

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. В.П. АСТАФЬЕВА  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики  
(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая кафедра Кафедра математического анализа и методики  
обучения математике в вузе  
(полное наименование кафедры)

**Каминская Кристина Викторовна**  
**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

Тема КУРС ПО ВЫБОРУ «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ  
ЧИСЕЛ» В СИСТЕМЕ ПРОФИЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование  
(код и наименование направления)

Профиль «Математика» и «информатика»  
(наименование профиля для бакалавриата)



ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ  
Зав. кафедрой, д.п.н., профессор Шкерина Л.В.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

25.05.2016. Шкерина  
(дата, подпись)

Руководитель, к.ф.-м.н., доцент Багачук А.В.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

А.В. Багачук 24.05.2016.  
(дата, подпись)

Дата защиты \_\_\_\_\_

Обучающийся Каминская К.В.  
(фамилия, инициалы)

Каминская 23.05.2016  
(дата, подпись)

Оценка \_\_\_\_\_  
(прописью)

Красноярск  
2016

## Содержание:

Введение.....	- 3 -
Глава 1. Профильное обучение математике: сущность и принципы организации-	
7 -	
1.1 Основные направления модернизации математического образования в России .....	- 7 -
1.2.Профильное обучение как одна из ступеней общего образования....	- 13 -
1.3.Курсы по выбору и основные требования к их организации .....	- 19 -
Глава 2. Организация обучения в рамках курса по выбору «Геометрическое приложение комплексных чисел» .....	- 24 -
2.1. Анализ содержания различных школьных учебников профильного уровня на предмет рассмотрения раздела «Геометрические приложения комплексных чисел» .....	- 24 -
2.2. Принципы отбора содержания курса по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел» .....	- 30 -
2.3. Программа курса по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел» .....	- 33 -
2.3.1. Занятие 1. Нахождение образов и прообразов при отображениях, осуществляемых комплексными функциями.....	- 36 -
2.3.2. Занятие 2. Сферическая модель множества комплексных чисел....	- 42 -
2.4.Апробация разработанного курса.....	- 46 -
Заключение .....	- 47 -
Библиографический список.....	- 48 -

## **Введение**

Большинство образовательных учреждений России помимо основных занятий по математике реализуют и дополнительные, входящие в состав профильного обучения. Профильное обучение является основополагающей частью образовательного процесса, так как развивает у учащихся способности в интересующей их сфере науки.

Идея профилизации в общеобразовательных учреждениях направлена на осознание выпускником необходимости выбора профилирующего направления, связанного с будущей профессиональной деятельностью. Поэтому профильное обучение является основным средством дифференциации и индивидуализации образовательного процесса, направленного на формирование профессиональной ориентации обучающихся. Помимо этого, такое обучение представляет собой целую систему, реализующую психологическую, организационную, педагогическую, информационную поддержку старшеклассников, содействующую их самоопределению по завершению основного общего образования.

Организация профильного обучения, в основном, направлена на:

- 1) углублённое изучение интересующей области научного знания;
- 2) создание индивидуальных программ, свойственных определенному уровню развития школьников;
- 3) создание равных условий для различных групп обучающихся, обладающих определенным уровнем знаний и различными профессиональными предпочтениями;
- 4) подготовку к освоению программ высших учебных заведений.

Одной из форм организации профильного обучения являются курсы по выбору, направленные на формирование метапредметных образовательных результатов в ходе изучения определенного раздела той или иной области науки. Организация профильного обучения предполагает обеспечение условий

для создания учащимся индивидуального образовательного плана, который позволит школьнику посещать несколько курсов по выбору. Общеобразовательные учреждения должны предлагать элективные курсы разной направленности, ориентированные на разные группы школьников. В настоящее время нет достаточного количества таких разработанных курсов. Разработка их содержания и методического обеспечения является весьма актуальной.

На наш взгляд, курс по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел» может быть востребован в системе профильной подготовки учащихся 11 класса по следующим причинам.

Во-первых, понятие комплексного числа обогащает и завершает одну из основных идей школьной математики – идею обобщения понятия числа. Знание комплексных чисел позволяет учащимся глубже осмыслить такие разделы школьной программы как решение уравнений и неравенств, тригонометрические функции.

Во-вторых, аппарат комплексных чисел является эффективным аналитическим средством для решения различных геометрических задач. Использование комплексных чисел позволяет решать планиметрические задачи по готовым формулам прямым вычислением, с помощью элементарных выкладок. Выбор этих формул с очевидностью диктуется условиями задачи и ее требованием.

В-третьих, в образовательной практике мало внимания уделяется изучению темы «Комплексные числа», и мало отводится часов на решение задач по данной теме.

Комплексные числа важны как область математики, содержание которой позволяет широко использовать знания, умения и способы деятельности, сформированные у учащихся при изучении различных разделов алгебры и геометрии (тригонометрия, решение алгебраических уравнений любой степени, векторы на плоскости, многоугольники и др.). Именно, к старшим классам школьники обладают уже достаточно зрелым уровнем развития

математической культуры, чтобы в состоянии понимать и уважать нужды самой математической науки. Введение комплексных чисел представляет собой едва ли не самую яркую на протяжении ШКМ иллюстрацию диалектического развития математических понятий, логической простоты и завершенности, благодаря которому понятие о числе выстраивается в единое стройное целое.

Из всего вышеизложенного следует **актуальность** темы выпускной квалификационной работы «Курс по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел» в системе профильной подготовки учащихся».

**Целью выпускной квалификационной работы** является разработка и апробация курса по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел» в системе профильной подготовки учащихся.

**Объект исследования:** профильное обучение в общеобразовательной школе.

**Предмет исследования:** курс по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел».

**Гипотеза:** курс по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел» будет способствовать формированию образовательных результатов учащихся, если его содержание и методика проведения будут удовлетворять основными требованиям, предъявляемым к разработке курсов по выбору.

Для реализации поставленной цели и проверки гипотезы исследования решались следующие **задачи:**

- 1) осуществление сравнительного анализа содержания раздела «Комплексные числа» в различных учебниках по математике 10-11 классов;
- 2) выявление принципов отбора содержания курса по выбору;
- 3) составление программы курса;
- 4) разработка методических рекомендаций по реализации курса «Геометрические приложения комплексных чисел»;
- 5) апробация рассматриваемого курса.

Данная работа включает в себя введение, две главы, заключение и библиографический список.

Во введении сформулирована цель и задачи, объект и предмет исследования выпускной квалификационной работы. В первой главе описаны основные тенденции развития и роль профильного обучения в России и за рубежом. Рассмотрены основные проблемы отечественного математического образования, проанализированы различные направления модернизации образования. Перечислены основные требования, присущие основополагающим уровням образования: основному среднему общему и высшему профессиональному образованиям.

Во второй главе работы осуществлен сравнительный анализ действующих учебных пособий по математике, предназначенных для учащихся старших классов. Охарактеризованы критерии отбора содержания курса, а также представлена программа курса по выбору и методические рекомендации по ее реализации в образовательной практике. Также представлен анализ апробации рассматриваемого курса на базе Муниципального автономного общеобразовательного учреждения «Лицей №6 Перспектива» города Красноярска.

## **Глава 1. Профильное обучение математике: сущность и принципы организации**

### **1.1 Основные направления модернизации математического образования в России**

Сегодня, предпочитают говорить о модернизации, а не реформе образования. И это правильно – и в обыденном смысле, и по существу. В обыденном смысле потому, что общество, сполна хлебнувшее горечь реформ последнего десятилетия, крайне негативно воспринимает само слово «реформа». По существу, потому, что в образовании предстоит именно модернизация, а не реформа. Реформа – это преобразование, переустройство. Модернизация – это изменение в соответствии с требованиями современности. Образование уже прошло стадию демократического переустройства в начале 90-х годов, и это переустройство получило правовой статус в Законе «Об образовании» 2012 года. Но оно все еще существенно отстает от современных требований и потому нуждается в глубокой модернизации. В настоящее время, когда ситуация в стране заметно стабилизируется, модернизация образования становится не только возможной, но, главное, необходимой [17].

Потребность в модернизации возникла с неэффективностью нынешней системы образования. Хотя всегда и говорилось, что наше образование самое лучшее, однако со временем необходимо менять и совершенствовать, менять его содержание и структуру. Можно выделить следующие минусы:

1) экономика образования - хоть в настоящее время существуют и постоянно обновляются нормативные документы по борьбе с коррупцией и созданием открытой системы экономики.

2) содержание общего образования – современным школьникам можно посочувствовать. Программа перегружена информацией, зачастую не соответствует требованиям. Еще одной ветвью, исходящей из этих проблем является сложность выбора выпускником будущей профессии. Если вспомнить одну из любимых фраз преподавателей вузов: «забудьте все, чему вас учили в школе», следует задуматься, что пора бы пересмотреть содержание школьного

образования, тем более что последняя реформа была в середине 1960 годов [16].

Да, новые стандарты затрагивают этот аспект. Оно становится более направленным на личностное развитие детей. Личностно-ориентированное образование дает возможность раскрыть творческий потенциал и самореализоваться ученику. Государственные стандарты направлены на «очеловечивание» образования, развитие личностных качеств, путем изменения процесса обучения, мотивация самосовершенствования, возможность социализации, улучшение организации процесса обучения. Но пропасть между ожиданиями от школьной программы и реальными результатами пока преодолеть не получается.

