеет большой потенциал для умственного развития детей.[6].

С точки зрения науки, мышление школьника качественно отличается от мышления взрослого, и развивать мышление возможно, только опираясь на знание особенностей каждого возраста. Необходимо отметить, что у обучающегося младшего возраста мышление появляется рано, во всех тех случаях, когда перед ребенком возникает некоторая задача [11]. Эта задача может возникнуть неожиданно, а может быть предложена взрослым специально для развития мышления школьника. Далее необходимо обратить внимание на то, что к психологическим новообразованиям мышления младшего обучающегося принято относить анализ, планирование и рефлексивность, становление конкретных операций и переход к развитию формальных операциональных структур, интенсивное развитие креативности.

Развитию мышления в младшем школьном возрасте принадлежит особая роль. С началом школьного обучения мышление выдвигается в центр психического развития ребенка (Л. С. Выготский) и становится

определяющим в системе других психических функций, которые под его влиянием интеллектуализируются и приобретают произвольный характер.

В этом отношении наиболее показательны мышление первоклассников. Оно преимущественно конкретно, опирается на наглядные образы и представления. Как правило, понимание общих положений достигается лишь тогда, когда они конкретизируются посредством частных примеров. Содержание понятий и обобщений определяется в основном наглядно воспринимаемыми признаками предметов.

По мере овладения учебной деятельностью и усвоения основ научных знаний школьник постепенно приобщается к системе научных понятий, его умственные операции становятся менее связанными с конкретной практической деятельностью и наглядной опорой. Дети овладевают приемами мыслительной деятельности, приобретают способность действовать в уме и анализировать процесс собственных рассуждений. С развитием мышления связано возникновение таких важных новообразований, как анализ, внутренний план действий, рефлексия.

Младший школьный возраст имеет большое значение для развития основных мыслительных действий и приемов: сравнения, выделения существенных и несущественных признаков, обобщения, определения понятия, выведения следствия и пр. Несформированность полноценной мыслительной деятельности приводит к тому, что усваиваемые ребенком знания оказываются фрагментарными, а порой и просто ошибочными. Это серьезно осложняет процесс обучения, снижает его эффективность. Так, например, при неумении выделять общее и существенное у учащихся возникают проблемы с обобщением учебного материала: подведением математической задачи под уже известный класс, выделением корня в родственных словах, кратким (выделение главного) пересказом текста, делением его на части, выбором заглавия для отрывка и т. п.[37].

Владение основными мыслительными операциями требуется от учащихся уже в первом классе. Поэтому в младшем школьном возрасте

следует уделять внимание целенаправленной работе по обучению детей основным приемам мыслительной деятельности.

Как уже отмечалось, мышление младших школьников неразрывно связано с восприятием. Воспринял ученик только отдельные внешние детали и стороны учебного материала или уловил самое существенное, основные внутренние зависимости имеет большое значение для понимания и успешного усвоения, для правильного выполнения задания[55].

К младшему школьному возрасту у детей уже возникают элементы логического мышления, однако отсутствие достаточно развитого языка логики не позволяет детям свободно выражать свои мысли и наблюдения, а также делать логические выводы. С педагогической точки зрения, развитие логического мышления учащегося начальной школы есть одной из основных составляющих дальнейшего развития личности в целом [16].

С другой стороны, следует подчеркнуть, что о мышлении школьника можно говорить с того времени, когда он начинает отражать некоторые простейшие связи между предметами и явлениями и правильно действовать в соответствии с ними. С точки зрения науки, это элементарное мышление школьника, непосредственно связанное с манипулированием предметами, называется наглядно-действенным (предметно-действенным) [2].

Логическое мышление формируется на основе образного и является высшей стадией развития детского мышления. Достижение этой стадии – длительный и сложный процесс, так как полноценное развитие логического мышления требует не только высокой активности умственной деятельности, но и суммарных знаний об общих и существенных признаках предметов и явлений действительности.

Таким образом, рассмотрев особенности логического мышления, мы должны подчеркнуть, что оно оперирует в основном не наглядными образами, а словами: слово является для него исходным материалом, оперативной единицей, в их сочетании фиксируются результаты мыслительного процесса. Это означает, что здесь используются словесные

высказывания, сформулированные в виде определений, развернутых суждений и умозаключений. В логическом мышлении исключаются случайные связи, а используются лишь логические необходимые в решении мыслительных задач. Поэтому мыслительный процесс в логической форме протекает плавно, как бы развернуто, в виде логического завершения своеобразной мысленной картины. Способность учащихся начальных классов логически мыслить, т.е. хорошо анализировать, сравнивать, обобщать необходимую информацию, поможет им в освоении таких предметов как информатика, математика, позволит точно и быстро решить как обычную задачу, так и нестандартную задачу, в целом, благоприятно скажется на познавательной деятельности школьника[26].

Так же следует отметить, что развитие логического мышления младших школьников – новое приоритетное направление педагогической теории и практики. Урок интегрирует и объединяет педагогический процесс и процесс развития логического мышления учащихся.

Развитие логического мышления осуществляется в соответствии с законами развития детского организма, в единстве и согласии с интеллектуальным развитием ребенка.

Мышление тесно связано с обучением, что помогает учащимся развивать логическое мышление[9].

Развитие логического мышления младших школьников основывается на дидактической игре, выполнении нестандартных заданий в их единстве обучения, развития и воспитания. Критерием сформированности мышления является регулярное применение дидактических игр на уроках.

Развитие логического мышления происходит при условии систематической и целенаправленной работы с учащимися на уроке и во внеурочной деятельности.

Анализ психолого-педагогических исследований, посвященных проблеме развития логического мышления, современных технологий обучения, образовательных программ начальной школы, все более убеждает

нас в том, что становление логического мышления младших школьников будет осуществляться более успешно при соблюдении следующих педагогических условий, а именно: использовании лично ориентированного подхода в обучении, который предполагает учет индивидуальных и возрастных особенностей обучающихся, в том числе, применение в учебном процессе групповой формы организации деятельности [38].

Так как логическое мышление не является врожденным, его можно и нужно развивать различными способами. Таким образом, можно с достаточной определенностью сказать, что систематическое решение логических задач один из эффективных приемов для развития логики [43].

### **1.3. Методические особенности использования нестандартных задач в процессе развития логического мышления у младших школьников**

Учителя начальных классов, работающие в условиях введения ФГОС НОО, в связи с инновационным характером стоящих перед ними задач, зачастую затрудняются в определении тех метапредметных и предметных результатов, на достижение которых «работает» то или иное задание даже в рамках традиционных школьных предметов[31].

Речь идет об универсальных учебных действиях (УУД) и предметных знаниях и действиях, описанных и заданных, как планируемые результаты начального общего образования. К настоящему моменту разработаны и применяются различные перечни УУД, разработанные в связи с необходимостью конкретизировать задачу достижения планируемых результатов в соответствии с требованиями ФГОС НОО. Мы возьмем за основу один из наиболее полных, систематизированных и логичных[45].

Именно учебная деятельность, базирующаяся на использовании универсальных учебных действий и развивающая их, наполняет всеми необходимыми компонентами то, что называют умением учиться. Освоив ее,

как универсальное средство развития, ребенок оказывается способным учить себя там и тогда, где и когда у него возникает потребность в этом.

В программе по математике нет ограничений в отношении подбора задач, поэтому учитель может по своему усмотрению включать задачи и из другой математической структуры. Вместе с тем надо учитывать основные требования программы в отношении уровня умений решать нестандартные задачи учащимися. Обучение детей младшего школьного возраста решению нестандартных задач также важно. Эта работа развивает логическое мышление, формирует интерес к уроку математики.

Применение нестандартных заданий на уроках математики подразумевает методы, средства и приемы подачи нестандартных задач, занимательные формы организации обучения. К нестандартным задачам можно отнести задачи-рисунки, логические мини-задачи, задачи-шутки и задачи с неполным условием [3], [9].

Проблемой внедрения в школьный курс математики нестандартных задач занимались не только исследователи в области педагогики и психологии, но и математики-методисты.

Под нестандартными задачами подразумевают задачи на осуществление мыслительного процесса, связанное с использованием понятий, операций над ними, различных логических конструкций. Предлагая учащимся такие задачи, мы формируем у них способность выполнять логические операции и одновременно развиваем их.

Дадим определение нестандартной задачи. Многие исследователи дают определение нестандартным задачам, но более чётко сформулированное определение даёт Л.М. Фридман: «Нестандартные задачи – это такие, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения». Умение решать нестандартные задачи приобретается практикой. Не зря говорят, что математике нельзя научиться, глядя, как это делает сосед. Самостоятельная работа и помощь учителя – вот залог плодотворной учебы [25].

Нестандартными (Ю. М. Колягин, К. И. Нешков, Д. Пойа и др.) или нетиповыми (И. К. Андронов, А. С. Пчелко и др.) называются текстовые задачи, решение которых не укладывается в рамки той или иной системы типовых задач.

Обобщая различные подходы методистов в понимании стандартных и нестандартных задач (Д. Пойа, Я. М. Фридман и др.), под нестандартной задачей понимаем такую задачу, алгоритм которой не знаком учащемуся и в дальнейшем не формируется как программное требование[35].

Нестандартная задача предполагает наличие исследовательского характера. Однако если решение задачи по математике для одного учащегося является нестандартным, поскольку он незнаком с методами решения задач данного вида, то для другого – решение задачи происходит стандартным образом, так как он уже решал такие задачи и не одну. Одна и та же задача по математике в 4 классе нестандартна, а в 5 классе она является обычной, и даже не повышенной сложности [6].

Ю. М. Колягин раскрывает это понятие следующим образом: «Под нестандартной понимается задача, при предъявлении которой учащиеся не знают заранее ни способа ее решения, ни того, на какой учебный материал опирается решение» [25].

Нестандартные задачи делятся на 2 категории:

1 категория. Задачи, примыкающие к школьному курсу математики, но повышенной трудности - типа задач математических олимпиад.

2 категория. Задачи типа математических развлечений.

Иногда такие задачи формируются в форме математических развлечений [34].

Первая категория нестандартных задач предназначается в основном для школьников с определившимся интересом к математике; тематически эти задачи обычно связаны с тем или иным определённым разделом школьной программы. Относящиеся сюда упражнения углубляют учебный материал,

дополняют и обобщают отдельные положения школьного курса, расширяют математический кругозор, развивают навыки в решении трудных задач.

Вторая категория нестандартных задач прямого отношения к школьной программе не имеет и, как правило, не предполагает большой математической подготовки. Это не значит, однако, что во вторую категорию задач входят только лёгкие упражнения. Здесь есть задачи с очень трудным решением и такие задачи, решение которых до сих пор не получено [19].

Нестандартные задачи, предлагаемые в увлекательной форме, вносят эмоциональный момент в умственные занятия. Связанные с необходимостью постоянно применять для их решения заученные правила и приёмы, они требуют мобилизации всех накопленных знаний, приучают к поискам своеобразных, нешаблонных способов решения, обогащают искусство решения красивыми примерами, заставляют восхищаться силой разума [4].

Рассмотрим требования к постановке нестандартных задач. Такие задачи:

- не должны иметь уже готовых, заученных детьми алгоритмов;
- должны быть просты и доступны по содержанию всем учащимся;
- должны быть занимательными и интересными.

Каждая нестандартная задача – это маленькая проблема, которая требует от учеников повышенной умственной активности и находчивости в поисках непроторенных путей решения; а также способствует развитию логико-математического продуктивного, эвристического мышления учащихся, активизации мыслительных операций, их самостоятельности, отточенности. Работа с нестандартной задачей вырабатывает у детей ценные умственные качества: последовательность мысли, логичность, сообразительность, смекалку. То есть вариативность мышления улучшает и повышает качество подготовки учащихся [7].

Общая и специфическая роль нестандартных задач в обучении математике:

учат детей использовать не только готовые алгоритмы, а и самостоятельно находить новые способы решения задач, т.е. способствуют умению находить оригинальные способы решения задач;

оказывают влияние на развитие смекалки, сообразительности учащихся;

препятствуют выработке вредных штампов при решении задач, разрушают неправильные ассоциации в знаниях и умениях учащихся, предполагают не столько усвоение алгоритмических приёмов, сколько нахождение новых связей в знаниях, к переносу;

знания и новые условия, к овладению разнообразными приёмами умственной деятельности;

создают благоприятные условия для повышения прочности и глубины знаний учащихся, обеспечивают сознательное усвоение математических понятий [21].

Для того, чтобы ясно представить, какие универсальные учебные действия учащихся начальной школы можно развить (сформировать) с помощью нестандартных математических задач, рассмотрим сначала три их самых обобщенных типа [7].

Первый тип – задача, решение которой неожиданно, не лежит на поверхности. Пример такой задачи: «Две домохозяйки купили на рынке сообща кусок мяса. Как им дома разделить его без весов таким образом, чтобы ни одна из них не считала, что ей досталось меньше, чем другой?» Решить эту задачу можно, если уйти от попыток придумать способ деления на равные части плоской фигуры или объемного тела произвольной формы в область логического планирования действий. У хозяйек есть возможность избежать противоречий, если одна из них будет делить мясо на две равные по ее мнению части, а вторая – выбирать «свой» кусок.

Решая такие задачи, можно научиться осуществлять «расширенный поиск» способа решения: перенесению способа действий из одной сферы

мыследеятельности – в другую, комбинированию нескольких способов, конструированию способа решения на основе известных тебе. В процессе апробации найденных или сконструированных способов решения неизбежно развивается умение соотносить полученный результат с требованиями задачи. Поскольку этот процесс требует времени, развивается способность длительного удерживания поставленной задачи [28].

Таким образом, задача, решение которой неожиданно, не лежит на поверхности содержит потенциал для развития таких УУД как: формулировать и удерживать учебную задачу, применять установленные правила в планировании способа решения, выбирать действия в соответствии с поставленной задачей и условиями ее реализации, осуществлять рефлексию способов и условий действий, контролировать и оценивать процесс и результат деятельности, самостоятельно создавать алгоритмы деятельности при решении проблем различного характера, использовать знаково-символические средства, в том числе модели и схемы для решения задач, ставить вопросы; обращаться за помощью, формулировать свои затруднения и многие другие [26].

Второй тип – задача с простым решением, но с необычной формулировкой, которая требует достаточных усилий для того, чтобы понять ее условия. Пример такой задачи: «Угадай, что это за трехзначное число. Если от него отнять 7, то оно разделится на 7. Если отнять 8 – разделится на 8. Если отнять 9 – разделится на 9». Учащемуся приходится затратить время, чтобы понять, что от него требуется просто-напросто найти число, которое делится на 7, 8 и 9 одновременно.

К тому же нужно сообразить, что для нахождения этого числа не нужен перебор и проверка вариантов. Достаточно перемножить 7, 8 и 9, чтобы получить искомое число 504. Решая такие задачи, можно развить избирательность в восприятии информации: умение отличить главное от второстепенного, существенные данные – от «белого шума». Необходим анализ условия такой задачи, чтобы «конкретизировать» ее, понять, что от

тебя требуется. При этом неизбежно развиваются информационные (смысловое чтение, интерпретация информации) и логические (анализ, синтез, классификация, подведение под понятие, аналогия) умения. Когда этот шаг осуществлен, задача сводится к задаче первого типа [29].

Следовательно задача второго типа содержит потенциал для развития следующих УУД (кроме перечисленных для задачи первого типа): осуществление смыслового чтения, постановка и формулировка проблемы, поиск и выделение необходимой информации из различных источников в разных формах (текст, рисунок, таблица, диаграмма, схема), обработка информации (определение основной и второстепенной информации), анализ информации, подведение под понятие на основе распознавания объектов, выделения существенных признаков, анализ, синтез, сравнение, классификация по заданным критериям, установление аналогий, установление причинно-следственных связей, построение рассуждения, обобщение [2].

