

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. Астафьева
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Факультет начальных классов
Кафедра теории и методики начального образования

Гигель Алина Андреевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**КОМПЛЕКС УПРАЖНЕНИЙ, НАПРАВЛЕННЫЙ НА ФОРМИРОВАНИЕ
УСТНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УМЕНИЙ
У ОБУЧАЮЩИХСЯ 3 КЛАССА**

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы

Начальное образование и русский язык

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой кандидат
педагогических наук, доцент

Басалаева М. В.

[подпись] подпись «3 июня 2026 г.

Руководитель: кандидат.

педагогических наук, доцент

Басалаева М. В.

Дата защиты «30 июня 2026 г.

Обучающийся: Гигель А. А.

[подпись] подпись «16 июня 2026 г.

Оценка: отлично

Красноярск
2026

Содержание

Введение.....	2
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УСТНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УМЕНИЙ В МЛАДШЕМ ШКОЛЬНОМ ВОЗРАСТЕ.....	6
§1.1 Сущность понятий «умение», «вычислительные умения», «рациональность», «устные вычисления».....	6
§1.2 Особенности формирования устных вычислительных умений в младшем школьном возрасте.....	15
§1.3. Методические особенности организации деятельности младших школьников в процессе формирования устных рациональных вычислительных умений.....	22
Выводы по главе 1.....	30
ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ АКТУАЛЬНОГО УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ УСТНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УМЕНИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 3 КЛАССА.....	32
§2.1. Диагностика уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений младших школьников.....	32
§2.2. Результаты исследования актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 класса.....	40
§2.3. Описание комплекса упражнений, направленного на совершенствование устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 класса.....	53
Выводы по главе 2.....	61
Заключение.....	64
Список использованной литературы.....	69
Приложение А.....	76
Приложение Б.....	78
Приложение В.....	80
Приложение Г.....	82
Приложение Д.....	84
Приложение Е.....	85

Введение

Устные вычисления являются основой для дальнейшей математической деятельности обучающихся. Мария Александровна Бантова отмечает, что «в первые годы обучения закладываются главные приёмы устных вычислений, которые включают в работу мыслительную деятельность, развивают память, речь, способность воспринимать на слух сказанное, повышают внимание и быстроту реакции»[23, с. 74].

Требование к формированию устных вычислительных умений закреплено в Федеральном государственном образовательном стандарте начального общего образования (ФГОС НОО). В документе указано, что предметные результаты по учебному предмету "Математика" предметной области "Математика и информатика" должны обеспечивать [1]:

п.2 - сформированность вычислительных навыков, умений выполнять устно арифметические действия с числами, ... , оценивать полученный результат по критериям: достоверность/реальность, соответствие правилу/алгоритму;

п.4 - развитие логического и алгоритмического мышления: ..., строить простейшие алгоритмы и использовать изученные алгоритмы (вычислений) в учебных ситуациях.

Рассмотрим описание контрольных измерительных материалов всероссийских проверочных работ (ВПР) в 4 классе, которые проводятся в целях «осуществления мониторинга уровня и качества подготовки обучающихся в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов и федеральных основных общеобразовательных программ» [2, с. 2]. В перечне проверяемых предметных результатов освоения основной образовательной программы начального общего образования, указано, что обучающийся должен «выполнять арифметические действия: сложение и вычитание в пределах 100 устно; умножение и деление в пределах 100 устно» [2, с. 6]. Во всероссийской проверочной работе на проверку владения обучающимися данными предметными результатами выделены два задания №1 и

№7. Таким образом, включение устных вычислительных умений в перечень проверяемых предметных результатов свидетельствует об их обязательности для освоения каждым выпускником начальной школы и о признании их значимости на государственном уровне. Поэтому целенаправленное формирование устных рациональных вычислительных умений являются неотъемлемой и актуальной задачей начального математического образования, обеспечивающей успешное прохождение обучающимися итоговой аттестации в конце обучения в начальной школе.

В статье М. В. Евтеевой «Проблема формирования у младших школьников навыка устных вычислений» отмечается, что «ежегодные школьные проверки результативности обучения математике в форме стартового контроля и промежуточных аттестаций по учебному предмету показывают снижение у учащихся уровня культуры устных вычислений» [19, с. 88]. Этот факт подтверждает **актуальность** нашего исследования и свидетельствует о том, что сложившаяся практика требует совершенствования организации учебного процесса для повышения качества устных вычислений.

Основываясь на мнениях таких исследователей и методистов как А.А. Клецкина, М.И. Моро, Н.Б. Истомина, С.А. Зайцева, С.Е. Царева и др., можно сделать вывод о том, что овладение навыками устных вычислений способствует формированию вычислительной культуры обучающихся, способности к точной и рациональной обработке математической информации, а также алгоритмизации мыслительной деятельности. Кроме этого, учёные подчеркивают важность комплексного подхода к формированию устных вычислительных умений, который включает как теоретические знания, так и практические навыки, а также необходимость учета индивидуальных особенностей учащихся для достижения наилучших результатов в обучении.

Одной из важных задач учителя является развитие у учащихся потребности активно мыслить, искать наиболее удобные и рациональные способы решений. Выбор рационального приема вычислений необходим для упрощения вычислительного процесса, экономии учебного времени,

предотвращения типичных ошибок и успешного освоения более сложных математических тем. Отсутствие сформированных вычислительных приёмов в начальной школе влечёт за собой накопление ошибок, снижение темпа вычислений и проблемы с преобразованием алгебраических выражений в среднем звене.

Цель исследования: на основе теоретического и опытно-экспериментального исследования выявить актуальный уровень сформированности устных рациональных вычислительных умений младших школьников и разработать комплекс упражнений, направленный на их формирование.

Объект исследования: процесс формирования вычислительных умений.

Предмет исследования: комплекс упражнений, направленный на формирование устных рациональных вычислительных умений у младших школьников.

Гипотеза: в процессе освоения начального курса математики у обучающихся 3 класса преимущественно на среднем уровне сформированы устные рациональные вычислительные умения, которые характеризуется критериями: правильность, осознанность, рациональность.

В соответствии с целью были определены следующие **задачи исследования:**

1. раскрыть сущность ключевых понятий исследования («умение», «вычислительные умения», «рациональность», «устные вычисления»);
2. выявить психолого-педагогические особенности формирования устных вычислительных умений у детей младшего школьного возраста;
3. охарактеризовать методические особенности организации деятельности младших школьников по формированию устных рациональных вычислительных умений;
4. подобрать диагностическую программу исследования для выявления уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 класса, провести диагностику;

5. обработать результаты исследования, провести их содержательный анализ с представлением информации в виде таблиц и диаграмм;

6. разработать и описать комплекс упражнений, направленный на совершенствование устных рациональных вычислительных умений обучающихся 3 класса, с учётом выявленных в ходе диагностики проблем.

Методы исследования: теоретические методы (анализ литературы по теме исследования, сравнение и обобщение результатов среза), эмпирические методы (констатирующий эксперимент).

База исследования: г. Красноярск, МБОУ Прогимназии №131 с приоритетным осуществлением интеллектуально-эстетического развития воспитанников и обучающихся.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УСТНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УМЕНИЙ В МЛАДШЕМ ШКОЛЬНОМ ВОЗРАСТЕ

§1.1 Сущность понятий «умение», «вычислительные умения», «рациональность», «устные вычисления».

Вычислительная деятельность, как один из видов предметной деятельности, занимает важное место во всех программах начального обучения. В данной работе вычислительная деятельность будет рассматриваться как деятельность, целью которой является овладение вычислительными умениями, различными способами вычисления, на основе конкретных знаний [25].

Чтобы полно рассмотреть рациональные устные вычислительные умения необходимо раскрыть такие взаимосвязанные понятия, как «вычисления», «умение», «вычислительные умения», «вычислительный навык», «рациональность» как одно из качеств вычислительного навыка.

Традиционно в методике начального обучения математике выделяют **устные и письменные вычисления**, а одной из задач начального курса математики остается формирование у школьников умения устно и письменно выполнять арифметические действия с числами и числовыми выражениями [1].

Различие между устными и письменными вычислениями можно проследить с точки зрения выделения области натуральных чисел, в которой они выполняются.

По мнению Н. Б. Истоминой, И. Ю. Ивановой и З. Редько «К устным относят все приемы вычислений в пределах 100, а также сводящиеся к ним приемы вычислений для случаев за пределами 100, к которым можно применить приемы устных вычислений (например, прием для случая $900 \cdot 7 = 9 \text{ сот.} \cdot 7 = 63 \text{ сот.} = 6300$), к письменным относятся приемы для всех других случаев вычислений над числами, большими 100» [27].

С другой точки зрения, разница в устных и письменных вычислениях обуславливается способом выполнения операций над числами. Такой позиции

придерживается З. И. Бажан, она выделяет как существенный признак устных вычислений то, что «при устном выполнении действий вычисление начинается с высших разрядов, в отличие от письменных, когда сложение, вычитание и умножение чисел выполняется в «столбик», начиная с низших разрядов» [7, с. 20]. Также автор говорит о том, что разницу в выполнении устных и письменных вычислений обязательно должны учитывать преподаватели при методическом отборе материала к урокам.

Обобщая данные подходы, можно выделить следующие существенные характеристики устных и письменных вычислений:

Таблица 1 - Различия устных и письменных вычислений

Критерий для сравнения	Устные вычисления	Письменные вычисления
Запись числового выражения.	Не производится или производится в строчку.	Производится в столбик.
Фиксированность вычислительных приёмов.	Вычислительные приёмы могут быть различными в зависимости от теоретической базы обучающегося.	Вычислительные приёмы стандартизированы, выполняются по единому алгоритму, разработанному для каждого арифметического действия.
Поразрядность способа вычислений.	Начинаются с единиц высшего разряда.	Начинаются с единиц низшего разряда (исключением является операция деления в столбик).
Фиксация промежуточных результатов.	Не производится или производится в произвольной форме в виде пометок.	Обязательна, подчинена определенным правилам оформления.

В школе важное место занимают именно устные вычисления, так как они открывают более широкие возможности для развития у детей таких качеств, как внимание, память, находчивость, сообразительность. Об этом неоднократно упоминают такие исследователи как М.А. Бантова, Н. Б. Истомина. По мнению Н. Б. Истоминой-Костровской, говоря об устных

вычислениях, следует иметь в виду «либо вычислительный навык, когда результат того или иного арифметического действия ученик запоминает и воспроизводит его механически, не выполняя никаких промежуточных операций, либо вычислительное умение — развернутое осуществление операций (одна за другой), сопровождающееся осознанием цели, способа действий и условий их выполнения» [27, с.172].

Формирование навыков устных вычислений в процессе обучения происходит в ходе многократного выполнения различных заданий. При этом устные упражнения должны присутствовать на протяжении всей деятельности на уроке: на этапе актуализации знаний, при проверке домашнего задания, при опросе, при закреплении и отработке изученного материала. Как отмечает З. И. Бажан хорошим видом работы в структуре урока является «Устный счёт» в течение 5-7 минут [7]. Данный вид деятельности на уроке выполняет следующие задачи:

- воспроизводство и корректировка определённых знаний, умений и навыков учащихся, необходимых для их самостоятельной деятельности на уроке или осознанного восприятия объяснения учителя;
- контроль учителя за состоянием знаний учащихся;
- мониторинг психологического состояния класса;
- психологическая подготовка учащихся к восприятию нового материала [50].

И. Г. Липатникова в своём автореферате «Рефлексивный подход к обучению математике учащихся начальной и основной школы в контексте развивающего обучения» рассматривает устные упражнения как многоаспектное явление обучения математике, которое обладает следующими деятельностными признаками:

- выступает в виде средства целенаправленного формирования знаний, умений, навыков;
- служит способом организации и управления учебно-познавательной деятельностью учащихся;

- характеризуется как средство активизации, стимулирования, мотивации учебно-познавательной деятельности;

- является интегрированной составляющей методов обучения, способом деятельности;

- служит средством связи теории с практикой [33].

Для характеристики устных и письменных вычислений используют понятия «умение» и «навык». Остановимся на понятии «**умение**», ученые определяют его следующим образом:

1. Умение – «способность выполнять какое-либо действие по определенным правилам, при этом действие еще не достигло автоматизации» [46, с. 420].

2. Умение – «усвоенный субъектом способ выполнения действий, обеспечиваемый совокупностью приобретенных знаний и навыков» [10, с. 15].

3. Умения - это «владение способами (приемами, действиями) применения усваиваемых знаний на практике. Умения включают в себя знания и навыки» [30, с. 41].

4. Умение – характеристика сформированности действия у учащегося, фиксирующая наличие обобщенного внутреннего плана выполнения действия, представленного в системе знаний и осуществляемого под контролем сознания [16].

Исходя из определений, можно сделать вывод, что для умения характерны: возможность выполнения определенных действий с опорой на усвоенные правила и знания, однако процесс выполнения ещё не достиг автоматизации.

Проблемой формирования вычислительных умений и навыков у младших школьников занимались известные специалисты в области математики М.А. Бантова, А.В. Белошистая, С.А. Зайцева, Н. Б. Истомина, И.Б. Румянцева, Т.Е. Демидова и др.

