Оглавление

Введение

Преподавание геометрии не может обойтись без наглядности. В тесной связи с наглядностью обучения находится и его практичность. Ведь именно из жизни мы черпаем конкретный материал для формирования наглядных геометрических представлений, делая обучение согласованным с жизнью ребенка, его опытом. Процесс обучения упрощается при разумном использовании принципа наглядности. Обучение не должно быть перенасыщено иллюстрациями, схемами, таблицами и другими формами наглядности, но в некоторых труднодоступных вопросах применение наглядности необходимо. И именно использование возможностей виртуальной лаборатории «Живая математика» позволяет учителю разнообразить урок новыми видами деятельности, насытить его наглядной информацией, повысить мотивацию учащихся, интерес к предмету.

В процессе изучения геометрии, как известно, у учащихся развивается пространственное мышление как разновидность образного, формируются абстрактные образы, в которых фиксируются формы, величина, взаимное положение объектов, расположение фигур на плоскости и в пространстве относительно заданной точки отсчёта.

Геометрия как учебный предмет способствует развитию таких психических функций человека как мышление, ощущение и интуиция. Только при взаимно дополняющем развитии этих функций, обеспечиваемом межполушарными взаимодействиями головного мозга, из человека получается гармонично развитая личность. [13]

Все эти замечательные характеристики геометрии делают её незаменимым элементом общей культуры, в равной степени нужным художнику и математику, инженеру и физику, биологу и экономисту.

Анализ методической литературы свидетельствует о том, что геометрия в современной общеобразовательной школе становится непреодолимым барьером для многих учащихся. Причину этого многие ученые видят в преобладании в традиционном обучении аналитических методов, наличии непосильных для понимания учеников скрупулезных доказательств очевидных фактов, тогда как логическое мышление школьников, особенно к началу изучения геометрии, развито недостаточно, а образное мышление не окончательно упорядочено. Поэтому целесообразно и психологически обоснованно, особенно на первых этапах изучения геометрии, опираться на наглядно-действенное мышление как первую и основную ступень в развитии мышления, опору для формирования образов и понятий и включить в процесс обучения геометрии практическую, конструктивную деятельность.

Всё это создаёт проблему необходимости разработки методов обучения геометрии, сочетающих наглядность, конструктивную практическую деятельность, словесно-логический анализ.

Таким образом, метод геометрических преобразований, как реализация конструктивного подхода к преподаванию систематического курса геометрии, открывает путь к развитию пространственного мышления.

Метод геометрических преобразований является одной из фундаментальных идей, последовательно применяемых в систематическом курсе геометрии, что обусловлено следующими положениями:

- практические операции играют важную роль в мышлении (согласно Ж Пиаже, все мыслительные операции образуют структуру группы, подобную группе преобразований в геометрии);

- с понятием преобразований связан «групповой подход» в геометрии, в соответствии с которым геометрия изучает свойства фигур, являющихся инвариантами фундаментальной группы преобразований;

- геометрические преобразования являются ни чем иным, как обобщением понятия о функции, их изучение открывает возможность «обозреть с одной точки зрения, как отдельные части геометрии, так и их взаимные связи» (Ф. Клейн), подчинить единой идее – идее функциональной зависимости – всю школьную математику;

- большая общность геометрических преобразований позволяет значительно упростить доказательство многих теорем;

- изучение геометрических преобразований способствует формированию пространственного мышления, использование их вооружает учащихся способами (методами) решения задач на построение, которые, в свою очередь, являются одним из эффективных средств развития геометрического мышления школьников;

- геометрические преобразования отражают общие закономерности взаимосвязи явлений природы, изучение их позволяет наиболее полно раскрыть практическую значимость, показать область применения геометрических знаний;

- геометрические преобразования используются не только в курсе геометрии, но и в школьных курсах алгебры (построение графиков функций), физики (механика, оптика), химии (кристаллические тела), черчения (построение изображений в различных проекциях) и др., то есть позволяет укрепить межпредметные связи геометрии с другими дисциплинами. [6]

Анализ основных учебников, учебных пособий по рассматриваемой проблеме показывает, что в преподавании геометрии до сих пор недостаточно внимания уделяется геометрическим преобразованиям, в то время как развитие геометрической науки давно показало, что теория геометрических преобразований является одной из фундаментальных областей геометрии.

Авторы рассматривают вопросы построения теории геометрических преобразований, взаимосвязи между видами преобразований, методику их изложения. Но многие аспекты данной проблемы недостаточно разработаны. По-разному решается вопрос о роли геометрических преобразований в логическом построении геометрии, о том, в каком объеме должны изучаться преобразования в школьном курсе.

Таким образом, в настоящее время в процессе преподавания систематического курса геометрии:

- не всегда удается осветить вопросы прикладной направленности геометрических преобразований;

- не в полной мере используются возможности геометрических преобразований для установления межпредметных связей геометрии с другими дисциплинами;

- не учитываются профессиональные намерения, интересы, склонности учащихся;

- недостаточно осуществляется дифференцированный подход к изложению теоретического материала и подбору упражнений.

ЦОРы способствуют более глубокому и осознанному усвоению изучаемого материала, так как ученик, освоив основные понятия на уроке, сможет без труда вернуться к просмотренному материалу для закрепления или повторения его во внеучебное время.

Все сказанное определяет актуальность проблемы нашей дипломной работы, которая состоит:

· в необходимости усиления роли геометрических преобразований в школьном курсе геометрии;

· в поиске путей усовершенствования методики изучения и применения геометрических преобразований путем разработки интерактивного дидактического пособия по теме раздела.

Как уже говорилось, прерогатива геометрии как учебного предмета общекультурного уровня – развитие абстрактного, логического, пространственного мышления, связь с реальностью – включает ее в число обязательных предметов. Однако, учитывая ее объективную сложность, гуманизация образования требует, чтобы дифференциация обучения математике, в частности геометрии, учитывала потребности всех школьников не только сильных, но и тех, кому это предмет дается с трудом, чьи интересы лежат в других областях.

Цель исследования: разработать для учащихся основной школы (9 класс) элективный курс «Геометрические преобразования плоскости с Живой математикой» и его сопровождение в среде «Живая математика».

Объект исследования: Учебно-воспитательный процесс в основной школе, ориентированный на использование в обучении математике систем динамической геометрии.

Предмет исследования: Компьютерное сопровождение обучения геометрическим преобразованиям плоскости в рамках курса геометрии и элективного курса основной школы на базе системы динамической геометрии «Живая математика».

Задачи исследования:

а) проанализировать темы курса геометрии в основной школе, посвященные геометрическим преобразованиям, в том числе и с точки зрения использования при их обучении СДГ «Живая математика»;

б) изучить динамические, конструктивные, исследовательские и вычислительные возможности среды «Живая математика» как виртуальной лаборатории на предмет использования их при обучении учащихся основной школы геометрическим преобразованиям.

в) разработать элективный курс «Геометрические преобразования плоскости с Живой математикой» для учащихся 9 класса, подготовить компьютерное сопровождение курса.

г) осуществить экспериментальную апробацию элективного курса и опытную проверку эффективности его сопровождения в среде «Живая математика».

Глава 1. Теоретическое обоснование целесообразности применения среды «Живая математика» при изучении геометрических преобразований в основной школе

§1. О различных подходах к изучению геометрических преобразований в школе

Одним из результатов реформ математического образования в 60-70-ые годы прошлого века явилось то, что геометрические преобразования в очередной раз были введены в программу курса геометрии. Однако в отличие от предыдущих реформ подход к включению этого понятия в содержание школьного курса был более продуманным и методически обоснованным. Преобразования не просто появлялись в курсе как некоторые новые понятия, они помещались в центр курса, и большинство понятий геометрии увязывалось с ними.

Появился учебник, созданный под руководством А.Н. Колмогорова, в котором в качестве концептуальной основы была взята идея, заимствованная у Ф. Клейна из его Эрлангенской программы. Однако реализация этой идеи оказалась не совсем удачной. Через некоторое время на смену этому учебнику пришли другие. Сначала – учебник А.В. Погорелова [19], который опять вернулся к схеме А.П. Киселева, но уже с современных позиций. К сожалению, учебник был написан сжато и походил скорее на книгу для учителя, чем для ученика. Чуть позже, в качестве альтернативного, появился учебник авторского коллектива, возглавляемого Л.С. Атанасяном [3]. Этой книгой уже могли пользоваться и ученики, в настоящее время ее используют в большинстве российских школ. Наряду с этими учебниками в школах можно увидеть книги других авторов, в частности учебник Геометрия 7-9 И.М Смирновой и В.А. Смирнова [26].

Несмотря на достаточно большой выбор учебников, ситуация с преподаванием геометрии вообще и темы «Геометрические преобразования» в частности, по-прежнему, обстоит не совсем благополучно. И это несмотря на то, что преобразование множеств было и продолжает оставаться одним из важнейших понятий математики. Изучение геометрических преобразований открывает возможность объединения всей школьной геометрии вокруг единой идеи, позволяет упростить доказательство многих теорем, вооружает учащихся способами решения конструктивных и содержательных задач, задач на доказательство.

В настоящее время программой для общеобразовательных определена следующая цель изучения тем «Движения» и «Подобия» - познакомить учащихся с понятиями движения и подобия на плоскости: симметриями, параллельным переносом, поворотом, а так же гомотетией и подобием фигур.[1]

Реализация поставленных целей обучения проходит на различных этапах обучения. В частности:

1) в 5-6 классах изучаются отдельные виды преобразований, такие как осевая и центральная симметрия; на этом этапе от учащихся требуется умение строить образ точки (фигуры) при осевой, либо центральной симметрии, находить центр, либо ось симметрии;

2) в 7-9 классах начинается систематическое изучение всех видов геометрических преобразований (движений и подобий); на этом этапе учащиеся должны знать определение каждого вида преобразования, его свойства, уметь решать задачи;

3) в 10-11 классах схема изучения преобразований в пространстве немногим отличается от соответствующей схемы на плоскости: обобщаются на случай пространства некоторые преобразования плоскости (например, параллельный перенос), появляются новые типы преобразований аналогичные плоскостным (отражение относительно плоскости, вращение около прямой и др.). Кроме этого рассматриваются отображения пространства на плоскость, которые не являются преобразованиями, например параллельное и центральное проектирование, некоторые их

свойства, изучаются симметрии многогранников, повороты и комбинации движений, выполняются практические работы (построение образов фигур).

На изучение данной темы в школе согласно программе отводится от 8 до 12 часов, в зависимости от учебника, по которому идет преподавание. [1]

Исходя из всего вышесказанного, проведем анализ школьных учебников по геометрии для 7-9 классов. Для проведения анализа нами были выбраны учебники следующих авторов (авторских коллективов): А.В. Погорелова, Л.С. Атанасян и др., И.М. Смирновой и В.А. Смирнова. Выбор учебников не случаен, первые два из них традиционно используются в школе, последний – взят нами в качестве возможной базы для элективного курса, поскольку он помимо традиционной школьной геометрии содержит в качестве дополнительного материала вопросы научно-популярной и современной геометрии, в том числе по геометрическим преобразованиям. Кроме этого мы будем использовать его для сравнительного анализа логики изложения материала.

Сравнительный анализ учебников А.В. Погорелова, Л.С. Атанасяна и др., И.М. Смирновой и В.А. Смирнова.

Таблица № 1.

Тема \ авторы	**Л.С. Атансян и др.**	**А.В. Погорелов и др.**	**И.М. Смирнова и В.А. Смирнов**
Место темы и кол-во часов	9 класс Глава XIII «Движение» (11-12 часов)	8 класс § 9. Движение. (11-12 часов)	8 класс Глава VII «Движение»
Базовое понятие	§ 1. п. 114 **движение плоскости** – это *отображение* плоскости на себя, сохраняющее расстояние	§ 9. п. 82 *Преобразование одной фигуры в другую* называется **движением**, если сохраняется расстояние между точками, т.е. переводит любые две токи Х и У в точки Х’ и У’ другой фигуры так, что ХУ = Х’У’	§ 43 **Движением** называется *преобразование плоскости*, сохраняющее расстояние между точками, т.е. если А, В переводятся в точки А’, В’ соответственно, то А’В’ = АВ
Симметрия			

место темы и количество часов	*Глава V Четырехугольники* *§3 Прямоугольник. Ромб. Квадрат.* *п. 47 Осевая и центральная симметрия.* §1 Понятие движения п. 113 Отображение плоскости на себя п.114 Понятие движения	§ 84 Симметрия относительно точки § 85 Симметрия относительно прямой	§ 39 Центральная симметрия § 40 Поворот. Симметрия n-го порядка § 41 Осевая симметрия
Понятие «симметрия»	*Фигура называется симметричной относительно прямой а, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой а так же принадлежит этой фигуре.* *Фигура называется симметричной относительно точки О, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно точки О так же принадлежит этой фигуре.* **Осевая симметрия** представляет собой отображение плоскости на себя. **Центральная** симметрия плоскости так же является	Преобразование фигуры F в фигуру F’, при котором каждая ее точка X переходит в точку X’, симметрично относительно данной точки O, называется преобразованием относительно точки O. Преобразование фигуры F в фигуру F’, при котором каждая ее точка X переходит в точку X’, симметрично относительно данной прямой g, называется преобразованием относительно прямой g.	Преобразование плоскости, при котором каждой точке A сопоставляется симметричная ей относительно точке O точка A’, называется центральной симметрией. Точка O называется центром симметрии n-ого порядка фигуры F, если при повороте фигуры F вокруг точки O на угол $\frac{360^\circ}{n}$ фигура F совмещается сама с собой. Преобразование плоскости при котором каждой точке A сопоставляется симметричная ей относительно прямой точка A’, называется осевой симметрией.

	движением.		
Формирование УУД	1. Умение формулировать определение, свойства центральной и осевой симметрии и применять их на практике 2. Умение решать задачи 3. Умение грамотно и правильно изображать чертеж		
Типы заданий	На доказательство На построение	На доказательство На построение Аналитические	На доказательство На построение Аналитические
Параллельный перенос			
Место темы и количество часов	§2. Параллельный перенос и поворот 116. Параллельный перенос	87 Параллельный перенос и его свойства 88. Существование и единственность параллельного переноса	§ 42 Параллельный перенос
понятие «Параллельный перенос»	Параллельным переносом на вектор а называется отображением плоскости на себя, при котором каждая точка М отображается в такую точку M_1, что вектор MM_1 равен вектору а.	Преобразование фигуры F, при котором произвольная ее точка (x;y) переходит в точку (x+a;y+в), где а и в одни и те же для всех точек (x;y), называется параллельным переносом.	Преобразование плоскости при котором точкам А сопоставляются точки А' так, что $\overrightarrow{AA'}$ равны заданному вектору $\vec{a}$, называется параллельным переносом.
Формирование УУД	1. Умение формулировать определение, свойства параллельного переноса и применять их на практике 2. Умение решать задачи 3. Умение грамотно и правильно изображать чертеж		
Типы заданий	На доказательство На построение Аналитические	На доказательство На построение Аналитические	На доказательство На построение Аналитические
Поворот			
Место темы и количество часов	§2 «Параллельный перенос и поворот», 117 Поворот	пункт 86 «Поворот».	§ 40 Поворот. Симметрия n-ого порядка.
понятие «Поворот»	Поворотом плоскости вокруг точки *O* на угол α называется ***отображение плоскости на себя***, при котором каждая точка *M* отображается в	Поворотом плоскости около данной точки называется такое движение, при котором каждый луч, исходящий из этой точки, поворачивается на один и тот же угол в	Преобразование плоскости, при котором данная точка О остается на мести, а все остальные точки поворачиваются вокруг точки О в одном и том же направлении (против часовой стрелки или по

	такую точку M_1, что $OM=OM_1$, и угол MOM_1 равен α.	одном и том же направлении.	часовой) на заданный угол φ, называется поворотом вокруг точки O.
Формирование УУД	1. Умение формулировать определение, свойства поворота и применять их на практике 2. Умение решать задачи 3. Умение грамотно и правильно изображать чертеж		
	На доказательство На построение Аналитические	На построение	На доказательство На построение Аналитические

Таким образом, в учебниках по геометрии изложение отдельных видов геометрических преобразований занимает значительное место, но при этом:

- изложение теории не всегда раскрывает сущность геометрических преобразований;

- метод геометрических преобразований не рассматривается как один из наиболее эффективных методов решения задач;

- недостаточно освещены вопросы прикладной направленности геометрических преобразований;

- не устанавливаются межпредметные связи геометрии с другими дисциплинами курса посредством геометрических преобразований

- ни в одном из учебников не предусматривается применение при изучении геометрических преобразований информационных технологий.

Как показывает анализ учебников по проблеме изучения геометрических преобразований в средней школе, эти знания и умения представлены не как система, а как ряд частных явлений и их изучение растянуто на несколько лет. При этом каждое преобразование дается обособленно, вне связи с другими, несмотря на то, что такая связь существует. Свойства, которыми обладают преобразования, рассматриваются отдельно для каждого конкретного вида, в то же время многие свойства аналогичны.

Для каждого преобразования дается частный способ его реализации. Причем главным в действиях учащихся является исполнительная часть:

ученики механически производят построения, не имея концептуальной основы.

Нерациональный способ изложения теории геометрических преобразований приводит к трудностям, с которыми сталкиваются учителя в процессе преподавании, а ученики - при усвоении этого раздела курса. По нашему мнению, при изучении геометрических преобразований следует стремиться к тому, чтобы учащиеся с самого начала усвоили те общие элементы, те основные единицы, которые характерны для всех изучаемых в школьном курсе геометрических преобразований, а затем – метод работы с этими единицами, позволяющий использовать эти виды преобразований. Таким образом, учащиеся должны усвоить обобщенное умение по выполнению данных преобразований.

Геометрические преобразования представляют одну из содержательных линий школьного курса геометрии. Их изучение позволяет наиболее полно раскрыть практическую значимость, показать область применения геометрических знаний. В то же время изучение геометрических преобразований обеспечивает развитие пространственного, логического, абстрактного мышления, математической интуиции учащихся именно в том возрасте, когда они имеют наиболее ярко выраженные способности к восприятию пространственных форм окружающего мира.

Перемены в жизни общества трансформируют взгляды на роль и место изучения геометрических преобразований в условиях дифференцированного обучения, на содержание программ и систему работы с учащимися профильных классов и классов, непосредственно предшествующих профильным, то есть предпрофильным.

При рассмотрении целей обучения теме «Геометрические преобразования» в 8-9 классах необходимо учитывать общие цели обучения математике, цели обучения геометрии, запросы общества, личностные потребности и возможности учащихся.

Цели обучения математике на современном уровне ее развития определены в работе Г.И. Саранцева:

1. Образовательные цели: овладение системой математических знаний, умений, навыков, дающих представление о предмете математики, ее языке, символике, методе познания, математическом моделировании, алгоритме, периодах развития математики, специальных математических приемах.

2. Воспитательные цели: формирование мировоззрения учащихся, логической и эвристической составляющих мышления, воспитание нравственности, культуры общения, самостоятельности, активности, эстетического воспитания школьников.

3. Практические цели: формирование умений строить математические модели простейших реальных явлений, исследовать явления по заданным моделям, конструировать приложение моделей; приобщение к опыту творческой деятельности и формирование умений применять его, ознакомление с ролью математики в научно-техническом прогрессе, современной науке и производстве.[25]

Геометрические преобразования могут эффективно «работать» на достижение указанных целей.