Третий тип – задача, при решении которой применяются средства (понятия, методы), которые еще не известны ученику (не входят в программу учащихся данного возраста или вообще не входят в школьную программу). Пример такой задачи: «Все ученики спортивного класса занимаются в кружках: шахматном, фото и плавания. Сколько учеников в этом классе, если известно, что шахматами занимается 7 человек, фото – 9. плаванием – 10? Кроме того, известно, что 3 человека занимаются шахматами и фото, 5 человек – фото и плаванием, 4 человека – шахматами и плаванием, а один человек – во всех трех кружках».

Гораздо легче решить эту задачу не применением арифметико-логических выкладок, а используя для моделирования ее условий теоретико-множественную конструкцию, называемую «кругами Эйлера». Решая такие задачи, можно приобрести опыт постановки учебных задач вообще. Можно развить рефлексию (научиться видеть границу собственного знания),

научиться выступать с инициативой учебного сотрудничества (в виде грамотно заданных учителю или родителям вопросов).

При решении таких задач в большей мере, чем в предыдущих, развивается моделирование (так как необходимо придумать удобное или освоить предложенное новое для тебя знаково-символическое средство). Результатом решения такой задачи является нахождение нового способа действия. Когда этот способ найден, выведен, установлен – задача сводится к задаче предыдущих типов [16].

Задачи этого типа содержат потенциал для развития следующих УУД (кроме перечисленных для задач первого и второго типа): преобразовывать практическую задачу в познавательную, ставить новые учебные задачи в сотрудничестве с учителем, определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата, составлять план и последовательность действий, самостоятельно выделять и формулировать познавательную цель, создавать и преобразовывать модели и схемы для решения задач, моделировать, т.е. выделять и обобщенно фиксировать группы существенных признаков объектов с целью решения конкретных задач. При этом надо понимать, что предложенный перечень – это всего лишь потенциал, и только учителю решать, какую его часть целесообразно реализовать в наличных условиях [27].

Это может зависеть от того, насколько учитель владеет технологией деятельностного подхода в проведении учебных занятий, от того, как свободно ориентируется в способах решения математических задач, предлагаемых ребенку и от того, какую форму проведения математических состязаний и игр (личную или командную) он выбирает в конкретном случае [19].

Отметим, что каждая нестандартная задача позволяет создать одну из трех типовых, описанных выше учебных ситуаций. Только учитель может определить, какую именно, исходя из знания того, каким субъективным опытом обладают на данный момент учащиеся данного класса или данной

группы. Если они еще не знакомы с применяемым в этой задаче способом решения или математическим понятием – то она будет задачей 3-го типа, если новых для детей способов и понятий она не содержит, но они еще не сталкивались с такой постановкой вопроса – это задача 2-го типа, если для них не будет новизны ни в способах и понятиях, ни в постановке вопроса, а надо лишь приложить усилия к выбору подходящего способа решения из уже имеющихся в их опыте – это задача 1-го типа [4].

При неуклонном стремлении максимально задействовать заложенный в каждой из используемых нестандартных задач потенциал учитель организует с их помощью для учеников максимальное количество учебных ситуаций, направленных на достижение не только метапредметных, но и личностных результатов освоения программы начального общего образования, в частности логическое мышление [20].

Для развития логического мышления младших школьников, мы использовали нестандартные задачи пяти видов.

1. Задачи с естественным рассуждением;
2. Задачи – ловушки;
3. Задачи с формально – логическим аспектом;
4. Задачи с внутренним вопросом;
5. Задачи – загадки.

Задачи с естественным рассуждением, их педагогическая роль состоит в том, чтобы приучить школьников проводить последовательную цепочку рассуждений (к чему сводится решение любой математической задачи). На первых порах следует отбирать задачи, в которых нет сколько-либо необычных математических идей, такие, как простейшие логические и комбинаторные задачи, математические ребусы;

Например: - Все ученики нашего класса завтра пойдут в театр. Пойдешь ли в театр ты?

Ответ: Да, пойду, потому что говорится, что все ученики класса пойдут.

Задачи - ловушки, в которых напрашивающийся ответ является неверным. Их роль показать необходимость доказательств (рассуждений);

Например: - Два мальчика играли в шашки 2 часа. Сколько играл каждый из них?

Ответ: Каждый мальчик играл в шашки 2 часа, т.к. говорится, что они оба играли.

Задачи с формально - логическим аспектом. Следующая ступенька в развитии дедуктивного мышления связана с формально-логическим аспектом. Его можно подчеркнуть с помощью так называемых очевидных задач, в которых ответ абсолютно очевиден (и верен), но на первых порах совершенно неясно, как же его получить.

Мама купила 4 воздушных шара: красные и голубые. Красных шаров больше, чем голубых. Сколько шаров каждого цвета купила мама?

Ответ: 3 красных шара и 1 голубой шар.

С этого момента переходим от формально-логических и дедуктивных задач к индуктивным, которые уже непосредственно связаны с поиском идеи. И наша цель – помочь детям.

Один из древних и действенных методов обучения это “метод Сократа”, т.е. диалог с аудиторией. Искусство наставника состоит в том, чтобы задавать учащимся такие вопросы, которые они должны бы задавать сами себе. Безусловно, такой вопрос можно поставить практически к любой задаче, однако желательно, чтобы он не был прямой подсказкой;

Задачи с внутренним вопросом;

Задачи – загадки;

Например: В комнате четыре угла. В каждом углу сидит кошка. Напротив каждой кошки по три кошки. Сколько же всего кошек в комнате?

Ответ: В комнате 4 кошки, т.к. в комнате четыре угла и в каждом углу по одной кошке.

Нестандартные задачи используются в курсах математики начальной школы и использовались всегда. Однако, мы просмотрели рабочие

программы и выяснили, что им не отводится специальных уроков, нет специальных тем, представлены они по большей части факультативно. В связи с этим, они не реализуют весь потенциал, который существует в нестандартных задачах[39].

Мы просмотрели ряд учебно - методических комплексов , программу "Школа России" и программу Занкова. Одна программа традиционная, другая развивающая. В Школе России программа описана так:

### **Первый класс**

Цель системы занятий с учениками 1-го класса – формирование и развитие простых логических действий (приемов мыслительной деятельности) на основе использования логического конструирования преимущественно на образном математическом материале.

Этот этап построения системы развития логического мышления ребенка целиком и полностью построен на преобладании заданий, направленных на активизацию и развитие наглядно образного (визуального мышления) через непосредственную предметную деятельность с использованием специальной рамки трафарета с геометрическими прорезями.

Система заданий предусматривает несколько групп систематически выстроенных задач и заданий, направленных преимущественно на выделение, прослеживание, распределение и изменение различных признаков и характеристик объектов: Примеры заданий:

1. Задания на выделение признаков у одного или нескольких объектов. Их цель – обратить внимание ученика на значимость того или иного признака. При этом задание оформлено в виде конструктивного письма графической формы, понятной ребенку без текста, что позволяет использовать эти материалы даже при работе с детьми, не умеющими хорошо читать;

2. Задания на прямое распределение признаков (цвет, форма, размер);

3. Задания на распределение с использованием отрицания одного из признаков;

4. Задания, связанные с изменением признака;

5. Те же самые задания, но трансформированные в другую графическую форму, более формализованную (матрицы);

6. Задания, связанные на поиск недостающей фигуры, также оформленные в виде неполной матрицы (таблицы). Умение справляться с такими заданиями традиционно считается показателем высокого уровня умственного развития;

7. Особое место в системе заданий уделяется развитию словесно-логического мышления: пониманию специальных речевых структур с употреблением связок “и”, “или”, “тоже”, “также”, слов “все”, “некоторые”, “любые”.

Материалы для занятий можно отобрать в пособиях по развитию логики (И.Копытов, О.Ю.Нежинская, Л.Ф.Тихомирова, А.В.Белошистая и др. [2,3,7,8,10,11,12]).

Методологическая технология, реализованная в системе заданий такова, что при систематической работе с этим материалом уже к концу первого класса ребенок постепенно готовится к правильному восприятию сложных логических структур, построенных на использовании кванторов общности и существования (“все”, “некоторые”); учится правильно понимать и достраивать (продолжать) несложные составные высказывания, использующие причинно-следственные связи “если...то”, учиться выбирать правильно построенные структуры отрицания (“не..., неверно, что...”); и косвенные отрицания с заменой кванторов “все” на “некоторые”

### **Второй класс**

Во втором классе продолжается работа по развитию умения производить простые логические действия. Задания на классификацию усложнились: они неразрывно связаны с развитием у детей способности строить цепочки логических рассуждений. Так, при нахождении закрытой

фигуры в матрицах Ровена или недостающие фигуры в графических матрицах ученик учится последовательно объяснять, почему выбрана именно эта фигура.

Развитие словесно-логического мышления в этом возрасте возможно с помощью заданий на определение истинности или ложности высказывания, заданий на понимание высказываний с кванторами общности и существования. Предполагаемые задания:

1. Работа с матрицами Ровена;
2. Работа с графическими матрицами;
3. Словесные тесты (предлагается ряд слов, в каждом из которых пять дается в скобках, а одно перед ними. Ребята должны выделить два слова, наиболее существенные для слова перед скобками; используются упражнения, направленные на формирование умения делить объекты на классы по заданному основанию и др.);
4. Работа с логическими цепочками;
5. Работа с анаграммами;
6. Работа с числовыми тестами;
7. Решение логических задач;
8. Ребусы, загадки;
9. Задания на нахождение правильного ответа в ряду из ложных и правильных ответов (с объяснениями, почему этот ответ правильный)
10. Обучение доказыванию (задачи на достраивание составных высказываний, логические тестовые задачи).

### **Развитие логического мышления в 3-4-х классах**

В 3-4-х классах школьники должны научиться выстраивать иерархию понятий, вычислять более широкие и более узкие понятия, находить связи между родовыми и видовыми понятиями. К этому этапу развития логического мышления можно отнести и формирование умений давать определение понятий и на основе умения находить более общее родовое понятие и

видовые отличительные признаки (игра – хоккей, растение – дерево – хвойное дерево).

В 4-ом классе необходимо уделить внимание развитию аналитической деятельности, которая, как показано выше, в 1-2-х классах заключается в анализе отдельного предмета, а к 3-4-му классу – в умении анализировать связи между предметами и явлениями (часть и целое, рядоположенность, противоположность, причина и следствие, наличие тех или иных функциональных отношений и др.).

К окончанию начальной школы у ребенка должны быть сформулированы такие операции логического мышления как обобщение, классификация, анализ и синтез. Учащийся должен научиться таким элементам анализа как выявление и других связей между понятиями: противоположность, наличие тех или иных функциональных отношений, часть и целое и т.д. Предлагаемые задания и упражнения:

1. Упражнение на умение относить предметы к роду (рыбы, птицы, звери и т.д.).
2. Упражнения на умение устанавливать последовательность подчинения понятий (ограничение и обобщение понятий) Например: определить самое узкое (самое широкое) понятие в ряду: кустарник, растение, ягода, малина; “мальчик”, “ученик”, “второклассник”.
3. Составление определений;
4. Формирование умения выделять общий признак в словах, понятиях;
5. Упражнения на развитие логической операции отрицания;
6. Упражнение на правильное употребление кванторов общности и существования “и”, “или”, “некоторые”, “всякий”, “каждый”;
7. Упражнение с графическими изображениями понятий (круги Эйлера);
8. Логические задачи;
9. Загадки, ребусы.

Занятия по логике можно проводить в форме самостоятельной индивидуальной работы. Над нерешенными задачами предложить подумать дома, соблюдать при этом принцип добровольности, но мотивируя детей на достижение результата. Усвоение многих тем может быть более успешным, если использовать форму “командной” игры.

В результате обучения к концу 4-го класса мы имеем возможность с помощью специальных проверочных тестов убедиться, что все дети могут выполнить следующие задания: на классификацию заданных объектов и распознавание различных закономерностей; на сравнение и сериацию объектов по различным признакам; на распознавание и составление верных и неверных равенств (истинных и ложных высказываний); а также способны различать истинные ложные высказывания с кванторами общности и существования и строить цепочки логических рассуждений. Эти задачи к концу обучения в начальной школе находятся в зоне актуального развития детей. Все остальные задачи и задания даются с учетом индивидуальной траектории развития каждого ребенка.

Учебно – методический комплекс программы Занкова описан так:

Математика – это орудие для размышления, в её арсенале имеется большое количество задач, которые на протяжении тысячелетий способствовали формированию мышления людей, умению решать нестандартные задачи, с честью выходить из затруднительных положений.

Начиная с первого класса, при решении такого рода задач, как и других, предлагаемых в курсе математики, школьников необходимо учить применять теоретические сведения для обоснования рассуждений в ходе их решения; правильно проводить логические рассуждения; формулировать утверждение, обратное данному; проводить несложные классификации, приводить примеры и контрпримеры.

Материал излагается так, что при дальнейшем изучении происходит развитие имеющихся знаний учащегося, их перевод на более высокий уровень усвоения, но не происходит отрицания того, что учащийся знает.

## 1 класс

### Нестандартные задачи.

Числовые головоломки:

1. Три котенка - Касьянка, Том и Плут – съели плотвичку, окуня и карася. Касьянка не ел ни плотвичку, ни окуня. Том не ел плотвичку. Какую рыбку съел каждый?

Арифметические ребусы:



Ответ: Два

Логические задачи на поиск закономерности и классификацию:

1. Установи, по какому правилу составлен ряд чисел, и продолжи его, записав ещё 3 числа:

3,5,9,15,23,\_,\_,\_.

Арифметические лабиринты:

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛАБИРИНТ: считаем от 1 до 20

19	20	1	4	5
18	17	2	3	6
15	16	11	10	7
14	13	12	9	8

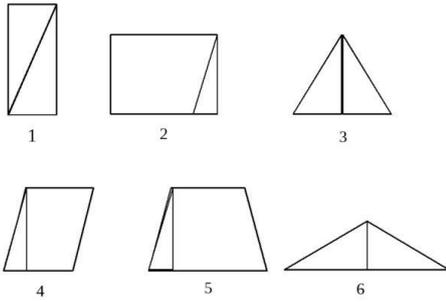
Математические фокусы:

**Содержание фокуса.** Попросите любого зрителя задумать число. Потом это число зритель должен умножить на 2, прибавить к результату 8, разделить результат на 2 и задуманное число отнять. В результате вы смело называете число 4.

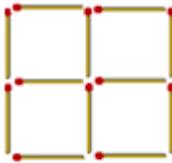
**Пример.** Зритель задумал число 7.

1)  $7 \cdot 2 = 14$     2)  $14 + 8 = 22$     3)  $22 / 2 = 11$     4)  $11 - 7 = 4$

Задачи на разрезание и составление фигур:



Задачи с палочками:



На рисунке можно увидеть 5 квадратов (4 маленьких и 1 большой).  
Уберите как можно меньше спичек, чтобы осталось ровно 3 одинаковых квадрата.

**2 класс**

**Нестандартные задачи.**

Высказывания:

$29 > 310$  см = 1 дм  $\times < 7$  Прочитайте только высказывания.

Истинные и ложные высказывания:

$12 - 511 - 3 = 7$  Найдите среди них истинные ( верные) и ложные (неверные) высказывания.

Логические задачи:

У дедушки было несколько книг. Он подарил внучке 3 книги. Теперь у дедушки нет ни одной книги.

Сколько книг стало у внучки, если первоначально у неё было на две книги больше, чем у дедушки?