Вычислительное умение, по определению М.А. Бантовой, это высокая степень овладения вычислительным приемом, т.е. последовательностью

операций над двумя числами, приводящей к нахождению результата. Вычислительные приемы опираются на обосновывающие их знания [8].

Понятие «вычислительные умения» рассматриваются также через понятие «вычислительный алгоритм». Такой позиции придерживается С.Е. Царёва, в своей статье «Формирование вычислительных умений в новых условиях» она приводит следующее определение вычислительным умениям: «Под вычислительным умением будем понимать умение найти (выбрать, изобрести) и применить подходящий вычислительный алгоритм для каждого вычислительного случая, оценить его правдоподобность, точность, правильность хода и результата выполненной последовательности операций алгоритма» [52, с. 53].

А. В. Белошистая отмечает, что формирование умений происходит в процессе многократных упражнений, а сформированное умение позволяет выполнять действие и в изменившихся условиях [10].

В методических материалах вычислительные умения рассматриваются в узком и широком аспектах. В узком смысле вычислительные умения понимаются как готовность и способность обучающегося повторить шаги вычислительного процесса, т.е. последовательность операций, необходимых для достижения результата. В широком смысле вычислительные умения определяются как способность к анализу содержания вычислительного приема, его самостоятельному конструированию [23].

Высокая степень овладения вычислительными приемами и умениями перерастает в **вычислительный навык**. Рассмотрим несколько определений вычислительного навыка.

О. А. Федорова определяет вычислительный навык как «знания о том, какие действия нужно выполнить и порядок их выполнения, чтобы найти значение математического выражения и выполнять эти операции в достаточно быстром темпе» [51, с. 316].

О. А. Ивашова, Н. В. Иванова говорят о том, что вычислительный навык – это «уровень овладения умением, при котором действие выполняется свернуто и быстро без контроля каждой операции» [24, с. 92].

Для С. А. Зайцевой вычислительный навык - это высокая степень овладения вычислительными приёмами [20].

Таким образом, можно говорить о том, что **вычислительный навык** формируется на основе вычислительных умений, когда они выполняются механически, почти на произвольном уровне. Однако, важно помнить, что усвоение вычислительных приёмов, формирование вычислительных умений и доведение их до автоматизма происходит в результате длительных тренировок.

Важно отметить, что сформированный вычислительный навык предполагает знание операций, порядок их выполнения для нахождения результата арифметического действия в каждом отдельном случае, при этом выполнение всех операций должно происходить достаточно быстро [19].

Сформированный вычислительный навык обладает следующими **качествами**: правильность, осознанность, рациональность, обобщенность, автоматизм и прочность. Бантова М. А. раскрывает эти свойства следующим образом [8]:

Таблица 2 - Свойства сформированности вычислительного навыка

Свойство	Характеристика
Правильность	Ученик правильно находит результат арифметического действия над данными числами, т.е. безошибочно выбирает и выполняет операции, составляющие прием
Осознанность	Учащийся осознает, на основе каких знаний выбраны операции и установлен порядок их выполнения; при необходимости может объяснить почему выбрал определенный вычислительный прием и почему его можно применить в данном случае

Рациональность	Учащийся, сообразуясь с конкретными условиями, выбирает для данного случая более рациональный прием, т.е. выбирает те из возможных операций, выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия; рациональность непосредственно связана с осознанностью, так как обучающийся должен понимать какие приёмы возможно применить в данной ситуации, какой из них окажется самым подходящим и почему
Обобщенность	Учащийся может применить прием вычисления к большому числу случаев, т.е. он способен перенести один вычислительный прием на новые ситуации; при этом обучающийся должен хорошо разбираться в теоретической базе приёма, осознавать все возможности его применения
Автоматизм (свернутость)	Ученик выделяет и выполняет операции быстро и в свернутом виде, но всегда может вернуться к объяснению их выбора. Формирование автоматизации арифметических действий происходит в разной степени в зависимости от конкретного вычислительного приема, времени работы с ним
Прочность	Обучающийся сохраняет и может применить сформированные умения и навыки через длительное время

А. А. Клецкина отмечает, что «сформированные у учащихся навыки должны характеризоваться наличием единства всех перечисленных качеств». Только этом случае «можно говорить об эффективности методики организации вычислительной деятельности» [29]. Начальный курс математики разработан таким образом, что изучение конкретных вычислительных методов происходит после того, как учащиеся усвоят теоретический материал, лежащий в их основе.

Это способствует формированию осознанных, обобщенных и рациональных навыков в области математики.

Как отмечают С. А. Зайцева и И. Б. Румянцева: «Осознанные вычислительные навыки являются не только составной частью вычислительной культуры ребёнка, но и служат необходимым звеном её развития на протяжении всего процесса освоения математики как в школе, так и в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности» [21, с. 3].

О соотношении вычислительного навыка и умения можно сказать следующее: вычислительный навык обычно означает, что ученик запоминает результаты арифметических операций и может их воспроизвести механически, без выполнения промежуточных операций. Это может быть полезно для выполнения простых вычислений или быстрого решения задач, но не всегда позволяет полностью понять суть операции или осознать процесс. В свою очередь, вычислительное умение предполагает более глубокое понимание операций и способность осуществлять их последовательно и развернуто. При этом ученик осознает цель, способ действий и условия выполнения операций.

Оба этих аспекта важны для развития математических навыков. Вычислительный навык может быть полезен для быстрой работы с числами, а вычислительное умение помогает развить более глубокое понимание математических концепций и способность применять их в реальных ситуациях.

В настоящее время система образования в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом требует обучение, состоящее в умении безошибочно, осознанно и быстро выполнять арифметические действия. Данная работа в процессе обучения строится на усвоении и закреплении приёмов рациональных вычислений. Остановимся более подробно на *рациональности*, как свойстве вычислительных умений и навыков.

В методическом справочнике С. И. Макаренко приводится следующее определение: рациональный – «разумно обоснованный, осмысленный, целесообразный, логичный» [34, с. 124].

Также, рациональность вычислений – это «выбор тех вычислительных операций из возможных, выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия» [15, с. 39].

М. А. Бантова отмечает, что «рациональность вычислений необходима для упрощения вычислительного процесса, она основывается на применении свойств арифметических операций, а также на сведении вычислений к более простым» [9].

Похожее мнение высказывает С.С. Багирова, для неё рациональные вычисления – это такие «приёмы, которые упрощают вычисления, они основываются на определенных закономерностях изменения результатов действий в зависимости от изменения одного из компонентов» [6, с. 628]. Использование таких приёмов позволяет упрощать числовые выражения, приводить их к более удобной форме для вычислений.

Стоит отметить, что рациональность вычислений может проявляться только при условиях, что для данного случая предусмотрены различные пути нахождения результата. Ученик, вспоминая и анализируя несколько приёмов вычислений может выбрать наиболее подходящий из них. Таким образом можно говорить о тесной взаимосвязи между рациональностью и осознанностью.

А. В. Ахмадулина в статье «Формирование логического мышления у учащихся первого класса через использование рациональных вычислительных приёмов» приходит к выводу о том, что в век современных технологий и электронных средств вычислительной техники, развитие вычислительных навыков и логического мышления через использование рациональных вычислительных приемов остаются важными и актуальными задачами. По результатам сравнительного эксперимента было установлено, что у обучающихся, с которыми систематически выполнялись задания, содержащие в своей основе использование рациональных вычислительных приёмов, формирование логического мышления происходило более успешно и системно [5].

Как считают Т. Е. Демидова и А. П. Тонких изучение рациональных вычислений в начальном курсе математики является базой для изучения других математических приемов в средней школы и применения полученных знаний на практике. А также, рациональные приёмы «способствует формированию у учащихся положительных мотивов к этому виду учебной деятельности» [17, с. 1].

Таким образом, проведённый в параграфе теоретический анализ ключевых понятий темы позволил систематизировать и уточнить понятийный аппарат исследования. Отметим, что устные вычислительные умения являются обязательной частью овладения курса математики на всех этапах обучения. Выделенные характеристики устных вычислений, раскрытие сущности понятий вычислительных умений и навыков, а также понимание рациональности как важнейшего качества вычислительной деятельности создают необходимую теоретическую базу для последующего рассмотрения методических условий и средств формирования рациональных устных вычислительных умений у учащихся начальных классов.

§1.2 Особенности формирования устных вычислительных умений в младшем школьном возрасте

В младшем школьном возрасте (период от 7 до 11 лет) математическое развитие ребенка играет важную роль. Как отмечает А.В. Куприна, в период с 3-4 лет до 8-9 лет происходит бурное развитие интеллекта, т.е. возможности развития способностей наиболее высокие. Под развитием математических способностей младшего школьника понимается «целенаправленное дидактически и методически организованное формирование и развитие совокупности взаимосвязанных свойств и качеств математического стиля мышления ребенка и его способностей к математическому познанию действительности» [31]. Поэтому, в данном возрасте необходимо организовывать формирование и развитие системы взаимосвязанных базовых качеств математического мышления и развития способностей к познанию действительности. Данное

развитие и является целью обучения математике младших школьников. А. В. Белошистая также отмечает, что «целенаправленная работа по организации математического развития ребенка младшего школьного возраста будет способствовать общему повышению уровня развития интеллектуальных (умственных) способностей каждого ребенка, что в свою очередь благоприятно отразится на успешности обучения детей предметному содержанию» [10].

Математическое развитие ребенка способствует формированию таких компонентов и качеств мышления как широта, глубина и самостоятельность мышления, гибкость мысли, быстрота и критичность ума [18].

В современной периодизации психического развития младший школьный возраст охватывает период от 6–7 до 9–11 лет, переход от дошкольного детства к школьному осуществляется через кризис 7 лет [11]. В данном периоде происходит переход от ведущей игровой деятельности к учебной. В связи с этим у детей активно развиваются основные познавательные процессы, способности, а также психические явления. Как отмечал Д. Б. Эльконин, в этом возрасте организм приобретает следующие новообразования: произвольность, внутренний план действия, самоконтроль, рефлексия [53].

Произвольность, по Л. С. Выготскому, это «способность владеть собой, своей внешней и внутренней деятельностью на основе культурных средств ее организации» [12, с. 117].

«Развитие произвольности опосредованно, социально обусловлено и заключается в овладении средствами, позволяющими осознать своё поведение и управлять им» [11, с. 12]. Оно выступает в роли системообразующего компонента, необходимого для успешной учебной деятельности школьника и его личностного развития.

Внутренний план действия - это способность к моделированию действий в уме. Это умение является основой для развития интеллектуальных способностей обучающихся. Эта ключевая способность в рамках традиционной системы образования развивается в основном в процессе устного счета на уроках математики. Развитие мыслительного плана действий происходит через

ряд этапов. Сначала это прямое взаимодействие с реальными предметами. Позже реальность трансформируется в символическую форму, представление. На последнем этапе, после того, как действие было «произнесено в уме», наступает его чисто мысленное воплощение.

Умение создавать внутренний план действий дает возможность эффективно ориентироваться в рамках задачи, выделять ключевые элементы, планировать процесс решения, предвидеть и оценивать различные стратегии, выделять рациональные методы решения проблемы. Чем больше шагов своего действия ребенок может предвидеть и чем тщательнее он может сравнивать и анализировать различные варианты достижения цели, тем более успешно он будет управлять процессом фактического решения задания. Способность к планированию и выполнению действий во внутреннем плане тесно связана с самоконтролем в учебной деятельности.

Самоконтроль, по определению Г. М. Романцева, это «контроль выполненной работы ее исполнителем в соответствии с установленными правилами» [46, с. 389]. В основе самоконтроля лежит операция сличения выполняемого действия с заранее составленным образцом действия [43].

В младшем школьном возрасте самоконтроль развивается активно, в его основе лежат контрольно-оценочные и регулировочные функции. Элементы самоконтроля присутствуют на всех этапах вычислительной деятельности: при планировании, исполнении, анализе результатов. Большую роль в развитии самоконтроля играют арифметические действия, так как их выполнение требует сосредоточенности, контроля за правильностью выполнения последовательных операций и проверкой результатов вычислений.

С началом учебной деятельности у ребенка развивается **рефлексия** как осознание себя субъектом образовательного процесса. Ребенок понимает учебную задачу, цель учебной деятельности, а также способы, направленные на достижение этой цели. Он способен оценить свой результат, осмыслить по каким причинам достигнуты или не достигнуты цели.

В процессе нового вида деятельности ребенок получает и перерабатывает

огромные объемы информации, меняется его вид **мышления**. В методической литературе мышление определяется как: «социально обусловленный, неразрывно связанный с речью психический процесс поисков и открытия нового, процесс сосредоточенного и обобщенного отражения действительности в ходе его анализа и синтеза» [45]; «активный процесс отражения объективного мира в понятиях, суждениях, научных теориях, гипотезах и т. п., имеющий опосредованный, обобщенный характер» [34, с. 85].

Как отмечает С. А. Зайцева, мышление ученика начальных классов находится на переходном этапе. Во время этого периода происходит переход от мышления наглядно-образного к словесно-логическому, понятийному мышлению [21]. Словесно-логическое мышление – вид мышления, осуществляемый при помощи логических операций с понятиями [18]. Здесь мы сталкиваемся с противоречием между конкретно-образным мышлением младших школьников и абстрактным характером арифметики. Однако, его можно «устранить в процессе постепенного перехода от оперирования с предметной наглядностью и схематических записей к выполнению вычислений в уме» [43].