3) неэффективное профессиональное образование – зачастую квалификация выпускаемых вузами специалистов значительно отличается от требований к кадрам, делая выпускников неконкурентоспособными. Еще одна пропасть. Не успев выучиться на определенной специализации, она оказывается невостребованной. Также при небольшом наборе на определенную специализацию, необходимую для работы, институт отказывает в открытии данного курса, не реализуя потребность абитуриентов.

Из вышеперечисленного, можно сделать вывод, что основной задачей модернизации является создание эффективной образовательной системы, соответствующей актуальным и перспективным запросам страны, повышение качества, ориентированность на запросы общества и государства. Образование должно стать сферой не только социального, но и экономического развития страны, общенациональной задачей. И задействованы в ней должно быть не только государство, но и общество.

Более подробно в настоящем параграфе остановимся на современном состоянии и развитии математического образования в Российской Федерации.

Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное



математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе. Без высокого уровня математического образования невозможны выполнение поставленной задачи по созданию инновационной экономики. Развитые страны, совершающие в настоящее время технологический рывок, вкладывают существенные ресурсы в развитие математики и математического образования.

В настоящее время происходит формирование доступных всем информационных источников и материалов, инструментов и методов обучения, что будет влиять на содержание математического образования, например, концепция об образовании.

Концепция представляет собой систему взглядов на базовые принципы, цели, задачи и основные направления развития математического образования в Российской Федерации.

Цель настоящей Концепции - вывести российское математическое образование на лидирующее положение в мире. Математика в России должна стать передовой и привлекательной областью знания и деятельности, получение математических знаний - осознанным и внутренне мотивированным процессом [23].

Изучение и преподавание математики, с одной стороны, обеспечивают готовность учащихся к применению математики в других областях, с другой стороны, имеют системообразующую функцию, существенно влияют на интеллектуальную готовность школьников и студентов к обучению, а также на содержание и преподавание других предметов.

Структура математического образования образует целостную систему, и все ее компоненты взаимосвязаны. Ее составляющими является массовая математическая грамотность, возможность приобретения необходимых математических знаний, умений и способов деятельности и всесторонняя развитость каждого обучающегося.

Россия имеет значительный опыт в математическом образовании и науке, накопленный в 1950-1980 годах. Форсированное развитие математического

образования и науки, обеспечивающее прорыв в таких емких стратегических направлениях, как информационные технологии, моделирование в машиностроении, энергетике и экономике, прогнозирование природных и техногенных катастроф, биомедицина, будет способствовать улучшению положения и повышению престижа России в мире. Система математического образования, сложившаяся в России, является прямой наследницей советской системы. Необходимо сохранить ее достоинства и преодолеть серьезные недостатки. Повышение уровня математической образованности сделает более полноценной жизнь россиян в современном обществе, обеспечит потребности в квалифицированных специалистах для наукоемкого и высокотехнологичного производства.

Сегодня, проектировании образовательного процесса, в том числе и в математическом образовании, необходимо учитывать следующие основные проблемы:

- проблемы мотивационного характера;
- проблемы содержательного характера;
- кадровые проблемы;

Мотивация (школьников и студентов) связана с общественной недооценкой значимости математического образования, перегруженностью образовательных программ общего образования, профессионального образования, а также оценочных и методических материалов техническими элементами и устаревшим содержанием, с отсутствием учебных программ, отвечающих потребностям обучающихся и действительному уровню их подготовки. Вследствие чего реальный уровень подготовки большинства выпускников не направлен на реализацию соответствующего комплекса заданий итоговой государственной аттестации, их содержания и критериев оценки.

Вторая проблема заключается в низком качестве образовательного процесса. Содержания математического образования на всех уровнях образования продолжает устаревать и остается формальным и оторванным от

жизни, нарушена его преемственность между уровнями образования. Потребности будущих специалистов в математических знаниях и методах учитываются недостаточно. Фактическое отсутствие различий в учебных программах, оценочных и методических материалах, в требованиях промежуточной и государственной итоговой аттестации для разных групп учащихся приводит к низкой эффективности учебного процесса, подмене обучения «натаскиванием» на экзамен, игнорированию действительных способностей и особенностей подготовки учащихся. Математическое образование в образовательных организациях высшего образования оторвано от современной науки и практики, его уровень падает, что обусловлено отсутствием механизма своевременного обновления содержания математического образования, недостаточной интегрированностью российской науки в мировую.

Третья проблема связана с нехваткой квалифицированных работников в сфере образования (учителей и преподавателей), образовательных организаций высшего образования, которые могут качественно осуществлять математическую подготовку обучаемых, учитывая, развивая и формируя учебные и жизненные интересы различных групп обучающихся. Сложившаяся система подготовки, профессиональной переподготовки и повышения квалификации педагогических работников не отвечает современным нуждам. Выпускники образовательных организаций высшего образования педагогической направленности в своем большинстве не отвечают квалификационным требованиям, профессиональным стандартам, имеют мало опыта педагогической деятельности и опыта применения педагогических знаний. Преподаватели образовательных организаций высшего образования в большинстве своем оторваны как от современных направлений математических исследований, включая прикладные, так и от применений математики в научных исследованиях и прикладных разработках своей образовательной организации высшего образования. Система дополнительного профессионального образования преподавателей недостаточно эффективна и

зачастую просто формальна в части совершенствования математического образования [16].

В силу выше перечисленных проблем, система профессионального педагогического образования в целом не является эффективной и усовершенствованной в части математического образования.

Для развития математического образования необходимо выполнение следующих задач:

- модернизация содержания учебных программ математического образования на всех уровнях исходя из потребностей обучающихся и потребностей общества во всеобщей математической грамотности, в специалистах различного профиля и уровня математической подготовки, в высоких достижениях науки и практики;

- обеспечение отсутствия пробелов в базовых знаниях для каждого обучающегося, формирование у участников образовательных отношений установки обеспечение уверенности в честной и адекватной задаче образования государственной итоговой аттестации, предоставление учителям инструментов диагностики и преодоления индивидуальных трудностей;

- обеспечение наличия общедоступных информационных ресурсов, необходимых для реализации учебных программ математического образования, в том числе в электронном формате, инструментов деятельности обучающихся и педагогов, применение современных технологий образовательного процесса;

- повышение качества работы преподавателей математики, усиление механизмов их материальной и социальной поддержки, обеспечение им возможности обращаться к лучшим образцам российского и мирового математического образования, достижениям педагогической науки и современным образовательным технологиям,

создание и реализация ими собственных педагогических подходов и авторских программ;

- поддержка лидеров математического образования, выявление новых активных лидеров;
- обеспечение обучающимся, имеющим высокую мотивацию и проявляющим выдающиеся математические способности, всех условий для развития и применения этих способностей;
- популяризация математических знаний и математического образования.

При этом основным средством развития и реализации дифференциации и индивидуализации математического образования является профильное обучение, содержание, структура и организация образовательного процесса которого учитывает интересы и способности обучающихся, а также обеспечивает соответствие с их профессиональными предпочтениями и намерениями в дальнейшем их образовательном процессе [31].

## **1.2. Профильное обучение как одна из ступеней общего образования**

Основная идея обновления старшей ступени общего образования состоит в том, что образование здесь должно стать индивидуализированным, функциональным и эффективным.

Практика показывает, что как минимум, начиная с позднего подросткового возраста, примерно с 15 лет, в системе образования должны пройти изменения для создания условий реализации учащимися своих интересов, способностей и их профессиональной подготовке к дальнейшему жизненному пути. Социологические исследования доказывают, что большинство старшеклассников (более 70%), отдают предпочтение тому, чтобы «знать основы главных предметов, а углубленно изучать только те, которые выбираются, чтобы в них специализироваться» [13]. Другими словами, профилизация обучения в старших классах соответствует структуре образовательных и жизненных установок большинства старшеклассников.

К старшей ступени обучения у большинства учащихся складывается ориентация на сферу будущей профессиональной деятельности.

В настоящее время в высшей школе сформировалось устойчивое мнение о необходимости дополнительной специализированной подготовки старшеклассников для прохождения вступительных испытаний и дальнейшего образования в вузах.

Реформы образования сейчас проходят в большинстве развитых стран мира. При этом особое место в них отводится проблеме дифференциации обучения.

В большинстве стран Европы все учащиеся до шести года обучения в основной общеобразовательном учреждении получают одинаковую подготовку. К 7-му году обучения учащийся должен определиться с выбором будущей профессиональной деятельности. Каждому учащемуся предлагается 2 варианта продолжения обучения в образовательном учреждении: «академический», который при окончании школы открывает дверь к высшему образованию, и «профессиональный», в котором учащиеся обучаются по упрощенной программе, содержащему преимущественно прикладные и профильные дисциплины. Большинство педагогов европейских школ считают нецелесообразной раннюю профилизацию.

В США профильное обучение существует на предпоследних и последних годах обучения в образовательном учреждении. У учащихся существует три варианта выбора профиля обучения: академический, общий и профессиональный, в котором предполагается предпрофильная подготовка. Вариативность образовательных услуг в образовательных учреждениях происходит за счет расширения спектра различных учебных курсов по выбору. Формирование курсов по выбору прежде всего учитывает пожелания родителей и запросы, планирующих профиль для своих детей.