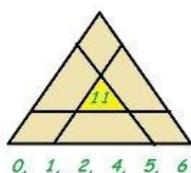
Арифметические лабиринты:

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЛАБИРИНТ: считаем от 1 до 100

1	2	3	6	7	38	39	42	43	44
20	19	4	5	8	37	40	41	46	45
21	18	17	16	9	36	35	34	47	48
22	23	24	15	10	11	32	33	50	49
77	76	25	14	13	12	31	52	51	100
78	75	26	27	28	29	30	53	54	99
79	74	73	66	65	64	57	56	55	98
80	81	72	67	68	63	58	59	96	97
83	82	71	70	69	62	61	60	95	94
84	85	86	87	88	89	90	91	92	93

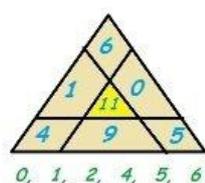
Магические фигуры:

Магическим треугольником называется такое размещение шести натуральных чисел в вершинах и серединах сторон треугольника, при котором суммы чисел на каждой из сторон равны между собой. Пример магического треугольника приведен на рисунке 1.



**Рисунок 1. Пример магического треугольника**

После того, как все цифры в треугольнике будут расставлены на свои места, получается следующий вид (см. рис 2).



**Рисунок 2. Решенный магический треугольник**

Математические фокусы:

**Угаданный день рождения**

**Содержание этого математического фокуса.**

Объявите зрителям, что вы сможете угадать день рождения любого незнакомого человека, сидящего в зале.

✿ Вызовите любого желающего и предложите ему умножить на 2 число дня своего рождения

✿ Затем пусть зритель сложит получившееся произведение и число 5,

✿ теперь пусть умножит на 50 полученную сумму.

✿ К этому результату необходимо прибавить номер месяца рождения (июль — 7, январь — 1)

✿ вслух назвать полученное число.

Через секунду вы называете день и месяц рождения зрителя.

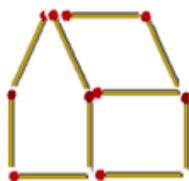
### **Секрет этого математического фокуса.**

Все очень просто. В уме от того числа, которое назвал зритель, отнимите 250.

У вас должно выйти трехзначное или четырехзначное число. Первая и вторая цифры — день рождения, две последние — месяц.

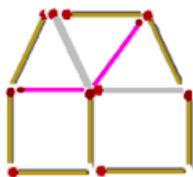
Задачи на разрезание и составление фигур.

Задачи с палочками:



На рисунке сверху изображён домик. Переложив 2 спички, поверните домик в другую сторону.

Ответ:



**3-й класс**

**Нестандартные задачи.**

Логические задачи:

Ребята измеряли шагами длину игровой площадки. У Лизы получилось 25 шагов, у Полины – 27, у Максима – 22, а у Юры – 24. У кого из ребят самый короткий шаг? (У Полины)

Решение логических задач с помощью таблиц и графов:

В кафе встретились три друга: скульптор Белов, скрипач Чернов и художник Рыжов. “Замечательно, что один из нас имеет белые, один черные и один рыжие волосы, но ни у одного из нас нет волос того цвета, на который указывает его фамилия”, - заметил черноволосый. “Ты прав”, - сказал Белов. **Какой цвет волос у художника?**

*Решение.* Для решения подобных логических задач полезно составить таблицу.

	Белов	Чернов	Рыжов
блондин			
брюнет			
рыжий			

Ответ:

	Белов	Чернов	Рыжов
блондин	-	+	-
брюнет	-	-	+
рыжий	+	-	-

Множество, элемент множества, подмножество, пересечение множеств, объединение множеств, высказывания с кванторами общности и существования.

Затруднительные положения: задачи на переправы, переливания, взвешивания.

Задачи на принцип Дирихле.

**4 класс**

***Нестандартные задачи.***

Принцип Дирихле.

Математические игры.

Отсюда мы можем сделать вывод, что в развивающей программе этому уделяется определённое внимание, а в обычных программах нет.

## Выводы по главе 1

Подводя итоги первой главы отметим, что, несмотря на то, что определений мышления много, но авторы едины в том, что логическое мышление – это мыслительный процесс, при котором человек использует логические понятия и конструкции, которому свойственна доказательность, рассудительность, и целью которого является получение обоснованного вывода из имеющихся предпосылок.

Изучением данного вопроса в течении долгих лет занимались и занимаются многие учёные: Б.А. Кордемский, Н.Ф. Талызина, Н.А. Менчинская, Н.Б. Истомина, Л.С. Выготский, Р.С.Немова, Д.Д. Зуев, И.В. Егорченко, В.В. Краевский и другие. Н.Ф. Талызина, Н.А. Менчинская и Н.Б. Истомина считают, что логическое мышление характеризуется способностью к оперированию понятиями, суждениями и умозаключениями, а его развитие сводится к развитию логических приёмов мышления.

Развитие логического мышления у младших школьников рассматривается как возрастное новообразование. Проведённый анализ психолого-педагогической литературы показал, что педагоги и психологи сходятся во мнении о том, что логика мышления не дана человеку от рождения. Он овладевает ею в процессе жизни, в обучении.

Анализируя используемый материал, мы определили, что логическое мышление в младшем школьном возрасте может начать развиваться интенсивно в том случае, когда перед ребёнком появляется какая – либо задача, возникшая спонтанно или поставленная педагогом.

Таким образом, развитие логического мышления во многом зависит от знаний, полученных в процессе обучения. Как бы не были хороши и современны информационно-коммуникационные технологии, но без правильной организации педагогом учебного процесса, они не смогут оказать необходимое влияние на развитие логического мышления школьником в

начальных классах, а так же, нельзя оценить влияние того или иного новаторского метода обучения на умственное развитие младших школьников, не применяя его на практике.

Изучая психолого–педагогическую литературу по вопросам особенностей развития логического мышления младших школьников мы в след за Л.М.Фридманом, отмечаем, что нестандартные задачи влияют на развитие логического мышления. Они являются средством развития логического мышления младшего школьника. Нестандартная задача - это задача, алгоритм решения которой учащимся неизвестен, т.е. ученики не знают заранее ни способов ее решения, ни того, на какой учебный материал опирается решение.

Одна и та же задача может быть стандартной или нестандартной в зависимости от того, знакомы ли учащиеся со способами решения таких задач. Нестандартная задача, в отличие от традиционной, не может быть решена по какому-либо известному им алгоритму. Такие задачи не сковывают ученика жесткими рамками одного решения. Необходим поиск решения, что требует творческой работы мышления и способствует его развитию.

Нестандартные задачи используются в курсах математики начальной школы и использовались всегда. Но им не отводится специальных уроков, нет специальных тем, отдельно не рассматриваются приемы решения таких задач и представлены они по большей части факультативно. В связи с этим, они не реализуют весь потенциал, который существует в нестандартных задачах.

Решение нестандартных задач является одним из эффективных методов развития логического мышления у учащихся начальных классов. Об этом писали в своих работах Л.М.Фридман, Е.Н. Турецкий, Ю. М. Колягин, К. И. Нешков, Д. Пойа, И. К. Андронов, А. С. Пчелко и др. Вследствие того, что нестандартные задачи предполагают наличие исследовательского характера, они являются мощным средством активизации познавательной деятельности,

т. е. вызывают у детей огромный интерес и желание работать. В процессе решения математических задач у школьников складывается стиль мышления, при котором они учатся соблюдать определенную схему рассуждений, четко разбивать на составляющие и выражать свои мысли, определять точность символики. Решение нестандартных заданий напрямую связано с творчеством личности, от этого зависит продуктивность учебной деятельности по становлению у детей умения мыслить логически, что соответствует требованиям современного ФГОС НОО. При решении подобных задач развивается мышление, сообразительность, повышается уровень математической грамотности.

## **Глава 2. МЕТОДИКА ПРИМЕНЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ К НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ**

### **2.1. Исследование актуального уровня развития логического мышления у учащихся начальных классов**

Исследование актуального уровня развития логического мышления у учащихся начальных классов проводилось в два этапа с использованием двух различных методик. На 1 этапе исследование проводили с помощью методики «Исключение лишнего» из пособия «Практическая психология в тестах»; на 2 этапе: методика «Числовой ряд» из пособия «Работа психолога в начальной школе».

Исследования проводились на базе школы НСОШ № 2, пгт. Нижний Ингаш, в нём приняли участие 20 детей в возрасте 9-10 лет. Были выбраны учащиеся 4 «А» класса – 11 девочек и 9 мальчиков. Исследование проводилось на уроках математики в течение 40 минут.

Методика «Исключение лишнего» автор Р.Р. Римская и С. А. Римский (см. Приложение 1)

Методика «Исключение лишнего» проводилась на уроке математики. В ней принимали участие 20 человек.

Цель – исследовать способности младших школьников к обобщению и абстрагированию, умению выделять существенные признаки.

Учащимся был предложен бланк, на котором были напечатаны слова по 5 слов в строке. Инструкция к выполнению была следующей: «Здесь в каждой строке написано пять слов, из которых четыре можно объединить в одну группу и дать ей название, а одно слово к этой группе не относится. Его нужно найти и исключить (вычеркнуть)». Ограничений по времени в процессе выполнения теста – 5 минут. Тест проводил классный руководитель в спокойной доброжелательной обстановке.

Методика «Числовой ряд» автор М. Р. Битянова (см. Приложение 1)

Методика «Числовой ряд» проводилась на уроке математики. Участие принимали 20 человек.

Цель – исследование логического аспекта математического мышления. Учащимся был предложен бланк, на котором были напечатаны 10 строчек чисел, по 6 в строке. Инструкция к выполнению была следующей: «Внимательно прочитай каждый ряд чисел и в две свободных клеточки напиши такие два числа, которые продолжают данный числовой ряд». Объяснений, как узнать какие числа нужно вставить дополнительно не давалось.

### **Анализ результатов исследования по методике «Исключение лишнего»**

Полученные результаты оценивались с учетом следующих критериев: если слово в строке было вычеркнуто правильно, согласно ключу, то ученик получал 1 балл, если нет- то 0 баллов. Таким образом, максимальное количество баллов, которое можно было набрать за выполнение всей работы – 10.

Полученные значения от 0 до 10 баллов распределялись по уровням следующим образом:

От 0 до 4 баллов – низкий уровень

От 4 до 7 баллов – средний уровень

От 7 до 10 баллов – высокий уровень.

Полученные результаты мы отобразили на приведённой ниже диаграмме.

Диаграмма 1. Уровень развития способности к обобщению и абстрагированию, умение выделять существенные признаки



Как показывают данные, половина испытуемых (10 учащихся) смогла выполнить задание без ошибок. Следовательно, у них высокий уровень развития способности к обобщению и абстрагированию, умение выделять существенные признаки. Средний уровень показали 6 учащихся. Они допустили от 4 до 6 ошибок. Стоит отметить, что результаты в этой группе не распределились равномерно. Все учащиеся вычеркнули правильно только 4 слова из 10. 4 учащихся выполнили задание на низком уровне, причем двое – не выполнили ни одного задания правильно.

Анализируя работы, мы сделали одно важное наблюдение. Учащиеся, которые выполнили задание на высоком уровне сделали его быстро. Все остальные потратили примерно в два раза больше времени на выполнение предложенных заданий. Отметим, что дети, которые затруднялись, не задавали дополнительные вопросы учителю, они сделали то, что смогли и просто ждали, когда надо будет сдать работы.

#### **Анализ результатов исследования по методике «Числовой ряд»**

Анализ полученных результатов оценивался с учетом следующих критериев: если в строку были правильно вписаны два числа, согласно ключу, то ученик получал 1 балл, если нет – то 0 баллов. Таким образом, максимальное количество баллов, которое можно было набрать за выполнение всей работы – 10.

Полученные значения от 0 до 10 баллов распределялись по уровням следующим образом:

От 0 до 4 баллов – низкий уровень

От 4 до 7 баллов – средний уровень

От 7 до 10 баллов – высокий уровень.

Полученные результаты мы отобразили на приведённой ниже диаграмме.

Использование «Числового ряда» позволило нам выявить следующие уровни развития логического аспекта математического мышления: низкий, средний, высокий.

Диаграмма 2. Уровень развития логического аспекта математического мышления



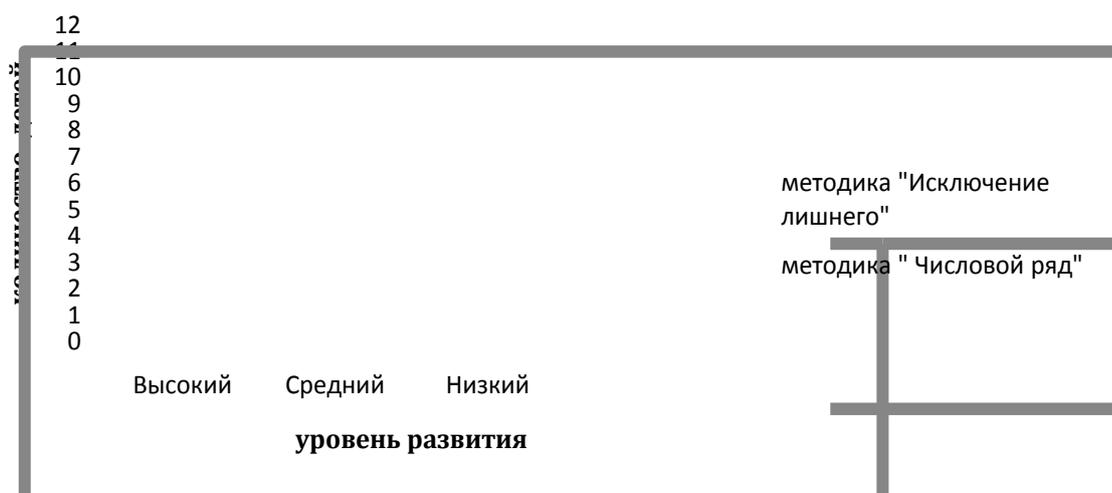
Как показывают данные, менее половины испытуемых (9 учащихся) смогли выполнить задание на высоком уровне. Следовательно, у них высокий уровень развития логического аспекта математического мышления. Отметим, что все 10 строк правильно не дополнил никто.

Средний уровень показали 7 учащихся. Они допустили от 4 до 6 ошибок. 4 учащихся выполнили задание на низком уровне, причем трое – не выполнили ни одного задания правильно.

Анализируя результаты этого исследования и ход работы, мы отметили то же, что и при выполнении первой методики. Учащиеся, которые выполнили задание на высоком уровне, сделали его быстро. Все остальные потратили примерно в два раза больше времени на выполнение предложенных заданий. Отметим, что дети, которые затруднялись, не задавали дополнительные вопросы учителю, они сделали то, что смогли и просто ждали, когда надо будет сдать работы.

Материалы полученные в результате проведения двух методик мы отобразили на диаграмме.

Диаграмма 3. Результаты исследования логического мышления младших школьников с применением методик «Числовой ряд» и «Исключение лишнего»



Обобщая результаты исследования методик, мы можем сказать, что в среднем половина учащихся класса имеет высокий уровень логического мышления. Остальные 50% имеют низкий и средний уровень.

Полученные результаты подтверждают наши предположения о том, что развитие логического мышления у учащихся младшей школы актуальная проблема современного образования. В связи с этим, мы считаем целесообразным разработку программы включающую комплекс

нестандартных задач, для развития логического мышления у учащихся начальной школы.

## **2.2. Использование нестандартных задач в процессе развития логического мышления на уроках математики в начальной школе**

Проведённый констатирующий эксперимент показал наличие у школьников достаточного логического ресурса. Это положение легло в основу разработанного нами формирующего эксперимента, направленного на развитие логического мышления. Проанализировав основные формы и способы развития логического мышления у младших школьников, мы избрали одно из средств – это нестандартные задачи, которые будут способствовать развитию логического мышления.

