МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)
Институт математики, физики и информатики

Кафедра-разработчик: алгебры, геометрии и методики их преподавания

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Профиль: Математика

Форма обучения: Заочная

Красноярск 2016

Рабочая программа дисциплины составлена профессором кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания С.В. Лариным

Рабочая программа обсуждена и одобрена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания
протокол № 4 от 07 декабря 2016 г.

Заведующий кафедрой ____________________________ В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом ИМФИ

23 декабря _ 2016г.

Председатель ____________________________________С.В. Бортновский

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Рабочая программа по дисциплине «Числовые системы» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», профили «Математика и информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 21 ноября 2014 г. N 1505 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н. Программа составлена в соответствии со стандартом РПД в КГПУ им. В.П. Астафьева, утвержденным Учёным советом университета 30.09.2015 (протокол №9). Данная дисциплина Б1.В.ДВ.09.01 «Числовые системы» включена в список дисциплин по выбору Вариативной части в 9 семестре учебного плана по заочной форме обучения.

Трудоемкость дисциплины.

Общий объем времени, отводимый на изучение дисциплины – 5 зачетных единиц или 180 часов. На аудиторную работу отводится 24 часа, на самостоятельную – 147 часов. Экзамен – 9 часов.

Предусмотрено построение индивидуальных планов, (виды и темы заданий, сроки представления результатов, самостоятельной работы студента в пределах трудоёмкости дисциплины).

Предполагается следующая работа студентов над освоением курса:

- освоение основных теоретических положений общей алгебры;
- решение задач прикладной и исследовательской направленности по числовым системам
- работа с литературой и первоисточниками;
- домашняя контрольная работа;
- исследовательские работы методического характера.

Цели освоения дисциплины.

Усвоение понятия числа проходит несколько этапов: от интуитивного представления о числах – к анализу знаний о них, выделению в этих знаниях первичных истин, выстраиванию знаний о числах аксиоматически. В курсе «Числовые системы» студентам предоставляется возможность с высоты накопленных знаний проанализировать школьные утверждения о числах, понять о чем порой умалчивают школьные учебники, говоря о числах, какие научные основы скрываются за упрощенным, образным изложением соответствующего материала в школе.

Цель дисциплины «Числовые системы» – углубить и расширить представление будущего учителя математики о числах, перевести интуитивные знания о них на твердую основу выводов, исходя из аксиом.

Основными задачами дисциплины являются:
построение аксиоматических теорий натуральных, целых, рациональных, действительных и комплексных чисел;
последовательное построение моделей аксиоматических теорий целых, рациональных, действительных и комплексных чисел;
рассмотрение алгебраического аппарата, необходимого для указанных выше построений;
обсуждение ряда вопросов, касающихся преподавания школьного курса математики.
формирование уровня математической культуры, достаточного для осознанной ориентации в многообразии учебной литературы по освоению чисел в школьной математике.

Особенностью изложения материала является его школьная направленность. При формулировке аксиоматического определения каждой числовой системы, изучаемой в школе, дается анализ школьного определения соответствующих чисел. Отрабатывается техника доказательств по индукции. Большое внимание уделяется, представлению рациональных и действительных чисел десятичными дробями, что позволяет дать полное обоснование соответствующего школьного материала.

Приведем примеры связи дисциплины «Числовые системы» со школьной математикой.

1. Часто выпускники школ (а иногда и их учителя) определяют натуральные числа, как «те числа, которые используются при счете». С анализа несостоятельности этого «определения» начинается изучение натуральных чисел в курсе «Числовые системы». Строится теория натуральных чисел от аксиом Пеано. Последовательно определяется сложение и умножение натуральных чисел, и доказываются основные свойства этих операций. Вошло уже в поговорку, что «от перемены мест слагаемых сумма не изменяется», а то, что «дважды два – четыре» является символом простоты. Но как ДОКАЗАТЬ эти привычные истины для натуральных чисел? Такие доказательства студент получает именно в курсе «Числовые системы». На базе аксиом Пеано дается обоснование доказательств по индукции, которые рассматриваются в школе.

2. Отрицательные числа в школьной математике часто трактуются как долг. Но почему «минус на минус дает плюс»? Обоснование «правил знаков» дается в аксиоматической теории целых чисел. Кстати, доказывается, что система целых чисел является областью целостности – этот факт используется в алгебре.