Как показывает Российский опыт профильного обучения, образовательные учреждения России накопили немалый опыт по дифференцированному обучению учащихся. Как известно, первая попытка

пробы дифференциального обучения в школе состоялась в 1864 году. По изданному указу предусматривалось организация семиклассных гимназий двух типов: классическая, цель которой состояла подготовить учащихся в университет, и реальная, которая несет цель, как подготовка к практической деятельности и к поступлению в специализированные учебные учреждения.

Следующий этап профильного обучения получил толчок в 1915-1916 годах реформы образования, под руководством министра просвещения П.Н. Игнатьева. По предложенной структуре 4-7 классы гимназии разделились на три профиля: новогуманитарную, гуманитарно-классическую, реальную.

В 1918 году состоялся первый Всероссийский съезд работников просвещения, и было разработано Положение о единой трудовой школе, который предусматривал профилизацию содержания обучения на старшей ступени образовательного учреждения и выделили три профиля: гуманитарное, естественно-математическое и техническое.

В конце 80-х – начале 90-х годов в стране появились новые виды образовательных учреждений, ориентированные на углубленное изучение учащимися по выбранным ими образовательным дисциплинам с целью дальнейшего обучения в вузе. Также многие годы успешно создавались и существовали и развивались специализированные образовательные учреждения. Этому способствовало Закон Российской Федерации 1992 «Об образовании», который гласит о вариативности и многообразии типов и видов образовательных программ и учреждений.

Таким образом, направление развития профильного обучения на сегодняшний день в российской школе в основном соответствует мировым тенденциям развития образования.

Важным вопросом организации профильного обучения является определение структуры и направлений профилизации, а также организация профильного обучения. Следует учитывать, во-первых, стремление наиболее полно учесть индивидуальные интересы, способности, склонности старшеклассников, во-вторых, ряд факторов, сдерживающих процессы такой во

многом стихийной дифференциации образования: введение единого государственного экзамена, утверждение стандарта общего образования, отбор необходимого перечня учебников, обеспечение педагогическими кадрами соответственного профиля и многое другое.

Модель образовательного учреждения с профильным обучением на старшей ступени предусматривает возможность различных моделей учебных предметов, что и влечет гибкую систему профильного обучения. Эта система должна включать в себя следующие типы учебных предметов: базовые общеобразовательные, профильные и элективные.

Базовые общеобразовательные предметы являются обязательными для всех обучающихся во всех профилях обучения. Обязательными предметами общеобразовательных учреждений установлены: математика, история, русский и английский язык, физическая культура, и так же интегрированные курсы обществоведения и естествознания.

Общеобразовательные предметы – это предметы повышенного уровня, определяющие направленность каждого конкретного профиля обучения. Примерами могут являться физика, химия, биология – профильные предметы в естественно-научном профиле; литература, русский и английский языки – в гуманитарном профиле; история, право, экономика и другие в социально-экономическом профиле. Профильные предметы являются обязательными для учащихся, выбравших данный профиль обучения.

Результатом выпускников требований государственного образовательного стандарта по базовым общеобразовательным и профильным предметам определяется по результатам единого государственного экзамена.

Элективные курсы или курсы по выбору – обязательные для посещения курсы по выбору учащихся, входящих в состав профиля обучения на старшей ступени школы. Элективные курсы выполняются за счет общеобразовательного компонента учебного плана и выполняют две функции. Одни из них могут «поддерживать» изучение основных профильных предметов на заданном профильным стандартом уровне, примером является элективный курс



«Математическая статистика» поддерживает изучение профильного предмета экономики. Другие элективные курсы являются для внутрипрофильной специализации обучения и для построения индивидуальных образовательных траекторий, к примеру, курсы по выбору «Информационный бизнес» и другие.

Количество элективных курсов, входящих в состав профиля, должно быть избыточно по сравнению с числом курсов, которые обязан выбрать учащийся. По элективным курсам единый государственный экзамен не проводится.

Концепция профильного обучения исходит из многообразия форм его реализации. Организация образовательных учреждений различных уровней, при которой реализуется не только содержание выбранного профиля, но и предоставляется учащимся возможность осваивать интересное и важное для каждого из них содержание из других профильных предметов.

Таким образом, можно выделить несколько вариантов организации профильного обучения.

Модуль внутришкольной профилизации. Образовательное учреждение может иметь, как один профиль, так и более одного профиля. Образовательное учреждение могут быть в целом ориентировано на выбранные профили, но за счет большого увеличения числа элективных курсов предоставлять, школьникам в полной мере осуществить свои индивидуальные профильные образовательные программы, включая в них те или иные профильные и элективные курсы.

Модуль сетевой организации. В подобной модели профильное обучение учащихся конкретной школы осуществляется за счет целенаправленного и организованного привлечения образовательных ресурсов иных образовательных учреждений.

Решение об организации профильного обучения в конкретном образовательном учреждении принимает его учредитель по представлению администрации образовательного учреждения и органов его общественного самоуправления [12].

Обратимся теперь к содержанию понятия «профильное обучение». В педагогических словарях под профильным обучением понимается «процесс дифференциации и индивидуализации обучения, организации образовательного процесса с учетом интересов, склонностей и способностей обучающихся» [20].

В концепции о профильном образовании, предоставлено более полная формулировка понятия «профильное обучение». А именно, профильное обучение – это «средство дифференциации и индивидуализации обучения, которое подразумевает изменения в содержании, структуре образовательного процесса и учитывает склонности, интересы, достижения в некоторой области знаний обучающегося и его профильные предпочтения» [13]. Таким образом, профильное обучение направлено на индивидуализацию и социализацию образовательного процесса, учитывая потребности рынка труда.

Также, профильное обучение направлено на реализацию личностно ориентированного учебного процесса. При этом существенно расширяются возможности выстраивания учеником индивидуальной образовательной траектории. Основными целями профильного обучения является [21]:

1. реализация углубленного изучения отдельных предметов;
2. создание индивидуальных программ для каждого обучающегося, для обеспечения дифференциации содержания образовательного процесса;
3. создание равных условий для реализации образовательного процесса обучающихся, имеющих разные уровни знаний, интересов и предпочтений;
4. расширение возможностей и улучшение условий социализации обучающихся, подготовка их к освоению программ высших учебных заведений.

Среди основных задач профильного обучения в старших классах образовательных учреждений выделяют следующие [15]:

1. выявить взаимосвязи школьных предметов с будущей профессиональной деятельностью обучающегося;

2. организация среды обучающегося для получения первичного представления о потенциальных профессиональных предпочтениях и возможностях;

3. формирование у обучающихся коммуникативных навыков и умений, способности осуществлять различные виды деятельности.

В настоящее время не зависимо от сложности реализации подобного выбора, практикуется профильная ориентация с помощью индивидуальной работы учителя с обучающимися, а также в результате проведения социальной практики, проектной деятельности, анкетирования, собеседований и различных тренингов.

### **1.3. Курсы по выбору и основные требования к их организации**

После окончания образовательного учреждения перед каждым обучающимся встает проблема дальнейшего профессионального самоопределения. Для реализации выбора будущей профессии старшеклассника образовательным пространством школы обеспечивается введение профильной подготовки через организацию курсов по выбору.

Под элективными курсами и курсами по выбору понимают курсы, являющиеся составляющей частью системы профильной подготовки учащихся на старшей ступени обучения образовательного учреждения [30].

Целью курсов по выбору является индивидуализация и дифференциация обучения учащихся на старшей ступени профильной подготовки, их профессиональная подготовка к дальнейшему жизненному пути.

Задачи, на реализацию которых направлены элективные курсы, следующие:

- 1) создание благоприятных условий для осуществления учащимися на старшей ступени образовательного учреждения профессионального выбора в сфере науки;
- 2) предоставить возможность участия в различных видах деятельности, являющихся смежными с выбранной профессией.

Элективные курсы выполняют три основные функции [1]:



*Рис.1. Функции элективного курса*

При этом количество курсов по выбору в любом образовательном учреждении должно быть полным для возможности реализации выбора обучающегося необходимого ему направления. При проведении элективного курса могут быть приглашены специалисты из других школ, институтов и техникумов. А занятия курсов по выбору могут проходить в различных формах проведения: презентация, дискуссии, беседы, игры, дистанционное обучение, семинары, лекции, интерактивные лекции, построение и проверка гипотез.

Количество элективных курсов, предлагаемых в составе профиля, должно быть избыточно по сравнению с числом курсов, которые обязан выбрать учащийся. Возможны элективные курсы разных типов:

Предметные элективные курсы;

- 1) межпредметные элективные курсы, направленные на интеграцию знаний учащихся;
- 2) элективные курсы по предметам, не входящим в базисный учебный план [1].

Предметные элективные курсы направлены на углубление и расширение кругозора учащихся по темам предметов, входящим в учебное тематическое и поурочное планирование образовательного учреждения.

Предметные курсы по выбору можно разделить на следующие подтипы:

1) курсы по выбору повышенного уровня, с помощью которых осуществится изучение предмета не на профильном, а на углубленном уровне.