Мы разработали программу и отобрали тексты нестандартных задач, соответствующие классификации. Их можно выполнять в любом порядке.

В первую очередь была сформулирована её основная цель и задачи разрабатываемой программы.

Цель программы: способствовать развитию логического мышления у младших школьников, используя нестандартные задачи.

Дидактические задачи:

1. Сформировать представление о нестандартных задачах и приёмах их решения.
2. Познакомить учащихся с задачами «естественного рассуждения».
3. Познакомить учащихся с задачами – ловушками.
4. Познакомить учащихся с задачами формально – логическим аспектом.
5. Познакомить учащихся с задачами «с внутренним вопросом».
6. Познакомить учащихся с задачами – загадками.

Программа состоит из восьми этапов. Для каждого нами была определена тема:

1. Нестандартные задачи, приёмы решения нестандартных задач (введение).
2. Знакомство с правилами, решение нестандартных задач.
3. Решение задач с естественным рассуждением.
4. Решение задач – ловушек.
5. Решение задач с формально- логическим аспектом.
6. Решение задач с внутренним вопросом.
7. Решение задач – загадок.
8. Решение различных нестандартных задач разными способами (закрепление).

Программу можно реализовать в 1-4 классах, 2 раза в неделю на уроках математики и еженедельно на внеклассном занятии.

Занятия должны проводиться с учётом уровня математических знаний учащихся, а так же с уточнением индивидуальных особенностей развития логического мышления у младших школьников.

Последовательность работы над развитием логического мышления учащихся строится по принятому в педагогике принципу «от простого к сложному».

Использование разнообразных приёмов в работе над нестандартными задачами, позволит сделать эту работу интересной и наиболее эффективной для развития логического мышления младших школьников нестандартными задачами.

Всего в нашей программе представлено 5 типов задач. Задачи с естественным рассуждением, задачи – ловушки, задачи с формально – логическим аспектом, задачи с внутренним вопросом, задачи – загадки. Предполагается, что программа будет реализовываться на 3-х ступенях: на 1 ступени все 5 типов задач решаются совместно с учителем, на 2 ступени решение этих задач должно проводиться с увеличением доли

самостоятельной работы, а на 3 ступени решение должно быть самостоятельным.

Этап 1. На первом занятии учащимся сообщают, что такое нестандартные задачи, каковы их особенности. Для этого учащимся предлагается сравнить тексты обычных сюжетных арифметических задач, которые входят в начальный курс математики и нестандартных задач. После того, как анализ особенностей проведен, необходимо сделать выводы о том, какие отличительные особенности есть у нестандартных задач.

Стандартной называется задача, в которой четко определено условие, известны способ решения и его обоснование, а также даны упражнения на воспроизведение известного.

Пример: За два дня девочка прочитала 10 страниц. В I день она прочитала 2 страницы. Сколько страниц она прочитала во II день?

10 стр.

В I день – 2 стр.

Во II день – ? стр.

Решение:

$$10-2=8(\text{стр.})$$

Ответ: 8 страниц.

Нестандартная задача, пример:

Тройка лошадей проскакала 15 км. Сколько км проскакала каждая лошадь?

Хочется выполнить деление  $15:3$  и тогда ответ: 5 км. На самом деле деление выполнять совсем не требуется, поскольку каждая лошадь проскакала столько же, сколько и тройка.

Далее планируется организация работы, в процессе которой дети познакомятся с приемами решения нестандартных задач.

Процесс решения любой нестандартной задачи (по мнению С.А. Яновской) состоит в последовательном применении двух операций:

1. сведение путем преобразований нестандартной задачи к другой, ей сходной, но уже стандартной задаче;

2. разбиение нестандартной задачи на несколько стандартных подзадач.

Для сведения нестандартной задачи к стандартной не существует определенных правил. Однако если внимательно, вдумчиво анализировать, решать каждую задачу, фиксируя в своей памяти все приемы, с помощью которых были найдены решения, какими методами были решены задачи, то вырабатывается умение в таком сведении.

Детям предлагается рассмотреть использование этого правила на примере нестандартной задачи:

По тропинке, вдоль кустов, шел десяточек хвостов,

Сосчитать я также смог, что шагало тридцать ног.

Это вместе шли куда – то петухи и поросята.

Ну а мой вопрос таков – сколько было петухов?

И узнать я был бы рад - сколько было поросят?

Если не удастся решить данную задачу, попытаемся свести ее к сходной.

Переформулируем:

1. Придумаем и решим похожую, но более простую.

2. Используем её решение для решения данной.

Трудность в том, что в задаче два типа зверей. Пусть все будут поросятами, тогда ног будет 40.

Составим похожую задачу:

По тропинке, вдоль кустов, шел десяточек хвостов.

Сосчитать я также смог, что шагало сорок ног.

Это вместе шли куда – то петухи и поросята.

Ну а мой вопрос таков - сколько было петухов?

И узнать я был бы рад – сколько было поросят?

Ясно, что если ног в 4 раза больше, чем хвостов, то все животные – поросята.

В похожей задаче взяли 40 ног, а в основной их было 30. Как уменьшить число ног? Заменить поросенка петушком.

Решение основной задачи: если бы все животные были поросятами, то у них было 40 ног. Когда заменяем поросенка петушком, число ног уменьшается на два. Всего надо сделать пять замен, чтобы получить 30 ног. Значит, шагало 5 петушков и 5 поросят.

Как придумать «похожую» задачу?

2 способ решения задачи.

В данной задаче можно применить принцип уравнивания.

Пусть все поросята встанут на задние ноги.

$10 \cdot 2 = 20$  столько ног шагает по тропинке

$30 - 20 = 10$  столько передних ног у поросят

$10 : 2 = 5$  поросенка шло по тропинке

Ну а петушков  $10 - 5 = 5$ .

Также в процессе обсуждения решения нестандартной задачи таким способом, стоит использовать наглядный материал который позволит смоделировать ситуацию, обозначенную в задаче.

Некоторые ученые выделяют общие принципы решения нестандартных задач. Они частично перекликаются с теми приемами, которые выделяет С.А. Яновская. Перечислим их.

- преобразовать задачу к виду, удобному для решения;
- решить задачу для частного, наиболее простого случая, а затем обобщить идею решения;
- предположить, что утверждение задачи – ложное; если из этого предположения получим противоречие, то утверждение задачи верно – доказательство от противного;
- разбить задачу на несколько простых подзадач;

· обобщить задачу; часто исследования более общей проблемы требуют меньших усилий, чем исследование её частного случая – «парадокс изобретателя».

Необходимо организовать обсуждение этих приемов на конкретных готовых решениях для того, чтобы учащиеся смогли пронаблюдать ход применения этих приемов. Такие приемы почти не используются для решения задач из основного начального курса математики.

Этап 2. На этом этапе должна быть организована деятельность учащихся, в результате которой дети познакомятся с несколькими правилами решения нестандартных задач:

1. **«Простое»** правило: не пропустите самую простую задачу. Обычно простую задачу не замечают. А начинать надо именно с неё.

2. **«Очередное»** правило: условия по возможности надо менять по очереди. Количество условий - конечное число, так что до всех рано или поздно дойдет очередь.

3. **«Неизвестное»** правило: изменив одно условие, другое, связанное с ним обозначьте  $x$ , а потом подберите его так, чтобы вспомогательная задача решалась при данном значении и не решалась при увеличении  $x$  на единицу.

4. **«Интересное»** правило: делайте условия задачи более интересными.

5. **«Временное»** правило: если в задаче идет какой-то процесс и конечное состояние более определено, чем начальное, стоит запустить время в обратную сторону: рассмотреть последний шаг процесса, потом предпоследний и т.д.

Рассмотрим применение этих правил.

*При решении использовалось «простое» правило.*

### **Задача № 1.**

На кустике висело 7 ягод клубники. Когда несколько ягод созрело и упало, осталось 5 ягод. Сколько ягод созрело и упало?

Было - 7 ягод.

Упало - ? ягод.

Осталось – 5 ягод.

$$7 - 5 = 2 \text{ (яг.)}$$

Ответ: 2 ягоды созрело и упало.

*При решении использовалось «очередное» правило.*

### **Задача № 2.**

Кузнец подковывает одно копыто за 15 минут. Сколько времени потребуется 8 кузнецам, чтобы подковать 10 лошадей. (Лошадь не умеет стоять на двух ногах).

Используем приём пропорционального уменьшения.

1 шаг. Лошадей и кузнецов слишком много, уменьшим пропорционально их количество, составив задачу. Кузнец подковывает одно копыто за пять минут. Сколько времени потребуется четверым кузнецам, чтобы подковать пять лошадей?

Ясно, что минимально возможное время 25 минут, но может ли оно быть достигнуто? Необходимо организовать работу кузнецов без простоев. Будем действовать, не нарушая симметрии. Расположим пять лошадей по кругу. После того как четверо кузнецов подкуют каждый одно копыто лошади, кузнецы сдвинутся на одну лошадь по кругу. Чтобы обойти полный круг, потребуется пять тактов работы по пять минут. Во время 4 тактов каждая лошадь будет подковываться, а один такт отдыхать. В итоге все лошади будут подкованы за 25 минут.

2 шаг. Возвращаясь к исходной задаче, заметим, что  $8=2*4$ , а  $10=2*5$ . Тогда 8 кузнецов нужно разбить на две бригады по 4 человека в каждой, а лошадей – на два табуна по 5 лошадей в каждом. За 25 минут первая бригада кузнецов подкует первый табун, а вторая – второй.

*При решении использовалось «неизвестное» правило.*

### **Задача № 3.**

Пять девочек нашли девять ромашек. Докажите, что хотя бы двое из них нашли ромашек поровну.

1 шаг. Девочек очень много. Пусть их будет на 2 меньше в следующей задаче.  
«Три девочки нашли  $x$  ромашек. Докажите, что хотя бы двое из них нашли ромашек поровну».

Для доказательства установим, при каких  $x$  задача имеет решение. При  $x=0$ ,  $x=1$ ,  $x=2$  задача имеет решение, при  $x=3$  задача не имеет решение.

Сформулируем похожую задачу.

Три девочки нашли 2 ромашки. Докажите, что хотя бы две из них нашли ромашек поровну.

Пусть все три девочки нашли разное число ромашек. Тогда минимальное число ромашек равно 3, поскольку  $3=0+1+2$ . Но по условию число ромашек меньше 3, поэтому две девочки из трех нашли одинаковое число ромашек.

При решении исходной задачи рассуждения точно такие же. Пусть все, пять девочек, нашли разное число ромашек. Минимальное число ромашек тогда должно равняться 10. ( $10=0+1+2+3+4$ ). Но по условию число ромашек меньше 10, поэтому две девочки нашли одинаковое число ромашек.

*При решении задач № 3 и № 4 использовали «временное» правило.*

#### **Задача № 4.**

Над озерами летели лебеди. На каждом садилась половина лебедей и еще пол-лебеда, остальные летели дальше. Все сели на семи озерах. Сколько было лебедей?

1 шаг. Идет процесс, начальное состояние не определено, конечное – нулевое, т.е. не стало летящих лебедей.

Запускаем время в обратную сторону, придумав такую задачу:

Над озерами летели лебеди. На каждом взлетало пол-лебеда и еще столько, сколько теперь летело. Все взлетали с семи озер. Сколько было лебедей?

2 шаг. Начинаем с нуля:

$$(((((((0+1/2)^2+1/2)^2+1/2)^2+1/2)^2+1/2)^2+1/2)^2+1/2)^2=127.$$

#### **Задача № 5.**

У моста через речку встретились лодырь и черт. Лодырь пожаловался на свою бедность. В ответ черт предложил:

- Я могу помочь тебе. Каждый раз, как ты перейдешь этот мост, у тебя деньги удвоятся. Но каждый раз, перейдя мост, ты должен будешь отдать мне 24 копейки. Три раза переходил мост лодырь, а когда заглянул в кошелек, там стало пусто. Сколько денег было у лодыря?  $((((0+24):2+24):2+24):2= 21$

Конечно, может встретиться задача, к которой не удастся применить ни одного из перечисленных правил. Тогда нужно изобрести особый метод решения этой задачи.

Необходимо помнить, что решение нестандартных задач есть искусство, которым можно овладеть лишь в результате постоянного самоанализа действий по решению задач.

Этап 3. Учащиеся знакомятся с задачами «с естественным рассуждением», учатся решать их.

Организационная деятельность учащихся: на этом этапе дети решали задачи у доски, с помощью учителя. Задачи дети решали с помощью карточек, цветных магнитов.

### **Задача № 1.**

Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский». Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?

Решение. Имеется три утверждения:

Вадим изучает китайский;

Сергей не изучает китайский;

Михаил не изучает арабский.

Если верно первое утверждение, то верно и второе, так как юноши изучают разные языки. Это противоречит условию задачи, поэтому первое утверждение ложно.

Если верно второе утверждение, то первое и третье должны быть ложны. При этом получается, что никто не изучает китайский. Это противоречит условию, поэтому второе утверждение тоже ложно.

Остается считать верным третье утверждение, а первое и второе – ложными. Следовательно, Вадим не изучает китайский, китайский изучает Сергей.

Ответ: Сергей изучает китайский язык, Михаил – японский, Вадим – арабский.

### **Задача № 2.**

Крестьянину нужно перевезти через реку волка, козу и капусту. Но лодка такова, что в ней может поместиться только крестьянин, а с ним или один волк, или одна коза, или одна капуста. Но если оставить волка с козой, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. Как перевез свой груз крестьянин?

Решение: Ясно, что приходится начать с козы. Крестьянин, перевезши козу, возвращается и берет волка, которого перевозит на другой берег, где его и оставляет, но зато берет и везет обратно на первый берег козу. Здесь он оставляет ее и перевозит к волку капусту. Вслед затем, возвратившись, он перевозит козу, и переправа оканчивается благополучно.

### **Задача № 3.**

Организационная деятельность учащихся: детям давались карточки с буквами и они раскладывали варианты ответов.

Три товарища, Алёша, Коля и Саша, сели на скамейку в один ряд. Сколькими способами они могут это сделать?

Пусть А – Алёша, К – Коля, С – Саша. Тогда возможны варианты:

А,К,С; А,С,К; К,А,С; К,С,А; С,А,К; С,К,А.

Алёша, Коля и Саша могут расположиться на скамейке 6 способами.

#### **Задача № 4.**

Организационная деятельность учащихся: дети показывали варианты ответов на доске с помощью цветных магнитов. Дима, это были синие магниты, а Вова, это были зелёные магниты.

У Димы и Вовы 3 открытки. Сколько открыток у Димы? Сколько открыток у Вовы?

Задание предполагает 4 варианта решения:

1 открытка у Димы и 2 открытки у Вовы;

2 открытки у Димы и 2 открытки у Вовы;

3 открытки у Димы и у Вовы ни одной;

ни одной открытки у Димы и 3 открытки у Вовы.

#### **Задача № 5.**

Организационный момент учащихся: дети выходили к доске и прыгали с ноги на ногу, как будто с берега на берег.

Женя решил прогуляться и пошел по левому берегу ручья. Во время прогулки он 3 раза перешел ручей. На левом или на правом берегу находится Женя?

Решение: Женя шёл по левому берегу, прыгнул 1 раз, оказался на правом берегу, прыгнул 2 раз, оказался на левом берегу, прыгнул 3 раз, оказался на правом берегу.

Ответ: Женя находится на правом берегу.