В основе вычислительных умений лежит алгоритмическое и логическое мышление. Алгоритмическое - предполагает способность ученика выполнять определенную последовательность действий, точно следовать инструкциям, обеспечивающим получение результата вычислений. Логическое – включает в себя способность к установлению взаимосвязей между ранее изученным материалом и новыми сведениями, образование определенной упорядоченной системы представлений [54].

А. К. Артемов говорит о том, что в формировании операционного (алгоритмического) мышления лежит овладение учащимися алгоритмами, которые выступают показателями интеллектуальных умений школьников и их умственного развития [4].

Н. Б. Истомина отмечает, что «сам термин «алгоритм» можно употреблять только условно, так как те правила и предписания, которые рассматриваются в

курсе математики начальных классов, не обладают всеми свойствами, его характеризующими. Алгоритмы в начальных классах описывают последовательность действий на конкретном примере не в общем виде, в них находят отражение не все операции, входящие в состав выполняемых действий, поэтому их последовательность строго не определена» [26, с. 192].

Развитие мышления учеников начальных классов в процессе изучения математики – основа для последующего изучения понятий, для понимания закономерностей в разных толкованиях, то есть это основа для преемственности между начальной и средней школой [5].

Внимание младших школьников тоже претерпевает значительные изменения. Оно является фундаментом эффективного обучающего процесса и входит в число ключевых умственных функций, оказывающих влияние на успешность образовательного пути учащихся начальных классов. От индивидуальных характеристик внимания зависит, как легко учащийся способен быстро переключаться между различными видами деятельности, насколько долго ему удастся концентрироваться на одном и том же материале, а также насколько точно он способен выделять объекты и проводить их тщательное исследование в течение достаточного времени. Преобладающим видом внимания младшего школьника является произвольное, ребенок еще не способен в нужной степени управлять им.

Однако, усвоение нового учебного материала всегда предполагает преднамеренное, произвольное запоминание с последующим воспроизведением. П. Я. Гальперин определяет произвольное внимание как внимание планомерное, контроль за действием, выполняемый на основе заранее составленного плана, в основе которого лежит заранее установленный критерий и способ его применения [14].

Развитие способности к произвольному вниманию у детей младшего школьного возраста играет ключевую роль в формировании личности на данном этапе развития. Этот процесс тесно связан с развитием волевых качеств у ребенка и взаимодействием с его интеллектуальными способностями.

Возможности управления вниманием у детей в младшем школьном возрасте ограничены, и обычно они способны концентрироваться только при наличии сильного стимула. Существуют несколько основных характеристик внимания: его объем, способность к концентрации, распределению, переключению и устойчивость [22]. Эти характеристики внимания во многом независимы друг от друга, поэтому внимание, хорошо развитое в одном аспекте, может быть менее эффективным в другом. Однако основные характеристики внимания могут быть развиты и улучшены с определенными усилиями. Формировать свойства внимания целесообразно на уроках математики в процессе отработки навыков устных вычислений.

К. В. Пуховец в статье «Формирование свойств внимания в процессе отработки навыков устных вычислений у младших школьников» приводит виды упражнений, которые на основе свойств внимания развивают устные вычислительные умения. Перечислим их:

1. **Корректирующие задания.** В них ребенку необходимо в печатном тексте найти и вычеркнуть определенные числа. Выполнение данных заданий будет способствовать развитию концентрации, объема внимания и формированию действия самоконтроля.

2. **Распределение цифр в определенном порядке.** Данное задание направлено на распределение и концентрацию внимания.

3. **Задания, направленные на распределение внимания,** в основе которых лежит принцип одновременного выполнения двух разнонаправленных заданий. Такой вид упражнений также формированию навыков самоконтроля [47, с. 3].

С появлением учебной деятельности у ребенка происходит постепенное развитие **произвольной памяти** (вид памяти, осуществляющийся под контролем сознания в виде постановки цели и использования специальных приемов – мнемотехник, а также при наличии волевых усилий) [11].

Л.С. Выготский описывает изменения свойств памяти у младших школьников после перехода от игровой деятельности к образовательной следующим образом: способность к концентрации, объем памяти

увеличиваются с каждым курсом, начинает активно формироваться долгосрочность памяти [12].

На фоне высокого уровня механического запоминания происходит постепенное развитие логической памяти, более произвольными и активными процессами становятся запоминание и воспроизведение, так как теперь школьнику необходимо запоминать ту информацию, которая нужна, а не только интересна. Процесс обучения становится зависимым от способности памяти учащегося, и ребенок осознает, что важно тренировать свою память. Запоминание и воспроизведение учебного материала позволяют ребенку осознать свои личностные изменения в учебной деятельности, развитие способности к самостоятельным действиям.

Таким образом, переход в младший школьный возраст сопряжен с существенными изменениями в развитии детей как психологически, так и физиологически. Изучив научно-методическую литературу, были проанализированы особенности формирования устных вычислительных умений на основе психолого-педагогического развития детей этого возраста. В этот период происходит улучшение работы нервной системы. Развитие мышления играет важную роль в этом возрасте и характеризуется быстрым прогрессом. Дети начинают строить логически верные рассуждения, переходя от эмоционально-образного мышления к абстрактно-логическому, что представляет собой сложный и противоречивый процесс.

Основные приёмы устных вычислений формируются в первые годы обучения младших школьников, затем на их основе образуются устные вычислительные умения. Использование устных упражнений в младшем школьном возрасте необходимо, так как они имеют важное значение, поскольку «развивают память, речь, способность воспринимать на слух сказанное, повышают внимание и быстроту реакции» [49, с. 22], составляющие основу логического мышления. В сочетании с другими методами работы устные упражнения создают условия для активизации различных видов деятельности

учеников, таких как мышление, речь, моторика. Их разнообразие вызывает интерес у детей и способствует активизации мыслительной деятельности.

§1.3. Методические особенности организации деятельности младших школьников в процессе формирования устных рациональных вычислительных умений

Формирование устных рациональных вычислительных умений является важной учебной задачей, реализуемой на всем протяжении курса обучения математике. Н. Б. Истомина отмечает, что учебная задача «должна ориентировать школьников на поиск нового способа действия, мотивировать их познавательную деятельность, а в процессе ее решения учащиеся должны осознать необходимость и рациональность нового знания (понятия, способа действия)» [26]. Методом решения учебных задач в большинстве случаев являются комплексы и системы математических упражнений (заданий, задач).

В федеральной рабочей программе по учебному предмету «Математика» (предметная область «Математика и информатика») в разделе «Содержание обучения», перечислены следующие арифметические действия и приёмы, которые лежат в основе работы с математическими упражнениями, направленными на формирование вычислительных умений:

- сложение и вычитание чисел без перехода через разряд;
- сложение и вычитание чисел с переходом через разряд;
- действия с круглыми числами;
- табличное и внетабличное умножение;
- деление на однозначное, двузначное, трехзначное число; деление с остатком;
- действия с числами 1 и 0;
- умножение и деление на 1, 10, 100, 1000 [1].

По мнению О. А. Ивашовой, «вычислительные приемы обосновываются теоретическими знаниями, а в процессе выполнения вычислительных действий у школьников вырабатываются вычислительные умения» [25, с. 67].

Теоретической основой устных вычислительных приемов может выступать:

- конкретный смысл арифметических действий;
- свойства арифметических действий или следствия из них (все свойства сложения, вычитания, умножения и деления);
- связь между компонентами и результатом арифметических действий
- вопросы нумерации чисел (разрядный состав чисел);
- зависимость, указывающая на изменение результатов арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов (приемы округления чисел и приемы умножения и деления на 5, 25, 50, 11, 9);
- особые случаи, выполняемые на основе специально сформулированных правил [48].

Кроме того, как отмечает А.В. Белошистая, приемы рациональных вычислений «имеют в основе хорошее знание свойств арифметических действий, знание порядка выполнения действий и умение изменять этот порядок в тех случаях, когда это позволяют законы сложения и умножения» [10, с. 187]. Таким образом, каждый вычислительный приём имеет теоретическую основу, алгоритм рассуждений и опирается на определенную совокупность базовых знаний, с помощью которой можно организовать самостоятельную деятельность детей по открытию нового вычислительного приёма и его осознанному усвоению. Поэтому, способность к устным рациональным вычислительным умениям базируется на осознанности вычислительных операций, знании различных способов нахождения результата одного числового выражения и умении выбрать удобный способ в конкретной ситуации.

В данной работе проанализированы методы и системы заданий по формированию устных рациональных вычислительных умений УМК «Школа России», предметная линия разработана авторским коллективом М.И. Моро, С.И. Волковой, С.В. Степановов, М.А. Бантовой и Г.В. Бельтюковой.

По словам авторов программы, особое внимание при обучении уделено развитию навыков анализа математических объектов, определению ключевых характеристик и свойств, их сопоставлению с целью классификации, созданию моделей, которые отображают суть арифметических операций. Кроме этого, обучающиеся учатся делать выводы, формулировать обобщения и адаптировать приобретенные методы к новым условиям [42, с. 4].

Рассмотрим, способствуют ли системы математических упражнений в учебниках УМК «Школа России» развитию рациональности устных вычислительных умений младших школьников, для этого обратим внимание на те способы нахождения результатов числовых выражений, которые осваивают обучающиеся.

В 1 классе учеников знакомят с разложением числа на удобные слагаемые при сложении [35, с.77] (рис. 1):

$$\begin{array}{r} 8 + 5 \\ \hline 8 + 2 + \square \end{array}$$

Рисунок 1 - задание №8

Подобную работу проводят и при вычитании. В учебнике 2 класса [37, с.103] представлено следующее задание (рис. 2): «Объясните разные способы вычитания»:

$\begin{array}{r} 12 - 6 \\ \quad \wedge \\ \quad 2 \ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 - 5 \\ \quad \wedge \\ \quad 4 \ 1 \end{array}$
$\begin{array}{r} 12 - 6 \\ \wedge \\ 6 \ 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14 - 5 \\ \wedge \\ 9 \ 5 \end{array}$

Рисунок 2 - задание с формулировкой «Объясните разные способы вычитания»

При выполнении ученик должен обратить внимание на то, что представлять в виде суммы можно как уменьшаемое, так и вычитаемое. Данный способ используется в числовых выражениях с действиями сложения и вычитания на протяжении всего начального курса изучения математики, постепенно сложность упражнений возрастает. Однако, у заданий отсутствуют формулировки или указано, что необходимо «вычислить удобным способом», таким образом исчезает указание на то, какой именно приём необходимо

использовать при нахождении результата числового выражения. Иногда в формулировке задания встречается фраза «вычисли устно с объяснением» (рис. 3, 4), например, в 1 части учебника 2 класса [36, с. 58; с. 62], что направляет ребенка к осознанию применяемого вычислительного приёма.

1. Вычисли устно с объяснением.

$27 + 2$	$56 + 30$	$3 + 46$
\wedge $20 \ 7$	\wedge $50 \ 6$	\wedge $40 \ 6$

Рисунок 3 - задание из учебника 2 класса

1. Вычисли устно с объяснением.

$70 - 28 = \square$	$30 - 23 = \square$
\wedge $20 \ 8$	\wedge $20 \ 3$

Рисунок 4 - задание из учебника 2 класса

Способ разложения числа на разрядные слагаемые также начинает использоваться в первом классе, большее внимание уделяется во втором классе, когда учащиеся знакомятся с числами, больше 20. При отработке данного приёма типичным является задание, представленное на рисунке 5.

1. Вычисли устно с объяснением.

$27 + 2$	$56 + 30$	$3 + 46$	$18 + 60$
\wedge $20 \ 7$	\wedge $50 \ 6$	\wedge $40 \ 6$	\wedge $10 \ 8$

Рисунок 5 - задание из учебника 1 класса [36, с. 56]

Постепенно указание на применение этого способа в виде разложения одного из чисел исчезает, что обязывает обучающихся самостоятельно определять необходимость применения приёма в конкретном числовом выражении.

Начиная с 1 класса, учащихся знакомят с свойствами числовых выражений. Начинают знакомство с рациональным приёмом вычислений на основе переместительного свойства сложения в центре «от 0 до 10», пример задания представлен на рисунке 6.

$\frac{2 + 7}{7 + 2}$	$\frac{1 + 9}{\dots}$
-----------------------	-----------------------

Рисунок 6 - задание из учебника 1 класса, 2 часть, стр. 15, №2

Во втором классе продолжается отработка переместительного свойства в концентре «от 1 до 100», добавляется сочетательное свойство сложения.

В учебнике 2 класса [36, с.45] представлено задание №3 (рис. 7), при его выполнении учащиеся рассматривают применение переместительного и сочетательного свойств сложения.

1) Сравни выражения в каждом столбике и объясни, как получено каждое следующее из предыдущего.	
$7 + 8 + 3 + 2$	$3 + 4 + 2 + 1$
$7 + 3 + 8 + 2$	$(3 + 4) + (2 + 1)$
$(7 + 3) + (8 + 2)$	$7 + 3$
$10 + 10$	

Рисунок 7 - задание №3 из учебника 2 класса

После наблюдения за применением свойств в упражнении выше, обучающиеся самостоятельно выполняют операции по аналогии (рис. 8).