2) спецкурсы, в состав которых входят предметы, входящие в образовательную программу учебного плана учреждения.

3) спецкурсы, в состав которых входят предметы, не входящие в образовательную программу учебного плана учреждения. При рассмотрении предмета математика можно причислить следующие темы: «Комбинаторика», «Теория вероятности», «Геометрическое приложение комплексных чисел» и другие.

4) прикладные элективные курсы, устремленные на освоение основных методов и технологий применения полученных знаний на практике. Примером таких курсов является, курсы основной целью которых является принятие связи между определенной дисциплиной и компьютерными программами и технологиями, между некоторой областью науки и ее применение в абсолютно другой сфере.

5) курсы по выбору, направленные на изучение и овладение методами познания окружающей среды. В основном математические курсы связаны с представлением некоторой задачи в образе математической модели реальной ситуации или процесса. Примером, тематики курса может быть «Компьютерная графика».

б) элективные курсы, одной из тем, изучения которых является историческая справка по предмету, входящего в состав учебного плана общеобразовательного учреждения. К примеру, «История математики», «История информатики» и другие темы курсов по выбору.

7) курс по выбору, направленный на изучение и овладение некоторыми методами решения задач из различных областей науки. Курсы содержат математические, физические, биологические и другие типы задач на применение некоторых базовых и специальных методов и приемов их решения.

Межпредметные курсы по выбору основаны на интеграции базовых знаний обучающихся с их знаниями, связанными с окружающей средой и обществом. Такие курсы, в основном, обладают естественнонаучным профилем.

Элективные курсы по предметам, не входящих в учебный базисный план направлены на реализацию психологических, социальных, культурологических проблем. К примеру, тематикой курса может быть «Основы этикета», «Здоровый образ жизни».

Основные требования к организации курсов по выбору следующие:

1) по соответствию положения концепций профильного и предпрофильного обучения. Программа курса предоставляет обучающимся возможность оценить свои возможности в той или иной сфере науки и осуществить свой дальнейший профессиональный выбор.

2) по субъективности новизны. Содержание программы курса по выбору включает в себя не только основные базовые знания учащихся, но и некоторые новые знания, не содержащиеся в образовательных программах.

3) по инвариантности. Применение для учащихся с различным уровнем развития.

4) по дифференциации. Уровень овладения учебным материалом, по направленности познавательных интересов, по способам выполнения учебных заданий, по характеру познавательной деятельности.

5) по направленности на формирование<sup>1</sup> способов математической учебной деятельности.

6) по направленности на выявление и развитие математических способностей (научность, абстрактность, обобщённость, наполнение программы примерами математических объектов).

7) по направленности на развитие познавательного интереса к математике. Программа курса содержит привлекательность и оригинальность. Любой учащийся при прохождении курса по выбору должен осознавать личностную значимость содержания этого курса для себя.

8) по полноте. Наличие всех элементов содержания, необходимых и достаточных для достижения целей курса и отсутствие перегрузки.

9) по систематичности и структурированности. Тематическое планирование курса продумано таким образом, что все входящие в него темы занятий изучаются логично, последовательно и модульно и расположены в своем хронологическом порядке.

10) по активности методов. Использования на занятиях курса по выбору разные методы и формы проведения, например, частично-поисковый, исследовательский, метод проектов и многие другие.

11) по обеспеченности средствами обучения.

12) по адекватности организации. Программа курса наполнена набором контролирующих программ и оптимальностью использования учебного времени.

## **Глава 2. Организация обучения в рамках курса по выбору «Геометрическое приложение комплексных чисел»**

### **2.1. Анализ содержания различных школьных учебников профильного уровня на предмет рассмотрения раздела «Геометрические приложения комплексных чисел»**

Рассматривая место раздела «Геометрические приложения комплексных чисел» в школьном курсе математики, проанализировав содержание раздела в различных учебниках по алгебре и начала математического анализа (профильный уровень) для учащихся 10-11 классов. Мы выяснили, что, в результате изучения курса алгебре и начала математического анализа (профильный уровень) по теме «Комплексные числа» учащиеся должны:

- знать, алгебраическую, геометрическую и тригонометрическую форму комплексного числа, видеть ее в тексте, понимать в речи учителя, в формулировке задач;
- производить операции сложения, умножения, вычитание и деление над комплексными числами;
- возводить в степень и извлечение корня из комплексного числа;
- переводить комплексные числа из алгебраической формы в геометрическую и тригонометрическую;
- пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел: в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами.

Существует небольшое количество авторов, включающих тему «Комплексные числа» в свои учебники для средних общеобразовательных учреждений[9].

В учебнике для математических классов Н.Я.Виленкина, О.С.Ивашева-Мусатова, С.И.Шварцбурда «Алгебра и начала математического анализа» [4], тема «Комплексные числа» вводится в 11 классе. В учебнике тема



«Комплексные числа и операции над ними» разбита на два параграфа: Комплексные числа в алгебраической форме; Тригонометрическая форма комплексных чисел.

Рассмотрение темы начинается с рассмотрения вопроса о решении квадратных уравнений, уравнений третьей и четвертой степени и, как следствие, выявляется необходимость введения «нового числа  $i$ ». Сразу же даются понятия комплексных чисел и действий над ними: нахождение суммы, произведения и частного комплексных чисел. Далее дается строгое определение понятия комплексного числа, свойства операций сложения и умножения, вычитания и деления. Затем говорится о сопряженных комплексных числах и некоторых их свойствах. Следом рассматривается вопрос об извлечении квадратных корней из комплексных чисел и решение квадратных уравнений с комплексными коэффициентами.

В следующем параграфе рассматриваются: геометрическое изображение комплексных чисел; полярная система координат и тригонометрическая форма комплексных чисел; умножение, возведение в степень и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.

Из выше перечисленного можно сделать следующий вывод, что материал учебника достаточно обширен, рассчитан на большое количество часов и включает в себя как все необходимые начальные знания по разделу «Комплексные числа», так и некоторые углубления.

В учебнике С.М. Никольского, М.К. Потапова, Н.Н. Решетникова, А.В. Шевкина «Алгебра и начала математического анализа» [19], тема «Комплексные числа» рассматривается в 11 классе после изучения всех тем, т.е. в конце школьного курса алгебры. Тема разделена на три параграфа: Алгебраическая форма и геометрическая интерпретация комплексных чисел; тригонометрическая форма комплексных чисел; корни многочленов, показательная форма комплексных чисел. Содержание параграфов достаточно объемное, содержит много понятий, определений, теорем. В параграфе «Алгебраическая форма и геометрическая интерпретация комплексных чисел»

содержится три раздела: алгебраическая форма комплексного числа; сопряженные комплексные числа; геометрическая интерпретация комплексного числа. Параграф «Тригонометрическая форма комплексного числа» содержит определения и понятия необходимые для введения понятия тригонометрической формы комплексного числа, а также алгоритм перехода от алгебраической формы записи к тригонометрической форме записи комплексного числа. В последнем параграфе «Корни многочленов. Показательная форма комплексных чисел» содержится три раздела: корни из комплексных чисел и их свойства; корни многочленов; показательная форма комплексного числа.

Материал учебника представлен в небольшом объеме, но вполне достаточном для понимания учащимися сути комплексных чисел и овладением минимальных знаний о них. В учебнике небольшое количество упражнений и не<sup>1</sup> рассматривается вопрос о возведении комплексного числа в степень.

В учебнике *Ю.М. Колягина, Ю.В. Сидорова, М.В. Ткачевой, Н.Е. Федоровой, М.И. Шабунина «Алгебра и начала математического анализа»* [11] тема «Комплексные числа» рассматривается в 11 классе. Тема разбита на 9 параграфов (два из которых со звездочкой), практическую часть - упражнения к главе<sup>1</sup> «Комплексные числа» и раздел «Историческая справка». В первом параграфе<sup>1</sup> «Определение комплексных чисел» рассматривается разрешимость уравнений в тех или иных множествах и вводятся новые числа, которые вместе с действительными числами образуют множество комплексных чисел. Дается определение комплексных чисел. Во втором параграфе «Сложение и умножение комплексных чисел» вводятся определения сложения и умножения комплексных чисел, переместительное, сочетательное и распределительное свойства сложения и умножения комплексных чисел. В третьем параграфе «Модуль комплексного числа» вводится понятие<sup>1</sup> сопряженного комплексного числа и определение модуля комплексного числа. В параграфе «Вычитание и деление комплексных чисел» операция вычитания вводится как обратная операции сложения комплексных чисел, а операция деления - как обратная

операции умножения комплексных чисел. Пятый параграф «Геометрическая интерпретация комплексных чисел» разбит на три пункта: «Комплексная плоскость», «Геометрический смысл модуля комплексного числа», «Геометрический смысл модуля разности комплексных чисел». Вводятся понятия комплексной плоскости, действительной и мнимой осей. В параграфе «Тригонометрическая форма комплексного числа» рассматриваются понятия аргумента комплексного числа, алгебраической формы комплексного числа, тригонометрическая форма записи комплексного числа, переход от алгебраической формы записи комплексного числа к тригонометрической форме записи комплексного числа. Седьмой параграф «Свойства модуля и аргумента комплексного числа» идет в данном учебнике под звездочкой, что подразумевает необязательное его изучение. В следующем параграфе «Квадратное уравнение с комплексными неизвестными» рассматривается квадратное уравнение и выявляется, в каких случаях и сколько корней оно имеет. Далее переходят к рассмотрению корня из отрицательного числа и к решению квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом. Последний параграф темы «Комплексные числа» - «Примеры решения алгебраических уравнений» - в учебнике отмечен звездочкой и рассматривает 4 разных типа задач. В конце материал обобщается и делается вывод, который называют основной теоремой алгебры.

