МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»
Институт социально-гуманитарных технологий

Кафедра Информационных технологий обучения и математики (ИТОиМ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
(для очной и заочной форм обучения)

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В СОЦИАЛЬНОЙ РАБОТЕ

Направление подготовки / Профиль
39.03.02 Социальная работа / Социальная работа в системе социальных служб
Квалификация (степень) – бакалавр

Красноярск 2016

(оборотная сторона титульного листа)

Рабочая программа дисциплины
«Математические методы в социальной работе»

составлена __________доцентом Романовой Н.Ю.
(должность и ФИО преподавателя)

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры
__Информационных технологий обучения и математики (ИТОиМ)_________
____

протокол № __1___ от "_31_"___августа_______2016 г.

Заведующий кафедрой ____Безруков А.А._______________
(ф.и.о., подпись)

Одобрено учебно-методическим советом
____
(указать наименование совета и направление)

"____" ___________201__ г.

Председатель ________________________________
(ф.и.о., подпись)

Аннотация рабочей программы дисциплины
«Математические методы в социальной работе»

Цели изучения дисциплины:

Целью изучения данной дисциплины является развитие знаний о математических методах исследования, овладение практическими умениями и навыками, необходимыми для эффективной организации обработки статистических данных.

Задачи изучения дисциплины.

Изучение понятий и прикладных методов математической статистики, формирования навыков использования современных программных инструментов, предназначенных для решения задач статистической обработки экспериментальных данных.

Содержание дисциплины.

Входной контроль, повторение.

Раздел №1. Методы классической математики в соц. работе.
Раздел №2. Проверка статистических гипотез.
Раздел №3. Корреляционный анализ.
Раздел №4. Современные программные инструменты, предназначенных для решения задач статистической обработки экспериментальных данных.

Место дисциплины в структуре ООП. Дисциплина входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла Б2.В.ДВ.

Требования к предварительной подготовке студента. Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь базовую подготовку по курсам Основы математической обработки информации и Информационная культура и технологии в образовании.

.

Трудоёмкость дисциплины: 4 зачетных единицы.
Семестры изучения и формы итогового контроля знаний: 2 семестра на 3-4 курсе, экзамен.

Формируемые компетенции. Дисциплина участвует в формировании компетенций: ОК–1, ОК-10, ОК-12.

Виды занятий. Лекции, семинарские занятия, самостоятельная работа студента.

Пояснительная записка

1. Место дисциплины в структуре образовательной программы.
Рабочая программа дисциплины «Математические методы в социальной работе» разработана в соответствии с проектом ФГОС ВО 3 + по направлению подготовки: 39.03.02 Социальная работа. Профиль «Социальная работа в системе социальных служб» – заочная формы обучения. Квалификация (степень): бакалавр. Данная дисциплина входит в базовую часть естественнонаучного блока и изучается на 3-4 курсах в течение 2-х семестров.

2. Трудоемкость дисциплины
На изучение дисциплины отведено 4 З.Е.(144 часов).
Аудиторных занятий – 14 часов:
лекций – 4 часов;
семинаров — 10 часов;
Самостоятельная работа студентов – 94 часов.

3. Цели освоения дисциплины:
Целью освоения учебной дисциплины «Математические методы в социальной работе» является развитие знаний о математических методах исследования, овладение практическими умениями и навыками, необходимыми для эффективной организации исследовательской работы.

4. Планируемые результаты обучения.
Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Общекультурные компетенции:

- владеть культурой мышления, способен к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения - ОК-1
- использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, в том числе медицины, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования - ОК-10
- владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией - ОК-12

Таблица
«Планируемые результаты обучения»

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения

		(компетенция)
Изучение понятий и прикладных методов математической статистики	*Знать:* - особенности информации, использующейся в социально-психологической сфере; - основные методы обработки информации. *Уметь:* - математически обосновывать свои научные и практические выводы; - выбирать подходящий для социальных задачи метод математической обработки данных и использовать алгоритм применения избранного метода; - самостоятельно анализировать и интерпретировать эмпирические данные. *Владеть:* - различными шкалами измерений; - теоретическими сведениями и формулами для расчета типовых задач, наиболее часто встречающихся в социальных исследованиях.	ОК-1 ОК-10
Формирования навыков использования современных программных инструментов, предназначенных для решения задач математической обработки экспериментальных данных.	*Знать:* - основные программные средства для обработки математической информации. *Уметь:* - Использовать доступные цифровые ресурсы для обработки данных эксперимента *Владеть:* - методами обработки на компьютере типовых задач математической статистики	ОК-12

5. Контроль результатов освоения дисциплины «Математические методы в социальной работе».

Посещение лекций, решение контрольных, самостоятельных и домашних работ, выполнение лабораторных работ, подготовка к семинарам, решение задач с помощью специальных программ онлайн-сервисов..

Форма итогового контроля - экзамен.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонды оценочных средств».

6. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины «Математические методы в социальной работе»

1. Современное традиционное обучение (лекционно-семинарская-зачетная система).

2. Обучение с использованием современных компьютерных средств: решение задач обработки математической информации с помощью офисных и специализированных программ, обучение с использованием онлайн-сервисов.

Лист согласования учебной программы с другими дисциплинами образовательной программы
на 201__/ _______ учебный год

Наименование дисциплин, изучение которых опирается на данную дисциплину	Кафедра	Предложения об изменениях в дидактических единицах, временной последовательности изучения и т.д.	Принятое решение (протокол №, дата) кафедрой, разработавшей программу

Заведующий кафедрой ________________________

Председатель НМС
____

"____" ____________20__ г.

ЛИСТ ВНЕСЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ

Дополнения и изменения в учебной программе на 2016/2017 учебный год

В учебную программу вносятся следующие изменения:

1. Изменен титульный лист РПД
2. Изменено содержание основных разделов
3. Разработаны тесты входного контроля
4. Изменения в курсе лекций: модернизирована форма, дополнено и изменено содержание.
5. Модернизирован фонд оценочных средств:
   - Разработаны новые лабораторные работы по математической обработке информации.
   - Разработаны тестовые задания для раздела 1.
6. Дополнена карта литературного обеспечения дисциплины.

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
"_09_" _12____ 2016__г., протокол № _4_______

Внесенные изменения утверждаю

Заведующий кафедрой
____

Декан факультета (директор института)
______________________________ "_____"___________ 201__г.

Организационно-методические документы

Технологическая карта обучения дисциплине

Математические методы в социальной работе

(наименование дисциплины)

Для обучающихся образовательной программы

(указать уровень, шифр и наименование направления подготовки,)

Направление подготовки: 39.03.02 Социальная работа. Профиль «Социальная работа в системе социальных служб» – заочная формы обучения. Квалификация (степень): бакалавр

(общая трудоемкость дисциплины __4__ з.е.)

раздел	Наименование разделов и тем.	Всего часов (з.ед)	Аудиторных часов				Внеаудиторных часов	Результаты обучения и воспитания	Формы и методы контроля
			всего	лек	сем	лаб			

№1. Методы классической математики в соц. работе	Применение матричного исчисления в социальной работе. Миграционная и популяционные матрицы. Дифференциальные уравнения в социальных процессах. Основные типы диф. уравнений.		4	1	2		30	Знать: Понятие матрицы и арифметических операций с матрицами. Понятие миграционной матрицы. Уметь:производить операции с матрицами. Составлять социологические матрицы Владеть: современными методами матричного исчисления Знать: основные методы решения диф. уравнений Уметь: решать диф. уравнения Владеть: современными методами решения диф. уравнений	Контрольные и лабораторные работы. Применение электронных таблиц и онлайн-калькуляторов для матричного исчисления.
№2. Проверка статистических гипотез.	Тема №1: Основные понятия математической статистики. Тема №2: Упорядочивание статистической информации. Тема №3: Статистика критерия. Критические области. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Проверка статистических гипотез о законах распределения. Тема №4: Непараметрические критерии определения достоверности различия независимых совокупностей		4	1	3		30	Знать: Алгоритм проверки статистической гипотезы и выбора статистического критерия. Уметь: Определять необходимый статистический критерий, число степеней свободы, достоверность разницы показателей; рассчитывать критические значения критериев. Владеть: Параметрическими и непараметрическими методами сравнения результатов исследования. Знать: понятие и критерии выбора методики расчета коэффициента корреляции.. Уметь: определять степень	Контрольные и лабораторные работы.

