

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Атласов Вячеслав Александрович

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Формирование пространственного мышления
обучающихся 5-6 классов средствами наглядной
геометрии и 3D-моделирования**

Направление подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы:

Математика и Информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шапшина

22.05.2026 

(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. пед. наук, доцент Е.А. Аёшина



(дата, подпись)

Дата защиты

22.06.2026

Обучающийся

В.А. Атласов



(дата, подпись)

Оценка

хорошо

прописью

Красноярск 2026



Содержание

Введение	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ.....	6
1.1. Сущность понятия пространственного мышления	6
1.2 Возрастные и психологические особенности обучающихся 5-6 классов.....	10
1.3 Средства формирования пространственного мышления	17
Выводы по главе 1	21
Глава 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ СРЕДСТВАМИ НАГЛЯДНОЙ ГЕОМЕТРИИ И 3D- МОДЕЛИРОВАНИЯ	23
2.1 Проектирование серии уроков в среде GeoGebra, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся.....	23
2.2. Методические рекомендации по формированию пространственного мышления обучающихся средствами наглядной геометрии и 3D-моделирования	34
Выводы по главе 2	44
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	45
Библиографический список.....	48
Приложение А	53
Приложение Б	54

Введение

В условиях стремительного развития цифровых технологий, 3D-моделирования, инженерии, дизайна и виртуальной реальности формирование пространственного мышления у молодого поколения приобретает особую значимость. Социальная востребованность данной темы обусловлена глобальными трендами цифровизации экономики и образования: растёт потребность в специалистах STEM-направлений, а способность оперировать пространственными образами становится необходимым условием профессионального успеха в архитектуре, инженерии, медицине, компьютерной графике и других областях. Современные подростки поколения «Альфа», отличающиеся клиповым мышлением и высокой визуальной восприимчивостью, нередко сталкиваются с трудностями при глубоком анализе пространственных отношений, что делает целенаправленную педагогическую работу актуальной уже в 5–6 классах.

В соответствии с ФГОС ООО, предметные результаты по математике, алгебре и геометрии включают:

1) овладение геометрическим языком и умением применять его для описания объектов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных навыков и умений в геометрических построениях;

2) формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, а также представлений о простейших пространственных телах; развитие навыков моделирования реальных ситуаций средствами геометрии, исследования построенных моделей с использованием геометрических понятий, теорем и алгебраического аппарата, а также решения геометрических задач.

Проблемой развития пространственного мышления занимались многие отечественные педагоги и психологи. Аспекты пространственного мышления и его развития исследовали: Быкова К.И., Кузьмичева Е.А., Попова Д.Е.,

Шахбазян Я.А., Чекулаева М.Е., Котова А.С., Никляев А.И., Бронникова Л.М., Торогельдиева К.М., Жуманова Г.Т., Самедова С.Г., Коваленко Н.В., Иванова М.В., Гулынина Е.В., Шмыгов М.Д.

Проблема исследования: в современной школьной программе наблюдается разрыв между изучением планиметрии (начал планиметрии в 5-6 классах) и стереометрии (10–11 класс). Это приводит к тому, что у обучающихся 5-6 классов недостаточно развиваются базовые компоненты пространственного мышления (способность к мысленному вращению, трансформации и манипулированию зрительными образами), что в дальнейшем становится одной из главных причин трудностей при изучении стереометрии и дисциплин естественно-научного цикла. Существующие методы обучения часто ограничиваются работой с плоскими чертежами, что недостаточно для формирования полноценных пространственных представлений. Возникает противоречие между потребностью в развитии пространственного мышления в раннем подростковом возрасте и недостаточном использованием современных, эффективных средств его формирования, таких как 3D-моделирование.

Объект исследования: процесс обучения основам геометрии обучающихся 5-6 классов.

Предмет исследования: методика формирования пространственного мышления обучающихся 5-6 классов на основе интеграции традиционных средств наглядной геометрии и цифровых технологий 3D-моделирования.

Цель исследования: разработать и апробировать серию уроков, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся 5-6 классов, основанных на комплексном использовании средств наглядной геометрии и 3D-моделирования.

Задачи исследования:

1. На основе анализа психолого-педагогической литературы и методической литературы раскрыть понятие, сущность и структуру пространственного мышления.

2. Выявить основные принципы использования средств наглядной геометрии и 3D-моделирования в процессе формирования пространственного мышления.

3. Разработать задания, направленные на формирование пространственного мышления обучающихся 5-6 классов с использованием динамической среды GeoGebra; спроектировать технологические карты уроков на основе интеграции традиционных средств наглядной геометрии и спроектированных заданий.

4. Описать результаты апробации использования средств 3D моделирования в процессе формирования пространственного мышления обучающихся и разработать методические рекомендации по использованию практических материалов исследования в практике обучения математике.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы и приложений. В первой главе рассматриваются теоретические аспекты формированию пространственного мышления обучающихся 5-6 классов. Раскрывается сущность понятия пространственное мышления, описываются возрастные и психологические особенности обучающихся, рассматриваются средства формирования пространственного мышления. Вторая глава посвящена описанию методических аспектов формирования пространственного мышления обучающихся 5-6 классов средствами наглядной геометрии и 3D-моделирования. Представлено проектировании серии уроков в среде GeoGebra и разработаны методические рекомендации по использованию практических материалов исследования в обучении математике

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ

1.1. Сущность понятия пространственного мышления

Проблема развития мышления является одной из центральных в психолого-педагогической литературе. Прежде, чем мы рассмотрим его конкретный вид – пространственное мышление, опишем, что такое мышление, какова сущность данного понятия, а также подходы к его определению.

В толковом словаре мышление описывается как способность человека рассуждать, представляющая собой процесс отражения объективной действительности [17].

С точки зрения философии мышление трактуется, как «высший продукт особым образом организованной материи – мозга, активный процесс отражения объективного мира в понятиях, суждениях, теориях и т. п.» [26]

В психолого-педагогической литературе понятие мышление рассматривается значительно глубже нежели в толковом словаре. Так Смирнова А. А. в своих трудах подчеркивала, что мышление неразрывно связано с речью и имеет социальную природу. Автор рассматривает его как опосредованный и обобщенный способ отражения действительности [23].

В свою очередь, А.П. Усольцев определял мышление как процесс отражения объективной реальности, составляющий высшую ступень человеческого познания. Мышление дает знание о существенных свойствах, связях и отношениях объективной реальности, осуществляет в процессе познания переход от явления к сущности [25].

Рассмотрев представленные выше определения, можно подытожить, что мышление представляет собой высший психический процесс опосредованного и обобщенного познания действительности. Несмотря на

различия в трактовке определения, ключевой идеей выступает отражение объективного мира, его связей и отношений.

Понимание сущности мышления как сложного и многогранного процесса приводит нас к необходимости рассмотрения его различных видов и форм, что мы и рассмотрим далее.

Традиционно выделяют три основных вида мышления: наглядно-действенное, наглядно-образное, словесно-логическое [23].

Наглядно-действенное – вид мышления, который опирается на непосредственные чувственные впечатления от предметов и явлений действительности, где происходит реальное преобразование ситуации в процессе конкретных действий с конкретными предметами.

Наглядно-образное – осуществляется на основе образов, представлений (то есть вторичных образов) того, что человек воспринимал раньше. В отличие от наглядно-действенного мышления здесь происходит преобразование ситуации только в плане ее внутреннего, субъективного образа, но при этом возможен подбор необычных сочетаний предметов и их свойств.

Словесно-логическое – осуществляется при помощи логических операций с понятиями.

Особое значение для нашей работы представляет наглядно-образное мышление, поскольку именно оно является тем самым фундаментом, на котором строится пространственное мышление. Пространственное мышление можно рассматривать как специфический вид наглядно-образного мышления, оперирующий пространственными образами: образами формы, величины, взаимного расположения объектов в пространстве. Именно способность создавать, удерживать в памяти и мысленно трансформировать такие образы лежит в основе решения как учебных геометрических задач, так и многих практических задач в архитектуре, дизайне, инженерии.

Наиболее глубоко и всесторонне в отечественной психологии это понятие было разработано в трудах И. С. Якиманской. Автор определяет

пространственное мышление как «вид умственной деятельности, обеспечивающей создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения различных практических и теоретических задач» [31]. Ключевым в этом определении является слово «оперирование». Это означает, что пространственное мышление – это не просто пассивное восприятие и запоминание формы или расположения объектов. Это активный процесс, который включает в себя:

1. Способность к мысленному вращению зрительного образа.
2. Трансформацию зрительного образа.
3. Манипуляцию зрительным образом.

Например, при решении стереометрической задачи ученик не просто смотрит на чертеж. Он мысленно поворачивает фигуру, «заглядывает» внутрь нее, проводит воображаемые сечения, чтобы лучше понять ее структуру.

Эта способность мысленно манипулировать пространственными образами и есть ядро пространственного мышления. Бородачев В.А., А.В.Кустов, Сагитова Ш.Г подчеркивают, что уровень развития этого вида мышления определяет успешность не только в геометрии, но и во многих других областях: черчении, географии, физике, астрономии, а также в ряде профессий, таких как архитектор, инженер, художник, хирург [4][20]

Центральным положением в изучении пространственного мышления в отечественной психологии, в частности в работах И.С. Якиманской, является тезис о том, что его сущность заключается не в статичном восприятии образов, а в активном оперировании ими. Эта умственная деятельность предполагает их постоянное видоизменение, трансформацию и создание на их основе качественно новых образов, что позволяет решать сложные теоретические и практические задачи [31]. Для глубокого понимания данного процесса необходимо рассмотреть как компонентный состав пространственных представлений, так и содержание умственных операций, составляющих его ядро.

В отечественной психолого-педагогической науке утвердился подход, согласно которому пространственные представления имеют сложную иерархическую структуру. Формирование структурных компонент пространственного мышления проходит несколько последовательных этапов, на каждом из которых усложняется способ отражения пространственных отношений [12][31].

Топологические представления. Являются наиболее ранними и фундаментальными. Они отражают самые общие, качественные свойства пространства, такие как порядок следования, непрерывность, отношения соседства, нахождение объекта «внутри» или «снаружи» некоторой области. На этом уровне ученик, еще не прибегая к точным измерениям, способен опознать замкнутую кривую, определить, какая из точек на линии лежит между двумя другими, или понять схему лабиринта.

Проективные представления. Их формирование связано со способностью координировать различные точки зрения на объект или сцену. Этот уровень позволяет определять относительное положение объектов с учетом позиции наблюдателя. Ключевая операция здесь – умение мысленно представить, как будет выглядеть объект, если посмотреть на него спереди, сбоку или сверху. Это является психологической основой для понимания перспективы и работы с проекционными чертежами.

Метрические представления. Представляют собой высший уровень, предполагающий количественную оценку пространственных характеристик. Они включают оперирование понятиями расстояния, длины, угла, пропорциональности, площади и объема. Развитые метрические представления позволяют ученику не просто качественно, но и количественно соотносить объекты, мысленно оценивать пропорции и сохранять в образе точные размеры и формы.

Эти три вида представлений, по сути, являются тем «материалом», которым оперирует мышление. Сам же процесс оперирования включает в себя

комплекс взаимосвязанных умственных действий, представленных в таблице 1.

Таблица 1. Комплекс умственных действий

Действие	Содержание
Идентификация пространственного объекта	Умение распознавать геометрические тела и выделять их существенных признаки
Мысленное вращение и перемещение	Способность представить объект в другом положении в пространстве без его качественного изменения
Трансформация образа	Умение мысленно изменять объект: сгибать, разрезать, совмещать несколько фигур в одну
Свертывание и развертывание	Способность представить трехмерный объект по его двухмерной развертке и, наоборот, представить развертку по виду объемного тела
Изменение точки ракурса	Умение динамически представлять объект с разных сторон, мысленно «обходя» его вокруг
Проведение воображаемых сечений	Способность представить, какая фигура получится в сечении объемного тела плоскостью
Перевод пространственного образа на плоскость	Умение графически представлять объемного объекта в виде проекций или чертежей

Таким образом, пространственное мышление представляет собой сложную интеллектуальную деятельность, опирающуюся на систему топологических, проективных и метрических представлений и включающую в себя комплекс взаимосвязанных умственных операций по динамическому преобразованию пространственных образов. Понимание этой структуры является необходимым условием для целенаправленного и эффективного его формирования в учебном процессе.

1.2 Возрастные и психологические особенности обучающихся 5-6 классов

Переходный период от младшего школьного к подростковому возрасту, охватывающий обучающихся 5-6 классов (11-12 лет), является одним из

центральных объектов изучения в психолого-педагогической науке. Данный этап развития характеризуется как кризисный [10] и связан с фундаментальной перестройкой в трех основных сферах: телесной, где происходят существенные гормональные изменения; психологической, которая знаменуется активным формированием самосознания; и социальной, в рамках которой подросток занимает новое, промежуточное положение между ребенком и взрослым. Каждый возрастной период является переходным, подготавливающим человека к переходу на более высокую возрастную ступень, однако именно в 11-12 лет закладываются основы будущей личности [1].

В этот период формируются нравственные ценности, жизненные перспективы, происходит осознание самого себя, своих возможностей, способностей и интересов. У подростка появляется стремление «ощутить себя и стать взрослым», оформляются общие взгляды на жизнь и на отношения между людьми – иными словами, формируются личностные смыслы жизни. Ключевыми психологическими новообразованиями этого возраста являются: сознательная регуляция своих поступков, а также умение учитывать чувства и интересы других людей и ориентироваться на них в своем поведении. Важно подчеркнуть, что эти новообразования не возникают сами по себе, а являются итогом собственного опыта ребенка, полученного в результате его активного включения в различные формы общественной деятельности.