3. В аксиоматической теории рациональных чисел должное внимание уделяется вопросу представимости всякого рационального числа в виде периодической десятичной дроби. При этом вводится понятие десятичной дроби и понятие представимости произвольного действительного числа в виде десятичной дроби. В соответствии с принятыми определениями доказываются соответствующие теоремы. Студенты видят, какие фрагменты этих доказательств присутствуют в школьной математике и о чем умалчивается в школьных учебниках.

4. Студенты узнают, что систему действительных чисел можно определить буквально в трех словах, как «непрерывное упорядоченное поле». Понятно, что это краткое определение появляется как итог введения необходимых предварительных понятий, которые возникают из наглядных представлений о непрерывности числовой прямой, понимаемой как прямой, которую можно начертить, «не отрывая карандаша от бумаги». В школе появление действительных чисел связывают с десятичными дробями. В курсе «Числовые системы» школьные представления подкрепляются необходимыми доказательствами при построении модели непрерывного упорядоченного поля на базе множества десятичных дробей. В более полном изложении, чем в школе, рассматривается отношение «меньше» для десятичных дробей, вводятся понятия суммы и произведения десятичных дробей, обосновываются свойства этих операций.

5. Основные свойства комплексных чисел изучаются в курсе алгебры, поэтому в курсе «Числовые системы» основное внимание уделяется аксиоматическому определению системы комплексных чисел и непротиворечивости теории комплексных чисел. Уточняется вопрос, почему для комплексных чисел нет понятия «меньше» и доказывается, что поле комплексных чисел нельзя превратить в упорядоченное поле.

6. Рассматривается цепочка расширений понятия числа, указываются алгебраические и иные причины расширений, о чем, кстати, говорят и школьные учебники, но, понятно, на другом языке, без использования специальных алгебраических понятий. Доказывается теорема Фробениуса, имеющая завершающий характер в этом вопросе.

7. Говорится о «других числах» с другими удивительными свойствами, что расширяет математический кругозор будущего школьного учителя, и одновременно дает материал для организации учебно-исследовательской деятельности школьников (например, изучение двойных и дуальных чисел, знакомство с гиперкомплексными числами).

Планируемые результаты обучения.

В результате изучения дисциплины «Числовые системы» и решения отмеченных выше задач обучающийся должен:

знать:

- основные термины, факты и теоремы общей алгебры, используемые при изучении числовых систем;
- построение аксиоматических теорий основных числовых систем;
- теоретические основы школьного изучения чисел;
- методы доказательств по индукции;
- доказательства основных положений при записи числа в виде десятичной дроби и обоснования действий с десятичными дробями;

уметь:

- доказывать по индукции, используя различные виды таких доказательств

- записывать рациональные числа в виде десятичных дробей;
- выполнять действия над обыкновенными и десятичными дробями;
- доказывать основные свойства арифметических операций;
- использовать основные факты теории числовых систем при изучении чисел в школьной математике;

владеть:

- основами общей алгебры как языком науки, о числах;
- основными методами теоретического обоснования свойств чисел;
- теоретическими основами школьной математики.

Изучение дисциплины «Числовые системы» и решение отмеченных выше задач направлено на формирование следующих ***компетенций*** (проекций задач на компетенции):

общекультурных компетенций:

Контроль результатов освоения дисциплины.

- текущий контроль: проводится с целью реализации обратной связи, организации самостоятельной работы и текущей проверки усвоения модулей дисциплины. Методы контроля успеваемости: выполнение самостоятельных работ, решение задач на практических занятиях, посещение лекций. Форма контроля: выполнение индивидуальных домашних заданий и контрольных работ, составление конспектов.

- рубежный контроль: проводится между основными разделами дисциплины и модулями с целью определения уровня освоения изученного материала через аудиторное выполнение заданий.

- итоговый контроль: зачет проводятся с целью оценки уровня овладения компетенциями в соответствии с ФГОС ВО.

При оценивании знаний используется привычная пятибальная система.

Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.

1. Современное традиционное обучение (лекционно-семинарская-экзаменационная система).
2. Педагогические технологии на основе гуманно-личностной ориентации педагогического процесса:

а) педагогика сотрудничества;

б) гуманно-личностная технология.