								корреляционной связи экспериментальных данных, достоверность корреляции. Владеть: техникой расчета коэффициентов корреляции для различных типов статистических данных, методикой построения парной регрессии.	
№3. Корреляционный анализ.	Тема №1: Коэффициенты парной корреляции. Коэффициент корреляции Пирсона. Определение достоверности коэффициента корреляции. Тема №2: Непараметрический корреляционный анализ. Ранговая корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена, Кендалла, проверка гипотезы о их значимости. Коэффициент ассоциации, тетрахорический показатель связи. Тема №3: Регрессионный анализ. Метод наименьших квадратов для нахождения выборочных параметров уравнения регрессии. Проверка адекватности построенной регрессионной модели эмпирическим данным.		4	1	3		20	Знать: понятие и критерии выбора методики расчета коэффициента корреляции.. Уметь: определять степень корреляционной связи экспериментальных данных, достоверность корреляции. Владеть: техникой расчета коэффициентов корреляции для различных типов статистических данных, методикой построения парной регрессии.	Контрольные и лабораторные работы.
№4. Современные программные	Тема №1: Работа в электронных таблицах.		2	1	2		14	Знать: Статистические функции ЭТ	Контрольные и лабораторные

инструменты, предназначенных для решения задач статистической обработки экспериментальных данных.	Тема №2: Решение задач математической статистики в онлайн-калькуляторах.							Уметь: Определять в ЭТ объем выборки, максимальное, минимальное значение выборки. Производить вычисления по формулам. Строить статистические диаграммы и графики, ранжировать данные выборки. Владеть: Методикой нахождения моды, медианы, среднего значения, среднеквадратического отклонения по данным выборки; определения корреляционной связи, построения регрессий, определения коэффициента детерминации средствами ЭТ.	работы. по расчету параметров распределения, исследованию связей и различий статистических данных в ЭТ.
Итоговый модуль									Экзамен
итого		144	14	4	10		94		

Содержание основных разделов и тем дисциплины «Математические методы в социальной работе»

Входной контроль, повторение.

Раздел №1. Методы классической математики в соц. работе.
Тема №1: Применение матричного исчисления в социальной работе. Миграционная и популяционные матрицы. Применение электронных таблиц и онлайн-калькуляторов для матричного исчисления.
Тема №2. Дифференциальные уравнения в социальных процессах. Основные типы диф. уравнений.

Раздел №2. Проверка статистических гипотез.
Тема №1: Основные понятия математической статистики.
Выборочные характеристики случайной величины. Свойства выборочных характеристик. Точечные оценки основных числовых характеристик генеральной совокупности. Интервальная оценка числовой характеристики генеральной совокупности. Коэффициент вариации. Оценка необходимого объёма наблюдений для получения оценок генерального среднего с заданной точностью и надёжностью.
Тема №2: Упорядочивание статистической информации.
Тема №3: Статистика критерия. Критические области. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Проверка статистических гипотез о законах распределения.
Тема №4: Критерии согласия. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых нормально распределенных выборок. Малые выборки. Критерии Стьюдента для зависимых и независимых выборок.
Тема №5: Дисперсионный анализ. Общая постановка задачи дисперсионного анализа, условия применимости параметрического дисперсионного анализа.
Тема №6: Непараметрические критерии определения достоверности различия независимых совокупностей: U-Манна – Уитни, Колмогорова – Смирнова, Краскела-Уоллиса. Непараметрические критерии определения достоверности различия зависимых совокупностей: знаков, Вилкоксона, Фридмана. Номинальные признаки. Сравнение групп по качественному признаку. Критерий Z, поправка Йетса на непрерывность. Анализ таблиц сопряженности. Вычисление наблюдаемых и ожидаемых частот в таблицах сопряженности. Критерий χ^2, Точный критерий Фишера.

Раздел №3. Корреляционный анализ.
Тема №1: Коэффициенты парной корреляции. Коэффициент корреляции Пирсона. Определение достоверности коэффициента корреляции.

Тема №2: Непараметрический корреляционный анализ. Ранговая корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена, Кендалла, проверка гипотезы о их значимости. Коэффициент ассоциации, тетрахорический показатель связи.
Тема №3: Регрессионный анализ. Метод наименьших квадратов для нахождения выборочных параметров уравнения регрессии. Проверка адекватности построенной регрессионной модели эмпирическим данным.
Множественный регрессионный анализ. Коэффициенты множественной корреляции и детерминации. Независимость факторов. Уравнение регрессии.
Нелинейное оценивание. Корреляционное отношение, его свойства.

Раздел №4. Современные программные инструменты, предназначенных для решения задач статистической обработки экспериментальных данных.
Тема №1: Работа в электронных таблицах.
Тема №2: Решение задач математической статистики в онлайн-калькуляторах.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические рекомендации по организации изучения дисциплины «Математические методы в социальной работе»

Рекомендуемые образовательные технологии:

- Посещение лекций.
- Посещение практических занятий.
- Выполнение домашних самостоятельных заданий.
- Выполнение контрольных и лабораторных работ.

Изучение дисциплины разделено на несколько разделов: входной, три базовых и итоговый. Работы, входящие в базовые и итоговый разделы, являются обязательными, и, в зависимости от качества их выполнения, оцениваются соответствующим количеством баллов.

Выполнение лабораторных работ производится согласно «Методическим рекомендациям для студентов». Выбор лабораторных для выполнения на аудиторных занятиях производится преподавателем в зависимости от отведенных на практические занятия часов и успеваемости группы.

Планирование и организации времени, отведенного на изучение дисциплины.

Контрольные работы должны быть сданы к зачетной неделе.

Проблемные вопросы разрешаются на индивидуальных занятиях, назначаемых преподавателем по мере необходимости в количестве, предусмотренном учебным планом.

Компоненты мониторинга учебных достижений

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА РЕЙТИНГА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины/курса	Уровень/ступень образования	Статус дисциплины в рабочем учебном плане (А, В, С)	Количество зачетных единиц/часов
«Основы мат. обработки информации»	бакалавр		4 з.е. 144 часов
Смежные дисциплины по учебному плану			
Предшествующие: Основы математической обработки информации и Информационная культура и технологии в образовании			
Последующие: профильные предметы			

ВХОДНОЙ раздел (проверка «остаточных» знаний по ранее изученным смежным дисциплинам)			
	Форма работы*	Количество баллов 0 %	
		min	max
	Тестирование	**0**	**0**
Итого		**0**	**0**

БАЗОВЫЙ раздел № 1			
Форма работы*		Количество баллов 20%	
		min	max
Текущая работа			
	Решение задач	**4**	**8**
	Выполнение лабораторных работ	**4**	**5**
	Индивидуальное задание	**3**	**5**
Промежуточный рейтинг-контроль	Тестирование	**2**	**2**
Итого		**13**	**20**

БАЗОВЫЙ раздел № 2			
Форма работы*		Количество баллов 20 %	
		min	max
Текущая работа			
	Контрольные работы	**4**	**8**
	Самостоятельные работы	**4**	**5**
	Индивидуальное задание	**3**	**5**
Промежуточный рейтинг-контроль	Тестирование	**2**	**2**
Итого		**13**	**20**

БАЗОВЫЙ раздел № 3			
Форма работы*		Количество баллов 26 %	
		min	max
Текущая работа			
	Постановка и проведение эксперимента по статистической обработке результатов измерений	**6**	**14**
	Самостоятельные работы	**4**	**5**
	Индивидуальное задание	**3**	**5**
Промежуточный рейтинг-контроль	Тестирование	**2**	**2**
Итого		**15**	**26**

Итоговый раздел			
Содержание	Форма работы*	Количество баллов 34 %	
		min	max
	Зачетное тестирование	**24**	**34**
Итого		**24**	**34**

Общее количество баллов по дисциплине	min	max
	60	**100**

ФИО преподавателей: Романова Н.Ю.

Утверждено на заседании кафедры _____________20___г. Протокол №______

Зав. кафедрой__________________________

Фонд оценочных средств (контрольно-измерительные материалы)

по дисциплине
«Математические методы в социальной работе»

Входной контроль.

