

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Зейб Ольга Олеговна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

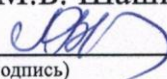
**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ СРЕДСТВ ВИЗУАЛИЗАЦИИ В
ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В 5-6 КЛАССАХ**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

28.05.2026 
(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. физ.-мат. наук, доцент каф. МиМОМ

С.И. Калачева



(дата, подпись)

Дата защиты

29.06.26

Обучающийся:

О.О. Зейб


(дата, подпись)

Оценка хорошо
прописью

Красноярск, 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 5-6 КЛАССАХ	8
1.1. Принцип наглядности в современном образовании и требования ФГОС к формированию ИКТ-компетенций	8
1.2. Психолого-педагогические особенности восприятия визуальной информации учащимися 10-13 лет	14
1.3. Обзор и сравнительный анализ современных средств визуализации учебного материала по математике в 5-6 классов.....	20
Выводы по первой главе	27
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ И ПРИМЕНЕНИЕ ИХ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ...	31
2.1. Методические приёмы и проектирование уроков с использованием компьютерных средств визуализации	31
2.2. Рекомендации для учителей по использованию средств компьютерной визуализации.....	37
2.3. Апробация предложенных рекомендаций	43
Выводы по второй главе	49
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	51
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	53
ПРИЛОЖЕНИЯ	62

ВВЕДЕНИЕ

Современный этап развития образования характеризуется активной цифровизацией учебного процесса, обновлением требований к результатам освоения образовательных программ и усилением внимания к формированию у школьников не только предметных знаний, но и метапредметных умений, в том числе связанных с использованием информационно-коммуникационных технологий. В этих условиях особую значимость приобретает проблема повышения эффективности обучения математике в основной школе, поскольку именно в 5-6 классах закладываются базовые математические представления, формируются устойчивые учебные навыки, развивается логическое мышление и создаются предпосылки для дальнейшего успешного изучения алгебры и геометрии.

Вместе с тем обучение математике обучающихся 5-6 классов сопряжено с рядом трудностей. Содержание курса включает значительное количество абстрактных понятий, отношений и зависимостей, понимание которых требует от школьников достаточно высокого уровня развития мышления. Возрастные особенности обучающихся 10-13 лет обуславливают необходимость опоры на наглядность, образное восприятие и практические действия. В связи с этим в методике обучения математике особую актуальность приобретает использование компьютерных средств визуализации, позволяющих представить учебный материал в более доступной, динамичной, интерактивной и наглядной форме.

Компьютерная визуализация в обучении математике выступает не просто как иллюстративное сопровождение объяснения, а как средство организации познавательной деятельности обучающихся, способствующее осмыслению математических понятий, выявлению связей между объектами, моделированию процессов и явлений, развитию исследовательских умений и повышению учебной мотивации. Применение интерактивных схем, динамических моделей, анимации, цифровых тренажеров, презентаций,

образовательных платформ и специализированных программ открывает новые возможности для реализации принципа наглядности и индивидуализации обучения.

Актуальность исследования обусловлена рядом противоречий:

- между абстрактным характером содержания курса математики 5-6 классов и возрастной потребностью обучающихся в наглядно-образной опоре;
- между высоким дидактическим потенциалом современных компьютерных средств визуализации и недостаточной разработанностью методики их систематического применения на уроках математики;
- между требованиями ФГОС к формированию предметных, метапредметных результатов и ИКТ-компетентности обучающихся и ограниченностью практических рекомендаций для учителя по использованию визуализации в конкретных темах курса математики 5-6 классов.

Проблема исследования заключается в поиске и научно-методическом обосновании эффективных способов применения компьютерных средств визуализации в процессе обучения математике в 5-6 классах.

Степень изученности темы исследования позволяет утверждать, что проблема наглядности и визуализации в обучении имеет серьезную теоретическую основу в педагогике, психологии и методике обучения математике. Принцип наглядности традиционно рассматривается как один из важнейших дидактических принципов обучения. Психолого-педагогические аспекты восприятия, переработки и усвоения визуальной информации исследовались в трудах отечественных и зарубежных ученых. В методике обучения математике накоплен значительный опыт использования схем, таблиц, моделей, чертежей и иных средств наглядного представления знаний. В последние годы усилился интерес к вопросам цифровой дидактики, образовательной визуализации, интерактивных ресурсов и ИКТ в школьном обучении. Однако, несмотря на наличие работ, посвященных отдельным аспектам визуализации и цифровых средств обучения, проблема комплексного методического использования именно компьютерных средств визуализации на

уроках математики в 5-6 классах остается недостаточно разработанной, особенно в части проектирования уроков, подбора инструментов и оценки результативности их применения в школьной практике.

Объект исследования – процесс обучения математике в 5-6 классах основной школы.

Предмет исследования – методика использования компьютерных средств визуализации в обучении математике учащихся 5-6 классов.

Цель исследования: теоретическое обоснование и создание рекомендаций применения компьютерных средств визуализации при обучении математике в 5-6 классах с последующей проверкой ее результативности в условиях педагогической практики.

Для достижения намеченной цели поставлены следующие **задачи исследования:**

1. Проанализировать роль принципа наглядности в современной системе образования и требования ФГОС, связанные с формированием ИКТ-компетенций обучающихся. Описать теоретические аспекты компьютерной визуализации в курсе математики 5-6 классов.
2. Определить психолого-педагогические особенности восприятия визуальной информации школьниками 10-13 лет и выявить потенциал современных цифровых средств визуализации в их обучении.
3. Описать методические аспекты использования средств компьютерной визуализации для 5-6 классов и спроектировать уроки математики с их применением.
4. Апробировать разработанные уроки и проанализировать результативность применения средств визуализации в условиях педагогической практики

Методы исследования включают:

- теоретические методы: анализ психолого-педагогической, методической и научной литературы по теме исследования, анализ нормативных документов, сравнение, обобщение, систематизация;

- эмпирические методы: педагогическое наблюдение, анкетирование, тестирование, анализ продуктов учебной деятельности обучающихся, апробация разработанных методических материалов;

- методы обработки результатов: количественный и качественный анализ данных, их интерпретация, представление результатов в таблицах и диаграммах.

База исследования: апробация разработанных методических материалов по применению компьютерных средств визуализации в обучении математике проводилась на базе Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Дзержинская средняя школа № 1» села Дзержинское Красноярского края.

Научная новизна исследования заключается в том, что:

- уточнены педагогические возможности компьютерных средств визуализации применительно к обучению математике в 5-6 классах;

- разработаны методические аспекты применения средств компьютерной визуализации на уроках математики с учетом возрастных особенностей учащихся и содержания учебного материала;

- предложены методические рекомендации по использованию интерактивных визуализаций в практике работы учителя математики;

- получены и проанализированы результаты апробации разработанных методических материалов.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что его результаты расширяют представления о возможностях реализации принципа наглядности в условиях цифровой образовательной среды, конкретизируют особенности использования компьютерной визуализации в обучении математике учащихся 5-6 классов, а также дополняют методические подходы к организации учебной деятельности школьников с опорой на интерактивные визуальные средства.

Практическая значимость исследования определяется возможностью использования разработанных методических материалов в практике

преподавания математики в 5-6 классах. Подготовленные конспекты уроков, примеры интерактивных заданий, диагностические материалы и методические рекомендации могут быть применены учителями математики в общеобразовательной школе.

Структура работы обусловлена логикой исследования, его целью и задачами и включает введение, две главы, заключение, список литературы и приложения.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 5-6 КЛАССАХ

1.1. Принцип наглядности в современном образовании и требования ФГОС к формированию ИКТ-компетенций

Принцип наглядности традиционно относится к числу базовых дидактических принципов обучения. Его значение определяется тем, что усвоение знаний, формирование представлений и развитие мышления обучающихся опираются не только на словесно-логическую, но и на чувственно-образную основу познания. В современном образовании содержание этого принципа существенно расширилось. Если ранее наглядность связывалась преимущественно с демонстрацией реальных предметов, моделей, рисунков и таблиц, то в условиях цифровой образовательной среды она включает также электронные, интерактивные, динамические и мультимедийные формы представления учебной информации [22, с. 70].

В педагогической литературе понятие наглядности рассматривается с различных позиций: как свойство учебного материала, как средство обучения, как способ организации познавательной деятельности и как особенность психического образа, возникающего у обучающегося в результате восприятия, памяти, мышления и воображения. Различия в трактовках связаны не только с терминологией, но и с пониманием места наглядности в учебном познании. Одни исследователи подчеркивают, что избыточная опора на чувственно-конкретные образы может затруднять осмысление абстрактных связей и отношений. Другие, напротив, считают наглядность необходимым условием успешного обучения, особенно на этапах введения новых понятий и формирования первоначальных представлений. В современной дидактике преобладает позиция, согласно которой наглядность следует рассматривать не

как самоцель, а как педагогически организованное средство, повышающее доступность, осмысленность и прочность усвоения знаний [22, с. 72].

Сущность принципа наглядности состоит в целесообразном привлечении органов чувств к восприятию, осознанию и переработке учебного материала. Наглядность способствует тому, что изучаемые объекты, процессы и отношения получают для обучающихся конкретное выражение, становятся более понятными и доступными для анализа. При этом важно учитывать, что речь идет не только о зрительном восприятии. Современное понимание наглядности включает также слуховую, осязательную, звуковую, символическую и смешанную формы представления информации. Следовательно, принцип наглядности в обучении имеет более широкое значение, чем простая демонстрация изображения или предмета [17, с. 8].

Дидактическая ценность наглядности подтверждается и данными о восприятии учебной информации. Наиболее высокий уровень усвоения достигается в тех случаях, когда ученик не только видит и слышит материал, но и обсуждает его, действует с ним, преобразует его в иную форму. Это особенно важно в обучении математике, где понимание часто строится на переходе от конкретного образа к обобщению, от наблюдения к выявлению зависимости, от иллюстрации к выводу. Поэтому наглядность в математическом образовании должна не подменять мыслительную деятельность, а направлять ее, помогая выделить существенные признаки, отношения и закономерности [19, с. 204].

В числе основных функций наглядности в обучении можно выделить нижеследующие. Во-первых, она помогает воссоздать форму, структуру, сущность и взаимосвязи изучаемого явления, тем самым подтверждая и конкретизируя теоретические положения. Во-вторых, наглядность активизирует различные анализаторы и связанные с ними психические процессы, создавая богатую чувственную основу для последующего анализа и обобщения. В-третьих, она способствует формированию визуальной и информационной культуры обучающихся, развивает умение воспринимать,

интерпретировать и использовать графически представленную информацию. В-четвертых, наглядность обеспечивает учителю обратную связь, позволяя по действиям и ответам учащихся судить о степени понимания материала [20, с. 5].

Вместе с тем использование наглядности требует соблюдения определенных дидактических правил. К ним относятся достаточность, но не избыточность наглядных средств; рациональное определение времени их использования на уроке; сочетание слова учителя и визуального материала; привлечение разных каналов восприятия; подчинение наглядности цели урока и конкретной учебной задаче. Чрезмерное увлечение внешней стороной наглядных средств может приводить к перегрузке внимания обучающихся, отвлекать их от существенных признаков изучаемого объекта, усиливать второстепенные детали и, как следствие, затруднять формирование понятий. Особенно это важно в преподавании математики, где наглядный материал должен не только быть выразительным, но и способствовать установлению логических связей, выделению существенных отношений, пониманию структуры математического содержания [22, с. 73].

В современной дидактике используются различные классификации наглядных пособий. По характеру представления выделяют натуральную наглядность, связанную с реальными объектами; образную, передающую объект в конкретном виде; объемную, представленную моделями и макетами; схематическую и символическую, включающую схемы, таблицы, графики, диаграммы, карты, формулы и условные знаки; звуковую и смешанную. Для обучения математике особое значение имеют символическая, графическая, схематическая и динамическая формы наглядности, поскольку именно они позволяют передать абстрактные отношения, количественные зависимости, пространственные представления и алгоритмы действий [34, с. 1095].

Развитие педагогики и цифровых технологий привело к постепенному расширению содержания принципа наглядности. Условно можно выделить несколько этапов этого процесса. На классическом этапе наглядность

понималась как использование предметов, изображений и моделей для чувственного восприятия изучаемого материала. На визуальном этапе произошло усиление внимания к процессу визуализации, то есть к преобразованию информации в удобные для восприятия и анализа образы. Это способствовало более активному использованию графиков, диаграмм, схем и иных способов структурирования учебной информации. Следующий этап связан с развитием когнитивно-визуального подхода, согласно которому наглядность выполняет не только иллюстративную, но и познавательную функцию. Она становится средством развития визуального мышления, формирования устойчивых образов, оперирования ими, выявления связей и отношений между объектами. Наконец, современный этап характеризуется активным включением инфографики, цифрового контента и интерактивных визуальных форм представления знаний [34, с. 1098].

Особый интерес для методики преподавания математики представляет когнитивно-визуальный подход, разработанный В. А. Далингером. Его основная идея состоит в широком и целенаправленном использовании познавательных возможностей визуального мышления. В рамках этого подхода зрительный образ рассматривается не как вторичное сопровождение словесного объяснения, а как самостоятельное средство освоения математического содержания. Визуальное представление понятий, свойств и отношений позволяет обучающимся быстрее выявлять закономерности, понимать структуру изучаемого материала, строить рассуждение и переносить усвоенные способы действия на новые задачи. Для учащихся 5-6 классов данный подход особенно значим, поскольку в этом возрасте сохраняется высокая потребность в образной опоре, а переход к более абстрактному математическому мышлению еще только формируется [15, с. 207].

В этих условиях современные компьютерные средства значительно расширяют возможности реализации принципа наглядности. С помощью цифровых технологий можно использовать статические и динамические изображения, анимацию, интерактивные схемы, виртуальные модели, графики,

тренажеры, электронные таблицы, презентации, образовательные платформы и другие ресурсы. Компьютерная визуализация позволяет варьировать темп предъявления материала, акцентировать внимание на нужных элементах, моделировать процессы, которые трудно или невозможно показать традиционными средствами, а также вовлекать самих учащихся в активное преобразование визуальных объектов. Это обеспечивает более высокий уровень наглядности, повышает динамичность урока и создает условия для дифференциации обучения.

Однако расширение технических возможностей не означает автоматического решения всех дидактических задач. Практика показывает, что увлечение формой цифрового представления информации нередко приводит к переизбытку визуальных эффектов в ущерб содержанию. Поэтому использование компьютерной наглядности должно строиться на тех же методических основаниях, что и применение традиционных средств: соответствие цели урока, возрастным особенностям обучающихся, содержанию учебного материала и логике формирования понятий. Цифровой ресурс становится педагогически ценным лишь тогда, когда он помогает ученику увидеть главное, установить связи, понять зависимость и выполнить учебное действие.

Современное понимание принципа наглядности тесно связано с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования. ФГОС ООО, утвержденный приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 287 от 18 июня 2025 года [1], ориентирует школу на разумное и безопасное использование цифровых технологий, повышение качества образования, формирование культуры пользования ИКТ и развитие у обучающихся способности применять современные технологические средства в учебной и повседневной жизни. Это означает, что работа с визуальной и цифровой информацией становится не дополнительным, а нормативно закрепленным направлением образовательной деятельности.

Особое значение в стандарте придается условиям реализации образовательной программы. Информационно-образовательная среда школы должна включать цифровые образовательные ресурсы, компьютеры, иное ИКТ-оборудование, коммуникационные каналы и современные педагогические технологии. Она должна обеспечивать доступ участников образовательного процесса к ресурсам цифровой образовательной среды, возможность поиска, сбора, анализа, обработки, хранения и представления информации, мониторинг образовательных результатов, а также дистанционное взаимодействие всех участников образовательных отношений. Следовательно, реализация принципа наглядности в современных условиях должна опираться не только на отдельные пособия, но и на целостную цифровую среду обучения [17, с. 10].

Требования ФГОС к результатам освоения программы основного общего образования также непосредственно связаны с формированием ИКТ-компетенций. В составе метапредметных результатов, относящихся к работе с информацией, указывается умение применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации, а также самостоятельно выбирать оптимальную форму ее представления и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их сочетаниями. Таким образом, школьник должен не только воспринимать готовую визуальную информацию, но и уметь представлять данные в графической форме, что имеет прямое отношение к изучению математики [1].

Дополнительное отражение данные требования получают в предметных результатах по информатике, где подчеркивается необходимость умения выбирать способ представления данных в соответствии с поставленной задачей, использовать таблицы, схемы, графики, диаграммы и соответствующие программные средства обработки данных. Формирование подобных умений не ограничивается рамками одного предмета, а носит межпредметный характер. На уроках математики в 5-6 классах это может проявляться в работе с таблицами и диаграммами, визуализации числовых

зависимостей, представлении геометрических объектов, построении схем рассуждений и использовании интерактивных моделей [19, с. 208].

Таким образом, принцип наглядности в современном образовании сохраняет свое фундаментальное значение, но его содержание заметно расширяется под влиянием цифровизации и развития новых дидактических подходов. В настоящее время наглядность понимается не только как средство чувственного восприятия, но и как инструмент организации познавательной деятельности, развития визуального мышления, формирования информационной культуры и ИКТ-компетентности обучающихся. Требования ФГОС основного общего образования подтверждают необходимость систематического использования цифровых и визуальных средств в учебном процессе. Для обучения математике в 5-6 классах это открывает широкие возможности повышения доступности, осмысленности и результативности усвоения учебного материала при условии методически грамотного отбора и применения компьютерных средств визуализации.

1.2. Психолого-педагогические особенности восприятия визуальной информации обучающихся 10-13 лет

В 5-6 классах, когда школьники входят в период раннего подросткового возраста, учебная ситуация заметно меняется: увеличивается объем изучаемого материала, усложняется его содержание, число предметов становится больше, а сама организация школьной жизни требует иной степени включенности и самостоятельности. Возраст 10-13 лет совпадает с этими изменениями и сопровождается сдвигами в познавательной, эмоциональной и мотивационной сферах.

На уроках математики эта возрастная граница проявляется особенно отчетливо. Прежние, преимущественно конкретные способы усвоения начинают уступать место более обобщенному и абстрактному пониманию

материала. Такой переход не снимает потребности в опоре на наглядность, а, напротив, делает визуальную информацию более значимой – она поддерживает восприятие математического содержания, его осмысление и удержание в памяти.

Поэтому обращение к визуализации при обучении математике обучающихся 10–13 лет связано не только с дидактическими основаниями. За ним стоят и возрастные особенности самих школьников, которые в этот период проявляются достаточно явно. Ранний подростковый возраст характеризуется тем, что наглядно-образные механизмы познания еще сохраняют высокую значимость, хотя одновременно начинает активно развиваться словесно-логическое и абстрактное мышление. Иными словами, ученик уже способен к рассуждению, сравнению, анализу и обобщению, однако полноценное усвоение нового материала часто по-прежнему требует опоры на зрительный образ, схему, модель, таблицу, рисунок или динамическое представление изучаемого объекта. Поэтому восприятие визуальной информации в этом возрасте выступает не вспомогательным, а органично включенным в процесс познания [25, с. 181].

Одной из наиболее заметных особенностей обучающихся 10-13 лет является перестройка восприятия. По сравнению с младшим школьным возрастом оно становится более организованным и избирательным. Школьники начинают лучше выделять существенные признаки объектов, соотносить части и целое, устанавливать сходство и различие, классифицировать и группировать материал по определенным основаниям. Это создает благоприятные условия для использования визуальных средств в обучении математике. Так, схемы, числовые лучи, таблицы, координатные модели, диаграммы, геометрические чертежи позволяют обучающимся увидеть структуру учебного материала, соотнести элементы между собой, выявить зависимости и закономерности. Вместе с тем восприятие подростков еще недостаточно устойчиво и нередко зависит от внешней выразительности материала. Вследствие этого визуальная информация должна быть

организована таким образом, чтобы внимание обучающегося направлялось именно на существенные математические признаки, а не на второстепенные детали оформления [25, с. 182].