Как подчеркивала Л.И. Божович, в психическом развитии ребенка определяющим является не только характер его ведущей деятельности, но и та система взаимоотношений с окружающими людьми, в которую он вступает на различных этапах своего развития [3]. В связи с этим общение подростков со сверстниками и взрослыми необходимо рассматривать как важнейшее условие их личностного развития. Неудачи в общении, которое субъективно воспринимается как нечто личностно очень важное, ведут к внутреннему дискомфорту, компенсировать который не могут никакие объективные

высокие показатели в других сферах жизни. Неудовлетворенная потребность в доверительном общении может приводить к формированию повышенной тревожности, развитию чувства неуверенности в себе и неустойчивой самооценке.

Рассмотрим возрастные психологические особенности пятиклассника. Пятиклассник (11 лет) – это ребенок, находящийся в состоянии перехода от младшего возраста к подростковому. Этот возраст связан с постепенным обретением «чувства взрослости». Происходит фундаментальное изменение ведущей деятельности: учебная деятельность, доминировавшая в начальной школе, постепенно сменяется деятельностью общения, в рамках которой ключевой задачей становится установление доверительно-дружеских отношений со сверстниками [16]. Как следствие, социальные нормы поведения, установленные взрослыми, отходят на второй план, уступая место внутригрупповым нормам, которые устанавливаются самим ребенком и его сверстниками.

Стремление к личному авторитету среди ровесников порождает активный поиск образца для подражания. Пятиклассники начинают «играть разные роли» в школе и дома, пробуя, как на эти роли будут реагировать взрослые. В этот период дети формируют себе идеал, который не всегда является положительным, и стремятся ему подражать. Характерно повышенное внимание ребенка к себе, своей внешности, самопознанию и самовоспитанию.

Этот сложный переходный этап часто сопровождается значительными трудностями в усвоении учебного материала. Быстро наступающее утомление приводит к потере работоспособности, что, в свою очередь, порождает следующие проблемы:

1. Трудности с памятью и вниманием: дети не удерживают в памяти условие задачи, так как преобладает кратковременная память и

наблюдается рассеянность внимания; они часто «забывают слова», что является особенностью памяти этого возраста.

2. Отсутствие сосредоточенности: ученики допускают нелепые ошибки в письменных работах, механически манипулируют цифрами вместо осмысленного решения.
3. Слабость рефлексии: дети оказываются не способны оценить результат своих действий, что усугубляется бедностью словарного запаса.
4. Импульсивность и неорганизованность: учебная деятельность характеризуется крайней неорганизованностью; ученики не всегда умеют планировать свои действия, контролировать их и часто перескакивают с одного на другое, не завершив начатое [29].

Для шестиклассников (12 лет) характерно резкое возрастание познавательной активности и любознательности. Этот возраст можно обозначить как «зенит любознательности», поскольку интересы подростка начинают выходить далеко за рамки его повседневной жизни и школьной программы. Его начинают интересовать вопросы прошлого и будущего, проблемы войны и мира, жизни и смерти, экологические и социальные темы, возможности познания, инопланетяне и гороскопы [22].

В этом возрасте борьба за самостоятельность в мыслях и поступках приобретает для подростка особое значение. Для него становится очень важным, чтобы окружающие с уважением выслушивали его точку зрения, поэтому ему обычно нравятся различного рода дискуссии. Основной формой проявления самостоятельности становятся различного рода агрессивные действия, которые у взрослых, как правило, вызывают ответную агрессию. Это приводит к нарастанию конфликтов между шестиклассниками, их родителями и педагогами. Особенно остро этот период проходит у подростков, воспитывающихся в так называемых «гиперопекаемых» семьях, где взрослые не могут быстро перестроиться и продолжают чрезмерно опекать детей.

Специфика интересов подростков заключается в том, что они во многом обслуживают потребность в общении со сверстниками: общие увлечения дают повод для общения, его содержание и средства. В значительной части случаев подросток интересуется тем, чем интересуются его друзья. Если он хочет войти в какую-то компанию или подружиться с кем-либо, он начинает интересоваться тем, что интересно этой компании (например, какой-либо рок- или панк-группой). С этим связана характерная для подростков «мода на интересы», когда какое-либо увлечение внезапно охватывает весь класс, параллель, а иногда и всю школу, и так же внезапно гаснет.

В то же время в этот период можно наблюдать и полное отсутствие интересов, что является чрезвычайно сложным и серьезным по своим последствиям явлением. Причины устойчивого отсутствия интересов у подростка часто кроются в отсутствии каких-либо ярких увлечений у окружающих его взрослых. Отрицательно может повлиять и чрезмерная активность взрослых, направленная на «развитие» какого-либо интереса у школьника. Влияют и социальные условия: нехватка кружков, спортивных секций или их высокая, недоступная семье стоимость. Нередко интересы школьника быстро гаснут, так как он испытывает закономерную для новой сферы деятельности неуверенность в себе. Сталкиваясь с первым неудачей, он быстро разочаровывается. Поэтому поддержка подростка и укрепление его самооценки являются значимыми факторами развития интересов.

Возрастание интереса к миру за пределами школы и значимости общения со сверстниками ведет к проблемам, связанным с так называемым «отходом подростка от школы». Учение закономерно отходит на второй план. Это важный и необходимый этап развития, однако подобное снижение значимости учебы у ребенка требует от взрослых особого к нему внимания. Знания, которые обучающийся должен теперь усвоить, существенно отличаются от тех, которые он получал в начальной школе, – они более абстрактны. Для того чтобы научиться видеть связь школьных знаний с

окружающей действительностью, требуются специальные усилия. Если этого не происходит, то школьные знания усваиваются формально.

Известный отечественный психолог Л.И. Божович выделяла два вида такого формализма.

Первый вид: школьники, как правило, не пытаются проникнуть в суть того, что они изучают, а механически, без осмысления «зазубривают» материал. Такой вид формализма наблюдается у подростков, стремящихся хорошо учиться, но характеризующихся несформированностью необходимых мыслительных операций и отсутствием познавательных интересов.

Второй, наиболее частый вид: школьники относительно легко оперируют абстрактными понятиями, но испытывают трудности, говоря словами.

Формализм в усвоении знаний отрицательно влияет не только на развитие познавательной сферы, но и на формирование личности. Кроме того, он ведет к учебной перегрузке и повышенной утомляемости.

Современные подростки, относящиеся к поколению «Альфа» (рожденные после 2009 года), обладают особенностью, известной как клиповое мышление [30]. Их мозг, защищаясь от огромного потока информации, формирует реальность из множества ярких, но не связанных между собой картинок. У таких детей возникают трудности с логическим мышлением, анализом и запоминанием, поскольку ответы на все вопросы находятся в интернете. Полученная информация ненадолго задерживается в памяти. Родители отмечают у них плохую концентрацию внимания, нехватку воображения и пропажу интереса к учебной деятельности. Ученикам становится скучно на уроках, они отвлекаются, забрасывают учебные предметы, так как им удобнее прочесть уже структурированную информацию в интернете, чем читать большие произведения.

Особенности возрастного и психологического развития обучающихся 5-6 классов имеют непосредственное влияние на специфику формирования

пространственного мышления. Возраст 10–12 лет выделяется как наиболее сенситивный (чувствительный) период для формирования образных компонентов мышления, в том числе пространственного [7]. В этот период дети становятся способны более глубоко воспринимать и анализировать пространственные отношения вокруг себя, замечать более сложные детали и взаимосвязи в пространстве. Они активно развивают способность создавать сложные визуальные образы в своём воображении, что позволяет лучше ориентироваться в трёхмерном пространстве. Обучающиеся начинают лучше понимать сложные пространственные отношения, такие как расстояние, направление и конфигурация объектов. Развитие моторики способствует более точному и согласованному выполнению движений, влияя на пространственную ориентацию. Кроме того, дети 10-12 лет проявляют повышенный интерес к конструктивным и головоломным задачам, что создаёт благоприятные условия для развития пространственного мышления [7].

С одной стороны, повышенная утомляемость, преобладание кратковременной памяти, рассеянность внимания и слабость рефлексии создают определённые трудности при длительном удержании и мысленном оперировании пространственными образами (вращение, трансформация, свёртывание/развёртывание). Клиповое мышление поколения «Альфа» усиливает потребность в динамичной и интерактивной визуализации. С другой стороны, возрастные особенности (стремление к самостоятельности, «чувство взрослости», рост познавательной активности и интерес к практической деятельности) позволяют эффективно использовать конструктивные, проектные и групповые формы работы, моделирование, цифровые инструменты. Это соответствует сенситивному периоду развития образного мышления и способствует успешной пропедевтике стереометрии.

Таким образом, учёт психологических и возрастных особенностей обучающихся 5-6 классов даёт возможность сделать процесс формирования пространственного мышления максимально эффективным, соответствующим

их актуальным потребностям в самостоятельности, визуальной динамике, практической деятельности и социальном взаимодействии.

1.3 Средства формирования пространственного мышления

Эффективность педагогического процесса в значительной степени определяется адекватностью и разнообразием используемых средств обучения. В педагогическом словаре под средствами обучения традиционно понимают «материальные объекты и предметы духовной культуры, предназначенные для организации и осуществления педагогического процесса и выполняющие функции развития учащихся; предметная поддержка педагогического процесса, а также разнообразная деятельность, в которую включаются обучающиеся: труд, игра, учение, общение, познание» [18].

Для целенаправленного выбора средств, способствующих развитию пространственного мышления обучающихся 5–6 классов, необходима их научно обоснованная классификация. В контексте нашего исследования наиболее продуктивной и соответствующей современным требованиям цифровой трансформации образования представляется классификация, предложенная М.Ю. Бухаркиной и Н.В. Никуличевой. Данная классификация учитывает как традиционные, так и современные информационные средства и основана на типологических признаках происхождения и назначения [5].

Авторы выделяют пять основных групп средств обучения. Рассмотрим каждую из них применительно к задачам формирования пространственного мышления у младших подростков, учитывая их возрастные и психологические особенности, подробно описанные в параграфе 1.2.

Первая группа – натуральные объекты (оригиналы). К этой группе относятся реальные предметы и явления действительности: образцы геометрических тел (модели многогранников, цилиндры, конусы, шары), различные конструкторы (Lego, деревянные кубики и т.п.). Работа с

натуральными объектами позволяет обучающимся не только визуально воспринимать предметы, но и активно взаимодействовать с ними: осязать, вращать в руках, изменять их положение в пространстве, разбирать и собирать. Такой непосредственный чувственный опыт служит надежным фундаментом для возникновения и развития первичных топологических и проективных пространственных представлений. В исследованиях С.Г. Самедовой подчеркивается высокая эффективность конструирования из кубиков и блоков именно для обучающихся 5–6 классов, поскольку данные виды деятельности способствуют постепенному переходу от предметно-практических действий к мысленному оперированию пространственными образами [21].

Вторая группа – изображения и отображения материальных объектов (визуализация и моделирование). Эта группа включает модели, муляжи, таблицы, иллюстративные материалы, бумажные развертки, оригами, моделирование из пластилина или других материалов. Важным преимуществом данных средств является возможность не только наблюдения, но и выполнения реальных преобразований объектов: сгибания, разрезания, складывания, совмещения нескольких фигур в одну. Такие практические действия создают прочную основу для развития умений мысленного вращения, трансформации и проведения воображаемых сечений. Как отмечают Н.В. Коваленко и М.В. Иванова, визуализация учебной информации в структурированном виде значительно ускоряет процесс усвоения новых понятий и активно способствует развитию пространственного мышления обучающихся средней школы [9].

Третья группа – описания предметов и явлений объективной действительности условными средствами (вербализация и кодирование). К ней относятся текстовые таблицы, знаки, схемы, графики, диаграммы, планы, карты, учебные книги, раздаточные дидактические материалы и, прежде всего, задачи с чертежами. Работа с этой группой уже требует достаточно развитого пространственного воображения, поскольку ученик должен уметь

«декодировать» условное описание и мысленно воссоздавать соответствующий пространственный образ. М.Е. Чекулаева и А.С. Котова в своем исследовании убедительно показывают эффективность системы прикладных задач, сочетающих элементы планиметрии и стереометрии. Такие задачи позволяют уже в 5–6 классах формировать умение изображать геометрические фигуры в пространстве и подготавливают учащихся к полноценному изучению стереометрии [27].

Четвертая группа – технические средства обучения (ТСО). Это различные устройства и аппаратура (проекционная техника, тренажеры), помогающие учителю обеспечивать учащихся информацией, управлять процессами запоминания, понимания и контроля результатов обучения. Хотя традиционные ТСО постепенно интегрируются с цифровыми технологиями, они продолжают играть важную вспомогательную роль.

Пятая группа – информационные системы. Это наиболее динамично развивающаяся и перспективная группа средств в условиях цифровой трансформации образования. Она включает электронные образовательные ресурсы, виртуальные среды, интерактивные геометрические платформы и другие средства ИКТ. Отличительной особенностью этой группы является высокая интегративность: одно и то же средство может сочетать в себе свойства всех предыдущих групп [5].

Анализ возрастных и психологических особенностей обучающихся 5–6 классов показал, что современным подросткам характерно клиповое мышление, быстрая утомляемость, сниженная способность к длительной концентрации внимания и высокая потребность в интерактивности и визуальной динамике. Традиционные статичные средства обучения (чертежи на доске, текстовые задачи без динамики) в этих условиях часто не вызывают устойчивого познавательного интереса и недостаточно эффективно способствуют развитию операций мысленного оперирования пространственными образами.

В этой связи особое значение приобретают именно интерактивные образовательные среды, которые становятся своеобразной «палочкой-выручалочкой» в формировании пространственного мышления обучающихся, начиная уже с 5 класса. Благодаря возможностям динамического взаимодействия с трехмерными моделями, мгновенной обратной связи и высокой визуальной привлекательности, эти средства позволяют в полной мере реализовать ключевые операции пространственного мышления: мысленное вращение объектов, их трансформацию, изменение точки зрения (ракурса) и проведение воображаемых сечений.