Выберите один правильный ответ

1. Величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причем неизвестно заранее какое именно называется:
    1) переменной
    2) детерминированной
    3) постоянной
    4) случайной.
2. Всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими ей вероятностями называется:
    1) законом распределения вероятностей
    2) законом распределения случайной величины
    3) числовыми характеристиками случайной величины.
3. Числовые значения, принимаемые случайной величиной, называются:
    1) вариантами
    2) переменными
    3) рангами
    4) событиями.
4. Случайные величины, которые могут принимать счетное множество значений, называются:
    1) непрерывными
    2) дискретными.
5. Артериальное давление – это случайная величина:
    1) дискретная
    2) непрерывная.
6. Число вызовов врача на дом – это случайная величина:
    1) дискретная
    2) непрерывная.
7. Если на изменение случайной величины действует множество различных независимых факторов, каждый из которых в отдельности не имеет преобладающего значения, то распределение этих величин происходит по закону:
    1) Пуассона
    2) Гаусса
    3) Максвелла
    4) Больцмана.
8. Отклонение варианты от математического ожидания, выраженное в сигмах называется:
    1) средним квадратическим отклонением
    2) математическим ожиданием
    3) нормированным отклонением
    4) дисперсией.
9. Интервал, в котором может находиться случайная величина с заданной вероятностью, называется:
    1) интервалом группировки

2) доверительным интервалом
3) размахом распределения.

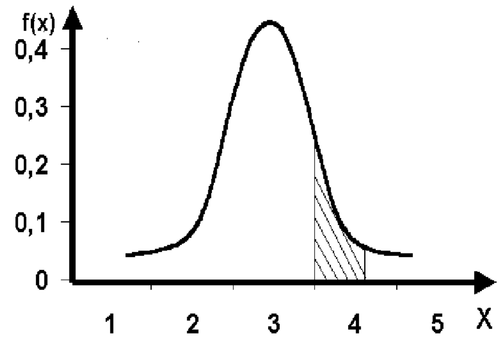
10. Общее число величин, по которым вычисляют соответствующие статистические показатели, минус число тех условий, которые связывают эти величины, называется:
    1) шириной интервала
    2) числом классов группировки
    3) числом степеней свободы.

11. Если доверительная вероятность равна 0,999, то уровень значимости равен:
    1) 0,005
    2) 0,1
    3) 0,01
    4) 0,001.
12. Если доверительная вероятность равна 0,99, то уровень значимости равен:
    1) 0,001
    2) 0,5
    3) 0,01
    4) 0,05.
13. Если доверительная вероятность равна 0,95, то уровень значимости равен:
    1) 0,005
    2) 0,5
    3) 0,01
    4) 0,05.
14. За доверительные вероятности в биологии и медицине выбираются значения:
    1) $P \geq 0,95$
    2) $P \geq 0,68$
    3) $P \leq 0,95$.
15. Коэффициент асимметрии рассчитывается по формуле:
    1) $\dfrac{M[x_i - M(x)]^3}{\sigma^3}$
    2) $\dfrac{M[x_i - M(x)]^4}{\sigma^4} - 3$
    3) $M[x_i - M(x)]^2$.
16. Показатель эксцесса рассчитывается по формуле:
    1) $\dfrac{M[x_i - M(x)]^3}{\sigma^3}$
    2) $\dfrac{M[x_i - M(x)]^4}{\sigma^4} - 3$
    3) $M[x_i - M(x)]^2$.

17. Для нормального распределения коэффициент асимметрии:
    1) больше нуля
    2) меньше нуля

3) равен нулю
4) равен единице.

18. Для нормального распределения показатель эксцесса:
    1) больше нуля
    2) меньше нуля
    3) равен нулю
    4) равен единице.
19. Для нормально распределенной случайной величины математическое ожидание равно 30, среднеквадратическое отклонение равно 10, тогда вероятность того, что случайная величина примет значение меньше 25 равно:
    1) 0,3085
    2) 0,6915
    3) 0,2854.
20. При увеличении доверительной вероятности доверительный интервал:
    1) расширяется
    2) сужается
    3) не изменяется.
21. Величина, равная отношению вероятности попадания случайной величины X в тот или иной интервал ее значений к величине этого интервала ΔX, называется:
    1) плотностью распределения вероятностей
    2) законом распределения вероятностей;
    3) функцией распределения вероятностей.
22. Площадь заштрихованной области на рисунке равна:
    1) интервалу изменения случайной величины;
    2) вероятности попадания случайной величины в данный интервал
    3) плотности вероятности случайной величины.



23. Доверительный интервал можно определить следующим образом:
    1) $\pm t\sigma$
    2) $\dfrac{X_{max} - X_{min}}{k}$
    3) $X_{min} - \dfrac{\Delta X_i}{2}$.
24. Функция, равная вероятности того, что случайная величина X примет значение, меньшее какого-то наперёд заданного значения x, называется:
    1) функцией плотности распределения вероятностей
    2) функцией распределения вероятностей.
25. Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания называется:
    1) среднеквадратическим отклонением
    2) математическим ожиданием
    3) нормированным отклонением
    4) дисперсией.
26. Случайные величины, которые могут принимать любые значения на определенном интервале, называются:
    1) непрерывными

2) дискретными.

27. Для нормального закона распределения функция плотности вероятности выражается формулой:

1) $f(v) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2/(2kT)}$

2) $F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$

3) $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.

28. Для нормального закона распределения функция распределения вероятности выражается формулой:

1) $f(v) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2/(2kT)}$

2) $F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$

3) $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

29. Величина, характеризующая рассеяние случайной величины вокруг ее математического ожидания, выраженная в единицах измерения случайной величины называется:
    1) среднеквадратическим отклонением
    2) математическим ожиданием
    3) нормированным отклонением
    4) дисперсией.
30. Нормальное распределение характеризуется следующими закономерностями:
    1) математическое ожидание случайной величины является центром распределения и наиболее вероятным значением случайной величины
    2) график нормальной кривой симметричен относительно центра распределения
    3) вероятность Р встретить значение, отличающееся от математического ожидания больше, чем на 3δ, достаточно велика (P>0,25)
    4) вероятность Р встретить значение, отличающееся от математического ожидания больше, чем на 3δ, мала (P<0,003)
    5) форма кривой нормального распределения зависит от значения математического ожидания.
31. Нормальное распределение полностью характеризуется следующими параметрами:
    1) математическим ожиданием
    2) среднеквадратическим отклонением
    3) доверительной вероятностью
    4) числом испытаний
    5) вероятностью ожидаемого результата
    6) дисперсией.

32. Величина доверительного интервала при нормальном распределении случайной величины:
    1) зависит от значения доверительной вероятности
    2) не зависит от значения доверительной вероятности
    3) зависит от выбранного уровня значимости
    4) не зависит от выбранного уровня значимости
    5) зависит от числа вариант в ряду
    6) не зависит от числа вариант в ряду.
33. Математическое ожидание дискретной и непрерывной случайных величин определяется по формулам:
    1) $\sum_{i=1}^{n} X_i P_i$
    2) $M\left[X_i - M(X)\right]^2$
    3) $\sum_{i=1}^{n} \left[X_i - M(X)\right]^2 P_i$
    4) $\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$
    5) $\int_{-\infty}^{\infty} (x - M(x))^2 f(x)dx$.
34. Функция распределения вероятностей не может быть:
    1) положительной
    2) отрицательной
    3) большей единицы.
35. Функция распределения вероятностей всегда:
    1) положительна
    2) отрицательна
    3) принимает значения $0 \le F(x) \le 1$
    4) принимает значения $F(x) > 1$.

Установите соответствие

36. Между условием нормировки и типом случайной величины:

1) $\sum_{i=1}^{n} P(X_i) = 1$	а) дискретная случайная величина
2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$	б) непрерывная случайная величина.

37. Между основными числовыми характеристиками случайных величин и их формулами:

1) математическое ожидание непрерывной случайной величины	а) $\sum_{i=1}^{n} X_i P_i$

2) дисперсия непрерывной случайной величины — б) $\sum_{i=1}^{n}\left[X_i - M(X)\right]^2 P_i$

3) математическое ожидание дискретной случайной величины — в) $\int_{-\infty}^{\infty}(x - M(x))^2 f(x)dx$

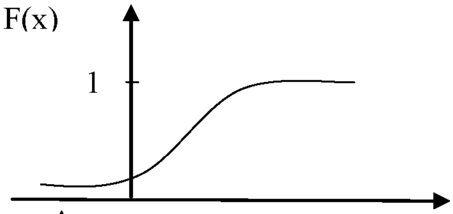
4) дисперсия дискретной случайной величины — г) $\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

5) среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины — д) $\sqrt{D}$.