По мнению В.А. Гусева, при обучении математике необходимо учитывать:

1) выполнение требования получения всеми учащимися основ математических знаний, умений, навыков, которые являются базовой составляющей развивающейся личности каждого школьника;

2) формирование основных стержневых качеств личности, в формировании которых обучение математике играет существенную роль (умственное воспитание, составляющие творческого потенциала, мировоззрение, нравственное и трудовое воспитание);

3) специальные задачи, характерные только для математического образования (устная и письменная математическая речь, использование

математических приборов, построение моделей реальных ситуаций, развитие пространственного мышления, математической интуиции и воображения). Геометрические преобразования естественным образом вписываются в достижение этих целей.[7]

Курс геометрии, по мнению Г.Д. Глейзера, должен быть сконструирован таким образом, чтобы он развивал у учащихся следующие качества интеллекта: геометрическую интуицию, пространственное и логическое мышление, способность к конструктивно-геометрической деятельности и владение символическим языком (хотя бы в минимальном объеме). Цели обучения геометрии автор представляет в виде синтеза прикладных, научных (собственно геометрических) и общекультурных целей. [9]

Кроме общих целей обучения математике в программах есть уточнение, которое предусматривает формирование у учащихся устойчивого интереса к выбранному предмету, выявление и развитие их способностей, ориентацию на профессии, существенным образом связанные с выбранной деятельностью, подготовку к обучению в вузе.

Специфика процесса обучения геометрии должна состоять в ориентации учащихся на правильный выбор направления обучения в старших классах и способности (готовности) к обучению в классе определенного профиля.

Геометрические преобразования, таким образом, обладая мощным потенциалом обучения, развития и воспитания учащихся, очень слабо его реализуют на современном этапе.

§2. Динамические, конструктивные и вычислительные возможности среды «Живая математика» с точки зрения их использования при изучении геометрических преобразований.

В настоящее время в развитии процесса информатизации образования проявляются следующие тенденции:

1) формирование системы непрерывного образования как универсальной формы деятельности, направленной на постоянное развитие личности в течение всей жизни;

2) создание единого информационного образовательного пространства;

3) активное внедрение новых средств и методов обучения, ориентированных на использование информационных технологий;

4) синтез средств и методов традиционного и компьютерного образования;

5) создание системы опережающего образования.[10]

Изменяется также содержание деятельности преподавателя; преподаватель перестает быть просто "репродуктором" знаний, становится разработчиком новой технологии обучения, что, с одной стороны, повышает его творческую активность, а с другой - требует высокого уровня технологической и методической подготовленности. Появилось новое направление деятельности педагога - разработка информационных технологий обучения и программно-методических учебных комплексов.

Наибольшим потенциалом в обозначенных аспектах обладает так называемая система динамической геометрии (СДГ) или, как ее ещё называют, виртуальная лаборатория «Живая математика», которая входит в состав свободного программного обеспечения. «Живая математика» рассчитана на поддержку школьного курса геометрии и алгебры, она имеет массу возможностей. Безусловно, наиболее эффективно использовать данную программу на уроках геометрии. Так, одним из основных подходов к обучению на занятиях по данному предмету может стать исследовательский подход, а одним из центральных методов – метод эксперимента, включая численный, конструктивный и анимационный эксперименты. С помощью этого метода дети получают реальную возможность сформулировать и экспериментально обосновать ту или иную геометрическую гипотезу, совершить собственное «мини-открытие», обосновать его, сопроводив доказательство динамическим чертежом. Использование системы динамической геометрии «Живая математика» в процессе обучения геометрии показывает, что интерес детей к занятиям значительно возрастает и как следствие – создает предпосылки для повышения уровня познавательных возможностей.[27]

В данной программе реализованы современные методы построения, опирающиеся на интуитивно ясные и проверенные принципы. Конструктивные возможности: построение динамического чертежа для любой задачи, определения или теоремы, так же ученик может наблюдать за изменениями динамического чертежа, что позволяет проводить исследования и эксперименты.

Для создания компьютерных чертежей используются стандартные геометрические операции - проведение прямой (луча, отрезка) через две выделенные точки, построение окружности (по центру и радиусу), фиксация пересечений прямых и окружностей, проведение параллельных прямых, биссектрис и т.д.

Все вышесказанное можно реализовать с помощью набора инструментов. Они расположены в соответствующем меню команд «Построения», наиболее часто используемые - вдоль левой части окна чертежа и содержат в себе инструменты, позволяющие выделять, переносить, создавать объекты и давать им имена. Кроме того, имеется особый инструмент, служащий для изготовления и хранения нестандартных инструментов, созданных самим пользователем (рис 1).

Рис. 1 Панель инструментов с описанием функций программы «Живая математика».

Так же данная программа позволяет производить измерения длин, площадей и углов, так же встроены возможности арифметических действие (калькулятор), позволяющие производить операции с результатами измерений.

Функции, отвечающие за измерения числовых характеристик объекта, встроены в меню, вкладка, отвечающая за измерения «Измерения», выводит на экран названия объекта и его величину (рис 2) .

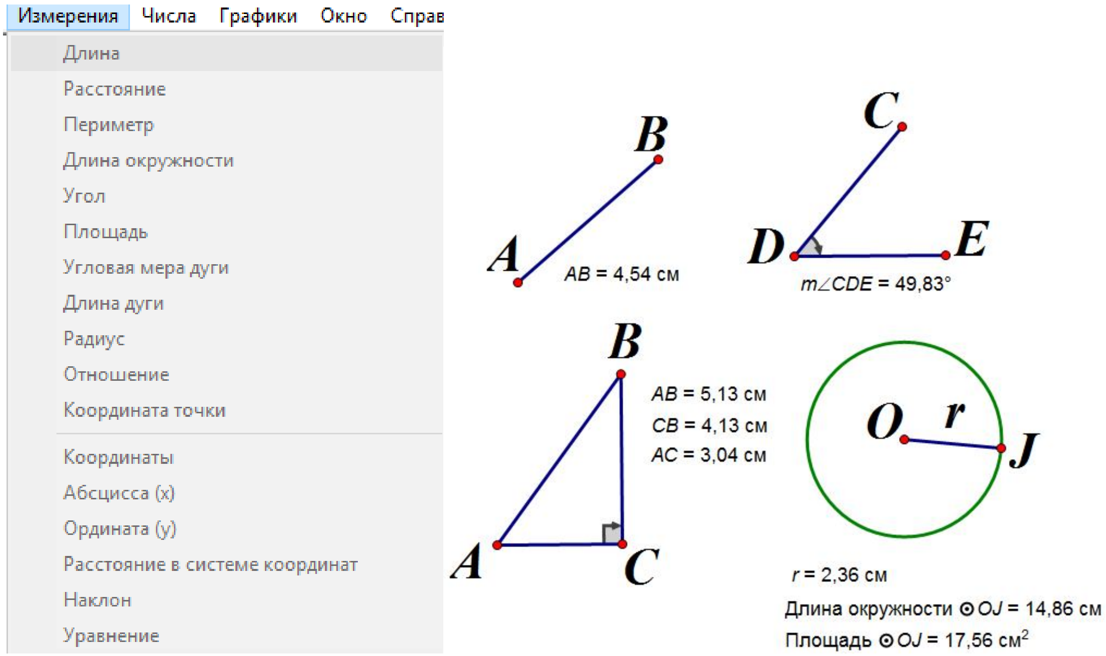


Рис. 2 Возможности вкладки меню «Измерения».

Данные возможности программы позволяют на уроке проводить исследования, которые подводят детей под понятие, признак или теорему.

Следующая встроенная возможность программы позволяет производить вычисления с уже полученными значениями (рис 3).

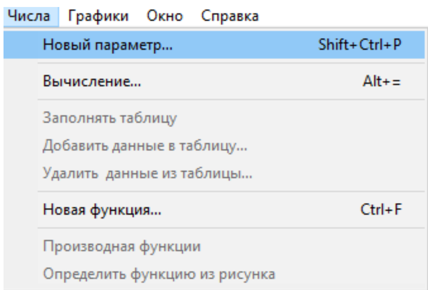


Рис. 3 Диалоговое окно вкладки «Числа».

Для того, чтобы выполнить действия с уже полученными значениями необходимо открыть вкладку меню «Числа», далее мы открываем вычисления, и на экране появляется диалоговое окно напоминающее калькулятор (рис 4).

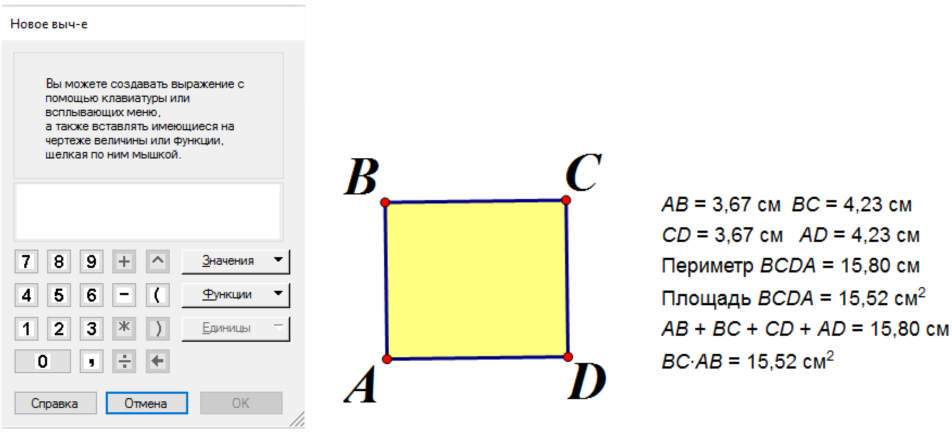


Рис. 4 Возможности функции «вычисления»

Для того, чтобы выполнить действия с уже полученными значениями подсветите это значение, и в диалоговом окне отразится название выбранного объекта, далее выбираем необходимую арифметическую операцию, и следующий объект, для того чтобы вывести результат на экран необходимо нажать «ок».

Все инструменты, связанные с построением геометрических преобразований собраны в меню «Преобразования» (рис 5). Система преобразований содержит в себе: управляемый поворот, перенос, отражение.

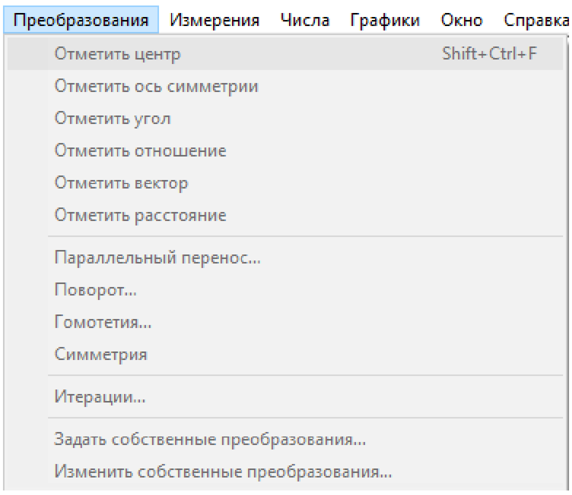


Рис. 5 Диалоговое окно вкладки «Преобразования».

Данное строение позволяет сохранить суть любого преобразования. Ребенок точно знает алгоритм построения геометрического преобразования, который схож с построением на бумаге. Так же данная программа позволяет задавать собственные преобразования. В ходе нашей работы (стр. x - y) мы будем неоднократно обращаться к алгоритму построения каждого вида преобразований.

§3. Движения плоскости, изучение свойств переноса, поворота и осевой симметрии с помощью среды «Живая математика»

Теория геометрических преобразований в школе может быть построена традиционным – синтетическим, а так же аналитическим методами. Наибольшее распространение получил смешенный: аналитико-синтетический подход, использующийся в действующих учебниках. Это позволяет упростить изложение, а так же формировать у школьников представление о возможности использования различных способов задания геометрических преобразований.

В учебнике А.В.Погорелова (теоретико-групповой подход) материал представлен в виде двух отдельных тем: «Движения» (8 кл.) и «Преобразования подобия» (9 кл.). Обе темы начинаются с общих вопросов: вводится общее понятие, дается два общих групповых свойства, рассматриваются свойства этих видов преобразований, их виды и специфические свойства каждого вида.

Учебник Л.С. Атанасяна (реально-практический подход) предусматривает вначале описательное знакомство с симметрией (8 кл.). В конце 9 класса рассматривается общее понятие движения и его свойства, затем отдельно изучаются параллельный перенос и поворот.

Учебник Смирновых (синтетический подход) предусматривает в начале знакомство с каждым видом движения (8 класс), и только в самом конце темы говорит о том, что все вышеперечисленные преобразования плоскости называются движением. [24]

Что касается самого определения термина «движение» то у Л.С. Атанасяна оно более формальное, а определения, которые дают А.В. Погорелов и Смирновы, включает в формулировку основное свойство движения т.е. сохранение расстояния.

Введение темы «Движение» в учебном пособии под руководством Л.С. Атанасяна начинается с актуализации понятия центральной и осевой симметрии. На примере данных преобразований автор вводит само понятие «движение». Так же в процессе ввода понятия автор затрагивает основные свойства геометрических преобразований, и говорит о том, что они будут выполняться для всех видов движений.

А.В. Погорелов вводит понятия движения на примере фигур, но в определение вкладывает основное свойство движение. Далее он в отдельном параграфе вводит свойства движения в виде теорем, и говорит о том, что эти свойства будут выполняться для всех видов движения.

Рассмотрим основные преобразования плоскости и их свойства. Так же опишем алгоритм построения преобразований в программе «Живая математика». Для каждого вида геометрического преобразования плоскости приведем пример решения задачи из школьного курса геометрии.

Параллельный перенос плоскости

Об определении переноса в школьных учебниках. В выбранных нами учебниках преобразование параллельного переноса, несмотря на относительную простоту этого понятия (перенос не меняет ориентацию плоскости, образ фигуры отличается от прообраза только положением на плоскости), появляется, как правило, лишь во второй половине курса планиметрии. Связано это, на наш взгляд, с тем, что понятие переноса связано с понятием вектора, которое авторы, учитывая неудачный опыт А.Н. Колмогорова реформы школьного математического образования, не рискуют давать в 7-8 классах. Учитывая последнее обстоятельство, само определение переноса формулируется авторами по-разному.

Так, например, в учебнике авторского коллектива под руководством Л.С. Атанасяна дано следующее определение переноса: «*Параллельным переносом* на вектор $\vec{a}$ называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1, что вектор $\overrightarrow{MM_1}$

равен вектору $\vec{a}$» [3, стр. 300]. Появляется это определение лишь в самом конце 9 класса, хотя понятие вектора дается уже в 8 классе.

В учебнике А.В. Погорелова [19], параллельный перенос задаётся аналитически. Понятно, что для этого нужна система координат на плоскости, которую автор вводит в 8 классе. А.В. Погорелов вводит параллельный перенос в 9 классе, причем определяет перенос не всей плоскости, а лишь отдельной фигуры F: «Преобразование фигуры F, при котором произвольная ее точка (x, y) переходит в точку (x + a, y + b), a и b постоянные, называется *параллельным переносом*. Параллельный перенос задается формулами:

$$x' = x + a,\ \ y' = y + b.$$

Эти формулы выражают координаты x′ и y′ точки, в которую переходит точка (x, y) при параллельном переносе» [2, стр. 127]. Отметим некоторую некорректность этого определения. Под преобразованием множества обычно понимается взаимно-однозначное отображение этого множества на себя. Однако, в общем случае, фигура F при параллельном переносе может отобразиться на фигуру, отличную от F. По всей видимости, автор понимает преобразование более широко, как отображение одного множества на другое.

Ещё одно замечание, определение параллельного переноса дается с помощью формул, указывающих связь между координатами точки и ее образа при данном параллельном переносе. Такое определение выглядит формальным, а не конструктивным, в сравнении с другими авторами, однако, если проиллюстрировать на рисунке эти формулы, то можно заметить, что они тоже дают способ построения точки, в которую переходит данная точка при параллельном переносе: она смещается на a вдоль оси абсцисс и на b вдоль оси ординат.

В учебнике И.М. Смирновой и В.А. Смирнова [26] параллельный перенос вводится в 8 классе. Вначале дается нестрогое определение:

«Нестрого говоря, *параллельный перенос* перемещает точки плоскости в одном и том же направлении на одну и ту же величину» [3, стр. 170]. Ниже, после определения понятий «вектор», «длина вектора» «равенство двух векторов», дается строгое определение, которое аналогично определению Л.С. Атанасяна: «Преобразование плоскости при котором точкам A сопоставляются точки A′ так, что вектор $\overrightarrow{AA'}$ равен заданному вектору $\vec{a}$, называется *параллельным переносом*» [3, стр. 171].

Возможности СДГ Живая математика при обучении параллельному переносу. Какие дидактические преимущества появляются у учителя в результате использования при обучении геометрическим преобразованиям среды «Живая математика»? В меню программы «Живая математика» есть вкладка, отвечающая за преобразования, в перечне предложенных преобразований мы можем найти «параллельный перенос», эта возможность позволит облегчить построения в процессе решения задач. А так же позволит более наглядно ввести определение геометрического преобразования.

Для построения образа точки при параллельном переносе в программе «Живая математика» нужно выполнить следующие действия:

1. *Отметить вектор переноса*. Для этого подсвечиваем две точки: первая задает начало вектора переноса, вторая – конец; заходим во вкладку «Преобразования»; выбираем функцию «Отметить вектор».

2. *Выбрать произвольную точку плоскости*. Чтобы выбрать точку, образ которой нужно найти при параллельном переносе, достаточно подсветить эту точку.

3. *Выполнить параллельный перенос*. Возвращаемся в панель меню, выбираем «Преобразования», выбираем вид преобразования параллельный перенос. В появившемся диалоговом окне выбираем функцию «перенос».

После выполнения этой последовательности действий мы получим образ точки при параллельном переносе (на рис. 6 для большей наглядности пары точек «прообраз» - «образ» соединены отрезками со стрелкой на конце, которые построены с помощью собственного инструмента, взятого нами из программы «Готовые инструменты для Живой математики»).

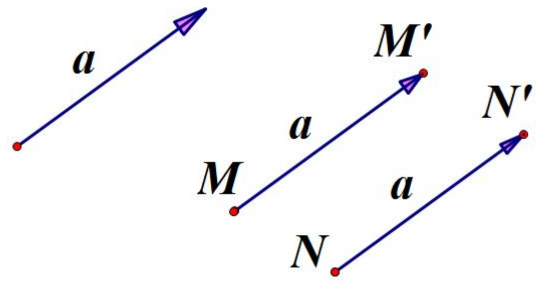


Рис 6 Образ точки при параллельном переносе на вектор $\vec{a}$, построенный в программе «Живая математика»

Так же программа «Живая математика» позволяет строить не только образ точки, но и образ любой фигуры. Для этого необходимо выполнить предыдущий алгоритм, только на втором шаге мы подсвечиваем всю фигуру, к которой необходимо применить параллельный перенос.

На рис. 7 построены образы квадрата ABCD, окружности с центром в точке O, «домика» при параллельном переносе на вектор $\vec{a}$.