К числу таких высокоэффективных интерактивных сред мы относим, прежде всего, GeoGebra – динамическую математическую систему, которая позволяет работать с геометрическими объектами в двумерном и трехмерном пространстве. В исследованиях А.И. Никляева и Л.М. Бронниковой подчеркивается, что использование GeoGebra на уроках геометрии значительно повышает уровень развития пространственного мышления школьников за счет возможности в реальном времени манипулировать фигурами, наблюдать изменения и самостоятельно экспериментировать [15].

Аналогичные выводы содержатся в работе К.И. Быковой, Е.А. Кузьмичевой и соавторов, которые убедительно демонстрируют преимущества 3D-моделирования для формирования как аналитического, так и пространственного мышления. Авторы выделяют четкую последовательность формирования: от предметно-практических действий с реальными моделями к созданию пространственного представления, оперированию им и, наконец, к методам изображения объектов. Цифровые инструменты позволяют значительно ускорить и углубить этот процесс [6].

Дополнительные возможности открывает интегрированный подход, предложенный К.М. Торогельдиевой и Г.Т. Жумановой. Использование задач, описывающих реальные жизненные ситуации, в сочетании с интерактивными

средами помогает учащимся осознать практическую значимость геометрии и повысить мотивацию к обучению [24].

Таким образом, проведенный теоретический обзор существующих исследований в области методики формирования пространственного мышления показывает, что наиболее эффективным является комплексное сочетание традиционных и современных цифровых средств. Традиционные средства (натуральные модели, графические задания, прикладные задачи) закладывают прочный фундамент чувственного опыта и базовых пространственных представлений. Современные информационные системы и, в первую очередь, интерактивные геометрические среды типа GeoGebra обеспечивают высокий уровень мотивации, интерактивности и позволяют целенаправленно и эффективно развивать все компоненты пространственного мышления уже с 5 класса.

В рамках данного дипломного исследования приоритет отдается именно информационным системам и интерактивным средам. Они в наибольшей степени соответствуют возрастным и психологическим особенностям обучающихся 5–6 классов, преодолевают ограничения клипового мышления, обеспечивают высокую мотивацию и создают оптимальные условия для полноценного формирования пространственного мышления как важнейшей основы успешного освоения геометрии, других естественно-математических дисциплин и будущей профессиональной деятельности.

Выводы по главе 1

В первой главе на основе анализа психолого-педагогической и методической литературы раскрыто понятие «пространственное мышление», которое определено как специфический вид умственной деятельности, обеспечивающий создание пространственных образов и активное оперирование ими (мысленное вращение, трансформация, изменение ракурса,

свёртывание и развёртывание) при решении теоретических и практических задач. Описана структура пространственного мышления, включающая три вида представлений (топологические, проективные и метрические) и комплекс умственных действий, лежащих в основе оперирования пространственными образами. Рассмотрены возрастные и психологические особенности обучающихся 5–6 классов (11–12 лет), обоснован сенситивный характер данного периода для развития образного мышления, а также выявлены трудности, связанные с клиповым мышлением и быстрой утомляемостью современных подростков. Проведена классификация средств формирования пространственного мышления, показана необходимость сочетания традиционных (физические модели, бумажные развёртки, графические задания) и цифровых средств, в первую очередь интерактивной среды GeoGebra, которая обеспечивает динамичность, наглядность и возможность целенаправленного развития всех компонентов пространственного мышления. Таким образом, теоретический анализ подтвердил, что интеграция наглядной геометрии и 3D-моделирования является эффективным подходом к формированию пространственного мышления в 5–6 классах и служит основой для дальнейшей методической разработки.

Глава 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ СРЕДСТВАМИ НАГЛЯДНОЙ ГЕОМЕТРИИ И 3D- МОДЕЛИРОВАНИЯ

2.1 Проектирование серии уроков в среде GeoGebra, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся

Формирование пространственного мышления обучающихся 5–6 классов является одной из приоритетных задач современного математического образования. Как было показано в первой главе, пространственное мышление представляет собой специфический вид мыслительной деятельности, основанный на создании пространственных образов и оперировании ими: отражении величины, формы, взаимного расположения объектов, а также их частей. Успешность формирования данного вида мышления определяется систематичностью, последовательностью и учётом возрастных особенностей обучающихся.

В соответствии с действующим Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования обучение должно строиться как активная деятельность самого обучающегося, то есть на основе системно-деятельностного подхода. В контексте настоящего исследования это означает, что обучающийся не пассивно созерцает чертежи или модели, а выполняет предметно-практические действия: вращает фигуру, собирает её развёртку, строит модель – и лишь затем переходит к мысленному оперированию образами. Урок должен предусматривать этапы самостоятельного поиска, экспериментирования и рефлексии. Именно поэтому непрерывность является одним из важнейших условий: сформировать пространственное мышление за один или два урока невозможно – необходима система последовательно выстроенных учебных ситуаций.

Эффективное формирование пространственного мышления невозможно без поэтапного освоения обучающимися комплекса умственных действий с пространственными образами. В соответствии с этим разработанная нами серия уроков построена в логике следования трех этапов.

На первом этапе (предметно-практическом) обучающиеся знакомятся с реальными предметами и их объёмными моделями: кубами, параллелепипедами, шарами, цилиндрами, конусами, пирамидами. Обучающиеся выполняют практические действия: берут фигуру в руки, вращают, перемещают в пространстве, совмещают, накладывают, разбирают и собирают. Такой непосредственный чувственный опыт создаёт необходимую основу для формирования топологических и проективных пространственных представлений, без которых дальнейшая работа с абстрактными образами невозможна.

После того как у обучающихся накоплен первичный опыт взаимодействия с реальными объектами, *на втором этапе (цифровое моделирование)* вводятся средства 3D-моделирования – в частности, динамическая математическая среда GeoGebra. На текущем этапе обучающиеся осваивают построение трёхмерных моделей геометрических тел, их вращение и масштабирование, а также используют инструменты цифровой среды, которые недоступны при работе с физическими объектами, – например, мгновенное получение развёртки, анимацию вращения и визуализацию изменения объёма в зависимости от параметров. Это целенаправленно развивает навыки мысленного вращения, трансформации и манипулирования пространственными образами.

Третий этап – предполагает перенос сформированного пространственного образа на плоскость: учащийся учится изображать объёмные фигуры в трёх проекциях (спереди, сверху, сбоку) и составлять чертежи развёрток. На этом этапе GeoGebra выступает как средство самопроверки: сначала ученик выполняет построение в тетради

самостоятельно, а затем сверяет свой результат с моделью в программе, получая моментальную обратную связь. Именно такая последовательность имеет принципиальное значение – самостоятельная проба до проверки запускает рефлексивные механизмы и уменьшает зависимость от внешней подсказки.

Следует особо отметить, что границы между этапами не являются жёсткими. При необходимости учитель может возвращаться к физическим моделям, чтобы уточнить образ, или, наоборот, подключать GeoGebra уже на начальном этапе в качестве дополнительного средства наблюдения. Гибкость данной системы обеспечивается тем, что каждый последующий этап не отменяет предыдущий, а надстраивается над ним (табл. 2).

Таблица 2. Этапы построения серии уроков и формируемые компоненты пространственного мышления

Этап	Основные компоненты пространственного мышления	Умственные действия
1. Предметно-практический	Топологические и проективные представления	Мысленное вращение и перемещение, идентификация, изменение ракурса
2. Цифровое моделирование	Проективные и метрические представления	Мысленное вращение и перемещение, изменение ракурса, трансформация, свёртывание/развёртывание
3. Графический и рефлексивный	Метрические представления и рефлексия	Перевод пространственного образа на плоскость, изменение ракурса, трансформация

Проектирование серии уроков, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся 5-6 классов, осуществляется на основе совокупности педагогических принципов.

Принцип поэтапного усложнения. Содержание и задания должны быть выстроены в логике перехода от простого к сложному: от топологических представлений – к проективным, от проективных – к метрическим; от предметного действия с реальным объектом – к мысленному оперированию образом и, наконец, к его графическому воспроизведению.

Принцип наглядности и динамики. Статичный чертёж или рисунок в учебнике недостаточен для формирования полноценного пространственного образа у обучающихся 5 класса. Приоритет отдаётся интерактивным и анимированным визуальным средствам: динамическим моделям в GeoGebra, анимации развёртки, возможности вращения тела в режиме реального времени.

Принцип деятельностного участия. В соответствии с системно-деятельностным подходом обучающийся на каждом уроке выступает активным субъектом учебной деятельности, а не пассивным наблюдателем. Это означает, что каждый урок включает задания, в которых ученик самостоятельно совершает действие: вращает, строит, измеряет, предсказывает и проверяет. Восприятие готового образца не является достаточным условием формирования умственной операции – необходимо собственное действие обучающегося с объектом.

Принцип интеграции традиционных и цифровых средств. Физические модели и GeoGebra используются на уроке не как взаимозаменяемые, а как взаимодополняющие средства. Физическая модель обеспечивает тактильный и кинестетический опыт, необходимый на первом этапе. GeoGebra предоставляет возможности, недостижимые с физическим объектом: мгновенную анимацию, точное измерение, смену параметров. Совместное использование обоих средств – например, на уроке «Развёртка: от бумаги к экрану» – позволяет обучающемуся установить содержательную связь между реальным объектом и его цифровой моделью.

Принцип рефлексии и обратной связи. Формирование пространственного мышления требует не только выполнения действий, но и их осмысления. Поэтому на уроке GeoGebra намеренно используется как инструмент самопроверки, а не только как средство построения: обучающийся сначала самостоятельно выполняет графическое задание, и лишь затем сверяет результат с моделью в программе. Такой порядок формирует способность к

самоконтролю, снижает страх ошибки и создаёт условия для осознанной коррекции собственных действий.

На основе сформулированных принципов была разработана серия из пяти уроков для обучающихся 5 класса. Хотя проблема формирования пространственного мышления актуальна для всех ступеней основного общего образования, уроки спроектированы именно для 5 класса как пропедевтический фундамент: именно в этом возрасте обучающиеся впервые систематически встречаются с объёмными геометрическими телами, и именно здесь закладываются базовые умственные операции, на которых будет строиться вся дальнейшая работа с пространственными образами – вплоть до курса стереометрии в старшей школе.

При отборе тем уроков учитывались три критерия. Во-первых, соответствие содержанию программы 5 класса по ФГОС: все темы уроков входят в обязательный учебный материал и не выходят за пределы программных требований. Во-вторых, направленность на конкретные умственные действия, входящие в структуру пространственного мышления: мысленное вращение, свёртывание и развёртывание, изменение точки ракурса, метрические представления. В-третьих, логика нарастания сложности: каждый последующий урок опирается на опыт, накопленный на предыдущем, и требует более высокого уровня мысленного оперирования образом.

Общая структура разработанной серии уроков представлена в таблице 3.

Таблица 3. Структура серии уроков

№	Тема урока	Этап	Формируемые умственные действия	Средства обучения
1	Геометрические тела вокруг нас	1. Предметно-практический	Идентификация, мысленное вращение и перемещение, изменение точки ракурса	Физические модели геометрических тел, конструктор

2	Строим и вращаем куб в GeoGebra	2. Цифровое моделирование	Мысленное вращение и перемещение, изменение ракурса, трансформация	GeoGebra
3	Развёртка: от бумаги к экрану	2. Цифровое моделирование	Свёртывание и развёртывание, трансформация пространственного образа	Бумажные развёртки, GeoGebra
4	Объём прямоугольного параллелепипеда	2. Цифровое моделирование	Мысленное вращение и перемещение пространственного образа, трансформация пространственного образа	GeoGebra, кубики со стороной 1
5	Три проекции. Итоговый проект	3. Графический и рефлексивный	Перевод пространственного образа на плоскость, изменение точки ракурса, трансформация	Чертёжные инструменты, GeoGebra

Логика серии уроков выстроена таким образом, что первый урок создаёт чувственную основу – обучающиеся впервые систематически работают с объёмными телами руками, накапливая опыт, который будет востребован на всех последующих уроках. Уроки 2, 3 и 4 составляют единый блок цифрового моделирования: обучающиеся переходят от физического объекта к его динамической модели в GeoGebra, последовательно осваивая вращение тела, операцию развёртывания и метрические характеристики. При этом урок 3 занимает особое место: именно здесь физическая и цифровая модели впервые используются совместно, что позволяет обучающемуся установить содержательную связь между реальным объектом и его виртуальным аналогом. Завершающий урок 5 требует от обучающегося перевода накопленного пространственного опыта в графическую форму и одновременно служит итоговой точкой всей серии.

Задания являются центральным элементом любого урока, направленного на формирование мыслительной деятельности. В контексте настоящего исследования под заданием понимается не просто учебное упражнение, требующее воспроизведения знания, а специально сконструированная учебная ситуация, в которой обучающийся вынужден совершить конкретную умственную операцию с пространственным образом. Именно поэтому отбор и конструирование заданий для каждого урока серии осуществлялись не произвольно, а на основе двух взаимосвязанных критериев.

Первый критерий – целевое умственное действие: каждое задание направлено на формирование или закрепление одного из умственных действий. Второй критерий – соответствие ведущему средству этапа: задания этапа 1 строятся вокруг физического действия с реальным объектом, задания этапа 2 – вокруг работы с динамической моделью в GeoGebra, задания этапа 3 – вокруг самостоятельного графического построения с последующей самопроверкой. Пересечение этих двух критериев даёт матрицу, в соответствии с которой выстроена типология заданий серии.

Опишем задания для проектируемой серии уроков в 5 классе.