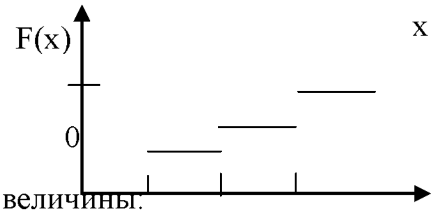
6) Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины

38. Между графиком функции распределения вероятности и типом случайной величины:

1) дискретная случайная величина — а)

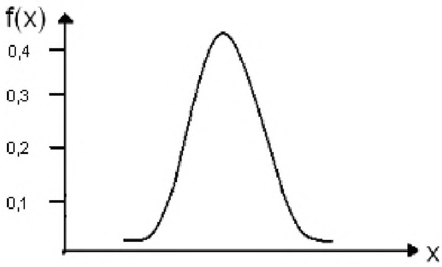


2) непрерывная случайная величина — б)

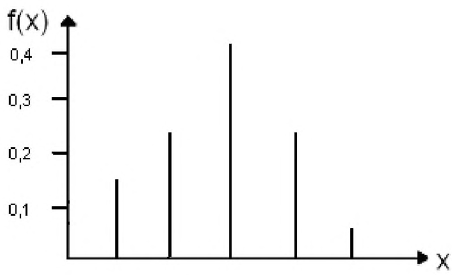


39. Между видом распределения и типом случайной величины:

1) дискретная случайная величина — а)



2) непрерывная случайная величина — б)



Вставьте в логической последовательности значения, слова или фразы

40. Если случайная величина распределена по закону:

X	3	5	10
P	0,1	0,4	0,5

то ее математическое ожидание равно ____, дисперсия равна____, среднеквадратическое отклонение равно _____.

1) 54
2) 10,81
3) 7,61
4) 2,76
5) 7,35.

41. По нормальному закону могут распределяться _________случайные величины.
    1) дискретные
    2) непрерывные
    3) и дискретные и непрерывные.

42. Для нормально распределенной случайной величины M(X)=70, σ=10. Тогда в интервале от 60 до 80 будет находиться ________ возможных значений случайной величины.
    1) 70%
    2) 68,3%
    3) 95,5%
    4) 99,9%.

43. Увеличение математического ожидания ___________форму нормальной кривой, при этом кривая _______ вдоль оси х.
    1) изменяет
    2) не изменяет
    3) сдвигается влево
    4) сдвигается вправо.

44. Уменьшение математического ожидания ________ форму нормальной кривой, при этом кривая __________ вдоль оси х.
    1) изменяет
    2) не изменяет
    3) сдвигается влево
    4) сдвигается вправо

45. При уменьшении среднеквадратического отклонения ордината нормально кривой ________, а сама кривая _________.
    1) увеличивается
    2) уменьшается
    3) не изменяется
    4) будет более пологой
    5) будет менее пологой.

46. При увеличении среднеквадратического отклонения ордината нормально кривой ________, а сама кривая _________.
    1) увеличивается
    2) уменьшается
    3) не изменяется
    4) будет более пологой
    5) будет менее пологой.

Банк контрольных заданий и вопросов по дисциплине «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В СОЦИАЛЬНОЙ РАБОТЕ»

Обработка результатов измерений

Найти *математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение* дискретной случайной величины X по данному закону ее распределения, заданному в виде таблицы:

X_i	*15*	*19*	*24*	*27*	*30*
p_i	*0,1*	*0,2*	*0,3*	*0,1*	*0,3*

X_i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
p_i	*0,1*	*0,2*	*0,2*	*0,1*	*0,4*

X_i	*5*	*7*	*9*	*11*	*13*
p_i	*0,2*	*0,2*	*0,2*	*0,1*	*0,3*

X_i	*2*	*4*	*6*	*7*	*13*
p_i	*0,1*	*0,1*	*0,3*	*0,2*	*0,3*

X_i	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*
p_i	*0,3*	*0,2*	*0,1*	*0,1*	*0,3*

X_i	*0,8*	*0,9*	*1,1*	*1,5*	*1,7*
p_i	*0,1*	*0,2*	*0,1*	*0,1*	*0,5*

X_i	*2,5*	*3,5*	*4,0*	*4,5*	*5,0*
p_i	*0,5*	*0,1*	*0,1*	*0,1*	*0,2*

X_i	*1,5*	*1,9*	*2,4*	*2,7*	*3,0*
p_i	*0,2*	*0,2*	*0,3*	*0,1*	*0,2*

X_i	*0,15*	*0,19*	*0,24*	*0,27*	*0,30*

p_i	*0,1*	*0,2*	*0,3*	*0,3*	*0,1*

X_i	*900*	*1090*	*1024*	*1027*	*1030*
p_i	*0,4*	*0,2*	*0,1*	*0,1*	*0,2*

Над случайной величиной, распределенной по нормальному закону, произведено N опытов. Получены оценочные значения математического ожидания - $\overline{X}$ и среднеквадратического отклонения - σ. Найти *доверительный интервал* с заданной надежностью β.

a) $N=10$, $\overline{X}=4.6$, $\sigma=1.2$, $\beta=0.99$
b) $N=20$, $\overline{X}=5.6$, $\sigma=1.05$, $\beta=0.99$
c) $N=40$, $\overline{X}=55$, $\sigma=12$, $\beta=0.95$
d) $N=50$, $\overline{X}=556$, $\sigma=12$, $\beta=0.95$
e) $N=70$, $\overline{X}=88$, $\sigma=12$, $\beta=0.90$
f) $N=80$, $\overline{X}=7.05$, $\sigma=2.02$, $\beta=0.90$
g) $N=100$, $\overline{X}=66.2$, $\sigma=5.4$, $\beta=0.8$
h) $N=100$, $\overline{X}=908$, $\sigma=24$, $\beta=0.8$
i) $N=100$, $\overline{X}=0.05$, $\sigma=0.01$, $\beta=0.99$
j) $N=100$, $\overline{X}=0.89$, $\sigma=0.18$, $\beta=0.95$

Над случайной величиной, распределенной по нормальному закону, произведено *10* опытов. Получить оценочные значения *математического ожидания* - $\overline{X}$, *среднеквадратического отклонения* - σ. Построить *доверительный интервал* I_β с доверительной вероятностью *0,95*.

№ опыта - i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
X_i	*10.1*	*10.5*	*10.1*	*10.1*	*10.2*	*10.3*	*9.8*	*9.9*	*10.0*	*10.3*

№ опыта - i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
X_i	*101*	*105*	*101*	*101*	*102*	*103*	*98*	*99*	*100*	*113*

№ опыта - i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
X_i	*0.55*	*0.56*	*0.53*	*0.50*	*0.49*	*0.52*	*0.51*	*0.58*	*0.53*	*0.51*

№ опыта - i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
X_i	*66*	*65*	*63*	*64*	*68*	*61*	*69*	*62*	*66*	*65*

№ опыта - i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
X_i	*562*	*580*	*577*	*590*	*569*	*587*	*591*	*568*	*576*	*588*

№ опыта - i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
X_i	*12*	*13*	*13*	*13*	*15*	*16*	*12*	*11*	*10*	*15*

№ опыта - i	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
X_i	*0.001*	*0.002*	*-0.004*	*-0.003*	*0.007*	*-0.006*	*0.004*	*-0.002*	*0.004*	*0.004*

№ опыта - i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	25	26	28	23	24	26	29	25	21	26

№ опыта - i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	448	449	442	446	447	445	441	442	442	445

Оценить *совместное распределение вероятностей* величин X и Y (Найти коэффициент корреляции X и Y):

Y_i	448	449	442	446	447	445	441	442	442	445
X_i	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

Y_i	4	6	2	6	7	3	4	5	1	6
X_i	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

Y_i	5	9	3	8	11	3	6	7	4	10
X_i	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

Y_i	448	449	442	446	447	445	441	442	442	445
X_i	0.001	0.002	-0.004	-0.003	0.007	-0.006	0.004	-0.002	0.004	0.004

Y_i	0.001	0.002	-0.004	-0.003	0.007	-0.006	0.004	-0.002	0.004	0.004
X_i	0.2	0.3	-0.8	-0.6	0.14	-0.1	0.7	-0.4	0.8	0.9

Y_i	25	26	28	23	24	26	29	25	21	26
X_i	2	2	3	2	2	3	3	3	2	3

Y_i	25	26	28	23	24	26	29	25	21	26
X_i	0.2	0.3	0.3	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.2	0.3

Y_i	12	13	13	13	15	16	12	11	10	15
X_i	1.2	1.3	1.1	1.3	1.4	1.1	1.2	1.2	1.1	1.3

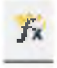
Y_i	48	49	52	50	59	64	50	45	42	61
X_i	12	13	13	13	15	16	12	11	10	15

Найти вероятность попадания величины X, распределенной по нормальному закону, в заданный интервал, если известны параметры её распределения:

Интервал	Параметры распределения	
$(4.7;\infty)$	a=4.6	σ=1.2
(4.5;5.5)	a=5.6	σ=1.0
(57;60)	a=55	σ=12
(550;560)	a=556	σ=12
(90;95)	a=88	σ=12
(6.8;6.9)	a=7.05	σ=2.02
(70;71)	a=66.2	σ=5.4
(850;950)	a=908	σ=24
$(-\infty;0.04)$	a=0.05	σ=0.01
$(0.9;\infty)$	a=0.89	σ=0.18

Практикоориентированные задания

Лабораторная работа. Расчет генеральных параметров распределения оп выборочным данным в ЭТ

Подготовьте в электронных таблицах мини-программу по расчету описательной статистики для ряда эмпирических данных с максимальным объемом выборки – 100, для этого в следующие ячейки введите формулы или функции (мастер функций находится в строке формул -  либо с помощью команды главного меню *Вставка-Функция…*), рассчитывающие различные статистические параметры:

Статистический параметр	***Ячейка диапа-зон***	***Вводимая информация***
Исходные данные	A2:A102	Отформатируйте диапазон неяркой зелёной заливкой и рамкой. В А1 напишите «Данные выборки». Введите в столбец данные вашей выборки (не более 100, если необходимо обрабатывать больший массив, используйте здесь и далее диапазон необходимых размеров, например А2:А502). В конце работы приводится пример выборочных данных
Объем выборки	C2	Функция СЧЕТ (COUNT) из категории «Статистические», которая подсчитывает количество числовых значений в исследуемом диапазоне, игнорируя иные типы данных. В поле «значение 1» указать диапазон А2:А102
Максимальное значение	C3	МАКС (MAX) из категории «Статистические» – вычисляет максимальное значение из списка аргументов. В поле «значение 1» указать диапазон А2:А102
Минимальное значение	C4	МИН (MIN) – из категории «Статистические» вычисляет минимальное значение из списка аргументов. В поле «значение 1» указать диапазон А2:А102
Размах выборки	C5	Введите формулу: =С3-С4
Мода	C6	МОДА (MODE) – из категории «Статистические» вычисляет выборочную моду. В поле «число 1» указать диапазон А2:А102
Медиана	C7	МЕДИАНА (MEDIAN) – из категории «Статистические» вычисляет выборочную медиану. В поле «число 1» указать диапазон А2:А102
Среднее выборочное	C8	Функция СРЗНАЧ (или AVERAGE) (Вставка –Функция – из категории «Статистические»). В поле «значение 1» указать диапазон А2:А102

Среднеквадра-тическое (стандартное) отклонения	С9	Функция СТАНДОТКЛОН (STDEV) (Вставка – Функция – из категории «Статистические»). В поле «значение 1» указать диапазон А2:А102
Ошибка репрезентативности (статистическая ошибка)	С10	Рассчитывается по формуле: $$\Delta m_X = \pm \frac{s}{\sqrt{n}},$$ где n – объем выборки, s – среднеквадратическое отклонение. Для этого в ячейку введите формулу: =С9/С2^(1/2)
Коэффициент вариации	С11	Рассчитывается по формуле: $$V = \frac{s}{\overline{X}} \cdot 100\ \%,$$ где $\overline{X}$ – среднее выборочное из ячейки С8, s – среднеквадратическое отклонение из С9. Для этого в ячейку введите формулу: =С9/С8. Отформатируйте ячейку процентами (панель *Форматирование* – кнопка $\boxed{\%}$, или команда главного меню *Формат – ячейки* – вкладка «число», формат «процентный»)
Расчет доверительного интервала.	С12	Функция **ДОВЕРИТ** (**CONFIDENCE**) (Вставка/Функция/ CONFIDENCE из категории «Статистические»). Альфа — это уровень значимости. Например, альфа, равная 0,05 означает 95%-й уровень надежности
Нижняя граница	С13	Рассчитывается как **Среднее значение** *минус* величина, полученная с помощью функции «ДОВЕРИТ (CONFIDENCE)», то есть по формуле: =С8-С12
Верхняя граница	С14	Рассчитывается как **Среднее значение** *плюс* величина, полученная с помощью функции «ДОВЕРИТ (CONFIDENCE)», то есть по формуле: =С8+С12
В столбце В напротив каждой заполненной ячейки столбца С напишите названия рассчитанных величин. Оформите «шапку» полученной таблицы, сделайте рамку, залейте неярким розовым цветом.		
Описание данных (розовую табличку) можно продолжить, рассчитав такие характеристики распределения, как 1,3, квартили, коэффициенты асимметрии и эксцесса. Описания этих функций приводятся ниже.		
Дополнительное задание:		

Асимметрия	C15	Значение асимметрии A рассчитывается следующим образом: $$A \approx \frac{1}{ns^3}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3$$, для расчета A используется функция СКОС/ SKEW
Эксцесс	C16	Значение эксцесса E рассчитывается по формуле: $$A \approx \frac{1}{ns^3}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3$$, для расчета эксцесса в ЭТ используется статистическая функция ЭКСЦЕСС/ KURT

Запишите в тетрадь названия всех использованных статистических функций ЭТ.

Лабораторная работа. Графическое изображение статистических данных (аналитические графики математической статистики)

Постройте интервальный (дискретный) выборочный ряд (статистическое распределения выборки) – см. Алгоритм построения интервального ряда выборки

<table>
<tr><th>Статистический параметр</th><th>Ячейка (Диапазон)</th><th>Вводимая информация</th></tr>
<tr><td>размах выборки – R</td><td>C5</td><td>См. Лабораторную работу 1</td></tr>
<tr><td>Количество классов (интервалов) – k</td><td>E3</td><td>По формуле Стерджесса: n = 1 + 3,322 lg (N), результат необходимо округлить до целых значений, используя функцию ОКРУГЛВВЕРХ (ROUNDUP) из категории математические, в строке количество при определении аргумента – число знаков после запятой, в нашем случае равное 0, то есть до целых долей:
=ОКРУГЛВВЕРХ(1+3,322* LOG(C2;10);0)
в CALC формула будет выглядеть так:
=ROUNDUP((1+3,31*LOG10(C2));0). Или воспользуйтесь таблицей:
<table>
<tr><th>Объем выборки, n</th><th>Число интервалов, k</th></tr>
<tr><td>25–40</td><td>5–6</td></tr>
<tr><td>40–60</td><td>6–8</td></tr>
<tr><td>60–100</td><td>7–10</td></tr>
<tr><td>100–200</td><td>8–12</td></tr>
<tr><td>Больше 200</td><td>10–15</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Интервал класса – h</td><td>E4</td><td>Размах выборки R делим на количество классов k: =C5/E3
При необходимости округлить, исходя их характера выборки</td></tr>
<tr><td>Номер интервала (класса)</td><td>G2:G(k+1)</td><td>Введите порядковые номера от 1 до k</td></tr>
<tr><td>Нижние границы интервалов</td><td>H2:H(k+1)</td><td>Нижняя граница первого интервала – минимальное значение выборки (ячейка C4): =C4, нижняя граница 2-го интервала – это верхняя граница первого: =I2 и т.д.
Формулу можно копировать на нижний диапазон</td></tr>
</table>

Верхние границы интервалов	I2:I(k+1)	Верхняя граница – это нижняя граница + интервал классов из ячейки E4, например, для первого интервала: =H2+E$4 (ячейка со значением интервала класса является абсолютной ссылкой и должна быть закреплена знаком $) Формулу можно копировать на нижний диапазон. Чтобы верхняя граница не включалась в подсчет, можно его уменьшить на сотую долю значения (зависит от точности измерений)
Средние значения интервалов (классов)	J2:J(k+1)	Среднее арифметическое верхней и нижней границы интервала. Формулу скопировать на нижний диапазон
Накопленная частота интервалов (классов)	К2:К(k+1)	Это можно производить вручную: считать количество значений до верхней границы каждого интервала. Можно автоматизировать процесс, используя функцию из категории «Статистические» ЧАСТОТА/FREQUENCY, или из категории «математические» СЧЕТЕСЛИ, или COUNTIF. Самостоятельно предложите механизм их использования. Формулу можно копировать на нижний диапазон
Частоты классов - n_i (интервала)	L2:L(k+1)	Это можно производить вручную: считать количество значений, заключенных в рамках каждого класса от его нижней до верхней границы. Можно автоматизировать процесс, используя функцию из категории «Статистические» ЧАСТОТА/FREQUENCY, или из категории «математические» СЧЕТЕСЛИ или COUNTIF, а также накопленные частоты интервалов из столбца К. Формулу можно копировать на нижний диапазон
Оформить таблицу интервалов классов и их частот: сделать «шапку», рамку, залить неярким голубым цветом		
Построение дискретного выборочного ряда происходит аналогичным образом с тем отличием, что вместо среднего значения класса берутся отдельные значения вариант выборки (которых должно быть не более 10) и подсчитываются их частоты		

Запишите в тетрадь названия всех использованных функций ЭТ.