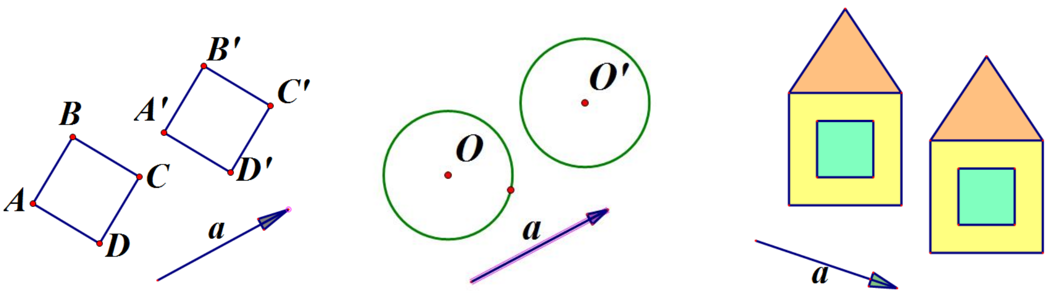


Рис 7 Образы объектов при параллельном переносе на вектор $\vec{a}$, построенные в программе «Живая математика»

Об изучении свойств переноса в школьных учебниках. Параллельный перенос, как и другие виды движений, обладает свойствами. В учебных пособиях, выбранных нами, свойства параллельного переноса изучаются по-разному. В частности в учебнике Л. С. Атанасяна [3] в п. 116 доказывается, что параллельный перенос является движением, а, следовательно, для параллельного переноса сохраняются все свойства движений, выявленные в предыдущих пунктах. В Учебнике А. В. Погарелова

[19] логика изложения свойств параллельного переноса схожа с логикой А. С. Атанасяна. В учебнике И.М. Смирновой и В.А. Смирнова [27] рассматриваются некоторые свойства параллельного переноса с доказательством, а именно:

1. Параллельный перенос сохраняет расстояние между точками.
2. Параллельный перенос переводит отрезки в отрезки, лучи в лучи и прямые в прямые.

Мы выбрали основные свойства параллельного переноса, которые так или иначе отражены практически во всех наиболее распространенных школьных учебниках. Без всякого сомнения, для развития логического и абстрактного мышления школьников большинство этих свойств должно быть доказано на уроке. Одновременно считаем, что процесс обучения только выиграет, если учитель, используя основной дидактический принцип, принцип наглядности, перед каждым доказательством проведет небольшой геометрический эксперимент: построит (с помощью учеников) на рабочем поле среды «Живая математика» необходимую геометрическую конфигурацию и поставит перед учащимися задачу – найти ту или иную закономерность (параллельность прямых, равенство отрезков и т.д.). После того как учащиеся сформулируют гипотезу, проверят ее экспериментально (для этого дополнительно следует воспользоваться вычислительными возможностями ЖМ), перемещая мышкой независимые фигуры, можно приступать к доказательству свойства. В отдельных случаях можно ограничиться лишь демонстрацией:

1. Параллельный перенос сохраняет расстояние между точками (рис.8)

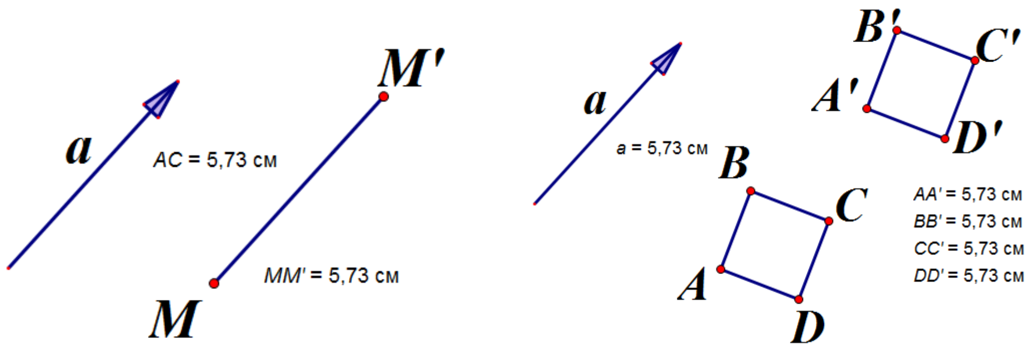


Рис 8. Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

2. При параллельном переносе прямая отображается на прямую (рис. 9)

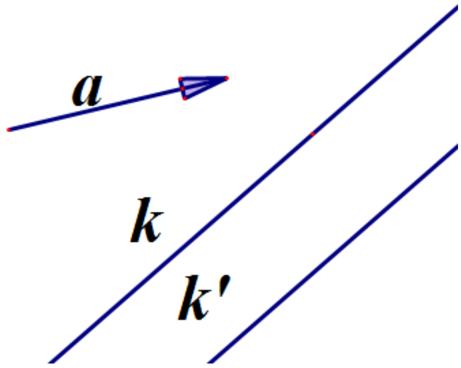


Рис 9. Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

3. При параллельном переносе отрезок отображается на отрезок (рис. 10)

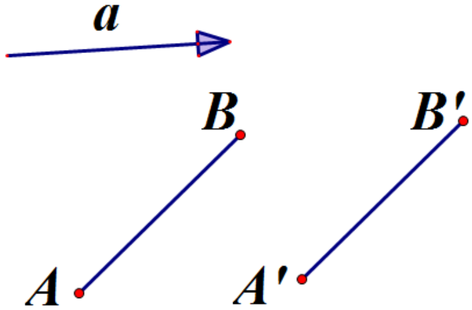


Рис 10 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

4. При параллельном переносе луч отражается на луч (рис. 11)

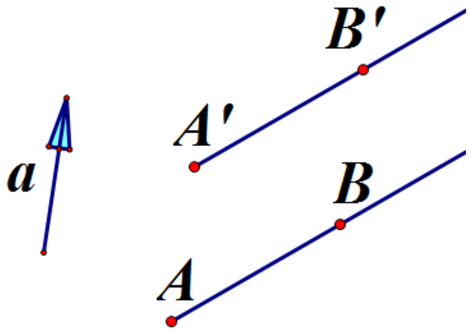


Рис 11 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

5. При параллельном переносе параллельные прямые отображаются на параллельные прямые (рис. 12)

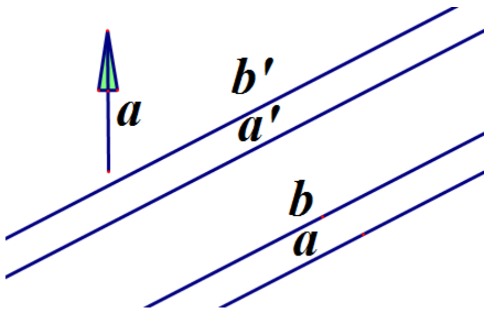


Рис 12 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

6. При параллельном переносе угол отображается на равный угол (рис 13)

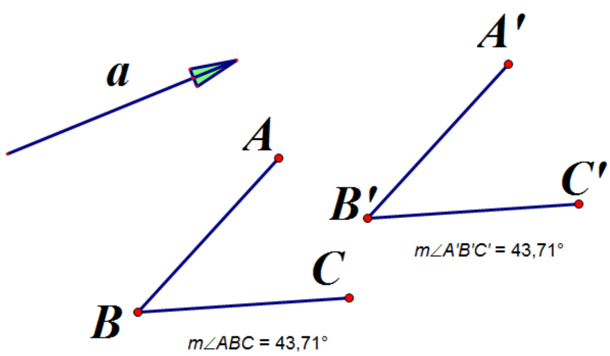


Рис 13 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

Программа «Живая математика» позволяет при формировании у детей понятия «параллельный перенос» соблюдать основной дидактический принцип наглядности. Так же на этапе вывода основных свойств учитель может проводить эксперименты, которые позволят сформировать интерес не только к данной теме, но и к предмету в целом.

Программу «Живая математика» так же удобно использовать при решении задач с помощью геометрических преобразований. Программу удобно применять на этапе анализа, построения и исследования.

Применение среды «Живая математика» при решении задач методом параллельного переноса. В качестве примера рассмотрим несколько задач элементарной геометрии, в которых используется параллельный перенос на некоторый вектор.

Основная идея решения задач элементарной геометрии с использованием параллельного переноса заключается в том, что строится вспомогательная фигура, полученная из данных или искомых фигур (или некоторой их части), с помощью подходящего параллельного переноса, затем строится точка, позволяющая получить искомую фигуру. Напрашиваются следующие два взаимосвязанные вопросы методического плана:

- как догадаться о том, что нужно рассмотреть параллельный перенос на тот или иной вектор?

- образ какой именно части анализируемой конфигурации фигур нужно рассмотреть при найденном параллельном переносе?

Для того чтобы ответить на эти вопросы, воспользуемся теми возможностями «Живой математики», которые позволили отнести это программное средство к мини-лабораториям. Продемонстрируем исследовательские возможности этой лаборатории на примере следующей задачи.

Задача № 1 (рабочая тетрадь к учебнику Л.С. Атанасяна)

Используя параллельный перенос, постройте трапецию по ее основаниям и диагоналям.

<u>Компьютерный анализ (эксперимент)</u>. Как и при классической методике предполагается, что задача решена и на рабочем поле «Живой

геометрии» строится трапеция ABCD (рис. 14), отмечаются данные по условию задачи основания и диагонали.

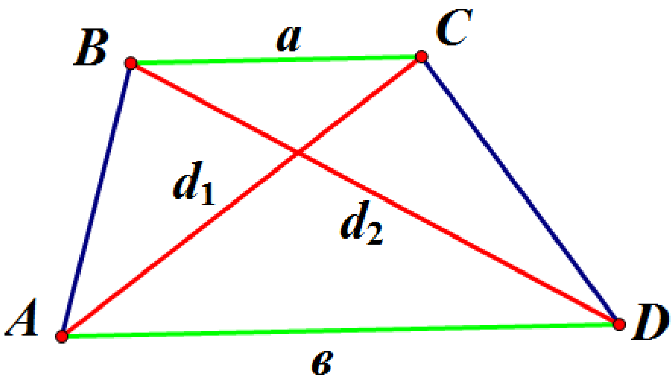


Рис 14. Искомая трапеция, построенная в программе «Живая математика»

Проанализировав чертеж, приходим к следующему, совершенно естественному способу построения искомой трапеции.

1. Построим произвольный луч, отметим на нем отрезок AD = b;
2. На луче AD, от точки D отложим отрезок DD_1, равный отрезку a.
3. Построим треугольник ACD_1, стороны AC и CD_1, которого равны данным отрезкам d_1 и d_2 (рис. 15)

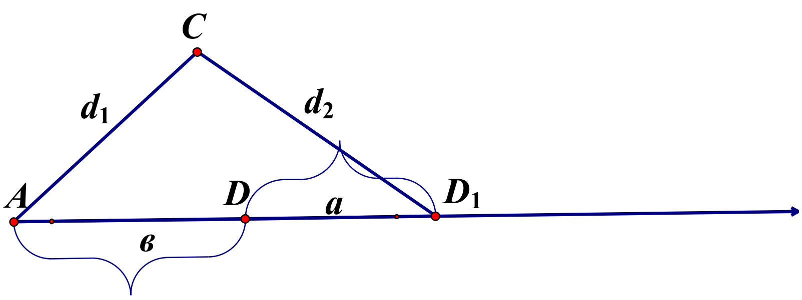


Рис 15 Чертеж построения искомой трапеции после выполнения 1-3 шага в программе «Живая математика»

4. Построим точку B, в которую отображается точка C при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{D_1D}$.

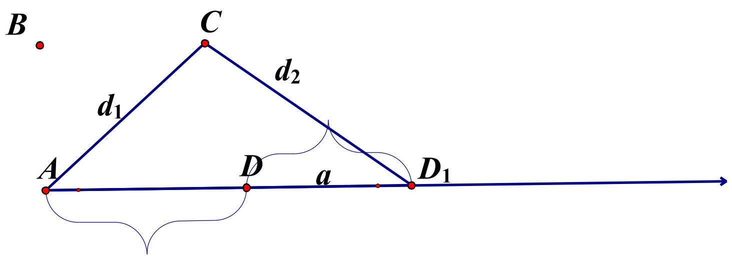


Рис 16 Построение точки B в ЖМ

5. Таким образом мы нашли все вершины искомой трапеции ABCD

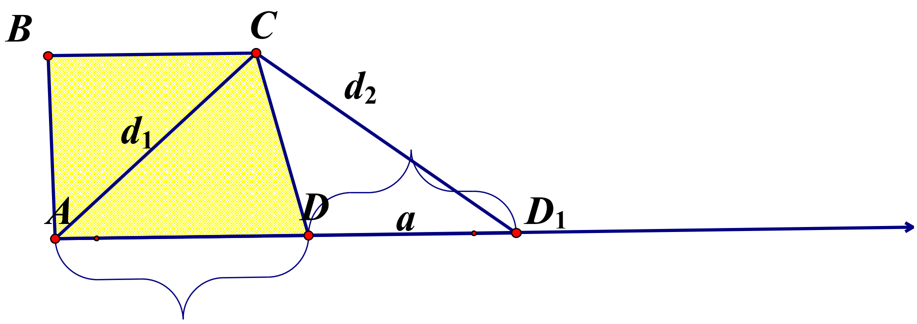


Рис 16 Искомая трапеция ABCD построенная в ЖМ

Доказательство того, что построенная фигура удовлетворяет условию задачи, непосредственно следует из проведенных построений и является очевидным.

Компьютерное исследование. Исследование задачи на существование искомой фигуры и число таких фигур удобно проводить в среде «Живая геометрия». Меняя величины данных элементов четырехугольника можно наблюдать за изменениями, происходящими на рабочем поле «Живой геометрии». Очевидно, что окончательные выводы, связанные с исследованиями задачи, можно делать лишь после обращения к соответствующим теоремам геометрии.

Поворот

Об определении поворота в школьных учебниках. Понятие «поворот» в выбранных нами учебниках определяется следующим образом: Л.С. Атанасян дает следующее определение поворота:

Поворотом плоскости вокруг точки O на угол α называется **отображение плоскости на себя**, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1, что $OM=OM_1$, и угол MOM_1 равен α.

А.В. Погорелов

Поворотом плоскости около данной точки называется такое **движение,** при котором каждый луч, исходящий из этой точки, поворачивается на один и тот же угол в одном и том же направлении.

И.М. Смирновой и В.А. Смирнова

Преобразование плоскости, при котором данная точка О остается на мести, а все остальные точки поворачиваются вокруг точки О в одном и том же направлении (против часовой стрелки или по часовой) на заданный угол φ, называется **поворотом** вокруг точки О.

Возможности СДГ Живая математика при обучении параллельному переносу. В меню программы «Живая математика» есть вкладка, отвечающая за преобразования, в перечне предложенных преобразований мы можем найти «поворот», эта возможность позволит облегчить построения в процессе решения задач. А так же позволит более наглядно ввести определение геометрического преобразования.

Для построение образа объекта при повороте в программе «Живая математика» нужно выполнить ряд последовательных действий:

1. *Отметить угол поворота.* Для этого мы последовательно (по часовой стрелке, либо против) подсвечиваем точку на первой стороне угла, вершину угла, затем точку на второй стороне угла. Заходим в меню «Преобразования» и нажимаем отметить угол. В этот момент на чертеже пробегает анимация, свидетельствующая о том, что угол отмечен;
2. *Отмечаем центр поворота.* Двойным щелчком отмечаем точку, вокруг которой будем поворачивать объект. Программа так же реагирует на выбор анимацией;

3. *Выбираем объект*, к которому необходимо применить поворот. Для этого подсвечиваем все составляющие части объекта (точки, отрезки, лучи и т.д.);

4. *Совершаем поворот*. Заходим в меню «Преобразования», выбираем вкладку «поворот». В появившемся диалоговом окне нажимаем «поворот».

Если же необходимо выполнить поворот на угол с уже заданной градусной мерой, то последовательность действий буден немного отличаться, а именно:

1. Отмечаем центр поворота;

2. Выбираем объект;

3. *Совершаем поворот*. Заходим в меню «преобразования», выбираем вкладку «поворот», в появившемся диалоговом окне прописываем градусную меру угла, на который следует выполнить поворот.

После выполнения этой последовательности действий мы получим образ точки при повороте (рис. 17). Построения выполнены по второму алгоритму. Точка О – центр поворота, точка А – «прообраз», А’ – «образ точки» А при повороте на 30 □ .

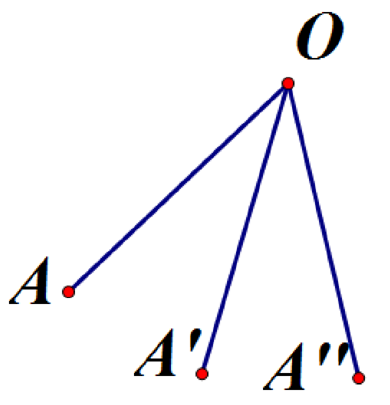


Рис 17 Образ отрезка при повороте на угол 30 □ вокруг точки О, построенный в ЖМ

На рис. 18 построен образ квадрата ABCD при повороте вокруг точки О (центр поворота) на заданный угол ∠ABC.

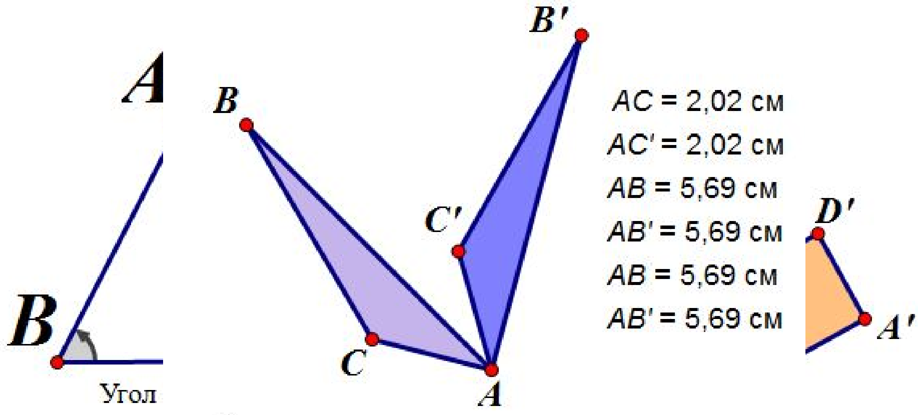


Рис 18 Образ квадрата ABCD при повороте на угол ∠ABC вокруг точки O построенный в ЖМ

Об изучении свойств поворота в школьных учебниках. Поворот, как и другие виды движений, обладает свойствами. В учебных пособиях, выбранных нами, свойства поворота изучаются по-разному. В частности в учебнике Л. С. Атанасяна [3] в п.117 доказывается, что поворот является движением, а, следовательно, для поворота сохраняются все свойства движений, выявленные в предыдущих пунктах. В Учебнике А. В. Погарелова [19] логика изложения свойств поворота схожа с логикой А. С. Атанасяна. В учебнике И.М. Смирновой и В.А. Смирнова [27] рассматриваются некоторые свойства параллельного переноса с доказательством, а именно:

1. Поворот сохраняет расстояние между точками.
2. Поворот переводит отрезки в отрезки, лучи в лучи и прямые в прямые.

Мы выбрали основные свойства поворота, которые так или иначе отражены практически во всех наиболее распространенных школьных учебниках.