Предметно-манипулятивные задания составляют основу первого урока серии и отличаются тем, что обучающийся работает непосредственно с реальным физическим объектом: берёт его в руки, вращает, перемещает, совмещает с другими объектами, разбирает и собирает. Необходимость начинать именно с этого типа заданий обусловлена положениями И. Я. Якиманской: пространственный образ не возникает из ничего – он всегда опирается на реальный чувственный опыт взаимодействия с объектом. Попытка, минуя этот этап сразу перейти к работе с чертежом или даже с цифровой моделью, лишает обучающегося необходимой сенсорной основы и ведёт к формальному, поверхностному усвоению материала.

В разработанной в настоящем исследовании серии уроков выделяются следующие виды предметно-манипулятивных заданий:

1. Задания на идентификацию – обучающийся определяет геометрическое тело по его внешним признакам (форма граней, их количество, наличие или отсутствие оснований), в том числе на ощупь, без опоры на зрение. Этот вид заданий целенаправленно развивает способность выделять существенные пространственные признаки объекта.

2. Задания на классификацию – обучающийся самостоятельно разбивает набор моделей на группы по выбранному или заданному основанию: по числу граней, по форме основания, по наличию кривых поверхностей. Классификация требует не просто восприятия объекта, но сравнения нескольких объектов между собой, что является более высокой умственной операцией.

3. Задания на манипуляцию – обучающийся выполняет с физической моделью конкретное пространственное действие и фиксирует его результат. Ключевое отличие от заданий на идентификацию состоит в том, что объект изменяет своё положение в пространстве, и обучающийся должен проследить это изменение.

4. Задания на сравнение – обучающийся сопоставляет два или несколько объектов, выявляя их сходство и различие по заданному пространственному признаку. Такие задания подготавливают переход к проективным представлениям: умению видеть один и тот же объект по-разному в зависимости от точки наблюдения.

Пример задания (Урок 1). *Возьми модель куба. Поверни её так, чтобы ты видел ровно три грани одновременно. Зарисуй то, что видишь. Теперь поверни иначе – зарисуй снова. Сравни два рисунка: что изменилось, что осталось неизменным?*

Данное задание относится к виду «манипуляция с фиксацией результата» и целенаправленно формирует операцию изменения точки ракурса: обучающийся убеждается на собственном опыте, что один и тот же объект выглядит по-разному в зависимости от угла наблюдения. Этот опыт

станет непосредственной опорой для урока 5, где обучающийся будет строить три проекции одного тела.

Задания с цифровой моделью в среде GeoGebra. Переход к цифровой модели не является заменой физического объекта: он становится возможным именно потому, что на первом этапе у обучающегося уже сформирован первичный чувственный образ геометрического тела. GeoGebra расширяет возможности работы с этим образом: позволяет мгновенно изменить ракурс, запустить анимацию развёртки, изменить параметры тела и наблюдать, как при этом меняются его характеристики – всё это недостижимо при работе с физической моделью.

В проектируемой серии уроков нами включены следующие виды заданий с цифровой моделью:

1. Задания на построение модели – обучающийся самостоятельно строит трёхмерную модель геометрического тела в GeoGebra по заданным параметрам. Этот вид заданий требует не только знания инструментов среды, но и умения перевести словесное или числовое описание объекта в его пространственный образ.

2. Задания на исследование зависимостей – обучающийся изменяет один параметр модели (например, длину ребра) и наблюдает, как при этом изменяется другая характеристика (объём, площадь поверхности). Такие задания формируют метрические представления не через заучивание формулы, а через самостоятельно обнаруженную закономерность.

3. Задания на предсказание и проверку – обучающийся сначала формулирует предположение о том, как будет выглядеть тело или его развёртка при определённых условиях, фиксирует его письменно, а затем проверяет с помощью GeoGebra. Этот вид заданий принципиально важен: именно расхождение между предсказанием и реальным результатом создаёт познавательный конфликт, побуждающий обучающегося уточнять и перестраивать свой пространственный образ.

4. Задания на сравнение физической и цифровой модели – обучающийся выполняет одно и то же действие сначала с реальным объектом, затем с его цифровой моделью и сопоставляет результаты. Этот вид заданий характерен для урока 3 и обеспечивает содержательную связь между этапами 1 и 2.

Пример задания (Урок 3). Возьми бумажную заготовку развёртки куба. Не складывая, попробуй предсказать: какая грань окажется напротив верхней после сборки? Запиши ответ. Теперь сложи развёртку и проверь. После этого открой GeoGebra и запусти анимацию развёртки – совпал ли результат с твоим предсказанием? Если нет – попробуй объяснить, где именно ошибся твой образ.

Данное задание последовательно запускает три умственных действия: трансформацию образа (предсказание положения грани), свёртывание и развёртывание (физическая сборка) и мысленное вращение (сравнение с анимацией в GeoGebra). Финальный вопрос «где именно ошибся твой образ» переводит задание в рефлексивный регистр, формируя у обучающегося привычку анализировать собственные пространственные представления.

Пример задания (Урок 4). В GeoGebra построй прямоугольный параллелепипед со сторонами 3, 2 и 4. Заполни его кубиками со стороной 1. Сколько кубиков вошло в один слой? Сколько слоёв получилось? Запиши наблюдение в виде формулы. Проверь её для параллелепипеда со сторонами 2, 2 и 5.

Задание строит формулу объёма не дедуктивно – от определения к применению – а индуктивно: через обнаружение закономерности в результате собственного исследования. Это соответствует принципу деятельностного участия и обеспечивает осмысленное, а не механическое усвоение метрических представлений.

Графические задания с самопроверкой требуют от обучающегося перевода пространственного образа на плоскость: выполнения чертежа, построения проекций, изображения развёртки. Принципиальная особенность

этого типа заданий состоит в двухшаговой структуре: сначала обучающийся выполняет построение самостоятельно, без какой-либо подсказки, и лишь затем сверяет результат с моделью в GeoGebra. Этот порядок не может быть изменён на обратный: если обучающийся сначала видит правильный ответ в программе, а затем воспроизводит его на бумаге, задание превращается в копирование и перестаёт формировать умственную операцию.

В серии уроков выделяются следующие виды графических заданий:

1. Задания на построение проекций – обучающийся рисует вид геометрического тела спереди, сверху и сбоку, соблюдая пропорции и проставляя размеры. Этот вид заданий является вершиной серии: он требует одновременного удержания в уме нескольких видов одного объекта и умения «переключаться» между ними.

2. Задания на восстановление тела по проекциям – обратная задача: по трём готовым проекциям обучающийся определяет, какое тело они описывают, и называет его. Такие задания развивают способность к синтезу пространственного образа из частичных плоскостных представлений.

3. Задания на чертёж развёртки – обучающийся выполняет чертёж развёртки геометрического тела с заданными размерами, соблюдая точность построения. В отличие от аналогичных заданий этапа 2, здесь нет анимации как подсказки: образ развёртки должен быть сформирован самостоятельно.

4. Проектные задания – обучающийся получает описание объекта и должен самостоятельно его описать словесно, построить в GeoGebra и начертить в трёх проекциях. Этот вид заданий является синтетическим: он объединяет умственные операции всех трёх этапов и служит итоговой точкой серии.

Пример задания (Урок 5). Тебе дан прямоугольный параллелепипед со сторонами 4, 3 и 2. Нарисуй в тетради три его проекции: вид спереди, вид сверху и вид сбоку. Подпиши размеры на каждом виде. Затем построй этот параллелепипед в GeoGebra и сравни свои проекции с видами, которые

показывает программа. Если есть расхождение – найди, в каком виде допущена ошибка, и исправь её.

Задание одновременно формирует операцию перевода образа на плоскость и операцию самоконтроля. Финальный шаг – самостоятельный поиск и исправление ошибки, а не просто её констатация – принципиален: именно он переводит самопроверку из формальной процедуры в подлинную рефлексию собственного пространственного образа.

Таким образом, представленная типология заданий серии уроков обеспечивает последовательную реализацию всего комплекса умственных действий с пространственными образами: от первичного восприятия реального объекта через динамическое моделирование к самостоятельному графическому воспроизведению и рефлексии. Каждый тип заданий работает в связке с остальными, создавая единую систему учебных ситуаций, в которой обучающийся последовательно продвигается от предметного действия к мысленному оперированию пространственным образом.

Описанные выше принципы проектирования, структура серии уроков, типология заданий представляют собой методическое обоснование разработанной серии уроков. Полные технологические карты всех пяти уроков с подробным описанием хода каждого занятия, заданий для обучающихся и ожидаемых ответов представлены в Приложении Б. Также серия уроков была апробирована в МБОУ «Козульская СОШ № 2 имени Д.К. Квитовича». п.г.т. Козулька, Козульский район, Красноярский край. В апробации участвовали 5б и 5а класс, имеется экспертная оценка по результатам апробации (Приложение Б). По материалам выпускной квалификационной работы имеется научная статья [2].

2.2. Методические рекомендации по формированию пространственного мышления обучающихся средствами наглядной геометрии и 3D-моделирования

Перед тем как приступить к реализации серии уроков, учителю необходимо заблаговременно убедиться в готовности как технической базы, так и дидактического сопровождения. Недостаточная подготовка на этом этапе способна существенно снизить эффективность даже методически грамотно выстроенных уроков: если обучающийся тратит время урока на установку программы или поиск нужного инструмента, учебная ситуация, требующая активной умственной работы с пространственным образом, разрушается.

Для работы с GeoGebra достаточно любого устройства с доступом к браузеру – стационарного компьютера, ноутбука или планшета. Оптимальным вариантом является браузерная версия GeoGebra 3D Calculator (geogebra.org/3d), не требующая установки и доступная без регистрации. Если в школе доступен компьютерный класс с установленной версией GeoGebra, это также приемлемо, однако следует заранее убедиться, что версия программы поддерживает трёхмерную геометрию. На устройствах необходимо заблаговременно проверить стабильность интернет-соединения. Для уроков 1 и 3, где используются физические модели и бумажные развёртки, дополнительно потребуются: набор объёмных геометрических тел (куб, параллелепипед, цилиндр, конус, пирамида) – по одному комплекту на парту, а также заготовки бумажных развёрток куба и прямоугольного параллелепипеда, распечатанные заранее.

До начала реализации серии уроков учителю рекомендуется самостоятельно выполнить все задания каждого урока в GeoGebra. Это позволяет выявить возможные технические затруднения и заранее подготовить ответы на типичные вопросы обучающихся. Особого внимания требует урок 3. Анимация развёртки в GeoGebra настраивается через ползунок, и учитель должен уметь быстро восстановить её, если обучающийся случайно сбил параметры. Также рекомендуется подготовить демонстрационный файл GeoGebra для каждого урока – готовую сцену с

построенной моделью, которую учитель открывает на проекторе в нужный момент урока. Это исключает потерю времени на построение модели «с нуля» при фронтальной демонстрации.

Если урок проводится в обычном кабинете математики с принесёнными ноутбуками или планшетами, необходимо предусмотреть, чтобы устройства не закрывали учителю обзор работы обучающихся. На уроках 1 и 3, где сначала выполняется предметно-практическое задание, а лишь затем открывается GeoGebra, устройства рекомендуется держать закрытыми до момента перехода ко второй части урока – это простой, но важный приём управления вниманием, исключающий преждевременный переход к цифровой модели.

Вопрос о том, когда и каким образом вводить GeoGebra в учебный процесс, является одним из ключевых при реализации серии. Преждевременное знакомство с программой – до того как у обучающихся сложился первичный чувственный образ геометрических тел – лишает цифровую модель её дидактической функции: она превращается в самоцель, а не в инструмент углубления пространственного образа. Именно поэтому в разработанной серии знакомство с GeoGebra происходит не на первом, а на втором уроке – после того как обучающиеся получили опыт непосредственной работы с физическими моделями.

Первое знакомство с интерфейсом GeoGebra происходит в начале урока 2 («Строим и вращаем куб в GeoGebra») и занимает не более 10–12 минут. Важно, что это знакомство является не вводной лекцией об инструментах программы, а немедленным включением в учебную задачу: учитель открывает GeoGebra на проекторе, показывает три конкретных действия – как открыть 3D-вид, как построить куб, как вращать модель мышью – и предлагает обучающимся сразу повторить эти действия на своих устройствах. Обучающиеся значительно лучше усваивают интерфейс через немедленное действие, чем через предварительное объяснение.

Минимальный набор навыков для работы. Для выполнения заданий обучающимся не требуется глубокое знание GeoGebra – достаточно освоить узкий, строго ограниченный набор операций. На уроке 2 это вращение модели мышью и построение куба через инструмент «Многогранник». На уроке 3 добавляется работа с ползунком для анимации развёртки. На уроке 4 – изменение параметров тела через ввод числовых значений. Принципиально важно не расширять этот набор сверх необходимого: избыточное знакомство с функциями программы рассеивает внимание обучающихся и смещает фокус с пространственной задачи на освоение интерфейса. Если кто-то из обучающихся начинает исследовать программу «за пределами» задания – это сигнал для учителя вернуть его к конкретному вопросу задачи.

В классе могут оказаться обучающиеся, уже знакомые с GeoGebra или другими аналогичными средами. Для них этап знакомства не должен превращаться в ожидание. Таким ученикам можно сразу предложить дополнительный вопрос-исследование: например, попробовать самостоятельно найти, как изменить длину ребра куба, и зафиксировать, что при этом происходит с его объёмом. Это удерживает их в рамках учебной задачи и одновременно подготавливает материал для урока 4.

Задачи в GeoGebra занимают центральное место в серии уроков и требуют особого методического внимания при организации. Ключевая опасность состоит в том, что внешне активная работа обучающегося с программой – вращение модели, изменение параметров, запуск анимации – может не сопровождаться реальной умственной работой с пространственным образом. Обучающийся делает что-то в программе, но не совершает той умственной операции, ради которой задача была сконструирована. Чтобы этого не происходило, учитель должен удерживать внимание не на технической стороне работы, а на дидактической: что именно обучающийся должен сделать в уме до того, как откроет программу, во время работы с ней и после.