В данном учебнике каждый параграф темы «Комплексные числа» изложен кратко и содержит минимум информации по теме, также содержит несколько несложных примеров и небольшое количество упражнений. Некоторые сведения, которые другие авторы в своих учебниках вводят как обязательные, в данном учебнике находятся в параграфах, отмеченных звездочкой, например, умножение и деление комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме, а также основная теорема алгебры. Упражнений по теме «Комплексные числа» в учебнике мало и они, в основном, не сложные для выполнения, хотя присутствует несколько задач повышенной трудности.

В учебнике *А.Г. Мордковича, П.В. Семенова «Алгебра и начала математического анализа»* [18] профильный уровень, тема «Комплексные числа» вводится во втором полугодии 10 класса. Такое размещение не случайно: и числовая окружность, и формулы тригонометрии находят активное применение при изучении тригонометрической формы комплексного числа, при извлечении из комплексного числа квадратного и кубического корней. Тема «Комплексные числа» представлена в 6-ой главе и разбита на 5 параграфов: комплексные числа и арифметические операции над ними; комплексные числа и координатная плоскость; тригонометрическая форма записи комплексного числа; комплексные числа и квадратные уравнения; возведение комплексного числа в степень, извлечение кубического корня из комплексного числа.

Понятие комплексного числа вводится как расширение понятия о числе и невозможности выполнения некоторых действий в действительных числах. В учебнике представлена таблица с основными числовыми множествами и операциями, допустимыми в них. Перечисляются минимальные условия, которым должны удовлетворять комплексные числа, и затем вводится понятие мнимой единицы, определение комплексного числа, равенство комплексных чисел, их сумма, разность, произведение и частное.

От геометрической модели множества действительных чисел переходят к геометрической модели множества комплексных чисел. Рассмотрение темы «Тригонометрическая форма записи комплексного числа» начинается с определения и свойств модуля комплексного числа. Далее рассматривается тригонометрическая форма записи комплексного числа, определение аргумента комплексного числа и стандартная тригонометрическая форма комплексного числа.

Затем изучается извлечение квадратного корня из комплексного числа, решение квадратных уравнений.

Также в рассматриваемом учебнике в каждом параграфе параллельно с теоретической частью рассматривается несколько примеров, иллюстрирующих

теорию и дающих более осмысленное восприятие темы. Приведены краткие исторические факты.

Отдельным изданием выпущен задачник, в котором к каждому параграфу темы «Комплексные числа» приводятся задания трех разных уровней - легкие, средние и задания повышенной трудности.

В учебнике «Алгебра Ч. II» А. П. Киселева [10] тема «Комплексные числа». Тема «Комплексные числа» разбита на 6 пунктов: «Мнимые числа», «Комплексные числа», «Действия над комплексными числами», «Геометрическое изображение комплексного числа», «Тригонометрическая форма комплексного числа», «Действия с комплексными числами, выраженными в тригонометрической форме». Изучение темы начинается с понятия мнимого числа, которое уже встречалось в учебнике ранее. В первом пункте вводится обозначение мнимых чисел и дано несколько примеров. В следующем пункте «Комплексные числа» вводится определение комплексного числа, сопряженные и противоположные комплексные числа. В пункте «Действия над комплексными числами» вводятся операции сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень, извлечения квадратного корня из комплексного числа. Рассматривается несколько примеров для каждой операции. В третьем пункте «Геометрическое изображение комплексного числа» вводятся понятия вещественной оси и мнимой оси, приводится обоснование того, что комплексное число может быть геометрически представлено точкой плоскости. Здесь же вводится понятие модуля комплексного числа. В данном пункте содержится только теоретический материал. В пункте «Тригонометрическая форма комплексного числа» определяются понятия модуля и аргумента комплексного числа, рассматривается тригонометрическая форма записи комплексного числа. В последнем пункте «Действия с комплексными числами, выраженными в тригонометрической форме» рассматриваются операции умножения, деления, возведения в степень, извлечения корня из комплексного числа.

В учебнике в виде сносок приводятся краткие исторические факты по изучаемому материалу. Материал представлен в большом объеме, приведено большое количество примеров и задач для самостоятельного решения.

## **2.2. Принципы отбора содержания курса по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел»**

Традиционная образовательная система математической подготовки старшеклассников достаточно устарела и имеет необходимость обновления из-за реализации образованием системно – деятельностного подхода обучения. Поэтому возникает возможность использования дидактических возможностей проектирования математического содержания в образовательном процессе обучения в системе профильной подготовки обучающихся. При этом содержание должно содержать все базовые компоненты [6], направленные на развитие интеллектуального потенциала и личностных качеств и на индивидуализацию и дифференциацию образовательного процесса в связи с интересами и склонностями обучающихся. Такую возможность предоставляют элективные курсы или курсы по выбору, реализующиеся наряду со школьным курсом математики в системе профильной подготовки учащихся.

При этом содержание любого элективного курса должно удовлетворять некоторым педагогическим принципам.

Рассмотрим само понятие – принцип. Под принципом понимают основу некоторой теории, науки, политического устройства. Также принцип это – категория педагогического процесса, на котором базируется воспитательный и образовательный процесс в соответствии с различными нормативными документами [5].

Педагогическими принципами являются некоторые концепции, идеи, с помощью которых можно реализовать поставленные педагогические цели и задачи.

К основным функциям педагогических принципов можно отнести:

- 1) принцип полно и детально описывает сущность целей образовательного процесса;
- 2) принцип является основным средством отбора содержания, средств, методов любого педагогического процесса;
- 3) принцип является критерием эффективности воспитательного и образовательного процесса;
- 4) принцип является закономерностью развития педагогического процесса.

Основополагающей из вышеперечисленных функций является вторая функция, раскрывающая взаимосвязь принципов и содержания образовательного процесса.

Можно выделить следующие принципы содержания образования курсов по выбору, удовлетворяющие вышеперечисленным требованиям качества математической подготовки учащихся образовательных учреждений, профилирующих физико-математическое направление.

*Принцип дополнительности.* С одной стороны, принцип направлен на изучение новых математических понятий и фактов, которые не входят в базовый школьный курс математики. А с другой стороны, он предполагает освоение учащимися методов применения уже им известных. Использование данного принципа позволяет углубить и расширить знания, умения и способы деятельности школьников по теме «Комплексные числа».

Но анализ некоторых школьных учебников в пункте 2.1 показал, что данный принцип не имеет широкого распространения, так как, в основном, все задания по теме исчерпываются заданиями на нахождение модуля и аргумента комплексного числа.

*Принцип дифференциации.* Принцип предполагает в процессе освоения программы данного курса по выбору использование заданий разного уровня сложности по схеме «от простого к сложному». На основе выявленного уровня форсированности знаний, умений и способов деятельности учащихся по базовому курсу математики происходит отбор заданий, направленных на

овладение опытом использования как уже известных, так и некоторых специфических методов, позволяющих решать некоторые классы задач более рационально. Более того, такая система разноуровневых заданий позволяет учителю организовать самостоятельную работу учащихся.

Во многих школьных учебниках данный принцип в общей мере реализуется, путем использования различных меток, отделяющих задания базового уровня от заданий повышенного или профильного уровня. Также содержатся дополнительные задания, являющиеся не обязательными для решения в классе и дома, но могут найти свое применение для самостоятельного повышения уровня знаний, умений и способов деятельности обучающихся.

*Принцип проблемности.* Принцип направлен на выявление учащимися некоторой проблемной ситуации (как самостоятельно, так и совместно с учителем), решение которой связано с созданием математической модели данной ситуации. При этом происходит пополнение когнитивного и деятельностного компонентов личностного содержания образования учащихся.

Проблемный метод обучения эффективен при решении различных задач-ловушек и задач, имеющих в своем содержании некоторые специально допущенные ошибки, позволяющие развить у учащихся логическое мышление и познавательный интерес к самому учебному предмету. Подобных заданий рассмотренные учебники из пункта 2.1 также не содержат.

*Принцип междисциплинарности.* Принцип нацелен на включение в содержание курса по выбору комплекса заданий из других областей, решение которых основано на нахождении комплексных чисел.

В основном, задания школьных учебников направлены на изображение геометрической интерпретации комплексного числа на координатной плоскости, нахождение модуля и аргумента комплексного числа, решение квадратных уравнений с комплексными коэффициентами. При этом подобных заданий для работы с учебником по теме предоставляется не значительное количество.



*Принцип практикоориентированности.* Он предполагает применение основных фактов, методов и способов решения математических задач из раздела «Комплексные числа», в процессе решения практических заданий не из области математики. Тем самым устанавливается связь математики с другими областями науки и происходит осознание такого факта, что математика является мощным инструментом для решения конкретных ситуаций из повседневной жизни.