1. Поворот сохраняет расстояние между точками (рис 19)

Рис 19 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

2. При повороте прямая отображается на прямую (рис 20)

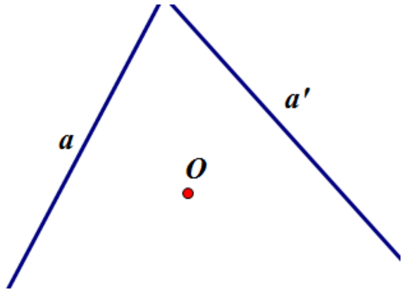


Рис 20 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

3. При повороте отрезок отображается на отрезок (рис. 21)

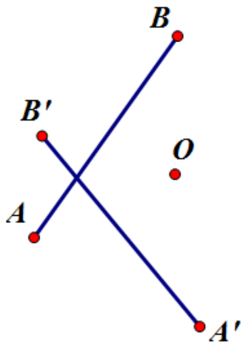


Рис 21. Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

4. При повороте луч отображается на луч (рис. 22)

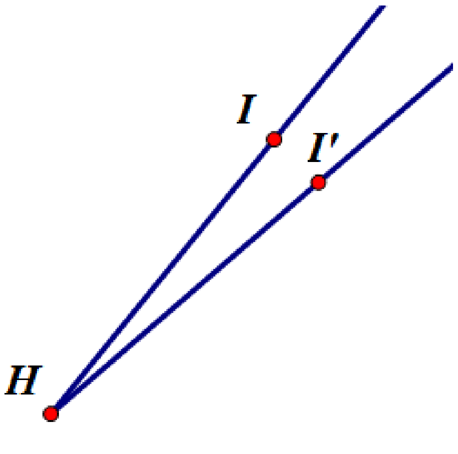


Рис 22. Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

5. При повороте параллельные прямые отображаются на параллельные прямые (рис. 23)

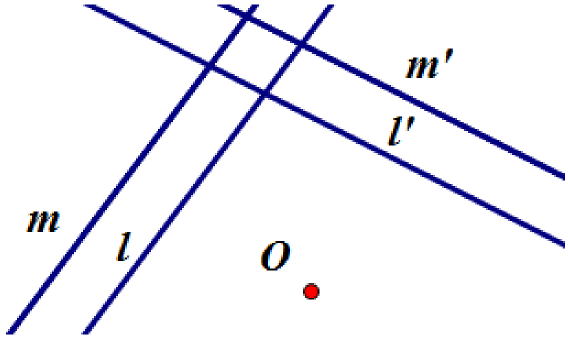


Рис 23. Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

6. При повороте угол отображается на равный угол (рис. 24)

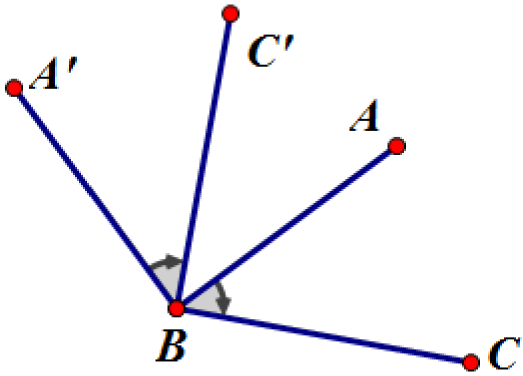


Рис 24. Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

Метод поворота. В качестве примера рассмотрим несколько задач элементарной геометрии, в которых используется поворот плоскости вокруг некоторой точки на определенный угол.

Основная идея решения задач элементарной геометрии с использованием поворота заключается в том, что строится вспомогательная фигура, полученная из данных или искомых фигур (или некоторой их части), с помощью подходящего поворота плоскости вокруг некоторого центра на определенный угол, затем строится точка, позволяющая получить искомую фигуру. Напрашиваются следующие два взаимосвязанные вопросы методического плана:

- как догадаться о том, что нужно рассмотреть поворот вокруг той или иной точки?

- образ какой именно части анализируемой конфигурации фигур нужно рассмотреть при найденном повороте?

Задача № 2

Дана точка A и две прямые b и c. Постройте равносторонний треугольник ABC, вершины B и C которого принадлежат соответственно данным прямым.

<u>Компьютерный анализ (эксперимент)</u>. Как и при классической методике предполагается, что задача решена и на рабочем поле «Живой геометрии» изображены две произвольные прямы b и c , точка A и треугольник ABC (рис. 25), в котором вершины B и C лежащие на прямых.

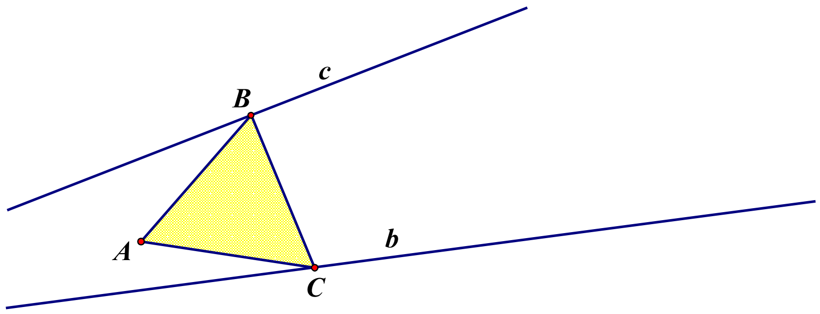


Рис 25 Искомый треугольник, построенный в программе «Живая математика»

Проанализировав чертеж, приходим к следующему, совершенно естественному способу построения искомого треугольника.

1. Отмечаем точку O как центр поворота. Совершаем поворот прямой b вокруг точки A на угол 60º, т.к. искомый треугольник равнобедренный. На пересечении получаем точку B;

2. Отмечаем точку B как центр поворота. Совершаем поворот отрезка AB вокруг точки B на 60 на пересечении получаем точку C;

3. Соединим вершины A, B, C. Таким образом, у нас получается ΔABC (рис 26);

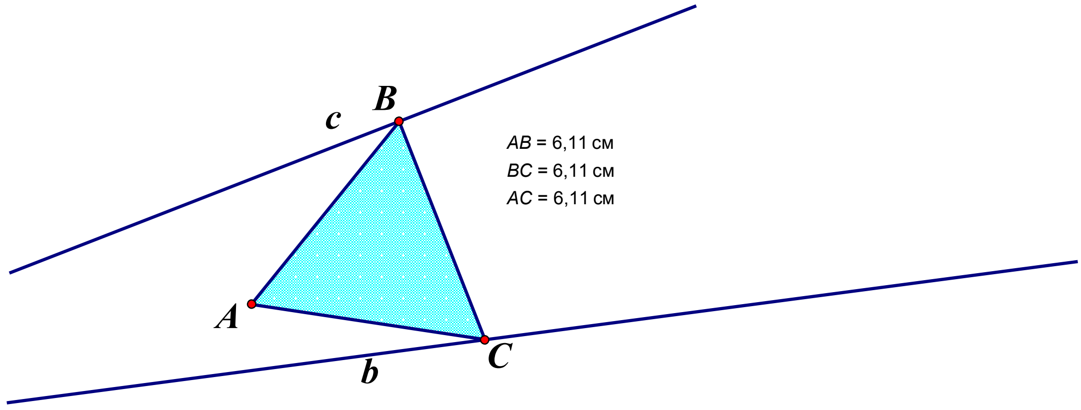


Рис 26 Чертеж построения искомого треугольника после выполнения 1-3 шага в программе «Живая математика»

4. Очевидно, что задача имеет еще одно решение. Отметим точку A как центр поворота, совершим поворот прямой b вокруг точки A на угол -60□ . На пересечении с прямой с получим точку B′;

5. Отмечаем точку B’ как центр поворота. Совершаем поворот отрезка AB′ вокруг точки B′ на 60 □ на пересечении получаем точку C′;

6. Соединим вершины A, B′, C′.Таким образом, получается ΔAB′C′ (рис 27).

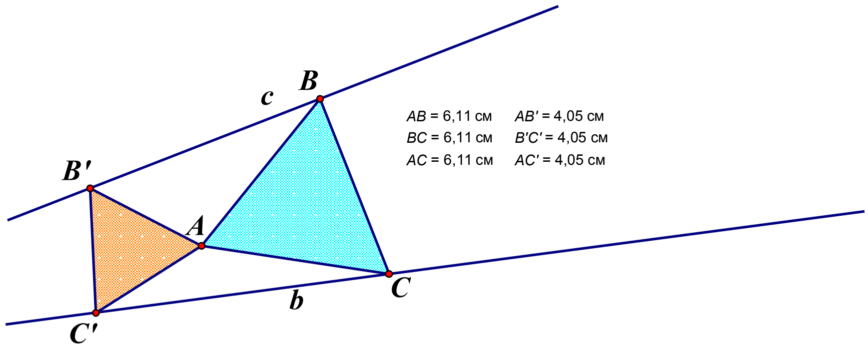


Рис 27 Решение задачи № 2

<u>Доказательство</u> того, что построенные треугольники удовлетворяют условию задачи, непосредственно следует из проведенных построений и является очевидным.

<u>Компьютерное исследование</u>. Исследование задачи на существование искомой фигуры и число таких фигур удобно проводить в среде «Живая геометрия». Меняя положение точки A можно наблюдать за изменениями, происходящими на рабочем поле «Живой геометрии». Очевидно, что

окончательные выводы, связанные с исследованиями задачи, можно делать лишь после обращения к соответствующим теоремам геометрии.

Осевая симметрия. В учебном пособии Л.С. Атанасяна понятие симметрии и в частности осевой симметрии дается в Главе V п.47 «Осевая и центральная симметрия». В этом пункте вводится понятие симметричный точек и фигур относительно точки и прямой как алгоритм построения: «Две точки А и A_1 называются симметричными относительно прямой а, если эта прямая проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к нему.» [стр. 110]

В главе XIII автор дает определение осевой симметрии как *отображение плоскости на себя*, и именно на этом примере вводит понятие движения.

А.В. Погорелов, дает определение осевой симметрии, как и всех других видов преобразовании на примере симметрии фигур. Определение в этом учебнике звучит следующим образом:

Преобразование фигуры F в фигуру F′, при котором каждая ее точка X переходит в точку X′, *симметрично* относительно данной прямой g, называется *преобразованием относительно прямой g*.

И.М Смирнов и В.А. Смирнова определяют осевую симметрию как: *Преобразование плоскости* при котором каждой точке A сопоставляется симметричная ей относительно прямой *c* точка A′, называется **осевой симметрией.**

В меню программы «Живая математика» есть вкладка, отвечающая за преобразования, в перечне предложенных преобразований мы можем найти «симметрия», эта возможность позволит облегчить построения в процессе решения задач. А так же позволит более наглядно ввести определение геометрического преобразования.

Для построения образа объекта при *осевой симметрии* нужно выполнить ряд последовательный шагов

1. *Отметить ось симметрии.* Для этого мы подсвечиваем отрезок (или прямую), относительно которой необходимо выполнить данное преобразование. Заходим в меню «преобразование» и нажимаем «отметить ось симметрии»;

2. *Выбрать объект.* Подсвечиваем объект, для которого нужно выполнить преобразование;

3. *Выполнить преобразование.* Возвращаема в меню «преобразование» выбираем преобразование «симметрия»

После выполнения этих действий мы получим образ объекта при осевой симметрии (рис 28).

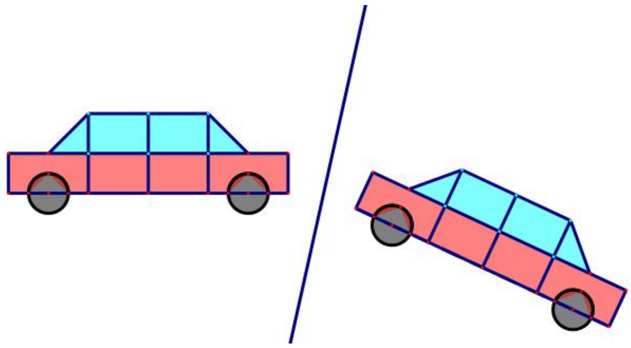


Рис 28 Образ объекта при осевой симметрии

Все основные свойства движения сохраняются для осевой симметрии.

1.Осевая симметрия сохраняет расстояние между точками (рис 29).

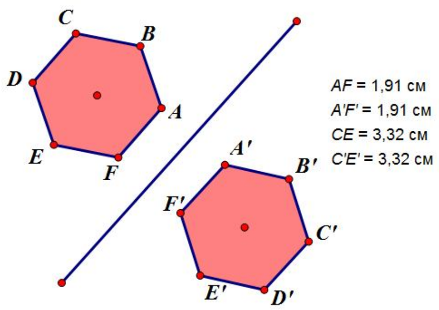


Рис 29 *Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»*

2.При осевой симметрии прямая отображается на прямую (рис. 30).

3.При осевой симметрии луч отображается на луч (рис. 30).

4.При осевой симметрии отрезок отображается на отрезок (рис. 30).

Рис 30 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

5. При осевой симметрии параллельные прямые отображается на параллельные прямые (рис. 31).

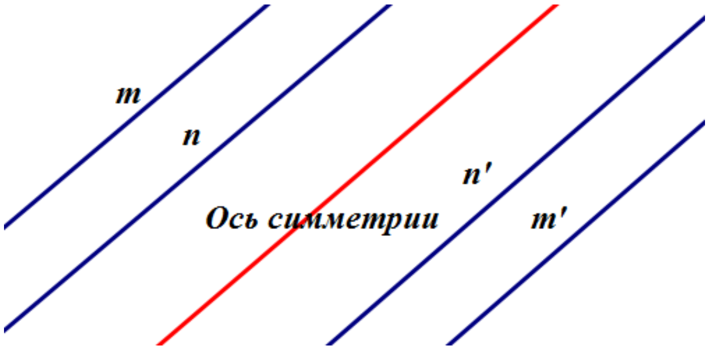


Рис 31 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

6.При осевой симметрии угол отображается на угол (рис. 32).

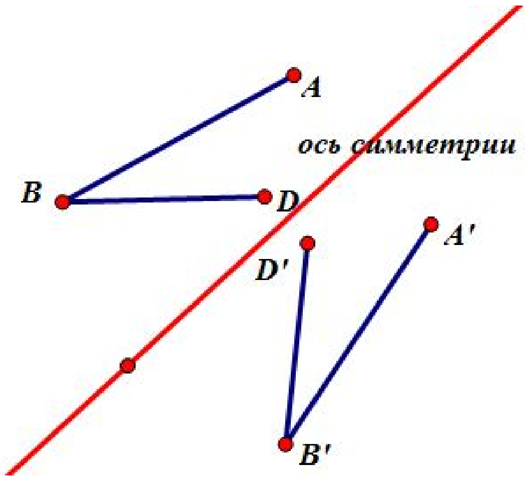


Рис 32 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

Метод осевой симметрии. В качестве примера рассмотрим несколько задач элементарной геометрии, в которых используется симметрия относительно некоторой прямой.

Основная идея решения задач элементарной геометрии с использованием симметрии заключается в том, что строится вспомогательная фигура, полученная из данных или искомых фигур (или некоторой их части), с помощью подходящей осевой симметрии, затем строится точка, позволяющая получить искомую фигуру.

Воспользуемся опять ЦОР «Живая геометрия». Продемонстрируем исследовательские этого программного средства на примере следующей задачи.

Задача № 3

Прямая l пересекает отрезок АВ. Найдите на этой прямой точку X такую, чтобы прямая l служила биссектрисой угла АХВ.

<u>Компьютерный анализ (эксперимент)</u>. Как и при классической методике предполагается, что задача решена и на рабочем поле «Живой геометрии» построена прямая *l*, являющаяся биссектрисой ∠АХВ (рис. 33)

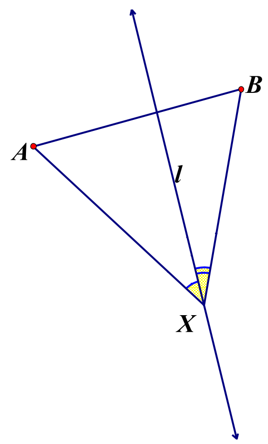


Рис 33 Искомый точка X, построенная в программе «Живая математика»

Проанализировав чертеж, приходим к следующему, совершенно естественному способу построения искомого треугольника.

1. Строим произвольный отрезок АВ и прямую *l*, которая пересекает отрезок АВ в произвольной точке D;

2. Прямую l отметим как ось симметрии, применим данное образование для точки А. В резельтате получаем точку А';

3. Проводим прямую ВС. Прямая ВС пересекает прямую l в точке Х (рис 34);

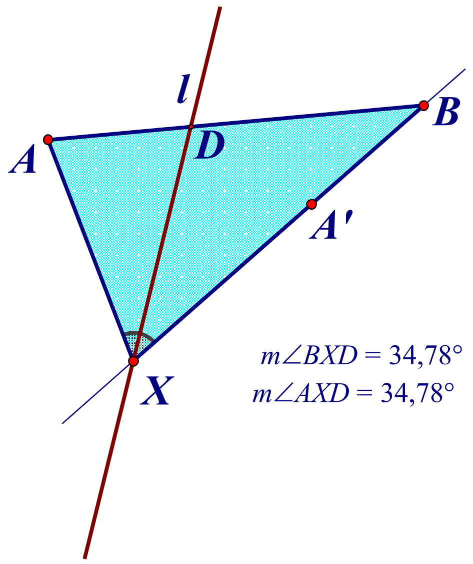


Рис 34 Чертеж построения искомой точки Х после выполнения 1-3 шага в программе «Живая математика»

Доказательство того, что построенная точка Х удовлетворяет условию задачи, непосредственно следует из проведенных построений и является очевидным.

Компьютерное исследование. Исследование задачи на существование таких точек Х удобно проводить в среде «Живая геометрия». Меняя положение точки А, можно наблюдать за изменениями, происходящими на рабочем поле «Живой геометрии». Очевидно, что окончательные выводы, связанные с исследованиями задачи, можно делать лишь после обращения к соответствующим теоремам геометрии.

§4. Подобия, изучение свойств гомотетии с помощью среды «Живая математика»

Кроме движений, существует ряд других геометрических преобразований. Особенно важную роль играют преобразования подобия. В школьном курсе геометрии такие преобразования рассматриваются на частном примере «Подобие треугольников».

Тема «Подобные треугольники» в зависимости от выбранного учебно-методического комплекта вводится в 8 или в 9 классе. Данная тема занимает центральное место в курсе геометрии, поскольку наличие подобных фигур есть характерное свойство Евклидовой геометрии. Сведения о подобных треугольниках широко применяются в последующих разделах курса, а также в курсе стереометрии. Поэтому значительное внимание при изучении данной темы уделено решению задач, в ходе которых отрабатываются умения их применять в учебной и практической деятельности.

В учебнике Л.С. Антанасяна [3] преобразование подобия не рассматривается, здесь рассматривается подобие треугольников. Изучение подобия треугольников предваряется введением определения пропорциональных отрезков. После доказательства признаков подобия треугольников вводится определение подобия фигур, но эквивалентность двух определений подобия треугольников, через пропорциональность сторон и равенство углов и общим определением подобия фигур, не обосновывается. Затем вводится определение центральноподобных фигур, которое позволяет решать задачи на построение методом подобия. Термин гомотетия в учебнике отсутствует. Кроме того, вопрос о существовании подобных фигур остается открытым.

В учебнике А.В. Погорелова [19] подробно рассматривается преобразование подобия фигур и его свойства; доказывается, что гомотетия является преобразованием подобия, и что особенно важно, доказывается свойство транзитивности подобия фигур. Это позволяет обосновать существование подобных фигур, что в свою очередь, позволяет при решении задач на построение использовать метод подобия.

У авторского коллектива И.М Смирнов и В.А. Смирнова [27] логика изложения материала схожа с логикой А.В Погорелова, за исключением того что в этом учебнике доказываются два свойства подобия:

1. Подобие переводит отрезки в отрезки, лучи в лучи, прямые в прямые

2. Подобие сохраняет величину углов.