1. Вспомни свойства сложения и, используя их, вычисли суммы удобным способом.	
$20 + 2 + 8 + 40$	$6 + 40 + 4 + 20$
$30 + 3 + 50 + 7$	$1 + 10 + 9 + 60$

Рисунок 8 – задание из учебника 2 класса [36, с.55]

В начальной школе обучающимся становятся известны следующие свойства арифметических операций: для сложения это переместительное, сочетательное, а также свойство нуля; для вычитания - вычитание числа из суммы и суммы из числа; для умножения - переместительное, сочетательное, распределительное; для деления - деление суммы на число, деление разности на число, деление числа на произведение, деление произведения на число. Все свойства осваиваются учащимися на отдельных уроках, затем происходит тренировка, после этого из формулировок заданий исчезает упоминание о том, какое именно свойство нужно применять, типичной формулировкой остаётся «вычисли удобным способом» (рис. 9, 10) или в большинстве случаев текстовая формулировка отсутствует полностью.

9. Вычисли удобным способом.

$$1 + 5 + 9 + 15$$

$$18 + 7 + 13 + 22$$

$$26 + 19 + 20 + 4$$

$$47 + 35 + 13$$

Рисунок 9 – задание из учебника 2 класса [36, с.51]

8. Вычисли удобным способом.

$$48 + 7 + 3$$

$$12 + 8 + 26 + 4$$

$$64 + 18 + 6 + 12$$

$$37 + 9 + 3$$

$$37 + 13 + 7 + 3$$

$$71 + 16 + 4 + 9$$

Рисунок 10 – задание из учебника 3 класса [39, с.12]

В 3 классе рациональные приёмы устных вычислений строятся на тождественных преобразованиях, основанных с умножением и делением суммы на число. Пример заданий из учебника 3 класса [39, с.7] №2 (рис. 11), а также задание №1 [39, с.12] (рис. 12).

Вычисли с устным объяснением.

$$(3 + 5) \cdot 4$$

$$(20 + 7) \cdot 2$$

$$(6 + 4) \cdot 8$$

Рисунок 11 – задание из учебника 3 класса

Вычисли с устным объяснением.

$$(80 + 16) : 4$$

$$(30 + 21) : 3$$

$$(11 + 13) : 6$$

Рисунок 12 – задание из учебника 3 класса

Одним из вариантов заданий является пример вида $37 \cdot 2$, который предполагает разрядное разложение числа 37 и сведение к распределительному свойству сложения, относительно сложения $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$. Или $69 : 3$, решение данного числового выражения будет сводиться к разрядному разложению числа 69 и распределительному свойству деления, относительно сложения $(a+b) : c = a : c + b : c$.

Следующая группа рациональных приёмов вычислений основана на конкретном смысле операции умножения. Примеры заданий, представленных во 2 классе:

1. числовые выражения вида $2 \cdot 3 + 2$; $2 \cdot 3 - 2$;
2. выражения с пропущенными ответами, которые ученик должен назвать, не выполняя вычислений $5 \cdot 8 = 40$, $5 \cdot 7 = \underline{\quad}$

В 3 классе происходит знакомство с приёмами сложения и вычитания, умножения и деления с числами, оканчивающимися нулями. Данное свойство сводится к правилу о том, что действия с данными числами можно заменить на операции с их десятками и сотнями.

Например:

$$300 + 200 = 3 \text{ сот.} + 2 \text{ сот.} = 5 \text{ сот.} = 500 \text{ [39, с.66]}$$

$$560 - 90 = 56 \text{ дес.} - 9 \text{ дес.} = 47 \text{ дес.} = 470 \text{ [39, с.68]}$$

$$180 * 4 = 18 \text{ дес.} * 4 = 72 \text{ дес.} = 720 \text{ [39, с.82]}$$

$$900 : 3 = 9 \text{ сот.} : 3 = 3 \text{ сот.} = 300 \text{ [39, с.82]}$$

Таким образом, можно сделать вывод о том, что в УМК «Школа России» в первом и втором классе закладывается теоретическая основа для рациональных вычислений, далее ученики знакомятся с различными приемами рационализации вычислительных операций, применение которых зависит от конкретного случая, сложность упражнений постепенно нарастает. В 3-4 классах количество заданий на применение приёмов рациональных устных вычислений уменьшается, акцент падает на письменные способы вычислений.

Что касается формулировок к заданиям, то на этапе знакомства обучающихся с новым приёмом вычислительных операций в формулировке задания присутствует указание на применение конкретного способа для нахождения результата числового выражения, что служит опорой для ученика и позволяет ему сосредоточиться на сути нового материала, а не на выборе стратегии, формируя правильный образ действия. Однако, в последующих заданиях подобные указания исчезают, а текстовые формулировки чаще всего отсутствуют. Это не стимулирует активный поиск оптимального приёма нахождения результата числового выражения и может привести к тому, что ученики будут применять привычный, шаблонный, а не наиболее рациональный способ действия.

Единично встречаются формулировки, стимулирующие обучающихся на поиск рационального способа действия. К таким формулировкам можно отнести следующие:

- «Вычисли, объясни свой способ рассуждений» (рис.13);

16. Вычисли. Объясни свой способ рассуждений.	
$38 + 4 + 56 + 2$	$42 + 13 + 8 + 7$
$23 + 9 + 7 + 11$	$4 + 18 + 26 + 2$

Рисунок 13 – задание из учебника 2 класс, 1 четверть, стр. 92 [36]

- «Вычисли, используя известные тебе свойства сложения чисел» (рис.14);

6. Вычисли, используя известные тебе свойства сложения чисел.	
$26 + 38 + 4 + 2$	$45 + 28 + 5$
$49 + 6 + 11 + 4$	$63 + 7 + 20$

Рисунок 14 – задание из учебника 2 класс, 1 четверть, стр. 68 [36]

- «Вычисли значение выражения двумя способами» (рис.15);

144. Вычисли значение выражения двумя способами.		
$9 \cdot (6 + 3)$	$8 \cdot (4 + 5)$	$6 \cdot (5 + 2)$

Рисунок 15 – задание из учебника 4 класс, 2 четверть, стр. 42 [41]

- «Вычисли наиболее лёгким способом (устно)» (рис.16).

264. (Устно.) Вычисли наиболее лёгким способом.	
$2 + 96 + 98 + 904$	$48 + 530 + 70 + 52$
$257 + 18 + 12 + 3 + 40$	$33 + 34 + 35 + 36 + 37$

Рисунок 16 – задание из учебника 4 класс, 1 четверть, стр. 60 [40]

Анализ учебников УМК «Школа России» показал, что работа над формированием устных рациональных вычислительных умений протекает не систематично. Последовательность введения и закрепления устных приемов вычислительных операций отсутствует, приёмы могут быть введены как способы решения конкретных заданий в рамках темы, а не как универсальные стратегии, применяемые к широкому спектру числовых выражений. Кроме этого, наблюдается недостаточная целенаправленность работы над рациональными вычислениями. Задания на применение рациональных приёмов представлены только в период самого изучения конкретного действия, далее находятся в хаотичном порядке и не акцентируются как особая, важная учебная задача. Также, отсутствует поэтапная система заданий, нет плавного перехода от заданий с явной подсказкой к заданиям на самостоятельный выбор и

обоснование рационального способа. В учебнике не хватает специальных блоков, посвященных сравнению нескольких способов решения и выбору оптимального из них. Таким образом, анализ УМК «Школа России» позволяет сделать вывод, что заложенные в упражнениях предпосылки для развития рациональности вычислительных умений не перерастают в последовательную методику. Ключевой дефицит заключается в отсутствии системной работы над устными рациональными приёмами: формулировки заданий не содержат прямых указаний на необходимость анализа и выбора оптимального способа нахождения результатов арифметических операций, что не формирует у учащихся устойчивого навыка осознанных вычислений.

Выводы по главе 1.

Анализ литературы по данной теме показал, что формирование и развитие устных вычислительных умений является ключевой задачей начального курса обучения математике. Устные вычисления являются частью математического образования, выступают в роли основополагающего элемента вычислительной культуры человека и имеют широкий диапазон применения в повседневной жизни.

В работе были рассмотрены такие ключевые понятия темы, как «умение», «вычислительные умения», «рациональность», «устные вычисления», выделены их особенности формирования в младшем школьном возрасте. Выявлены существенные различия между устными и письменными вычислениями (по форме записи, разрядности, степени стандартизации приёмов). Уточнено соотношение понятий: вычислительное умение – осознанное, развёрнутое выполнение операций с опорой на знания; вычислительный навык – автоматизированное, свёрнутое выполнение действий, формирующееся на основе умений в результате тренировок. Особое внимание уделено рациональности как одному из ключевых качеств вычислительного навыка, которое предполагает выбор наиболее лёгкого и быстрого способа

вычислений на основе анализа возможных приёмов и свойств арифметических действий.

В ходе изучения литературы, мы пришли к выводу о том, что процесс овладения вычислительными умениями должен быть системный, прочным, сознательным, направленным на формирование всех критериев вычислительного умения (правильности, осознанности, рациональности, обобщенности, прочности). Важную роль в данном процессе играют устные вычисления, которые способствуют комплексному развитию интеллектуальных, когнитивных и практических навыков младших школьников. Способность эффективно выполнять вычисления является признаком высокого уровня математического развития учащихся. Использование рациональных методов вычислений способствует развитию многовариантности мышления, демонстрирует значимость применяемых знаний.

Сознательное и рациональное владение приёмами вычислений строится благодаря включению в курс математики свойств и правил арифметических действий. Концентрическое построение системы курса математики в УМК «Школа России» позволяет отработать, усвоить и постепенно усложнить приёмы вычислений на основе увеличения представлений о натуральном ряде. Однако наблюдается дефицит целенаправленной и системной работы по выбору рационального способа вычисления в конкретной ситуации, поскольку формулировки заданий не направлены на формирование у учащихся осознанного выбора оптимального способа действий. В 3–4 классах акцент смещается на письменные вычисления, а задания на рациональные устные приёмы представлены хаотично.

Таким образом, между требованиями ФГОС к формированию осознанных, рациональных вычислительных умений и реальной методической организацией вычислительной деятельности существует противоречие. Это обуславливает необходимость разработки и внедрения специальных систем заданий, направленных на целенаправленное формирование у младших школьников рациональных устных вычислительных умений.

ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ АКТУАЛЬНОГО УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ УСТНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УМЕНИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 3 КЛАССА

§2.1. Диагностика уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений младших школьников.

Для диагностики актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений у учащихся начальной школы необходимо определить критерии, осуществить подбор заданий для каждого критерия, составить оценку уровней результатов работ.

Исходя из анализа методической литературы, можно заключить, что высокая степень овладения вычислительными приемами и умениями перерастает в вычислительный навык. Важно отметить, что сформированный вычислительный навык предполагает знание операций, порядок их выполнения для нахождения результата арифметического действия в каждом отдельном случае, при этом выполнение всех операций должно происходить достаточно быстро [8].

В теоретической части исследования на основе анализа работ М. А. Бантовой, С. А. Зайцевой, Н. Б. Истоминой и других авторов было установлено, что сформированный вычислительный навык характеризуется шестью качествами: правильностью, осознанностью, рациональностью, обобщённостью, автоматизмом (свёрнутостью) и прочностью. Однако для практического выявления актуального уровня сформированности именно устных рациональных вычислительных умений из всего перечня были отобраны только три критерия — правильность, осознанность и рациональность. Данный выбор обусловлен следующими причинами:

1. целью работы является исследование не вычислительного навыка в целом, а именно рациональных устных вычислительных умений, где ключевым является осознанный выбор оптимального способа действия (правильность, осознанность и рациональность находятся в тесной

взаимосвязи и представляют собой ядро рациональной вычислительной деятельности);

2. автоматизм (свёрнутость) предполагает быстрое и механизированное выполнение операций, что в большей степени характеризует доведённый до автоматизма навык. При формировании же рациональных устных вычислительных умений акцент делается не на скорости, а на осмысленном выборе приёма. Обобщённость предполагает способность переносить вычислительный приём на большое число случаев, поэтому диагностика данного качества требует анализа выполнения учеником значительного количества заданий в течение продолжительного времени. Прочность выражается в сохранении и применении сформированных умений через длительное время. Данные факты затрудняют объективную диагностику уровня сформированности перечисленных критериев при разовом диагностическом срезе.

В связи с этим, на основе качеств вычислительного навыка для выявления актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений были выбраны следующие критерии:

- правильность (безошибочное нахождение результата);
- осознанность (непрерывное отслеживание правильности и последовательности собственных вычислительных операций, приводящих к результату);
- рациональность (осознанный выбор наиболее логичного, подходящего арифметического способа действия в конкретной ситуации).

Отметим, что оценка рациональности вычислительных умений является непростой задачей по нескольким причинам:

- рациональность подразумевает не только правильность ответов, но и выбор наиболее эффективных методов решения, простое знание алгоритма и его применение в какой-либо ситуации не всегда говорит о рациональности;

- индивидуальные особенности обучающихся, субъективность выбора способа. То, что рационально для одного ученика, может быть менее удобно для другого;
- самым главным в оценке рациональности является умение обучающегося объяснить свой выбор способа решения. Именно обоснование является ключевым показателем понимания рациональности того или иного способа решения.