Воспользуйтесь *Мастером диаграмм* ЭТ.

Для дискретного вариационного ряда постройте Полигон частот. Для этого поместите на диаграмму зависимость частоты варианты от ранжированных значений вариант (вариационный ряд постройте самостоятельно). Используйте *Точечную диаграмму* (Excel)/*диаграмму XY* (Calc). Не забудьте дополнить ряды данных слева от нижнего значения варианты и справа от верхнего нулевыми значениями частот.

Для интервального ряда:

Поместите на диаграмму данные зависимости частоты класса (данные столбца L), от среднего значения класса (соответствующие данные столбца J). Используйте тип диаграммы *Гистограмма*.

Для построения кумуляты используйте данные столбцов J и K. Используйте *Точечную диаграмму* (Excel)/*диаграмму XY* (Calc).

Для каждой диаграммы оформите заголовки, подпишите оси, подберите оптимальный масштаб, при необходимости поместите на диаграмму таблицу с данными.

Изучите полученные диаграммы:

- если гистограмма по своему виду близка к нормальному распределению, то группа однородна;
- если графики низкие и растянутые, то группа, возможно, однородна, но некомпактна;
- если графики имеют 2 и более вершины, то группа неоднородна по данному признаку и ее необходимо разбить на подгруппы, чтобы с каждой работать индивидуально.

Данный файл можно использовать как мини-программу для обработки данных любой статистической выборки объемом до 100.

Расчет неизвестных параметров распределения случайной величины.

Цель работы: исследование распределения случайной величины.

Теоретическая часть:

Над величиной X производятся n независимых опытов, давших результаты X_1 X_2 ... X_K. Требуется найти состоятельные и несмещенные оценки для математического ожидания m и среднеквадратического отклонения s. В качестве оценки мат. ожидания принимается ***среднее арифметическое значение*** величины X (средневзвешенное значение). Поскольку данные обычно записывают подряд, не разделяя на частоты, то это выражение проще записать в виде:

$$\boxed{\tilde{m}=\bar{X}=\frac{\sum X_i}{n}}, \qquad (1)$$

В качестве оценки ***среднеквадратичного отклонения*** выступает величина s которая без учета частот на практике используется в виде:

$$\boxed{s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}} \qquad (2)$$

Доверительный интервал I_β. Доверительная вероятность β (надежность).

Если требуется построить доверительный интервал для математического ожидания величины X, необходимо найти такое число $t=t(\beta)$, чтобы интеграл вероятности

$$\Phi(t)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int e^{-x^2 2}dx$$

равнялся β. Этому требованию отвечает интервал

$$I_\beta=\left(\tilde{m}-t_\beta\sqrt{\frac{\tilde{D}}{n}};\ \tilde{m}+t_\beta\sqrt{\frac{\tilde{D}}{n}}\right),$$

который накрывает истинное значение математического ожидания X с вероятностью β.

Так как на опыте математическое ожидание часто неизвестно, то для доверительного интервала используется выражение:

$$\boxed{I_\beta=\left(\overline{X}-t_\beta\frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{X}+t_\beta\frac{s}{\sqrt{n}}\right)} \qquad (3)$$

t_β находится с помощью таблицы значений для t-распределения Стьюдента (см. приложение 2), которую можно найти в любой книге по Математической статистике или рекомендациях к лабораторным работам, $\overline{X}$ находится по формуле (1), а s – по формуле (2).

Практическая часть. Определение основных параметров распределения случайной величины – среднего значения (мат. ожидания) $\overline{X}$, среднеквадратичного отклонения s и доверительного интервала - I_β при заданной надежности **0,95**.

Для расчетов использовать не менее 10 измерений (или иных эмпирических данных).

Рекомендуется придерживаться следующего плана:

1) Сформулировать конкретную цель работы (с описанием измеряемой величины) и обрисовать схему эксперимента.

2) Провести экспериментальные измерения или подсчеты и результаты поместить в таблицу (см. также пример):

№ опыта *i*	*Значение измеряемой величины* ***X**_i*	$\left(X_i - \overline{X}\right)^2$
1	2,50	…
2	2,45	…
3	2,39	…
…	…	…

3) Найти среднее значение по формуле (1).
4) Найти среднеквадратичное отклонение по формуле (2).
5) По таблице из приложения находим значение t_β для $k=n-1$ и β **=0,95**.
6) Находим доверительный интервал и результат записываем в виде:

$$\boxed{X=\overline{X} \pm t_\beta \frac{s}{\sqrt{n}}},$$

что является другой формой записи I_β , или в виде (3).

7) Посчитать вероятность попадания X в произвольный интервал $[x_1,x_2]$, который определить самостоятельно из условий эксперимента. Для этого предположим, что наша величина подчиняется нормальному закону распределения вероятностей; в качестве a может быть использовано значение $\overline{X}$, а в качестве среднеквадратического отклонения σ – s. Вероятность попадания случайной величины X в интервал $[x_1,x_2]$ равна

[illegible] **(4)**

где $t_1=\frac{x_1-\overline{X}}{s}$, $t_2=\frac{x_2-\overline{X}}{s}$ **(5)**

а $\Phi(t_1)$ и $\Phi(t_2)$ находятся по таблице для интегралов вероятности Приложения 1.

8) Записать вывод.

<u>Пример</u>. Спортсменом проведена серия из 10 прыжков в длину с разбега с результатами: 8.05м, 8м, 7.95м, 8.04м, 8.02м, 8, 8.01м, 7.98м, 7.96м, 7.99м.

1) Рассчитать неизвестные характеристики распределения величины X (длины прыжка) – *среднее значение и среднеквадратическое отклонение*.

2) Определить доверительный интервал с надежностью β =0,95.

3) Оценить вероятность того, что прыгун в контрольном испытании продемонстрирует результат более 8,04 м.

Решение. Составим следующую таблицу:

№ опыта, ***i***	*Длина прыжка (м)* ***X**_i*	$\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ $м^2$ $\cdot 10^{-4}$
1	8,05	25
2	8,00	0
3	7,95	25
4	8,04	16
5	8,02	4
6	8,00	0
7	8,01	1
8	7,98	4
9	7,96	16
10	7,99	1

10	80	92

По формулам (1), (2) получим следующие оценки для математического ожидания и среднеквадратического отклонения:

$\bar{X}=8{,}00$

$$s^2=\frac{1}{10-1}\left[\sum_{i=1}^{10} X_i^2-10\cdot(8)^2\right]=\frac{1}{9}(640{,}0092-640{,}0000)\approx 0{,}0010,$$

отсюда $s=0{,}0320$.

Построим доверительный интервал, согласно (3) для значения доверительной вероятности 0,95, находя коэффициент Стьюдента по таблице для данной надежности и k равного $n\text{-}1 = 9$:

$$\beta=0{,}95 \qquad I_\beta=\left(8-2{,}26\frac{0{,}032}{3};\ 8+2{,}26\frac{0{,}032}{3}\right)=8\pm 0{,}026$$
$$t_\beta=2{,}26$$

Найдем вероятность того, что прыгун в очередном испытании «улетит» более чем на *8м 4см* (то есть попадет в интервал $[8{,}04;\infty]$).

Для этого в качестве мат. ожидания и среднеквадратического отклонения возьмем их оценки - $\bar{X}=8{,}00$ и $s=0{,}0320$, затем пересчитаем границы интервала по формулам (4), (5). Получим:

$$t_1=\frac{8{,}04-8}{0{,}032}=1{,}25, \qquad t_2=\infty,$$

Искомая вероятность может быть оценена как

$$P(X>8{,}04)=\frac{1}{2}[\Phi(\infty)-\Phi(1{,}25)]=\frac{1}{2}(1-0{,}7887)\approx 0{,}106$$, или $\approx$ ***<u>11%.</u>***

Расчет коэффициента корреляции случайных величин.
Построение линейной зависимости случайных величин методом наименьших квадратов с использованием электронных таблиц.

<u>Цель работы</u>: исследование совместного распределения вероятностей рядов экспериментальных данных.

Во многих науках (физика, химия, биология и др.) часто приходится статистически анализировать влияние одного фактора на другой. Подобные задачи возникают тогда, когда такие факторы не являются независимыми, но их функциональная зависимость неизвестна (или ее невозможно найти аналитически). Примерами могут служить зависимость между осадками и урожаем или зависимость между концентрацией органических веществ в воде и количественным составом ихтиофауны.