#### **Задача № 6.**

Сколько существует трехзначных чисел, у которых каждая цифра — 1, 2 или 3?

На первое место можно поставить любую из трех цифр. На второе — любую из трех цифр. Значит, первые два места можно заполнить  $3 \cdot 3 = 9$  способами. В любом из этих случаев можно на третье место поставить любую из трех цифр. Поэтому всего таких чисел  $9 \cdot 3 = 27$  чисел.

Ответ: 27.

### **Задача № 7.**

Пять победителей конкурса «Кто громче крикнет» получили в награду по одинаковому количеству орехов. Трое из них сразу съели по 5 орехов и увидели, что у них вместе осталось столько орехов, сколько было выдано двум другим. Сколько всего орехов было выдано всем пятерым?

Трое съели 15 орехов. После этого у них осталось столько, сколько было выдано двум другим. А до этого у них было столько, сколько выдали троим. Значит, 15 орехов было выдано каждому из них.

$$15 * 5 = 75 \text{ (орехов было выдано всем пятерым победителям)}$$

Ответ: 75 орехов было выдано всем пятерым победителям.

Этап 4. Учащиеся знакомятся с задачами – ловушками, учатся решать их.

Организационная деятельность учащихся : дети делятся на несколько групп, каждая группа отдельно решает нестандартные задачи, а затем решения сравнивают.

### **Задачи № 1.**

Какое из чисел 333, 555, 666, 999 не делится на 3?

Поскольку  $333=3 \times 111$ ,  $666=3 \times 222$ ,  $999=3 \times 333$ , то многие учащиеся, отвечая на вопрос, называют число 555.

Но это неверно, так как  $555=3 \times 185$ . Правильный ответ: Никакое.

### **Задача № 2.**

Тройка лошадей проскакала 15 км. Сколько км проскакала каждая лошадь?

Хочется выполнить деление  $15:3$  и тогда ответ: 5 км. На самом деле деление выполнять совсем не требуется, поскольку каждая лошадь проскакала столько же, сколько и тройка.

### **Задача № 3.**

Шёл мужик в Москву, а навстречу ему шли 7 богомолков, у каждой из них было по мешку, а в каждом мешке – по коту. Сколько существ направлялось в Москву?

Решающий с трудом удерживается от того, чтобы сказать: «15 существ, так как  $1+7+7=15$ », но ответ неверен, сумму находить не требуется.

Ответ: Ни сколько существ не направлялось в Москву, ведь в Москву шёл один мужик.

#### **Задача № 4.**

Два мальчика играли в шашки 2 часа. Сколько играл каждый из них?

Ответ: Каждый мальчик играл в шашки 2 часа, т.к. говорится, что они оба играли.

#### **Задача № 5.**

Масса петуха на двух ногах 4 кг. Какова будет масса, если петух встанет на 1 ногу?

Ответ: И на 1 ноге масса петуха будет 4 кг, т.к. объём петуха не изменится.

#### **Задача № 6.**

Что тяжелее 1 кг пуха или 1 кг железа?

Многие полагают, что пуд пуха легче, поскольку железо тяжелее пуха. Но этот ответ неверен: пуд железа имеет массу – 16 кг и масса пуда пуха тоже – 16 кг.

кг- это единица измерения и она постоянна. Могут только меняться предметы, которые измеряются, будет только меняться объём предмета. Следовательно кг, это и есть кг. Естественно, что железо само по себе тяжелее, поэтому его будет меньше в объёме, а пух легче, поэтому его будет больше в объёме.

#### **Задача № 7.**

У семи братьев по одной сестре. Сколько всего детей в семье?

В семье 8 детей, т.к. у 7 братьев одна и та же сестра.

Ответ: 8 детей.

### **Задача № 8.**

Пара лошадей пробежала 40 км. Сколько пробежала каждая лошадь?  
Каждая лошадь пробежала 40 км, т.к они бежали вместе.

### **Задача № 9.**

6 котов за 6 минут съедают 6 мышей. Сколько понадобится котов, чтобы за 100 минут съесть 100 мышей?

Обычно учащиеся отвечают: «100 котов», но это неверно. Правильный ответ: «6 котов». Чтобы это понять, полезно себе представить 6 котов как единую стаю, которая за 6 минут съедает 6 мышей, а значит, в 1 минуту эта стая съедает 1 мышь. Тогда она съест 100 мышей за 100 минут. Значит количество котов остаётся 6.

Ответ: 6.

Этап 5. Учащиеся знакомятся с задачами формально-логического аспекта, учатся решать их.

Организационная деятельность учащихся: дети самостоятельно по очереди решали задачи у доски, разбирали решения задач с комментариями.

### **Задача №1.**

У бабушки Лизы – внуки и поросята. Сколько ребят и сколько поросят, если на всех приходится 6 хвостов и 30 ног?

Решение:

Хвосты только у поросят. Значит,  $6 \cdot 4 = 24$  ноги у поросят,  $30 - 24 = 6$  ног у внуков  $6 : 2 = 3$  внука, 6 поросят .

Ответ: 3 внука и 6 поросят.

### **Задача №2.**

Разгадай ребус:

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad * * * \\
 \times \quad 2 * * \\
 \hline
 + \quad 2 * * 5 \\
 \quad \quad * * 0 \\
 \hline
 8 3 * * *
 \end{array}$$

Напишем очевидные цифры:

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad * * * \\
 \times \quad 2 0 * \\
 \hline
 + \quad 2 * * 5 \\
 \quad \quad 8 1 0 \\
 \hline
 8 3 * * 5
 \end{array}$$

Теперь определяется первый множитель:

$$\begin{array}{r}
 \quad \quad 4 0 5 \\
 \times \quad 2 0 * \\
 \hline
 + \quad 2 * * 5 \\
 \quad \quad 8 1 0 \\
 \hline
 8 3 * * 5
 \end{array}$$

$405 \cdot *$  дает  $2**5$ , значит  $* = 5$ , и второй множитель разгадан.

Ответ:  $405 \cdot 205 = 83025$ .

### Задача № 3.

Мама купила 4 воздушных шара: красные и голубые. Красных шаров больше, чем голубых. Сколько шаров каждого цвета купила мама?

Ответ: 3 красных шара и 1 голубой.

### Задача № 4.

Разгадай ребус:  $5* + **3 = **01$ .

Решение. Достаточно записать пример в столбик, и решение будет очевидным.

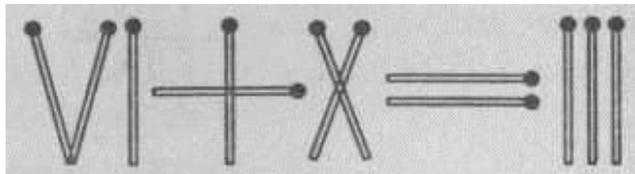
Ответ:  $58 + 943 = 1001$ .

Этап 6. Учащиеся знакомятся с задачами с внутренним вопросом, учатся решать их.

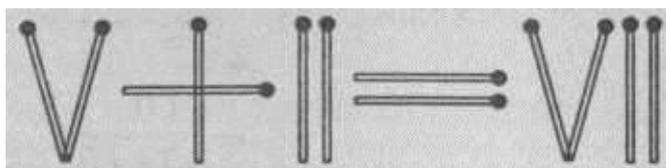
Организационная деятельность учащихся: дети самостоятельно, с помощью счётных палочек решают задачи.

### Задача №1.

Переложи две спички, чтобы равенство стало верным:

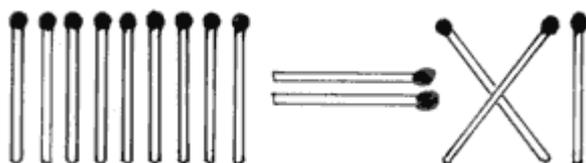


Ответ:



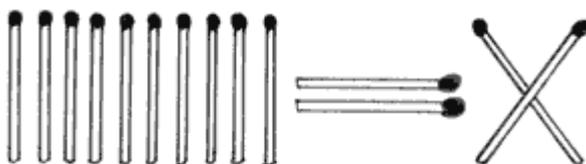
### Задача № 2.

Переложи одну спичку, чтобы равенство стало верным (это можно сделать двумя способами):



Решение. Надо воспользоваться тем, что в римской нумерации XI – это 11, а IX – это 9.

Ответ: 1-й способ

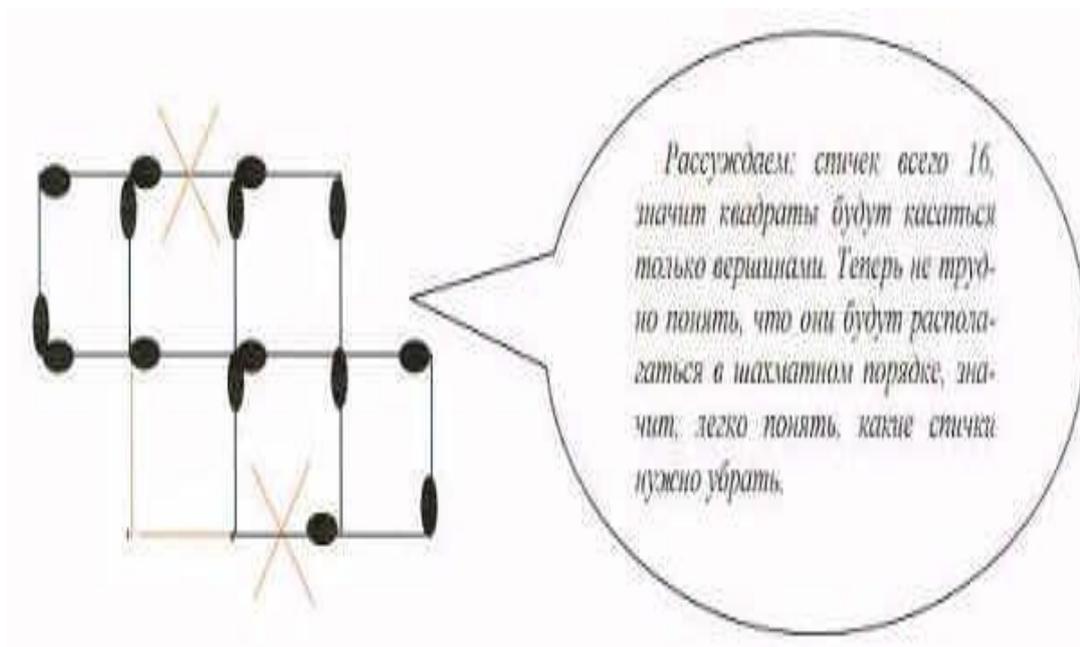


2-й способ



### Задача № 3.

Переложить 2 спички из числа имеющихся так, чтобы образовалась фигура, состоящая из четырех одинаковых квадратов.



Перейдем теперь к вопросу о формировании ассоциативного аспекта мышления.

Как известно, интеллект человека во многом определяется числом задействованных связей между клетками его мозга. Естественно, что для развития математического мышления необходимо устанавливать связи между фактами, понятиями, задачами и т.д. Причем устойчивость возникшей связи зависит от того, насколько самостоятельно она была открыта. “Тем, что вы были вынуждены открыть сами, можете снова воспользоваться, когда в этом возникает необходимость” (Г. Лихтенберг). Решение задач часто возникает по ассоциации с чем-то известным, подчеркну, что не по аналогии, а “по ассоциации”.

#### **Задача № 4.**

Масса 4 одинаковых яблок такая же, как масса одного грейпфрута. Масса 1-го яблока и грейпфрута равна 750 г. Найдите массу яблока.

Решение: Положим на весы вместо грейпфрута 4 яблока тогда будет 5 яблок и их масса = 750 гр. Значит  $750 : 5 = 150$  гр. Вес одного яблока

Ответ: Масса одного яблока 150 гр.

Этап 7. Учащиеся знакомятся с задачами – загадками, учатся решать их.

Организационная деятельность учащихся: дети решают задачи в игровой форме.

**Задача №1.** Организационная деятельность учащихся: Дети по 1 человеку вставали в 4 угла.

В комнате четыре угла. В каждом углу сидит кошка. Напротив каждой кошки сидит кошка. На хвосте каждой кошки по кошке. Сколько же всего кошек в комнате?

Ответ: в комнате находится всего 4 кошки, т.к в комнате четыре угла и в каждом углу по одной кошке.

**Задача №2.** Организационная деятельность учащихся: дети брали ленту и отрезали кусочки.

Портной имеет кусок сукна в 16 метров, от которого он ежедневно отрезает по 2 метра. По истечении скольких дней он отрежет последний кусок?

1 день минус 2 осталось 14

2 день минус 2 осталось 12

3 день минус 2 осталось 10

4 день минут 2 осталось 8

5 день минус 2 осталось 6

6 день минус 2 осталось 4

7 день минус 2 осталось 2

Ответ: последний кусок будет отрезан по истечении 7 дней.

**Задача № 3.**

Сосчитай быстро: **012345678910.**

**Задача № 4.** Организационная деятельность учащихся: с помощью макета часов, и рисунков солнца и луны, дети решали задачу.

Если в 12 часов ночи идет дождь, то можно ли надеяться, что через 120 часов будет солнечная погода?

С помощью макета часов, и рисунков солнца и луны, дети отсчитывали 24 часа. Когда было 12 ч ночи, над стрелочкой прикрепляли луну, а когда было 12 ч дня, над стрелочкой прикрепляли солнце.

Через 120 часов пройдут ровно пять суток, и опять будет ночь, так что солнца не будет.

Ответ: Нет.

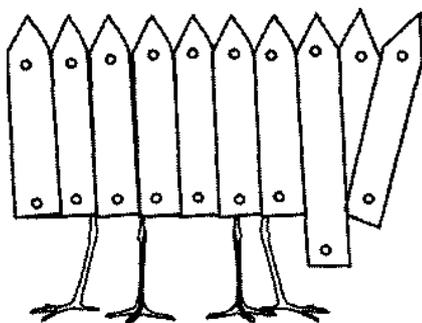
Решение нестандартных задач активизирует деятельность учащихся. Учащиеся учатся сравнивать, классифицировать, обобщать, анализировать, это способствует более прочному и сознательному усвоению знаний. Таким образом, систематически и разнообразная работа над нестандартными задачами, различные способы их решения, позволяют развивать логическое мышление младших школьников.

Этап 8. Решение задач разными способами, самостоятельно.  
(закрепление)

В конце урока была небольшая самостоятельная, дети решали задачи для закрепления и сдавали тетради на проверку.

#### **Задача № 1.**

- За забором стоят цапли. Сколько цапель за забором?



Путем рассуждения дети приходят к выводу, что задача имеет несколько правильных ответов. Цапель может быть 4: каждая стоит на одной

ноге. Может быть 2: обе стоят на двух ногах. Может быть 3: 2 стоят на одной ноге и одна на двух ногах.

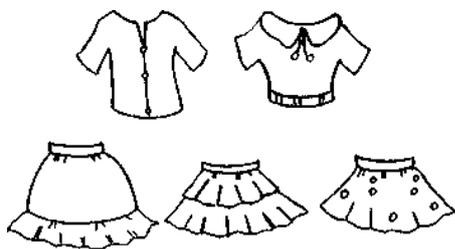
### **Задача № 2.**

Человек отвечает на вопросы только «да» или «нет» и имеет право один раз сказать неправду. После нескольких вопросов его спросили: «Ты уже соврал?», и он ответил «Да». Имеет ли он право соврать при ответе на следующие вопросы?

Может быть, он соврал при ответах на предыдущие вопросы, и на последний вопрос ответил правду. А может быть, он не врал при ответах на первые вопросы и соврал в ответе на последний вопрос. В любом случае при последующих ответах он не может врать.