На основе этого, можно выделить следующие общие показатели рациональности вычислительных умений:

- простота вычислений: использование способов упрощения вычислительных операций;
- скорость выполнения вычислений: меньший затрат времени на осуществление вычислительных операций;
- количество действий: способ с меньшим количеством выполнения действия считается более рациональным, если при этом не снижается простота и скорость вычислений;
- минимизация ошибок: выбор способа, снижающего вероятность ошибки;
- универсальность: возможность применения данного способа к большему числу заданий.

Рассмотрим более подробно уровни сформированности каждого критерия в отдельности и их степени оценки.

Первый критерий *правильность* включает в себя отсутствие ошибок при нахождении результата арифметических операций над числами, выполнение точной последовательности вычислительных приёмов, приводящих к результату, при этом операции осуществляются быстро. Принято выделять три уровня у данного критерия:

- высокий уровень: безошибочное и быстрое нахождение результата арифметических действий;

- средний уровень: незначительное количество ошибок при нахождении результата арифметических действия или в промежуточных операциях в редких случаях;
- низкий уровень: неверное выполнение или невыполнение арифметических операций в большинстве случаев.

Диагностические упражнения направленные на выявление уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений по критерию «правильность» представлены в форме математического диктанта. Обучающиеся должны найти значение числового выражения, зафиксировав только ответы. Все вычисления выполняются устно. Время проведения работы - 10 минут. В работе представлены числовые выражения на сложение и вычитание в количестве по 8 штук на каждую арифметическую операцию, решение которых основывается на применении следующих приёмов вычислений: сложение и вычитание двузначного и однозначного чисел с образованием круглого десятка $(23+7)$ $(38+12)$ $(34-4)$; сложение и вычитание чисел без перехода через десяток $(56+23)$ $(47+31)$ $(28 - 13)$ $(75 - 24)$; сложение двузначных чисел с образованием сотни $(46+54)$; сложение и вычитание двузначных чисел с переходом через десяток $(29+57)$ $(69+24)$ $(72-34)$ $(43-28)$; сложение двузначного и однозначного чисел с переходом через десяток $(45+8)$; вычитание двузначного числа из круглого десятка $(50 - 36)$; вычитание однозначного числа из двузначного с образованием круглого десятка $(78-8)$; вычитание круглых десятков $(90-60)$. Каждый правильно решенный пример оценивается в 1 балл. Максимальное количество баллов за задание - 16.

Распределение учащихся по уровням происходит в соответствии с набранными баллами. Если учащийся не допускает ошибок, то его уровень определяется как высокий. От 1 до 4 ошибок - средний уровень. При наличии более пяти ошибок, уровень определяется как низкий. Что соотносится с нормами оценок в начальной школе в соответствии с ФГОС [1].

Второй критерий *осознанность* подразумевает осмысленность и отслеживание правильности последовательности арифметических действий,

понимание различных вычислительных приёмов, их использования в данной ситуации. Выделяется три уровня:

- высокий уровень: знание и понимание теоретических сведений (правил, приёмов), на которых строится последовательность арифметических операций при решении числового выражения; способность к объяснению выбранной последовательности и содержания действий; осуществление решения числового выражения без ошибок;
- средний уровень: частичное знание и понимание теоретических сведений (правил, приёмов), на которых строится последовательность арифметических операций при решении числового выражения; неуверенное объяснение выбранной последовательности и содержания действий; осуществление решения числового выражения с небольшим количеством ошибок;
- низкий уровень: недостаточное знание или незнание теоретических сведений (правил, приёмов), на которых строится последовательность арифметических операций при решении числового выражения; отсутствие способности к объяснению выбранной последовательности и содержания действий; осуществление решения числового выражения с большим количеством ошибок (более 3).

Диагностические упражнения направленные на выявление уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений по критерию *осознанности* представлены в форме индивидуальной работы на карточке, рассчитанной на 20 минут. Направленность работы: обоснование системы вычислений, соответствие между теоретической базой и выполняемыми действиями. Обучающимся необходимо вписать пропущенные числа в последовательность нахождения результата числового выражения (количество - 8, в каждом числовом выражении пропущено два числа на разных этапах решения) и объяснить, на основе какого свойства (правила) найден результат. В работе представлены числовые выражения на каждую арифметическую операцию, решение которых основывается на применении

следующих правил (свойств): сочетательное свойство сложения $((48 + 27) + 3 = 48 + (27 + 3))$; представление одно числа в виде суммы разрядных слагаемых с дальнейшим применением сочетательного свойства сложения $(26 + 12 = (20 + 6) + 12 = 20 + (6 + 12))$; свойство - вычитание суммы из числа $(67 - (17 + 23) = 67 - 17 - 23)$; поразрядное вычитание (способ последовательного вычитания каждого разряда вычитаемого из уменьшаемого) $(87 - 53 = (80 - 50) + (7 - 3))$; представление делимого в виде суммы удобных слагаемых (удобными считаются слагаемые, которые нацело делятся делителем) $(39 : 3 = (30 : 3) + (9 : 3))$; распределительное свойство умножения относительно сложения или правило умножения суммы на число $((10 + 6) * 7 = (10 * 7) + (6 * 7))$; распределительное свойство умножения относительно вычитания или правило умножения разности на число $((10 - 4) * 5 = (10 * 5) - (4 * 5))$; деление числа на произведение, способом, когда число делится на первый множитель, затем результат делится на второй множитель $(24 : (3 * 4) = (24 : 3) : 4)$.

Все числовые выражения подобраны с учетом освоения тем по предмету математика, отраженных в календарно-тематическом планировании на момент начала 4 четверти 3 класса. Каждое правильно указанное свойство/правило оценивается в 1 балл, правильно вписанные числа в выражение - 1 балл. Максимальное количество баллов за карточку - 16. Распределение учащихся по уровням происходит в соответствии с набранными баллами. Если учащийся не допускает ошибок или допускает максимум 1 ошибку в заполнении пропуска, 2 ошибки в указании правила, на основе которого построено решение числового выражения, то его уровень определяется как высокий. Если обучающийся набрал более половины возможных баллов, то его уровень является средним. При наличии более 7 ошибок, уровень определяется как низкий. Данная разбалловка соотносится с нормами оценок в начальной школе в соответствии с ФГОС [1].

Последним критерием является *рациональность*. Рациональность вычислений в упражнениях основывается на применении различных свойств арифметических операций, которые применимы в конкретном случае, а также

на сведения вычислений к более простым. Н.Б.Истомина отмечает, что при решении любого числового выражения необходимо делать упор на осознанное выполнение операций с обязательным пониманием цели, последовательности и условий выполнения. Этот аспект отражается в определении рациональности (осознанный выбор наиболее логичного, подходящего арифметического способа действия в конкретной ситуации). Данный критерий также оценивается по трем уровням:

- высокий уровень: знание нескольких вариантов решения одного числового выражения, выбор одно из них, выполнение которого в конкретном случае быстрее и легче приведёт к получению верного результата действия над числами. При этом выбор данного способа может быть разным, в зависимости от особенностей мышления и способностей обучающегося, то есть присутствует субъективный аспект. Главный в этом критерии является способность к объяснению, почему именно этот приём удобнее использовать конкретному обучающемуся;
- средний уровень: достаточно быстрое выполнение операций; знание нескольких способов решения одного числового выражения, но неспособность использовать подходящий приём в конкретной ситуации, объяснить выбор приёма; шаблонное выполнение заданий;
- низкий уровень: медленное выполнение операций; знание одного способа вычисления результата арифметического выражения; использование известного способа во всех похожих случаях; неспособность объяснить выбор приёма в данной конкретной ситуации.

Диагностические упражнения направленные на выявление уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений по критерию рациональность могут включать в себя задания на сравнительный анализ различных способов решения одной и той же задачи с оценкой каждого метода по критериям эффективности (время, количество шагов, используемые операции). Также могут быть применены задания с открытым ответом (учащиеся находят результат числового выражения несколькими способами и

объясняют, какой из них они считают наиболее рациональным и почему). Второй тип заданий выбран в качестве диагностического, что поможет выявить понимание обучающимся различных стратегий решения, их применения в конкретных ситуациях. Индивидуальная работа на карточке рассчитана на 15 минут. Направленность работы: демонстрация владения разными способами решения числового выражения, выбор наиболее подходящего варианта с аргументацией выбора. Обучающимся предлагается найти результат 4 числовых выражения, каждое двумя способами (1 способ - по действиям, 2 способ - с применением правил/свойств арифметических операций). После нахождения результата числовых выражений необходимо объяснить, какой из способов является более удобным, быстрее приводящим к результату и с чем это связано? В ответе обучающихся учитывается полнота ответа, способность к аргументации собственного мнения. Подобранные числовые выражения опираются на следующие свойства арифметических операций: распределительное свойство умножения относительно сложения/вычитания или умножение суммы/разности на число $((8 + 3) * 5)$ $((10 - 2) * 3)$; деление суммы/разности на число $((32 + 16) : 4)$ $((80 - 16) : 4)$. За каждый правильно решенный пример по действиям начислялся 1 балл; за решение примера вторым способом ещё 1 балл, за объяснение рациональности одного из способов в конкретном примере - 2 балла. Максимальное количество баллов за работу 16.

Распределение учащихся по уровням происходит в соответствии с набранными баллами. Если учащийся не допускает ошибок, допускает максимум 1 ошибку в аргументации выбора рационального способа и 1 ошибку в решении числового выражения или 3 ошибки только в решении числовых выражений одним из способов, то его уровень определяется как высокий. Если обучающийся набрал половину возможных баллов, то его уровень является средним. При наличии более 8 ошибок, уровень определяется как низкий. Данная разбалловка соотносится с нормами оценок в начальной школе в соответствии с ФГОС [1].

Карточки с заданиями, направленными на выявления уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 класса, представлены в приложении А.

На основании выделенных критериев была разработана диагностическая программа исследования актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений младших школьников - приложение Б.

Сформированность устных рациональных вычислительных умений определяется суммированием баллов, полученных по каждому критерию в отдельности. На основе полученных результатов виден общий уровень сформированности устных рациональных вычислительных умений младших школьников. Характеристика общего уровня отображена в Приложение В.

Таким образом для диагностики актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений у учащихся начальной школы были выделены критерии: правильность, осознанность и рациональность. Для их исследования разработаны задания в виде математического диктанта и двух индивидуальных карточек. Результаты работ распределяется по уровням: высокий, средний и низкий. На основе суммирования результатов по каждому критерию выделяется общий уровень сформированности устных рациональных вычислительных умений.

§2.2. Результаты исследования актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 класса

Исследование актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений младшими школьниками проводилось в три этапа. На первом этапе были определены критерии для оценки актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений, на их основе осуществлялся подбор комплекса заданий на каждый критерий, определялись уровни оценки результатов, была составлена диагностическая работа. На втором этапе был проведен констатирующий эксперимент на базе муниципального бюджетного образовательного учреждения Прогимназия

№131. В нем приняли участие 37 школьников 3 классов в возрасте 9-10 лет, из них 21 мальчиков и 16 девочек, без учета обучающихся с ОВЗ. На третьем этапе проводился качественный и количественный анализ результатов эксперимента с представлением полученной информации в виде таблиц и диаграмм. Остановимся на качественной и количественной оценке результатов работ.

По критерию *правильность* в выполнении задания оценивалось как учащийся без ошибок находит результат арифметических действий над числами. В результате эксперимента были получены следующие данные: из 37 учащихся без ошибок выполнили работу 23 человека; 7 человек допустили одну ошибку при решении числового выражения, в котором нужно было применить правило перехода через десяток; 4 человека допустили 2 ошибки; 2 человека допустили 4 ошибки и 1 человек допустил 5 ошибок.

Больше всего ошибок было допущено в примерах на применение приёмов: сложение чисел без перехода через десяток; сложение двузначных чисел с переходом через десяток; вычитание двузначных чисел из круглых десятков; вычитание двузначных чисел с переходом через десяток, что говорит о недостаточной отработке данных приёмов на уроках математики. Выявленная структура ошибок указывает на системные проблемы в освоении базовых алгоритмов устных вычислений в пределах 100. Так, при нахождении результата числовых выражений $46+54$ и $38+12$ учащиеся правильно складывают единицы ($6+4=10$; $8+2=10$), но "забывает" прибавить полученный десяток к десяткам ($40+50=90$, а $90+10=100$ — теряя десяток, получая 90; $30+10=40$, а $40+10=50$, а в ответе записывают 40). При выполнении вычитания двузначных чисел из круглых десятков ($50-36$) ученики часто вычитают формально: $50-36 = 24$ (из 5 десятков вычли 3 десятка, из 0 единиц вычли 6 единиц, игнорируя невозможность последнего). Причиной этого может служить непонимание принципа займа (разложения уменьшаемого), обучающийся не осознает, что "50" — это не только "5 дес. 0 ед.", но и "4 дес. 10 ед.". Также встречались ошибки при вычитании двузначных чисел с переходом через десяток ($43-28$; $72-34$). В первом примере обучающиеся получали ответ 25

($43-28=25$), что могло возникнуть вследствие распространенного заблуждения: если при вычитании единиц из 3 нельзя вычесть 8, то вычитаем наоборот $8-3=5$, или из-за неправильного алгоритма вычислений: обучающиеся забывают, что после "займа" десятков становится на один меньше. Причиной может быть слабое владение приемами устного вычитания с переходом через десяток в пределах 20 ($13-5$, $16-9$). Также, возможными причинами могут являться несформированность пространственных представлений, когда обучающемуся трудно оперировать с абстрактными образами чисел, раскладывать и собирать их, а также непонимание состава числа и принципов позиционной системы.