Далее представлена программа и апробация курса по выбору на тему «Геометрические приложения комплексных чисел» в системе профильной подготовки учащихся, в отборе содержания которого учитываются все вышеперечисленные принципы.

### **2.3. Программа курса по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел»**

Основное направление модернизации современного образования – профилизация старших классов общеобразовательных учреждений (школ, гимназий, лицеев). Профильное обучение на старшей ступени обеспечивает развитие личности каждого обучающегося за счет учета его интересов, способностей, влияющих на его дальнейший профессиональный выбор. Одной из форм организации профильного обучения являются элективные курсы (курсы по выбору), с помощью которых возможно представление любой темы школьного курса математики, обладающей определенными целями, задачами и структурой изучения, с учетом особенностей развития учащихся.

Тема «Комплексные числа» в старших классах образовательных учреждений основывается на формировании определений базовых понятий комплексных чисел, нахождение модуля и аргумента комплексного числа, геометрическая интерпретация комплексного числа на координатной плоскости, решение квадратных уравнений с комплексными коэффициентами. Выполнение всех этих заданий не основывается на формировании и развитии у старшеклассников метапредметных знаний, рассматриваемых как новые

образовательные результаты. Поэтому был разработан курс по выбору на тему «Геометрическое приложение комплексных чисел», охватывающий некоторый дополнительный теоретический материал по теме и включающий решение задач на нахождение образов и прообразов при отображениях, осуществляемых комплексными функциями, сферическую модель множества комплексных чисел[7].

*Данный курс по выбору направлен:*

- 1) на углубление основных понятий, связанных с темой «Комплексные числа».
- 2) на использование новых методов и инструментов нахождение образов и прообразов при отображениях, осуществляемых комплексными функциями.
- 3) на применение полученных знаний по комплексным числам при решении геометрических задач.

*Основные цели данного курса:*

- 1) дополнение школьного материала, связанного с изучением темы «Комплексные числа»;
- 2) систематизация и углубление знаний по теме «Комплексные числа»;
- 3) создание условий для овладения языком математики в устной и письменной речи, математическими знаниями и умениями;
- 4) создание условий для формирования умений и навыков решения планиметрических задач с использованием комплексных чисел.

В процессе изучения данного курса по выбору учащиеся старших классов познакомятся с различными методами и приемами нахождения комплексных чисел. Предлагаемый в настоящей работе элективный курс предполагает развитие системы ранее приобретенных программных знаний по математике. Процесс расширения понятия числа от натуральных к действительным был связан как с потребностями практики, так и с нуждами самой математики. Сначала для счета предметов использовались натуральные числа. Затем необходимость выполнения деления привела к понятию дробных

положительных чисел; далее необходимость выполнения вычитания – к понятиям нуля и отрицательных чисел; наконец необходимость извлечения корней из положительных чисел – к понятию иррациональных чисел. Все перечисленные операции выполнимы на множестве действительных чисел. Однако остались невыполненными на этом множестве операции извлечение квадратного корня из отрицательного числа. Значит, имеется потребность в дальнейшем расширении понятия числа и появлении новых чисел в отличие от действительных. Занятия элективного курса построены так, что учитель включает учащихся в учебно-познавательную деятельность, организованную на основе внутренней мотивации; обеспечивает диалоговое общение не только между учителем и учениками, но и между учащимися.

На занятиях элективного курса учителю в учебной деятельности предлагается применять средства ИКТ: представить в виде презентации материал, связанный с историей возникновения понятия комплексное число, использовать компьютер в качестве демонстрационного материала. Некоторые задачи, предлагаемые в данном курсе, не просты в решении, что позволяет повысить учебную мотивацию учащихся и проверить им свои способности к математике [8].

На освоение курса отводится 16 часов, из них 15 часов – на практическое решение задач, 1 час – на определение успешности усвоения материала в форме контрольной работы (табл. 1)

*Таблица 1*

**Тематическое планирование курса по выбору**

<b>№</b>	<b>Тема</b>	<b>Кол-во часов</b>
1	Области и кривые в комплексной плоскости.	2
2	Отображение комплексной плоскости на себя с помощью элементарных функций.	2
3	Самостоятельная работа	1
4	Сферическая модель множества	2

	комплексных чисел	
5	Решение задач на тему «Выпуклые многоугольники»	2
6	Самостоятельная работа	1
7	Решение задач на тему «Векторы»	2
8	Приложение теории комплексных чисел к решению уравнений	1
9	Комплексные числа и параметры	1
10	Итоговая контрольная работа	1
	Итог	16

### **2.3.1. Занятие 1. Нахождение образов и прообразов при отображениях, осуществляемых комплексными функциями**

**Цель:** формирование умений учащихся записывать уравнения и неравенства кривой в процессе представления множества в алгебраической записи и аналитической; создание условий для развития логического и абстрактного мышления, воспитание познавательного интереса к предмету.

#### **Структура занятия:**

- актуализация знаний (10 мин.),
- постановка темы и цели занятия (1 мин.),
- объявление нового материала (10 мин.),
- выполнение заданий на закрепление новой темы (22 мин.),
- подведение итогов занятия (2 мин.).

#### **Комментарий к занятию**

Начало занятия посвящено повторению основных понятий таких как, геометрическая интерпретация комплексного числа на координатной плоскости, модуль и аргумент комплексного числа, алгоритм решения квадратных уравнений с комплексными коэффициентами. Повторение

осуществляется с помощью специальных карточек с заданиями. Карточки содержат различного типа задания, входящих в состав двух вариантов. Четвертая задача в каждом варианте дается по теме, которую учащиеся еще не проходили с целью создания проблемной ситуации. Учащиеся в ходе работы на уроке работаю в группах сменного состава.

*1 вариант*

Изобразить на координатной плоскости множество всех комплексных чисел, у которых отношение мнимой части к действительной равно 2;

Найти аргумент комплексного числа:  $z_1 = -i$ ;

Найти модуль комплексного числа:  $21 - 20i$ .

Дана кривая  $|z - 1| < 1$ , найдите ее образ при отображение  $w = \frac{1}{z}$ .

*2 вариант*

Изобразить на координатной плоскости множество всех комплексных чисел, у которых сумма квадратов действительной и мнимой частей равна 9.

Найти аргумент комплексного числа  $z_1 = -4 + 4i$ .

Найти модуль комплексного числа:  $21 - 15i$ .

Дана кривая  $|z - 1| < 1$ , найдите ее образ при отображение  $w = \frac{1}{z}$ .

При решение четвертого задания с проверочной работы, у учащихся возникают вопросы. После чего, учащиеся ставят перед собой цель и тему урока.

Далее, учителем ставятся следующие вопросы:

- Как вы думаете, что такое образ?
- И что значит нужно сделать, чтобы найти образ при отображение?

Учитель возвращается к четвертой задачи из проверочной работы.

**Задача:** Дана кривая  $|z - 1| < 1$ , найдите ее образ при отображение  $w = \frac{1}{z}$ .

Обучающиеся разными способами пытаются найти ответ на поставленную задачу, применяя перечисленные в начале урока формулы.

Понимают, что эту задачу невозможно решить с помощью знаний, которыми они уже обладают. Учитель знакомит их со следующими понятиями

**Определение 1. Преобразованием плоскости** называется отображение множества точек плоскости в себя.

**Определение 2. Преобразование плоскости** называется взаимно однозначным, если из совпадения образов точек следует совпадение самих точек.

Один из обучающихся вызывается к доске, чтобы решить поставленную задачу.

*Решение задачи следующее:*

Выразим из аналитического задания данной функции переменную  $z$ , получим:  $z = \frac{1}{w}$ . Далее подставим полученное выражение в неравенство из

условия задачи и произведем некоторые преобразования  $\left| \frac{1}{w} - 1 \right| < 1$ ,

$\left| \frac{1-w}{w} \right| < 1; |1-w| < |w|$ . Переходя к алгебраическому представлению комплексного числа  $w$ , в результате получим:  $|1-(u+iv)| < |u+iv|$ ,  $|1-u+iv| < |u+iv|$ .

Пользуясь определением модуля комплексного числа, приходим к неравенству  $\sqrt{(1-u)^2 + v^2} < \sqrt{u^2 + v^2}$ . Возводя в квадрат обе части неравенства, и, приводя подобные, будем иметь  $u > \frac{1}{2}$ . Данное неравенство, очевидно, задает область, изображенную на рис.2.

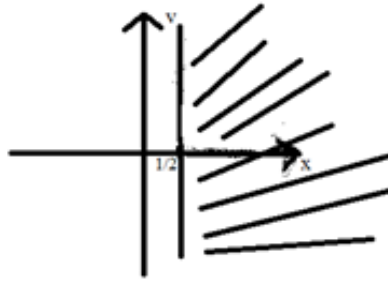


Рис. 2. Область отображение неравенства

После решения задачи все учащиеся начинают работать в парах сменного состава, всем предлагаются карточки, решение которой они решают первую задачу, вместе консультируясь, а вторую каждый решает самостоятельно. В карточке будут представлены задачи на нахождение образов и прообразов при отображениях, осуществляемых комплексными функциями.

Задание 1: Дано кривая  $|2z + 1| = 1$ , найдите ее образ при отображение  $w = \frac{1}{z}$ .