Центральным методическим приёмом при работе с задачами в GeoGebra является обязательное письменное предсказание результата до обращения к программе. Этот принцип последовательно реализован во всех заданиях серии второго и третьего этапов и является не дополнительным элементом, а необходимым условием формирования умственной операции.

Механизм работает следующим образом. Перед тем как обучающийся открывает GeoGebra или запускает анимацию, он формулирует и записывает в тетради ответ на конкретный вопрос: как будет выглядеть развёртка, какая грань окажется напротив верхней, как изменится объём при увеличении ребра. Именно этот момент – когда обучающийся вынужден построить ответ на основе собственного пространственного образа, без какой-либо внешней опоры – и является подлинной учебной ситуацией. GeoGebra на этом этапе должна быть закрыта или отложена в сторону.

Практическая организация этого приёма требует от учителя последовательности и настойчивости, особенно на первых уроках серии. Обучающиеся, привыкшие к тому, что правильный ответ всегда можно найти немедленно, нередко сопротивляются необходимости «угадывать» заранее. Учителю важно объяснить, что ошибочное предсказание – это не провал, а учебная информация: именно расхождение между собственным образом и реальным результатом показывает, какая часть пространственного представления требует уточнения. Если все обучающиеся угадали правильно с первого раза – это, как правило, сигнал не о высоком уровне пространственного мышления, а о том, что задание оказалось слишком простым или обучающиеся уже видели ответ.

При выполнении заданий в GeoGebra обучающиеся закономерно сталкиваются с рядом типичных затруднений технического характера, которые учитель должен предвидеть и уметь быстро устранять, не превращая их в остановку всего урока.

Наиболее частая ошибка при построении объемных тел в GeoGebra заключается в построении их в плоскости вместо трехмерного пространства. Это происходит, когда используются инструменты планиметрии вместо инструментов модуля 3D-calculator. Учителю следует заранее продемонстрировать, где он находится и как его включить. На 3 уроке стоит уделить внимание настройке ползунка анимации развертке. Обучающийся может его случайно удалить, сбить диапазон. Результатом станет некорректно работающая или вовсе не отсутствующая анимация. Учителю рекомендуется сделать резервный файл, который потом можно будет быстро отправить обучающемуся через флешку, локальную сеть или иным способом.

На 4 уроке, где обучающиеся исследуют объёмы, стоит обратить внимание на то, как вводятся числовые значения. В браузерной версии GeoGebra используется точка как разделитель дробной части вместо запятой. Это может вызвать путаницу при заполнении значений. Стоит обговорить этот момент заранее, чтобы обучающиеся не теряли времени на поиск причины ошибки.

Интерактивность GeoGebra, которая является её главным дидактическим достоинством, одновременно создаёт характерный риск: обучающийся начинает вращать модель, менять параметры и наблюдать за изменениями не ради ответа на учебный вопрос, а просто потому, что это визуально привлекательно. Такой «игровой» режим работы внешне выглядит как активная деятельность, однако не приводит к формированию умственной операции.

Наиболее эффективным способом предотвратить подобное является формулировка конкретного вопроса непосредственно перед открытием программы. Учитель произносит вслух или выводит на экран один чёткий вопрос – например: «Что произойдёт с объёмом параллелепипеда, если удвоить только одно ребро?» – и просит обучающихся держать этот вопрос в голове в течение всей работы с программой. Хорошей практикой является

также требование устно сформулировать наблюдение сразу после работы с моделью, не закрывая программу: «Что ты только что увидел? Скажи одним предложением». Это переключает обучающегося из режима наблюдения в режим осмысления.

Дополнительным инструментом управления вниманием служит ограничение времени на работу с программой. Если обучающийся знает, что на исследование модели отведено, например, пять минут, он с большей вероятностью будет работать целенаправленно, а не исследовать интерфейс. При этом ограничение не должно быть жёстким до такой степени, чтобы создавать тревогу: его следует обозначить как ориентир, а не как дедлайн.

Переход между этапами для обучающегося не должен быть просто сменой инструмента, он должен быть содержательным. Учитель должен сам обозначить момент перехода и его причину. Не просто «теперь открываем компьютер», а пояснение о том, что в классе работали с реальной моделью куба, но есть возможность посмотреть ее и в качестве 3D модель, проверить можем ли мы сделать аналогичные действия, и посмотреть какие-то новые действия в моделью. Такой подход удерживает связь между этапами и позволяет воспринимать Geogebra как активность связанную с прошлым опытом

На уроках, где использует как GeoGebra, так и реальная модель последовательность действий выглядит следующим образом: сперва обучающийся выполняет действие с настоящим кубиком, формулирует предсказание, как будет выглядеть 3D модель и только после открывает GeoGebra для самопроверки. Последовательность действий не должна нарушаться в угоду экономии времени. Именно разрыв между этим опытом дает необходимое пространство для умственной работы

Урок 3 («Развёртка: от бумаги к экрану») занимает в серии особое место, поскольку является единственным уроком, где физическая и цифровая модели

используются не последовательно, а в прямом сопоставлении. Методическая организация этого урока требует особой тщательности.

Урок строится в три шага. На первом шаге обучающийся получает бумажную заготовку развёртки и работает с ней руками: рассматривает, определяет, какие грани будут смежными после сборки, формулирует предсказание о взаимном расположении граней в готовом теле. На втором шаге он складывает развёртку и проверяет гипотезу физически. На третьем шаге открывает GeoGebra и запускает анимацию развёртки, наблюдая тот же процесс в цифровой среде. Финальный вопрос урока обращён именно к сопоставлению двух опытов: «Что ты увидел в GeoGebra такого, чего не мог увидеть, держа бумагу в руках?» Этот вопрос важен: он помогает обучающемуся осознать не просто факт различия между средствами, но и дидактическую ценность каждого из них.

Учителю следует строго соблюдать порядок шагов и не допускать, чтобы обучающиеся открывали GeoGebra до завершения работы с бумажной развёрткой. На практике это требует организационного усилия: устройства должны быть закрыты в течение первых двух шагов урока, а переход к третьему шагу должен происходить одновременно для всего класса по сигналу учителя.

Несмотря на то, что уроки 2, 3 и 4 относятся к этапу цифрового моделирования, учитель должен быть готов в любой момент вернуться к физической модели, если обнаруживает, что пространственный образ у части обучающихся не сложился. Признаками этого служат характерные затруднения: обучающийся не может предсказать, как будет выглядеть тело при повороте на 90 градусов, путает вид сверху и вид сбоку, не понимает, почему развёртка куба выглядит именно так, а не иначе. В этих случаях работа с GeoGebra не поможет – программа покажет правильный ответ, но не создаст отсутствующий образ. Учителю следует остановить работу с программой, взять физическую модель и предложить обучающемуся выполнить с ней

конкретное действие: повернуть куб так, чтобы смотреть на него сверху, и зарисовать то, что видно. Только после того, как образ восстановлен через физическое действие, имеет смысл возвращаться к цифровой модели.

На уроках второго этапа учитель, как правило, сначала демонстрирует работу с моделью на проекторе, а затем обучающиеся повторяют действия на своих устройствах. Здесь важно соблюдать одно правило: демонстрация учителя должна заканчиваться до того, как обучающиеся приступают к самостоятельной работе. Совмещение – когда учитель продолжает что-то показывать на проекторе, а обучающиеся одновременно пытаются работать на своих устройствах – неизбежно ведёт к тому, что часть класса смотрит на экран учителя, а не работает самостоятельно, и учебная ситуация разрушается. Оптимальная структура: показ учителя – устройства открываются – самостоятельная работа – устройства закрываются – обсуждение результатов.

Самопроверка и рефлексия в разработанной серии уроков не являются дополнительным или факультативным элементом – они составляют дидактическое ядро третьего этапа и присутствуют в той или иной форме на каждом уроке серии. Это принципиальная позиция, вытекающая из понимания природы пространственного мышления: умственная операция формируется не в момент выполнения действия, а в момент его осмысления. Обучающийся, который вращал куб, складывал развёртку и строил проекции, но ни разу не остановился, чтобы проанализировать собственный образ и сравнить его с результатом, получает лишь моторный опыт – но не развивает пространственное мышление в его полном смысле.

Центральным инструментом рефлексии в серии уроков является двухшаговая самопроверка. Первый шаг – самостоятельное выполнение задания без какой-либо опоры на программу. Обучающийся строит проекции в тетради, чертит развёртку или формулирует предсказание письменно. Второй шаг – сверка с моделью в GeoGebra и анализ расхождений. Принципиально важно, что второй шаг не является просто проверкой

правильности ответа: его цель – локализовать расхождение между собственным образом и реальным результатом. Поэтому вопрос, который учитель ставит перед вторым шагом, должен звучать не «правильно ли ты сделал», а «в каком именно месте твой рисунок отличается от того, что показывает программа, и почему».

Наиболее распространённая ошибка при организации самопроверки состоит в нарушении порядка шагов. Если обучающийся сначала видит модель в GeoGebra, а затем воспроизводит её в тетради, задание превращается в копирование: умственная операция не совершается, поскольку образ уже дан в готовом виде. Учителю необходимо строго следить за тем, чтобы устройства оставались закрытыми до завершения первого шага. На уроке 5 это особенно важно, поскольку соблазн «подсмотреть» в программе перед построением проекций велик, а внешне результат выглядит одинаково независимо от того, был ли образ построен самостоятельно или скопирован с экрана.

Отношение к ошибке является одним из ключевых методических аспектов. Обучающиеся нередко болезненно реагируют на различие между предсказанием и реальным результатом. Особенно это заметно в классах, в которых принята так называемая культура оценивания, где ошибка воспринимается, как неудача. Задача учителя последовательно сформировать иное отношение. Отличие прогноза от реальной модели не ошибка, а информация о том, какой компонент пространственного образа требует дальнейшей проработки

На практике учитель не должен реагировать словами не правильно или не угадал. Вместо этого он задает уточняющий вопрос, направленный на устранение расхождения: «Взгляни на свой рисунок и на модель. Какая грань у тебя начерчена не так? Как думаешь, почему ты ее так увидел и изобразил?»

Такие вопросы переводят внимание с оценки результат, на анализ собственного образа, что и будет настоящей рефлексией

Отдельное внимание стоит уделить ситуации, когда прогноз совпал с результатом, но при этом сам ответ был получен случайно, без реального мысленного построения образа. Такое может произойти в случае, если обучающийся действовал методом исключения или просто угадывал. Помимо пооперационной самопроверки в ходе выполнения заданий, каждый урок серии завершается коротким рефлексивным этапом продолжительностью 3–5 минут. Его цель – не подведение итогов в формальном смысле, а фиксация обучающимся собственного продвижения: что именно стало понятнее, где образ по-прежнему остаётся нечётким, какое действие далось труднее всего.

Для организации этого этапа рекомендуется использовать одну из следующих форм. Первая – устный круговой опрос по одному вопросу: «Назови одну вещь, которую ты сегодня увидел иначе, чем видел раньше». Вторая – короткая письменная запись в тетради: «Сегодня я понял... / Мне по-прежнему непонятно...». Третья форма особенно уместна на уроке 5 как итоге всей серии: обучающийся получает лист с изображением геометрического тела и должен написать, какие три действия он совершил бы мысленно, чтобы построить его проекции. Это задание диагностирует не только сформированность конкретной умственной операции, но и осознанность способа работы с пространственным образом в целом.

Важно, что рефлексивный этап не должен превращаться в повторное объяснение материала учителем. Его субъектом является обучающийся, а не учитель: именно ученик формулирует, что произошло с его образом в ходе урока. Роль учителя на этом этапе сводится к тому, чтобы задать вопрос и выслушать ответы, при необходимости уточняя, но не оценивая и не исправляя.

Выводы по главе 2

Во второй главе представлены результаты проектирования и методической реализации серии уроков, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся 5 классов. Разработана структура серии из пяти уроков, построенная по принципу поэтапного усложнения: от предметно-практического этапа (работа с реальными моделями) через этап цифрового моделирования (GeoGebra) к графическому и рефлексивному этапу (построение проекций, чертежей, самопроверка). Для каждого этапа сконструированы целевые задания: предметно-манипулятивные, задания с цифровой моделью и графические задания с самопроверкой, каждое из которых направлено на формирование конкретного умственного действия. Разработаны методические рекомендации по организации уроков, включающие техническую подготовку, порядок введения GeoGebra, обязательное письменное предсказание результата, самопроверку и рефлексивный этап. Представлены технологические карты всех пяти уроков с подробным описанием хода занятия. Разработанные материалы могут быть непосредственно использованы в практике учителей математики, позволяют преодолеть разрыв между планиметрией и пропедевтикой стереометрии и способствуют развитию пространственного мышления как основы для успешного освоения геометрии и естественно-научных дисциплин. Таким образом, во второй главе полностью решены поставленные задачи: спроектирована и методически обеспечена серия уроков, разработаны практические рекомендации, что подтверждает достижение цели исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проблема формирования пространственного мышления обучающихся 5-6 классов является актуальной в условиях цифровизации образования и возрастающих требований к специалистам STEM-направлений. Цель

настоящего исследования заключалась в разработке и апробации серии уроков, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся средствами наглядной геометрии и 3D-моделирования. В процессе исследования цель и выделенные задачи были достигнуты, подтвердилась гипотеза о том, что интеграция традиционных и цифровых средств является эффективным подходом к развитию пространственного мышления.

Проанализирована психолого-педагогическая и методическая литература по теме исследования. Пространственное мышление определено как специфический вид умственной деятельности, обеспечивающий создание пространственных образов и активное оперирование ими (мысленное вращение, трансформация, изменение ракурса, свёртывание и развёртывание). Выявлена трёхуровневая структура пространственных представлений (топологические, проективные и метрические) и комплекс умственных действий, лежащих в основе оперирования образами. Обоснован сенситивный характер возраста 11-12 лет для развития образного мышления.