3. Педагогические технологии на основе активизации и интенсификации деятельности обучающихся (активные методы обучения):

а) проблемное обучение;

б) технология проектного обучения;

4. Педагогические технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса:

а) технологии уровневой дифференциации;

б) технология дифференцированного обучения;
в) технологии индивидуализации обучения;

Лист согласования
учебной программы
с другими дисциплинами направления
на 2016/2017 учебный год

Наименование дисциплин, изучение которых опирается на данную дисциплину	Кафедра	Предложения об изменениях в пропорциях материала, порядок изложения	Принятое решение
Алгебра	Кафедра АГиМП		Без изменений
Математический анализ, теория действительных чисел	Кафедра МА и МОМ в вузе		Без изменений
Математическая логика	Кафедра АГиМП		Без изменений
Профильные исследования	Кафедра АГиМП		Без изменений

2. Организационно-методические документы
2.1. Технологическая карта обучения дисциплине «Числовые системы»

НАПРАВЛЕНИЕ: 44.03.05 Педагогическое образование
Профили: Математика и информатика

(направление и уровень подготовки, шифр, профиль)

по очной форме обучения
(укажите форму обучения)

(общая трудоемкость 2 з.е.)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

_____________________Числовые системы___________________________
(наименование)
для студентов образовательной профессиональной программы

(наименование, шифр)

по _______очной____форме
(укажите форму обучения)

Модули. Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов (5 з.е.)	Аудиторных часов				Внеауди-торных часов	Формы и методы контроля
		всего	лекций	Практ. занятий	семинаров		
МОДУЛЬ 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА	**56**	**8**	**4**	**4**		**48**	Зачетная контрольная работа
1.1. Аксиомы Пеано, принцип полной математической индукции	26	2	1	1		24	
1.2. Сложение и умножение натуральных чисел	14	2	1	1		12	
1.3. Отношение порядка для натуральных чисел	16	4	2	2		12	
МОДУЛЬ 2. ЦЕЛЫЕ И РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА	**34**	**4**	**2**	**2**		**30**	
2.1. Кольцо целых чисел	18	2	1	1		16	
2.2. Поле рациональных чисел	16	2	1	1		14	
МОДУЛЬ 3. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА	**42**	**8**	**4**	**4**		**34**	
3.1. Непрерывное упорядоченное поле.	20	4	2	2		16	
3.2. Десятичные дроби	22	4	2	2		18	
МОДУЛЬ 4. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА	**30**	**4**	**2**	**2**		**26**	
4.1. Аксиоматика комплексных чисел	16	4	2	2		12	
4.2. Кватернионы	14					14	
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ	Экзамен **9** ч.					.	Экзамен **9** ч
Итого	**147**	**24**	**12**	**12**		**138**	**9**

2.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины «Числовые системы»

Модуль 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ (Лекций 4 ч., практических занятий 4 ч.)

Формулировка аксиоматической теории натуральных чисел (Аксиоматика Пеано). Принцип полной математической индукции. Определение и свойства сложения и умножения натуральных чисел. Определение и свойства неравенств на N. Теорема о существовании наименьшего и наибольшего элементов в подмножествах натуральных чисел. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Независимость аксиом Пеано.

Модуль 2. ЦЕЛЫЕ И РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ (Лекций 1 ч., практических занятий 1 ч.)

Определение и свойства колец. Определение системы целых чисел. Свойства целых чисел. Упорядоченность. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ (Лекций 1 ч., практических занятий 1 ч.)

Определение и свойства поля. Определение системы рациональных чисел. Свойства рациональных чисел. Плотность поля рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.

Модуль 3. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ (Лекций 4 ч., практических занятий 4 ч.)

Непрерывное упорядоченное поле. Построение модели действительных чисел на базе десятичных дробей. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории действительных чисел. Различные трактовки понятия представимости действительного числа десятичной дробью. Различные формулировки свойства непрерывности.

Модуль 4. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И КВАТЕРНИОНЫ

АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ
(Лекций 2 ч., практических занятий 2 ч.)

Определение поля комплексных чисел. Свойства комплексных чисел. Отсутствие упорядоченности. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории комплексных чисел.

ЛИНЕЙНЫЕ АЛГЕБРЫ НАД ПОЛЯМИ (обзорно)

Тело кватернионов. Линейная алгебра над полем. Базис и ранг линейной алгебры. Алгебры с делением конечного ранга над полем комплексных чисел. Алгебры с делением конечного ранга над полем действительных чисел. Теорема Фробениуса.