Задание 2: Дана кривая  $w = z^2$ , найдите ее образ при отображение  $y = x$ .

Задание 1: Дано отображение  $|2z + 1| = 1$ . Найти образ при отображение

$$w = \frac{1}{z}.$$

Решение:

Выразим из аналитического задания функции переменную  $z$ , получим:

$z = \frac{1}{w}$ . Далее подставим полученное выражение в неравенство из условия

задачи и произведем некоторые преобразования  $\left| \frac{2}{w} + 1 \right| = 1, \left| \frac{2+w}{w} \right| = 1; |2+w| = |w|$ .

Переходя к алгебраическому представлению комплексного числа  $w$ , в результате получим:  $|2+u+iv| = |u+iv|$ . Пользуясь определением модуля

комплексного числа, приходим к неравенству  $\sqrt{(2+u)^2 + v^2} < \sqrt{u^2 + v^2}$ . Возводя в квадрат обе части неравенства, и, приводя подобные, будем иметь  $u = -1$ .

Данное уравнение, очевидно, задает прямую изображенную на рис.3. Таким образом, заданное отображение переводит окружность в прямую.

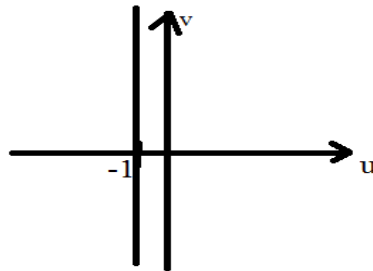


Рис. 3. Отображение окружности в прямую

Задача 2: Дана кривая  $w = z^2$ , найдите ее образ при отображение  $y = x$ .

Решение:

Решение задачи сводится к тому, чтобы выразить  $z$ ,  $z = x + iy$ .

Подставляем в данную кривую  $z^2 = x^2 + 2xyi + i^2 y^2$ ;

Выделяем мнимую и действительную часть  $z$

$$\operatorname{Re} w = x^2 - y^2; \operatorname{Im} w = 2xy$$

Получаем систему:

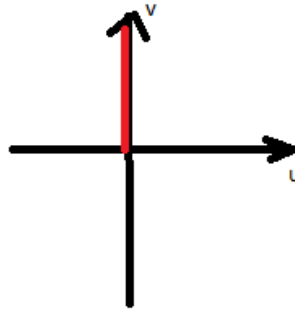
$$\begin{cases} u = x^2 - y^2, \\ v = 2xy; \end{cases}$$

Рассматриваем первое уравнение, т.к. у нас по условию задачи дано, что  $x = y$ , за место  $y$  подставим  $x$ , и получаем следующую систему.

$$\begin{cases} u = 0, \\ v = 2x^2, \end{cases} \text{ т.к. } x^2 \text{ всегда больше нуля, и умножаем мы на положительный}$$

коэффициент. Данное уравнение, очевидно, задает прямую изображенную на рис.4. Таким образом, заданное отображение переводит в прямую.





*Рис.4. Отображение кривой в прямую*

Задача каждого учащегося состоит не только в том, чтобы сделать что-то вместе, а в том, чтобы познать что-то вместе, чтобы каждый участник команды овладел необходимыми профессионально ориентированными знаниями, овладел нужными навыками, и при этом, чтобы вся команда знала, чего достиг каждый ученик. Консультант в конце урока, подает результаты учителя, все кто хорошо работал, получают хорошие оценки.

В конце занятия учитель дает домашнее задание:

Домашнее задание будет выглядеть в творческом виде, придумать задачу нахождение образов и прообразов при отображениях, осуществляемых комплексными функциями, решить ее. Подготовить презентацию своей задачи.

В итоге, учитель спрашивает учащихся:

- Кому-нибудь из присутствующих показались ли представленные задачи сложными/ легкими?
- Понравился ли вам урок в такой форме?

Заполните следующую таблицу:

Урок понравился, все понял 😊	Урок не понравился, ничего не понял ☹

### 2.3.2. Занятие 2. Сферическая модель множества комплексных чисел

#### **Цель урока:**

**Личностные:** формирование пространственного воображения, создание условий для развития логического и абстрактного мышления, воспитание познавательного интереса к предмету,

**Метапредметные:** умение самостоятельно планировать и осуществлять учебную деятельность, владение навыками исследовательской деятельности;

**Предметные:** представление геометрической модели комплексных чисел, формирование умений учащихся решать задачи на геометрическую интерпретацию комплексных чисел в виде точек сферы.

#### **Структура занятия:**

- проверка домашнего задания (7 мин.),
- актуализация знаний (3 мин.),
- постановка темы и цели урока (3 мин.),
- объявление нового материала (10 мин.),
- выполнение заданий на закрепление новой темы (22 мин.),
- подведение итогов занятия (2 мин.).

#### **Комментарий к занятию**

В начале занятия осуществляется проверка домашнего задания по теме «Нахождение образов и прообразов при отображениях, осуществляемых комплексными функциями». В результате чего реализуется процесс выявления основных ошибок обучающихся: либо в формулировке задания, либо в решении, либо в оформлении решения составленной задачи. Далее учащиеся пытаются самостоятельно сформулировать цели и тему урока. Учитель внимательно выслушивает все идеи учащихся, затем поправляет их и переход к объяснению нового материала.

После разбора домашнего задания и решения, учитель объясняет тему и цели урока.

Далее, учителем ставятся вопросы:

- Что такое модуль комплексного числа?
- Ребята, как вы думаете, что подразумевается под понятием сфера в математике?

Далее учащиеся, самостоятельно пытаются формулировать цели и тему урока.

*Объяснение нового материала:*

Бернхард Риман предложил применять для геометрического представление комплексной плоскости сферу. Бернхард Риман известный математик, который заложил основу современной математики и различных исследовательских областей, включая математический анализ и геометрию. Его работы нашли применение в теориях алгебраической геометрии, геометрии Римана и теории комплексного многообразия. Вместе с координатами  $(x; y)$  в плоскости  $\mathbb{C}$  рассмотрим трехмерную прямоугольную систему координат  $(\xi; \eta; \zeta)$ , такую, что оси  $\xi, \eta$  совпадают с осями  $x, y$ , а ось  $\zeta$  им перпендикулярна (рис.5). Добавим в это пространство сферу единичного диаметра, касающуюся плоскости  $x, y$  в начале координат своим южным полюсом. Каждой точке  $z = x + iy \in \mathbb{C}$  поставим в соответствии точку  $P(\xi, \eta, \zeta)$  сферы, получающуюся при пересечении луча, проведенного через точку  $z$  и северный полюс  $N$ , со сферой (рис.5).

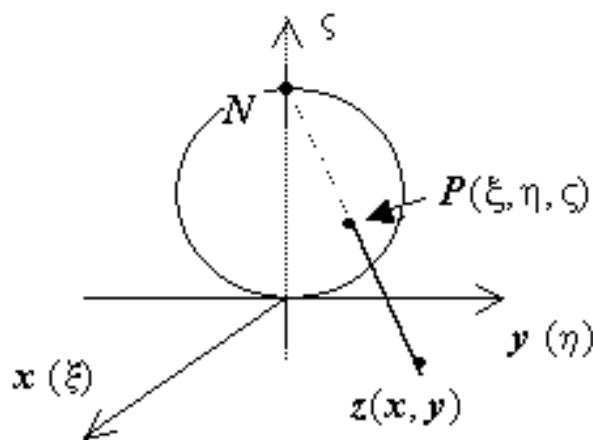


Рис.5. Трехмерная прямоугольная система координат

Класс делится на 4 группы, и выводят формулы перехода от трехмерной прямоугольной системы координат к координатам  $(x; y)$ .

Если известно:

$$1. \xi = \frac{x}{1+x^2+y^2};$$

$$2. \eta = \frac{y}{1+x^2+y^2}.$$

$$3. \zeta = \frac{x^2+y^2}{1+x^2+y^2}.$$

Учащимся отводится, на эту работу пятнадцать минут, на каждый пример есть две группы. Они между собой могут совещаться, но по истечению времени они должны представить решение общее.

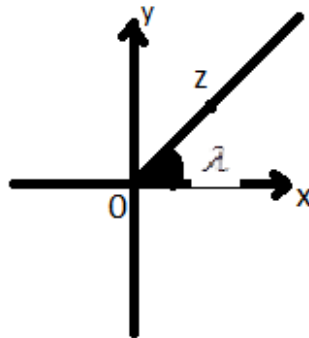
$$\text{Ответ группы: } x = \frac{\xi}{1-\zeta}, y = \frac{\eta}{1-\zeta}.$$

Продолжаем работу по объяснению нового материала:

Очевидно, соответствие  $z \rightarrow P$  взаимно однозначно отображает плоскость  $\mathbb{C}$  на сферу с единственной исключённой точкой – северным полюсом  $N$ . Такое соответствие называется стереографической проекцией.