### **Задача № 3.**

У Мальвины 3 юбочки и 2 кофточка. Сколькими способами она может составить комплект из юбочки и кофточка?



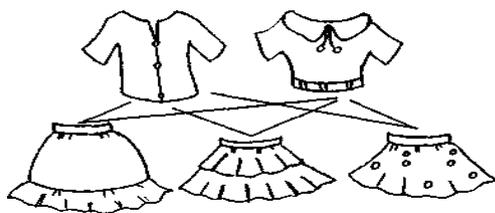
Дети составят графиков для решения. Для этого на рисунке нужно соединить линиями каждую юбочку с каждой кофточкой и посчитать количество получившихся комплектов.

Рассуждали двумя способами.

Первый способ:

- 1)- Юбку в горошек можно одеть с кофточкой с воротничком и с кофточкой с пуговицами (проводим соответствующие линии).
- Юбку с оборкой можно также одеть с кофточкой с воротничком и кофточкой с пуговицами (проводим соответствующие линии).
- Юбку со складками можно одеть с кофточкой с воротничком и с кофточкой с пуговицами (проводим соответствующие линии).

- Получилось 6 комплектов.

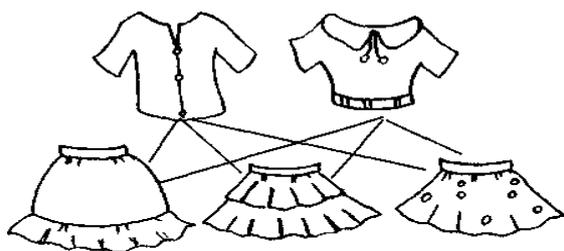


Второй способ:

2) - Кофточку с пуговицами можно одеть с юбкой в горошек, с юбкой со складками и с юбкой с оборкой (проводим соответствующие линии).

- Кофточку с воротничком можно одеть с юбкой в горошек, с юбкой со складками и с юбкой с оборкой (проводим соответствующие линии).

- Получилось 6 комплектов.



Аналогично математическая запись решения задачи может быть составлена двумя способами.

Каждую юбку можно одеть с 2 кофточками, то есть каждая юбка составляет с имеющимися кофточками 2 комплекта. Так как юбок 3, то таких пар комплектов будет  $3:2 + 2 + 2 = 6$ .

Каждая кофточка составляет с имеющимися юбками 3 комплекта. Так как кофточек 2, то таких троек будет  $2: 3 + 3 = 6$ .

Для успешного решения нестандартных задач необходимо предложить учащимся памятку – алгоритм работы или схемы рассуждений, как внутренний план действий учеников при прохождении каждого алгоритма.

Таблица 1. Алгоритм решения задачи

Памятка учащегося	Схема рассуждения (внутренний план действий)
1. Прочитай задачу. Уясни, что дано и что надо найти	1. Читаю задачу (Мне известно....Надо узнать...)
2. Сделай чертёж, иллюстрацию, краткую запись к задаче. Обозначь все данные и искомые величины	2. Моделирую условие, отмечаю неизвестное
3. Составь план решения	3. Составляю план решения (Подумаю, каким действием нужно решить. Объясню почему)
4. Запиши решение, найди ответ	4. Записываю решение, нахожу ответ
5. Проверь решение	5. Проверяю решение и полученный ответ

Выбирая формы работы с учащимися начальной школы, необходимо подобрать такие элементы проблемного обучения, при которых объяснение материала чередуется с самостоятельным, поиском путей решения поставленных задач. Также нужно обучать учащихся решению задач не с конкретных действий, а с анализа условий и высказывания предложений, которые впоследствии будут подтверждены или опровергнуты. Можно использовать такие **методы**:

- ☞ Метод рассуждений;
- ☞ Метод таблиц;
- ☞ Метод графов;
- ☞ Метод блок-схем;
- ☞ Метод бильярда;
- ☞ Метод кругов Эйлера.

Метод первый: Метод рассуждений.

Способ рассуждений – самый примитивный способ. Этим способом решаются самые простые логические задачи. Его идея состоит в том, что мы проводим рассуждения, используя последовательно все условия задачи, и приходим к выводу, который и будет являться ответом задачи.

**Задача.** Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский". Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?

Решение: Имеется три утверждения. Если верно первое утверждение, то верно и второе, так как юноши изучают разные языки. Это противоречит условию задачи, поэтому первое утверждение ложно. Если верно второе утверждение, то первое и третье должны быть ложны. При этом получается, что никто не изучает китайский. Это противоречит условию, поэтому второе утверждение тоже ложно. Остается считать верным третье утверждение, а первое и второе — ложными. Следовательно, Вадим не изучает китайский, китайский изучает Сергей.

Ответ: Сергей изучает китайский язык, Михаил — японский, Вадим — арабский.

Метод второй: Метод таблиц. Основной прием, который используется при решении текстовых логических задач, заключается в построении таблиц. Таблицы не только позволяют наглядно представить условие задачи или ее ответ, но в значительной степени помогают делать правильные логические выводы в ходе решения задачи.

**Задача.** Три клоуна Бим, Бам и Бом вышли на арену в красной, зеленой и синей рубашках. Их туфли были тех же цветов. У Бима цвета рубашки и туфель совпадали. У Бома ни туфли, ни рубашка не были красными. Бам был в зеленых туфлях, а в рубашке другого цвета. Как были одеты клоуны?

Решение: Составим таблицу, в столбцах которой отметим возможные цвета рубашек и туфель клоунов (буквами К, З и С обозначены красный, зеленый и синий цвета). Будем заполнять таблицу, используя условия задачи. Туфли Бама зеленые, а рубашка не является зеленой. Ставим знак + в клетку 2-й строки и 5-го столбца, и знак - в клетку 2-й строки и 2-го столбца. Следовательно, у Бима и Бома туфли уже не могут быть зелеными, так же как не могут быть туфли Бама синими или красными. Отметим все это в таблице.

	Рубашки			Туфли		
Бим				+	-	-
Бам		-		-	+	-
Бом	-			-	-	+
	К	З	С	К	З	С

**Таблица 1**

Далее, туфли и рубашка Бома не являются красными, отметим соответствующие ячейки таблицы знаком – . Из таблицы, заполненной на этом этапе, видим, что красные туфли могут быть только у Бима, а, следовательно, туфли Бома - синие. Правая часть таблицы заполнена, мы установили цвета обуви клоунов (табл.1). Цвет рубашки Бима совпадает с цветом его туфель и является красным. Теперь легко устанавливается владелец зеленой рубашки - Бом. Бам, в таком случае, одет в рубашку синего цвета.

Мы полностью заполнили таблицу, в которой однозначно устанавливаются цвета туфель и рубашек клоунов (см. табл. 2): Бим одет в красную рубашку и красные туфли, Бам в синей рубашке и зеленых туфлях, Бом в зеленой рубашке и туфлях синего цвета.

	Рубашки			Туфли		
Бим	+	-	-	+	-	-
Бам	-	-	+	-	+	-
Бом	-	+	-	-	-	+
	К	З	С	К	З	С

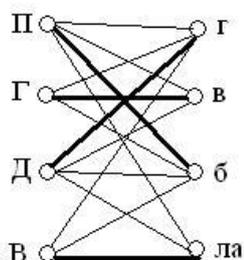
**Таблица 2**

Ответ: Бим одет в красную рубашку и красные туфли, Бам в синей рубашке и зеленых туфлях, Бом в зеленой рубашке и туфлях синего цвета.

Метод третий: Метод графов.

Граф – это несколько точек, часть которых соединены друг с другом отрезками или стрелками (в таком случае граф называется ориентированным). Пусть нам требуется установить соответствие между двумя типами объектов (множествами). Точками обозначаются элементы множеств, а соответствие между ними – жирными линиями. Тонкой линией будем объединять два элемента, не соответствующих друг другу.

**Задача.** Петя, Гена, Дима и Вова занимаются в детской спортивной школе в разных секциях: гимнастической, баскетбольной, волейбольной и легкой атлетики. Петя, Дима и волейболист учатся в одном классе. Петя и Гена на тренировки ходят пешком вместе, а гимнаст ездит на автобусе. Легкоатлет не знаком ни с баскетболистом, ни с волейболистом. Кто из мальчиков в какой секции занимается?



Решение-ответ: Петя – баскетболист, Гена – волейболист, Дима – гимнаст, а Вова – легкоатлет.

Метод четвёртый: Метод блок-схем.

Этот метод применяется для решения задач на взвешивание и переливание. Простейший прием решения таких задач состоит в переборе возможных вариантов. Более систематический подход к решению задач "на переливание" заключается в использовании блок-схем. Суть этого метода состоит в следующем. Сначала выделяются операции, которые позволяют нам точно отмерять жидкость. Эти операции называются командами. Затем устанавливается последовательность выполнения выделенных команд. Эта последовательность оформляется в виде схемы. Подобные схемы называются блок-схемами. Составленная блок-схема является программой, выполнение которой может привести нас к решению поставленной задачи. При этом обычно заполняют отдельную таблицу, в которую заносят количество жидкости в каждом из имеющихся сосудов.

**Задача.** Имеются два сосуда — трехлитровый и пятилитровый. Нужно, пользуясь этими сосудами, получить 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 литров воды. В нашем распоряжении водопроводный кран и раковина, куда можно выливать воду.

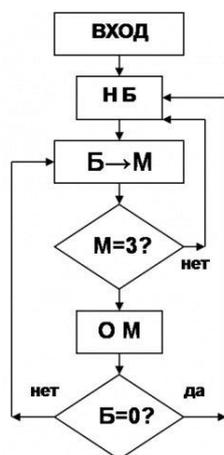
Решение: Перечислим все возможные операции, которые могут быть использованы нами, и введем для них следующие сокращенные обозначения: НБ — наполнить большой сосуд водой из-под крана; НМ — наполнить меньший сосуд водой из-под крана; ОБ — опорожнить большой сосуд, вылив воду в раковину; ОМ — опорожнить меньший сосуд, вылив воду в раковину; Б→М — перелить из большего в меньший, пока большой сосуд не опустеет или меньший сосуд не наполнится; М→Б — перелить из меньшего в больший, пока меньший сосуд не опустеет или больший сосуд не наполнится. Выделим среди перечисленных команд только три: НБ, Б→М, ОМ. Кроме этих трех команд рассмотрим еще две вспомогательные команды:  $B = 0 ?$  — посмотреть, пуст ли большой сосуд;  $M = 3 ?$  — посмотреть, наполнен ли малый сосуд.

В зависимости от результатов этого осмотра мы переходим к выполнению следующей команды по одному из двух ключей - "да" или "нет".

Такие команды в программировании принято называть командами "условного перехода" и изображать в блок-схемах в виде ромбика с двумя ключами-выходами.

Договоримся теперь о последовательности выполнения выделенных команд. После  $B \rightarrow M$  будем выполнять  $OM$  всякий раз, как меньший сосуд оказывается наполненным, и  $НБ$  всякий раз, как больший сосуд будет опорожнен. Последовательность команд изобразим в виде блок-схемы (Рис. 1). Начнем выполнение программы. Будем фиксировать, как меняется количество воды в сосудах, если действовать по приведенной схеме. Результаты оформим в виде таблицы (табл.).

<b>Б</b>	0	5	2	2	0	5	4	4	1	1	0	5	3	3	0	0
<b>М</b>	0	0	3	0	2	2	3	0	3	0	1	1	3	0	3	0
<b>Таблица</b>																



Дальше эта последовательность будет полностью повторяться. Из таблицы видим, что количество воды в обоих сосудах вместе образует следующую последовательность: 0, 5, 2, 7, 4, 1, 6, 3, 0 и т.д. Таким образом, действуя по приведенной схеме, можно отмерить любое количество литров от 1 до 7. Чтобы отмерить еще и 8 литров, надо наполнить оба сосуда.

Метод пятый: Метод математического бильярда.

Представьте себе горизонтальный бильярдный стол произвольной формы, но без луз. По этому столу без трения движется точечный шар, абсолютно упруго отражаясь от бортов стола. Спрашивается, какой может

быть траектория этого шарика? Поиски ответа на этот вопрос и послужили появлению теории математического бильярда или теории траекторий.

В этом разделе мы приведем одно изящное применение математического бильярда к решению задач на переливание. Загляните обязательно в приготовленный нами премер решения задач с помощью игры в бильярд. Задачи на переливание жидкостей можно очень легко решать, вычерчивая бильярдную траекторию шара, отражающегося от бортов стола, имеющего форму параллелограмма. Рассмотрим ту же задачу, что и в предыдущем разделе (Метод блок-схем).

**Задача.** Имеются два сосуда — трехлитровый и пятилитровый. Нужно, пользуясь этими сосудами, получить 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 литров воды. В нашем распоряжении водопроводный кран и раковина, куда можно выливать воду.

Решение: В рассматриваемой задаче стороны параллелограмма должны иметь длины 3 и 5 единиц. По горизонтали будем откладывать количество воды в литрах в 5-литровом сосуде, а по вертикали – в 3-литровом сосуде. На всем параллелограмме нанесена сетка из одинаковых равносторонних треугольников (см.рис. 1).

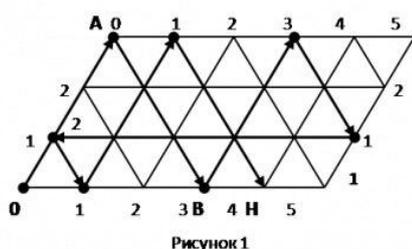


Рисунок 1

Бильярдный шар может перемещаться только вдоль прямых, образующих сетку на параллелограмме. После удара о стороны параллелограмма шар отражается и продолжает движение вдоль выходящего из точки борта, где произошло соударение. При этом каждая точка параллелограмма, в которой происходит соударение, полностью характеризует, сколько воды находится в каждом из сосудов.

Пусть шар находится в левом нижнем углу и после удара начнет перемещаться вверх вдоль левой боковой стороны параллелограмма до тех пор, пока не достигнет верхней стороны в точке А. Это означает, что мы полностью наполнили водой малый сосуд. Отразившись упруго, шар покатится вправо вниз и ударится о нижний борт в точке В, координаты которой 3 по горизонтали и 0 по вертикали. Это означает, что в большом сосуде 3 литра воды, а в малом сосуде воды нет, то есть мы перелили воду из малого сосуда в большой сосуд.

Проследивая дальнейший путь шара и записывая все этапы его движения в виде отдельной таблицы (табл.1), в конце концов, мы попадаем в точку Н, которая соответствует состоянию, когда малый сосуд пуст, а в большом сосуде 4 литра воды. Таким образом, получен ответ и указана последовательность переливаний, позволяющих отмерить 4 литра воды. Все 8 переливаний изображены схематически в таблице.

Является ли это решение самым коротким? Нет, существует второй путь, когда воду сначала наливают в пятилитровый сосуд. Если на диаграмме шар из точки О покатится вправо по нижней стороне параллелограмма и затем, отразившись от правой боковой стороны, в точку 2 на верхней стороне параллелограмма и т.д., то получим более короткое решение задачи. Можно показать, что полученное решение с 6 переливаниями уже является самым коротким.

	<b>О</b>	<b>А</b>	<b>В</b>						<b>Н</b>
<b>М</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>0</b>
<b>Б</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>4</b>

Табл. 1

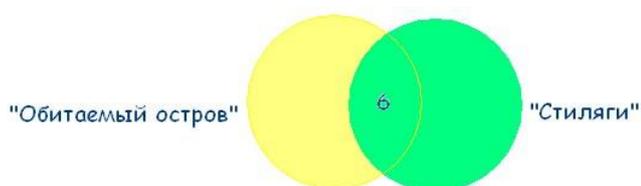
Метод шестой: Метод кругов Эйлера.