Для школьников 10-13 лет характерна достаточно высокая чувствительность к зрительно представленной информации. Наглядные образы воспринимаются ими быстрее, чем словесные формулировки, и часто служат отправной точкой для понимания нового понятия или способа действия. Особенно это проявляется в математике, где многие понятия имеют абстрактный характер и не всегда доступны непосредственному наблюдению. Дроби, отношения, пропорции, координаты, зависимости между величинами, геометрические построения, площади и объемы усваиваются более успешно, если обучающийся получает возможность не только услышать объяснение, но и увидеть соответствующую модель, рисунок, схему или анимацию. Визуальная форма в этом случае помогает перевести абстрактное содержание в доступный для восприятия образ.

Существенные изменения в возрасте 10-13 лет происходят и в развитии внимания. С одной стороны, у подростков постепенно возрастает способность к произвольной концентрации, они могут дольше удерживать внимание на учебной задаче, если понимают ее смысл и испытывают интерес к работе. С другой стороны, внимание еще остается подвижным, легко переключается и может быстро ослабевать при однообразной организации деятельности. Это особенно важно учитывать при предъявлении визуальной информации. Статичное изображение, долгое время, не включенное в активную работу, перестает выполнять развивающую функцию и превращается в фон. Напротив, визуальные материалы, предполагающие сравнение, выбор, преобразование, анализ, построение или обсуждение, поддерживают внимание значительно эффективнее. Следовательно, при обучении математике в 5-6 классах визуализация должна быть не пассивной демонстрацией, а средством включения обучающегося в активную мыслительную деятельность [25, с. 183].

Когда обучающиеся 10-13 лет работают с математическим материалом, заметно меняется сам характер запоминания. Простое повторение уже не дает того эффекта, который имело раньше; на первый план постепенно выходит смысловая память, связанная с пониманием структуры, логики и внутренних отношений изучаемого. В этой точке особенно отчетливо проявляется значение визуальных средств обучения. Таблицы, схемы, алгоритмы, опорные изображения, графические модели задают материалу порядок, помогают сократить объем того, что требуется удерживать в памяти, выделяют существенное, обнаруживают связи между отдельными элементами. Так, правило нахождения неизвестного компонента действия, порядок выполнения действий, классификация углов или видов треугольников обычно удерживаются легче, если они существуют не только в словесной форме, но и в визуальном представлении. При этом сам образ не может быть случайным или избыточным: его ценность связана с тем, насколько точно в нем выражена внутренняя организация содержания.

Иная, но тесно связанная линия возрастных изменений касается мышления. В раннем подростковом возрасте становится более заметным движение от наглядно-образного способа рассуждения к словесно-логическому и абстрактному. Однако этот переход не имеет резкого характера. У большинства школьников разные способы переработки информации сосуществуют: абстрактное рассуждение нередко удерживается на опоре конкретного образа, а обобщение складывается через наблюдение, модель или схему. В математике такая зависимость обнаруживается особенно ясно. Сущность дроби ученик нередко постигает через деление фигуры на части; смысл координаты – через перемещение точки по прямой; зависимость между величинами – через таблицу и графическую модель; свойства геометрической фигуры – через чертеж или динамическую конструкцию. Визуальная информация в этих случаях оказывается промежуточным звеном между конкретным опытом и становлением понятийного мышления [30, с. 159].

На уроках математики в этом возрасте иначе начинает работать и воображение. Если у младших школьников оно в значительной степени связано с внешней ситуацией и яркостью непосредственных впечатлений, то у подростков заметнее становится его включение во внутренний план деятельности. Появляется возможность мысленно преобразовывать образы, заранее представлять результат действия, моделировать ситуацию, достраивать недостающие элементы. Для восприятия и переработки визуальной информации это имеет прямое значение. Так, ученик может мысленно перемещать фигуру, представлять изменение длины отрезка, сравнивать положения объектов на координатной прямой, прогнозировать результат построения или преобразования выражения. Следовательно, визуализация учебного материала должна не только давать готовый образ, но и побуждать к внутреннему оперированию этим образом.

Следует учитывать и то, что в возрасте 10-13 лет усиливается потребность обучающихся в самостоятельности, активности и личной включенности в учебный процесс. Подростки хуже воспринимают однообразное объяснение и чаще проявляют интерес к тем видам работы, где можно действовать, выбирать, сравнивать, обсуждать и делать выводы. Это напрямую связано с восприятием визуальной информации. Если обучающийся лишь пассивно наблюдает демонстрацию, ее влияние на понимание материала может оказаться ограниченным. Если же он сам строит диаграмму, дополняет схему, работает с интерактивной моделью, соотносит изображение с правилом или преобразует визуальный объект, результат оказывается значительно выше. Поэтому психолого-педагогическая эффективность визуализации определяется не только качеством изображения, но и формой деятельности, в которую оно включено.

Для обучающихся 5-6 классов значима и эмоциональная сторона восприятия. В этом возрасте на учебную активность заметно влияет интерес, новизна, яркость, возможность увидеть практический смысл изучаемого материала. Визуальная информация, особенно представленная в

динамической, интерактивной или проблемной форме, способна усиливать положительное отношение к обучению, снижать тревожность перед новым и сложным материалом, вызывать познавательный интерес. Это важно для математики, которая нередко воспринимается школьниками как трудный и излишне абстрактный предмет. Визуализация помогает сделать математическое содержание более доступным, показать его структуру, наглядно продемонстрировать ход рассуждения и тем самым снизить барьер непонимания [32, с. 100].

Одновременно необходимо учитывать возрастные ограничения восприятия визуальной информации. Подростки 10-13 лет еще не всегда умеют самостоятельно отделять существенное от второстепенного, особенно если материал представлен ярко, насыщенно и содержит множество элементов. Избыточное количество цветов, эффектов, надписей, деталей, движущихся объектов способно перегружать восприятие, рассеивать внимание и мешать осмыслению. В связи с этим в обучении математике необходимо соблюдать меру в использовании визуальных средств. Визуальная информация должна быть четкой, логично организованной, доступной по объему, соответствующей возрасту обучающихся и направленной на решение конкретной учебной задачи. Особенно это важно при использовании компьютерных средств визуализации, где технические возможности нередко провоцируют переизбыток формы.

С психолого-педагогической точки зрения восприятие визуальной информации обучающимся 10-13 лет будет наиболее результативным при соблюдении ряда условий. Во-первых, визуальный материал должен соотноситься с возрастными возможностями школьников и быть понятным по структуре. Во-вторых, он должен отражать именно существенные признаки математического объекта или отношения. В-третьих, работа с визуализацией должна быть включена в активную деятельность учащихся: анализ, сравнение, обсуждение, моделирование, построение, решение задач. В-четвертых, визуальная опора должна сочетаться со словесным объяснением, вопросами

учителя и самостоятельными действиями обучающиеся. В-пятых, важно обеспечивать постепенный переход от внешней наглядности к внутреннему плану действий, когда обучающийся учится мысленно представлять объект, преобразовывать его и использовать этот образ в рассуждении [35, с. 92].

Для курса математики 5-6 классов это имеет особую значимость. На данном этапе изучаются темы, в которых визуальный компонент является естественным и педагогически оправданным: натуральные числа и действия с ними, дроби, геометрические фигуры, координатный луч, пропорциональные зависимости, диаграммы, проценты, измерение величин, периметр, площадь и объем. Во всех этих случаях визуальная информация помогает обучающимся не только увидеть математический объект, но и понять его свойства, связи и способы действия с ним. Например, при изучении дробей наглядные модели позволяют осмыслить отношения части и целого, при введении координатного луча визуальный образ обеспечивает понимание расположения чисел, при работе с диаграммами обучающиеся учатся представлять и интерпретировать данные, а при изучении геометрического материала рисунок и построение становятся основой формирования пространственных представлений [26, с. 20].

При обучении математике в 5-6 классах возрастные особенности обучающихся 10-13 лет задают для визуальной информации двойственную позицию. С одной стороны, именно в этот период сохраняется высокая потребность в наглядно-образной опоре; с другой – сама визуализация уже не может сводиться к внешнему сопровождению объяснения и требует более точного методического построения. Ее содержание, форма предъявления, степень насыщенности начинают иметь принципиальное значение.

Это связано с тем, что в раннем подростковом возрасте одновременно развиваются внимание, смысловая память, воображение, понятийное мышление, а также усиливается стремление к самостоятельной и внутренне мотивированной деятельности. На этом фоне визуализация в обучении

математике обнаруживает высокий дидактический потенциал, но лишь в тех случаях, когда она включена в работу содержательно, а не декоративно.

Поэтому при проектировании уроков математики для 5–6 классов визуальную информацию следует рассматривать не как дополнительный иллюстративный слой. В структуре учебной деятельности она должна участвовать в понимании материала, его осмыслении и запоминании, а также входить в те формы работы, где обучающийся не только воспринимает готовый образ, но и действует познавательно активно.

1.3. Возможности визуализации материала курса математики 5-6 классов современными средствами. Обзор и сравнительный анализ современных инструментов визуализации

На уроках математики в 5-6 классах все заметнее становится воздействие цифровой образовательной среды: увеличивается число электронных ресурсов, в учебную практику интенсивно входят цифровые технологии, а представление материала в визуальной форме привлекает все большее внимание. Это связано не только с техническим обновлением школы, но и с изменением понимания самого процесса усвоения знаний. Для учащихся 10-13 лет, находящихся на этапе перехода от наглядно-образного мышления к более абстрактному, визуализация становится эффективным средством понимания математических понятий, связей и способов действий. Поэтому возможности современных средств визуализации необходимо рассматривать как важную составляющую методики обучения математике в 5-6 классах.

В современных условиях визуализация учебного материала может осуществляться с помощью разных средств. К ним относятся традиционные печатные средства, цифровые образовательные ресурсы, интерактивные доски, математические программы, онлайн-платформы, инфографика, интеллект-карты, схемы, таблицы, анимационные модели, электронные тренажеры и

другие формы представления информации. Все эти средства различаются по своим дидактическим возможностям, уровню интерактивности, степени универсальности и способу включения в урок [21, с. 44].

Прежде всего, следует отметить, что возможности визуализации материала курса математики 5-6 классов во многом заложены уже в самих современных учебно-методических комплектах. В большинстве УМК используются цветовые выделения, схемы, рисунки, таблицы, чертежи, образцы выполнения заданий, рубрикация материала, условные обозначения и элементы навигации. Такие визуальные компоненты помогают обучающемуся ориентироваться в структуре текста, выделять существенное, видеть последовательность действий и устанавливать связи между различными фрагментами содержания. Однако возможности печатного учебника ограничены его статичностью [26, с. 22]. Он не позволяет показать изменение величины, движение точки, преобразование фигуры, постепенное построение алгоритма или мгновенную проверку результата. Именно поэтому в современной школе все большее значение приобретают цифровые средства визуализации.

Одним из наиболее значимых направлений является использование компьютерных программ и математических сред, позволяющих строить и преобразовывать визуальные модели. Особое место среди них занимает GeoGebra. Данная программа представляет собой динамическую математическую среду, объединяющую геометрию, алгебру, таблицы, графику и элементы моделирования. Для обучения математике в 5-6 классах GeoGebra особенно полезна при изучении координатного луча, дробей, пропорций, геометрических фигур, площади, периметра, углов, симметрии, масштабирования и зависимостей между величинами [38, с. 123].

Преимущество GeoGebra состоит в том, что она позволяет работать с математическим объектом не как с готовым рисунком, а как с изменяемой моделью. Например, обучающийся может перемещать точки, изменять длины отрезков, наблюдать, как меняется фигура при сохранении определенных

свойств, видеть соотношение между числовой записью и графическим образом. Это делает возможным переход от пассивного наблюдения к активному исследованию. При изучении дробей можно показать деление отрезка или фигуры на равные части, при изучении координат можно визуализировать расположение чисел на луче, при работе с геометрическим материалом можно динамически строить и преобразовывать фигуры. В результате обучающиеся лучше понимают внутренние связи между объектами и легче переходят к обобщению [39, с. 381].

Вместе с тем использование GeoGebra требует от учителя достаточно высокой методической и цифровой подготовки. Программа обладает широкими возможностями, но для младших подростков она не всегда проста в самостоятельном освоении без педагогического сопровождения. Поэтому в 5-6 классах наиболее продуктивным является использование GeoGebra либо как средства демонстрации и коллективного обсуждения, либо как инструмента выполнения несложных практических заданий по заранее подготовленным шаблонам. Следовательно, GeoGebra особенно эффективна там, где необходимо показать динамику, взаимосвязь и преобразование математических объектов, но требует продуманной организации работы [36, с. 205].

Другую группу современных средств визуализации составляют образовательные онлайн-платформы, сочетающие графическое представление материала, интерактивность, тренировочные задания и автоматическую проверку. Среди них особого внимания заслуживают Учи.ру и ЯКласс, широко используемые в школьной практике [37, с. 142].

Платформа Учи.ру ориентирована прежде всего на школьников младшего и среднего звена и отличается яркой визуальной подачей материала, доступным интерфейсом и высоким уровнем интерактивности. В математике для 5-6 классов Учи.ру предлагает задания, построенные на использовании анимированных моделей, схем, числовых линий, геометрических образов, сравнительных таблиц и пошаговых подсказок. Материал часто подается в

игровой или сюжетной форме, что повышает учебную мотивацию и снижает тревожность при выполнении заданий.

Сильной стороной Учи.ру является адаптация к возрастным особенностям учащихся 10-13 лет. Платформа учитывает необходимость опоры на образ, пошагового продвижения, поощрения даже частичного успеха и поддержки внимания через смену форм деятельности. Для тем, связанных с дробями, процентами, геометрическими фигурами, диаграммами, координатами и вычислительными навыками, Учи.ру предоставляет наглядные задания, в которых визуальный компонент тесно связан с действием обучающегося. Он не просто видит изображение, а выполняет с ним определенные операции: выбирает, сопоставляет, распределяет, соединяет, достраивает, анализирует.

Однако возможности Учи.ру в большей степени ориентированы на закрепление, тренаж и мотивационную поддержку, чем на глубокое исследование математического объекта. Платформа хорошо работает на этапах отработки навыков, повторения, индивидуальной домашней работы и текущего контроля, но менее пригодна для построения сложных динамических моделей или самостоятельного конструирования математических зависимостей. Следовательно, Учи.ру особенно полезна как средство интерактивной визуальной тренировки и поддержки познавательной активности [37, с. 144].

Платформа ЯКласс имеет несколько иной дидактический профиль. Она также предоставляет цифровые задания по математике, содержит теоретический материал, автоматическую проверку и систему отслеживания результатов, но в сравнении с Учи.ру ориентирована на более строгую учебную подачу. Визуальный компонент в ЯКласс менее игровой, но более академичный. Здесь широко используются схемы, таблицы, графики, иллюстрации к задачам, поэтапные алгоритмы и структурированные объяснения. Для 5-6 классов платформа удобна при организации самостоятельной работы, повторения, подготовки к контрольным

мероприятиям, а также при дифференциации заданий по уровню сложности [44, с. 283].

Достоинство ЯКласс заключается в сочетании визуальной поддержки и большого количества типовых учебных материалов. Учитель получает возможность быстро подобрать задания по конкретной теме, выстроить тренировку от простого к более сложному, а обучающийся может видеть правильность своих действий и возвращаться к теоретическим пояснениям. Для математики 5-6 классов это особенно важно при формировании устойчивых навыков вычислений, преобразования выражений, решения задач на дроби, проценты, делимость, работу с таблицами и диаграммами [46, с. 135].

Вместе с тем ЯКласс в меньшей степени, чем GeoGebra, подходит для моделирования и исследования, а в сравнении с Учи.ру менее ориентирован на эмоционально привлекательную подачу. Его основное преимущество заключается в системности, четкой структуре материала и возможности массовой организации тренировки и контроля. Поэтому ЯКласс следует рассматривать как эффективный инструмент визуально поддержанного закрепления, диагностики и индивидуализации обучения.

Если сопоставить GeoGebra, Учи.ру и ЯКласс, можно выделить их различные дидактические возможности. GeoGebra наиболее сильна в динамическом моделировании и исследовательской работе с математическими объектами. Учи.ру наиболее эффективна в мотивационной, наглядной и интерактивной тренировке, особенно с учетом возрастных особенностей обучающихся. ЯКласс удобен для систематизированного закрепления, контроля и организации самостоятельной работы с визуальной опорой. Следовательно, данные ресурсы не заменяют друг друга, а дополняют: GeoGebra целесообразно использовать при введении и исследовании понятия, Учи.ру при первичном закреплении и развитии интереса, ЯКласс при систематической отработке и проверке усвоения.

Наряду с уже названными цифровыми ресурсами визуальное представление учебного материала заметно обогащают и современные техники организации информации. В педагогических исследованиях среди таких форм обычно называют инфографику, скрайбинг, таймлайн, интеллект-карты, кластеры, диаграммы, схемы, таблицы и другие способы графического структурирования содержания. Для математики в 5-6 классах наибольший интерес вызывают инфографика и интеллект-карты: именно эти средства помогают выстроить материал в определенной системе, уменьшить объем словесного изложения, выявить связи между понятиями и упростить повторение [45, с. 112].

Компактная, логично организованная и зрительно доступная подача большого объема сведений составляет одну из характерных особенностей инфографики. В курсе математики она может принимать вид схемы видов дробей, таблицы единиц измерения, алгоритмической последовательности действий при решении уравнений, сравнительного описания геометрических фигур, диаграмм для представления статистических данных. В учебной работе особенно заметна ее структурирующая сторона: ученик видит тему не как набор разрозненных фрагментов, а как целостную картину, в которой легче выделяются существенные элементы и обнаруживаются связи между ними. В 5-6 классах такой формат особенно уместен при обобщении материала, его повторении и подготовке к контролю.

Иной принцип лежит в основе интеллект-карт, или карт мышления, где тема раскрывается как сеть взаимосвязанных понятий, признаков, правил и примеров. На уроках математики этот способ представления материала применим при систематизации тем «Обыкновенные дроби», «Геометрические фигуры», «Делимость чисел», «Проценты», «Координатный луч» и других. Их ценность связана с тем, что ученик не ограничивается восприятием уже готовой структуры: он может включаться в ее построение сам. В такой работе усвоение приобретает большую осмысленность, а вместе с ней развивается и умение структурировать информацию. Для 5-6 классов интеллект-карты

особенно продуктивны в ситуации коллективного повторения темы, при групповой работе, а также при создании опорных конспектов.

Существенные возможности для визуализации математического содержания открывают и интерактивные онлайн-доски вместе с презентационными сервисами. Они дают возможность показывать схемы, анимации, пошаговые построения, выполнять задания совместно с учащимися, организовывать коллективное обсуждение и фиксировать промежуточные результаты. Однако их дидактическая значимость определяется не столько самой технологией, сколько характером учебной деятельности, которую выстраивает учитель. Когда интерактивная доска используется лишь как средство демонстрации готовых слайдов, ее потенциал раскрывается не полностью. Иная картина возникает тогда, когда она становится пространством совместного анализа, сравнения, преобразования и обсуждения математических объектов [48, с. 25].

Для математики 5-6 классов особенно существенна не изоляция какого-либо одного инструмента, а продуманное сочетание разных средств. Так, при изучении темы «Обыкновенные дроби» сначала может быть использована динамическая модель в GeoGebra или в презентации, чтобы показать соотношение части и целого; затем учащимся предлагаются задания на Учи.ру для первичного закрепления; после этого тренировка и проверка переносятся в ЯКласс. На этапе повторения всей темы возможно создание интеллект-карты или инфографики, где отражены виды дробей, их сравнение, сложение и применение в задачах. В подобной комбинации по-разному включаются каналы восприятия, формы учебной активности и типы мышления школьников.

Современные средства визуализации заметно расширяют методические возможности преподавания математики в 5-6 классах. Они позволяют сделать абстрактный материал более доступным, организовать поэтапное формирование понятий, активизировать познавательную деятельность, поддерживать интерес, учитывать возрастные особенности учащихся и

обеспечивать индивидуализацию обучения. Вместе с тем эффективность их использования определяется не самим фактом применения цифрового ресурса, а его соответствием содержанию темы, целям урока и психолого-педагогическим особенностям школьников.