Методические рекомендации по освоению дисциплины

Числа изучаются в школе и являются стержневой темой всей школьной математики. Аксиоматическое построение теории числовых систем является важнейшей частью фундамента всей математики. Аксиомы непрерывности системы действительных чисел составляют основу математического анализа. Аксиомы числовых систем важны в связи с изучением оснований геометрии, а также при использованием алгебраических методов в геометрии. Изложении программного материала дисциплины ведется на алгебраическом языке с использованием таких фундаментальных понятий алгебры как бинарная алгебраическая операция, группа, кольцо, поле, упорядоченное поле, алгебра над полем конечного ранга и так далее. Общие требования к аксиоматическим теориям роднят данную дисциплину с математической логикой.

Место дисциплины в обеспечении образовательных интересов личности студента, обучающегося по дисциплине.

Дисциплина Числовые системы формирует у студентов умение правильно рассуждать, выстраивать логические цепочки содержательных выводов из аксиом.

Место дисциплины в удовлетворении требований заказчиков к выпускникам университета по данной дисциплине

Понятно, что для учащихся аксиоматическое построение знаний о числах недоступно, поэтому часто школьный учитель вынужден прибегать к различным методическим уловкам, заменяя строгие математические рассуждения. В то же время учитель должен знать о чем порой умалчивают школьные учебники, говоря о числах. Одновременно знание аксиоматического построения теории числовых систем поможет учителю излагать школьный материал на достаточно высоком научно-методическом уровне.

Знание каких учебных дисциплин должно предшествовать изучению данной дисциплины

Поскольку материал излагается на алгебраическом языке с привлечением основных алгебраических понятий, то необходимы соответствующие знания из курса алгебры.

Материал дисциплины Числовые системы носит завершающий характер. Вместе с тем, в нем дается необходимое обоснование многим фундаментальным знаниям из других дисциплин. Например, в курсе Числовые системы дается обоснование доказательствам по индукции, строго доказываются привычные свойства чисел, исследуются аксиомы непрерывности, устанавливаются границы расширения числовых систем с сохранением определенных свойств (теорема Фробениуса).

Технология процесса обучения по дисциплине

При изучении дисциплины Числовые системы основными формами обучения являются лекции и практические занятия. На лекциях систематически излагается материал, предусмотренный программой. На практических занятиях этот материал закрепляется в процессе опроса, решения задач, приведения примеров и контр-примеров, школьного преломления теоретических знаний о числах. Предусмотрена домашняя контрольная работа «30 задач на индукцию» и контрольный тест на знание основных понятий дисциплины. Итоговой проверкой знаний является экзамен.

Тематика практических занятий

Модуль 1

Занятие 1. Актуализация знаний. Чтение и запись математических выражений, соответствующие определения: $x \in A,\ A \subseteq B,\ A = B,\ A \subset B$, употребление знаков $\subset$ и $\subseteq$ в науке и школьной математике, $\{x \mid P(x)\}$, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, дополнение A'. Бинарное отношение и бинарная операция. Виды отображений.

Занятие 2. Принцип полной математической индукции. Обобщенный и усиленный принципы полной математической индукции. Техника доказательства по индукции. Примеры доказательств по индукции: 1) доказательство равенств; 2) доказательство неравенств; 3) доказательство делимости; 4) доказательство формулы общего члена последовательности, заданной рекуррентно; 5) доказательство геометрических утверждений. Домашняя контрольная работа «30 задач на индукцию»

Модуль 2

Занятие 3. Целые числа. Доказательства основных свойств.

Рациональные числа. Представление рационального числа десятичной дробью. Связь со школьной математикой.

Модуль 3

Занятие 4. Упорядоченные поля. Аксиомы непрерывности. Представление действительного числа десятичной дробью. Школьный аспект.

Занятие 5. Упорядоченное поле десятичных дробей.

Модуль 4

Занятие 6. Комплексные числа и кватернионы. Тестирование знаний определений основных понятий.