Полученные результаты отражены в приведенной ниже диаграмме (рис. 17).

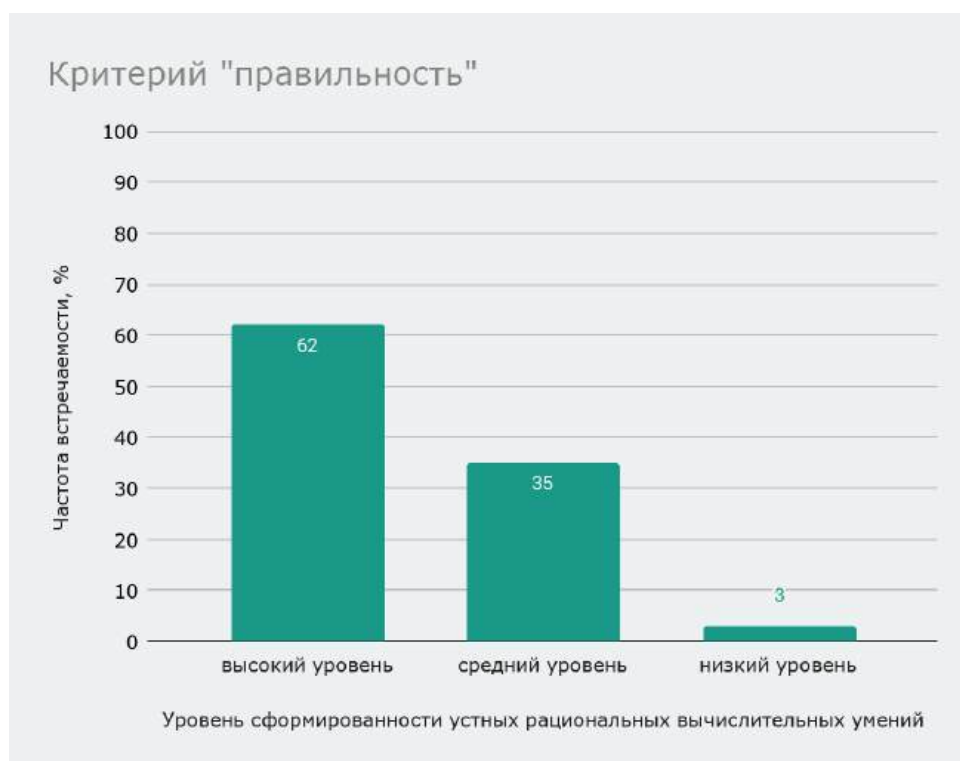


Рисунок 17 – Результаты исследования актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений по критерию «правильность»

Проанализировав рис. 17 можно сделать вывод о том, что 62% обучающихся находятся на высоком уровне, что говорит о безошибочном решении всех примеров в задании; 35% обучающихся находятся на среднем уровне, это означает то, что в задании было допущено от 1 до 4 ошибок. Обучающийся на низком уровне только один, что составляет 3% от общего

числа испытуемых. Таким образом, можно сделать вывод о том, что критерий правильности достигнут на высоком и на среднем уровнях.

По критерию *осознанность* оценивалось знание обучающимися теоретических сведений, на основе которых были выполнены вычисления; осознание системы вычислительных действий, приводящих к результату, а именно способность восстановить пропущенные числа, являющиеся промежуточными результатами вычислений.

В результате оценки работ было набрано 255 баллов из 592 возможных. За восстановление пропущенных чисел набрано 193 балла. Оставшиеся 62 балла были поставлены за приведение теоретических обоснований решения числового выражения.

В первом числовом выражении $26 + 12 = (20 + 6) + 12 = 20 + (\underline{\quad} + 12) = 20 + \underline{\quad} = 38$ двадцать два испытуемых отметили способ представления числа в виде суммы его разрядных слагаемых. Это наиболее успешный пункт, объяснить можно тем, что данный прием вводится одним из первых при изучении двузначных чисел и постоянно подкрепляется наглядностью, поэтому он стал для учащихся наиболее автоматизированным и узнаваемым.

Во втором числовом выражении $(48 + 27) + 3 = 48 + (27 + 3) = 48 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$ одиннадцать участников указали сочетательное свойство сложения, оно позволяет группировать слагаемые для получения удобных, "круглых" чисел при вычислениях, что является ключевым приемом рационализации счета. Резкий спад правильных ответов говорит о том, что учащиеся интуитивно используют это свойство для удобного счета (прибавляют 27 и 3, чтобы получить 30), но не могут его корректно идентифицировать, теоретическую формулировку и название ему не присваивают.

В третьем числовом выражении $67 - (17 + 23) = 67 - 17 - \underline{\quad} = \underline{\quad} - 23 = 27$ только четверо испытуемых верно указали способ вычитания суммы из числа. Данный способ часто изучается как второстепенный, и менее отрабатывается на практике по сравнению с правилом вычитания числа из суммы. Учащиеся могут механически выполнить действие в скобках

(17+23=40), а затем вычитать 67-40, не видя альтернативного, более рационального пути и его теоретического обоснования.

В четвертом числовом выражении $87 - 53 = (80 - 50) + (7 - 3) = 30 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$ четверо участников написали способ поразрядного вычитание чисел. Вычитание основывается на возможности представить числа в разрядном виде и выполнять операцию над одинаковыми разрядами, это прямая проекция алгоритма письменного вычитания в столбик на устный счет, только начиная с высших разрядов. Анализ результата (4 верных ответа), как и в п.3, показывает, что ученики владеют алгоритмической стороной (могут вычесть "столбиком"), но не осознают его развернутую теоретическую модель.

В пятом числовом выражении $(10 + 6) * 7 = (10 * 7) + (\underline{\quad} * 7) = \underline{\quad} + 42 = 112$ девять человек указали распределительное свойство умножения относительно сложения. Учащиеся активно используют это свойство для устного счета, но его название и формальная запись усваиваются хуже.

В шестом числовом выражении $(10 - 4) * 5 = (10 * \underline{\quad}) - (4 * 5) = 50 - \underline{\quad} = 30$ шесть человек правильно написали распределительное свойство умножения относительно вычитания. Разница в результатах между сложением (п.5) и вычитанием может указывать на то, что второй случай отработывался меньше.

В седьмом и восьмом числовых выражениях $39 : 3 = (30 + 9) : 3 = (30 : 3) + (9 : \underline{\quad}) = 10 + 3 = \underline{\quad}$ (представление делимого в виде суммы разрядных слагаемых, деление суммы на число) и $24 : (3 * 4) = (24 : 3) : \underline{\quad} = \underline{\quad} : 4 = 2$ (деление числа на произведение) только трое обучающихся указали правильный ответ. Правила в этих пунктах являются наименее усвоенными. Можно связать это с тем, что деление — самая сложная операция для осмысления. Правило деления на произведение воспринимается как абстрактное и не находит постоянного применения в практике, поэтому быстро забывается.

Наиболее усвоены свойства, связанные с наглядной моделью и постоянным повторением (разрядность). Свойства, связанные с рационализацией (сочетательное, распределительное, особенно свойства деления), усвоены формально и не используются осознанно как инструмент для

оптимизации решения. Низкие результаты по большинству пунктов свидетельствуют о разрыве между умением выполнять вычисления на практике и способностью рефлексировать, осознавать теоретическую базу их выполнения. Необходима систематическая работа по проговариванию не только алгоритма, но и его теоретической основы выполнения.

В восстановлении пропущенных чисел большую трудность вызвал 3 пример на приём вычитания суммы из числа (правильно выполнило только 15 человек). Разница в результатах между указанием названия свойства и вставкой пропущенных чисел очень показательна, она раскрывает разные уровни понимания. Даже при том, что лишь 4 человека смогли назвать правило, 15 справились с вычислением. Это говорит о том, что учащиеся видят способ решения проще $67 - (17+23)$: вычтешь сначала 17, потом 23, так как 17 и 67 хорошо сочетаются, но не связывают это с общим правилом $a - (b + c) = a - b - c$. С первым пропуском 23 большинство учеников справляется, так как число уже дано в скобках. Второй пропуск (– 23) вызывает трудность, потому что ребенок должен удержать в рабочей памяти результат промежуточного действия ($67 - 17 = 50$) и записать его. Многие пытаются механически "перетащить" число из исходного выражения, получая $67 - 17 - 23 = 67 - 23 = \dots$ Это свидетельствует о непонимании последовательности преобразований.

Лучше всего справились с числовыми выражениями №5 (30 человек) и №6 (27 человек), они демонстрируют распределительное свойство умножения. Результаты говорят о высокой степени алгоритмизации и наглядности приемов умножения числа на сумму и разность, имеющих четкую, легко воспроизводимую структуру. Также хорошие показатели могут быть обусловлены отсутствием необходимости в промежуточных вычислениях.

В остальных числовых выражениях ошибки встречались частного характера, так в пример 1 (разрядные слагаемые) были допущены ошибки в определении единиц: $26+12=(20+6)+12=20+(2+12)=\dots$ (взята цифра десятков из второго числа вместо единиц из первого) или в непонимании структуры $20+(26+12)=\dots$ (простое объединение в скобки без анализа).

В числовом выражении № 2 (сочетательное свойство) были ошибки механического копирования числа: $48+(27+3) = 48+(27)=...$ (повтор 27) или ошибки вычислительного характера.

Самой частой ошибкой в выражении №7 было неправильное написание делителя: вместо $(30:3)+(9:3)$, учащиеся записывали $(30:3)+(9:9)$. Это показывает, что не усвоен принцип: делится каждое слагаемое суммы на одно и то же число.

При работе с выражением №8, ученики часто ошибочно применяли другое правило: «Чтобы разделить произведение на число, можно разделить на это число один из множителей», получая $24 : (3 * 4) = (24 : 3) * 4$. Также обучающиеся оставляли первый пропуск, вписывая во второй число $8: 24 : (3 * 4) = (24 : 3) : \underline{\quad} = \underline{8} : 4 = 2$, зная, что $4 * 2 = 8$.

Полученные количественные результаты отражены в приведенной ниже диаграмме (рис. 18).

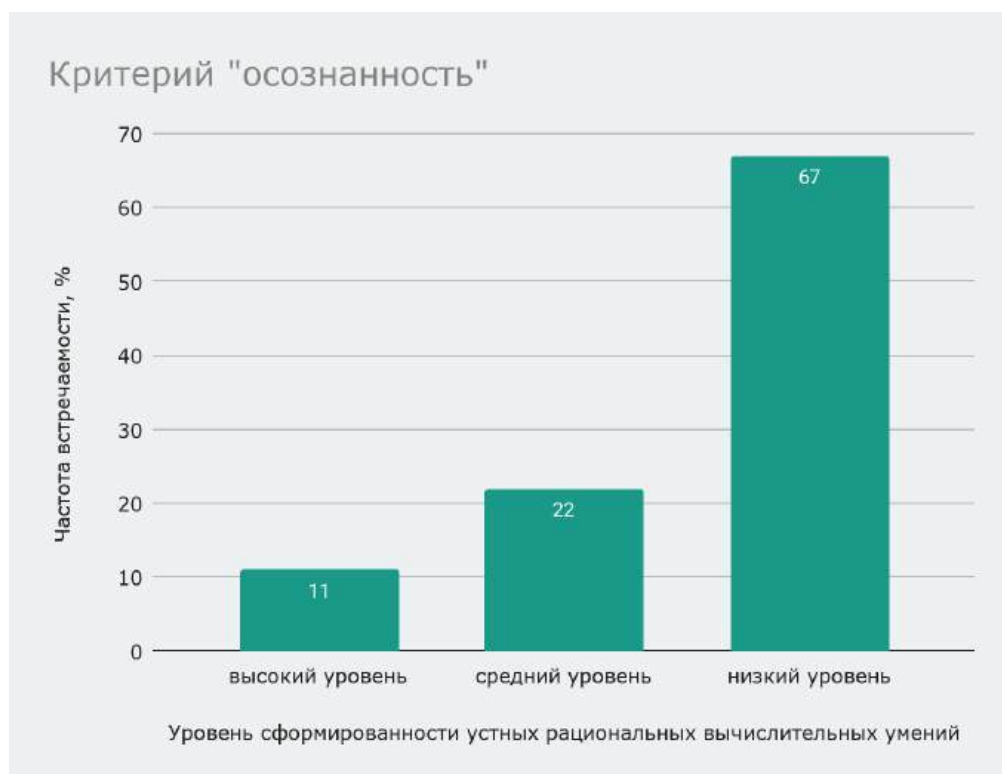


Рисунок 18 – Результаты исследования актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений по критерию «осознанность»

Проанализировав рис. 18 можно проследить, что в результате эксперимента были получены следующие данные: из 37 учащихся на

максимальный балл работу не выполнил ни один ученик, 15 баллов набрал только один обучающийся. Большинство испытуемых оказались на низком уровне - 25 человек, что составляет 67%. На среднем уровне 8 человек - 22%. Всего 4 человека набрали более 12 баллов, это 11% от общего числа. Таким образом, можно сделать вывод о том, что критерий правильности достигнут на низком и на среднем уровнях.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что у обучающихся преобладает формальное, а не осмысленное владение вычислительными алгоритмами. Несмотря на то, что учащиеся способны получить верный числовой результат, их текстовые комментарии в решении демонстрируют непонимание теоретических оснований выполняемых действий. Объяснения алгоритмов отличаются неуверенностью, непоследовательностью и содержат ошибки в логической структуре.