Таким образом, возможности визуализации материала курса математики 5-6 классов современными средствами являются многообразными и педагогически значимыми. Наиболее перспективными в практике обучения выступают динамические математические среды, прежде всего GeoGebra, образовательные платформы Учи.ру и ЯКласс, а также техники структурной визуализации, такие как инфографика и интеллект-карты. Их сравнительный анализ показывает, что каждый инструмент обладает собственными дидактическими преимуществами и должен использоваться в соответствии с конкретной учебной задачей. В условиях современного образования именно комплексное и методически продуманное применение таких средств позволяет повысить качество усвоения математического содержания, развивать визуальное мышление и формировать у учащихся 5-6 классов устойчивый интерес к изучению математики.

Выводы по первой главе

Проведенный в первой главе теоретический анализ позволяет сделать ряд обобщающих выводов, имеющих значение для дальнейшего рассмотрения проблемы использования компьютерных средств визуализации в обучении математике учащихся 5-6 классов.

Установлено, что принцип наглядности сохраняет статус одного из базовых дидактических принципов обучения, однако в условиях современной цифровой образовательной среды его содержание существенно расширяется. Наглядность в современном образовании понимается уже не только как демонстрация предметов, рисунков, моделей и таблиц, но и как способ организации познавательной деятельности учащихся посредством

электронных, интерактивных, динамических и мультимедийных форм представления информации. В обучении математике это особенно важно, поскольку визуальные средства позволяют сделать абстрактные отношения, зависимости и алгоритмы более доступными для восприятия, осмысления и практического применения.

Анализ требований ФГОС основного общего образования показал, что использование цифровых и визуальных средств в учебном процессе имеет не только методическую, но и нормативную основу. Стандарт ориентирует школу на формирование у обучающихся умений работать с информацией, выбирать способы ее представления, использовать схемы, таблицы, диаграммы и иные графические формы, а также применять ИКТ в учебной деятельности. Следовательно, применение компьютерных средств визуализации на уроках математики в 5-6 классах соответствует современным образовательным требованиям и может рассматриваться как значимое средство достижения как предметных, так и метапредметных результатов.

Выявлено, что психолого-педагогические особенности учащихся 10-13 лет делают визуализацию особенно востребованной именно на этапе обучения в 5-6 классах. Ранний подростковый возраст характеризуется переходом от преимущественно наглядно-образного мышления к более развитым формам словесно-логического и абстрактного мышления, однако данный переход еще не завершен и требует устойчивой опоры на визуальные формы. В этом возрасте активно развиваются внимание, смысловая память, воображение, способность к сравнению, анализу и обобщению, но одновременно сохраняется потребность в образной поддержке, четкой структуре материала и включении в активную деятельность.

Сравнительный анализ современных средств визуализации показал, что наиболее перспективными для обучения математике в 5-6 классах являются динамические математические среды, образовательные онлайн-платформы и техники структурной визуализации. Так, GeoGebra обладает наибольшим потенциалом для моделирования, исследования и демонстрации изменений

математических объектов; Учи.ру эффективна как средство наглядной, интерактивной и мотивационно поддерживающей тренировки; ЯКласс удобен для систематического закрепления, дифференцированной самостоятельной работы и контроля; инфографика и интеллект-карты обеспечивают структурирование, обобщение и «свертывание» учебного материала. При этом установлено, что данные средства не являются взаимозаменяемыми, а обладают различными дидактическими функциями и потому должны использоваться комплексно, в соответствии с целями урока и содержанием конкретной темы.

Теоретический анализ подтвердил, что педагогическая эффективность компьютерной визуализации определяется не самим фактом применения цифрового ресурса, а степенью его методической обоснованности. Наиболее результативным является такое использование визуальных средств, при котором они соответствуют возрастным особенностям школьников, отражают существенные признаки математического объекта, включают учащихся в активную познавательную деятельность и помогают переходить от конкретного образа к осмысленному понятийному усвоению материала. Напротив, перегруженность визуального ряда, избыточные эффекты и отсутствие связи между изображением и учебной задачей могут снижать образовательный эффект.

Таким образом, в первой главе теоретически обосновано, что компьютерные средства визуализации обладают значительным дидактическим потенциалом в обучении математике обучающихся 5-6 классов. Их применение соответствует требованиям ФГОС, учитывает возрастные особенности школьников, отвечает специфике содержания курса математики и создает условия для повышения доступности, осмысленности и результативности обучения. Полученные выводы служат основанием для разработки методических аспектов применения компьютерных средств визуализации в практике преподавания математики и ее последующей апробации во второй главе.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ И ПРИМЕНЕНИЕ ИХ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.

2.1. Методические приёмы и проектирование уроков с использованием компьютерных средств визуализации

На современном этапе развития школьного математического образования особое значение приобретает обоснованность включения цифровых ресурсов в учебный процесс и методически выверенное проектирование урока, в котором компьютерная визуализация выступает средством осмысления учебного материала. Для обучающихся 5–6 классов требование такого рода приобретает особую остроту, поскольку именно в указанном возрастном периоде сохраняется ведущая роль наглядно-образного мышления, а освоение абстрактных математических понятий предполагает наличие специальных опор, опосредующих переход от конкретного представления к отвлечённому [23, с. 33]. В связи с этим центральным становится вопрос о том, каким образом следует выстраивать урок математики с опорой на компьютерную визуализацию, какие методические приёмы оказываются наиболее продуктивными и какие дидактические задачи они позволяют разрешать.

Под компьютерной визуализацией в рамках настоящего исследования понимается такое представление математического содержания, при котором обучающийся не ограничивается восприятием готового образа, а получает возможность взаимодействовать с ним: изменять параметры объекта, наблюдать происходящие преобразования, сопоставлять различные формы записи, достраивать схему и выполнять предметные действия с моделью. Отличие компьютерной визуализации от традиционной иллюстративной наглядности заключается в деятельной позиции обучающегося, который оперирует изображением и преобразует его, включаясь тем самым в построение математического содержания; это обстоятельство даёт основание

рассматривать визуализацию в качестве средства развития математического мышления, а не вспомогательного сопровождения объяснения [9, с. 44].

Анализ практики преподавания математики в основной школе свидетельствует о том, что устойчивый дидактический эффект достигается при сочетании нескольких типов визуальных средств, каждое из которых подчинено конкретной учебной задаче и применяется системно. Опора на это положение, соотнесённая с целями и содержанием курса математики 5–6 классов, позволяет выделить ряд методических приёмов применения интерактивных визуализаций, получивших обоснование в современной методической литературе [2, с. 153].

Первый приём связан с поэтапным развёртыванием математического содержания посредством динамической модели. Новое понятие или способ действия при таком построении урока не предъявляется обучающимся в завершённом виде, а вводится через последовательное наблюдение за изменениями модели и осмысление закономерностей, проступающих в ходе этих изменений. При изучении обыкновенных дробей пятиклассники прослеживают, каким образом круг или прямоугольник делится на равные части, как меняется число закрашенных долей и в каком отношении находятся числитель и знаменатель, постепенно приходя к пониманию смысла этих компонентов записи. Наиболее отчётливо приём реализуется в динамической математической среде GeoGebra, где обучающийся незамедлительно соотносит выполняемое действие с его зримым результатом, что повышает осознанность усвоения [8, с. 128].

Второй приём строится на преобразовании текстовой информации в схему, рисунок или анимацию и приобретает наибольшую значимость при обучении решению текстовых задач, традиционно вызывающих затруднения у обучающихся 5–6 классов. Применение презентаций, схематических изображений, интерактивных рисунков и анимированных моделей помогает выделить существенные связи между величинами, увидеть направление их изменения и представить описанную в условии ситуацию в обозримой форме,

благодаря чему переход от словесного описания к математической модели становится для обучающегося посильным [33, с. 120].

Самостоятельное достраивание и преобразование визуальной опоры обучающимися образует третий приём. Обучающийся в этом случае выступает не созерцателем готовой схемы, а участником её построения: он заполняет пропуски, распределяет элементы по заданным основаниям, соединяет понятия, выстраивает ментальную карту, завершает диаграмму или графическую модель. Подобная организация работы усиливает осмысленность усвоения и развивает умение структурировать учебный материал, поскольку результат становится продуктом собственных действий обучающегося, а не воспринятым извне образцом [5, с. 20].

Четвёртый приём предполагает сопоставление различных форм представления одного и того же математического объекта. Для обучающихся 5–6 классов существенно установление связей между словесной, числовой, графической и символической формами записи: дробь может быть представлена как часть фигуры, как точка на координатном луче, как десятичная запись и как процентное выражение. Когда обучающийся наблюдает эти формы в единой интерактивной среде и устанавливает соответствия между ними, изучаемое понятие складывается в его сознании в более целостном и устойчивом виде, что согласуется с положениями когнитивно-визуального подхода к обучению математике [16, с. 24].

Пятый приём вводит визуализацию в процедуры контроля, самопроверки и рефлексии. Интерактивные задания, графические и цифровые диктанты, онлайн-тренажёры и визуально организованные тесты дают возможность не только установить правильность решения, но и зафиксировать характер допущенной ошибки, благодаря чему зримая форма ответа приобретает диагностическую функцию. Систематическое обращение к таким формам работы способствует становлению у обучающихся навыков самоконтроля и постепенному переходу от внешней оценки к внутренней [7, с. 71].

Проектирование уроков с использованием интерактивных визуализаций опирается на совокупность методических принципов, определяющих меру и характер привлечения зрительных средств. Соблюдение этих принципов отграничивает методически оправданное применение визуализации от её декоративного использования, при котором внешняя привлекательность урока не подкрепляется приращением понимания.

Принцип целесообразности требует, чтобы цифровой инструмент или зрительная модель вводились в связи с определённой дидактической задачей, а их сложность соответствовала характеру изучаемого материала. В тех случаях, когда учебная цель достижима более простыми средствами, избыточное усложнение зрительного ряда утрачивает оправдание; каждый привлекаемый элемент призван помогать обучающемуся различать существенное математическое отношение, скрытое за внешними признаками объекта.

Принцип поэтапного перехода от образа к понятию устанавливает определённую последовательность учебной работы, при которой зрительное представление подводит обучающегося к содержанию и предваряет его осмысление. Урок выстраивается таким образом, чтобы сначала возникало наглядное представление, затем происходило его обсуждение и осмысление, и лишь после этого вводились правило, определение или алгоритм; преждевременное предъявление формальной записи лишает образ его опосредующей роли [6, с. 74].

Принцип активности обучающегося предполагает включение его в действия с моделью — изменение параметров, сравнение состояний, прогнозирование результата и формулирование вывода. Демонстрация модели сама по себе не обеспечивает понимания, и только деятельное участие превращает интерактивную визуализацию в инструмент мышления, посредством которого обучающийся самостоятельно обнаруживает математические закономерности [12, с. 114].

Принцип доступности и дозированной удерживает зрительную среду от перегрузки, неизбежно возникающей при избытке анимации, цветовых

акцентов и второстепенных деталей. В работе с обучающимися 5–6 классов существенно выделение главного, сохранение чёткой структуры изображения, использование понятных обозначений и умеренного темпа предъявления материала, поскольку повышенная когнитивная нагрузка препятствует выделению существенного и рассеивает внимание.

В рамках настоящего исследования проектирование уроков с компьютерной визуализацией осуществлялось как целостная система, охватывающая основные этапы учебной деятельности. Обобщённая модель урока включала несколько последовательных звеньев, выстроенных в логике движения от наглядно-образного восприятия к абстрактно-логическому обобщению.

Урок открывался предъявлением зрительной ситуации, которая не содержала готового ответа, но порождала вопрос и настраивала обучающихся на поиск. В качестве подобного стимула привлекались динамическая модель, рисунок, анимация, диаграмма либо задача, поданная в непривычной форме; через такой вход создавалась познавательная проблема и одновременно актуализировался жизненный опыт обучающихся, к которому впоследствии можно было обращаться.

Последующее звено урока связывалось с интерактивной моделью, через которую разворачивалось освоение нового знания. Под руководством учителя обучающиеся наблюдали изменения модели, выполняли с объектом простые действия, сопоставляли полученные результаты и высказывали предположения, постепенно переходя к первичному осмыслению нового содержания. При изучении дробей пятиклассники изменяли число частей фигуры и количество закрашенных долей, при обращении к координатам перемещали точки по плоскости, в теме процентов соотносили часть круга, дробь и процентное значение, удерживая в поле внимания связь между различными формами представления.

На следующем этапе обучающимся предлагались задания, в которых новое знание применялось при сохраняющейся зрительной поддержке.

Использовались упражнения в среде GeoGebra, задания на образовательных платформах, заполнение схем, построение диаграмм и работа с интерактивной доской; зрительная опора при этом сохранялась, однако действия обучающихся приобретали всё более самостоятельный характер, что свидетельствовало о переходе модели из внешнего средства во внутренний ориентир.

Работа по обобщению и систематизации материала опиралась на интеллект-карты, кластеры, опорные схемы и визуальные таблицы. Посредством этих форм обучающиеся постигали внутреннее устройство изучаемой темы и связи между входящими в неё понятиями и правилами, а для учителя в той же деятельности становилась различимой мера осмысленности усвоения, что позволяло своевременно корректировать дальнейшую работу.

Завершающее звено урока составляли контроль и рефлексия, реализуемые посредством диагностических заданий с выраженной зрительной организацией: графических диктантов, компьютерных тестов, упражнений на соотнесение и достраивание модели, разбора ошибок по предъявленному образцу. В формах подобного рода проверке подлежал не только достигнутый результат, но и складывающиеся у обучающихся умения самоконтроля, что придавало завершающему этапу обучающую направленность.

Подбор конкретных средств визуализации соотносился с содержанием изучаемой темы. Для материала, связанного с дробями, процентами, геометрическими фигурами, координатной прямой и координатной плоскостью, наибольшую продуктивность обнаружили динамические математические среды GeoGebra и Desmos, обеспечивающие непосредственное взаимодействие обучающегося с моделью. При необходимости поэтапного раскрытия алгоритма, зримого представления условий текстовых задач и демонстрации переходов между различными формами записи привлекались мультимедийные презентации, дополненные анимацией [41, с. 39]. Совместное структурирование материала опиралось на онлайн-доски и сервисы построения ментальных карт, тогда как закрепление и

оперативная обратная связь обеспечивались интерактивными заданиями на образовательных платформах.

Методика проектирования уроков с применением компьютерной визуализации основывается, таким образом, на системном сочетании методических приёмов и зрительных средств, каждое из которых выполняет определённую дидактическую функцию в общей логике урока. Подобная организация обучения делает математическое содержание более доступным для понимания и поддерживает активную познавательную позицию обучающихся, смягчая переход от конкретного образа к абстрактному понятию и создавая предпосылки для прочного усвоения материала. Разработанные приёмы и обобщённая модель урока образуют основу для формулирования конкретных рекомендаций учителю, изложению которых посвящён следующий параграф.

2.2. Рекомендации для учителей по использованию средств компьютерной визуализации

Разработанные методические приёмы и обобщённая модель урока задают общую рамку организации обучения, однако практическая работа учителя предполагает наличие более конкретного ориентира, указывающего на темы курса, требующие визуальной поддержки в первую очередь, и на способы её включения в урок без перестройки всего занятия. Рекомендации настоящего параграфа адресованы различным учителям и различным классам и потому строятся как переносимый методический инструмент, пригодный для повторного применения в разнообразных условиях, а описание единичного опыта рассматривается лишь как источник обобщений, но не как самоцель.

Понятие визуализации охватывает традиционные рисунки, схемы и чертежи, а также широкий спектр цифровых средств: интерактивные модели, динамические математические среды, мультимедийные презентации, онлайн-доски, обучающие платформы, цифровые тренажёры и инструменты

графического представления данных. Педагогическая ценность перечисленных средств определяется той мерой, в какой они помогают обучающемуся различить математическое отношение, постичь внутреннюю логику правила и перевести абстрактное содержание в доступную для осмысления форму, тогда как техническая новизна инструмента самостоятельного дидактического значения не имеет [3, с. 20]. Использование визуальных средств без соотнесения с учебной задачей способно создать видимость насыщенного урока при сохранении прежнего, поверхностного уровня усвоения.

Для обучающихся 5–6 классов методически продуманная организация визуальной поддержки приобретает повышенную значимость. На указанном этапе совершается переход от преимущественно конкретно-практического освоения арифметического материала к более системному изучению математики, включающему обыкновенные дроби, проценты, координаты, геометрические объекты, признаки делимости и элементы анализа данных. Возрастает объём вводимых понятий, усиливается роль символической записи, усложняются алгоритмы и формулировки задач, вследствие чего обучение, опирающееся исключительно на словесное объяснение и многократное выполнение однотипных упражнений по образцу, оставляет значительную часть обучающихся на уровне формального усвоения. Первая рекомендация учителю состоит поэтому в предварительном выделении тех тем и учебных действий, которые в наибольшей степени нуждаются в визуальной опоре.

Систематизация затруднений, обнаруженных при анализе результатов всероссийских проверочных работ, текущих контрольных работ и наблюдений за учебной деятельностью обучающихся, позволяет очертить устойчивый круг тем, освоение которых сопряжено с типичными ошибками. Сведения о таких затруднениях представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Типичные затруднения обучающихся 5–6 классов в темах, требующих визуальной опоры

Тема курса математики	Проявление в заданиях ВПР	Типичная ошибка или трудность обучающихся
Обыкновенные дроби как часть целого	пятый класс, девятое задание	дробь осмысливается формально, связь доли фигуры с числителем и знаменателем не выстраивается
Сравнение дробей и действия с ними	пятый и шестой классы, задания с кратким ответом	алгоритм воспроизводится по памяти, опора на образ доли при обосновании отсутствует
Проценты и их интерпретация	пятый и шестой классы	процент не соотносится с дробью и частью круга, перевод процентного выражения в иную форму затруднён
Координатная прямая и координатная плоскость	шестой класс, третье задание	нарушается порядок координат, перемещение точки при изменении знака не представляется мысленно
Начальные геометрические представления и измерение углов	пятый класс, одиннадцатое задание	измерение угла сводится к прикладыванию транспортира без понимания величины поворота
Чтение и построение диаграмм	шестой класс, четвертое задание	данные считываются поверхностно, сопоставление величин на диаграмме сопровождается ошибками
Текстовая задача, требующая модели	пятый класс, третье задание, шестой класс, девятое задание	условие не переводится в схему, существенные связи между величинами не выделяются
Задание с развёрнутым рассуждением	шестой класс, тринадцатое задание	вспомогательная схема или рисунок не строятся, цепочка логических рассуждений прерывается

Приведённые в таблице затруднения подтверждаются количественными показателями позадачного анализа, обнаруживающими устойчивый и достаточно массовый характер выявленных дефицитов. Понимание дроби как части целого оказалось доступно лишь 38 процентам пятиклассников, начальные геометрические представления — 41 проценту; в шестых классах работа с математическими моделями была выполнена 35 процентами обучающихся, задания, требующие развитого пространственного воображения, — 49 процентами, а задание с развёрнутым рассуждением — только 15 процентами. Результаты анкетирования дополнили полученную картину: к рисунку или схеме при самостоятельном решении регулярно обращались 38 процентов пятиклассников и 41 процент шестиклассников, что указывает на

недостаточную задействованность зрительного канала восприятия в практике преподавания математики [11, с. 28].

Сопоставление очерченного круга затруднений с возможностями методических приёмов, описанных в параграфе 2.1, и с выводами первой главы о роли зрительного мышления в усвоении математики свидетельствует о том, что большая часть выявленных дефицитов поддаётся коррекции средствами визуализации. К числу тем, при изучении которых визуальная опора оказывается наиболее уместной, относятся:

- обыкновенные дроби, их сравнение и арифметические действия с ними;
- проценты в их связи с обыкновенной дробью, десятичной записью и диаграммой;
- координатная прямая и координатная плоскость;
- начальные геометрические представления и измерение углов;
- чтение и построение столбчатых и круговых диаграмм;
- текстовые задачи, предполагающие перевод условия в схематическую или модельную форму.