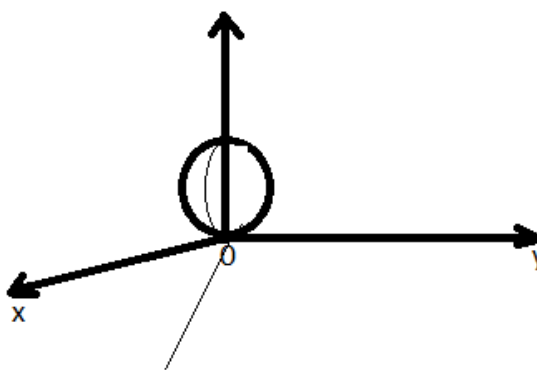
Учитель предлагает обучающимся решить следующую задачу:

*Задача 1:* Найти на сфере образ луча  $\arg z = \lambda$  - меридиана.



*Рис.6. Образ луча на сфере*

*Задача 2:* Найти образ окружности  $|z| = r$ .



*Рис.7.Образ окружности*

Окружность  $|z| = r \Rightarrow$  в параллель.

Далее учитель предлагает, учащимся домашнее задание:

*Задача: Каков на плоскости образ с параллельной широтой  $\beta$ .*

После чего учитель подводит итог урока, каждый ученик отвечает на следующие вопросы:

Я узнал ...

Я научился ...

Мне понравилось ...

Я затруднялся ...

Моё настроение ...

## **2.4. Апробация разработанного курса**

После составления программы курса по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел» и методических рекомендаций по ее реализации была произведена апробация нескольких занятий курса на базе Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение «Лицей №6 Перспектива». Занятия проходили после уроков в 11 классе, обучающиеся в инженерном классе.

В результате апробации были проведены занятия по следующим темам: «Нахождение образов и прообразов при отображениях, осуществляемых комплексными функциями», «Сферическая модель множества комплексных чисел». Занятие по каждой из перечисленных выше тем содержали определенное количество информации, необходимой для изучения темы, и различные задания, представленные в разной форме и различных уровнях сложности. По итогам, полученным при работе школьников на занятиях курса по выбору, и по выполненным заданиям, включенным в домашнюю работу, можно сделать вывод о результативности и эффективности первых занятий разработанного курса.

Но невозможно судить о данном курсе в целом только по нескольким проведенным его занятиям. Если было бы предоставлено образовательным учреждением, в котором была пройдена педагогическая практика, достаточное количество времени на осуществление апробации разработанного курса, можно было бы составить полный отчет о преимуществах и недостатках курса и возможных изменениях в содержании или его методических рекомендациях.

## Заключение

В ходе написания данной работы были получены следующие результаты:

- произведен анализ литературы, содержание которой включает основные аспекты модернизации отечественного образования, цели и задачи профильного обучения и ряда школьных учебников, рекомендованных при изучении математики на профильном уровне;
- составлена программа курса по выбору «Геометрические приложения комплексных чисел», состоящая из пояснительной записки, методического планирования и методических рекомендации нескольких ее занятий;
- частично реализована апробация данного курса по выбору на базе муниципального автономного общеобразовательного учреждения «Лицей №6 Перспектива» в 10 классе. Темы нескольких занятий курса по выбору для апробации были выбраны самостоятельно и реализованы в соответствии с методическими рекомендациями, указанными в данной работе.

В итоге, можно сделать вывод о том, что выдвинутая гипотеза была частично подтверждена. К сожалению, из-за недостатка времени не удалось провести полностью все занятия разработанного курса по выбору. Как показали результаты проведенных занятий курса, данный курс будет способствовать повышению качества математической подготовки обучающихся. Поэтому данный курс является полным и эффективным для его реализации в 10-11 классах образовательных учреждений с математическим профилем.

### Библиографический список

- 1) *Атанасян С.Л.* Элективные курсы по математике и организация самостоятельной деятельности учащихся [Электронный ресурс]. URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/elektivnye-kursy-po-matematike-i-organizatsiya-samostoyatelnoy-deyatelnosti-uchaschihsya> (дата обращения: 23.03.2016).
- 2) *Багачук А.В., Каминская К.В., Тетерина Ж.С.* Дидактические возможности формирования мотивации исследовательской деятельности у студентов – будущих учителей математики [Электронный ресурс]. URL: [www.science-education.ru/113-11657](http://www.science-education.ru/113-11657) (дата обращения 25.02.2016).
- 3) *Багачук А.В., Каминская К.В., Тетерина Ж.С.* Организационно-методические возможности формирования исследовательской деятельности студентов – будущих учителей // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2014. № 1 .С. 40-40.
- 4) *Виленкин Н. Я.* Алгебра и математический анализ для 10 класса : Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики. М. : Просвещение, 1992. 335 с. : ил.
- 5) *Вишнякова С.М.* Профессиональное образование: Словарь. Ключевые понятия, термины, актуальная лексика, М.:НМЦ СПО,1999.
- 6) *Иванова Е.О., Осмоловская И.М., Шалыгина И.В.* Содержание образования: культурологический подход//Педагогика.2005.№1.С 13-19.
- 7) *Каминская К.В.* О содержании элективного курса «геометрические приложения комплексных чисел » в системе профильной подготовки учащихся // Молодежь и наука XXI в.: материалы XVI Всероссийской научно-методической конференции; г.Красноярск,19-20 мая 2015 г. Красноярск: Изд-во РИО ГОУ ВПО КГПУ им.В.П.Астафьева, 2015. С.49-52.



8) *Каминская К.В., Багачук А.В.* Системно-деятельностный подход на уроках математики в профильном классе // Современные тенденции развития науки и технологий.2016.№1-2. С.42-44.

9) *Каминская К.В.* Анализ содержания школьного курса математике по теме «Комплексные числа» в системе профильной подготовки учащихся// Молодежь и наука XXI в.: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции; г.Красноярск,19-26 мая 2014 г. Красноярск: Изд-во РИО ГОУ ВПО КГПУ им.В.П.Астафьева, 2014. С.29-31.

10) *Киселева А.П.* Алгебра. 8-10 класс. В 2 ч. Ч.2. учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Физматлит, 2005. 248 с.: ил.

11) *Колягин Ю.М.* Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. М.: Просвещение,2010. 336 с.: ил.

12) Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования [Электронный ресурс]. URL: <http://www.eidos.ru/journal/index.htm> (дата обращения 1.04.2016).

13) Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Профильная школа.2003.№1.

14) *Ларин С.В.* Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики: учебное пособие. – Ростов-на-Дону: Легион, 2015.192 с.

15) *Лысаковская Е.Г.* Элективные курсы. Некоторые вопросы [Электронный ресурс]. URL: <http://festival.1september.ru/articles/580559>

16) *Милованов К.Ю.* Теоретико-методологические подходы к анализу образовательной политики в контексте реформ российского образования XX века [Электронный ресурс]. URL: [http://www.pmedu.ru/res/2013\\_4\\_2.pdf](http://www.pmedu.ru/res/2013_4_2.pdf) (дата обращения 23.03.2016).

17) *Монахов В.М., Фирстов В.Е.* Условие и факторы формирования концепции модернизации российского образования // Педагогика.2014. №1.с. 24-36.

18) *Мордкович А.Г.* Алгебра и начала анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч.1. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень). М.: Мнемозина, 2007. 287 с.: ил.

19) *Никольский С.М.* Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. М.: Просвещение,2009.464 с.: ил.

20) Основные понятия педагогики высшей школы, глоссарий, 2004 г [Электронный ресурс]. URL: <http://didacts.ru/dictionary/1004> (дата обращения 1.04.2015).

21) Предпрофильная подготовка и профильное обучение как факторы обеспечения качественного доступного образования (методические материалы) / Под научной ред. Н.Н. Сабельниковой-Бегашвили, к.б.н.. – Ставрополь: ГБОУ ДПО СКИРО ПК и ПРО, 2012.

22) Профильное обучение: вопросы и ответы // Математика. 2006. № 14. С. 2–9.

23) Распоряжение Правительства РФ №2506-р от 24 декабря 2013 г. «Концепция развития математического образования в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. URL: [минобрнауки.pdf](#) (дата обращение: 24.03.2016).

24) Распоряжение Правительства РФ №2506-р от 24 декабря 2013 г. «Концепция развития математического образования в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. URL: [минобрнауки.pdf](#) (дата обращение: 24.03.2016).

25) *Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И.* Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1985.

26) Федеральные государственные стандарты основного общего образования (начального, основного, среднего) [Электронный ресурс]. [минобрнау-ки.рф/документы/543](http://минобрнау-ки.рф/документы/543) (дата обращения 20.05.2016).

27) Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования [Электронный ресурс]. URL: <http://ivo.garant.ru/#/document/57501923:0> (дата обращения 07.06.2016).

28) Федеральный закон об образовании в Российской Федерации от 29.12.2012 № 273-ФЗ [Электронный ресурс]. URL: [минобрнауки.рф/документы/2974](http://минобрнауки.рф/документы/2974) (дата обращения 20.05.2016).

29) *Шатохина М.П.* Теоретические и практические задания по дисциплине «Теория функций комплексного переменного»: учебное пособие. Красноярск: РИО ГОУ ВПО КГПУ им. В.П. Астафьева, 2005.

30) Элективные курсы. Некоторые вопросы [Электронный ресурс]. URL: <http://noz.myl.ru/metodika/2013/lisakovskai.doc> (дата обращения 23.03.2016).

31) *Яковлев Б.П., Гейнц Л.В.* Сущность и задачи профильного обучения и предпрофильной подготовки в современной системе образования // Современные наукоемкие технологии. 2008.№6. С. 86-88.