Выявлены основные принципы использования средств наглядной геометрии и 3D-моделирования. Обоснована необходимость интеграции традиционных средств (физические модели, бумажные развёртки, графические задания) и цифровых инструментов, в первую очередь динамической среды GeoGebra, которая обеспечивает динамичность, наглядность и возможность целенаправленного развития всех компонентов пространственного мышления. Выделены принципы проектирования: поэтапного усложнения, наглядности и динамики, деятельностного участия, интеграции средств, рефлексии и обратной связи.

Разработана серия из пяти уроков для 5 класса, построенная по принципу поэтапного усложнения: от предметно-практического этапа (работа с реальными моделями) через этап цифрового моделирования (GeoGebra) к графическому и рефлексивному этапу (построение проекций, чертежей,

самопроверка). Для каждого этапа сконструированы целевые задания: предметно-манипулятивные, задания с цифровой моделью и графические задания с самопроверкой. Составлены подробные технологические карты всех уроков.

Проведена апробация разработанной серии уроков в МБОУ «Козульская СОШ № 2 имени Д.К. Квитовича» (Красноярский край), получена положительная экспертная оценка. По материалам исследования опубликована научная статья.

Библиографический список

1. Аверин В. А. Психология развития человека: рождение и жизнь. Санкт-Петербург: СпецЛит, 2021. 432 с.
2. Атласов В.А. Формирование пространственного мышления обучающихся 5–6 классов средствами наглядной геометрии и 3D-моделирования // Эвристика и дидактика математики : материалы XV Международной научно-практической интернет-конференции молодых ученых, аспирантов и студентов. Донецк, 2026. С. 190–192.
3. Божович Л. И. Личность и ее формирование в детском возрасте. М. : Питер, 2021. 398 с.
4. Бордачев В. А., Кустов А. В. Важность развития пространственного мышления // Решетневские чтения : материалы XXVII Международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева : в 2 ч. Красноярск, 08–10 ноября 2023 года. Красноярск : Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева, 2023. С. 693–695.
5. Бухаркина М. Ю., Никуличева Н. В. Классификация средств обучения с учетом информационных систем // Современное технологическое образование: проблемы и решения : материалы V Международной научно-практической интернет-конференции, Москва, 15 февраля 2022 года. Москва : Принтика, 2022. С. 10–26.
6. Быкова К. И., Кузьмичева Е. А., Попова Д. Е., Шахбазян Я. А. Формирование аналитического и пространственного мышления посредством 3D моделирования // Международный научно-исследовательский журнал. 2022. № 6-4(120). С. 15–17.

7. Гулынина Е. В., Шмыгов М. Д. Теоретико-методологические основы формирования пространственного мышления у обучающихся 5–6 классов на уроках математики // Дневник науки. 2024. № 1(85).
8. Данилова Л. Н. Психолого-педагогический портрет поколения Альфа // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. № 4.
9. Коваленко Н. В., Иванова М. В. Роль визуализации в развитии пространственного мышления обучающихся средней школы // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2022. № 1(55). С. 82–89.
10. Колесникова А. С. Архитектура многополярного мира в XXI веке: экология, экономика, геополитика, культура и образование // Архитектура многополярного мира в XXI веке: экология, экономика, геополитика, культура и образование : материалы конференции, Биробиджан, 30 апреля 2024 года / Приамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема. Биробиджан : ИЦ ПГУ им. Шолом-Алейхема, 2024.
11. Кошелева И. В. Формирование пространственного мышления учащихся основной школы с использованием трехмерной графики // Наука и образование: актуальные вопросы теории и практики : материалы Международной научно-методической конференции, Оренбург, 23 марта 2021 года / Оренбургский институт путей сообщения. Оренбург : Оренбургский институт путей сообщения – филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Самарский государственный университет путей сообщения», 2021. С. 880–882.
12. Магомедханов У. Ш., Мугадова С. Т., Сельмурзаева М. Р. Развитие пространственного мышления младших школьников в процессе

- обучения // Мир науки, культуры, образования. 2023. № 2(99). С. 289–292.
13. Мухаметзянова Ф. Г., Степанова К. И. Размышления о новых поколениях обучающихся и особенности поколения Альфа в глобальном образовании // Глобальная экономика и образование. 2021. № 2.
14. Никляев А. И., Бронникова Л. М. Информационно-коммуникационные технологии как средство формирования пространственного мышления школьников // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. 2021. № 4(52). С. 107–110.
15. Обухова Л. Ф. Возрастная психология : учебник для вузов. Москва : Юрайт, 2026. 411 с.
16. Ожегов С. И. Толковый словарь русского языка / под ред. Л. И. Скворцова. 28-е изд., перераб. Москва : АСТ : Мир и образование, 2023. 1375 с.
17. Педагогический словарь / авт.-сост. И. П. Андриади, С. Ю. Темина. Москва : ИНФРА-М, 2026. 224 с.
18. Протасевич Н. В., Чернышева Е. М., Черемных Е. Л. Программа Geogebra как инструмент развития пространственного мышления школьников // Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах : материалы Всероссийской научно-практической конференции студентов математических факультетов, Пермь, 06 апреля 2021 года. Вып. 14. Пермь : Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2021. С. 93–94.
19. Сагитова Ш. Г. Дидактические основы развития пространственных представлений школьников при обучении курса математики в 5–6 классах // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2024. № 5-3(92). С. 197–200.

20. Самедова С. Г. Развитие пространственного мышления на уроках математики в 5–6 классах // Инновационная наука. 2025. № 5-2. С. 211–212.
21. Складорова Т. В., Носкова Н. В. Общая, возрастная и педагогическая психология : учебник и практикум для среднего профессионального образования / под общ. ред. Т. В. Складоровой. Москва : Юрайт, 2026. 235 с.
22. Смирнова А. А., Шуванов И. Б. Общая психология: мышление и речь : учебное пособие. Москва : ФЛИНТА, 2021. 64 с.
23. Торогельдиева К. М., Жуманова Г. Т. Интегрированный подход к развитию и формированию пространственного мышления на уроках геометрии // Вестник ОГУПП. 2024. № 1(4). С. 61–66.
24. Усольцев А. П. Принципы развития мышления. Екатеринбург : Уральский государственный педагогический университет, 2023. 220 с.
25. Философский словарь / Российская академия наук, Институт философии РАН ; под ред. А. А. Гусейнова, Ю. Н. Солодухина ; науч. ред.-сост. П. П. Апрышко [и др.]. 10-е изд., дораб. и доп. Москва : Мир философии : Алгоритм, 2024. 974, с.
26. Чекулаева М. Е., Котова А. С. Прикладные задачи – одно из средств развития пространственного мышления учащихся // Наука и образование сегодня. 2022. № 4(73).
27. Шахбазян Я. А., Петросян Г. Г. Проблема пространственного мышления школьников // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики : сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 07–09 декабря 2020 года / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет». Воронеж : Научно-исследовательские публикации, 2021. С. 1587–1590.

- 28.Швечкова С. Н. Исследование психологической адаптации пятиклассников к новым условиям обучения // Инновационная наука. 2021. № 8-1. С. 86–88.
- 29.Шлегель Е. В. Поколение «Альфа»: в поисках типических черт // Вестник Гуманитарного университета. 2023. № 4(43). С. 84–90.
- 30.Якиманская И. С. Развитие пространственного мышления школьников. Москва : Педагогика, 1980. 240 с.

**Экспертная оценка на методическую разработку студента института
математики, физики и информатики
КГПУ им. В.П. Астафьева
Атласова Вячеслава Александровича**

Созданная Атласовым Вячеславом Александровичем серия уроков, направленная на формирование пространственного мышления обучающихся 5–6 классов средствами наглядной геометрии и 3D-моделирования, представляет собой комплексный подход к развитию пространственного мышления. Практическая часть исследования включает задания на моделирование пространственных объектов с использованием доступной среды 3D-моделирования Geogebra и технологические карты уроков с использованием методов, приёмов работы, средств 3D.

Новизна методической разработки заключается в интеграции традиционных средств наглядной геометрии с цифровыми инструментами 3D-моделирования, что позволяет обучающимся 5–6 классов перейти от плоских образов к объёмным, осознанно оперировать пространственными отношениями и развивать способность к мысленному вращению, трансформации и визуализации объектов.

Материал серии уроков изложен последовательно, с учётом возрастных особенностей обучающихся: от простых манипуляций с реальными моделями (кубы, пирамиды, параллелепипеды) до создания простейших 3D-моделей и решения задач на пространственное воображение. Использование среды 3D-моделирования GeoGebra в совокупности с традиционными средствами наглядной геометрии способствует повышению познавательного интереса и снижению трудностей при переходе к систематическому курсу геометрии в старших классах.

Разработанная серия уроков была апробирована в 5 классе МБОУ «Козульская СОШ №2 имени Д. К. Квитовича» п.г.т. Козулька в течение четвертой четверти 2025–2026 учебного года. Результаты показали повышение мотивации обучающихся к изучению пространственных фигур, ускорение развития пространственного мышления, проявляющееся в улучшении визуализации, манипулировании геометрическими образами и росте познавательной активности.

Данная серия уроков может быть рекомендована учителям математики, как ценный ресурс для эффективного формирования пространственного мышления обучающихся 5–6 классов.

Михайлова О.С. Иванов
ФИО подпись

«6» мал 2026 г.

Серия уроков

Технологическая карта урока 1

Общая информация		
Тема урока:	Геометрические тела вокруг нас	
Тип урока:	Открытие нового знания	
УМК (автор, класс, год)	Математика 5 класс. Учебник - Виленкин Н.Я. Жохов В.И., Чесноков А. И. 2023	
Цель урока:	Создать условия для формирования наглядных представлений о пространственных фигурах	
Задачи урока:	Образовательные: Способствовать формированию умений определять геометрические тела, показывать и называть элементы многогранника Развивающие: Развивать пространственное мышление, зрительную память, сознательное восприятие материала Воспитательные: Создать условия для формирования интереса к геометрии.	
Планируемые результаты		
Предметные УУД	Личностные УУД	Метапредметные УУД
Пр1 - распознаёт и называет геометрические тела (куб, параллелепипед, шар, цилиндр, конус, пирамида). Пр2 - называет и показывает элементы многогранника: грань, ребро, вершину. Пр3 - классифицирует тела по выбранному признаку	Л1 - познавательный интерес к пространственным формам. Л2 - осознание связи геометрии с реальными объектами. Л3 - признание своего права на ошибку	Познавательные: П1 - выделять существенные признаки объекта; П2 - устанавливать основание для классификации; П3 - выдвигать и проверять предположения. Регулятивные:

		Р1 - принимать и удерживать учебную задачу; Р2 - фиксировать результат в тетради; Р3 - сравнивать результат с эталоном. Коммуникативные: К1 - формулировать и отстаивать точку зрения; К2 - сопоставлять свою позицию с позицией одноклассника	
Элементы содержания урока			
Основное содержание урока (что изучаем?)	Наглядные представления о пространственных фигурах: параллелепипед, куб, многогранники, тела вращения. Элементы многогранника: грань, ребро, вершина. Классификация тел по признаку поверхности		
Основные термины и понятия (новые)	Геометрическое тело, многогранник, грань, ребро, вершина, тела вращения		
Организация пространства урока (учебно-методическое обеспечение урока)			
Методы обучения	Проблемно-исследовательский		
Средства обучения	Набор объёмных геометрических тел (куб, параллелепипед, цилиндр, конус, пирамида, шар) тетрадь, доска,		
Межпредметные связи	Формы организации работы	Ресурсы	Оборудование и ПО
Изобразительное искусство; технология; окружающий мир	Ф-фронтальная И-индивидуальная Г-групповая	Оборудованный кабинет для уроков математики	-

План урока:

1.	Мотивация
----	-----------

2.	Фиксирование индивидуального затруднения
3.	Выявление места и причины затруднения
4.	Построение проекта выхода из затруднения
5.	Реализация построенного проекта
6.	Первичное закрепление
7.	Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону
8.	Включение в систему знаний и повторение
9.	Рефлексия

Ход урока

Методы и формы обучения	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Доска	Средства обучения, ресурсы	Формы контроля. Способы оценки	Формируемые УУД
Этап 1:Мотивация Цель этапа: Создать благоприятный психологический настрой на работу						

Ф	Здравствуйте, ребята! Давайте начнем с того, что просто посмотрим вокруг. (Учитель демонстрирует три предмета: коробку, теннисный мяч и жестяную банку). Посмотрите на эти три предмета. Они совершенно разные по назначению: в коробку что-то кладут, мячом играют, в банку наливают газировку. Но я прошу вас найти то, что их объединяет. 30 секунд на размышление в парах. Обсудите. Замечательно! Математики называют такие объекты одним словом - геометрические тела. Запишите тему урока в тетрадь: «Геометрические тела вокруг нас». А теперь представьте, что вам нужно описать эту коробку или этот мяч своему другу по телефону, чтобы он понял, что это за предмет, но не видел его. Какие слова вам	Обсуждают в парах, высказывают версии: «объёмные», «занимают место в пространстве», «не плоские» Записывают тему «Геометрические тела вокруг нас», Нужно сказать, на что похоже (на кирпич, на круг). Сказать, есть ли углы или нет.	Предположения обучающихся	-	-	K1 K2
---	--	---	---------------------------	---	---	-------

	для этого понадобятся? Что нужно описать в первую очередь? (Учитель фиксирует версии на доске: «форма», «цвет», «размер», «сколько углов»).					
Этап 2: Фиксирование индивидуального затруднения Цель этапа: организовать пробное действие и зафиксировать индивидуальное затруднение						
И	Сейчас каждый из вас получит одно геометрическое тело. (Учитель раздает вразбивку: кому-то куб, кому-то конус, кому-то цилиндр и т.д.). Ваше задание письменно, на листочке, описать это тело так, чтобы ваш сосед по парте, не видя его, догадался, что у вас в руках. Постарайтесь быть точными. У вас 3 минуты. (Учитель наблюдает, как дети ощупывают предметы и записывают фразы).	Высказывают предположения («форму», «размер», «сколько углов») «У меня предмет похож на ведро». «Он круглый, как мяч». «Похож на коробку, только вытянутый». «У него есть острый нос и круглый низ» (про конус). «Он гладкий, без углов».	-	Модели геометрических тел	Взаимопроверка в парах	ПР1 ПР2