Отбор перечисленных тем согласуется с установкой федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования на формирование у обучающихся умений работать с информацией, представленной в различных формах, и осмысленно применять предметные знания в изменённых условиях [31, с. 69]. Привлечение визуализации в указанных темах отвечает, следовательно, не частным методическим предпочтениям, а нормативно закреплённым ориентирам образовательного результата.

Для каждой из отобранных тем подготовлена карточка рекомендаций, представляющая собой компактное методическое предписание. Карточка указывает рекомендуемое средство визуализации, опирается на один из приёмов параграфа 2.1, называет этап урока, отводимое время и формулировку, посредством которой учитель обращается к обучающимся при введении зрительной опоры. Совокупность карточек систематизирована в таблице 2.

Таблица 2 – Карточки методических рекомендаций по применению визуализации в темах курса математики 5–6 классов

Тема	Средство визуализации	Методический приём	Этап урока	Время	Обращение к обучающимся
Дроби как часть целого	модель круга в GeoGebra с регулируемым числом долей	поэтапное развёртывание через динамическую модель	изучение нового материала	5–7 минут	«Проследите, как изменяется доля по мере увеличения числа частей: целое остаётся единым, а каждая часть становится мельче»
Сравнение дробей	динамическая модель сопоставления долей в GeoGebra	сопоставление форм представления	изучение нового материала	5 минут	«Сравните закрашенные части двух фигур и проверьте сделанный вывод по числовой записи»
Проценты	интерактивная модель «Проценты и диаграммы» в GeoGebra	сопоставление форм представления	изучение нового материала	6–7 минут	«Один и тот же сектор круга можно назвать обыкновенной дробью, десятичной записью и процентом»
Координатная плоскость	построение точек в Desmos с игровым элементом по образцу морского боя	доставление зрительной опоры	закрепление	5–7 минут	«Сначала отсчитываем шаг по горизонтали, затем по вертикали; порядок координат изменять нельзя»
Измерение углов	динамическая модель транспортира в GeoGebra	поэтапное развёртывание через динамическую модель	изучение нового материала	5 минут	«Величина угла есть мера поворота луча: чем значительнее поворот, тем больше угол»
Диаграммы	построение диаграммы по данным мини-опроса класса	доставление зрительной опоры	закрепление и обобщение	7 минут	«Высота столбика отражает величину: чем он выше, тем больше соответствующее значение»
Положительные и отрицательные числа	координатная прямая и модель «Термометр» в GeoGebra	поэтапное развёртывание через динамическую модель	изучение нового материала	5 минут	«Перемещение вправо означает увеличение, перемещение влево — уменьшение»
Текстовая задача на движение	анимированная схема в мультимедийной презентации	перевод текста в схему	анализ условия задачи	5–7 минут	«Отметим, кто и откуда начинает движение и куда направляется: стрелка указывает направление, отрезок — расстояние»

Каждая из приведённых карточек рассчитана на отдельный фрагмент урока продолжительностью пять–семь минут и не требует перестройки занятия в целом. Учитель сохраняет привычную структуру урока и установленный темп прохождения программы, привлекая визуализацию в тот момент, когда зрительная опора оказывается наиболее действенной для преодоления конкретного затруднения [4, с. 23]. Развёрнутые конспекты уроков, реализующих предложенные приёмы, представлены в приложении 1, а описания используемых интерактивных моделей — в приложении 2. При необходимости карточка дополняется коротким контрольным шагом — графическим диктантом или заданием на достраивание модели, по результатам которого учитель незамедлительно устанавливает, достигнуто ли понимание изучаемого материала.

Применение карточек предполагает деятельное участие обучающихся, поскольку наибольший эффект достигается в тех формах работы, при которых обучающийся самостоятельно изменяет модель, достраивает схему, перемещает точку или строит диаграмму. Даже обращение к готовому изображению целесообразно сопровождать вопросами, побуждающими к анализу, такими как «Что изменилось в модели?», «Почему доля уменьшилась?» и «Что показывает знаменатель?». Сочетание словесной, графической, числовой и символической форм представления одного и того же объекта оказывает поддержку обучающимся с различным преобладающим типом восприятия и сглаживает различия в темпе усвоения, что особенно важно в условиях разнородного по уровню подготовки класса. Изложенный порядок работы отвечает пониманию визуализации как рабочего инструмента учителя, сохраняющего служебную роль по отношению к математическому содержанию [51, с. 97].

Существенным условием результативного применения карточек выступает встроенность визуализации в целостную структуру урока. На этапе мотивации зрительная опора способствует созданию проблемной ситуации и пробуждению познавательного интереса, на этапе объяснения — обеспечивает

понимание, при закреплении — служит ориентиром для самостоятельных действий, на этапе контроля — помогает обнаружить ошибку, в рефлексии — содействует обобщению и систематизации знаний. Зрительные средства следует рассматривать в качестве элемента общей логики преподавания, а их включение должно подчиняться познавательной задаче и сопровождаться чётко организованной деятельностью обучающихся; разрозненное и эпизодическое привлечение наглядности не обеспечивает устойчивого учебного результата [54, с. 1789]. Особого внимания заслуживает соблюдение меры в использовании цифровых средств, поскольку избыточная анимация, обилие цветовых акцентов и чрезмерный темп предъявления материала ослабляют, а не усиливают понимание [27, с. 47].

Совокупность подготовленных карточек образует переносимый методический инструмент, посредством которого учитель устанавливает, в какой теме, каким средством и на каком этапе урока уместно обращение к визуализации и какой формулировкой при этом следует воспользоваться. Инструмент ориентирован на применение в различных классах и не связан с особенностями единичного занятия, что отвечает поставленной задаче разработки рекомендаций, пригодных для широкой практики. Проверка работоспособности предложенных рекомендаций в условиях реального учебного процесса составляет содержание следующего параграфа.

2.3. Апробация предложенных рекомендаций

Проверка разработанных рекомендаций осуществлялась в форме апробации на базе Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Дзержинская средняя школа № 1» села Дзержинское Красноярского края в марте 2026 года. Апробация охватила две параллели — пятые и шестые классы, по два класса в каждой, — что дало возможность сопоставить результаты обучения при сходном составе обучающихся и тождественном учебном материале. В классах 5А и 6А отдельные фрагменты

уроков выстраивались с применением компьютерной визуализации в соответствии с подготовленными карточками, тогда как в классах 5В и 6Б то же предметное содержание раскрывалось традиционными средствами обучения. Подобная организация апробации позволила соотнести учебный эффект зрительной опоры с результатами привычной методики, сохраняющей самостоятельную дидактическую ценность.

Все четыре класса относятся к общеобразовательным, не предусматривающим углублённого изучения математики, и характеризуются сопоставимым уровнем подготовки по итогам предшествующих учебных периодов. Численность обучающихся составила двадцать шесть человек в классе 5А и двадцать пять в классе 5В, двадцать пять человек в классе 6А и двадцать четыре в классе 6Б. Наблюдение за учебной деятельностью обучающихся выявило особенности, свойственные современным пятиклассникам и шестиклассникам: преобладание зрительного канала восприятия информации, быструю утомляемость при однообразной деятельности, потребность в смене форм работы и в опоре на конкретный образ при освоении отвлечённого содержания. Перечисленные особенности учитывались при подготовке фрагментов уроков и определении меры зрительной поддержки, поскольку без такого учёта потенциал визуализации в значительной степени остаётся нереализованным [18, с. 20].

Темы для апробации избирались из числа отобранных в параграфе 2.2 как сопряжённые с наиболее устойчивыми затруднениями. В пятых классах апробация затрагивала понимание обыкновенной дроби как части целого: ранее обучающиеся испытывали трудности при соотнесении закрашенной доли фигуры с числителем и знаменателем и при объяснении того, почему увеличение числа равных частей сопровождается уменьшением каждой доли. В шестых классах проверке подлежала тема координатной плоскости, при изучении которой типичными оказывались нарушение порядка координат и неспособность мысленно представить положение точки и его изменение.

Подготовка к проведению фрагмента в пятых классах включала настройку в среде GeoGebra интерактивной модели круга с регулируемым числом секторов и числом закрашенных долей (приложение 2, пример 1), а также подбор сопровождающих вопросов, направляющих наблюдение обучающихся. Для контрольного класса то же содержание было оформлено посредством заранее подготовленного рисунка на доске и набора карточек с изображениями дробей. В классе 5А фрагмент проводился на этапе изучения нового материала и был организован так, что обучающиеся поочередно изменяли число частей круга и количество закрашенных секторов, проговаривали, что показывают числитель и знаменатель, и отвечали на вопрос о причинах уменьшения доли при возрастании числа частей; занявшая около шести минут работа завершалась формулированием обобщающего вывода. В классе 5В аналогичное содержание раскрывалось средствами словесного объяснения и готового рисунка: обучающиеся воспроизводили определение, разбирали предложенные учителем примеры и выполняли упражнения по образцу. Наблюдение зафиксировало заметное различие в вовлечённости обучающихся: в экспериментальном классе дети предлагали собственные варианты деления круга и задавали вопросы о том, что произойдёт с долями при дальнейшем дроблении, тогда как в контрольном классе обсуждение оставалось сдержанным и поддерживалось преимущественно несколькими активными обучающимися.

При подготовке фрагмента в шестых классах в среде Desmos формировалось задание с игровым элементом, построенным по образцу морского боя (приложение 2, пример 5), в котором последовательное построение точек по координатам складывалось в узнаваемое изображение. Контрольному классу предлагалось построение тех же точек на обычной координатной сетке по карточке-образцу. Фрагмент проводился на этапе закрепления и занимал около семи минут. В классе 6А обучающиеся строили точки, удерживая внимание на порядке координат, проверяли правильность построения по постепенно проступающему изображению и обсуждали, каким

образом изменится рисунок при перестановке координат местами. В классе 6Б построение протекало ровно и в соответствии с образцом, однако инициативные вопросы возникали редко. Игровая форма работы в экспериментальном классе снижала эмоциональное напряжение и поддерживала интерес даже у обучающихся, обыкновенно проявляющих пассивность на уроках математики, что согласуется с наблюдениями о мотивирующем потенциале соревновательных и игровых форматов [53, с. 49].

По завершении фрагмента во всех четырёх классах проводилась краткая самостоятельная работа из трёх-четырёх заданий по теме проведённого фрагмента (приложение 3). Задания требовали не воспроизведения определения, а применения понятого: в пятых классах обучающимся предлагалось изобразить указанную дробь и пояснить смысл её числителя и знаменателя, в шестых — построить несколько точек по заданным координатам и назвать координаты отмеченных точек. Результаты выполнения работы, затраченное на неё время и данные наблюдения за активностью обучающихся образовали основу для оценки результативности фрагмента.

Эффективность проведённого фрагмента оценивалась по нескольким признакам, выбранным с учётом ограниченного характера апробации:

- доля верно выполненных заданий краткой самостоятельной работы;
- среднее время, затраченное обучающимися на её выполнение;
- учебная активность во время фрагмента, выраженная числом содержательных вопросов и ответов;
- внешние проявления заинтересованности, к которым отнесены реплики обучающихся, предложение собственных вариантов и желание продолжить работу с моделью.

Последний из перечисленных признаков сохранял значение даже при отсутствии выраженного предметного перевеса, поскольку возрастание интереса к изучаемой теме само по себе рассматривалось как значимый результат апробации, согласующийся с задачей формирования положительного отношения к предмету. Сводные результаты проведённой апробации

представлены в таблице 3, а полные данные в табличной и графической форме — в приложении 4.

Таблица 3 – Результаты апробации в экспериментальных и контрольных классах

Признак	Класс 5А, с визуализацией	Класс 5В, традиционный урок	Класс 6А, с визуализацией	Класс 6Б, традиционный урок
Доля верно выполненных заданий, проценты	76	58	72	55
Среднее время выполнения работы, минуты	7	9	8	10
Содержательные вопросы и ответы за фрагмент	14	6	13	5
Желание продолжить работу с моделью	выраженное	слабое	выраженное	слабое

Приведённые в таблице сведения обнаруживают устойчивое различие между классами, работавшими с применением визуализации, и классами, обучавшимися традиционными средствами. Доля верно выполненных заданий в экспериментальных классах оказалась выше: в пятом классе она составила 76 процентов против 58 процентов в контрольном, в шестом — 72 процента против 55 процентов. Среднее время выполнения краткой самостоятельной работы в экспериментальных классах было меньше на одну-две минуты, что свидетельствует о большей уверенности обучающихся при оперировании усвоенным материалом. Наиболее отчётливо различие проявилось в показателе учебной активности: число содержательных вопросов и ответов в классах с визуализацией оказалось приблизительно вдвое большим. Стремление продолжить работу с моделью обучающиеся экспериментальных классов выражали открыто, предлагая дополнительные построения и варианты, тогда как в контрольных классах интерес к продолжению деятельности оставался слабым. Различие в доле верно выполненных заданий для наглядности отражено на рисунке 1.

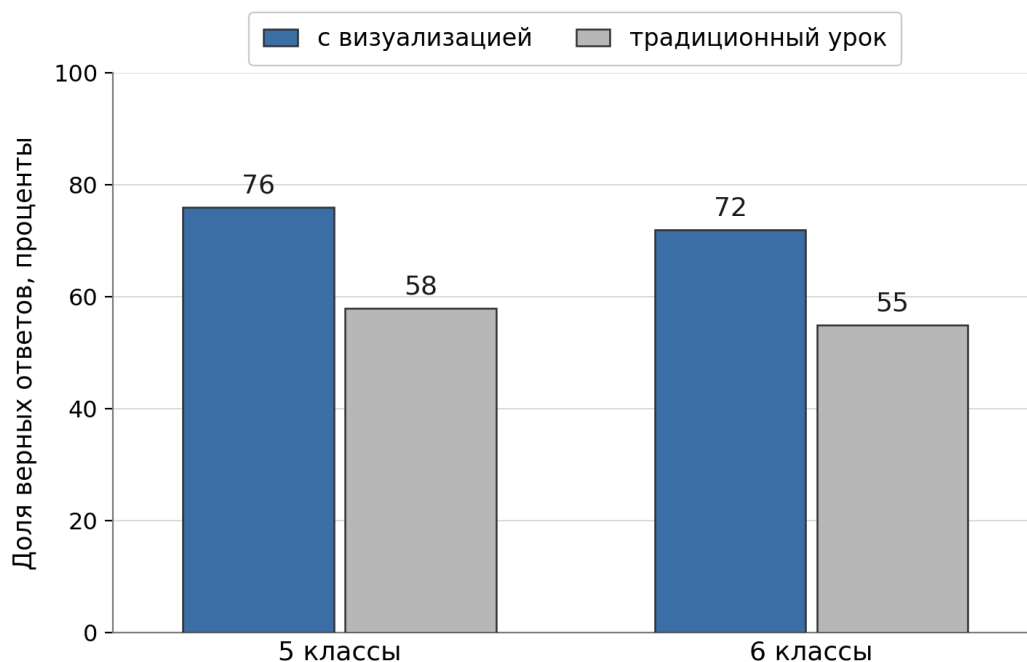


Рисунок 1 – Доля верно выполненных заданий краткой самостоятельной работы в экспериментальных и контрольных классах

Представленная на рисунке диаграмма подтверждает наличие разрыва между классами с визуализацией и контрольными классами в обеих параллелях, причём направление различия сохраняется и при переходе от пятых классов к шестым. Вместе с тем величина зафиксированного разрыва умеренна и не даёт оснований для вывода о статистической достоверности, поскольку апробация ограничена отдельным фрагментом урока и непродолжительным сроком проведения. Полученные данные следует интерпретировать как свидетельство устойчивого направления влияния, согласующееся с результатами наблюдения за учебной активностью обучающихся, но не как точную количественную меру эффекта, установление которой потребовало бы расширенной экспериментальной работы.

Проведённая апробация показала, что предложенные рекомендации работоспособны в условиях обычного урока и применимы без существенной перестройки сложившейся практики преподавания. Включение зрительной модели в небольшой фрагмент занятия сопровождалось более высокой долей верно выполненных заданий, заметным возрастанием учебной активности и устойчивым интересом обучающихся к изучаемой теме. Учитель,

проводивший апробацию, оценил предложенные приёмы как пригодные для регулярного применения и выразил намерение использовать их в дальнейшей работе. Естественным продолжением представляется распространение рекомендаций на седьмой класс и на материал геометрии, освоение которого с первых тем опирается на образное мышление обучающихся и предполагает развитую зрительную опору [43, с. 898]. Обобщение результатов разработки методики и её апробации составляет содержание выводов по главе.

Выводы по второй главе

Во второй главе разработаны рекомендации по применению компьютерных средств визуализации на уроках математики в 5–6 классах и осуществлена проверка её работоспособности в условиях педагогической практики. На основе анализа методической литературы и опыта преподавания выделены методические приёмы, объединённые установкой на деятельное взаимодействие обучающегося с моделью, и предложена обобщённая модель урока, в которой визуализация проходит через все этапы учебной деятельности — от постановки познавательной задачи через освоение и закрепление нового содержания к контролю и рефлексии. Проектирование уроков подчинено принципам целесообразности, поэтапного перехода от образа к понятию, активности обучающегося и дозированной зрительной нагрузки, соблюдение которых отграничивает методически оправданное применение визуализации от её декоративного использования.

На основе выделенных приёмов и модели урока подготовлены рекомендации для учителя, оформленные как переносимый методический инструмент. Рекомендации включают систематизацию типичных затруднений обучающихся по темам курса, отбор тем, при изучении которых визуальная опора наиболее уместна, и карточки, указывающие средство визуализации, методический приём, этап урока, отводимое время и формулировку обращения к обучающимся. Каждая карточка рассчитана на короткий фрагмент урока и не

нарушает привычный ход занятия, что обеспечивает применимость рекомендаций в массовой практике и их независимость от особенностей отдельного класса.

Апробация, проведённая на базе Дзержинской средней школы, подтвердила работоспособность предложенных рекомендаций. В классах, где зрительная модель включалась в фрагмент урока, доля верно выполненных заданий оказалась выше, чем в контрольных классах, а учебная активность обучающихся и их интерес к изучаемой теме заметно возросли. Полученные результаты носят ориентировочный характер и не претендуют на статистическую достоверность ввиду ограниченности апробации отдельным фрагментом урока и непродолжительным сроком проведения, однако согласуются между собой и указывают на действенность предложенного подхода. Разработанные методические приёмы, обобщённая модель урока и рекомендации для учителя образуют завершённый методический продукт, готовый к применению в обучении математике в 5–6 классах и допускающий обоснованное расширение на смежные темы и последующие классы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое исследование было посвящено теоретическому обоснованию, разработке и апробации методики применения компьютерных средств визуализации в обучении математике обучающихся 5–6 классов. Актуальность избранной темы определяется требованиями к качеству математического образования и к формированию информационно-коммуникационной компетентности обучающихся, а также объективными трудностями перехода от наглядно-практического освоения материала к его абстрактному и системному изучению. Именно в 5–6 классах с наибольшей отчётливостью проявляется расхождение между возрастающей сложностью математического содержания и сохраняющейся потребностью обучающихся в наглядно-образной опоре, что придаёт задаче методически обоснованного применения визуализации своевременный характер.

В ходе работы решены поставленные задачи. Проанализированы принцип наглядности и требования к формированию информационно-коммуникационных компетенций, рассмотрены теоретические основания компьютерной визуализации в курсе математики 5–6 классов. Определены психолого-педагогические особенности восприятия зрительной информации обучающимися 10–13 лет и обоснован дидактический потенциал современных цифровых средств визуализации. Разработаны методические приёмы и спроектированы уроки математики с применением визуализации, подготовлены рекомендации для учителя. Осуществлена апробация разработанных материалов в условиях педагогической практики.

Методическим продуктом исследования стали серия уроков для 5 и 6 классов, набор интерактивных моделей и заданий, диагностические материалы и адресованные учителю рекомендации, оформленные в виде переносимого инструмента. Рекомендации содержат систематизацию типичных затруднений обучающихся по темам курса, отбор тем для визуальной поддержки и карточки с указанием средства визуализации, методического приёма, этапа урока и отводимого времени.