3. Компоненты мониторинга учебных достижений
3.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины

Наименование дисциплины	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Числовые системы (9 сем-р)	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	5 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: школьный курс математики, элементарная математика, алгебра, теория функций действительной переменной.		
Последующие: основания геометрии, методика преподавания математики		

МОДУЛЬ 1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	**3**	**5**
	Домашняя контрольная работа	**10**	**20**
	Опрос	**7**	**5**
Итого		**20**	**30**

МОДУЛЬ 2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	**2**	**5**
	Контрольная работа	**10**	**15**
	Тест	**3**	**10**
Итого		**15**	**30**

МОДУЛЬ 3			
Содержание	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	**10**	**20**
Итого		**10**	**20**

МОДУЛЬ 4		
	Форма работы	Количество баллов 30 %

		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	**5**	**10**
Итого		**5**	**10**

Итоговый рейтинг-контроль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Тестирование, защита домашней контрольной работы	0	10
Итого		**0**	**10**
Общее количество баллов по дисциплине		min	max
		0	**100**

*Перечень форм работы текущей аттестации определяется кафедрой или ведущим преподавателем

3.2. Фонд оценочных средств

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики, информатики

Кафедра-разработчик: Алгебры, геометрии и методики их преподавания

УТВЕРЖДЕНО	ОДОБРЕНО
на заседании кафедры	на заседании научно-методического
Протокол № 4	совета специальности (направления
от «7» декабря 2016	подготовки)
	Протокол № ___4____
	От 23 декабря 2016

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

Направление подготовки: 44.03.01 «ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ»

Профиль: «МАТЕМАТИКА»
квалификация (степень): БАКАЛАВР
Форма обучения: заочная

Составитель Ларин Сергей Васильевич, профессор.

Назначение фонда оценочных средств

1.1. **Целью** создания фонда оценочных средств дисциплины «Компьютерная алгебра в среднем и профессиональном образовании» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. Фонд оценочных средств по дисциплине «Компьютерная алгебра в среднем и профессиональном образовании» решает следующие **задачи**:

– управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль Математика;

– управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

– оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины «Числовые системы», с определением положительных / отрицательных результатов и планирование предупреждающих / корректирующих мероприятий;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

– совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

1.3. Фонд оценочных средств разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

-образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Числовые системы»:

Общекультурные компетенции:

ОК-3. Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

ОК-6. Способен к самоорганизации и самообразованию.

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-1. Готов сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности.

Профессиональные компетенции:

ПК-4. Способен использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.

Компетенции	**Этап формирования**	**Дисциплины, участвующие в формировании компетенции**	**Тип контроля**	**Оценочное средство/КИМ**	
				номер	**форма**
ОК-3 Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	экзамен
ОК-6 Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	экзамен
ОПК-1 Способен к подготовке и редактированию текстов профессионального и социально значимого содержания»	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	экзамен
ПК-4 Способен использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	экзамен

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: зачетные вопросы, домашнюю контрольную работу и экзаменационные вопросы.

3.2. Оценочные средства вопросы и задания к зачёту

Критерии оценивания по оценочным средствам 1 – вопросы и задания

Формируемые компетенции	Высокий уровень сформированности компетенций	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно /зачтено
ОК-3 Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на высоком уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на среднем уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на удовлетворительном уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве
ОК-6 Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования	Способен на высоком уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования	Способен на среднем уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования	Способен на удовлетворительном уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования
ОПК-1 Способен реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях	Способен на высоком уровне реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях	Способен на среднем уровне реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях	Способен на удовлетворительном уровне реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях
ПК-4 Способен использовать возможности образовательной среды для достижения личностных,	Способен на высоком уровне использовать возможности образовательной среды для достижения личностных,	Способен на среднем уровне использовать возможности образовательной среды для достижения личностных,	Способен на удовлетворительном уровне использовать возможности образовательной среды для достижения

метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.	метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.	метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.	личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета.

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств для текущего контроля успеваемости включают в себя: контрольную работу, индивидуальную домашнюю контрольную работу.
4.2. Критерии оценивания по оценочным средствам для текущего контроля успеваемости:

4.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству 2 – контрольной работе по Числовым системам

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задания контрольной работы, обучающийся опирался на теоретические знания и умения решать исследовательские задачи по числовым системам	5-10
Обосновывает основные положения каждого этапа решения задач контрольной работы	3-6
Аргументирует результат, проверяет верность найденного решения задач контрольной работы	2-4
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	10-20

Критерии оценивания по оценочному средству – индивидуальной домашней контрольной работе по Числовым системам.

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задачи индивидуальной домашней контрольной работы	3-6
Ответы к зачетным вопросам	3-4
Аргументирует основные выкладки, предлагает иные варианты решения задач индивидуальной домашней работы	2-3
Формулирует задачи аналогичные задачам индивидуальной домашней работы	1-2
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	9-15

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение фондов оценочных средств (литература; методические указания, рекомендации, программное обеспечение и другие материалы, использованные для разработки ФОС).