Вероятностный подход к решению подобных задач исходит из предположения, что система рассматриваемых величин обладает определенным *совместным распределением вероятностей*.

Свойства коэффициента корреляции:

1) $0 \leq r(X,Y) \leq 1$;

2) если X, Y независимы, то $r(X,Y)=0$;

3) если X, Y связаны между собой линейной зависимостью, т.е. $Y=aX+b$, то $r(X,Y)=1$. При этом чем ближе он к 1, тем лучше линейная зависимость между X и Y.

Коэффициент корреляции Пирсона

Коэффициент корреляции Пирсона применяется в случае, если изучаемые случайные величины предположительно распределены по *Нормальному закону.* Он обозначается $\rho(X,Y)$ - для двух случайных величин X и Y, - и рассчитывается с помощью соотношения:

Здесь M и σ обозначают математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайной величины.

Если в результате n опытов получены данные:

X	X_1	X_2	X_3	$\dots$	X_n
Y	Y_1	Y_2	Y_3	$\dots$	Y_n

6

то коэффициент корреляции Пирсона рассчитывается по формуле

При выполнении работы рекомендуется придерживаться следующего плана:

1. Сформулировать конкретную цель работы (с описанием измеряемых величин и их предполагаемой взаимосвязи.)

2. Провести экспериментальные измерения или привлечь имеющиеся данные значений случайных величин X и Y.

3. Результаты оформить в виде таблицы :

Величина X_i	Величина Y_i
1	4,7
2	5,7
3	4,2
…	…

3.1.1.1. Ввести эти данные в электронные таблицы (можно без номера и заголовков). В файле «Корреляция» - в ячейки, начиная с A11 и B11.

3.1.1.2. Для нахождения коэффициента корреляции легко воспользоваться мастером функций:

В свободную ячейку, например, E11: *Вставка → функция →* КОРРЕЛ(CORREL) из категории *«статистические»*.

В качестве исходных массивов выбираются 2 ряда данных из 1 и 2 столбцов таблицы с данными.

Ранговый коэффициент корреляции (по Спирмену).

Для признаков с любым видом распределения может быть использован *Ранговый*

$$r^s_{x,y} = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma(d_x - d_y)^2}{n \cdot (n^2 - 1)}$$

коэффициент корреляции (коэффициент Спирмена):

где d_x и d_y - ранги статистических данных признаков X и Y соответственно.

Для удобства его вычисления можно заполнить бледно-зеленую таблицу файла «Корреляция»:

1. Для начала в ячейку H12 (***dx***) ввести функцию **РАНГ (RANK)** из категории «статистические», где в «**значение**» указать адрес ячейки со значением, для которого определяется ранг (A11), в «**данные**» указать массив всех данных первого признака, закрепив его, как абсолютную ссылку для дальнейшего копирования на соседние ячейки (A$11:A$...), указать «тип» - 1 — в порядке возрастания.

2. Если данные признака Y содержатся в соседнем столбце, скопировать данную формулу на нижний диапазон и на диапазон справа (столбец I - ***dy***). Полученные значения использовать для подсчета разности ***(dx- dy)²***.

3. В K11 ввести n (объем выборки).

4. Ввести в ячейку L12 формулу для расчета коэффициента ранговой корреляции, например: =1-(6*SUM(J12:J...))/(K12*(K12*K12-1)).

Если рассматриваемые признаки имеют нормальное распределение, то целесообразнее определять наличие корреляционной связи с помощью коэффициента Пирсона, т.к. в этом случае он будет иметь меньшую погрешность, чем ранговый.

Построение уравнения регрессии.

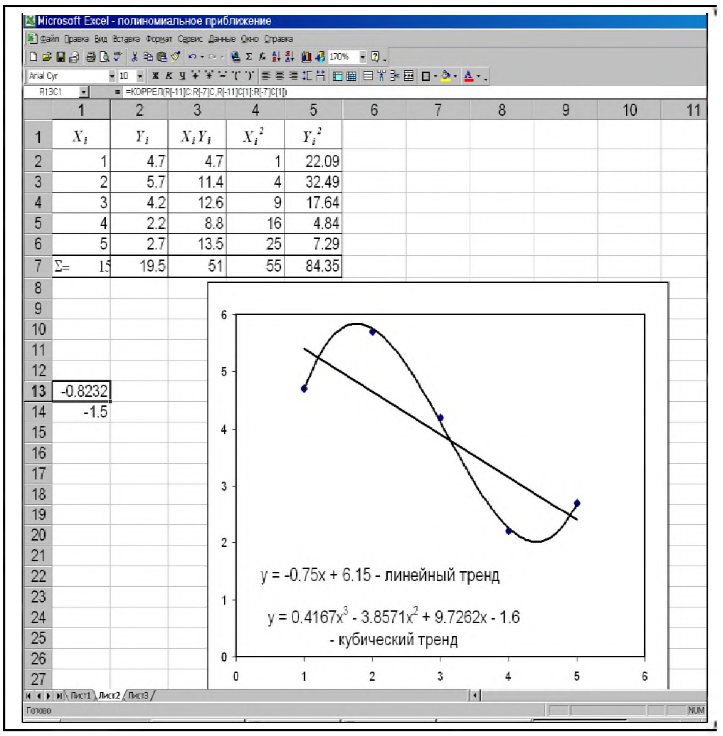
- Для построения регрессионной зависимости необходимо воспользоваться *мастером построения диаграмм* и построить зависимость Y от X (лучше выбрать *точечную или XY* - диаграмму). Чтобы добавить линейный тренд, из меню *Диаграмма* в Excel или *Вставка* в Calc выбрать команду «*добавить линию тренда…*». Выбрать «*линейную*» (если коэффициент корреляции достаточно велик). Установить необходимые параметры, не забыв установить флажок «*показывать уравнение на диаграмме*».

Данная прямая является прямой наилучшего среднеквадратического приближения к эмпирическим точкам, что составляет принцип **метода наименьших квадратов**: *сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от сглаживающей кривой должна быть минимальной*.

Примечание. Если Раздел коэффициента корреляции далек от 1 (*<0,8*), то следует поставить под сомнение наличие линейной зависимости между X и Y (и в целом совместное распределение вероятностей). В этом случае воспользуйтесь возможностями для построения полиномиального (логарифмического, экспоненциального или иного) приближения данной зависимости, установив при этом степень и необходимые параметры.

- *Попробуйте сделать прогноз зависимости Y от X за имеющуюся область определения.

Рисунок 1



Самостоятельная практическая работа

	a) Приведите пример компьютерной программы (сайта, пакета прикладных программ и т. д.), рассчитывающей число перестановок. Приведите в качестве отчета: a) ссылку на online-калькулятор или название программы, где возможно выполнение этой операции. b) Скриншоты примера расчета количества перестановок множества из 12 элементов в выбранном вами электронном ресурсе. b) Где используются перестановки в вашей специальности?
1)	1) Приведите пример компьютерной программы (сайта, пакета прикладных программ и т. д.), рассчитывающей число сочетаний. Приведите в качестве отчета: c) ссылку на online-калькулятор или название программы, где возможно выполнение этой операции. d) Скриншоты примера расчета количества сочетаний из 12 элементов по 8 в выбранном вами электронном ресурсе. 2) Где используются сочетания в вашей специальности?
2)	a) Приведите пример компьютерной программы (сайта, пакета прикладных программ и т. д.), рассчитывающей число размещений. Приведите в качестве отчета: e) ссылку на online-калькулятор или название программы, где возможно выполнение этой операции. f) Скриншоты примера расчета количества размещений из 20 элементов по 3 в выбранном вами электронном ресурсе. b) Где используются размещения в вашей специальности?

3)	1) Приведите пример компьютерной программы (сайта, пакета прикладных программ и т. д.), вычисляющей мат. ожидание и дисперсию по закону распределения вероятностей, заданному в виде таблицы. Приведите в качестве отчета: g) ссылку на online-калькулятор или название программы, где возможно выполнение этой операции. *h)* Скриншоты примера расчета мат. ожидания и дисперсии случайной величины, если её распределение вероятностей задано таблицей: *Y* *1* *2* *5* *P* *0.3* *0.5* *0.2* **2)** Где используется мат ожидание и дисперсия в вашей специальности?

Вывод и использование миграционной матрицы.