Апробация, проведённая на базе Дзержинской средней школы, подтвердила работоспособность предложенных рекомендаций. В классах, где зрительная модель включалась в отдельный фрагмент урока, доля верно выполненных заданий оказалась выше, чем в контрольных классах, а учебная активность и заинтересованность обучающихся возросли. Результаты апробации носят ориентировочный характер и не претендуют на статистическую достоверность, однако согласуются между собой и свидетельствуют о целесообразности системного и методически обоснованного применения компьютерной визуализации в обучении математике.

Цель исследования достигнута. Перспективы дальнейшей работы связаны с распространением разработанных рекомендаций на седьмой класс и материал геометрии, с уточнением диагностических средств оценки уровня сформированности зрительного мышления обучающихся и с разработкой авторского цифрового образовательного контента по математике.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / М-во образования и науки РФ. – М.: Просвещение, 2012. – 52 с.
2. Акмырадов, Я. Ч. Методы обучения математике: традиционные и современные подходы / Я. Ч. Акмырадов, Ю. М. Мурадов // Вестник науки. – 2024. – Т. 5, № 9(78). – С. 152-156.
3. Артюхина, Т. В. Принцип наглядности на уроках математики как инструмент для повышения качества образования / Т. В. Артюхина // Вестник научных конференций. – 2022. – № 7-2(83). – С. 19-21.
4. Балашова, А. А. Проблема реализации принципа наглядности при изучении логических операций в школе: пути решения и внедрение визуального метода обучения / А. А. Балашова, И. Н. Смирнова // Естественные, математические и технические науки. Образование. Технологии. Инновации: материалы Всероссийской научно-практической студенческой конференции, Липецк, 07–11 апреля 2025 года. – Липецк: Липецкий государственный педагогический университет им. П.П. Семенова-Тян-Шанского, 2025. – С. 22-25.
5. Баумгертнер, С. Д. Визуализация информации в обучении математике / С. Д. Баумгертнер // Практическая подготовка педагогов: поиск перспектив: Сборник тезисов Национальной научно-практической конференции, Новокузнецк, 01–30 марта 2022 года. – Новокузнецк: Кузбасский гуманитарно-педагогический институт федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Кемеровский государственный университет», 2022. – С. 18-22.
6. Бельман, С. А. Когнитивно-визуальный подход в обучении математике / С. А. Бельман, М. А. Евтихина // Педагогика и психология как ресурс развития современного общества: материалы XV Международной научно-практической конференции, Рязань, 17–18 октября 2024 года. – Рязань:

Индивидуальный предприниматель Коняхин Александр Викторович, 2024. – С. 73-78.

7. Белова, И. В. Обучение математике с помощью учебной платформы «ЯКласс» / И. В. Белова, С. В. Белов // Современные проблемы и перспективы обучения математике, физике, информатике в школе и вузе: Межвузовский сборник научно-методических трудов / Ответственный редактор С.Ф. Митенева. Том Выпуск 3. – Вологда: Вологодский государственный университет, 2020. – С. 70-73.

8. Бигаева, Л. А. Программа Geogebra в обучении математике / Л. А. Бигаева, Д. В. Колокольникова // Актуальные вопросы математического образования: состояние, проблемы и перспективы развития: Сборник статей по материалам VIII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Сургут, 10–12 апреля 2024 года. – Сургут: Сургутский государственный педагогический университет, 2024. – С. 127-131.

9. Боброва, Ю. Н. Способы визуализации в математике / Ю. Н. Боброва // Студенческий. – 2021. – № 28-1(156). – С. 43-45.

10. Боровенко, Г. В. О принципе наглядности в обучении математике / Г. В. Боровенко // Наука XXI века: опыт прошлого - взгляд в будущее : Материалы Международной научно-практической конференции, Омск, 12 апреля 2015 года / Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия (СибАДИ). – Омск: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия (СибАДИ)», 2015. – С. 6-12.

11. Бочкарева, Д. В. Наглядность как проблема математического образования / Д. В. Бочкарева // Управление качеством образования: проблемы и перспективы: Материалы Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 50-летию создания кафедры методики преподавания математики УлГПИ, Ульяновск, 08 декабря 2023 года. – Ульяновск: Ульяновский

государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова, 2024. – С. 27-29.

12. Голубкова, С. В. Когнитивно-визуальный подход на уроках математики / С. В. Голубкова // Современные проблемы математики, физики и физико-математического образования: Материалы XII Международной научно-практической конференции, Орехово-Зуево, 30 ноября 2022 года. – Орехово-Зуево: Государственный гуманитарно-технологический университет, 2022. – С. 112-117.

13. Графические и цифровые диктанты по математике 5 – 6 класс [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://multiurok.ru/files/grafichieskiie-i-tsifrovyye-diktanty-po-matiematik.html>

14. Гринько, О. Е. Использование программы Geogebra при изучении математики / О. Е. Гринько // Информационные технологии в образовательном процессе вуза и школы: материалы XVIII Всероссийской научно-практической конференции, Воронеж, 27 марта 2024 года. – Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2024. – С. 141-146.

15. Далингер, В. А. Когнитивно-визуальный подход к обучению математике как фактор успешности ученика в учебном процессе // Международный журнал экспериментального образования. – 2016. – № 5 (часть 2) – С. 206-209.

16. Далингер, В. А. Обучение математике на основе когнитивно-визуальной технологии // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2020. – № 1. – С. 22-26.

17. Денисовец, Д. А. Наглядность при обучении математике в условиях информационных технологий / Денисовец Д. А., Казаченок В. В. // Математика. – 2021. – № 3. – С. 3-10.

18. Деркач, Е. В. Роль визуализации в преподавании математики / Е. В. Деркач // Актуальные проблемы теории и практики социально-гуманитарных наук: Сборник научных статей. – Москва: ООО «СТК-Пресс», 2025. – С. 19-22.

19. Дорофеева, Е. С. Использование средств наглядности на уроке математики / Е. С. Дорофеева // Естественные, математические и технические науки. Образование. Технологии. Инновации: Материалы Всероссийской научно-практической студенческой конференции, Липецк, 08–12 апреля 2024 года. – Липецк: Липецкий государственный педагогический университет им. П.П. Семенова-Тян-Шанского, 2024. – С. 203-209.

20. Жукова Т.Н. Роль визуализации в школьном образовании // Санкт-петербургский образовательный вестник. – 2016. – № 1. – С. 1-9.

21. Засядко, О. В. Применение средств визуализации на уроках математики / О. В. Засядко // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «тенденции и перспективы развития обучения математике и информатике в условиях реальной и цифровой среды», Краснодар, 28 марта 2023 года. – Краснодар: Кубанский государственный университет, 2023. – С. 43-48.

22. Зверева, Ю. Ю. Принцип наглядности обучения: дидактические возможности и требования к применению / Ю. Ю. Зверева // Учебно-методический сборник / Омский автобронетанковый инженерный институт. Том Выпуск 35. – Омск: Омский автобронетанковый инженерный институт, 2015. – С. 70-73.

23. Зинова, А. В. Когнитивно-визуальный подход как инновационный метод обучения математике / А. В. Зинова // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе: Материалы V Всероссийской научно-практической конференции, Омск, 14 марта 2025 года. – Омск: Омский государственный педагогический университет, 2025. – С. 31-36.

24. Иванова, О. В. Визуальное повторение математической информации средствами интерактивного электронного пособия / О. В. Иванова, Н. В. Потапова, Г. А. Степанян // Школьные технологии. – 2019. – № 2. – С. 60-69.

25. Ирниденко, В. В. Психологические аспекты работы с подростками на уроках математики / В. В. Ирниденко, А. С. Спильник // Молодой ученый. – 2023. – № 33 (480). – С. 181-183.

26. Кирилюк, О. М. Визуализация в обучении математике / О. М. Кирилюк // Актуальные проблемы современной экономики и общества: Материалы XI международной научно-практической конференции. В 2-х частях, Омск, 16–17 мая 2023 года. Том Часть 1. – Омск: Омский государственный университет путей сообщения, 2023. – С. 16-25.

27. Кирилюк, О. М. Сущность когнитивно-визуального подхода в обучении математике / О. М. Кирилюк // Экономика и общество: современные исследования и инновационное развитие: Материалы всероссийской научно-практической конференции. В 3-х частях, Омск, 12–13 декабря 2023 года. – Омск: Омский государственный университет путей сообщения, 2023. – С. 45-50.

28. Козак, Л. П. Методы и приемы визуализации учебного материала на уроках математики / Л. П. Козак // Инновационные технологии обучения физико-математическим и профессионально-техническим дисциплинам: Материалы XIV Международной научно-практической интернет-конференции, Мозырь, 29 марта 2022 года / Редколлегия: И.Н. Ковальчук (отв. Ред.) [и др.]. – Мозырь: Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина, 2022. – С. 111-113.

29. Колесов, И. И. Потенциал программы «Kahoot!» / И. И. Колесов, М. А. Сорочинский // Современное образование: традиции и инновации. – 2021. – № 2. – С. 13-15. Консакова, М. Е. Применение Geogebra для обучения математике / М. Е. Консакова, Н. Балта // Вестник Dulaty University. – 2022. – № 2(6). – С. 14-19.

30. Красавина Ю.А., Ярцева Т.А. Организация процесса обучения математике в средней школе. // Формирование, развитие и оценка функциональной грамотности обучающихся: решения и находки. Материалы межрегиональной с международным участием научно-практической конференции. – Воронеж: Воронежский государственный педагогический университет, 2019. – С. 157-161.

31. Криницина, В. Ю. Методы наглядности как средство активизации творческой деятельности на уроках математики в соответствии с ФГОС / В. Ю. Криницина, А. Д. Соловьева, Л. Г. Зверева // Развитие современной системы образования: теория, методология, опыт: Сборник статей / Редколлегия: Ж.В. Мурзина, О.Л. Богатырева, А.С. Егорова. – Чебоксары: Общество с ограниченной ответственностью «Издательский дом «Среда», 2019. – С. 68-70.

32. Кувшинова, Л. В. Визуализация на уроках математики. Один из приемов работы в школе / Л. В. Кувшинова // Цифровые технологии в научном развитии: новые концептуальные подходы: Сборник статей Международной научно-практической конференции. В 2-х частях, Иркутск, 25 декабря 2023 года. – Уфа: ООО «Аэтерна», 2023. – С. 98-101.

33. Кузеванов, Д. А. Способы визуализации в математике. Пиктограммы и рисунки / Д. А. Кузеванов // Перспективы развития высшей школы: Материалы IV Международной научно-практической конференции-2023. В 4-х томах, Тюмень, 20 мая 2023 года / Отв. Редактор: Л.К. Иляшенко. Том 1. – Тюмень: Тюменский индустриальный университет, 2023. – С. 119-122.

34. Куклин, Р. И. О визуализации и принципе визуализации в педагогике / Р. И. Куклин // Трибуна ученого. – 2020. – № 12. – С. 1091-1101.

35. Легалова, Е. А. Технология визуализации учебной информации как средство формирования интереса к предмету на уроках математики / Е. А. Легалова // Актуальные проблемы науки в студенческих исследованиях – 2023: Материалы Международной студенческой очно-заочной научно-практической конференции, Сургут, 24 мая 2023 года / Под общей редакцией Е.А. Шанц, С.М. Зыряновой. – Сургут: Сургутский государственный педагогический университет, 2023. – С. 89-99.

36. Линевич, Л. А. Применение динамической программы Geogebra как средства развития пространственного воображения школьников / Л. А. Линевич // Актуальные проблемы развития математического образования в школе и вузе: материалы XIII Международной научно-практической

конференции, Барнаул, 13–14 ноября 2025 года. – Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2025. – С. 205-210.

37. Мазур, Н. А. Инновационные методы преподавания математики: анализ современных подходов к обучению / Н. А. Мазур // Инновации и устойчивое развитие: новые тренды в экономике и бизнесе: Материалы научно-практической конференции с международным участием, Энгельс, 17 октября 2025 года. – Саратов: Амирит, 2025. – С. 141-146.

38. Миллер, Ю. В. Использование программы Geogebra на уроках математики / Ю. В. Миллер, А. А. Серегина // Молодежь XXI века: образование, наука, инновации: Материалы IX Всероссийской студенческой научно-практической конференции с международным участием, Новосибирск, 02–04 декабря 2020 года / Под редакцией Т. А. Василенко. – Новосибирск: Новосибирский государственный педагогический университет, 2020. – С. 123-124.

39. Муканова, Р. А. Применение современных цифровых ресурсов Geogebra и Desmos на уроках математики / Р. А. Муканова, Л. Н. Карасева // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе: материалы международной научно-практической интернет-конференции, Москва, 24–28 апреля 2023 года. – Москва: Московский педагогический государственный университет, 2023. – С. 381-391.

40. Опыт использования информационных технологий на уроках математики [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://urok.1sept.ru/publication/24978>

41. Пермякова, Г. В. Мультимедийные технологии как средство наглядности на уроках математики / Г. В. Пермякова // Вестник Совета молодых учёных и специалистов Челябинской области. – 2022. – Т. 1, № 1(36). – С. 38-41.

42. Пермякова, Т. В. Современные подходы в обучении математике / Т. В. Пермякова // Психолого-педагогическое образование в современных условиях: Материалы VIII Всероссийской научно-практической конференции с

международным участием, Куйбышев, 27 ноября 2025 года. – Чебоксары: ООО «Издательский дом «Среда», 2025. – С. 156-159.

43. Раджабова, Ф. М. Значение и роль визуализации в обучении математике / Ф. М. Раджабова, М. М. Гусейнова, М. М. Баширова // Вопросы устойчивого развития общества. – 2022. – № 3. – С. 896-900.

44. Ребеко, О. В. Возможности использования сервиса Якласс для формирования функциональной грамотности у обучающихся в рамках уроков математики / О. В. Ребеко // Far East Math - 2022: Материалы национальной научной конференции, Хабаровск, 22–26 ноября 2022 года / Редколлегия: Е.Г. Агапова (отв. редактор) [и др.]. – Хабаровск: Тихоокеанский государственный университет, 2022. – С. 280-285.

45. Румянцева, А. А. Особенности применения различных техник визуализации на уроках математики / А. А. Румянцева // Молодежь XXI века: образование, наука, инновации: Материалы XI всероссийской студенческой научно-практической конференции с международным участием. Куйбышевский филиал, факультет психолого-педагогического образования, Куйбышев, 07–09 декабря 2022 года. – Новосибирск: Новосибирский государственный педагогический университет, 2023. – С. 111-112.

46. Скоробогатова, А. А. Возможности использования образовательной платформы «ЯКласс» в обучении математике / А. А. Скоробогатова // Молодежь XXI века: образование, наука, инновации: Материалы IX Всероссийской студенческой научно-практической конференции с международным участием, Новосибирск, 02–04 декабря 2020 года / Под редакцией Т. А. Василенко. – Новосибирск: Новосибирский государственный педагогический университет, 2020. – С. 134-135.

47. Соломка, С. А. Использование метода визуализации на уроках математики / С. А. Соломка // Физико-математическое образование – фундамент технологического лидерства: вызовы и перспективы: Материалы Всероссийской научно-практической конференции, Москва, 11 декабря 2025 года. – Москва: ООО «Издательство «Перо», 2025. – С. 106-110.

48. Сорочинская, Д. А. Визуализация информации как эффективное средство обучения математике / Д. А. Сорочинская // Студенческий. – 2024. – № 42-4(296). – С. 23-27.

49. Тарасова, О. А. Визуализация в учебном процессе: анализ современных исследований / О. А. Тарасова // Конструктивные педагогические заметки. – 2021. – № 10.2 (18). – С. 9-17.

50. Тихонова И. В., Иванов И. И., Омарова П. Г. Реализация принципа визуализации в процессе обучения // Проблемы современного педагогического образования. – 2018. – № 60/1. – С. 307-309.

51. Федосова, О. А. О значении визуализации учебной информации / О. А. Федосова, Е. Н. Соколина // Проблемы педагогики. – 2018. – № 3(35). – С. 96-99.

52. Чеботарев, Д. А. Сила визуализации в математике: улучшение понимания и решения проблем / Д. А. Чеботарев // Вестник магистратуры. – 2024. – № 5-4(152). – С. 15-16.

53. Уварова, Э. А. Применение игровой платформы Kahoot! в обучении / Академический вестник якутской государственной сельскохозяйственной академии. – 2020. – №11 (16). – С. 47-51.

54. Широкова, А. Ю. Средства наглядности на уроках математики в школе / А. Ю. Широкова, Т. Ю. Даутова, Л. Е. Бондарева // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования: Сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 14–17 ноября 2017 года / Ответственный редактор Е. Д. Родионов. – Барнаул: Алтайский государственный университет, 2017. – С. 1787-1791.

55. Юрко, О. А. Различные средства визуализации и их возможности для решения образовательных задач на уроках математики / О. А. Юрко, О. А. Юрко // Методы и механизмы реализации компетентного подхода в психологии и педагогике: сборник статей Международной научно-практической конференции, Воронеж, 01 октября 2022 года. – Уфа: Общество с ограниченной ответственностью «Аэтерна», 2022. – С. 69-72.

Конспекты уроков с использованием компьютерной визуализации

5 класс

Урок 1. Обыкновенные дроби как часть целого

Тема: Обыкновенные дроби как часть целого.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

– *предметные:* сформировать у учащихся понимание обыкновенной дроби как записи, отражающей отношение части к целому; научить записывать дробь, объяснять смысл числителя и знаменателя, изображать дробь на геометрической модели;

– *метапредметные:* развивать умение переводить информацию из визуальной формы в символьную и обратно; формировать способность анализировать изменения модели при варьировании параметров;

– *личностные:* воспитывать интерес к математике через исследовательскую деятельность с интерактивными моделями.

Используемые средства компьютерной визуализации: динамическая математическая среда GeoGebra (интерактивная модель круга, разделенного на равные сектора); мультимедийная презентация с иллюстрациями из жизни.

Оборудование: проектор, интерактивная доска или экран, персональные компьютеры или планшеты для учащихся с установленной средой GeoGebra (либо онлайн-версия), раздаточный материал с заданиями.

Ход урока

1. Мотивационно-ориентировочный этап (5-7 минут)

Учитель начинает урок не с объявления темы, а с житейской ситуации. На экран выводится слайд презентации с изображением пиццы, разделенной на 8 равных кусков.

Учитель: «Представьте, что мы заказали одну пиццу на большую компанию. Как нам записать, какая часть достанется каждому, если мы разделим ее на 8 равных кусков, а кто-то возьмет 3 куска?»

Выслушав предположения учеников (обычно звучат ответы «3 из 8», «три восьмых»), учитель подводит к мысли, что для точной и понятной всем записи математики придумали специальный язык – язык дробей. На доске появляется запись $\frac{3}{8}$.

Учитель: «Кто может объяснить, что показывает каждое число в этой записи?»

Возникает познавательное затруднение, которое и станет движущей силой урока.

2. Исследовательский этап (15 минут)

Учитель открывает на экране заготовленную в GeoGebra модель: круг, разделенный на 4 равных сектора. Один из секторов выделен цветом. Модель

содержит два ползунка: «Количество частей» (от 2 до 12) и «Закрашенные части» (от 0 до значения первого ползунка).

Учитель: «Посмотрите на экран. Какая часть круга закрашена? Как это записать?»

Учащиеся записывают $1/4$. Учитель просит одного из учеников выйти к доске и объяснить свою запись.

Учитель: «Теперь давайте изменим количество частей на 8. Что теперь показывает нижнее число – знаменатель?»

Учащиеся на своих устройствах (или один ученик у доски) изменяют параметр модели и видят, что круг делится на 8 частей, а закрашенной остается только одна. В ходе обсуждения они приходят к выводу, что знаменатель показывает, на сколько *равных* частей разделили целое.

Учитель: «Теперь, не меняя знаменатель, сделайте закрашенными 3 части. Какая дробь получилась? Что показывает числитель?»

Ученики записывают $3/8$ и формулируют вывод: числитель показывает, сколько таких частей взяли.

Далее учитель предлагает сравнить две дроби, например $1/4$ и $1/8$, не вычисляя, а только глядя на модель.

Учитель: «В каком случае закрашенная часть больше? Почему?»