Решение на основе известных кругов Эйлера, позволяет обучать классифицирующей деятельности, закладывает понимание логических операций: отрицания – не, конъюнкции – и, дизъюнкции – или. Перечисленные логические операции имеют важнейшее значение, так как

различные их комбинации образуют всевозможные и сколь угодно сложные логические структуры. Нужно нарисовать на бумаге один, два или три пересекающихся круга разного цвета, разноцветные обручи и наборы геометрических фигур разных цветов и размеров, карточки с числами и буквами русского алфавита.

**Задача.** "Обитаемый остров" и "Стиляги". Некоторые ребята из нашего класса любят ходить в кино. Известно, что 15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек – фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги». Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»?

Решение: Чертим два множества таким образом

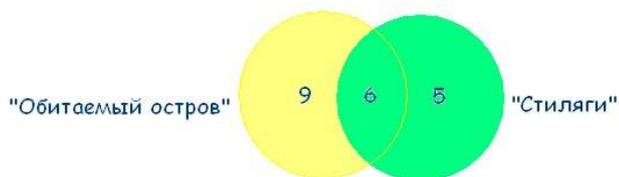


6 человек, которые смотрели фильмы «Обитаемый остров» и «Стиляги», помещаем в пересечение множеств.

$15 - 6 = 9$  – человек, которые смотрели только «Обитаемый остров».

$11 - 6 = 5$  – человек, которые смотрели только «Стиляги».

Получаем:



Ответ: 5 человек смотрели только «Стиляги».

При применении моделей из графов объекты изображаются точками, а отношения между ними – линиями. При решении комбинаторных задач (задач на взвешивания, переливания, подсчет вариантов и т. д.) с помощью графов описывается переход из одного состояния объектов в другое.

Работа над логическими задачами эффективна тогда, когда она включается в общую систему работы над задачами. Когда на каждом уроке,

решаются логические задачи путём рассуждения, анализа содержания, установления взаимосвязей между данными и искомыми. У учащихся появляется интерес к занятиям математикой, повышается уровень логического и математического мышления. В процессе использования этих упражнений на уроках и факультативах по математике выявилась положительная динамика владения навыком решения задач определённого вида.

## Выводы по главе 2

Вторая глава посвящена описанию констатирующего эксперимента, в процессе проведения которого был определен актуальный уровень развития логического мышления младших школьников, в частности были исследованы: способность к обобщению, абстрагированию, умению выделять существенные признаки, а также исследован логический аспект математического мышления. Также была разработана программа, которая на основе использования нестандартных задач будет способствовать развитию логического мышления младших школьников.

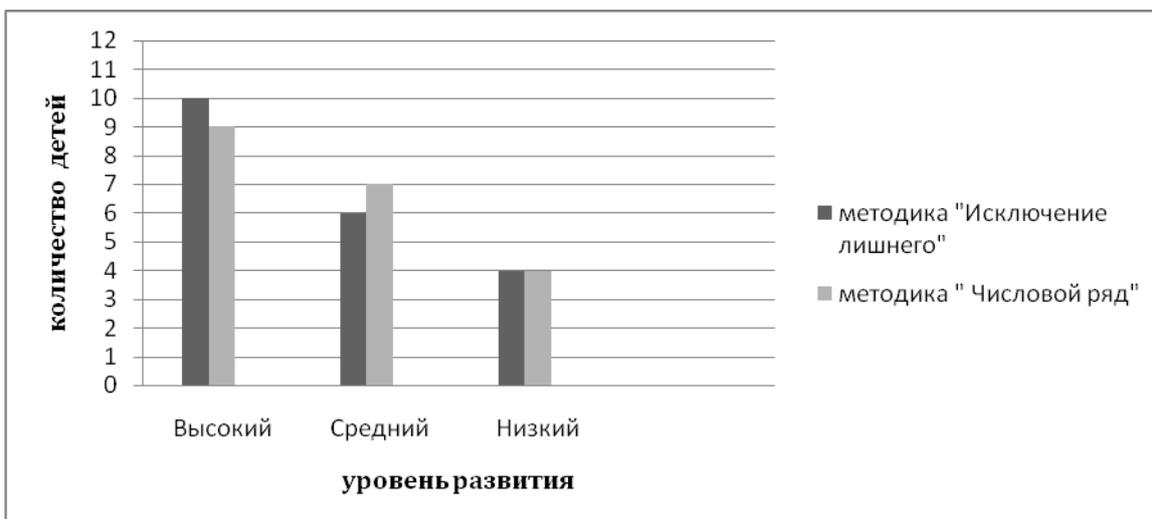
Мы исследовали способности младших школьников к обобщению и абстрагированию, умению выделять существенные признаки, и логический аспект математического мышления, с помощью методик «Исключение лишнего» автор Р.Р.Римская и С. А. Римский, и «Числовой ряд» автор М. Р. Битянова.

Исследования проводились на базе школы НСОШ № 2, пгт. Нижний Ингаш, в нём приняли участие 20 детей в возрасте 9-10 лет. Были выбраны учащиеся 4 «А» класса – 11 девочек и 9 мальчиков.

Констатирующий эксперимент показал, что развитие логического мышления младших школьников находится на среднем уровне.

Материалы полученные в результате проведения двух методик мы отобразили на диаграмме.

Диаграмма 1. Результаты исследования логического мышления младших школьников с применением методик «Числовой ряд» и «Исключение лишнего»



Это положение легло в основу разработанного нами формирующего эксперимента, направленного на развитие логического мышления. Проанализировав основные формы и способы развития логического мышления у младших школьников, мы избрали одно из средств – это нестандартные задачи, которые будут способствовать развитию логического мышления.

Нами была разработана программа позволяющая использовать нестандартные задачи в процессе развития логического мышления младших школьников и отобраны тексты нестандартных задач, соответствующие классификации. Цель программы: способствовать развитию логического мышления у младших школьников, используя нестандартные задачи.

Дидактические задачи:

7. Сформировать представление о нестандартных задачах и приёмах их решения.
8. Познакомить учащихся с задачами «естественного рассуждения».
9. Познакомить учащихся с задачами – ловушками.
10. Познакомить учащихся с задачами формально – логическим аспектом.
11. Познакомить учащихся с задачами «с внутренним вопросом».
12. Познакомить учащихся с задачами – загадками.

Программа состоит из восьми этапов. Для каждого нами была определена тема:

9. Нестандартные задачи, правила решения нестандартных задач (введение).

10. Знакомство с правилами, решение нестандартных задач.

11. Решение задач с естественным рассуждением.

12. Решение задач – ловушек.

13. Решение задач с формально- логическим аспектом.

14. Решение задач с внутренним вопросом.

15. Решение задач – загадок.

16. Решение различных нестандартных задач разными способами (закрепление).

Нами была выдвинута гипотеза о том, что нестандартные задачи могут быть использованы для развития логического мышления младших школьников, если: такие задачи регулярно будут предлагаться учащимся на уроках и во внеучебное время; при составлении их будут учтены возрастные особенности младших школьников.

В процессе экспериментальной работы, мы пришли к тому, что работу над нестандартными задачами вести необходимо в системе всей работы над задачами на протяжении четырёх лет, применять различные приёмы и методы решения в комплексе развивающих задач, использовать занимательный материал, стимулировать творческую и познавательную деятельность самих учащихся.

Результатом экспериментальной работы явились результаты констатирующего эксперимента и разработка программы.

## Заключение

На основании анализа психолого – педагогической литературы мы пришли к выводу, что проблема развития логического мышления актуальна на данном этапе развития педагогической науки и требует дальнейшего исследования. Процесс мышления, более всего, берет своё начало на уроках математики, так как на этих уроках учащиеся выполняют задания, направленные на активизацию мыслительных операция, логического мышления. В программе по математике нет ограничений в отношении подбора задач, поэтому учитель может по своему усмотрению включать задачи и из другой математической структуры. Вместе с тем надо учитывать основные требования программы в отношении уровня умений решать нестандартные задачи учащимися. Обучение детей младшего школьного возраста решению нестандартных задач также важно. Эта работа развивает логическое мышление, формирует интерес к уроку математики.

Для изучения особенностей логического мышления младших школьников, мы провели констатирующий эксперимент, который состоял из двух методик. Методика «Исключение лишнего» автор Р. Р. Римская и С. А. Римский, цель – исследовать способности младших школьников к обобщению и абстрагированию, умению выделять существенные признаки, методика «Числовой ряд» автор М. Р. Битянова, цель – исследование логического аспекта математического мышления. Полученные результаты позволили нам выявить уровень логического мышления младших школьников. По результатам исследования методик, мы можем сказать, что в среднем половина учащихся класса имеет высокий уровень логического мышления. Остальные 50% имеют низкий и средний уровень.

Полученные результаты подтверждают наши предположения о том, что развитие логического мышления у учащихся младшей школы актуальная проблема современного образования. В связи с этим, мы считаем

целесообразным разработку программы включающую комплекс нестандартных задач, для развития логического мышления у учащихся начальной школы.

Необходимо развить у обучающихся «гибкость ума», «скорость ума», «глубину ума», критичность[53]. Это позволит в дальнейшем не только самостоятельно решать, но и ставить перед собой новые задачи. Все это можно сделать с помощью использования нестандартных задач на уроках математики.

Основываясь на результате психолого - педагогических исследований в области использования нестандартных задач для развития логического мышления мы разработали программу позволяющую использовать нестандартные задачи в процессе развития логического мышления младших школьников и отобрали текст нестандартных задач, соответствующие классификации.

В процессе экспериментальной работы, пришли к тому, что работу над нестандартными задачами вести необходимо в системе всей работы над задачами на протяжении четырёх лет, применять различные приёмы и методы решения в комплексе развивающих задач, использовать занимательный материал, стимулировать творческую и познавательную деятельность самих учащихся.

Таким образом, цель исследования – разработать программу, позволяющую использовать нестандартные задачи в процессе развития логического мышления младших школьников – достигнута.

## Список использованной литературы

1. Авдони́на Т. Формирование независимости мышления // Математика. -2006. -№ 18.
2. Альперович С. А. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики // Начальная школа. – 1979. – № 5. – С.30 – 33.
3. Акимова С. Занимательная математика. – Санкт-Петербург, «Тригон», 1997. – 608 с.
4. Арбатская Л. Ф. Решение задач жизненного содержания // Начальная школа. – 1977. – № 1. – С. 42.
5. Артемов А. К. О развитии математического мышления // Начальная школа. – 1979. – № 5. – С.36 – 38.
6. Байрамукова П. У. Внеклассная работа по математике в начальных классах. – М.: Издат.-школа, «Райл», 1997.
7. Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. Методика преподавания математики в начальных классах. – М.- 1976.
8. Белокурова Е. Е. Обучение решению комбинаторных задач с помощью таблиц и графов// Начальная школа. – 1995. – №1.
9. Белокурова Е. Е. Характеристика комбинаторных задач // Начальная школа. – 1994. – № 1. – С.34 – 38.
10. Белокурова Е. Е. Некоторые комбинаторные задачи в начальном курсе математики // Начальная школа. – 1992. – № 1. – С.20 – 23.
11. Белошистая А.В. Развитие логического и алгоритмического мышления младшего школьника// Начальная школа плюс до и после, 2010, № 9. - 15с.
12. Вейль Г. Математическое мышление: Пер. с англ. и нем. / Под ред. В. В. Бирюкова и А. Н. Паршина. – М.: Наука. Гл. ред. Физ. – мат. лит., 1989. -400с.

13. Возлинская М. В. Задачник. Нестандартная математика в школе. – М.: Лайда.- 1993. – 96с.
14. Возрастные возможности усвоения знаний (младшие классы школы) / Под ред. Д.Б.Элькониной, В.В.Давыдова. – М.: Просвещение.- 1966.
15. Воровщиков С.Г., Гладин Н.В., Орлова Е.В. Как эффективно развивать логическое мышление младших школьников. М.: «5 за знания», 2011 – 215 с.
16. Губанова О.В. Олимпийские игры в обучении младших школьников // Начальная школа. – 1995. – №5. – С. 22.
17. Гоноблин Ф.Н., Лезендова Т.Е. О подготовке к уроку по математике. – Л.- 1935.
18. Дедюхин А.М, Сухомлинский В.А. О развитии мышления младших школьников // Начальная школа. – 1984. – №1. – С. 70 – 72.
19. Дроботенко Н. М. Нестандартный урок математики по теме «Решение задач, разными способами, закрепление» //Начальная школа. – 2005.-№1. –с.58-61.
20. Занимательная математика / Сост. Л.М. Кубашина. – Чебоксары.- 1995.
21. Задачник. Нестандартная математика в школе. – М.: Лайда.- 1993.
22. Зак А.З. Задачи для развития логического мышления // Начальная школа. – 1989. – №6. – С. 32 – 33.
23. Истомина Н.Б. Активизация учащихся на уроках математики в начальных классах. Пособия для учителя. – М.: Просвещение.- 1985.
24. Истомина Н. Б. Методика обучения математике в начальных классах –М.: Линка Пресс.-1997.-228с.

25. Колягин Ю.М., Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. – М.-1980.
26. Комар О. Активизация познавательной деятельности учащихся при изучении мер времени // Начальная школа. – 1994. – №6. – С. 43.
27. Кордемский Б.А. Математическая смекалка. – 3-е изд. – М.: Гостехиздат.- 1956. – 575 с.
28. Кордемский Б.А. Очерки о математических задачах на смекалку. – М.: Учпедгиз, 1958.
29. Король А.Я., Хаперская А.А. Приёмы активизации на уроках математики // Начальная школа. – 1979. – №10. – С. 28.
30. Лаврова Н.Н. Логические ошибки младших школьников и некоторые причины их возникновения. – В кн.: Дидактика начального обучения. – М.,1977. – С. 66 – 71.
31. Лебедева Л.Л. Для развития познавательной активности. Задачи для 2 – 3 класса // Начальная школа. – 1988. – №6. – С.37 – 40.
32. Левитас Г. Нестандартные задачи на уроках математики в первом классе // Приложение к газете «Первое сентября».- 2001. – №4.
33. Левитас Г. Нестандартные задачи на уроках математики во втором классе // Приложение к газете «Первое сентября». – 2002. – №12.
34. Левитас Г. Нестандартные задачи на уроках математики в третьем классе // Приложение к газете «Первое сентября». – 2002. – №22.
35. Левитас Г. Нестандартные задачи на уроках математики в четвёртом классе // Приложение к газете «Первое сентября». – 2002. – №39,44
36. Махров В.П. Решение логических задач // Начальная школа. – 1979. – №2. – С.56.

37. Мельник Н. Б. Развитие логического мышления при изучении математики // Начальная школа. – 1997. – №5. – С.63.
38. Михайлов И.И. Занимательные задачи // Начальная школа. – 1986. – №6. – С.32 – 33.
39. Михайлова А.А., Коркина П.С. Использование нестандартных математических задач в формировании универсальных учебных действий // Международный студенческий научный вестник. – 2016. – № 5-2. – С. 216-219.
40. Моро М.И, Пышкало А.М. Методика обучения математике в 1 – 3 классах. – М.: Просвещение.- 1988.
41. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся. – 5-е изд. – М.: Просвещение.- 1988. – 180с.
42. Николау Л.Л. Логические упражнения // Начальная школа. – 1996. – №6. – С. 25 – 26.
43. Николау Л. Л. Старинные задачи – для развития интереса к математике//Начальная школа. – 2001. №5. – с. 67-70.
44. Останина Е. Е. Обучение младших школьников решению нестандартных арифметических задач//Начальная школа. – 2004. – №7. – с.36-44.
45. Педагогическая энциклопедия, Т. 2. – М.- 1965. – С.266.
46. Перельман Я.И. Весёлые задачи. – М.: Пилигрим, 1997
47. Перельман Я.И. Живая математика. – Чебоксары: РИО тип. №1 по заказу ТОО «Арта», 1994. – 200с.
48. Поляк Г.Б. Занимательные задачи. – М., 1953.
49. Психологические возможности младших школьников в усвоении математики / Под ред. В.В. Давыдова. – М., 1969.
50. Психология мышления/Под ред. А.М. Матюшкина. –М .: Прогресс, 1965. – 532с.
51. Русанов В.Н. Математические олимпиады младших школьников: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 77с.