1. Шалашова М.М. Компетентностный подход к оцениванию качества химического образования. Арзамас: АГПИ, 2011. 384 с. С.244 – 253.

6. Оценочные средства для аттестации

ВОПРОСЫ ТЕСТОВ

1. Что такое бинарное отношений?
2. Что такое бинарная операция?
3. Что называется натуральным рядом?
4. Как формулируется принцип полной математической индукции?
5. Как определяется сложение натуральных чисел?
6. Как определяется умножение натуральных чисел?
7. Как доказать, что дважды два — четыре?
8. Что называется системой целых чисел?
9. Что называется системой рациональных чисел?
10. Поля среди колец или кольца среди полей?
11. Что называется системой действительных чисел?
12. Как формулируется аксиома Архимеда?
13. Как формулируется аксиома Кантора?
14. Как определяется система действительных чисел по Дедекинду?
15. Как определяется система действительных чисел с помощью понятия точной верхней границы?

16. Что означает "действительное число представимо в виде десятичной дроби?
17. Какие бывают десятичные дроби и какие числа им соответствуют?
18. Что называется системой комплексных чисел?
19. Как строится модель системы целых чисел и зачем это нужно?
20. Как строится модель системы рациональных чисел и зачем это нужно?
21. В виде чего моделируются действительные числа?
22. Как определяется сложение произвольных десятичных дробей?
23. Как определяется произведение двух десятичных дробей?
24. Как строится модель системы комплексных чисел?

Вопросы экзамена

1. Определение натурального ряда, независимость аксиом Пеано. Доказательство принципа полной математической индукции.
2. Определение сложения натуральных чисел, доказательство существования и единственности сложения.
3. Основные свойства сложения и умножения натуральных чисел. (3 свойства доказать).
4. Вспомогательные свойства, позволяющие ввести отношение «меньше» для натуральных чисел.
5. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, его основные свойства.
6. Доказательство существования наибольшего числа для ограниченного сверху множества натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел вполне упорядочено.
7. Доказательство существования наименьшего числа для непустого множества натуральных чисел. Усиленный принцип полной математической индукции.
8. Определение системы целых чисел. Основные свойства: свойство нуля, правила знаков, коммутативность умножения целых чисел. Отсутствие делителей нуля.
9. Непротиворечивость теории целых чисел.
10. Определение системы рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.
11. Определение системы действительных чисел. Включение Q в R. Существование и единственность целой части действительного числа. Представление действительных чисел десятичными дробями.
12. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей. Конечные десятичные дроби. Свойство усиленной плотности.
13. Последовательность стягивающихся отрезков. Определение сложения и умножения десятичных дробей.
14. Свойство слабой монотонности сложения. Доказательство свойств сложения и умножения десятичных дробей.
15. Определение системы комплексных чисел. Непротиворечивость теории комплексных чисел. Основные свойства поля комплексных чисел.

16. Кватернионы. Группа кватернионов. Теорема Фробениуса.

Домашняя контрольная работа
«30 задач на доказательства по индукции»

Подобрать и решить 30 задач на доказательства методом полной математической индукции по следующим темам:

1. Доказательства равенств.
2. Доказательства неравенств.
3. Доказательства делимости.
4. Доказательство формулы общего члена рекуррентной последовательности.
5. Доказательство геометрических утверждений.

Примерный перечень задач

1.Доказательство равенств

1) Докажите, что сумма первых n натуральных чисел равна $\frac{n(n+1)}{2}$.

2) Докажите, что сумма квадратов первых n натуральных чисел равна $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

3) Докажите, что $\frac{1}{1\cdot 5}+\frac{2}{5\cdot 9}+...+\frac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\frac{n}{4n+1}$.

4) Докажите, что $5+45+325+...+(4n+1)\cdot 5^{n-1}=n\cdot 5^n$.

5) Докажите, что

$(a_1+a_2+...+a_n)^2=a_1^2+a_2^2+...+a_n^2+2a_1a_2+2a_1a_3+...+2a_{n-1}a_n$ .10) .