По критерию *рациональность* оценивалось, способен ли обучающийся найти значение числового выражения двумя разными способами, выбрать наиболее удобный и рациональный способ, который легче и быстрее приводит к результату арифметического действия над числами и обосновать его выбор.

Работа оценивалась следующим образом: за верное нахождение результата числового выражения по действиям (1 способ) обучающийся получал 1 балл. За решение каждого числового выражения (2 способом) с применением свойств дистрибутивности умножения относительно сложения, вычитания и деления суммы, разности на число, обучающийся получал ещё 1 балл. Таким образом за нахождение результата числовых выражений можно было получить 8 баллов. Остальные 8 баллов распределялись так: за комментарий в каждом случае с указанием более удобного способа решения и аргументацией выбора, обучающийся получал 2 балла. За выполнение всей работы можно было получить 16 баллов. В общем было набрано 238 баллов из 592 возможных. За решение числового выражения одним способом было начислено 88 баллов; за решение двумя способами 110 баллов. Оставшиеся 40 баллов были начислены за обоснование выбора более рационального способа решения. Результаты

представлены в следующей таблице:

Таблица 3 - Количественные результаты выполнения работы по критерию рациональность

Числовое выражение	$(6 + 3) * 5$	$(24 + 12) : 4$	$(10 - 2) * 3$	$(80 - 16) : 4$
Кол-во учащихся, выполнивших решение по действиям	26	25	23	14
Кол-во учащихся, выполнивших решение с помощью применение математических свойств рационализации	33	31	26	20
Кол-во учащихся, аргументировавших выбор способа	13	3	2	2

Исходя из того, что количество испытуемых, находящих результат арифметических действий с применением свойств и правил, больше, можно сделать вывод, что учащиеся преимущественно владеют алгоритмическими знаниями, способны к нахождению результатов арифметических действий более простым способом, но испытывают значительные трудности с их теоретическим обоснованием.

По результатам эксперимента 13 человек аргументировали выбор одного из способов решения в 1 числовом выражении $(8+3)*5$, при этом мнения были разными. Три человека считали, что проще выполнить вычисления по действиям и умножить 11 на 5. Данная аргументация указывает на опору механического запоминания и уверенность в знании внетабличного умножения. Для этих учащихся умножение $11*5=55$ является автоматизированным навыком. Их стратегия — минимизация числа операций (одно умножение вместо умножения и сложения), однако их выбор рационален только при условии

уверенного владения умножением $11*5$. Теоретической основой здесь является приоритет действий в скобках. Оставшиеся десять человек сделали выбор в пользу второго способа с применением распределительного свойства умножения $(8+3)*5 = (8*5 + 3*5)$, так как умножение 11 на 5 не является табличным. Выбор учащихся демонстрирует понимание критерия рациональности как опоры на базовые, автоматизированные факты (табличное умножение). Учащиеся оценивают сложность вычисления $11*5$, признают ее потенциально высокой и выбирают стратегию, гарантированно приводящую к табличным случаям ($8*5=40$, $3*5=15$).

Выбор способа решения и его аргументацию во 2 числовом выражении $(32+16):4$ написали 3 испытуемых, все они указали, что легче считать, применяя свойство деления суммы на число $(32+16):4 = (32:4) + (16:4)$. Низкая активность (3 чел.) говорит о том, что для большинства учащихся оба способа воспринимаются как равнозначно простые или сложные, либо учащиеся не задумывались о сравнении, механически выбрав один из них. Те, кто аргументировал, продемонстрировали понимание рациональности: $32:4=8$ и $16:4=4$ — это простые табличные случаи, в то время как вычисление суммы $32+16=48$ с последующим делением $48:4$ требует дополнительного шага и может вызвать затруднения. Теоретическая основа рационального способа - это свойство деления суммы на число: $(a+b):c = a:c + b:c$. По сравнению с первым примером наблюдается явное снижение рефлексивной активности.

Двое испытуемых аргументировали выбор 1 способа решения в №3: $(10-2)*3$, ссылаясь на таблицу умножения. В данном числовом выражении наблюдается минимальная активность в аргументации (2 чел.). Подавляющее большинство учащихся не увидели здесь пространства для выбора. Аргументация двух испытуемых логична: $10-2=8$, а $8*3=24$ — это уверенное табличное умножение. Применение же распределительного свойства $(10*3 - 2*3)$ хотя и также приводит к табличным случаям $(30-6)$, содержит три действия вместо двух. Их выбор обоснован стратегией минимализации операций при гарантированной простоте каждого шага. Теоретическая основа — приоритет

действий в скобках и табличное умножение.

Объяснение выбора рационального способа решения в 4 примере $(80-16):4$ привели 2 обучающихся; оба отметили, что проще выполнять действия с применением свойства деления разности на число, так как $64:4$ это не табличный случай. Данный ответ говорит о том, что учащиеся не просто механически применяют правило, а проводят сравнительный анализ трудности вычислений: способ 1 (по действиям): $80-16=64$ (требует вычитания с переходом через десяток), затем $64:4$ (внетабличное деление, требующее отдельного вычисления $60:4+4:4$ или подбора); способ 2 (свойство): $80:4=20$, $16:4=4$ (оба действия — элементарные табличные случаи), затем $20-4=16$. Учащиеся четко разграничили два способа по сложности и выбрали стратегию, которая быстрее и легче приводит к результату (2 способ). Теоретическая основа — свойство деления разности на число: $(a-b):c = a:c - b:c$. Хотя таких учащихся всего двое, их ответы являются индикатором сформированного вычислительного мышления. Они не просто вычисляют, а оптимизируют вычислительный процесс, учитывая возможные трудности.

Общие результаты (20 аргументаций из 148 возможных) говорят о том, что умение выполнить вычисления разными путями не переходит в осознанное умение обосновать рациональность выбора. Это свидетельствует о формальном, алгоритмическом характере усвоения свойств арифметических действий. Подавляющее большинство учащихся не могут или не видят необходимости объяснять свой выбор. Вычисление остается для них чисто технической операцией.

Полученные количественные результаты отражены в приведенной ниже диаграмме (рис. 19).

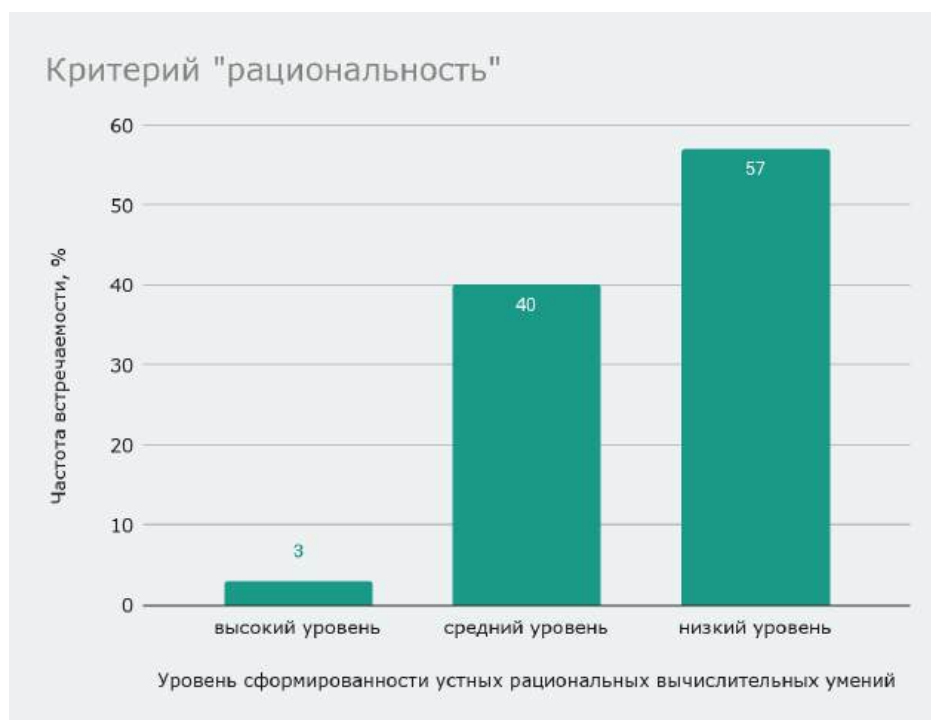


Рисунок 19 – Результаты исследования актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений по критерию «рациональность»

Проанализировав рис. 19 можно проследить, что в результате эксперимента были получены следующие данные: из 37 учащихся на максимальный балл работу не выполнил ни один ученик, 15 баллов набрал только один обучающийся. Большинство испытуемых оказались на низком уровне - 21 человек, что составляет 57%. На среднем уровне 15 человек - 40%. Всего 1 человек набрал более 13 баллов, это 3% от общего числа. Таким образом, можно сделать вывод о том, что критерий рациональности достигнут на низком и на среднем уровнях.

Исходя из общего анализа работ можно сделать вывод о том, что обучающиеся склонны к использованию единого, шаблонного способа решения. Они не предпринимают попыток к поиску альтернативных, рациональных способов нахождения результата числовых выражений, что напрямую влияет на скорость вычислений. Ученики сосредоточены исключительно на получении правильного ответа, в результате чего большинство испытуемых не способны провести сравнительный анализ приёмов вычислений и аргументированно обосновать выбор оптимального (рационального) способа, что свидетельствует о дефиците опыта в оценивании

и сопоставлении вычислительных методов. Учащиеся демонстрируют выраженную склонность к алгоритмизированным письменным вычислениям, зачастую игнорируя возможность применения более рациональных устных приёмов. Это может быть обусловлено комплексом причин: дефицитом автоматизированных устных навыков, вызванным несистемным характером их формирования в учебном процессе; преобладанием письменной вычислительной практики, которая вытесняет способность к мысленному оперированию числами; а также отсутствием осознанной потребности в оптимизации решения.

В результате проведения констатирующего эксперимента было установлено, что у обучающихся 3 класса высокий уровень сформированности устных рациональных вычислительных умений наблюдается у 2 учеников (5%), у 24 учеников средний уровень (65%) и у 11 низкий уровень (30%). Полученные результаты отражены в приведенной ниже диаграмме (рис. 20).

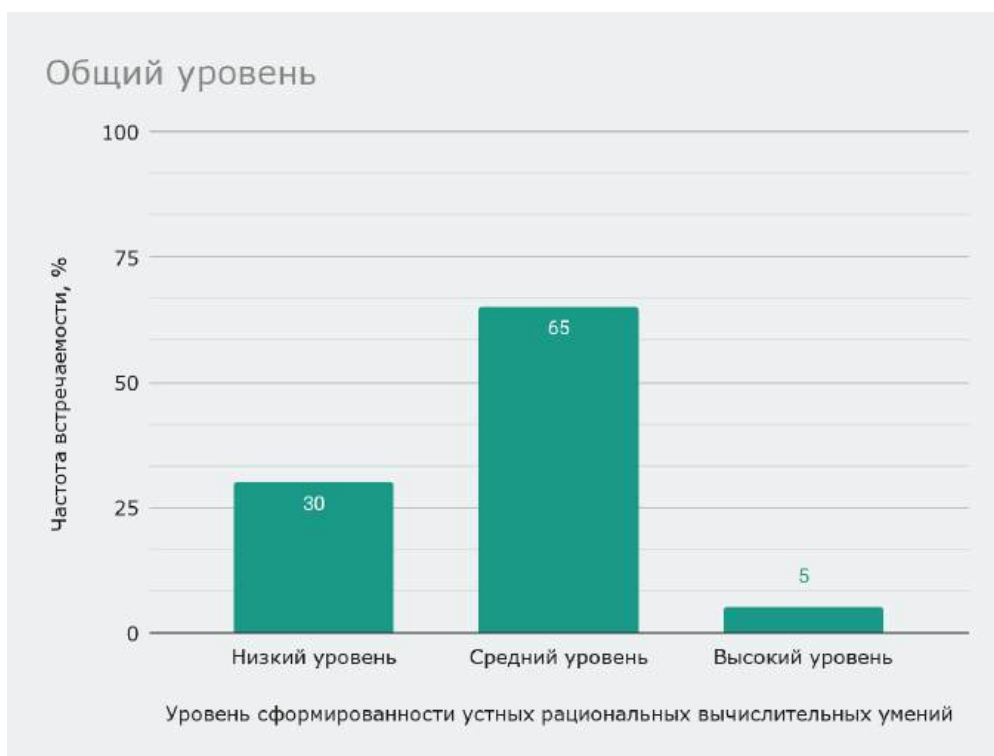


Рисунок 20 – Результаты исследования актуального уровня сформированности сформированности устных рациональных вычислительных умений

Итак, устные рациональные вычислительные умения у большинства испытуемых сформированы на среднем уровне. Стоит отметить, что у учащихся, работы которых находятся на низком уровне сформированности вычислительного умения, наблюдается сниженная скорость операций, приводящая к значительным временным затратам на решение. Для них также характерны повышенная частота ошибок по невнимательности и неспособность довести решение до конца, что проявляется в невыполнении части заданий. У обучающихся, с высоким уровнем работ, данных трудностей не возникает. С заданиями ученики справляются быстро с незначительным количеством негрубых ошибок. У большинства испытуемых, чьи работы находятся на среднем уровне, только некоторые задания вызывают трудности. Основное количество ошибок проявляется в неверном выборе операций и пояснении их рациональности, а также в неспособности указать теоретические основания, соответствующие математические правила или свойства, используемые при выполнении конкретного вычислительного приёма.