В учебнике А.В. Погорелова преобразование подобия определяется следующим образом:

Преобразование фигуры F в фигуру F′ называется ***преобразованием подобия***, если при преобразовании расстояние между точками изменяются в одно и то же число раз.

Так же как и движение, А.В. Погорелов определяет подобие на примере фигуры.

В учебнике И.М Смирнова и В.А. Смирновой преобразование подобия определяется как:

Преобразование плоскости, при котором расстояние между точками умножается на одно и то же положительное число, называется ***подобием.***

После введения понятия подобие указанные авторы вводят понятие гомотетии.

В учебнике А.В. Погорелова определение гомотетии конструктивное, т.к. описывает построение гомотетичных фигур:

Пусть F – данная фигура и O – фиксированная точка. Проведем через произвольную точку X фигуры F луч OX и отложим на нем отрезок OX′, равный $k \cdot OX$, где k – положительное число. Преобразование фигуры F, при котором каждая ее точка X переходит в точку X′, построенную указанным способом, называется гомотетией относительно центра O. Число k – коэффициент гомотетии.

После введения понятия гомотетии А.В. Погорелов доказывает теорему: *Гомотетия есть преобразование подобия.*

В учебном пособии И.М Смирнова и В.А. Смирновой понятие гомотетии вводится на примере и включает в себя описание построения данного вида преобразования.

Приведем пример преобразования подобия. Зафиксируем точку О и положительное число k. Каждой точке А плоскости, отличной от О, сопоставим точку A' на луче ОА так, что $OA' = k \cdot OA$. Точке О сопоставим ее саму. Полученное преобразование плоскости называется гомотетией с центром в точке О и коэффициентом k.

Алгоритм построения в «Живой математике»

Для того чтобы построить образ объекта при этом геометрическом преобразовании в программе ЖМ нужно выполнить следующую последовательность шагов:

1. *Отметить центр гомотетии.* Строим произвольную точку, подсвечиваем ее, заходим в «преобразования» выбираем вкладку «отметить центр».

2. *Отметить коэффициент гомотетии.* Строим отрезок, отмечаем на нем произвольную точку. Подсвечиваем поочередно сначала концы отрезка, затем произвольно выбранную точку. Заходим в меню «преобразования» выбираем пункт «отметить коэффициент»

3. *Отметить объект, для которого нужно применить гомотетию.* Для этого нам достаточно подсветить объект, для которого нужно применить преобразование.

4. *Выполнить преобразования.* Возвращаемся в меню «преобразования» и сейчас нас интересует пункт «гомотетия». В появившемся диалоговом окне нажимаем на кнопку «гомотетия».

После последовательного выполнения данного алгоритма, мы получим образ объекта при таком преобразовании плоскости как гомотетия. (рис)

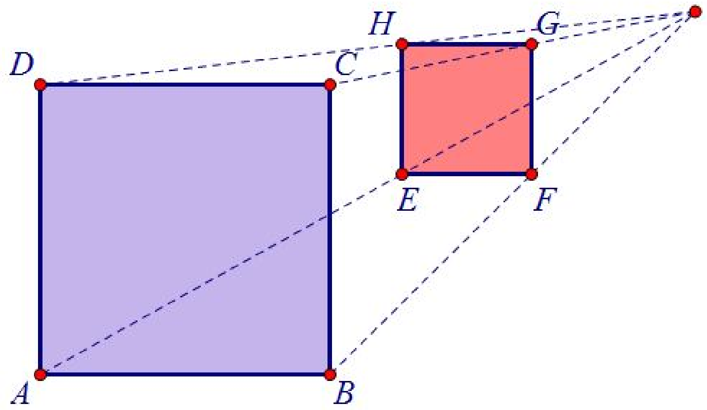


Рис 35 Образ квадрата при гомотетии

Свойства гомотетии:

1. Прямая отображается на прямую, луч - на луч, отрезок - на отрезок (рис 36)

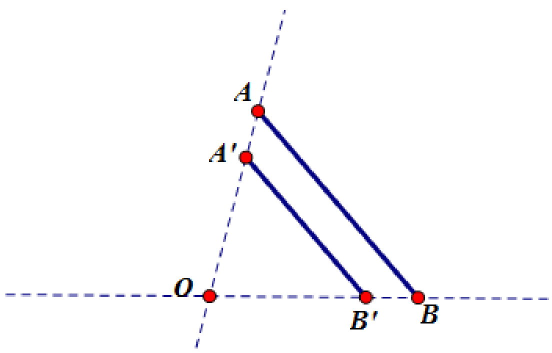


Рис 36 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

2. Параллельные прямые отображаются на параллельные прямые;
3. Сохраняется величина угла (рис 37);

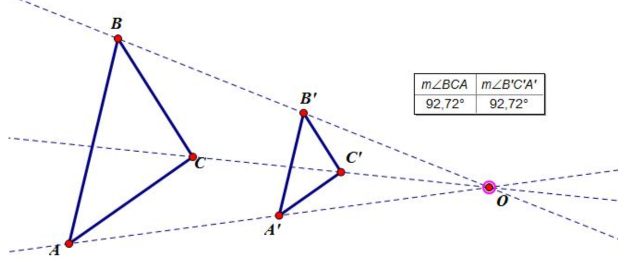


Рис 37 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

4. Любая гомотетия с коэффициентом k является подобием с коэффициентом |k|;
5. Для гомотетии с коэффициентом k выполняется векторное равенство A'B' = k · AB (рис 38);

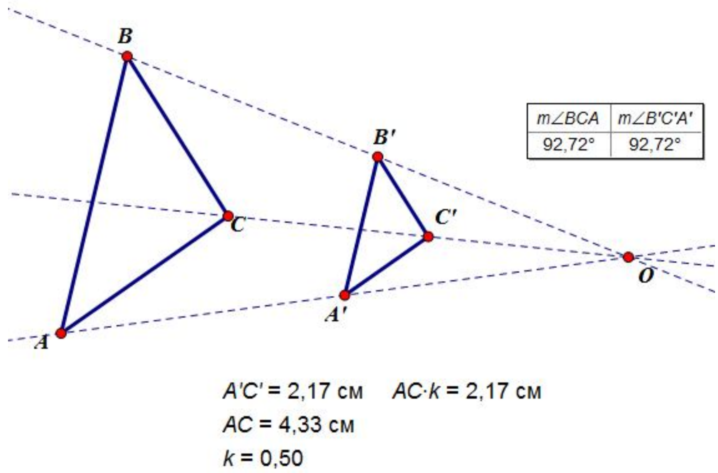


Рис 38 Иллюстрация эксперимента в программе «Живая математика»

Метод подобия.

Основная идея решения задач элементарной геометрии с использованием подобия заключается в том, что строится вспомогательная фигура, полученная из данных или искомых фигур (или некоторой их части), с помощью подходящего подобия плоскости относительно некоторого центра и коэффициента подобия, затем строится точка, позволяющая получить искомую фигуру.

Задача 1

Постройте треугольник по двум углам и радиусу вписанной окружности.

<u>Компьютерный анализ: </u>Как и при традиционном анализе предполагаем, что задача решена и на рабочем поле «Живой математики» строим произвольный треугольник ABC (рис. 39), отмечаем известные углы и вписанную окружность.

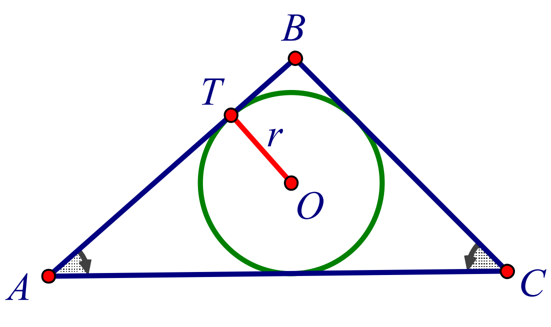


Рис 39. Чертеж на этапе анализа

Проанализировав чертеж, приходим к следующему, совершенно естественному способу построения искомого треугольника:

1. Отметим центр гомотетии в точке А;

2. Зададим коэффициент гомотетии $\frac{r}{OT}$, где r – длина, заданного радиуса;

3. Построим образ точки B, C, O при гомотетии с центром в точке а и коэффициентом гомотетии;

4. Таким образом, мы нашли вершины искомого треугольника и центр окружности радиуса = r (рис. 40).

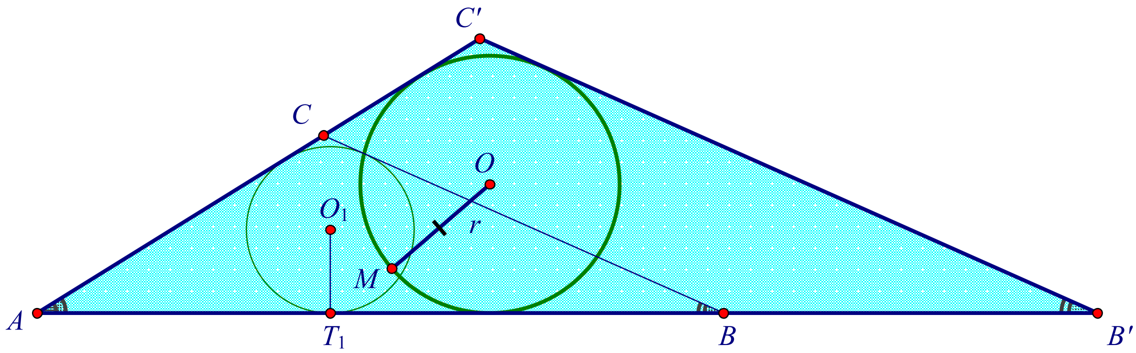


Рис 40 Решение задачи

<u>Доказательство</u> того, что построенная фигура удовлетворяет условию задачи, непосредственно следует из проведенных построений и является очевидным.

<u>Компьютерное исследование</u>. Исследование задачи на существование искомой фигуры и число таких фигур удобно проводить в среде «Живая математика». Меняя величину радиуса r можно наблюдать за изменениями, происходящими на рабочем поле «Живой математики». Очевидно, что окончательные выводы, связанные с исследованиями задачи, можно делать лишь после обращения к соответствующим теоремам геометрии.

§5. Инверсия, построение инверсных образов и решение задач на применение инверсии с помощью среды «Живая математика»

В школьном курсе планиметрии рассматривают два вида преобразований плоскости: движения и преобразования подобия (гомотетию). Как гомотетия, так и движения являются линейными преобразованиями, то есть такими, при которых прямые переходят в прямые. Или, другими словами, в декартовой системе координат эти преобразования задаются линейными уравнениями.

В рамках разработанного нами элективного курса, предполагается рассмотрение такого вида преобразования как инверсия. В данном параграфе опишем теоретические аспекты данной темы: дадим определение «инверсии», выделим основные свойства данного вида преобразования плоскости, так же опишем алгоритм построения инверсионных объектов в программе живая математика, приведем решение задачи.

Для начала дадим определение инверсии:

Инверсией называется - преобразование плоскости, при котором произвольной точке $M \neq O$ ставится в соответствие такая точка M', что:

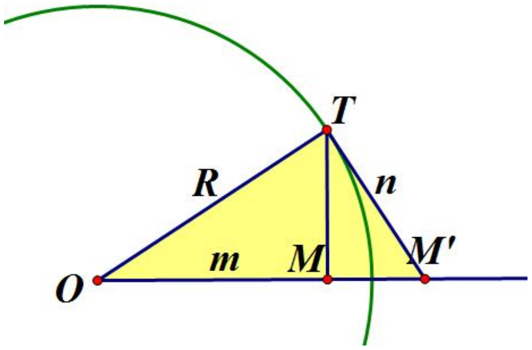
1. M' принадлежит лучу [OM),
2. $OM*OM' = R^2$

Где M' - инверсный образ M; O - центр инверсии; R - радиус инверсии; Окр(O,R) - базисная окружность.

Приедем пример для наглядности определения.

Пример № 1.

Рассмотрим пример построения инверсного образа точки M, когда M лежит внутри базисной окружности (рис. 41)



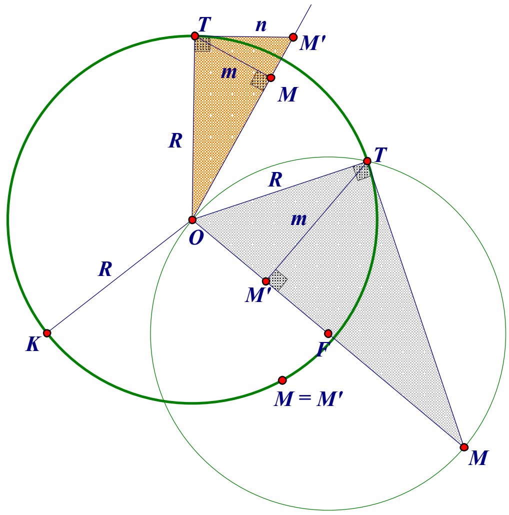
Если точка M лежит внутри базисной окружности, то последовательно строим:

1. Луч [OM).
2. Прямая m ⊥ OM и содержащая M.
3. T - общая точка m и Окр(O,R).
4. Радиус OT.
5. Прямая n ⊥ OT и содержащая T.
6. M' - общая точка n и [OM).

Рис 41. Пример построения инверсного образа точки M, лежащей внутри базисной окружности

Пример №2

Рассмотрим пример построения инверсного образа точки M, когда точка M лежит вне базисной окружности (рис. 42).



Если точка M лежит вне базисной окружности, то последовательно строим:

1. Отрезок [OM].
2. F - середина [OM].
3. Окр(F,OF).
4. T - общая точка Окр(O,R) и Окр(O,OF).
5. Прямая m ⊥ OM и содержащая T.
6. M' - общая точка m и [OM].

Рис 42 *Пример построение инверсии точки M не лежит внутри базисной окружности*

В рамках элективного курса предлагается изучение свойств инверсии с доказательством простейших из них. Сформулируем некоторые свойства:

1. Если M' - инверсный образ точки M, то M - инверсный образ точки M', т.е. композиция инверсии на себя - тождественное преобразование.

2. Точки базисной окружности и только они являются неподвижными точками инверсии.

3. Если начало прямоугольной системы координат совместить с центром О базисной окружности инверсии, то аналитическое задание инверсии будет иметь вид:

$x' = \frac{R^2 x}{x^2+y^2}$; $y' = \frac{R^2 y}{x^2+y^2}$.

4. Окружность, не проходящая через центр инверсии, отображается на окружность, а окружность, проходящая через центр инверсии - на прямую.

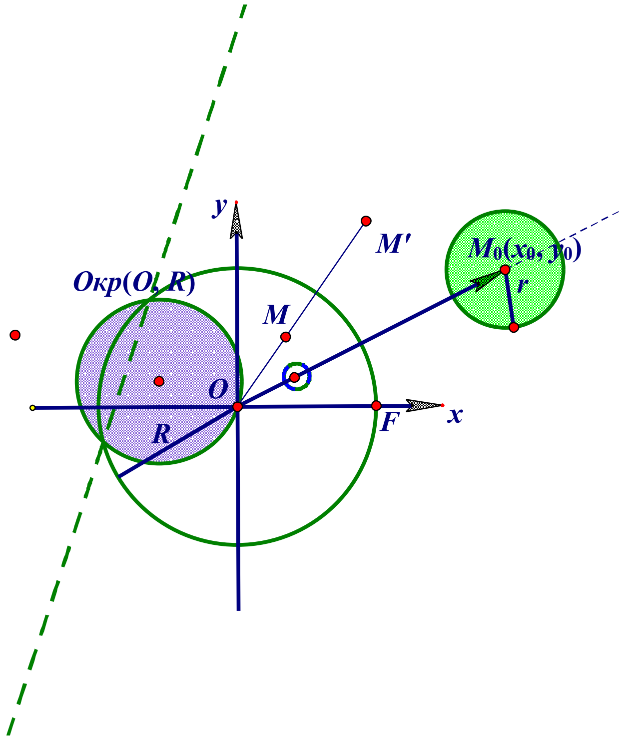


Рис 43. Иллюстрация инверсных образов двух окружностей в программе «Живая математика»

В рамках элективного курса предполагается решение задач на построение.

Глава 2. Применение среды «Живая математика» при изучении геометрических преобразований в курсе математики и элективном курсе основной школы

§6. Содержание и методические особенности элективного курса «Геометрические преобразования плоскости с Живой математикой»

Элективный курс по геометрии для учащихся 9 классов

«Геометрические преобразования плоскости с Живой математикой»

Пояснительная записка

Элективный курс «Геометрические преобразования плоскости с Живой математикой» направлен:

- на углубленную подготовку учащихся 9 класса к решению задач методом геометрических преобразований;

- на систематизацию знаний школьников по теме «Движение и подобие плоскости»;

- на обобщение понятия преобразования, связанное с рассмотрением нового преобразования, которое, вообще говоря, не сохраняет прямолинейность расположения точек (инверсия);

- на обучение школьников использованию при решении задач интерактивной геометрической среды «Живая математика»;

- на подготовку выпускников основной школы к результативному участию в геометрических олимпиадах различного уровня, включая школьные, районные, городские, региональные и всероссийские олимпиады.

Практическая деятельность человека в современном мире требует хорошей математической и информационной подготовки, умений применять теоретические знания на практике. Поэтому подача материала будет организована в виде модулей. В каждом модуле будет рассмотрен один из видов геометрических преобразований плоскости, перечислены основные свойства преобразования, приведена визуальная демонстрация этих свойств в среде «Живая математика». Предполагается, что в рамках элективного курса большинство работ, связанных с построением образов фигур и решением задач на применение геометрических преобразований, будут выполняться с использованием среды (или виртуальной лаборатории) «Живая математика», что позволяет мотивировать учащихся на изучение преобразований, существенно повысить эффективность обучения.

Согласно примерной программе школьного курса математики в теме «Движение» школьники должны познакомиться со следующими понятиями: геометрические преобразования, примеры движений фигур, симметрия фигур, осевая симметрия и параллельный перенос, поворот и центральная симметрия, гомотетия и подобие фигур. Мы несколько расширим предложенный список, и внесем в содержание элективного курса такой вид преобразований как «Инверсия».

Курс рассчитан на 34 часа в год, 1 час в неделю в течение учебного года, либо 2 часа в неделю в течение одного полугодия. Необходимость данного элективного курса заключается также в следующем: по новым стандартам содержание материала по математике увеличено на 20%, а количество часов на геометрию в 9 классе уменьшено на 1 час: вместо 3 часов учебного плана, действовавшего до 2001 года, сейчас 2 часа. Учителя не успевают отрабатывать со школьниками теоретический материал на практике.

Целью данного элективного курса является:

Образовательная:

- коррекция базовых геометрических знаний, систематизация, расширение и углубление знаний по теме «Движение»;
- формирование качеств прикладного стиля мышления, необходимого для продуктивной жизни в обществе;
- формирование навыков использования информационных технологий при решении математических задач.

Развивающая:

- развитие познавательных интересов и творческих способностей учащихся, психических способностей ребенка, обеспечивающих его адаптацию в дальнейшей жизни;
- развитие математической речи с присущей ей краткостью, точностью и лаконичностью.