6) Докажите тождества

$$\frac{x}{1-x^2}+\frac{x^2}{1-x^4}+\frac{x^4}{1-x^8}+...+\frac{x^{2^{n-1}}}{1-x^{2^n}}=\frac{1}{1-x}\cdot\frac{x-x^{2^n}}{1-x^{2^n}};$$

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4)...(1+x^{2^{n-1}})=1+x^2+x^3+...+x^{2^n-1}.$$

7) Найдите и докажите формулы:

$$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}\alpha&0&0&0\\0&\alpha&0&0\\0&0&\alpha&0\\0&0&0&\alpha\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}0&1&0&0&...&0\\0&0&1&0&...&0\\0&0&0&1&...&0\\ \multicolumn{6}{c}{\dots\dots\dots\dots}\\0&0&0&0&...&0\end{pmatrix}^k.$$

2.Доказательство неравенств

Докажите неравенства: 1) $5^n>7n-3$ при любом натуральном n;

2) $2^n-1>n(n+1)$ при любом натуральном $n\ge 7$;

3) $3^n\ge 2^n+n$ при любом натуральном n;

4) $4^n\ge 3^n+n^2$ при любом натуральном n;

5) $4^n > 3^n + 2^n + n$ при $n \ge 2$; 6) $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{3n+1} > 1$

7) $\frac{(2n)!}{(n!)^2} > \frac{4^n}{n+1}$; 8) $|\sin n\alpha| \le n|\sin\alpha|$;

9) $x^n + x^{n-2} + x^{n-4} + \ldots + \frac{1}{x^{n-4}} + \frac{1}{x^{n-2}} + \frac{1}{x^n} \ge n+1$.

10) $\sqrt{n} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$, $n > 1$.

3. Доказательство делимости

Докажите, что для любого натурального числа n:

1) $6^{2n-1} + 1 \vdots 7$; 2) $7^n + 3n - 1 \vdots 9$; 3) $7^{n+2} + 8^{2n+1} \vdots 57$; 4) $4^n + 15n - 1 \vdots 9$; 5) $5^n - 3^n + 2n \vdots 4$; 6) $6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}$ кратно 17.

4. Доказательство формулы общего члена последовательности, заданной рекуррентно

1) Дано: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 3a_n - 2$. Докажите, что $a_n = 3^n + 1$.

2) Дано: $a_1 = 1$, $a_2 = 9$, $a_{n+2} = 9a_{n+1} - 20a_n$. Докажите, что $a_n = 5^n - 4^n$.

3) Дано: $a_1 = 3$, $a_2 = 15$, $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$. Докажите, что $a_n = 4^n - 1$.

4) Дано: $a_1 = 29$, $a_2 = 85$, $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$. Докажите, что $a_n = 2^n + 3^{n+2}$.

5) Последовательность Фибоначчи задана рекуррентно: $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_{n-1} + a_n$. Докажите, что: *a*) $a_1 + a_3 + \ldots + a_{2n+1} = a_{2n+2}$, *b*) $1 + a_2 + a_4 + \ldots + a_{2n} = a_{2n+1}$.

6) Последовательность задана рекуррентно: $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $a_{n+1} - 2a_n + a_{n-1} = 0$. Выразите a_n через n.

7) Последовательность задана рекуррентным соотношением $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$ с начальными значениями $a_1 = 3$, $a_2 = 15$. Докажите, что: *a*) все члены последовательности делятся на 3;

b) все члены последовательности с четными номерами делятся на 5.

5. Доказательства по индукции в геометрии

1) На сколько частей разделят плоскость n прямых плоскости, проходящих через одну точку?

2) На сколько интервалов разделят прямую n ее точек?

3) Докажите, что n плоскостей пространства, из которых каждые три пересекаются и никакие четыре не имеют общей точки, делят пространство на $\frac{(n-1)n(n+1)}{6} + n + 1$ частей.

4) В плоскости проведено n окружностей так, что каждые две из них пересекаются в двух точках и никакие три не имеют общей точки. Докажите, что при этом плоскость разбивается на $n^2 - n + 2$ частей.

5) Докажите, что сторона правильного 2^n-угольника выражается через

радиус R описанной окружности выражается формулой: $a_n = R\sqrt{2-\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{n}}$.

6) На сколько треугольников n-угольник может быть разбит своими непересекающимися диагоналями?
7) Докажите, что сумма внутренних углов выпуклого n-угольника равна $2d(n-2)$.