Визуальный опыт подводит детей к важному выводу: чем больше знаменатель (чем на большее число частей поделили целое), тем меньше каждая часть. Это правило вводится не как догма, а как результат собственного наблюдения.

3. Этап первичного закрепления и проговаривания (10 минут)

Учитель предлагает учащимся выполнить несколько заданий в парах на своих устройствах:

– «Постройте модель дроби $2/6$. Объясните соседу по парте, что означает каждое число».

– «Не производя вычислений, сравните с помощью модели дроби $2/3$ и $2/5$. Какая больше? Почему?»

В ходе работы учитель наблюдает за действиями учащихся, помогает тем, кто испытывает трудности, корректирует формулировки выводов.

4. Этап самостоятельной работы с переходом к символьной записи (8 минут)

Учащиеся получают карточки с заданиями. Теперь им нужно по текстовому описанию или по дроби изобразить ее в тетради (схематично) и записать.

Пример задания: «В классе 20 человек. $3/5$ из них – девочки. Изобразите это на круговой схеме и найдите, сколько это человек».

На этом этапе происходит переход от чистой визуализации к комбинированному использованию образа и вычислений.

5. Рефлексивно-оценочный этап (5 минут)

Учитель возвращается к вопросу, заданному в начале урока.

Учитель: «Так что же такое дробь? Как бы вы теперь объяснили это тому, кто не был на уроке?»

Учащиеся дают свои формулировки, акцентируя внимание на равных частях, смысле числителя и знаменателя. В качестве домашнего задания предлагается придумать и изобразить (в тетради или в GeoGebra) свою задачу на дроби из жизни.

Урок 2. Сравнение обыкновенных дробей

Тема: Сравнение обыкновенных дробей.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

– *предметные:* сформировать умение сравнивать обыкновенные дроби с одинаковыми числителями или одинаковыми знаменателями с опорой на визуальный образ; научить формулировать правило сравнения;

– *метапредметные:* развивать умение анализировать визуальную информацию, выявлять закономерности и делать обобщения;

– *личностные:* формировать познавательный интерес через самостоятельное «открытие» математических правил.

Используемые средства компьютерной визуализации: динамические модели в GeoGebra (два круга для параллельного сравнения дробей); игровая платформа LearningApps для закрепления навыка.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Актуализация знаний (5 минут)

Учитель открывает на экране модель GeoGebra с двумя кругами. В первом круге закрашена $\frac{1}{3}$ часть, во втором – $\frac{1}{5}$ часть.

Учитель: «Не вычисляя, скажите, в каком круге закрашенная часть больше. Объясните свой ответ».

Учащиеся, опираясь на визуальное восприятие и знания, полученные на предыдущем уроке, указывают, что $\frac{1}{3}$ больше, так как круг разделен на меньшее количество частей, и каждая часть крупнее.

2. Исследовательский этап (15 минут)

Учитель предлагает учащимся открыть на своих устройствах заготовленную модель, содержащую два круга с независимыми настройками.

Учитель: «Сейчас мы будем исследовать, как сравнивать дроби. Начнем с дробей с одинаковыми знаменателями. Установите на обоих кругах знаменатель 6. В первом круге закрасьте 2 части, во втором – 4 части. Запишите получившиеся дроби и сравните их».

Учащиеся выполняют задание и приходят к выводу: $\frac{2}{6}$ меньше, чем $\frac{4}{6}$.

Учитель: «Сформулируйте правило: как сравнить две дроби с одинаковыми знаменателями?»

После обсуждения формулируется правило: из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше.

Учитель: «Теперь перейдем к дробям с одинаковыми числителями. Установите на первом круге дробь $\frac{2}{3}$, на втором – $\frac{2}{5}$. Сравните их визуально».

Учащиеся наблюдают, что при одинаковом числителе закрашенная часть больше там, где знаменатель меньше. Формулируется соответствующее правило.

3. Этап закрепления с использованием игровой платформы (10 минут)

Учитель предлагает учащимся перейти по ссылке на платформу LearningApps, где размещен интерактивный тренажер по сравнению дробей. Задания представлены в игровой форме: нужно перетащить дроби в порядке возрастания, выбрать правильный знак сравнения («>», «<» или «=») для пар дробей.

Платформа обеспечивает мгновенную визуальную обратную связь: при правильном ответе появляется зеленая галочка, при ошибочном – красный крестик и подсказка.

4. Самостоятельная работа (7 минут)

Учащиеся получают карточки с заданиями на сравнение дробей. Обязательное требование: перед тем как поставить знак сравнения, нужно сделать схематичный рисунок, иллюстрирующий обе дроби.

5. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Какое правило сравнения дробей вам показалось более очевидным? Почему? В каком случае без рисунка было бы трудно обойтись?»

Урок 3. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

Тема: Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

– *предметные:* сформировать умение выполнять сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями; научить понимать смысл этих действий с опорой на визуальную модель;

– *метапредметные:* развивать умение переводить арифметическое действие в визуальную модель и обратно;

– *личностные:* воспитывать аккуратность и последовательность в выполнении математических действий.

Используемые средства компьютерной визуализации: динамическая модель в GeoGebra (круг, разделенный на равные сектора, с возможностью закрашивания частей); анимация в презентации PowerPoint, пошагово иллюстрирующая алгоритм.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Актуализация знаний и постановка проблемы (5 минут)

На экране – слайд презентации с задачей: «В первый день турист прошел 2/7 всего маршрута, во второй день – еще 3/7. Какую часть маршрута прошел турист за два дня?»

Учащиеся высказывают предположения. Некоторые предлагают сложить числители, но не могут объяснить, почему так можно делать, а что делать со знаменателем – неясно.

2. Исследовательский этап (15 минут)

Учитель открывает модель GeoGebra: круг разделен на 7 равных частей.

Учитель: «Давайте смоделируем условие задачи. Закрасим сначала 2 части – это первый день. Теперь добавим еще 3 части – это второй день. Сколько всего частей закрашено?»

Учащиеся видят, что закрашено 5 частей из 7, и записывают: $2/7 + 3/7 = 5/7$.

Учитель: «Что произошло с числителями? Что произошло со знаменателем? Почему он не изменился?»

В ходе обсуждения формулируется правило: при сложении дробей с одинаковыми знаменателями числители складываются, а знаменатель остается прежним.

Аналогично рассматривается вычитание: на модели закрашиваются 5 частей, затем 2 части «стираются» – остается 3.

Учитель: «Запишите действие: $5/7 - 2/7 = 3/7$. Сформулируйте правило вычитания».

3. Работа с анимацией (5 минут)

Учитель демонстрирует слайд презентации, где с помощью анимации пошагово показан алгоритм сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями. Анимация позволяет зафиксировать последовательность действий: записать сумму числителей, оставить знаменатель без изменения, при необходимости сократить дробь.

4. Практическая работа в парах (10 минут)

Учащиеся на своих устройствах выполняют задания:

– «С помощью модели сложите $1/8$ и $3/8$. Запишите результат».

– «Из $7/10$ вычтите $4/10$. Проверьте себя на модели».

– «Придумайте свой пример на сложение и вычитание, продемонстрируйте его соседу».

5. Контроль и коррекция (5 минут)

Учитель проводит фронтальный опрос с демонстрацией моделей на экране. Учащиеся должны быстро назвать результат действия, опираясь на визуальный образ.

6. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Почему при сложении дробей с одинаковыми знаменателями складываются только числители? Как бы вы объяснили это младшему брату или сестре?»

Урок 4. Смешанные числа

Тема: Смешанные числа.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

– *предметные*: ввести понятие смешанного числа; научить переводить неправильную дробь в смешанное число и обратно; сформировать умение читать и записывать смешанные числа;

– *метапредметные*: развивать умение представлять один и тот же математический объект в разных формах;

– *личностные*: формировать понимание практической значимости изучаемого материала.

Используемые средства компьютерной визуализации: видеоурок с платформы «Российская электронная школа» (РЭШ), доступный также на Rutube; интерактивная модель в GeoGebra.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Мотивационный этап (5 минут)

Учитель предлагает учащимся посмотреть фрагмент видеоурока, размещенного на платформе РЭШ и доступного на Rutube. В видео на примере деления пицц демонстрируется, что дробь $5/4$ – это больше, чем одна целая пицца.

После просмотра учитель задает вопрос: «Как удобнее записать результат: $5/4$ или как-то иначе?»

2. Исследовательский этап (15 минут)

Учитель открывает модель GeoGebra: два круга, каждый разделен на 4 части.

Учитель: «Перед вами $5/4$ пиццы. Как это понимать?»

Учащиеся видят, что первый круг закрашен полностью ($4/4$), а во втором закрашена $1/4$. Учитель подводит их к мысли, что такую запись можно представить как 1 целая и $1/4$.

Учитель: «Такая запись называется смешанным числом. Записывается она так: $1\frac{1}{4}$. Число 1 – это целая часть, а $1/4$ – дробная часть».

Далее учащиеся выполняют перевод нескольких неправильных дробей в смешанные числа с опорой на модель: $7/3$, $9/2$, $11/5$.

Затем рассматривается обратная задача: смешанное число $2\frac{3}{4}$ представить в виде неправильной дроби. Учащиеся закрашивают два полных круга и еще $3/4$ третьего круга, подсчитывают общее количество четвертей ($2 \times 4 + 3 = 11$) и получают $11/4$.

3. Формулирование алгоритма (5 минут)

На основе проведенных наблюдений учащиеся совместно с учителем формулируют алгоритмы:

– чтобы перевести неправильную дробь в смешанное число, нужно числитель разделить на знаменатель; неполное частное – целая часть, остаток – числитель дробной части, знаменатель остается прежним;

– чтобы перевести смешанное число в неправильную дробь, нужно целую часть умножить на знаменатель, прибавить числитель, результат записать в числитель, а знаменатель оставить прежним.

4. Практическая работа (10 минут)

Учащиеся выполняют задания на перевод из одной формы в другую, проверяя себя с помощью модели GeoGebra.

5. Рефлексия (5 минут)

Учитель: «В каких жизненных ситуациях удобнее использовать смешанные числа, а в каких – неправильные дроби? Приведите примеры».

Урок 5. Десятичная запись дробных чисел

Тема: Десятичная запись дробных чисел.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

– *предметные:* сформировать понятие десятичной дроби; научить читать и записывать десятичные дроби; установить связь между обыкновенной дробью со знаменателем 10, 100, 1000 и десятичной дробью;

– *метапредметные:* развивать умение переходить от одной формы записи числа к другой;

– *личностные:* показать практическую значимость десятичных дробей в повседневной жизни.

Используемые средства компьютерной визуализации: мультимедийная презентация с анимацией; онлайн-тренажер LearningApps.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Актуализация знаний (5 минут)

Учитель демонстрирует слайд презентации с ценниками в магазине: «Молоко – 89,90 руб.», «Хлеб – 45,50 руб.», «Конфеты – 299,99 руб.»

Учитель: «Что означают эти числа? Как они называются? Почему в них используется запятая?»

2. Объяснение нового материала (15 минут)

Учитель открывает слайд с изображением квадрата, разделенного на 10 равных полос.

Учитель: «Перед вами целое – 1. Одна полоса – это $1/10$. Такую дробь можно записать иначе: 0,1. Читается: ноль целых одна десятая».

С помощью анимации в презентации пошагово демонстрируется связь: $1/10 = 0,1$; $3/10 = 0,3$; $7/10 = 0,7$.

Далее рассматривается квадрат, разделенный на 100 клеток. Одна клетка – это $1/100 = 0,01$. Аналогично демонстрируется связь: $5/100 = 0,05$; $23/100 = 0,23$.

Учитель объясняет, что количество цифр после запятой соответствует количеству нулей в знаменателе: 10 – один ноль – одна цифра после запятой; 100 – два нуля – две цифры после запятой.

3. Первичное закрепление с использованием тренажера (10 минут)

Учащиеся переходят на платформу LearningApps, где размещен тренажер по переводу обыкновенных дробей в десятичные и обратно. Задания представлены в игровой форме: нужно соединить пары равных чисел (например, $3/10$ и 0,3), расставить числа в порядке возрастания, заполнить пропуски в цепочке.

Платформа обеспечивает мгновенную визуальную обратную связь, что позволяет учащимся сразу видеть свои ошибки и корректировать их.

4. Самостоятельная работа (7 минут)

Учащиеся получают карточки с заданиями: записать обыкновенную дробь в виде десятичной, десятичную – в виде обыкновенной, изобразить десятичную дробь на координатном луче.

5. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Где в жизни вы встречаетесь с десятичными дробями? Почему их удобнее использовать, чем обыкновенные?»

Урок 6. Проценты

Тема: Проценты.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

- *предметные:* сформировать понятие процента как сотой части величины; научить переводить проценты в обыкновенную и десятичную дробь и обратно; научить находить процент от числа с опорой на визуальную модель;
- *метапредметные:* развивать умение моделировать реальные ситуации с помощью математических понятий;
- *личностные:* показать широкое применение процентов в повседневной жизни (скидки, кредиты, статистика).

Используемые средства компьютерной визуализации: интерактивная модель «Проценты и диаграммы» в GeoGebra; мультимедийная презентация с примерами из жизни.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Мотивационный этап (5 минут)

На экране – слайд презентации с рекламными объявлениями: «Скидка 25%», «Кредит под 12% годовых», «60% покупателей выбирают этот товар».

Учитель: «Что означают эти надписи? Что такое процент? Где вы слышали это слово?»

2. Исследовательский этап (15 минут)

Учитель открывает модель GeoGebra: прямоугольник, символизирующий 100%, и ползунок, позволяющий изменять процент от 0 до 100. При перемещении ползунка соответствующая часть прямоугольника закрашивается. Рядом отображается запись в виде процента, обыкновенной дроби и десятичной дроби.

Учитель: «Установите ползунок на 25%. Какая часть прямоугольника закрашена? Какую обыкновенную дробь вы видите?»

Учащиеся видят, что закрашена четверть прямоугольника, и записывают: $25\% = 1/4 = 0,25$.

Учитель: «Установите 50%. Какая это часть? 75%. 100%. Сделайте вывод о связи процентов, дробей и десятичных дробей».

Учащиеся формулируют: 1% – это одна сотая часть; чтобы перевести проценты в десятичную дробь, нужно число процентов разделить на 100.

Учитель: «Теперь представим, что весь прямоугольник – это 200 рублей. Установите 10%. Сколько рублей составят эти 10%? Как вы это узнали?»

Учащиеся приходят к алгоритму: нужно целое (200) разделить на 100 (найти 1%) и умножить на 10.

3. Решение задач с визуальной опорой (12 минут)

Учащиеся решают задачи, обязательно строя схематичный рисунок или используя модель GeoGebra.

Пример задачи: «В библиотеке 800 книг. Книги на русском языке составляют 45% всех книг. Сколько книг на русском языке в библиотеке?»

Учащиеся рисуют полосу, делят ее мысленно на 100 частей, закрашивают 45 и подписывают, затем выполняют вычисления.

4. Работа в группах (5 минут)

Класс делится на группы. Каждая группа получает карточку с задачей на проценты. Задача: не только решить, но и подготовить визуальное представление решения (схему, рисунок, диаграмму). Представители групп выходят к доске и объясняют решение.

5. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Почему важно уметь работать с процентами? В каких профессиях это необходимо?»

Урок 7. Угол. Измерение углов

Тема: Угол. Измерение углов.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

– *предметные:* сформировать понятие угла, видов углов (острый, прямой, тупой, развернутый); научить измерять углы с помощью транспортира;

– *метапредметные:* развивать пространственное воображение и измерительные навыки;

– *личностные:* формировать аккуратность и точность при выполнении измерений.

Используемые средства компьютерной визуализации: динамическая модель транспортира в GeoGebra; игровая платформа Kahoot!.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся, доступ к интернету для работы с Kahoot!.

Ход урока

1. Актуализация знаний (5 минут)

Учитель открывает модель GeoGebra: на плоскости изображен луч с началом в точке O.

Учитель: «Что вы видите на экране? (Луч). А теперь я добавлю второй луч с тем же началом. Какая фигура получилась?»

На экране появляется угол. Учитель вводит понятия: вершина угла, стороны угла, обозначение угла.

2. Исследовательский этап (15 минут)

Учитель использует модель GeoGebra, где можно вращать один из лучей вокруг вершины.

Учитель: «Давайте понаблюдаем, как меняется угол при вращении луча. Сначала лучи совпадают – угол равен 0° . Вращаем луч дальше».

Учащиеся наблюдают, как угол увеличивается, и на модели отображается его градусная мера.

Учитель: «Остановимся, когда угол станет прямым. Сколько это градусов? (90°). Вращаем дальше – получаем тупой угол. А когда лучи образуют прямую линию, угол равен 180° . Такой угол называется развернутым».

Далее учитель демонстрирует, как пользоваться транспортиром. На модели GeoGebra изображен угол и наложенный на него транспортир. Учитель показывает, как совместить центр транспортира с вершиной угла, а одну из сторон – с нулевой отметкой, и как определить величину угла по второй стороне.

3. Практическая работа (10 минут)

Учащиеся на своих устройствах открывают модель GeoGebra с набором углов. Их задача – измерить каждый угол с помощью виртуального транспортира и записать результат. Учитель наблюдает за работой и помогает тем, кто испытывает затруднения.

4. Закрепление с использованием Kahoot! (7 минут)

Учитель запускает викторину на платформе Kahoot!. На экран выводятся вопросы: «Какой угол изображен на рисунке?», «Чему равна величина прямого угла?», «Какой из углов самый большой?» и т.д. Учащиеся отвечают со своих устройств, выбирая правильный вариант из предложенных. Платформа обеспечивает мгновенную обратную связь и отображает рейтинг, что вносит элемент соревновательности и повышает мотивацию.

5. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Что было самым сложным при измерении углов? Какой совет вы дали бы тому, кто только учится пользоваться транспортиром?»

6 класс

Урок 1. Делители и кратные

Тема: Делители и кратные.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

- *предметные:* ввести понятия делителя и кратного; научить находить делители и кратные чисел;
- *метапредметные:* развивать умение классифицировать и систематизировать информацию с помощью визуальных средств;
- *личностные:* формировать коммуникативные навыки через групповую работу.

Используемые средства компьютерной визуализации: интерактивная онлайн-доска MindMeister для создания ментальной карты («Кластер»); мультимедийная презентация с анимацией.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся, доступ к онлайн-доске MindMeister.

Ход урока

1. Мотивационный этап (5 минут)

Учитель демонстрирует слайд презентации с задачей: «48 карандашей нужно разложить в одинаковые коробки. По сколько карандашей может быть в каждой коробке? Сколько коробок потребуется в каждом случае?»

Учащиеся высказывают предположения: по 2, по 3, по 4, по 6 и т.д.

Учитель: «Как называются числа, на которые можно разделить 48 без остатка? Сегодня мы узнаем это».

2. Введение новых понятий (10 минут)

С помощью анимации в презентации учитель демонстрирует деление числа 12 на различные делители: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Учитель: «Числа, на которые данное число делится без остатка, называются его делителями. Запишем: делителями числа 12 являются 1, 2, 3, 4, 6, 12».

Далее учитель рассматривает умножение числа 7 на натуральные числа: 7, 14, 21, 28, 35...

Учитель: «Числа, которые получаются при умножении данного числа на натуральные числа, называются кратными данного числа. Например, числа 7, 14, 21, 28 – это кратные числа 7».

3. Групповая работа с онлайн-доской MindMeister (15 минут)

Учитель делит класс на группы и предлагает каждой группе создать ментальную карту («Кластер») на онлайн-доске MindMeister.

Задание для групп:

- Группа 1: найти все делители числа 36 и оформить их в виде кластера.
- Группа 2: найти первые десять кратных числа 9 и оформить их в виде кластера.
- Группа 3: распределить числа 24, 15, 18, 30, 45 по кластерам «Делители 90» и «Кратные 5».

Каждая группа работает на своем участке доски, добавляя стикеры, соединяя их стрелками, выделяя цветом. Учитель в режиме реального времени наблюдает за работой групп, дает комментарии и корректирует ошибки.

4. Презентация результатов (7 минут)

Представители от каждой группы выходят к доске и демонстрируют свой кластер, объясняя ход рассуждений. Остальные учащиеся задают вопросы и дополняют ответы.

5. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Чем отличается делитель от кратного? Какой способ нахождения делителей вам показался наиболее удобным?»

Урок 2. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2

Тема: Признаки делимости на 10, на 5 и на 2.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

- *предметные:* сформировать знание признаков делимости на 10, на 5 и на 2; научить применять их для определения делимости чисел;
- *метапредметные:* развивать умение анализировать закономерности и формулировать выводы;
- *личностные:* воспитывать самостоятельность в поиске закономерностей.

Используемые средства компьютерной визуализации: видеоурок с Rutube; интерактивный тренажер LearningApps.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Просмотр видеоурока (8 минут)

Учитель включает видеоурок «Признаки делимости на 10, на 5 и на 2», размещенный на Rutube. В видео с помощью анимации наглядно демонстрируется, почему число, оканчивающееся на 0, делится на 10; почему число, оканчивающееся на 0 или 5, делится на 5; почему четные числа делятся на 2.

После просмотра учитель задает вопросы на понимание:

- «Какие числа делятся на 10?»
- «Какие числа делятся на 5?»
- «Какие числа называются четными?»

2. Формулирование и запись признаков (5 минут)

Учащиеся совместно с учителем формулируют признаки делимости и записывают их в тетради:

- число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на 0;
- число делится на 5 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на 0 или 5;
- число делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается четной цифрой (0, 2, 4, 6, 8).

3. Работа с тренажером LearningApps (12 минут)

Учащиеся переходят на платформу LearningApps, где размещен интерактивный тренажер по признакам делимости. Задания представлены в игровой форме:

– «Сортировка»: распределить числа по корзинам «Делятся на 2», «Делятся на 5», «Делятся на 10».

– «Викторина»: ответить на вопросы с выбором правильного варианта.

– «Заполни пропуски»: вставить пропущенные цифры в число, чтобы оно делилось на заданное число.

Тренажер обеспечивает мгновенную визуальную обратную связь, позволяя учащимся сразу видеть свои ошибки.

4. Решение практических задач (7 минут)

Учитель предлагает задачи из жизни:

– «В магазин привезли 345 яиц. Можно ли их разложить в коробки по 10 штук? По 5 штук? По 2 штуки?»

– «Назовите три числа, которые делятся и на 2, и на 5. Какому еще числу они кратны?»

5. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Какой из признаков делимости вы запомнили лучше всего? Почему? Как вы думаете, пригодятся ли вам эти знания в жизни?»

Урок 3. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Тема: Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

– *предметные:* сформировать умение приводить дроби к общему знаменателю; научить складывать и вычитать дроби с разными знаменателями;

– *метапредметные:* развивать умение визуализировать абстрактные математические операции;

– *личностные:* формировать понимание необходимости приведения к общему основанию для выполнения действий.

Используемые средства компьютерной визуализации: динамическая модель в GeoGebra (приведение дробей к общему знаменателю с помощью прямоугольников).

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Постановка проблемы (5 минут)

Учитель открывает модель GeoGebra: два прямоугольника одинакового размера. Первый разделен на 2 части, одна закрашена ($1/2$). Вторым разделен на 3 части, одна закрашена ($1/3$).

Учитель: «Перед вами $1/2$ и $1/3$. Мы знаем, как складывать дроби с одинаковыми знаменателями. А как сложить эти дроби? Можно ли просто сложить числители и знаменатели?»

Учащиеся высказывают предположения. Учитель демонстрирует, что если просто сложить $1/2$ и $1/3$ как $2/5$, то на модели это будет выглядеть совсем иначе. Возникает противоречие, требующее разрешения.

2. Исследовательский этап (15 минут)

Учитель: «Чтобы сложить дроби с разными знаменателями, нужно привести их к одинаковому знаменателю. Какой знаменатель может быть общим для 2 и 3?»

Учащиеся предлагают число 6.

Учитель: «Давайте посмотрим, как выглядят $1/2$ и $1/3$ на модели с общим знаменателем 6».

Учитель изменяет модель: первый прямоугольник делится на 6 равных частей, из которых закрашены 3 (это $3/6$, что равно $1/2$). Вторым прямоугольником делится на 6 равных частей, из которых закрашены 2 (это $2/6$, что равно $1/3$).

Учитель: «Теперь, когда знаменатели одинаковые, мы можем сложить дроби: $3/6 + 2/6 = 5/6$ ».

Учащиеся на своих устройствах повторяют действия учителя, экспериментируют с другими парами дробей: $1/4$ и $1/3$ (общий знаменатель 12), $2/3$ и $3/5$ (общий знаменатель 15).

3. Формулирование алгоритма (5 минут)

В ходе обсуждения учащиеся формулируют алгоритм:

- найти наименьший общий знаменатель (НОЗ) дробей;
- найти дополнительные множители для каждой дроби;
- умножить числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель;
- выполнить сложение или вычитание полученных дробей с одинаковыми знаменателями;
- при необходимости сократить результат.

4. Практическая работа (10 минут)

Учащиеся выполняют задания на сложение и вычитание дробей с разными знаменателями, проверяя правильность с помощью модели GeoGebra.

5. Рефлексия (5 минут)

Учитель: «Почему нельзя складывать дроби с разными знаменателями без приведения к общему знаменателю? Как бы вы объяснили это пятикласснику?»

Урок 4. Умножение обыкновенных дробей

Тема: Умножение обыкновенных дробей.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

- *предметные:* сформировать умение выполнять умножение обыкновенных дробей; вывести правило умножения дроби на натуральное число и дроби на дробь;
- *метапредметные:* развивать умение интерпретировать умножение дробей с помощью геометрических моделей;
- *личностные:* формировать понимание практического смысла умножения дробей.

Используемые средства компьютерной визуализации: анимация в презентации PowerPoint (графическая интерпретация умножения дробей); мультимедийная презентация.

Оборудование: проектор.

Ход урока

1. Актуализация знаний (5 минут)

Учитель задает вопросы:

– «Что значит умножить число на 3?» (Сложить его с самим собой три раза).

– «Чему равна площадь прямоугольника со сторонами 5 см и 4 см?»

2. Выведение правила умножения дроби на натуральное число (7 минут)

Учитель демонстрирует слайд презентации с задачей: «В одной коробке $\frac{2}{5}$ кг конфет. Сколько конфет в 3 таких коробках?»

С помощью анимации на экране появляются три одинаковых круга, каждый разделен на 5 частей, и в каждом закрашены 2 части.

Учитель: «Как записать решение? $\frac{2}{5} \times 3 = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$ ».

Учащиеся наблюдают, что при умножении дроби на натуральное число числитель умножается на это число, а знаменатель остается прежним.

3. Выведение правила умножения дроби на дробь (12 минут)

Учитель демонстрирует слайд с задачей: «Длина прямоугольника $\frac{4}{5}$ м, ширина – $\frac{2}{3}$ м. Найдите его площадь».

С помощью анимации на экране появляется квадрат, разделенный на 5 частей по горизонтали и на 3 части по вертикали. Прямоугольник со сторонами $\frac{4}{5}$ и $\frac{2}{3}$ занимает 8 клеток из 15.

Учитель: «Сколько всего клеток в квадрате? (15). Сколько клеток занимает прямоугольник? (8). Значит, его площадь равна $\frac{8}{15}$. Как мы получили числа 8 и 15?»

Учащиеся приходят к выводу: $4 \times 2 = 8$ (числитель), $5 \times 3 = 15$ (знаменатель). Формулируется правило: чтобы умножить дробь на дробь, нужно перемножить их числители и их знаменатели, первое произведение записать в числитель, второе – в знаменатель.

4. Закрепление (10 минут)

Учащиеся решают примеры на умножение дробей, проговаривая правило. Для заданий, вызывающих затруднение, учитель снова демонстрирует графическую интерпретацию.

5. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Почему при умножении дробей перемножаются и числители, и знаменатели? Чем умножение дробей отличается от их сложения?»

Урок 5. Координатная плоскость

Тема: Координатная плоскость.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

– *предметные*: сформировать понятие координатной плоскости, осей координат, координат точки; научить строить точку по ее координатам и определять координаты точки на плоскости;

– *метапредметные*: развивать пространственное воображение и умение работать с графической информацией;

– *личностные*: формировать интерес к математике через игровые формы работы.

Используемые средства компьютерной визуализации: интерактивная модель в Desmos; элементы игры «Морской бой», адаптированной для координатной плоскости.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Мотивационный этап (5 минут)

Учитель: «Кто из вас играл в игру «Морской бой»? Как вы обозначали клетки на игровом поле? (Буква и цифра, например, А5). Сегодня мы познакомимся с похожей системой, которую используют математики. Она называется координатной плоскостью».

2. Введение новых понятий (10 минут)

Учитель открывает модель Desmos с чистой координатной плоскостью.

Учитель: «Перед вами координатная плоскость. Она состоит из двух перпендикулярных прямых – осей координат. Горизонтальная ось называется осью абсцисс и обозначается Ox . Вертикальная ось называется осью ординат и обозначается Oy . Точка их пересечения – начало координат, обозначается O ».

Учитель демонстрирует, как задать точку на плоскости: «Точка A имеет координаты $(3; 2)$. Первое число – это координата по оси Ox , второе – по оси Oy . Запомните: сначала идем по горизонтали, потом – по вертикали».

Учитель строит несколько точек, каждый раз проговаривая их координаты и последовательность действий.

3. Практическая работа в Desmos (15 минут)

Учащиеся открывают на своих устройствах модель Desmos и получают задание: построить точки по заданным координатам. При правильном построении всех точек получается рисунок – например, кораблик или домик.

Пример задания: «Постройте точки: $(2; 1)$, $(2; 4)$, $(4; 4)$, $(4; 1)$, $(2; 1)$. Какая фигура получилась? Добавьте треугольный парус с вершинами $(2; 4)$, $(2; 7)$, $(4; 4)$. Что напоминает получившийся рисунок?»

Учащиеся с увлечением выполняют задание, проверяя себя: если рисунок получился, значит, координаты определены верно.

4. Обратное задание (7 минут)

Учитель строит на экране точку и просит учащихся определить ее координаты. Затем задание усложняется: на плоскости строится несколько точек, образующих фигуру, и нужно записать координаты всех вершин.

5. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Что общего между координатной плоскостью и игрой «Морской бой»? Чем они различаются? Где в жизни может пригодиться умение работать с координатами?»

Урок 6. Столбчатые и круговые диаграммы

Тема: Столбчатые и круговые диаграммы.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

- *предметные:* сформировать понятие о столбчатых и круговых диаграммах как способах визуализации данных; научить читать и анализировать диаграммы, а также строить простейшие диаграммы;
- *метапредметные:* развивать умение переводить числовую информацию в графическую форму и обратно; формировать навыки анализа и интерпретации данных;
- *личностные:* показать практическую значимость визуализации данных в современном мире.

Используемые средства компьютерной визуализации: онлайн-сервисы для построения диаграмм; готовые диаграммы из материалов ВПР; презентация.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Мотивационный этап (5 минут)

Учитель демонстрирует слайд с двумя способами представления одной и той же информации: таблица с данными о распределении учащихся 6 класса по любимым предметам и столбчатая диаграмма, построенная по этим же данным.

Учитель: «Какой способ представления информации кажется вам более наглядным? Почему? Где вы встречали диаграммы в жизни?»

Учащиеся называют примеры: в учебниках, в новостях, в рекламе, в Интернете.

2. Анализ готовых диаграмм (10 минут)

Учитель демонстрирует несколько столбчатых и круговых диаграмм из материалов ВПР прошлых лет.

Вопросы для обсуждения:

- «Что показывает данная диаграмма?»
- «Какая величина самая большая? Какая – самая маленькая?»
- «Во сколько раз одна величина больше другой?»
- «Какую долю от целого составляет та или иная часть?»

Учащиеся учатся «читать» диаграммы: определять цену деления на столбчатой диаграмме, оценивать соотношение секторов на круговой диаграмме, переводить визуальную информацию в числовую.

3. Построение диаграмм с помощью онлайн-сервиса (15 минут)

Учитель предлагает учащимся провести мини-опрос в классе: «Какой ваш любимый предмет?» Результаты записываются в таблицу: математика, русский язык, история, биология, физкультура и т.д.

Затем учащиеся на своих устройствах открывают простой онлайн-сервис для построения диаграмм и вводят полученные данные. Сервис автоматически строит столбчатую и круговую диаграммы.

Учитель: «Сравните два вида диаграмм. Какую информацию легче воспринимать на столбчатой диаграмме, а какую – на круговой?»

Учащиеся приходят к выводу, что столбчатая диаграмма удобнее для сравнения абсолютных величин, а круговая – для наглядного представления долей целого.

4. Решение задач на построение диаграмм (7 минут)

Учащиеся получают индивидуальные задания: построить диаграмму по заданным данным.

Пример задания: «В саду растет 60 деревьев: 30 яблонь, 15 груш, 10 слив и 5 вишен. Постройте круговую диаграмму распределения деревьев по видам. (Можно выполнить схематично, от руки)».

5. Рефлексия (3 минуты)

Учитель: «Почему в современном мире так важно уметь читать и строить диаграммы? В каких профессиях это умение особенно необходимо?»

Урок 7. Положительные и отрицательные числа

Тема: Положительные и отрицательные числа.

Тип урока: урок открытия нового знания.

Цели урока:

– *предметные:* сформировать понятия положительного и отрицательного числа; научить изображать положительные и отрицательные числа на координатной прямой; ввести понятие модуля числа;

– *метапредметные:* развивать умение моделировать реальные ситуации с помощью математических понятий;

– *личностные:* показать связь математики с окружающим миром (температура, доходы и расходы, высота над уровнем моря и глубина).

Используемые средства компьютерной визуализации: анимационная модель «Термометр» и координатная прямая в GeoGebra; мультимедийная презентация.

Оборудование: проектор, компьютеры или планшеты для учащихся.

Ход урока

1. Мотивационный этап (5 минут)

Учитель демонстрирует слайд презентации с изображением термометра, на котором отмечена температура $+25\text{ }^{\circ}\text{C}$, и другого термометра с температурой $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Учитель: «Что означают эти числа? Чем отличается $+25$ от -15 ? Где еще в жизни мы встречаемся с такими числами?»

Учащиеся приводят примеры: доходы и расходы, этажи здания (выше и ниже земли), высота гор и глубина впадин.

2. Введение новых понятий (10 минут)

Учитель открывает модель GeoGebra: координатная прямая с отмеченным началом отсчета (точка 0).

Учитель: «Перед вами координатная прямая. Точка О – начало отсчета. Числа, расположенные справа от нуля, называются положительными. Числа,

расположенные слева от нуля, называются отрицательными. Ноль не является ни положительным, ни отрицательным числом».

Учитель демонстрирует, как перемещать точку по координатной прямой, изменяя ее координату с помощью ползунка.

Учитель: «Давайте понаблюдаем. Двигаем точку вправо – координата увеличивается, становится положительной. Двигаем влево – координата уменьшается, становится отрицательной. На сколько единиц точка удалена от начала отсчета? Это расстояние называется модулем числа».

Учитель вводит обозначение модуля: $|5| = 5$, $|-5| = 5$.

3. Практическая работа в GeoGebra (12 минут)

Учащиеся на своих устройствах выполняют задания:

- «Отметьте на координатной прямой точки A(3), B(-4), C(2,5), D(-1,5)».
- «Сравните числа -3 и -5. Какое из них больше? Проверьте себя на координатной прямой».
- «Найдите модули чисел 7, -7, 0, -12. Сделайте вывод о модулях противоположных чисел».

4. Моделирование жизненных ситуаций (8 минут)

Учитель предлагает задачи с использованием модели «Термометр» в GeoGebra:

- «Утром температура воздуха была -8°C , а днем поднялась до $+3^{\circ}\text{C}$. На сколько градусов изменилась температура?»
- «Водолаз погрузился на глубину 20 метров, а затем поднялся на 8 метров. На какой глубине он оказался? Изобразите на вертикальной координатной прямой».

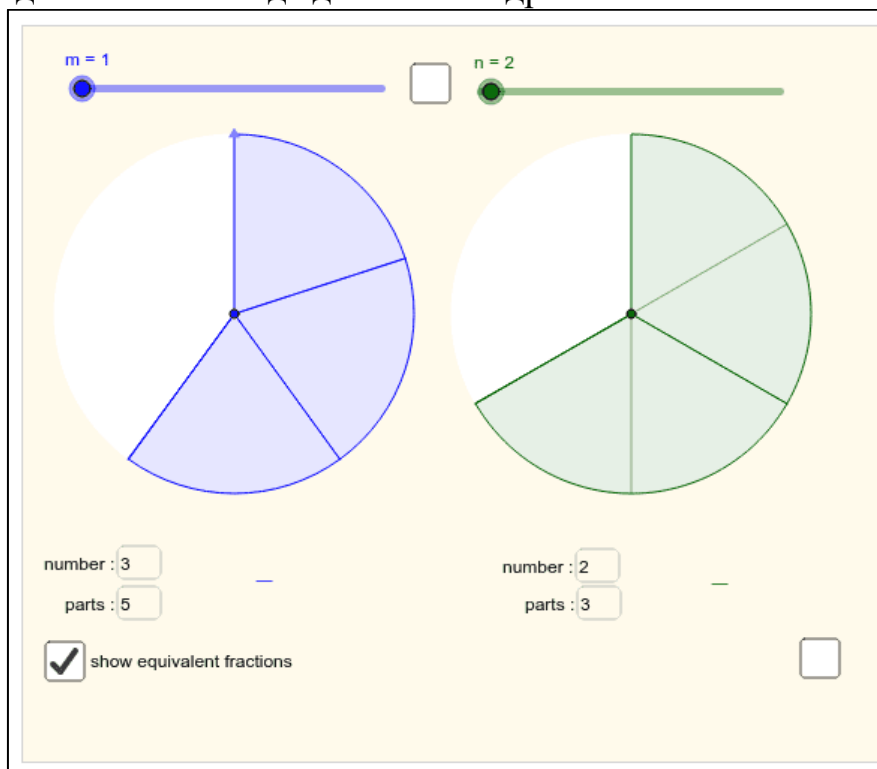
5. Рефлексия (5 минут)

Учитель: «Почему математикам понадобились отрицательные числа? Можно ли было бы обойтись без них? В какой жизненной ситуации вы бы использовали отрицательные числа для объяснения?»

Примеры интерактивных заданий, созданных в различных средах

1. «Конструктор дробей» (GeoGebra, 5 класс)

Описание модели. Интерактивный лист GeoGebra содержит круг и два ползунка: «Количество частей» (от 2 до 12) и «Закрашенные части» (от 0 до значения первого ползунка). При перемещении ползунков круг динамически делится на заданное число равных секторов, и соответствующая часть закрашивается. В отдельном окне отображается запись обыкновенной дроби, а также ее представление в виде десятичной дроби.



<https://www.geogebra.org/m/F4pMGTbv>

Примеры заданий для учащихся:

- «Собери дробь $\frac{3}{4}$. Объясни, что показывает числитель, а что – знаменатель».
- «Сравни $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{7}$, не вычисляя, а только глядя на модель. Какая дробь больше? Почему?»
 - «При каком наибольшем числителе дробь со знаменателем 8 остается меньше $\frac{1}{2}$? Проверь свою гипотезу с помощью модели».
 - «Установи дробь $\frac{1}{2}$. Теперь, не меняя числитель, измени знаменатель на 3, 4, 6. Как меняется закрашенная часть? Сформулируй вывод».

Ссылка на модель: доступна в коллекции GeoGebra или может быть создана учителем самостоятельно.

2. «Проценты и диаграммы» (GeoGebra, 5-6 класс)

Описание модели. Модель представляет собой прямоугольник, символизирующий 100%. С помощью ползунка «Процент» (от 0 до 100) можно закрашивать соответствующую часть прямоугольника. Рядом отображается запись в виде процента, обыкновенной дроби (с возможностью сокращения) и десятичной дроби. Дополнительно можно задать числовое значение целого (например, 200 рублей), и модель будет автоматически вычислять соответствующую сумму.