Воспитательная:

- воспитание творческой личности, умеющей самореализовываться и интегрироваться в системе мировой математической культуры.
- формирование математической и информационной компетентностей;

Задачи курса

- повышение математической культуры обучающихся;
- формирование общеучебных умений и навыков: работа с научно-популярной литературой, сетью Интернет, системой динамической геометрии «Живая математика», справочной литературой;
- формирование и совершенствование математических и информационных компетенций, предусмотренных программой;
- формирование навыка работы в команде;
- развитие способностей учащихся к математической деятельности;
- развитие самостоятельности и творческого подхода к выполнению заданий;
- формирование у учащихся представлений о движении, подобии и инверсии плоскости;
- формирование четкого алгоритма построения всех видов движений (на бумаге, в среде «Живая математика»)
- способствует развитию логического мышления учащихся.

Требования к знаниям и умениям

В результате изучения элективного курса учащиеся должны:

Знать:

- Теорию геометрических преобразований;
- Алгоритм построения геометрических преобразований с помощью циркуля и линейки, а так же в среде «Живая математика»;
- Общую схему решения задач;

Уметь:

- Выполнять построения в программе «Живая математика»;
- Применять теорию геометрических преобразований при решении задач;
- Уметь выполнять основные геометрические построения на плоскости;
- Уметь пользоваться реальными и виртуальными чертежными инструментами.

Владеть:

- Навыком решения задач с использованием геометрических преобразований;
- Умением вести диалог;
- Навыками анализа, построения, исследования, обобщения и конкретизации;
- Владеть основными понятиями, относящимися к теме.

Ожидаемые результаты:

- получение дополнительных сведений об использовании среды «Живая математика» при решении задач на построение, доказательство и вычисление;
- приобретение опыта самостоятельного поиска, анализа при решении задач;
- приобретение опыта решения задач исследовательского характера;
- повышение мотивации к изучению геометрии.

Тематическое планирование (посмотреть формы)

№ п/п	Тема	Кол-во часов	Форма занятий	Средство для проведения занятий
1	*Знакомство со средой «Живая математика»*	3	Лекция с элементами беседы, исследования; практикум; лабораторная работа; Геометрический КВН	Компьютерный класс с мультимедиа-проектором, интерактивная доска, линейка, циркуль
2	*Вводное занятие «Геометрические преобразования»*	1	Тестирование (приложение №1), беседа, круглый стол	Компьютерный класс с мультимедиа-проектором, интерактивная доска, линейка, циркуль
3	*Симметрия «Приложение А»*	5	Лекция с элементами беседы, исследования; практикум; Кто хочет стать миллионером	Компьютерный класс с мультимедиа-проектором, интерактивная доска, линейка, циркуль
4	*Поворот плоскости «Приложение Б»*	5	Лекция с элементами беседы, исследования; практикум; Клуб знатоков	Компьютерный класс с мультимедиа-проектором, интерактивная доска, линейка, циркуль
5	*Параллельный перенос*	5	Лекция с элементами	Компьютерный

	«Приложение В»		беседы, исследования; практикум; Умники и умницы	класс с мультимедиа-проектором, интерактивная доска, линейка, циркуль
6	*Подобие. Гомотетия «Приложение Г»*	6	Лекция с элементами беседы, исследования; практикум; 100 к одному	Компьютерный класс с мультимедиа-проектором, интерактивная доска, линейка, циркуль
7	*Инверсия «Приложение Д»*	5	Лекция с элементами беседы, исследования; практикум; Своя игра	Компьютерный класс с мультимедиа-проектором, интерактивная доска, линейка, циркуль
8	*Защита рефератов*	3	Следствие ведут знатоки	Мультимедиа-проектором, интерактивная доска
9	*Итоговое занятие*	1	Круглый стол	Мультимедиа-проектором, интерактивная доска

Содержание курса

Элективный курс разбит на модули (7 модулей):

1. Ознакомительный модуль (4 часа)

1 занятие: Знакомство со средой «Живая математика»

- о программе «Живая математика»
- возможности программы «Живая математика»

- знакомство с панелью инструментов
- построение элементарных фигур
- создание собственных инструментов
- задание геометрических преобразований в программе ЖМ

2 занятие Вводное занятие «Геометрические преобразования»

- цель и значение данного элективного курса;
- история развития геометрических преобразований плоскости
- основные виды «Движения»

2. Симметрия (5 часов)

- рассмотрение теории (определение, свойства);
- составление алгоритма построения геометрического преобразования (на бумаге, с помощью программы);
- построение фигур, симметричных данной фигуре относительно некоторой фиксированной точки;
- построение фигур, симметричных данной фигуре относительно некоторой фиксированной прямой;
- рассмотреть решение задач (на построение, на вычисление, на доказательство) методом осевой симметрии;
- рассмотреть решение задач (на построение, на вычисление, на доказательство) методом центральной симметрии;
- применение возможности ЖМ к решению задач.

3. Поворот плоскости (5 часов)

- рассмотрение теории (определение, свойства);
- составление алгоритма построения геометрического преобразования (на бумаге, с помощью программы);
- построение фигур методом поворота вокруг фиксированной точки (центра поворота);
- рассмотреть решение задач (на построение, на вычисление, на доказательство) методом поворота;

- применение возможности ЖМ к решению задач.

4. **Параллельный перенос (5 часов)**

- рассмотрение теории (определение, свойства);
- составление алгоритма построения геометрического преобразования (на бумаге, с помощью программы);
- построение фигур методом параллельного переноса на заданный вектор;
- рассмотреть решение задач (на построение, на вычисление, на доказательство) методом параллельного переноса;
- применение возможности ЖМ к решению задач.

5. **Подобие. Гомотетия (6 часов)**

- рассмотрение теории (определение, свойства);
- составление алгоритма построения геометрического преобразования (на бумаге, с помощью программы);
- построение подобных и гомотетичных фигур;
- рассмотреть решение задач (на построение, на вычисление, на доказательство);
- применение возможности ЖМ к решению задач.

6. **Инверсия (5 часов)**

- рассмотрение теории (определение, свойства);
- составление алгоритма построения геометрического преобразования (на бумаге, с помощью программы);
- построение инверсионных фигур
- рассмотреть решение задач (на построение, на вычисление, на доказательство);
- применение возможности ЖМ к решению задач.

7. **Защита рефератов (3 часа)**

Ученики защищают рефераты по выбранным в начале курса темам

8. **Итоговое занятие (1 час)**

Круглый стол

Методические рекомендации

Данный элективный курс рассчитан на школьников 9 класса. На наш взгляд целесообразно начать изучение курса в конце 8 класса. Что позволит углубить знания базового курса. Содержание курса можно варьировать с учетом склонностей, интересов и уровня подготовленности учеников.

Основной тип занятий - практикум. Для наиболее успешного усвоения материала планируются различные формы работы с учащимися: лекционно-семинарские занятия, групповые, индивидуальные формы работы. Для текущего контроля на каждом занятии учащимся рекомендуется серия заданий, часть которых выполняется в классе, а часть - дома самостоятельно.

Тема докладов и рефератов

1. Симметрия в архитектуре и живописи.
2. Геометрические фигуры в дизайне тротуарной плитки.
3. Геометрическая мозаика.
4. Геометрия в моде.
5. Геометрия в народном творчестве.
6. Геометрия в красоте орнамента.
7. Небесная геометрия. Геометрия снежинок.
8. Практическая направленность в изучении геометрии.
9. Узоры из многоугольников
10. Разрезание и складывание многоугольников.

Литература

1. Геометрия 7-9: Учеб. Для общеобразоват. учреждений \ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – Просвещение, 2004.
2. Рабочая тетрадь по геометрии: 9 класс: к учебнику Л.С. Атанпсяна и др.\ Ю.А. Глазкова, М.П. Камаев.
3. УМК «Живая математика»
4. Зив Б. Г. и др. Задачи по геометрии для 7 – 11 классов. – М.: Просвещение,1991.

§7. Конспект занятия по теме «Симметрии»

Тема занятия: Теоретические обоснования геометрического преобразования плоскости «симметрия»

Тип занятия: комбинированное

Цель занятия:

Образовательная: сформировать представление о симметрии плоскости как о виде движения, выделить основные свойства; сформировать навык определять центр и ось симметрии; формирование навыка построение симметричных фигур с использованием виртуальной лаборатории «Живая математика».

Воспитательная: воспитание у учащихся целенаправленного отношения к деятельности; воспитание интерес к предмету; активность, аккуратность, дисциплинированность.

Развивающая: развитие интеллектуальных способностей обучаемых; содействовать развитию у учащихся умений исследовать объекты, сравнивать, обобщать и делать выводы.

Ход занятия:

1. Организационный момент
2. Актуализация знаний
3. Введение нового материала
4. Закрепление новых знаний
5. Контроль
6. Постановка домашнего задания
7. Подведение итогов

Этап занятия	Деятельность	
	Учитель	Ученик
Орг. момент	Здравствуйте, ребята! Приготовьтесь к занятию!	Приветствуют учителя. Готовятся к занятию.

	Сегодня у нас очередное занятие, на котором мы продолжаем изучение и углубление темы «Движение».	
Актуализация знаний	Посмотрите на картинки, представленные на доске (приложение №1). - Что вы можете про них сказать? - Сгруппируйте эти изображения. - По какому принципу вы их разделили? - Какое понятие общее для этих изображений? -Чем они различаются? - Симметрия относить к «движению»? -Сформулируйте тему нашего занятия - У каждого из вас на столе лежит конверт, найдите в нем «Бланк №1» - из предложенных целей выберите собственные цели на сегодняшнее занятие (1-3) – Итак, тема занятия оглашена, цели поставлены, приступаем к работе!	
Введение нового материала	Составим план работы на занятие. - С чего следует начать? - После того, как мы дадим определение симметрии как движения, к чему следует перейти? - Просто выделения свойств достаточно? Что еще нужно сделать? - Для того чтобы выполнить построение что мы должны знать? - Так как все построения в нашем курсе выполняются в программе ЖМ, каким будет следующий шаг? - Для того чтобы закрепить наши знания, что мы должны сделать? - План готов. Приступаем к выполнению	План занятия: - Дать определение движению «симметрия» - Выделить основные свойства симметрии - Доказать свойства - Составит алгоритм построения - Выполнить построение в ЖМ - Решение задач

	первого пункта плана. Теоретические аспекты даются в виде эвристической беседы. Свойства преобразования плоскости доказываются.	
Закрепление знаний	Бланк №2 совместная работа над 1 и 2 задачей, 3 самостоятельно проверка правильности индивидуально у каждой пары учеников (Доделать)	
Контроль	Бланк № 3 раздается учителем	
Постановка ДЗ	В конвертах лежит «Бланк № 4» на нем представлено 5 заданий. 1-2 задания (1 уровень); 3-4 задания (2 уровень); 5 задание (3 уровень). Выполнение данных занятий будет оценено и занесено в общий рейтинг. Задания 1 уровня – 0,5 балла Задания 2 уровня – 1 балл Задания 3 уровня – 2 балла Итого 5 баллов за выполнение работы Работа выполняется в ЖМ.	
Подведение итогов	Так же в конверте вы найдете «Бланк № 5 ». Вам нужно закончить предложения. После того как закончите, сдайте листочки! Всем спасибо за занятие! В рейтинг занести баллы за активность.	

Приложение № 1.

Рис 1 Предлогаемые рисунки на занятии

«Бланк №1»

1. научиться отличать осевую симметрию от центральной симметрии;

2. строить образ фигуры при центральной и осевой симметрии;

3. научиться решать задачи;

4. углубить свои знания по теме.

«Бланк №2»

Первый уровень:

Дан четырехугольник АВСД. Постройте фигуру, симметричную данной:

а) относительно произвольной точки О;

б) относительно прямой а.

Второй уровень:

Дан четырехугольник АВСД. Постройте фигуру, симметричную данной:

а) относительно вершины Д;

б) относительно диагонали АС.

Третий уровень:

Точка М лежит на диаметре АВ окружности. Хорда CD проходит через точку М и пересекает отрезок АВ под углом 45°. Доказать, что сумма $CM^2 + MD^2$ не зависит от выбора точки М.

Бланк № 3

Тест по теме симметрия:

1. Какие прямые при центральной симметрии переходят в себя?

    1) Параллельные.

    2) Перпендикулярные.

    3) Проходящие через центр симметрии.

    4) Таких прямых нет.

2. Как расположены относительно друг друга две центрально симметричные прямые?

1) Совпадают.

2) Параллельны или совпадают.

3) Перпендикулярны.

4) Пересекаются в центре симметрии.

3. При каком расположении трех различных прямых образованная ими фигура имеет бесконечно много центров симметрии?

1) Прямые параллельны.

2) Прямые пересекаются в одной точке.

3) Две прямые параллельны, третья им перпендикулярна.

4) Прямые параллельны и одна из них находится на равных расстояниях от двух других.

4. Какому условию должны удовлетворять два луча, чтобы они были центрально симметричными?

1) Лежать в одной полуплоскости относительно прямой, проходящей через их начала.

2) Лежать на параллельных прямых.

3) Быть сонаправленными.

4) Быть противоположно направленными.

1. Центром симметрии какого порядка является точка пересечения диагоналей произвольного параллелограмма?

1) Второго.

2) Третьего.

3) Четвертого.

4) Шестого.

6. Какие прямые при осевой симметрии переходят в себя?

1) Параллельные оси.

2) Перпендикулярные оси.

3) Ось и перпендикулярные ей прямые.

4) Пересекающие ось под углом 45°.

7. При каком условии прямая при осевой симметрии переходит в параллельную себе прямую?

1) Совпадает с осью.

2) Параллельна оси.

3) Перпендикулярна оси.

4) Таких прямых нет.

8. Сколько осей симметрии имеет правильный пятиугольник?

1) 0.

2) 5.

3) 10.

4) 20.

9. Сколько осей симметрии имеет правильный шестиугольник?

1) 3.

2) 6.

3) 9.

4) 12.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	2	4	4	1	3	2	2	2

«Бланк № 4» Домашняя работа:

Первый уровень:

1. Дана прямая и две точки A и B, расположенные по одну сторону от неё. Найдите на прямой такую точку C, чтобы треугольник ABC имел наименьший периметр.

2. С помощью осевой симметрии постройте разность сторон BC и BA треугольника ABC.

Второй уровень:

1. Дана одна из вершин треугольника и две прямые, которым принадлежат биссектрисы этого треугольника, не содержащие данной вершины. Постройте этот треугольник.

2. Дан угол с вершиной в точке А и точка М, принадлежащая одной из его сторон. Найдите на другой стороне этого угла такую точку Р, что сумма расстояний от точки Р до точек М и А равна длине данного отрезка.

Третий уровень:

В треугольнике ABC проведены медианы AF и CE. Доказать, что если $\angle BAF = \angle BCE$, то треугольник ABC равносторонний.

«Бланк №5»

- сегодня я узнал...
- было трудно…
- я понял, что…
- я научился…
- я смог…
- было интересно узнать, что…

§8. Эффективность применения среды «Живая математика» при обучении геометрическим преобразованиям плоскости в основном курсе и при обучении в рамках элективного курса

Работа, осуществляемая нами в естественных условиях образовательного процесса в параллели 8-ых классов Гимназии №14 города Красноярска. С одной стороны, убедила нас в перспективности применения программы «Живая математика» в процессе обучения с целью формирования устойчивой мотивации у учащихся в изучении данной темы из школьного курса геометрии, а так же возможность формирования интереса к предмету. С другой стороны, выявила ряд трудностей и проблем, которые предстоит решать. К ним относятся: повышенные временные затраты учителей, собственные профессиональные стереотипы поведения и др. В апробации участвовало 13 обучающихся.

Элективный курс, разработанный нами, предполагает серии занятий, каждая из которых включает в себя занятия на введения, усвоения, закрепления, обобщения и систематизации, контроль и коррекцию знаний. Форма проведения занятий, в связи с тем, что в процессе обучения применяется ЦОР ЖМ отличается от традиционной. ЖМ позволяет проводить опыты и эксперименты в рамках занятия, причем на проведение эксперимента не требуется много времени. Применение средств ИКТ в процессе обучения позволяет сделать занятие интересным и насыщенным. Так же, в нашем случае облегчается форма контроля. Так как правильность геометрических построений достаточно легко проверить.

В рамках педагогической практики было апробировано 6 занятий из элективного курса. Три первых занятия были направлены на подготовку ребят к Всероссийскому конкурсу «Экспериментальная математика» среди 7-9 классов (организатор – САФУ им. М.В. Ломоносова, г. Архангельск). Основными средствами, которые необходимо было использовать при проведении конкурсных экспериментов в математике, должны были быть системы динамической геометрии. По результатам конкурса две ученицы 8 класса гимназии № 14 заняли первое место в своей возрастной группе. Последующее занятия были посвящены теме: «Геометрические преобразования: симметрия».

Ребята с интересом принимали участие в обсуждениях и экспериментах. Разбирали доказательства и приводили примеры из жизни. Дети были заинтересованы в дальнейшем изучении темы, а так же в использовании возможностей СДГ «Живая математика».

Результаты апробирования показали, что уровень подготовленности учащихся по изученной теме вырос, учащиеся приобрели навыки решения некоторых задач связанных с преобразованием плоскости.

Задания были подобраны в соответствии с уровнем подготовленности учащихся. В дальнейшем учащиеся уже знакомые с методами решения простейших задач на применение геометрических преобразований имели возможность выбирать более сложные задания, в соответствии со своей подготовкой.

Заключение

Целью данной исследовательской работы было: разработать для учащихся основной школы (9 класс) элективный курс «Геометрические преобразования плоскости с Живой математикой» и его сопровождение в среде «Живая математика». Для достижения данной цели, были решены следующие задачи:

- проанализировать темы курса геометрии в основной школе посвященных геометрическим преобразованиям, в том числе и с точки зрения использования при их обучении СДГ «Живая математика»;
- изучить динамические, конструктивные, исследовательские и вычислительные возможности среды «Живая математика» как виртуальной лаборатории на предмет использования их при обучении учащихся основной школы геометрическим преобразованиям;
- разработать элективный курс «Геометрические преобразования плоскости с Живой математикой» для учащихся 9 класса, подготовить компьютерное сопровождение курса;
- осуществить экспериментальную апробацию элективного курса и опытную проверку эффективности его сопровождения в среде «Живая математика».

В первой главе был проведен анализ школьных учебников по теме «Движение». Как показывает анализ учебников по проблеме изучения геометрических преобразований в средней школе, эти знания и умения представлены не как система, а как ряд частных явлений и их изучение растянуто на несколько лет. При этом каждое преобразование дается обособленно, вне связи с другими, несмотря на то, что такая связь существует. Свойства, которыми обладают преобразования, рассматриваются отдельно для каждого конкретного вида, в то же время многие свойства аналогичны. Эту проблему поможет решить разработанный нами элективный курс. В рамках занятия ученики установят связь между видами движения и их свойствами.

Во второй главе представлена программа разработанного нами элективного курса, а так же конспект занятия по теме «Симметрия».

В данной работе были проанализированные школьные учебники по теме «Движение», дано обоснование необходимости динамической визуализации данного материала, связанное с важностью и абстрактностью таких ключевых понятий, как преобразование, движение, подобие.

Таким образом, все поставленные задачи решены, цель исследования достигнута.

Дальнейшее исследование проблемы обучения геометрическим преобразованиям в общеобразовательной школе с использованием среды Живая математика может пойти по направлению, связанному с преобразованиями пространства и симметриями стереометрических фигур.

К работе прилагается компакт-диск, содержащий мультимедийное пособие по теме: «Движение».

Список использованных источников

1. ПРИМЕРНАЯ ОСНОВНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ от 8 апреля 2015 г.