Используемые источники:

1. М.Л.Галицкий, М.М.Мошкович, С.И.Шварцбурд, «Углкбленное изучение курса алгебры и математического анализа». М.: «Просвещение», 1990.
2. Н.Я.Виленкин, Г.С.Сурвилло, Ф.С.Симонов, А.И.Кудрявцев Алгебра 9. М.: «Просвещение», 1998.
3. М.Л.Галицкий, А.М.Гольдман, Л.И.Звавич Сборник задач по алгебре 8-9. М.: «Просвещение», 1997.
4. И.С.Соминский, Л.И.Головина, И.М.Яглом О математической индукции. М.: «Наука», 1967.

Анализ результатов обучения и перечень корректирующих мероприятий по учебной дисциплине

Для проведения анализа усвоения учебных достижений студентов по учебной дисциплине применяются:

опрос по теоретическому материалу

опрос по школьному материалу изучения чисел;

выступления с сообщениями на практических занятиях и конференциях;

индивидуальные домашние работы.

Протокол согласования учебной программы с другими дисциплинами направления и профиля на 2016/ 2017_ учебный год

Наименование дисциплин, изучение которых опирается на данную дисциплину	Кафедра	Предложения об изменениях в дидактических единицах, временной последовательности изучения и т.д.	Принятое решение (протокол №, дата) кафедрой, разработавшей программу
Теория и методика обучения математике	Математического анализа и МОМ в вузе	Не поступали	
Элементарная математика	Алгебры, геометрии и методики их преподавания	Не поступали	
Математика	Математического анализа и МОМ в вузе / Алгебры, геометрии и методики их преподавания	Не поступали	

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины на 2016/2076 учебный год

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

Изменения не вносились.

Внесенные изменения утверждаю

Заведующий кафедрой АГиМП ________________________ В.Р. Майер

Зам. директора ИМФИ С.В. Бортновский

4. Учебные ресурсы

4.1. Карта литературного обеспечения дисциплины «Числовые системы»

для студентов образовательной профессиональной программы

44.03.05 «Педагогическое образование», профиль «математика и информатика»

(наименование, шифр)

по __________________заочной__________________________форме

(укажите форму обучения)

№	Наименование	Наличие в библиотеке КГПУ	Потребность	Примечания
	Обязательная литература			
1.	Ланин С.В. Числовые системы. – М.: Академия, 2001.	75 экз.	75экз.	
2.	Нечаев В.И. Числовые системы. - М.: Просвещение, 1975.	75 экз.		
	Дополнительная литература			
1.	Феферман С. Числовые системы. - М.: Наука, 1971.	2 экз.		
2.	Кантор И.Л. Гиперкомплексные числа. - М.: Наука, 1973, с.144.	2 экз.		
3.	Понтрягин Л.С. Обобщения чисел. - М.: Наука, 1986, с.177.			
4.	Проскуряков И.В. Понятия множества, группы, кольца и поля. Теоретические основы арифметики. – в кн.: Энциклопедия элементарной математики, книга 1. Арифметика. - М.: ГТТЛ, 1951, с.76-252.			
5.	Ларин С.В. Целые числа и житейские представления о них. Журнал "Математика в школе", №2, 2001. с 44-49.			
6.	Ларин С.В. Что такое натуральные числа? Книга для учащихся. – Москва: "Просвещение", 1996. – 78 с.			
7.	Ларин С.В. Что такое числа, какие они бывают и чему служат. В сборнике «Популярные лекции по современным вопросам науки и техники для молодежи. Лучшие лекции 2005 года». Красноярский краевой фонд науки, Красноярск, 2006	1 экз.		
	Методические рекомендации			
1.	Ларин С.В. Методические рекомендации к теме Системы натуральных, целых и рациональных чисел. Красноярск, изд. КГПИ, 1989.	10 экз.		
2.	Ларин С.В. Обзорная лекция в стиле презентаций на дискете.	1 экз.		

4.2. Карта материально-технического обеспечения дисциплины

Дисциплина обеспечена указанной в программе литературой.
Каждый студент имеет свободный бесплатный доступ в интернет.
Аудитории для занятий оборудованы для проведения всех видов запланированных занятий.

Рабочая программа дисциплины просмотрена и одобрена на заседании кафедры
07 декабря 2016 г., протокол №_4_

23 декабря _ 2016г.

ФИО преподавателя: _____ __ Ларин Сергей Васильевич

Утверждено на заседании кафедры «07»___12____2016г. Протокол №4

Зав. кафедрой ________________________ В.Р. Майер

Зам. директора ИМФИ С.В. Бортновский