Этап 3: Выявление места и причины затруднения						
Цель этапа: организовать анализ ситуации и осознание того, какого знания недостаточно						
Ф	А теперь повернитесь к соседу. Зачитайте свои описания вслух. Попробуйте угадать, что за тело у соседа. Удалось ли это сделать легко? (Дается 1 минута на обмен). Поднимите руку, у кого сосед угадал тело с первого раза? (Обычно мало рук). А кто не угадал или сомневался? Давайте разберемся. Почему возникла сложность? Что было непонятно в описаниях? Значит, проблема возникла на этапе подбора слов. У нас есть предмет (тело), мы его видим и чувствуем, но нам не хватает специальных математических терминов, чтобы точно описать его «скелет», его строение	Я сказал «круглый», а это может быть и шар, и цилиндр, и конус. Я написал «похож на коробку», но коробки бывают разные. У меня нет точных слов, чтобы сказать про эти части (показывает на ребро куба пальцем). Я не знаю, как назвать этот стык (угол)	-	Модели геометрических тел	-	К1 к2
Этап 4: Построение проекта выхода из затруднения						
Цель этапа: поставить цель, способ и средство выхода из затруднения						
Ф	Какую цель мы поставим? Верно. Цель: узнать точные научные слова для частей	Узнать правильные названия частей этих фигур.	Цель урока Название элементов многогранника	-	-	

	тела. Математика наука точная. Мы поступим как настоящие исследователи. Мы будем изучать самую правильную фигуру КУБ. Почему куб? Посмотрите на него. Что в нем особенного? Именно. С него проще всего начать. Мы будем отвечать на три вопроса по порядку: Как называются плоские «стенки» куба? Как называются линии их стыка? Как называются точки стыка этих линий? Работаем в группах. У каждой группы на столе куб. Готовы? Поехали!	Все стороны одинаковые, ровные. Он симметричный.				
Этап 5: Реализация построенного проекта Цель этапа: построить новый способ действий и применить его для решения исходной задачи						
Г Ф	Итак, первое задание группе. Возьмите куб, проведите пальцем по всем его плоским поверхностям. Сосчитайте их.	Я насчитал 6 сторон! Да, ровно 6. Назовем их	Ответы обучающихся Грани – это...	Модель куба	-	ПР2ПР

	И придумайте свое название для этих плоских частей. Можете писать любое слово, которое, на ваш взгляд, подходит. Время - 2 минуты. Итак, сколько? (Ответ хором: 6). Какие варианты названий вы придумали? (Учитель записывает 2-3 варианта на доску) В математике за этими «стенками» закреплено слово, похожее на слово «граница» или «край». Запомните: плоская поверхность многогранника называется ГРАНЬ. Исправьте в своих записях: пишем «Грань это плоская поверхность». У куба их 6. (Учитель чертит куб на доске и подписывает одну грань). Идем дальше. Посмотрите внимательно: грани соприкасаются друг с другом по линиям. Проведите пальцем по этим линиям. Это	«стенки», «пластинки», «плоскости», «боковушки».	Количество – Ребро – это... Количество – Вершина – это... Количество...			
--	--	---	--	--	--	--

	куба? (6). Линия стыка? (Ребро). Сколько? (12). Точка стыка? (Вершина). Сколько? (8).					
Этап 6: Первичное закрепление						
Цель этапа: усвоить новый способ действия при решении типовых заданий						
И Ф	— Мы открыли новые слова. Теперь давайте проверим, помогли ли они нам. — Возьмите то тело, которое вы описывали в начале урока (этап 2). Теперь, используя слова «грань», «ребро», «вершина», опишите это тело заново. — Если у вашего тела нет граней, как у шара, так и напишите: «граней нет» или «поверхность кривая». Работаем. — А теперь снова прочитайте описание соседу. Сможете ли вы теперь угадать тело? (Дети зачитывают: «У меня тело, у которого 6 граней, 12 ребер и 8 вершин», «У меня тело — 1 грань круглая, вершина одна, ребер нет» — про конус).	Дети пишут новое описание		-	Взаимопроверка в парах	ПР2 ПР3

	— У кого возникла проблема с подсчетом? Почему? (Тела вращения). — Отлично. Мы видим, что не у всех тел есть ребра и вершины. Оказывается, тела разные.					
Этап 7: Самостоятельная работа Цель этапа: интериоризация нового способа действия, самопроверка по эталону, ситуация успеха						
И Ф	Сейчас каждый получит новое тело (Учитель раздает, например, параллелепипед или треугольную пирамиду). Ваша задача тихо, про себя, посчитать количество граней, ребер и вершин у этой фигуры и записать цифры в тетрадь в столбик: Г=..., Р=..., В=... Никому не показываем. Работаем самостоятельно. (Учитель ждет 2 минуты). А теперь я открываю эталон на доске (таблица с правильными цифрами для всех тел). Сравните свои записи с эталоном. У кого все совпало? Поднимите руку. У кого не совпало не страшно.	Дети выполняют задание			самопроверка по эталону	ПР2 ПР 3 ПР1

	Найдите свою ошибку: может, вы забыли посчитать грань сзади? Пересчитайте сейчас, глядя на эталон.					
Этап 8: Включение в систему знаний и умений. Цель этапа: интериоризация нового способа действия, самопроверка по эталону, ситуация успеха						
Г Ф И	У вас на столах целый набор тел. Сейчас задание для групп посложнее. Разложите все тела из набора (куб, цилиндр, шар, пирамида, параллелепипед, конус) на две группы по какому-то признаку. Признак вы придумываете сами. Запишите в тетради, по какому принципу вы их разделили. (Группы работают 3 минуты). Прекрасно! Математики тоже разделили эти тела. Посмотрите на доску: Те тела, у которых все грани плоские (много углов) называются МНОГОГРАННИКАМИ (куб, параллелепипед, пирамида). Те тела, у которых есть кривые поверхности, называются ТЕЛАМИ	Мы разделили так: те, у которых есть углы (вершины), и те, у которых углов нет. А мы разделили на те, где все поверхности плоские (из бумаги), и где есть круглые или кривые поверхности.		-	Взаимопроверка групп	ПР2 ПР1 ПР 3

ВРАЩЕНИЯ (шар, цилиндр, конус). Запишите эти два новых слова. А теперь последняя задача на сегодня. Возьмите куб. Поставьте его перед собой. Поверните его так, чтобы вы видели ровно три грани (как будто смотрите на угол комнаты). Зарисуйте этот вид в тетради. А теперь возьмите куб, поднимите его над головой и посмотрите на него сверху. Зарисуйте этот вид. Сравните два рисунка. Что изменилось в теле? Что осталось неизменным Молодцы! Это важный вывод: как бы мы ни повернули тело, его свойства не меняются. Мы просто видим его по-разному. Это нам пригодится на следующем уроке, когда мы будем чертить эти тела в тетради.	На первом рисунке видно три грани, а на втором — только одна (или две). Но само тело не изменилось. Количество граней, ребер, вершин осталось тем же. 6, 12, 8. Изменился только мой взгляд (ракурс).				
Этап 9:Рефлексия					

Цель этапа: самооценка результатов деятельности, осознание метода и границ применения нового знания						
И Ф	Давайте подведем итог. Откройте свой самый первый листочек, где вы описывали тело в начале урока. Теперь откройте второе описание (этап 6). Сравните их. Что стало другим? Чего у вас не было в первом тексте, но появилось во втором? Закончите, пожалуйста, фразу, записав ее в тетради: «Сегодня я увидел(а) пространство по-новому, потому что...» (Учитель дает 1 минуту на запись). Кто хочет прочитать? (Заслушивает 2-3 человека). Откройте дневники. Домашнее задание не в тетради, а в жизни. Найдите дома 3 предмета, которые похожи на изученные тела. Опишите их в тетради,	Появились точные слова: грань, ребро, вершина. Раньше я писал «похоже на», а теперь я точно знаю составные части. Потому что я теперь знаю, как называются части объемных тел. Потому что я могу описать форму математически, а не «на глаз». Потому что я понял, что одно и то же тело может выглядеть по-разному с разных сторон.		-		

	используя слова: грань, ребро, вершина. А если это тело вращения, напишите, почему у него нет граней.					
--	---	--	--	--	--	--

Технологическая карта урока 2

Общая информация		
Тема урока:		
Тип урока:	Открытие нового знания	
УМК (автор, класс, год)	Математика 5 класс. Учебник - Виленкин Н.Я. Жохов В.И., Чесноков А. И. и др. 2023г.	
Цели урока:	Создать условия для формирования знаний о признаках делимости на 3 и на 9, для отработки практических навыков их применения	
Задачи урока:	Образовательные: Научить строить куб в GeoGebra и выполнять его вращение для получения различных видов. Развивающие: Развивать операции мысленного вращения и изменения точки зрения на объект. Воспитательные: Воспитывать интерес к цифровым технологиям в геометрии, аккуратность при работе с программой.	
Планируемые результаты		
Предметные УУД	Личностные УУД	Метапредметные УУД
Пр1 - Строит куб в цифровой среде GeoGebra, выполнять его вращение и получать различные виды. Пр2 – Сравнивает изображение куба в GeoGebra с физической моделью.	Л1 - Проявлять интерес к цифровым инструментам изучения геометрии и осознавать их возможности для развития пространственного мышления.	Познавательные: П1 - Анализировать и сравнивать виды одной и той же фигуры при её вращении. Регулятивные:

		Р1 -Планировать последовательность действий в программе; Р2 - Осуществлять самоконтроль при построении и вращении модели. Коммуникативные: К1 — Обсуждать результаты работы в парах.	
Элементы содержания урока			
Основное содержание урока (что изучаем?)	Построение и вращение куба в GeoGebra.		
Основные термины и понятия (новые)	-		
Организация пространства урока (учебно-методическое обеспечение урока)			
Методы обучения	Проблемно-исследовательский		
Средства обучения			
Межпредметные связи	Формы организации работы	Ресурсы	Оборудование и ПО
	Ф-фронтальная И-индивидуальная Г-групповая	Оборудованный кабинет для уроков математики	Проектор, компьютеры,

План урока:

	Организационный этап
2	Мотивация учебной деятельности
3	Актуализация знаний
4	Проблематизация и целеполагание
5	Открытие новых знаний
6	Первичное закрепление
7	Рефлексия

Ход урока

Методы и формы обучения	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Доска	Средства обучения, ресурсы	Формируемые УУД
Этап 1: Организационный этап					
Цель этапа: Создать благоприятный психологический настрой на работу					
Ф	Приветствует, проверяет готовность	Настраиваются на урок.	-	-	П1
Этап 2: Мотивация учебной деятельности					
Цель этапа: Выработка на личностно-значимом уровне внутренней готовности выполнения нормативных требований учебной деятельности					

Ф	Показывает физический куб: «Как сделать так, чтобы куб можно было свободно крутить, красить грани и подписывать рёбра на экране?»	Высказывают идеи, проявляют интерес.		Модель куба	
Актуализация					
ф	Повторяет элементы куба (грани, рёбра, вершины).	Называют элементы куба.			Пр1 пр2
4. Проблематизация и целеполагание (4 мин)					
ф	«Как быстро поворачивать куб и работать с его частями на компьютере?» Помогает сформулировать цель.	Формулируют цель урока.			
Открытие новых знаний					
Ф И Г	Демонстрирует не больше 3 действий для одной задачи 1. Открыть GeoGebra 3D выбрать инструмент «Многогранник» построить куб.	Повторяют за учителем действия. Строят куб, вращают, красят грани разными цветами, подписывают несколько рёбер.		GeoGebra	Пр1 пр2 к1

	2. Вращать модель мышью (левая кнопка) менять точку зрения. 3. Выделить грань изменить цвет грани. 4. Выделить ребро добавить подпись нажать на показать подпись				
Первичное закрепление					
И Г	Даёт задания: «Поверни куб так, чтобы увидеть верхнюю грань спереди. Покрась 3 грани в разные цвета. Подпиши 4 ребра (например: верхнее переднее, нижнее левое и т.д.)».	Самостоятельно выполняют задания, вращают модель, красят и подписывают. В парах показывают и сравнивают свои модели.		GeoGebra	P2
Рефлексия					
И Ф	Задаёт вопросы: «Что нового ты сегодня научился делать? Как вращение в GeoGebra помогает лучше понимать куб? Что было сложно?»	Пишут короткую рефлексия: «Сегодня я научился...», «Мне помогло...».			P2

Технологическая карта урока 3

Общая информация		
Тема урока:	Развертка: от бумаги к экрану	
Тип урока:	Открытие нового знания	
УМК (автор, класс, год)	Математика 5 класс. Учебник - Виленкин Н.Я. Жохов В.И., Чесноков А. И. и др. 2023г.	
Цели урока:	Создать условия для формирования представлений о развёртке многогранников и операций свёртывания/развёртывания; развивать пространственное мышление.	
Задачи урока:	Образовательные: Познакомить с понятием «развёртка», научить предсказывать расположение граней и проверять гипотезы с помощью моделей.	
	Развивающие: Развивать пространственного мышления	
	Воспитательные: Воспитывать аккуратность, интерес к геометрии, навыки самоконтроля.	
Планируемые результаты		
Предметные УУД	Личностные УУД	Метапредметные УУД
Пр1 - Распознавать и изображать развёртки куба и прямоугольного параллелепипеда, выполнять операции свёртывания и развёртывания. Пр2 - Сравнить физическую модель и её цифровое представление (GeoGebra), находить соответствия между развёрткой и объёмным телом.	Л1 - Проявлять интерес к геометрическим моделям и цифровым инструментам; осознавать значение пространственного мышления для понимания окружающего мира.	Познавательные: П1 - Анализировать и сравнивать модели, выдвигать гипотезы о расположении граней и проверять их. Регулятивные: Р1 - Планировать последовательность действий (предсказать собрать проверить)