2. Алтынов П.И. Геометрия. Тесты. 7-9 кл. Учебно-методическое пособие. М. Дрофа, 2000 г. 112

3. Атанасян, Л.С. Геометрия, 7-9: учеб. Для общеобразоват. Учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Будузов, С.Б. Кадомцев и др.- М.: Просвещений, 2005.- 384 с.: ил.

4. Гусев В.А. Индивидуализация учебной деятельности учащихся как основа дифференцированного обучения математике в средней школе // Математика в школе. -1990. -№4. с. 27-31.

5. Гусев В.А. Как помочь школьнику полюбить математику? М.: Авагард, 1994. - 168 с.

6. Гусев, В.А. Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений/ В.А. Гусев, В.В. Орлов, В.А. Панчищина и др. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 268 с.

7. Гусев, В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. – М.: ООО Издательство «Вербум-М» «ООО «Издательский центр «Академия», 2003. – 432 с.

8. Дорофеев Г.В. и др. Дифференциация в обучении математике // Математика в школе. -1990. -№4.-с. 15-21.

9. Дорофеев Г.В. Содержание школьного математического образования: основные принципы и механизмы отбора // К концепции содержания школьного математического образования. М.: Изд. АПН СССР, 1991. - с. 5-23.

10. Дрозина В.В. Педагогические условия развития умений творческой самостоятельной работы у школьников (На материале изучения математических дисциплин). Автореф. дис. канд. пед. наук, Челябинск, 1993.-18с.

11. Еленина А.М. Сборник вопросов и упражнений по геометрическим преобразованиям. Красноярск, 1969.-93с.

12. Желудев И.С. Симметрия и ее приложения. 2-е изд. переработ, и дополн. М.: Энергоатомиздат, 1983.

13.Изучение геометрии в 7 - 9 кл.: Методические рекомендации к учеб.: Книга для учителя/ Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, Ю.А.Глазков и др. - 3-е изд. - М.: Просвещение,2000. -255с.

14.Коджаспирова, Г.М. Технические средства обчечения и методика их использования : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений/Г.М. Коджаспирова, К.В. Петров.-М.: Издательский центр «Академия», 2008.-352с.

15.Методика преподавания избранных тем школьного курса математики: Учебно-методическое пособие для студентов педвузов по физико-математическим специальностям / Под общей редакцией Н.А. Терешина. Балашов: Изд-во БГТШ, 1995.

16. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. пособие для студ. пед. инс-в по спец. 2104 и 2105 / А.Я. Блох, Е.С. Канин, Н.Г. Килина и др.; Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. М.: Просвещение, 1985. - 336 с.

17.Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учебное пособие для студентов пед. Институтов по спец. А.Я. Блох и др.; Сост. Р.С.Черкасов, А.А.Столяр. - М., Просвещение, 1985. - 336с.

18. Мишин В.И. Геометрические преобразования в курсе планиметрии средней школы. Автореф. дис .канд.пед.наук. М., 1953.-22с.

19.Погорелов, А.В. Геометрия: Учеб. для 7-11 кл. общеобразоват. учреждений / А.В. Погорелов.- 5-е изд.- М.: Просвещение, 1995.- 383 с.: ил.

20.Погорелов, А.В. Геометрия: Учеб. для 7-9 кл. общеобразоват. учреждений / А.В. Погорелов.- 7-е изд.- М.: Просвещение, 2006.- 224 с.: ил.

21.Поурочное планирование к учебнику Погорелова А.В. и др – 4-е изд – М.:2015ю – 115 с

22.Поурочные планы к учебнику Смирнова В.А. Смирновой И.М. – 5-е изд. - М.: 2014. - 205 с

23.Принцип наглядности в дидактике: [Электронный документ].-(http://psylist.net/pedagogika/00320.htm.). 03 апреля 2009.

24.Российская педагогическая энциклопедия: В 2 т. /Гл. ред. В.В.Давыдов. - М.: Большая Российская энциклопедия, 1996. - 608с.

25.Савченко, С.В. Планиметрия. Электронный учебник-справочник. Для школьников и абитуриентов : Наглядное пособие. / С.В. Савченко, С.А. Хованский.- М.: «Кудиц», 1998.- 200с.

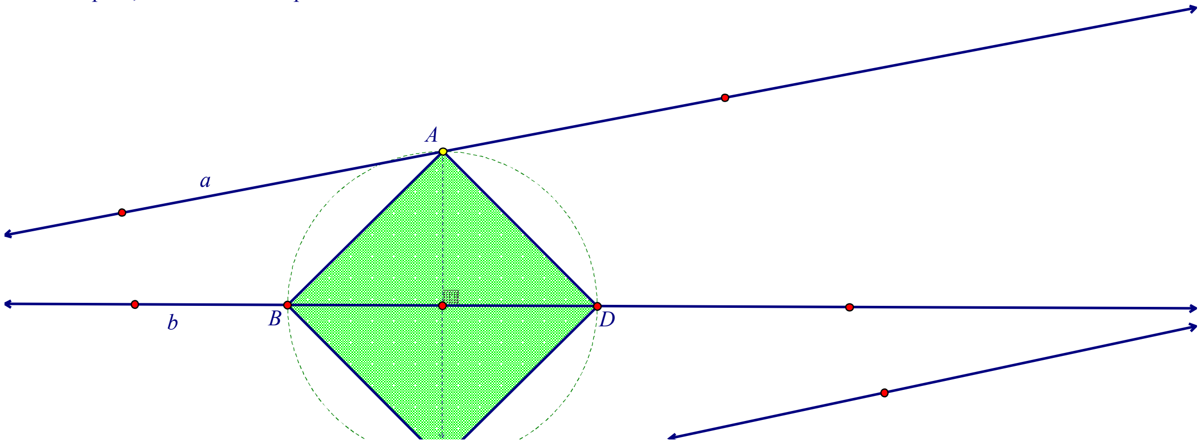
26.Смирнова И.М. Смирнов В.А., 2-е изд., испр. - М.: Мнемозина, 2007

27.УМК «Живая математика»

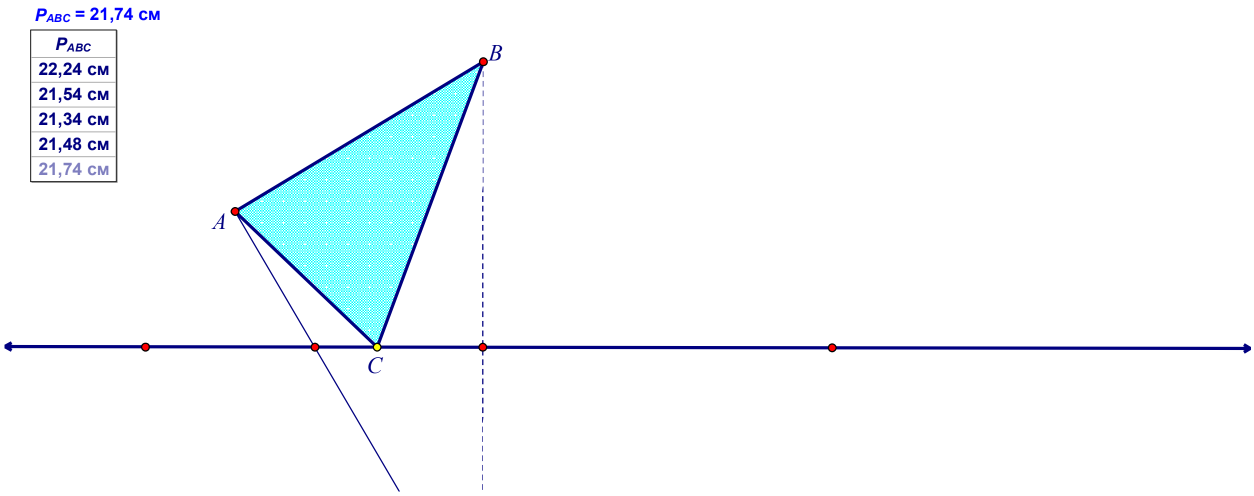
Приложения

«Приложение А»

Задача 1. Построить квадрат, если заданы три прямые, одна из которых содержит диагональ квадрата, а две другие - по одной из двух вершин квадрата, лежащих на второй диагонали.



Задача 2. Две точки A и B лежат по одну сторону относительно прямой. Построить точку C на этой прямой, чтобы периметр треугольника ABC был наименьшим.



Задача 3. Внутри острого угла CDE дана точка A. Построить треугольник ABC наименьшего периметра с вершинами B и C, лежащими по одной на сторонах угла.

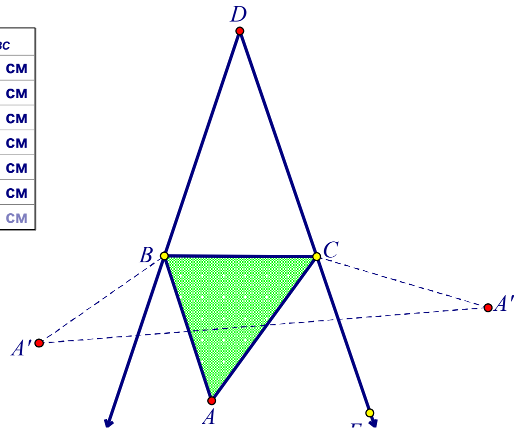
Расположить треугольник правильно

Спрятать объекты для анализа

Показать искомый треугольник

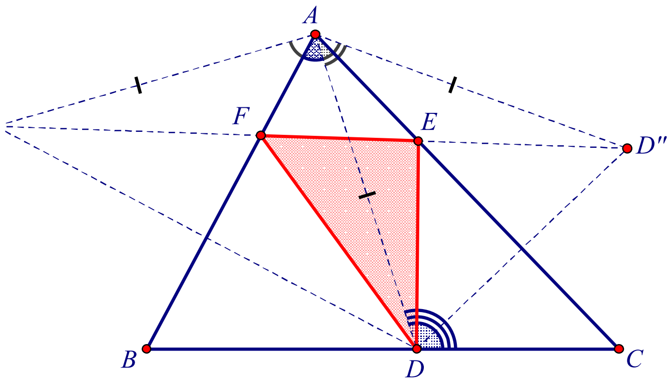
P_{ABC} = 13,28 см

P_{ABC}
15,21 см
14,53 см
14,16 см
14,10 см
14,06 см
14,06 см
13,28 см



Задача 4. В данный остроугольный треугольник вписать треугольник наименьшего периметра так, чтобы его вершины лежали по одной на сторонах данного треугольника.

D = 107,79° AD = 8,14 см AD' = 8,14 см AD'' = 8,14 см $D'D''$ = 15,47 см P_{DEF} = 15,47 см

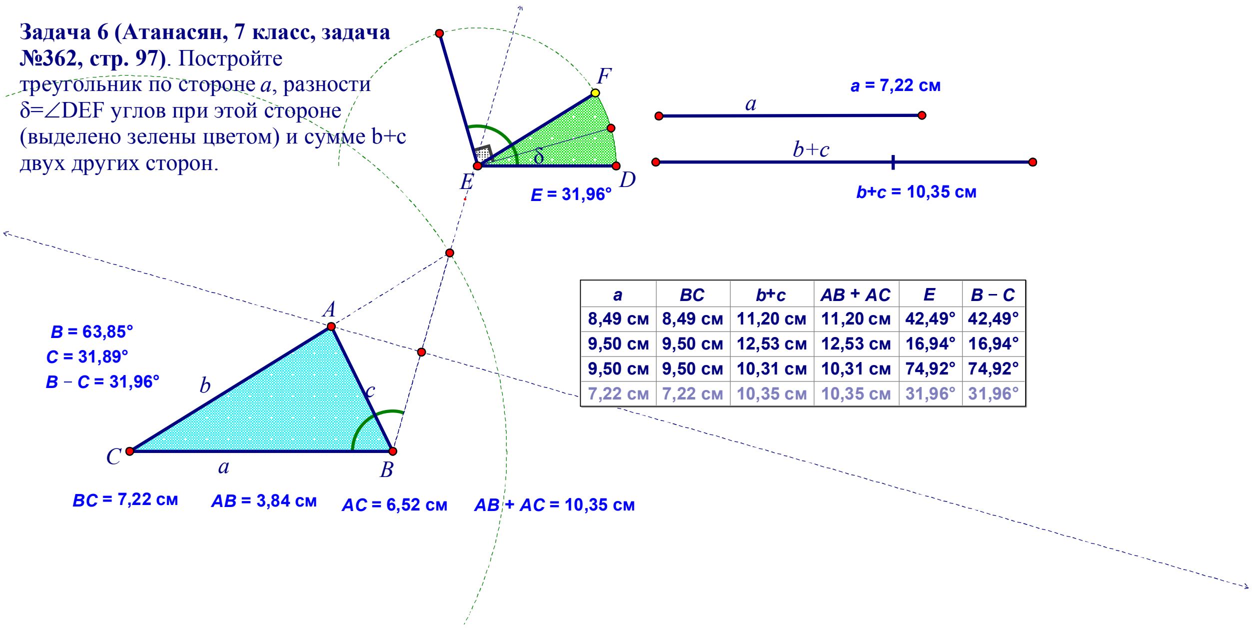


D	AD	AD'	AD''	D'D''	P_{DEF}
131,23°	10,31 см	10,31 см	10,31 см	19,59 см	19,59 см
121,11°	9,05 см	9,05 см	9,05 см	17,21 см	17,21 см
109,33°	8,22 см	8,22 см	8,22 см	15,61 см	15,61 см
90,00°	7,75 см	7,75 см	7,75 см	14,73 см	14,73 см
85,71°	7,77 см	7,77 см	7,77 см	14,77 см	14,77 см
78,61°	7,91 см	7,91 см	7,91 см	15,03 см	15,03 см
69,94°	8,25 см	8,25 см	8,25 см	15,68 см	15,68 см
63,99°	8,63 см	8,63 см	8,63 см	16,39 см	16,39 см
61,97°	8,78 см	8,78 см	8,78 см	16,69 см	16,69 см
107,79°	8,14 см	8,14 см	8,14 см	15,47 см	15,47 см

Переместить D в искомую точку

Анимация D

Задача 6 (Атанасян, 7 класс, задача №362, стр. 97). Постройте треугольник по стороне *a*, разности δ=∠DEF углов при этой стороне (выделено зелены цветом) и сумме b+c двух других сторон.

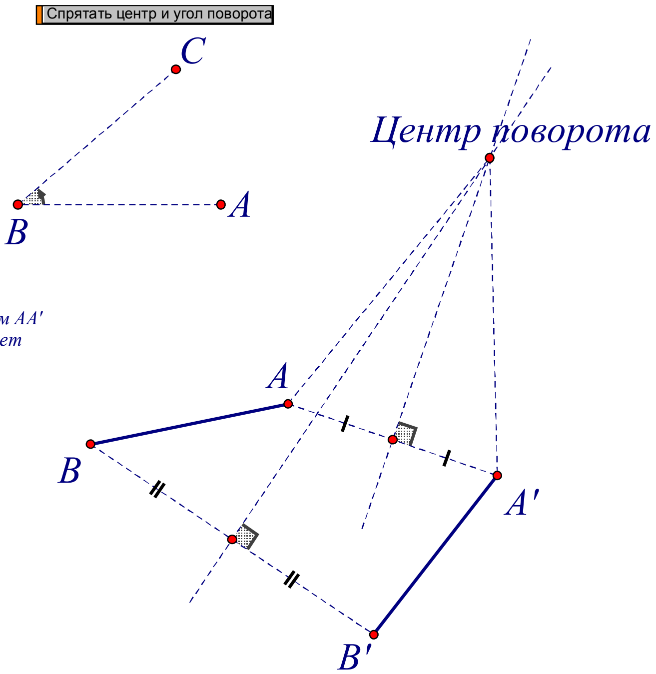


a	BC	b+c	AB + AC	E	B − C
8,49 см	8,49 см	11,20 см	11,20 см	42,49°	42,49°
9,50 см	9,50 см	12,53 см	12,53 см	16,94°	16,94°
9,50 см	9,50 см	10,31 см	10,31 см	74,92°	74,92°
7,22 см	7,22 см	10,35 см	10,35 см	31,96°	31,96°

«Приложение Б»

Черный ящик

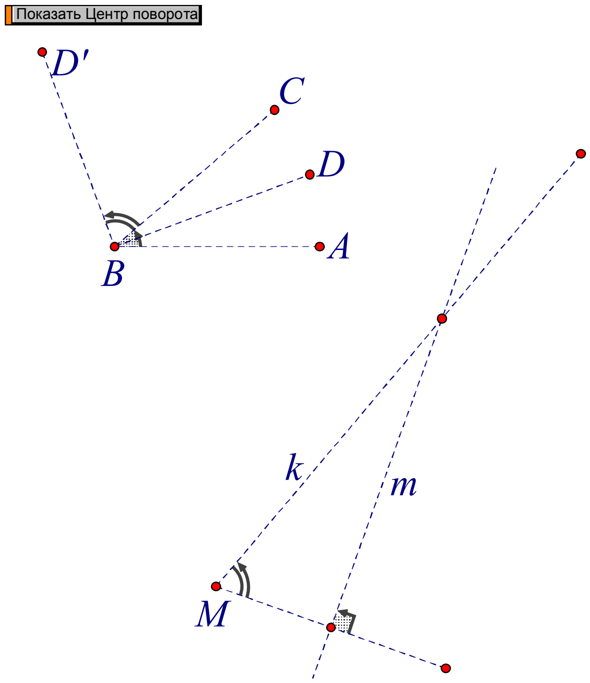
Задача 2. *Даны отрезок AB и его образ A'B' при повороте. Построить центр поворота и угол поворота.*



Решение.
Построим серединные перпендикуляры m и k к отрезкам AA' и BB'их точка пересечения и будет искомой точкой.
"""

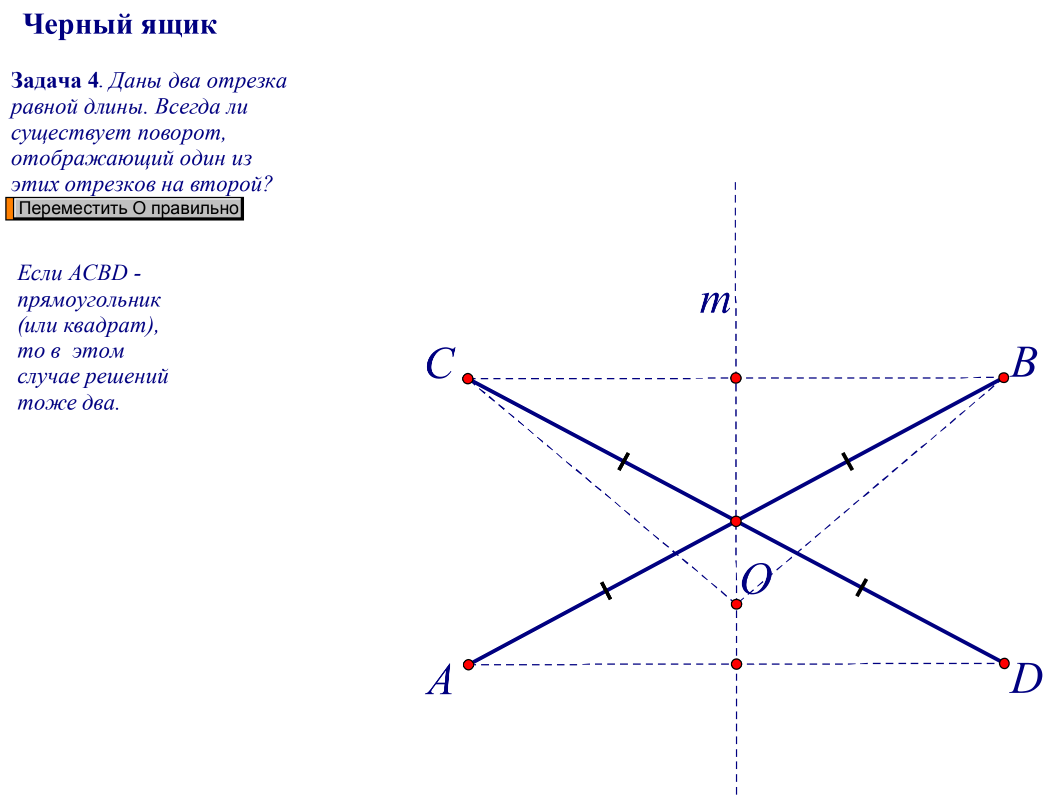
Черный ящик

Задача 1. *Даны угол поворота ABC, точка M и ее образ M' при повороте на угол ABC. Построить центр поворота.*