52. Русанов В.Н. Занимательные задачи сказочного характера // Начальная школа. – 1989. – №5. – С.33 – 36.
53. Сандалова, Н. Н. Формирование исследовательских умений у младших школьников [Текст] — // Начальная школа 2015 № 6
54. Сгибнев А. Как на уроке математики развивать исследовательские умения // Математика.-2009.-№6.
55. Сиденко, Е. Универсальные учебные действия: от термина к сущности // Эксперимент и инновации в школе, 2010 № 3.
56. Ситаров В.А. Дидактика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / Под ред. В. А. Сластенина. — 2-е изд., стереотип. — М.: Издательский центр «Академия», 2004. — 368 с.
57. Терентьева Л.П. Час интеллектуального развития младшего школьника: Спецкурс. – Чебоксары: ЧГПУ им. И.Я. Яковлева, 2000
58. Терентьева Л. П. Решение нестандартных задач уч. пособие Ч.2002.
59. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика учеб. пос. для учителей и студентов педвузов и колледжей / М.: Школьная пресса, 2002. – 208с.

## Приложения

### Приложение 1

**Методика 1.** Изучения мышления «Исключение лишнего»

**Инструкция:** "Какое понятие в каждой из перечней является лишним? Почему? "Время – 5 минут, предлагается 10 заданий .Выберете в каждой строке «лишние» по смыслу слова и выпишите в рабочий листок.

#### **Материал к методике «Исключение лишнего»:**

1. Окружность, треугольник, четырехугольник, указка, квадрат.
2. Число, деление, сложение, вычитание, умножение.
3. Стол, ковер, кресло, кровать, табурет.
4. Сантиметр, метр, килограмм, километр, миллиметр.
5. Глубокий, высокий, светлый, низкий, мелкий.
6. Скоро, быстро, постепенно, торопливо, поспешно.
7. Секунда, час, год, вечер, неделя.
8. Треугольник, отрезок, длина, квадрат, круг.
9. Сложение, умножение, деление, слагаемое, вычитание.
10. Круг, квадрат, треугольник, трапеция, прямоугольник.

**Ключ:** 1. Указка, 2. Число, 3. Ковёр, 4. Килограмм, 5. Светлый, 6. Скоро, 7. Вечер, 8. Длина, 9. Слагаемое, 10. Круг.

#### **Оценка результатов:**

Полученные результаты оценивались с учетом следующих критериев: если слово в строке было вычеркнуто правильно, согласно ключу, то ученик получал 1 балл, если нет- то 0 баллов. Таким образом, максимальное количество баллов, которое можно было набрать за выполнение всей работы – 10.

Полученные значения от 0 до 10 баллов распределялись по уровням следующим образом:

От 0 до 4 баллов – низкий уровень

От 4 до 7 баллов – средний уровень

От 7 до 10 баллов – высокий уровень.

## **Методика 2.**

Изучение мышления «Числовой ряд».

### **Тест Липпмана «Логические закономерности»**

**Ход опыта.** Испытуемым предъявляют письменно ряды чисел. Им необходимо проанализировать каждый ряд и установить закономерность его построения. Испытуемый должен определить два числа, которые бы продолжили ряд. Время решения заданий фиксируется.

#### **Числовые ряды:**

- ☛ 2, 3, 4, 5, 6, 7
- ☛ 6, 9, 12, 15, 18, 21
- ☛ 1, 2, 4, 8, 16, 32
- ☛ 4, 5, 8, 9, 12, 13
- ☛ 19, 16, 14, 11, 9, 6
- ☛ 29, 28, 26, 23, 19, 14
- ☛ 16, 8, 4, 2, 1, 0,5
- ☛ 1, 4, 9, 16, 25, 36
- ☛ 21, 18, 16, 15, 12, 10
- ☛ 3, 6, 8, 16, 18, 36

Проверить правильность ответов и уровень развития логического мышления по "ключу".

#### **"Ключи" и интерпретация результатов**

Предъявленные ряды	Правильные ответы
2, 3, 4, 5, 6,7	8, 9

6,	9,	12,	15,	18,	21	24,	27
1,	2,	4,	8,	16,	32	64,	128
4,	5,	8,	9,	12,	13	16,	17
19,	16,	14,	11,	9,	6	4,	1
29,	28,	26,	23,	19,	14	8,	1
16,	8,	4,	2,	1,	0,5	0,25,	0,125
1,	4,	9,	16,	25,	36	49,	64
21,	18,	16,	15,	12,	10	9,	6
3, 6, 8, 16, 18, 36					38, 76		

### Оценка результатов:

Если в строку были правильно вписаны два числа, согласно ключу, то ученик получал 1 балл, если нет – то 0 баллов. Таким образом, максимальное количество баллов, которое можно было набрать за выполнение всей работы – 10.

Полученные значения от 0 до 10 баллов распределялись по уровням следующим образом:

От 0 до 4 баллов – низкий уровень

От 4 до 7 баллов – средний уровень

От 7 до 10 баллов – высокий уровень.

## Приложение 2

### Тексты нестандартных задач.

1. Два сына и два отца съели 3 яйца. Поскольку яиц съел каждый?
2. Из трех монет одна фальшивая, она легче остальных. За сколько взвешиваний на чашечных весах без гирь можно определить, какая именно монета фальшивая?
3. Для покупки 8 воздушных шариков у Тани не хватает 20 рублей. Если она купит 5 шариков, то у нее останется 100 рублей. Сколько денег было у Тани? Сколько стоит один шарик?
4. Чашка и блюдце вместе стоят 250 рублей, а 4 чашки и 3 блюдца стоят 887 рублей. Найдите цену чашки и цену блюдца.
5. Курица, стоя на одной ноге весит 2 кг. Сколько она будет весить, стоя на двух ногах?
6. Из 9 монет одна фальшивая, она легче остальных. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, какая именно фальшивая?
7. Для покупки порции мороженого у Пети не хватало 7 рублей, а у Маши одного рубля. Тогда они сложили имевшиеся у них деньги. Но их также не хватило на покупку одной порции мороженого. Сколько стоила порция мороженого?
8. Известно, что 4 карандаша и 3 тетради стоят 96 рублей, а 2 тетради и 1 карандаш – 54 рублей. Сколько стоит один карандаш и одна тетрадь?
9. Летели гуси: 2 впереди, 1 сзади, 1 впереди, 2 позади. Сколько гусей летело?
10. В гараже стояли легковые машины и мотоциклы с колясками, всех вместе 18. У них было 65 колес. Сколько мотоциклов с колясками стояло в гараже?
11. Четыре утенка и пять гусят весят 4кг 100г, пять утят и четыре гусенка весят 4 кг. Сколько весит один утенок?

12. Можно ли имея два сосуда емкостью 3 и 5 литров, набрать из водопроводного крана 4 литра воды?

13. Два шпиона с Марса зарылись в песок и наблюдают за проходящим караваном. Они зарылись так, что один шпион видел только ноги, а второй только горбы. Первый насчитал 440 ног, а второй 160 горбов. Сколько двугорбых верблюдов в этом караване?

14. Как расставить 16 стульев у четырех стен комнаты, чтобы у каждой стены стояло по 5 стульев?

15. У крольчат и гусят вместе 44 ноги и 15 голов. Сколько крольчат и сколько утят?

16. Известно, что 4 карандаша и 3 тетради стоят 96 рублей, а 2 тетради и 2 карандаша – 54 рубля. Сколько стоят 8 карандашей и 7 тетрадей?

17. Сережа решил подарить маме на день рождения букет цветов (розы, тюльпаны или гвоздики) и поставить их или в вазу, или в кувшин. Сколькими способами он может это сделать? Покажите графически. (6)

18. Сколькими способами могут встать в ряд Кролик, Винни-Пух и Пятачок? Запиши все способы. (6)

19. Запиши трехзначное число из трех разных цифр (без нуля). Составь все возможные числа из этих цифр (6 чисел), чтобы цифры в них не повторялись.

20. В мешке 2 красных шарика и 4 синих. Из мешка достали 3 шарика. Можем ли мы утверждать, что среди них есть хотя бы один красный? (нет)

21. Числовой ряд. Продолжите числовой ряд:

а) 3; 12; 48..

б) 1; 8; 27..

22. Подумайте, как связаны первые два слова и укажите недостающее из списка.

а) Уменьшаемое – разность, Множитель – .....? (сумма; вычитаемое; произведение; умножение)

б) Сантиметр – миллиметр, гектар – ..... ? (километр; квадратный дециметр, площадь, метр)

23. Исключите лишнее слово:

а) сумма, разность, множитель, частное;

б) девять, двенадцать, восемь, пятнадцать.

24. За пять недель пират Ерёма способен выпить бочку рома. А у пирата Емели ушло б на это две недели. За сколько дней прикончат ром пираты, действуя вдвоем?

25. Лошадь съедает воз сена за месяц, коза – за два месяца, овца – за три месяца. За какое время лошадь, коза, овца вместе съедят такой же воз сена?

26. Продолжите ряд чисел:

а) 1 2 4 7 11 16....?28

б) 20 17 14 11 8 ? 2 6 10 14 18 ?

в) 15 23 19 24 27 ?

г) Найдите недостающее число: 1; 25; 9; 36; 4; 64; 49?

д) Продолжите ряд чисел: 31; 30; 15; 14; 7?

Ход рассуждений при решении задания.

1. Поиск закономерностей.

Попытка определения закономерности в расстановке чисел:

а) на сколько, во сколько больше или меньше;

б) при сравнении: последовательных чисел или через число, или через два числа и т.д.

2. Поиск закономерностей. Попытка определить закономерность в представлении чисел, связанных со степенью числа.

3. Поиск других оснований для построения ряда, например, перемножаются две цифры, входящие в предыдущее число.

4. Творческий этап. Разработка аналогичных числовых рядов.

27. Мама купила 4 воздушных шара: красные и голубые. Красных шаров больше, чем голубых. Сколько шаров каждого цвета купила мама? (с логическим аспектом)

28. Все ученики нашего класса завтра пойдут в театр. Пойдешь ли в театр ты? (с естественным рассуждением)

29. В парке растут деревья и кустарники. Сирень-кустарник. Растет ли в парке сирень? (с естественным рассуждением)

30. У Димы и Вовы 3 открытки. Сколько открыток у Димы? Сколько открыток у Вовы? (с логическим аспектом)

31. У Маши 2 юбочки и 3 кофточки. Сколькими способами она может составить комплект из юбочки и кофточки?

32. Три девочки на вопрос, по сколько им лет, ответили:

Маша. Мне вместе с Наташей 21 год.

Наташа. Я моложе Тамары на 4 года.

Тамара. Нам трём вместе 34 года.

Сколько лет каждой из девочек?

Решение. Тамаре:  $34-21=13$ (лет), Наташе:  $13-4=9$ (лет), Маше:  $21-9=12$ (лет)

33. Андрей и Сергей – братья. Вместе им 11 лет. Лена и Вера – их сёстры. Им вместе 15 лет. Сергей старше Лены на 1 год, а вместе им 13 лет. Определите, сколько лет каждому.

Решение.  $13-1=12$ (лет),  $12:2=6$ (лет) Лене,  $13-6=7$ (лет) Сергею,  $11-7=4$ (года) Андрею,  $15-6=9$ (лет) Вере.

34. Люда и Надя купили в буфете по булке, а Лена забыла взять с собой деньги, чтобы купить булку. Тогда Люда и Надя дали Лене по  $\frac{1}{2}$  булки. Кому больше досталось булки?

Ответ: Люде и Наде досталось по  $\frac{1}{2}$  булки, а Лене 2 половинки, т.е. целая булка.

35. Сколько сейчас времени, если:

- А) От начала суток минутная стрелка сделала 6 полных оборотов?  
Б) От начала суток прошло столько часов, сколько осталось до конца суток?  
В) Часовая стрелка стоит между 6 и 7, а минутная – на 6?

Ответ: А) 6 часов утра. Б) 12 часов дня. В) 6ч 30 мин утра или вечера.

36. Саша выполнял рисунок в течение 3 часов. За это время он сосчитал, что стенные часы пробили всего 15 раз. Каждый раз часы делают столько ударов, сколько часов они показывают. С какого и по какой час Саша был занят рисованием?

Решение. Если мальчик сел после 12 часов, то было бы 6 ударов. Но ударов было на  $15-6=9$  больше, следовательно, к каждому часу предполагаемого времени надо прибавить  $9:3=3$ . Саша сел рисовать до  $1+3=4$  ч. Он услышал удары 4, 5, 6, а всего:  $4+5+6=15$ .

37. Ребята повели на водопой лошадей. Сколько было ребят и сколько лошадей, если при подсчёте оказалось 26 голов и 82 ноги?

Ответ: 11 ребят и 15 лошадей.

38. Во дворе ходят индюки и козочки, у всех вместе 44 ноги и 14 голов. Сколько индюков и козочек ходят во дворе?

Ответ: 8 козочек, 6 индюков.

39. Кусочек сахара весит 8 г. Для всей семьи из пяти человек купили 1 кг сахара. На сколько дней его хватит, если расходовать по 5 кусочков в день на человека?

Ответ: на 5 дней.

40. Ученик купил несколько одинаковых жевательных резинок. Если бы он купил на 3 жевательных резинки больше, то заплатил бы 135 рублей, а

если на 4 меньше, то только 30 рублей. Сколько ученик купил жевательных резинок?

Решение.

$$(135-30):7=15 \text{ (р.)}$$

$$15 \cdot 3=45 \text{ (р.)}$$

$$135-45=90 \text{ (р.)}$$

$$90:15=6 \text{ (ж.)} - \text{ купил ученик.}$$

41. Хозяйка развела кур и кроликов. Всего у них 35 голов и 94 ноги. Сколько у хозяйки кур и сколько кроликов?

Решение.

*1 способ.*

$$35 \cdot 2=70 \text{ (ног)} - \text{ могло быть куриных.}$$

$$94-70=24 \text{ (ноги)} - \text{ кроличьих.}$$

$$4-2=2 \text{ (ноги)} - \text{ на столько меньше у кролика.}$$

$$24:2=12 \text{ (кроликов)}$$

$$35-12=23 \text{ (курицы)}$$

*2 способ.*

$$35 \cdot 4=140 \text{ (ног)} - \text{ могло быть кроличьих.}$$

$$140-94=46 \text{ (ног)} - \text{ куриных.}$$

$$4-2=2 \text{ (ноги)}$$

$$46:2=23 \text{ (курицы)}$$

$$35-23=12 \text{ (кроликов)}$$

42. Поезд из Ленинграда в Москву проходил за каждый час 90км, а поезд из Москвы в Ленинград проходит за час 100 км. Какой из поездов будет ближе к Ленинграду в момент их встречи?

43. Какое число делится на все числа (без остатка)? (0)

44. Крышка стола имеет 4 угла. Один из них отпилили. Сколько углов стало у крышки? (5 углов)

45. Четверо играли в домино 4 часа. Сколько часов играл каждый из участников? (4 часа)

46. Сколько треугольников на рисунке? ( 6 треугольников)