Примеры заданий для учащихся:

– «Установи 25%, 50%, 75%, 100% и запиши соответствующие обыкновенные и десятичные дроби. Какие закономерности ты заметил?»

– «Если все поле – это 240 км, то сколько километров будет при 30%? Проверь себя, изменив подпись к полю».

– «Закрашенная часть составляет 45 км. Какому проценту от 180 км это соответствует? Реши задачу, а затем проверь с помощью модели».

– «Построй круговую диаграмму для следующей ситуации: в классе 25 учеников, из них 10 занимаются спортом, 8 – музыкой, 5 – рисованием, 2 – танцами. Сравни с результатом, полученным в GeoGebra».

Ссылка на модель: доступна в коллекции GeoGebra (раздел «Проценты») или может быть создана учителем.

3. «Кластер «Делители и кратные»» (MindMeister, 6 класс)

Описание. Онлайн-доска MindMeister используется для создания ментальной карты («Кластера») по теме «Делители и кратные». Учитель заранее создает доску с тремя областями: «Делители числа 36», «Кратные числа 9», «Делители 90 и кратные 5». Учащиеся в группах добавляют на доску стикеры с числами, распределяя их по соответствующим областям, соединяют связанные понятия стрелками, выделяют цветом.

Примеры заданий:

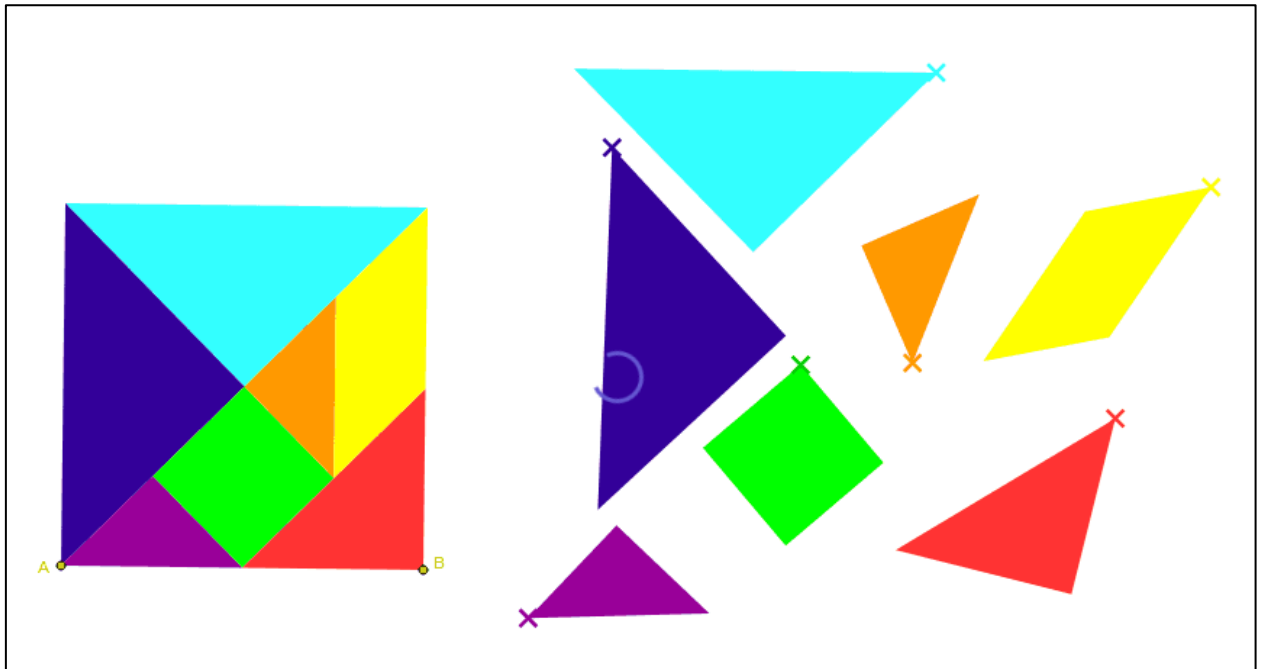
– «Найдите все делители числа 36 и разместите их на доске в виде кластера. Сгруппируйте делители, которые сами делятся на 2».

– «Запишите первые десять кратных числа 9. Какие из них также кратны 3? Выделите их другим цветом».

– «Распределите числа 24, 15, 18, 30, 45 по областям «Делители 90» и «Кратные 5». Какие числа попали в обе области? Почему?»

4. «Собери фигуру» (GeoGebra, 5 класс, наглядная геометрия)

Описание модели. Даны отдельные геометрические фигуры (треугольники, квадраты, прямоугольники) с изменяемыми размерами. Учащийся может перемещать фигуры, вращать их, изменять размеры с помощью ползунков. Задача – составить из них заданную фигуру.



<https://www.geogebra.org/m/R7JJXtat>

Примеры заданий для учащихся:

– «Из двух прямоугольных треугольников сложи прямоугольник. Измерь его стороны и вычисли площадь. Сравни с суммой площадей двух треугольников. Сделай вывод».

– «Из прямоугольника построй параллелограмм, перемещая одну из вершин. Как изменилась площадь? Почему?»

– «Собери квадрат из двух равных прямоугольных треугольников. Чему равны углы этих треугольников?»

– «Разрежь квадрат по диагонали. Какие фигуры получились? Сложи из них равнобедренный треугольник».

5. «Координатная плоскость: рисуем по точкам» (Desmos, 6 класс)

Описание. На координатной плоскости в среде Desmos отмечены точки с заданными координатами. Задача учащихся – последовательно соединять точки в порядке возрастания одной из координат или следуя заданному алгоритму. При правильном соединении получается рисунок (кораблик, домик, животное).

Примеры заданий для учащихся:

– «Постройте точки: $(2; 1)$, $(2; 4)$, $(4; 4)$, $(4; 1)$, $(2; 1)$. Какая фигура получилась? Добавьте треугольный парус с вершинами $(2; 4)$, $(2; 7)$, $(4; 4)$. Что напоминает получившийся рисунок?»

– «По координатам постройте фигуру: $(0; 0)$, $(4; 0)$, $(4; 3)$, $(0; 3)$, $(0; 0)$. Что это за фигура? Найдите ее площадь».

– «Придумайте свой рисунок на координатной плоскости, запишите координаты его вершин и предложите соседу по парте воспроизвести его».

– «Даны координаты вершин треугольника: $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(3; 6)$. Постройте треугольник и определите его вид (остроугольный, прямоугольный, тупоугольный)».

Ссылка на модель: доступна в коллекции Desmos или может быть создана учителем.

6. «Построение диаграмм» (онлайн-сервис, 6 класс)

Описание. Используется простой онлайн-сервис для построения диаграмм (например, встроенный в офисные пакеты или специализированные образовательные ресурсы). Учащиеся вводят данные в таблицу, выбирают тип диаграммы (столбчатая или круговая), сервис автоматически строит диаграмму.

Примеры заданий для учащихся:

– «Проведите опрос в классе: «Какой ваш любимый предмет?» Занесите результаты в таблицу и постройте столбчатую диаграмму. Какой предмет оказался самым популярным?»

– «В саду растет 60 деревьев: 30 яблонь, 15 груш, 10 слив и 5 вишен. Постройте круговую диаграмму распределения деревьев по видам. Какая часть всех деревьев – яблони?»

– «По данным о количестве осадков за год постройте столбчатую диаграмму. В каком месяце выпало больше всего осадков? В каком – меньше всего?»

– «Используя данные из Интернета о населении пяти крупнейших городов России, постройте столбчатую диаграмму. Сравните полученные результаты с одноклассниками».

7. «Тренажер по сравнению дробей» (LearningApps, 5 класс)

Описание. На платформе LearningApps создан интерактивный тренажер по сравнению обыкновенных дробей. Задания представлены в игровой форме: нужно перетащить дроби в порядке возрастания, выбрать правильный знак сравнения («>», «<» или «=») для пар дробей, соединить равные дроби.

Примеры заданий:

– «Расставьте дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ в порядке возрастания. Объясните свой выбор».

– «Соедините линиями равные дроби: $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$ ».

– «Вставьте пропущенный знак: $\frac{3}{7}$ ___ $\frac{5}{7}$; $\frac{4}{9}$ ___ $\frac{4}{11}$; $\frac{2}{5}$ ___ $\frac{3}{5}$ ».

– «Какая дробь лишняя в ряду: $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{14}$? Почему?»

Ссылка: тренажер доступен на платформе LearningApps в разделе «Математика / Дроби».

8. «Тренажер по признакам делимости» (LearningApps, 6 класс)

Описание. На платформе LearningApps создан тренажер для отработки признаков делимости на 10, на 5 и на 2. Задания представлены в формате сортировки, викторины и заполнения пропусков.

Примеры заданий:

– «Сортировка»: распределите числа 12, 15, 20, 24, 25, 30, 35, 40 по корзинам «Делятся на 2», «Делятся на 5», «Делятся на 10». Некоторые числа могут попасть в несколько корзин.

– «Викторина»: «Какие цифры можно поставить вместо звездочки, чтобы число 35^* делилось на 2?» (0, 2, 4, 6, 8).

– «Заполни пропуски»: вставьте пропущенные цифры в число, чтобы оно делилось на 5 и на 10: $78_.$

– «Найди ошибку»: даны утверждения о делимости чисел, нужно выбрать верные и неверные.

Ссылка: тренажер доступен на платформе LearningApps в разделе «Математика / Делимость».

9. «Викторина по углам» (Kahoot!, 5 класс)

Описание. На платформе Kahoot! создана викторина для закрепления знаний по теме «Углы». Вопросы выводятся на общий экран, учащиеся отвечают со своих устройств, выбирая правильный вариант из предложенных. Платформа обеспечивает мгновенную обратную связь и отображает рейтинг.

Примеры вопросов:

– «Какой угол изображен на рисунке?» (варианты: острый, прямой, тупой, развернутый).

– «Чему равна величина прямого угла?» (варианты: 45° , 90° , 180° , 360°).

– «Какой из углов самый большой: 45° , 90° , 120° , 150° ?»

– «Сколько градусов содержит угол, если он составляет половину развернутого угла?»

– «Каким углом является угол величиной 91° ?» (острым, прямым, тупым, развернутым).

Ссылка: викторина доступна на платформе Kahoot! (поиск по ключевым словам «Углы 5 класс»).

10. «Модель термометра и координатной прямой» (GeoGebra, 6 класс)

Описание модели. Модель представляет собой вертикальную координатную прямую, стилизованную под термометр. С помощью ползунка можно изменять температуру от -30°C до $+40^\circ\text{C}$. Рядом с термометром отображается числовое значение температуры, а также точка на координатной прямой. Дополнительно имеется горизонтальная координатная прямая для отработки понятия модуля.

Примеры заданий для учащихся:

– «Установи температуру $+25^\circ\text{C}$, затем -10°C . На сколько градусов изменилась температура? Какое действие нужно выполнить?»

– «Утром температура была -5°C , днем поднялась на 12°C , а вечером опустилась на 8°C . Какая температура стала вечером? Промоделируй ситуацию».

– «Отметь на горизонтальной координатной прямой точки A(-4), B(2), C(-7), D(5). Найди расстояние от каждой точки до начала координат. Что общего у противоположных чисел?»

– «Сравни числа: -8 и -3; -1 и 0; -5 и -10. Проверь себя на координатной прямой».

Ссылка на модель: доступна в коллекции GeoGebra (раздел «Числовая прямая») или может быть создана учителем.

Диагностические материалы (анкеты, тесты)

Анкета для учащихся «Мое отношение к математике»

Анкетирование проводилось дважды: до проведения уроков с применением визуализации и после них (март 2026 г.). В опросе приняли участие учащиеся 5-6 классов МБОУ ДСШ №1.

Текст анкеты

1. Нравится ли тебе изучать математику?

- Очень нравится
- Скорее нравится
- Скорее не нравится
- Совсем не нравится

2. Что тебе больше всего помогает понять новую тему на уроке?
(можно выбрать не более двух вариантов)

- Подробное объяснение учителя
- Примеры в учебнике
- Наглядные рисунки, схемы, чертежи
- Возможность самому что-то поделатъ с моделью на компьютере
- Обсуждение с одноклассниками

3. Как часто ты используешь рисунок или схему, когда решаешь трудную задачу дома?

- Почти всегда
- Иногда
- Очень редко
- Никогда, пытаюсь решить сразу в уме или по формуле

4. Согласен ли ты с утверждением: «Когда я вижу, как меняется фигура или график на экране, мне легче понять правило или формулу»?

- Полностью согласен
- Скорее согласен
- Затрудняюсь ответить
- Скорее не согласен
- Полностью не согласен

5. Испытываешь ли ты трудности при решении задач, где нужно представить что-то в уме (например, как выглядит фигура или как расположены точки)?

- Да, часто
- Иногда
- Редко
- Нет, не испытываю

Диагностическая работа по математике для 5 класса (контрольный срез)

Задание 1. Нарисуйте круг. Разделите его на 6 равных частей и закрасьте 4 из них. Запишите дробью, какая часть круга закрашена, а какая

осталась незакрашенной. Объясните, что показывает числитель и знаменатель каждой дроби.

Задание 2. В коробке 24 карандаша. $\frac{3}{8}$ из них – красные. Сколько красных карандашей в коробке? Изобразите условие задачи с помощью схемы (например, отрезка).

Задание 3. Сравните дроби $\frac{2}{5}$ и $\frac{2}{7}$. Сделайте пояснительный рисунок и объясните свой ответ без приведения к общему знаменателю.

Задание 4. На рисунке изображена столбчатая диаграмма, показывающая количество пятерок, полученных учениками 5 класса за неделю. Ответьте на вопросы: Кто получил пятерок больше всех? На сколько пятерок у Маши больше, чем у Пети? Сколько всего пятерок получил класс?

Задание 5. Выполните действия: а) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8}$; б) $\frac{7}{9} - \frac{4}{9}$; в) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$.

Задание 6. Переведите: а) $\frac{3}{10}$ в десятичную дробь; б) 0,25 в обыкновенную дробь; в) 25% в обыкновенную дробь.

Задание 7. Начертите угол, равный 60° . Определите его вид (острый, прямой, тупой, развернутый).

Задание 8. Изобразите на координатном луче точки $A(0,5)$, $B(1,2)$, $C(0,8)$.

Диагностическая работа по математике для 6 класса (контрольный срез)

Задание 1. Закрасьте 40% прямоугольника. Объясните, как вы рассуждали. Запишите 40% в виде обыкновенной и десятичной дроби.

Задание 2. Цена на футболку была 600 рублей. Во время распродажи цену снизили на 15%. Сколько стала стоить футболка? Проиллюстрируйте решение с помощью схемы.

Задание 3. Постройте в координатной плоскости точки $A(2; 3)$, $B(5; 3)$, $C(5; 1)$, $D(2; 1)$. Соедините их последовательно. Какая фигура получилась? Найдите ее площадь, если единичный отрезок равен 1 см.

Задание 4. Прочитайте текст: «В 6А классе 25 учеников. Из них 12 человек занимаются спортом, 8 – музыкой, а остальные не посещают дополнительные занятия». Постройте круговую диаграмму, отражающую распределение учеников по видам занятости. (Можно выполнить схематично, от руки).

Задание 5. Выполните действия: а) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$; б) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$; в) $1\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$.

Задание 6. Какие из чисел 120, 345, 568, 700, 891 делятся: а) на 2; б) на 5; в) на 10?

Задание 7. Отметьте на координатной прямой точки $A(-3)$, $B(2,5)$, $C(-1,5)$, $D(4)$. Найдите модули этих чисел.

Задание 8. Решите задачу: «Турист прошел 40% маршрута, что составило 12 км. Какова длина всего маршрута?» Сделайте схематичный рисунок.

Результаты тестирования в таблицах и диаграммах

Таблица 1

Распределение ответов учащихся на вопросы анкеты (до и после апробации)

Вопрос и варианты ответа	До апробации, %	После апробации, %
<i>1. Нравится ли тебе изучать математику?</i>		
Очень нравится	18	34
Скорее нравится	36	44
Скорее не нравится	34	16
Совсем не нравится	12	6
Сумма «нравится» (очень + скорее)	54	78
<i>2. Что помогает понять новую тему?</i>		
Объяснение учителя	58	52
Примеры в учебнике	44	35
Наглядные рисунки, схемы	47	71
Модель на компьютере	12	58
Обсуждение с одноклассниками	31	42
<i>3. Использование рисунка/схемы при решении задач</i>		
Почти всегда	11	42
Иногда	27	39
Очень редко	43	14
Никогда	19	5
Сумма «используют» (почти всегда + иногда)	38	81
<i>4. Согласие с утверждением о пользе компьютерной визуализации</i>		
Полностью согласен	28	56
Скорее согласен	39	33
Затрудняюсь ответить	18	7
Скорее не согласен	10	3
Полностью не согласен	5	1
Сумма «согласен»	67	89
<i>5. Трудности при решении задач на пространственное воображение</i>		
Да, часто	41	16
Иногда	38	28
Редко	15	35
Нет, не испытываю	6	21



Рисунок 1. Средний процент выполнения заданий диагностической работы в 5-х классах

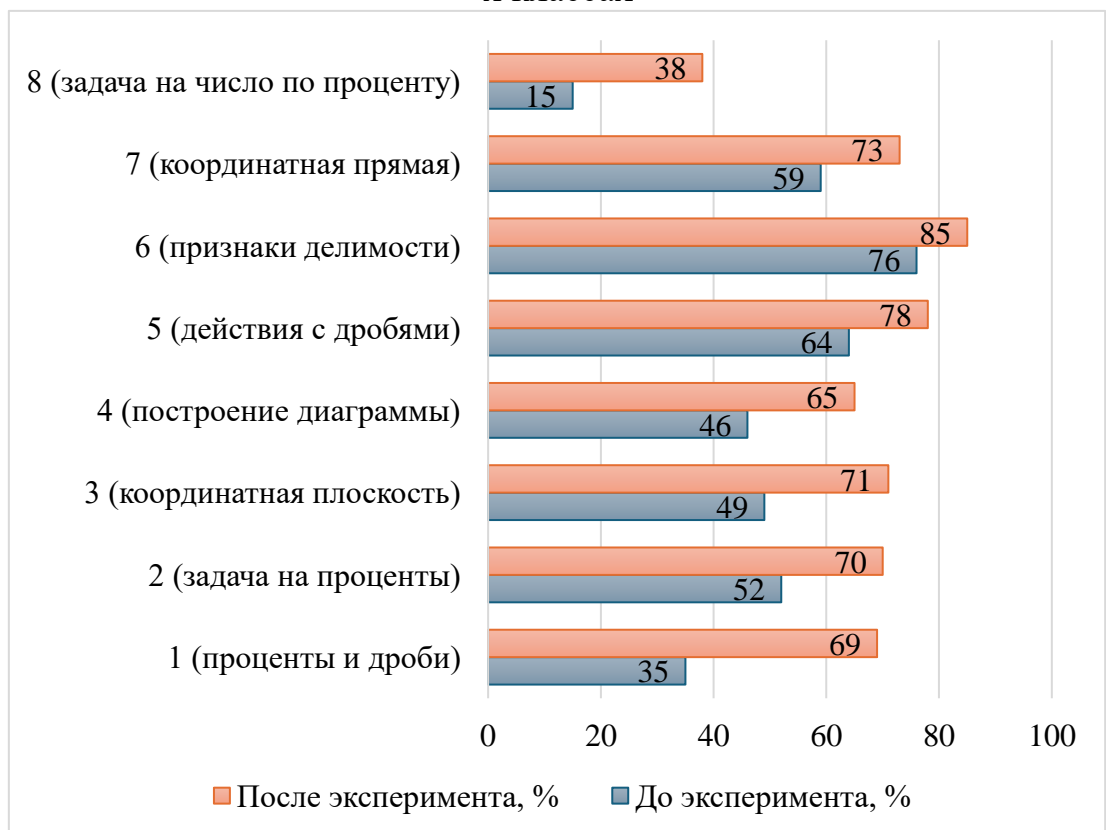


Рисунок 1. Средний процент выполнения заданий диагностической работы в 6-х классах