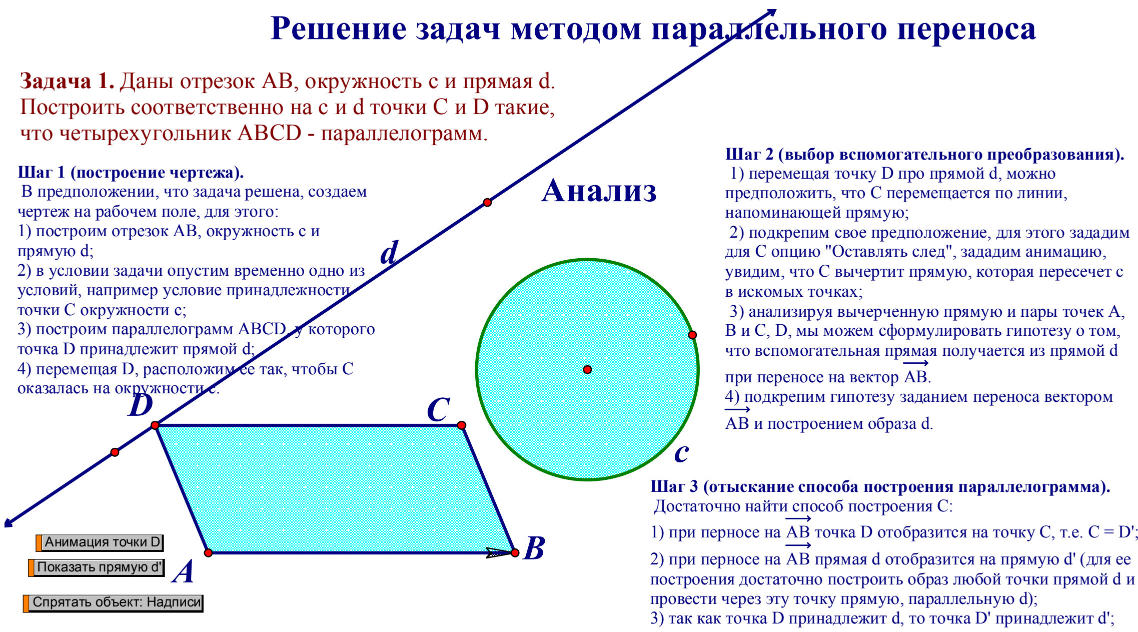


Решение 1.
Построим серединный перпендикуляр m к отрезку MM', зададим для него опцию Оставлять след. Начнем перемещать точку M по рабочему столу, получим пучок прямых с центром в искомой точке.

Решение 2.
Построим серединный перпендикуляр m к отрезку MM', построим угол ∠CBD' = 90° - ∠ABC/2, повернем луч MM' вокруг точки M на этот угол, точка пересечения образа луча MM' с серединным перпендикуляром и будет искомой точкой.
"""



«Приложение В»



Спрятать объект: Надписи

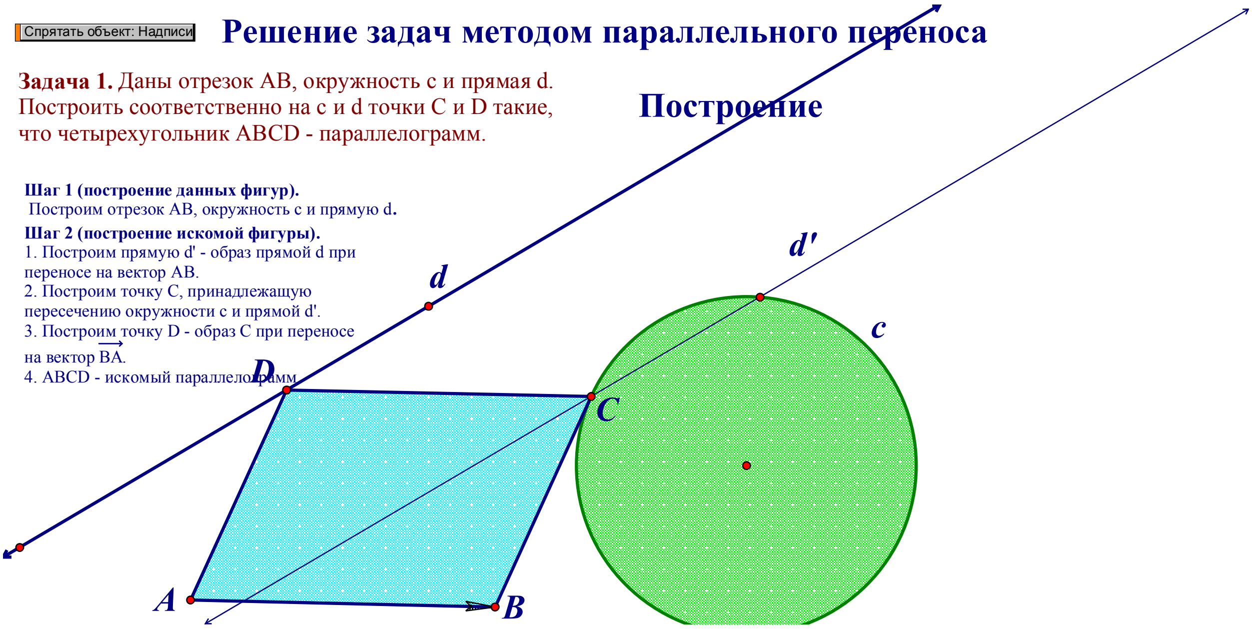
Решение задач методом параллельного переноса

Задача 1. Даны отрезок AB, окружность c и прямая d. Построить соответственно на c и d точки C и D такие, что четырехугольник ABCD - параллелограмм.

Построение

Шаг 1 (построение данных фигур).
Построим отрезок AB, окружность c и прямую d.

Шаг 2 (построение искомой фигуры).
1. Построим прямую d' - образ прямой d при переносе на вектор AB.
2. Построим точку C, принадлежащую пересечению окружности c и прямой d'.
3. Построим точку D - образ C при переносе на вектор $\overrightarrow{BA}$.
4. ABCD - искомый параллелограмм.

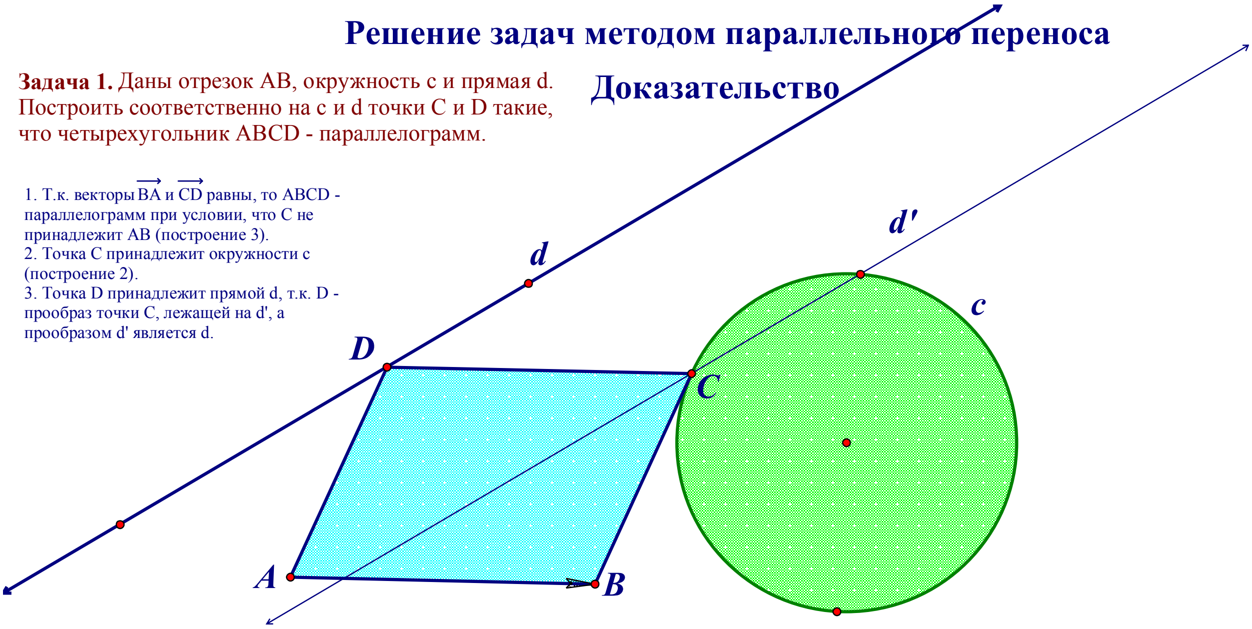


Решение задач методом параллельного переноса

Задача 1. Даны отрезок AB, окружность c и прямая d. Построить соответственно на c и d точки C и D такие, что четырехугольник ABCD - параллелограмм.

Доказательство

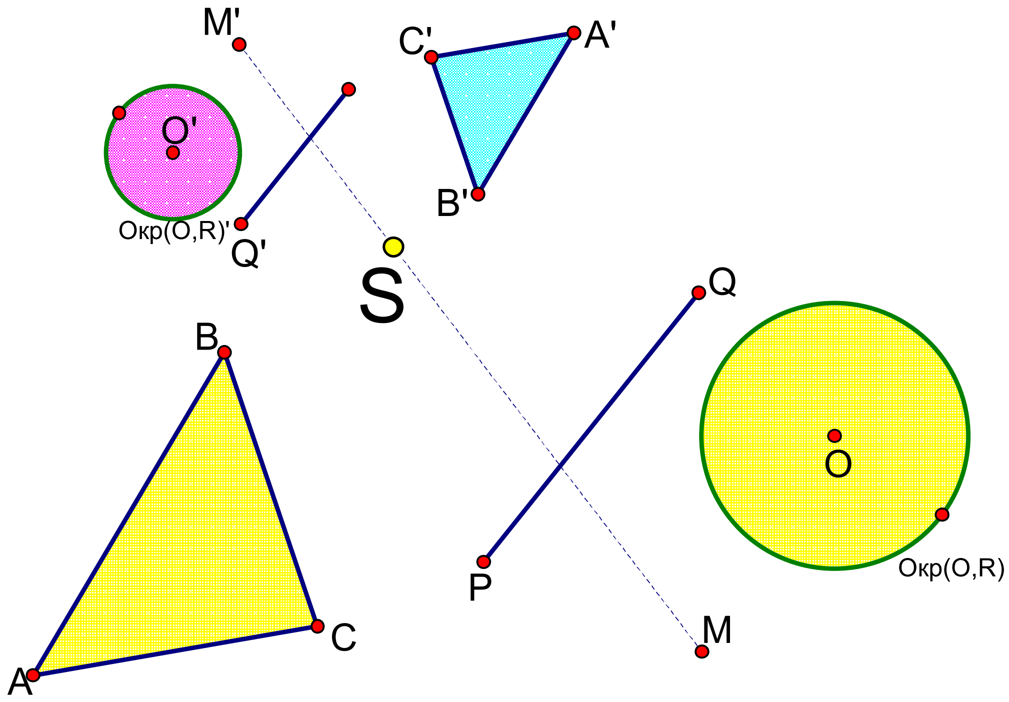
1. Т.к. векторы $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{CD}$ равны, то ABCD - параллелограмм при условии, что C не принадлежит AB (построение 3).
2. Точка C принадлежит окружности c (построение 2).
3. Точка D принадлежит прямой d, т.к. D - прообраз точки C, лежащей на d', а прообразом d' является d.



«Приложение Г»

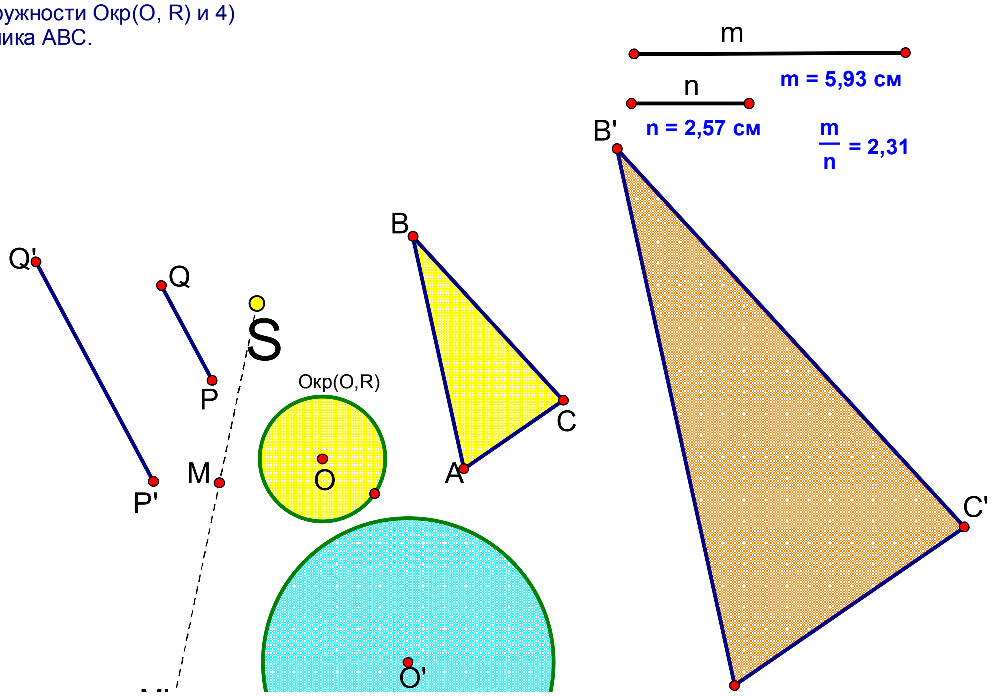
Задача 185 б). Задать гомотетию центром S и коэффициентом б) k= -1/2. Построить образ: 1) точки M, 2) отрезка PQ, 3) окружности Окр(O, R) и 4) треугольника ABC.

Гомотетия



Задача 185 в). Задать гомотетию центром S и коэффициентом в) k=m/n. Построить образ: 1) точки M, 2) отрезка PQ, 3) окружности Окр(O, R) и 4) треугольника ABC.

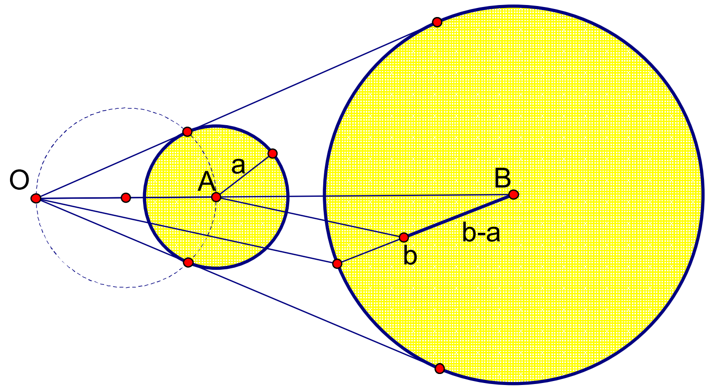
Гомотетия



Задача 188. Постройте центр и найдите коэффициент гомотетии, при которой одна данная окружность отображается на другую данную окружность. Проверьте полученный результат с помощью соответствующих построений и команд Живой геометрии.

Решение.

1. Требуется построить такую точку O, чтобы отношение вектора $\overrightarrow{OB}$ к вектору $\overrightarrow{OA}$ равнялось b/a=k - отношению радиуса b желтой окружности к радиусу a зеленой окружности, т.е. выполнялось OB/OA=b/a.
2. Примем B за центр новой гомотетии, отображающей A в точку O. Найдем коэффициент x этой гомотетии. Поскольку OB/AB = x, то OB/(OB-OA) = x или (OB-OA)/OB=1/x. Отсюда, 1-a/b=1/x. Но тогда x = b/(b-a).
3. Построим отрезок b-a и найдем образ O точки A при гомотетии с центром в точке B и коэффициентом x = b/(b-a).
4. Очевидно, гомотетия, отображающая зеленую окружность на желтую, задается центром O и коэффициентом k=b/a.



«Приложение Д»

Решение задач на построение методом инверсии

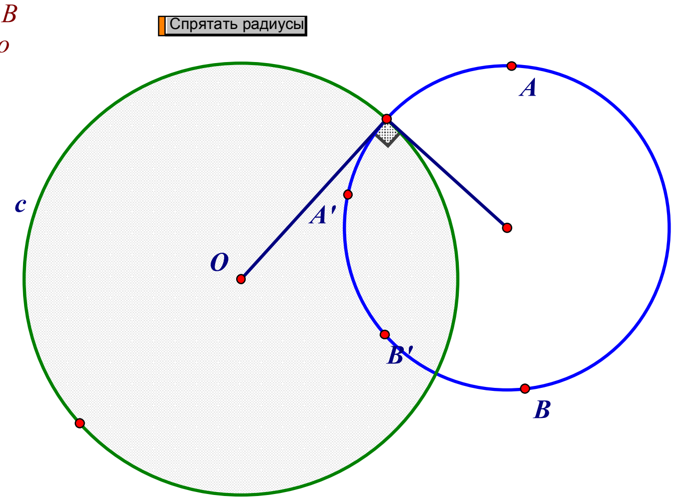
Метод инверсии:

Сущность метода инверсии заключается в следующем. Наряду с данными и искомыми фигурами рассматриваются фигуры, инверсные им или их частям. Этого иногда бывает достаточно для нахождения таких связей между искомыми и данными, которые нужны для решения задачи.

Задача 1. *Через две данные точки A и B провести окружность, ортогональную данной окружности c(O, r).*

Построение. Примем данную окружность за базисную, построим образ A' точки A, через три точки проведем окружность.

Спрятать точку A'
Спрятать окружность, содержащую A, B и A'
Спрятать точку B'



Решение задач на построение методом инверсии

Задача 2. Даны отрезок, точка O и две не проходящие через неё прямые a и b. Проведите через точку O такой луч, чтобы произведение его отрезков от точки O до до точек пересечения с данными прямыми было равно квадрату данного отрезка.

Построение. Найдем образ a' прямой a при инверсии с центром O и радиусом R. Общая точка B≠O окружности a' и прямой b будет лежать на искомом луче.

Спрятать базисную окружность
Спрятать пересечение басиса и прямой a
Спрятать образ прямой a
Спрятать окружность, сод O, P, Q
Спрятать первый искомый луч
Спрятать второй искомый луч
Показать проверку