		Р2 - Осуществлять самоконтроль и коррекцию на основе сравнения с моделью. Коммуникативные: К1 - Взаимодействовать в парах при обсуждении предсказаний и результатов.	
Элементы содержания урока			
Основное содержание урока (что изучаем?)			
Основные термины и понятия (новые)			
Организация пространства урока (учебно-методическое обеспечение урока)			
Методы обучения	Проблемно-исследовательский		
Средства обучения			
Межпредметные связи	Формы организации работы	Ресурсы	Оборудование и ПО
	Ф-фронтальная И-индивидуальная Г-групповая	Оборудованный кабинет для уроков математики	Проектор, компьютер,GeoGebra

План урока:

	Организационный этап
2	Мотивация учебной деятельности
3	Актуализация знаний
4	Проблематизация и целеполагание

5	Открытие новых знаний
6	Первичное закрепление
7	Рефлексия

Ход урока

Методы и формы обучения	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Доска	Средства обучения, ресурсы	Формы контроля. Способы оценки	Формируемые УУД
Этап 1:Организационный этап						
Ф	Приветствует, проверяет готовность (тетради, ручки, устройства закрыты). Создаёт позитивный настрой.	Включаются в работу, проверяют готовность рабочих мест, настраиваются на урок.	-	-	-	
Этап 2:Мотивация учебной деятельности						
Ф	Показывает физический куб и его бумажную развёртку. Задаёт вопросы: «Как из плоского листа получить объёмное тело? Что	Высказывают предположения, делятся жизненными примерами (упаковки, чертежи),		Развертка, модель куба		Л1

	будет, если сложить эту фигуру? Почему важно уметь это делать?» Создаёт ситуацию интереса.	проявляют интерес к переходу «плоскость ↔ объём».				
3. Актуализация						
И	Повторяет свойства куба (грани, рёбра, вершины). Раздаёт заготовки развёрток куба. Предлагает индивидуально посмотреть на развёртку и предсказать, какая грань окажется напротив верхней после сборки.	Вспоминают свойства куба. Индивидуально изучают развёртку, письменно фиксируют предсказание (в тетради).		Развертка		Л1 пр1
4. Проблематизация и целеполагание						
Ф	Организует обсуждение: «У кого предсказания совпали/разошлись? Почему возникают затруднения? Что нужно, чтобы точно проверить?» Помогает сформулировать цель урока.	Обсуждают затруднения в парах, формулируют проблему («не всегда можем представить результат сборки») и цель («научиться работать с развёртками с помощью моделей»).				Р1
5. Открытие новых знаний						
Ф	Демонстрирует последовательность:	. Письменно предсказывают расположение граней.		GeoGebra Развертка куба		Пр1 пр 2

Ф И	Задаёт вопросы: «Что стало понятнее в твоём пространственном образе? Что дала цифровая модель по сравнению с бумажной? Где ещё сложно?» Организует короткую письменную рефлексию.	Письменно/устно отвечают: «Сегодня я понял...», «Мне помогло...», «По-прежнему сложно...». Оценивают своё продвижение.				
-----	---	--	--	--	--	--

Технологическая карта урока 4

Общая информация		
Тема урока:	Объём прямоугольного параллелепипеда	
Тип урока:	Открытие нового знания	
УМК (автор, класс, год)	Математика 5 класс. Учебник - Виленкин Н.Я. Жохов В.И., Чесноков А. И. и др. 2023г.	
Цели урока:	Создать условия для открытия формулы объёма прямоугольного параллелепипеда через самостоятельное исследование в GeoGebra; развивать метрические компоненты пространственного мышления.	
Задачи урока:	Образовательные: Вывести формулу объёма параллелепипеда Развивающие: Развивать операции мысленного преобразования, исследование зависимостей, прогнозирование результатов. Воспитательные: Воспитывать интерес к математическому моделированию, аккуратность фиксации результатов, ценность самостоятельного открытия.	
Планируемые результаты		
Предметные УУД	Личностные УУД	Метапредметные УУД
Пр1 - Вычислять объём куба и прямоугольного параллелепипеда по заданным измерениям, пользоваться единицами измерения объёма. Пр2 - Исследовать зависимость объёма от изменения параметров тела, выводить формулу	Л1 - Проявлять интерес к математическому моделированию реальных объектов; осознавать практическую значимость геометрических величин.	Познавательные: П1 - Выдвигать гипотезы, проводить наблюдения в цифровой среде, формулировать выводы и обобщения Регулятивные: Р1 - Планировать этапы исследования

		Р2 - Осуществлять самоконтроль через предсказание и проверку в GeoGebra Коммуникативные: К1 - Обсуждать результаты наблюдений и выводы в парах.	
Элементы содержания урока			
Основное содержание урока (что изучаем?)	Объем прямоугольного параллелепипеда		
Основные термины и понятия (новые)			
Организация пространства урока (учебно-методическое обеспечение урока)			
Методы обучения	Проблемно-исследовательский		
Средства обучения			
Межпредметные связи	Формы организации работы	Ресурсы	Оборудование и ПО
	Ф-фронтальная И-индивидуальная Г-групповая	Оборудованный кабинет для уроков математики	Проектор, компьютер, GeoGebra

План урока:

	Организационный этап
2	Мотивация учебной деятельности
3	Актуализация знаний

4	Проблематизация и целепологание
5	Открытие новых знаний
6	Первичное закрепление
7	Рефлексия

Ход урока

Методы и формы обучения	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Доска	Средства обучения, ресурсы	Формируемые УУД
Этап 1: Организационный этап					
Ф	Приветствует, проверяет готовность (тетради, ручки, устройства закрыты). Создает позитивный настрой.	Включаются в работу, проверяют готовность рабочих мест, настраиваются на урок.			Л1
Этап 2: Мотивация учебной деятельности					

Ф	Показывает физический параллелепипед. Задаёт вопросы: «Сколько кубиков с ребром 1 помещается внутри? Как это узнать без разборки?» Связывает с практическими примерами (комната, коробка).	Высказывают предположения, проявляют интерес к практическому применению.			
Этап 3: Актуализация знаний					
Ф	Повторяет свойства параллелепипеда. Предлагает индивидуально записать гипотезу об объёме параллелепипеда.	Письменно фиксируют предварительную гипотезу.			Л1
Этап 4 Проблематизация и целепологание					
	Организует обсуждение гипотез: «Почему сложно точно определить объём? Как можно проверить?» Помогает сформулировать цель урока.	Обсуждают в парах затруднения, формулируют цель: «Открыть формулу объёма через исследование в GeoGebra».		GeoGebra таблица наблюдений	Пр1
Этап 5 Открытие новых знаний					
	1. Демонстрирует построение параллелепипеда в GeoGebra. 2. Организует последовательность: предсказать изменить параметр наблюдать	1. Строят модель. 2. Письменно предсказывают изменение объёма. 3. Изменяют параметры (например, $3 \times 2 \times 4$), заполняют таблицу наблюдений. 4. Формулируют и проверяют формулу $V = a \cdot b \cdot c$.			Пр1 пр2 р1

	фиксировать. 3. Направляет на заполнение таблицы наблюдений. 4. Организует обобщение и вывод формулы.				
Этап 6 Первичное закрепление					
	Предлагает новые наборы размеров. Организует обсуждение в парах и решение задач на объём.	В парах проверяют формулу на новых примерах, решают типовые задачи.		GeoGebra,	K1 пр1 пр2
Этап 7 Рефлексия					
	Задаёт вопросы: «Как изменился твой пространственный образ объёма? Что дало моделирование? Что было самым сложным?» Организует письменную рефлексию.	Письменно/устно отвечают: «Сегодня я понял...», «Мне помогло...», «По-прежнему сложно...». Оценивают своё продвижение.			P1

Таблица наблюденийПараллелепипед с размерами $a \times b \times c$

№	Длина (a)	Ширина (b)	Высота (c)	Предсказанный объём (гипотеза)	Объём в GeoGebra	Вывод / Что заметил
1	3	2	4			
2	3	2	5			
3	6	2	4			
4	3	4	4			

Вопросы для заполнения таблицы (ученики отвечают письменно):

Как изменится объём, если увеличить только высоту в 2 раза?

Как изменится объём, если увеличить только длину в 2 раза?

Сформулируй общую формулу объёма.

Технологическая карта урока 5

Общая информация		
Тема урока:	Три проекции. Итоговый проект	
Тип урока:	Комбинированный урок	
УМК (автор, класс, год)	Математика 5 класс. Учебник - Виленкин Н.Я. Жохов В.И., Чесноков А. И. и др. 2023г.	
Цели урока:	Создать условия для формирования умения строить три проекции (вид спереди, сверху, сбоку) прямоугольного параллелепипеда; закрепить и интегрировать все компоненты пространственного мышления (мысленное вращение, трансформация, свёртывание/развёртывание, метрические представлени	
Задачи урока:	Образовательные: Научить строить три ортогональные проекции тела и проверять их с помощью 3D-модели.	
	Развивающие: Развивать переводить пространственный образ на плоскость и выполнять самоконтроль.	
	Воспитательные: Воспитывать аккуратность , ответственность за результат,	
Планируемые результаты		
Предметные УУД	Личностные УУД	Метапредметные УУД

Пр1 - Изображает прямоугольный параллелепипед на клетчатой бумаге; строить вид спереди, сверху, сбоку	Л1 - Проявлять интерес к математическому моделированию реальных объектов	Познавательные: П1 - Выполнять перевод пространственного образа на плоскость, анализировать и сравнивать различные виды одного объекта. Регулятивные: Р1 - Планировать последовательность построения проекций; Р2 - Осуществлять самоконтроль и коррекцию с помощью цифровой модели. Коммуникативные: К1 - Обсуждать результаты графических работ и ошибки в парах.	
Элементы содержания урока			
Основное содержание урока (что изучаем?)			
Основные термины и понятия (новые)			
Организация пространства урока (учебно-методическое обеспечение урока)			
Методы обучения	Проблемно-исследовательский		
Средства обучения			
Межпредметные связи	Формы организации работы	Ресурсы	Оборудование и ПО
	Ф-фронтальная И-индивидуальная Г-групповая	Оборудованный кабинет для уроков математики	Проектор, компьютер,

Ход урока

Методы и формы обучения	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Доска	Средства обучения, ресурсы	Формируемые УУД
Этап 1: Организационный этап					
Ф	Приветствует, проверяет готовность (тетради, ручки, устройства закрыты). Создаёт позитивный настрой.	Включаются в деловой ритм урока	-	-	Л1
Этап 2: Мотивация учебной деятельности					
Ф	Организует фронтальный опрос и индивидуальные задания: свойства параллелепипеда, объём, работа с развёрткой (предсказать грани).	Отвечают устно, выполняют индивидуальные задания: рассчитывают объём, предсказывают расположение граней по развёртке.			Пр1
Этап 3. Этап всесторонней проверки знаний					
Ф	Показывает физический параллелепипед. Задаёт: «Как показать это тело на плоском листе так, чтобы были видны все размеры? Что мы уже умеем (развёртка, объём)? Чего пока не хватает?»	Анализируют затруднения, вспоминают предыдущий материал, высказывают предположения.			Р2
4. Этап подготовки к активному сознательному усвоению нового материала (5–6 мин)					

Ф	Показывает физический параллелепипед. Задаёт: «Как показать это тело на плоском листе так, чтобы были видны все размеры? Что мы уже умеем (развёртка, объём)? Чего пока не хватает?»	Анализируют затруднения, вспоминают предыдущий материал, высказывают предположения.			П1
5. Этап усвоения новых знаний (главный, 12–15 мин)					
Ф И	1. Объясняет понятие проекций и показывает пример на доске. 2. Раздаёт задание (параллелепипед $4 \times 3 \times 2$) Тебе дан прямоугольный параллелепипед со сторонами 4, 3 и 2. Нарисуй в тетради три его проекции: вид спереди, вид сверху и вид сбоку. Подпиши размеры на каждом виде. Затем построй этот параллелепипед в GeoGebra и сравни свои проекции с видами, которые. 3. Организует порядок: сначала самостоятельный чертёж в тетради потом проверка в GeoGebra.	1. Самостоятельно строят три проекции в тетради. 2. Открывают GeoGebra, сравнивают свой чертёж с моделью. 3. Исправляют ошибки и фиксируют выводы		GeoGebra	Р1 Р2 РР1
6. Этап закрепления знаний (8–10 мин)					
И Г	Предлагает новое тело с другими размерами. Организует взаимопроверку и решение задач.	В парах обмениваются чертежами, проверяют друг друга, сверяют с GeoGebra, решают 1–2 задачи на построение проекций.			К1 Р2

7. Рефлексия					
Ф	Задаёт вопросы: «Что стало понятнее в твоём пространственном образе? Что дала цифровая модель по сравнению с бумажной? Где ещё сложно?» Организует короткую письменную рефлексию.	Письменно/устно отвечают: «Сегодня я понял...», «Мне помогло...», «По-прежнему сложно...». Оценивают своё продвижение.			

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Атласов Вячеслав Александрович

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Формирование пространственного мышления
обучающихся 5-6 классов средствами наглядной
геометрии и 3D-моделирования**

Направление подготовки:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы:

Математика и Информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шапшина

22.05.2026

(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. пед. наук, доцент Е.А. Аёшина

(дата, подпись)

Дата защиты

22.06.2026

Обучающийся

В.А. Атласов

(дата, подпись)

Оценка

хорошо

подписью

Красноярск 2026