Введём так называемую биологическую или миграционную матрицу

$$\text{От места М: К месту} \begin{pmatrix} . & A & B & C \\ A & . & . & . \\ B & . & . & . \\ C & . & . & . \end{pmatrix}$$

Каждая точка в этой матрице представляет ту часть населения, в процентах, которая перемещается с одного места на другое за единицу времени. Эти части умножаются на значения (число людей или ещё чего-либо) в местах A, B, C и в результате получаются значения A, B и C спустя единицу времени:

$$\left|\begin{matrix}\text{Перемещающаяся}\\ \text{часть М}\end{matrix}\right| \times \left|\begin{matrix}\text{Значения в}\\ \text{настоящий момент } n\end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix}\text{Значение в}\\ \text{последующий момент } n'\end{matrix}\right|$$

Это матричное уравнение для миграции (переселения). Если эту операцию повторять несколько раз мы увидим как миграция, представленная матрицей **М** сказывается на значениях в местах A, B и C по пришествии нескольких промежутков времени. По мере увеличения числа умножений матриц, эти величины всё меньше зависят от их начальных значений, и некоторое время спустя они начинают зависеть, лишь от миграционной матрицы **М.** Покажем это на примере:

Задача 1. Пусть имеется матрица **М** = $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ для движениями между двумя популяциями, содержащими соответственно 54 и 108 особей, то есть возьмём n = $\begin{pmatrix} 54 \\ 108 \end{pmatrix}$.

После миграции новые численности популяций представляются элементами вектора n’, где: n’ = M × n = $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 54 \\ 108 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 72 \\ 90 \end{pmatrix}$

Повторение миграции приведёт к вектору:

n’’ = M × n’ = $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 72 \\ 90 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 78 \\ 84 \end{pmatrix}$

и далее к $\begin{pmatrix} 80 \\ 82 \end{pmatrix}$ и в конце концов к $\begin{pmatrix} 81 \\ 81 \end{pmatrix}$. Следовательно, $\begin{pmatrix} 81 \\ 81 \end{pmatrix}$ – собственный вектор матрицы М, соответствующий собственному значению 1. Отсюда следует, что любая симметричная картина миграции, представленная элементами матрицы М, не изменяет численности двух популяций, как только последние становятся равны.

2. Задача на смещение популяций.

Для P популяции матрица смещения квадратная и имеет порядок p×p. (Элемент m_{ij}, стоящий в I - й строке и в j – м столбце, представляет ту часть j – го населения, которые мигрируют в I – е население.) Пусть имеется только две популяции, в первой из которой геном A обладает $^3/_4$ населения, а во второй $^1/_2$ от общего количества. Тогда соответственно геном B в первой популяции обладает $^1/_4$ а во второй $^1/_2$ населения. Пусть так же в каждом поколении $^1/_3$ каждой популяции мигрирует в другую. Вопрос: к чему приведёт эффект смещения?

1). Нужно также определить матрицу Q, составленную из частот всех генов, во всех популяциях. Предположим нам надо рассмотреть k генов, тогда матрица Q должна иметь k столбцов и p строк.

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \cdots & m_{1p} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \cdots & m_{2p} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ m_{p1} & m_{p2} & m_{p3} & \cdots & m_{pp} \end{pmatrix}; \qquad Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & \cdots & q_{1k} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & \cdots & q_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{p1} & q_{p2} & q_{p3} & \cdots & q_{pk} \end{pmatrix}$$

Каждая строка при этом в матрице Q описывает генетический фонд для одной из популяций. Понятие генетического фонда является важным для больших популяций со случайными спариваниями, так как по существу включает в себя все имеющиеся гены безотносительно к тем индивидуумам, которые ими обладают.

2)Рассчитать новую матрицу Q’, описывающую состояние генофондов в популяции после миграции и смешивание через одно поколение. (Для этого умножим матрицу Q слева на матрицу M)

Q’ = Q×M

Каждый столбец матрицы Q можно рассматривать как вектор, который меняется в результате миграции. Это совпадает с тем, что имеется в матричном уравнении для миграции. То, что эти векторы составляют вместе матрицу Q очень удобно, ибо теперь одновременное изменение различных генов во всех популяциях можно описать одним уравнением.

Что бы до конца разобраться, что происходит, упростим нашу задачу, сужая и конкретизируя её.

Составим миграционную матрицу M, и матрицу частот всех генов Q:

$$M = \begin{pmatrix} ^2/_3 & ^1/_3 \\ ^1/_3 & ^2/_3 \end{pmatrix}; \qquad Q = \begin{pmatrix} ^3/_4 & ^1/_2 \\ ^1/_2 & ^1/_4 \end{pmatrix}$$

Запишем миграционное уравнение и определим новые генетические частоты:

Q’ = Q×M

$$Q' = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2} & \frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{4} \\ \frac{1}{3}\times\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2} & \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{5}{12} \\ \frac{7}{12} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Из найденных значений видно, что эффект смещения приводит к сближению частот гена A в этих двух популяциях: более высокое значение $\frac{3}{4}$ уменьшается до $\frac{2}{3}$, а более низкое значение возрастает от $\frac{1}{2}$, до $\frac{7}{12}$. Относительно гена B можно сделать такой же вывод:

Если мы захотим определить генетические частоты в следующем поколении, то нам потребуется миграционное уравнение:

Q’’ = Q’×M и т.д.

Учебные ресурсы

Карта литературного обеспечения дисциплины
(включая электронные ресурсы)

«Математические методы в социальной работе»

(наименование дисциплины)

Для обучающихся образовательной программы

(указать уровень, шифр и наименование направления подготовки,)

Направление подготовки: 44.03.03 Специальное (дефектологическое) образование

Профили/название программы: логопедия

Квалификация (степень): *бакалавр*

Обеспеченность учебно-методической литературой

Наименование	**Место хранения/электронный адрес**	**Количество экземпляров/точек доступа**
Дисциплина «Математические методы в социальной работе»		
Основная литература		
Романова Н.Ю. Карташев А.В. Основы математической обработки информации. Учебное пособие. – Красноярск: РИО КГПУ, 2015. – 140 с.		ЧЗ(1), АНЛ(3), АУЛ(75)
Романова Н.Ю. Шепелевич Н.В. Математические методы в социальной работе. Учебно-методическое пособие. – Красноярск: РИО КГПУ, 2015. – 109 с.		ЧЗ(1), АНЛ(3), АУЛ(37)

Романова Н.Ю. Карташев А.В. Математика и информатика. Учебно-методическое пособие. – Красноярск: РИО КГПУ, 2012. - 176 с.		ЧЗ(1), АНЛ(3), АУЛ(92)ЧЗ(1), АНЛ(3), АУЛ(132)
Т. П. Пушкарева, Н. Ю. Романова. Математика: учебно-методическое пособие/ - Красноярск: КГПУ им. В. П. Астафьева, 2008. - 176 с.		
Математика, часть III. Элементы теории вероятностей и математической статистики. Красноярск: РИО КГПУ, 2006, 78 с., Пушкарева Т.П, Романова Н.Ю., Шепелевич Н.В.		ЧЗ(1), ОБИМФИ(8), Каф. ИТОиМ, ауд 3-54, 15 экз.
Учебно-методическая обеспеченность		

самостоятельной работы		
УМКД в ЭБС КГПУ им. В.П. Астафьева	http://elib.kspu.ru/document/11154	
Лабораторные, контрольные работы	Каф. ИТОиМ	
Ресурсы сети интернет		
Т. П. Пушкарева, Н. Ю. Романова и др., Математика. Электронный учебник.-	http//www.itoim.kspu.ru/ matematika	
«Математические методы в социальной работе», учебно-методическое пособие, Романова Н.Ю., Шепелевич Н.В.	http://elib.kspu.ru/document/12755	
Информационные справочные системы		

Карта материально-технической базы дисциплины

_____«Математические методы в социальной работе»__

(наименование дисциплины)

Для обучающихся образовательной программы

(указать уровень, шифр и наименование направления подготовки,)

Направление подготовки: 44.03.03 Специальное (дефектологическое) образование

Профили/название программы: логопедия

Квалификация (степень): *бакалавр*

___________________________________очная форма обучения______________________

(указать профиль/ название программы и форму обучения)

Аудитория	**Оборудование (наглядные пособия, макеты, модели, лабораторное оборудование, компьютеры, интерактивные доски, проекторы, информационные технологии, программное обеспечение и др.)**
Лекционные аудитории	
№ 2-30, 2-31, 2-32	▪ Компьютер с базовым набором программного обеспечения ▪ Мультимедийный видеопроектор
Аудитории для семинарских/ лабораторных занятий	
№ 2-30, 2-31, 2-32	▪ Компьютерный класс (1 учительский + от 10 до 17 ученических компьютеров с базовым набором программного обеспечения)