§2.3. Описание комплекса упражнений, направленного на совершенствование устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 класса

Мы провели анализ специализированной литературы для выявления методов решения проблем, существующих в сложившейся образовательной практике. Проблемой формирования вычислительных умений и навыков у младших школьников занимались известные специалисты в области математики М.А. Бантова, А.В. Белошистая, Н. Б. Истомина, И.Б. Румянцева, Т.Е. Демидова и др.

Исходя из результатов эксперимента, можно заявить, что основные трудности обучающихся проявляются в определенных вычислительных приёмах, отсюда возникает возможность применения подхода, о котором упоминала Л.А. Каирова, его сущность «заключается в отработке наиболее трудных для учащихся операций (механизм перехода через разряд, подбор

пробной цифры частного и т. д.), в результате чего учащиеся овладевают общим способом действия» [28, с. 69].

Наталья Истомина считает, что «обращение к теоретическим основам того или иного вычислительного приема для большинства младших школьников представляет определенную трудность, преодоление которой требует воспроизводящей деятельности и заучивания образцов» [26]. А. В. Белошистая также отмечает, что формирование умений происходит в процессе многократных упражнений, а сформированное умение позволяет выполнять действие и в изменившихся условиях [10]. Значит, в процессе обучения эффективно опираться на многократное повторение действий по образцу и запоминание готовых шаблонов, в таком случае можно будет говорить о прочном усвоении вычислительных приёмов через практическое воспроизведение и отработку.

По мнению Лавлинской Е. Ю., причина трудностей учащихся при устных вычислениях кроется и в том, что «на сегодняшний момент не прослеживается четкой системы работы по развитию вычислительных навыков» [32]. Значит, требуется создание целостной, поэтапной и контролируемой системы, в которой вычислительным умениям будет уделяться приоритетное внимание.

При анализе заданий, представленных в учебниках математики, был выявлен дефицит заданий, которые нацелены на сравнение и отработку нескольких способов нахождения результата одного числового выражения, а также формулировок, указывающих на выбор рационального приёма вычислений. В связи с этим, мы разработали комплекс упражнений, цель которого заключается в формировании у учащихся 3 класса осознанных и рациональных устных вычислительных умений по всем четырём арифметическим действиям (сложение, вычитание, умножение, деление) с числами в пределах 1000.

Данный комплекс упражнений может использовать учитель на уроках математики для индивидуальной работы обучающихся, для проведения

разминок в начале урока, а также в качестве домашнего задания, направленного на отработку способов вычислений. Кроме того, ученик может самостоятельно работать с комплексом для изучения, тренировки способов нахождения результатов числовых выражений, закрепления вычислительных приёмов.

Разработанный комплекс называется **«Вычислительный рейс, верни животных домой»**. Он представляет собой игровое учебное пособие. Основная сюжетная линия: 16 животных со всего мира (бурый медведь, белка, тигр, панда, лиса, бизон, попугай, черепаха, крокодил, лев, жираф, слон, зебра, обезьяна, ленивец, фламинго) «потеряли» свои естественные места обитания на карте мира из-за условного природного явления — Рационального вихря, который перепутал все географические адреса. Выполняя вычислительные задания и осваивая рациональные приёмы вычислений, ребёнок постепенно «возвращает» каждого зверя на его родину, приклеивая наклейку с изображением животного на соответствующую область карты мира. На карте, которая называется **«Возвращение в родные края»**, обозначены континенты (Евразия, Северная Америка, Африка, Южная Америка) и выделены места для наклеек (16 позиций), соответствующие каждому животному из списка. Разворотов в сборнике представлено 16, один разворот посвящен отдельному вычислительному приёму, изучаемому учениками до третьего класса включительно.

Перечень приёмов, включённых в сборник:

1. сложение однозначных чисел с переходом через десяток;
2. сложение двузначного числа с однозначным без перехода через десяток;
3. сложение двузначного числа с однозначным с переходом через десяток;
4. сложение двузначных чисел с переходом через десяток;
5. сложение трёхзначного числа с двузначным, трёхзначным с переходом через разряд;
6. вычитание однозначного числа из двузначного с переходом через десяток;
7. вычитание двузначных чисел без перехода через десяток;
8. вычитание двузначных чисел с переходом через десяток;

9. вычитание двузначного и трехзначного числа из трехзначного;
10. внетабличное умножение двузначного числа на однозначное без перехода через разряд;
11. внетабличное умножение двузначного числа на однозначное с переходом через разряд;
12. умножение двузначных чисел;
13. умножение трехзначного числа на однозначное;
14. внетабличное деление двузначного числа на однозначное;
15. деление двузначного числа на двузначное;
16. деление трехзначного числа на однозначное.

Полноценное освоение устной вычислительной деятельности требует от ребенка свободного владения результатами табличных вычислений в пределах 10 и 20, разрядным и десятичным составом чисел, умением гибко и свободно применять разнообразные вычислительные действия, выбирая рациональный способ вычисления в каждом случае. Поэтому, способы нахождения результата арифметических операций основаны на следующей теоретической базе, отраженной в свобнике:

1. общее:
 - 1.1. разрядный состав чисел;
 - 1.2. десятичная запись числа;
2. сложение:
 - 2.1. переместительное свойство сложения;
 - 2.2. сочетательное свойство сложения;
 - 2.3. группировка слагаемых;
 - 2.4. представление числа в виде суммы или разности чисел;
3. вычитание:
 - 3.1. правило вычитания числа из суммы;
 - 3.2. правило вычитания суммы из числа;
4. умножение:
 - 4.1. конкретный смысл операции умножение (сложение одинаковых слагаемых);

- 4.2. переместительное свойство умножения;
- 4.3. сочетательное свойство умножения;
- 4.4. распределительное свойство умножения относительно сложения;
- 4.5. распределительное свойство умножения относительно вычитания;
- 5. деление:
 - 5.1. свойство деления суммы на число;
 - 5.2. свойство деления разности на число;
 - 5.3. правило деления числа на произведение;
 - 5.4. правило деления произведения на число.

Каждый разворот представлен четырьмя тематическими блоками:

1. Теоретический, который называется **«Снаряжение спасателя»**.

Цель: познакомить обучающегося с конкретными способами вычислений, которые потребуются для выполнения заданий на данном развороте. Название «Снаряжение спасателя» подчёркивает, что без этого знания «спасательная операция» невозможна. Для каждого вычислительно приёма способов вычисления представлено от трёх до пяти. Каждое описание способа содержит последовательное объяснение всех операций, сопровождающееся числовой записью. В конце описания способа представлена целая запись от исходного числового выражения до результата вычислений со всеми промежуточными операциями.

Рассмотрим один из разворотов комплекса упражнений (рис. 21), посвященный приёму: сложение однозначных чисел с переходом через десяток. Здесь представлено три способа нахождения результата числового выражения, опирающиеся на последовательное присчитывание и состав чисел, при этом рассматривается представление числа и в виде суммы, и в виде разности. В третьем способе применяется переместительное свойство сложения.

Приём 1: сложение однозначных чисел с переходом через десяток.
8+3

Готовим снаряжение:

Способ 1. Через последовательное присчитывание: число 3 представляем в виде суммы чисел (1+1+1), значит $8+3 = 8+(1+1+1) = 9+1+1 = 10+1 = 11$

Способ 2. Через состав чисел: мы знаем, что 8+2 будет 10, значит до десяти нам не хватает две единицы, поэтому представим число 3 в виде суммы удобных слагаемых, одно из которых будет 2, значит $3=2+1$, получаем пример $8+3 = 8+2+1 = 10+1 = 11$

Способ 3. Через состав чисел: мы знаем, что 8 это 10-2, поэтому представим число 8 разностью: $8+3 = (10-2)+3$, применим *переместительное свойство сложения*: $3+(10-2)$, теперь мы должны вспомнить правило (чтобы прибавить разность к числу, нужно прибавить к нему уменьшаемое и из полученной суммы вычесть вычитаемое). Получится $3+10-2 = 13-2 = 11$

Рисунок 21 – Теоретический блок заданий первого разворота сборника

2. Блок повторения изученного, который называется **«Настраиваем компас»**.

Цель: актуализация опорных знаний и умений, необходимых для успешного применения изученных способов. Ошибки на этом этапе сигнализируют о необходимости вернуться к ранее пройденному материалу. Здесь могут быть представлены задания на восстановление пропущенных слов в определение математического свойства или правила, упражнения на конкретный смысл арифметических операций, работа по восстановлению десятичной или поразрядной записи чисел.

На первом развороте сборника (рис. 22) представлены два задания: первое - на актуализацию состава чисел до десяти, второе - вставка пропущенных слов в определение переместительного свойства сложения.

Настраиваем компас:

Задание 1. Вспомни состав чисел до 10, заполни пропуски.

④	⑥	⑧	⑩	⑨	⑦	⑤							
2	3	2	1	4	6	2	6	1	5	2	3	1	3
2		3		1	3	3	5	4	3	4		4	3

Задание 2. Вставь пропущенные слова в определение:
 Переместительное свойство сложения утверждает, что от перестановки мест _____ сумма _____.




Рисунок 22 – Блок актуализации первого разворота сборника

3. Блок тренировочных упражнений, который называется **«Спасательный рейс»**.

Данный блок представлен двумя заданиями: №1 - отработка всех изученных способов решения на двух разных числовых выражениях; №2 - заполнение таблицы, в которой нужно найти результат четырёх различных числовых выражений одним из способов, который учащийся выбирает самостоятельно, основываясь на рациональность способа для конкретного выражения. В каждом случае необходимо устно обосновать причину своего выбора. Это основной рабочий этап, в ходе которого происходит формирование вычислительного умения. Слово «рейс» подчёркивает динамику и движение к цели – возвращению животного.

Для отработки первого из приёмов предлагается найти результат числовых выражений $4+7$ и $9+5$ тремя представленными способами в первом блоке (рис. 23). Учащиеся записывают последовательность вычислений на строках. Во втором задании обучающимся необходимо вписать результат вычислений, выполнив их устно, и указать номер выбранного способа в скобках.

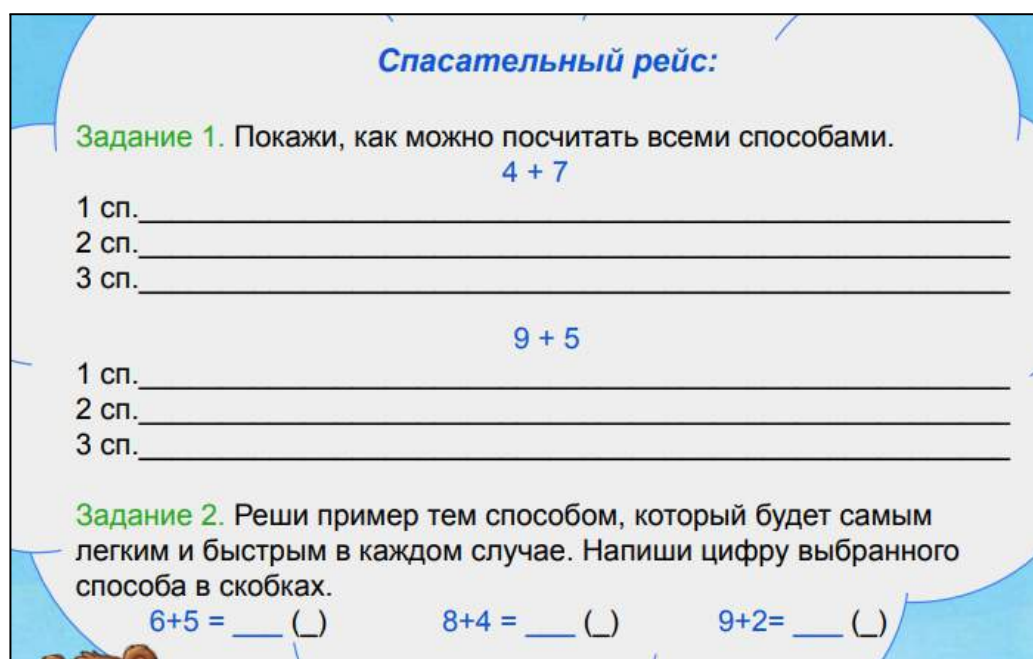


Рисунок 23 – Блок тренировочных упражнений первого разворота сборника

4. Рефлексивный блок, который называется «Привал: кого мы спасли и где они живут».

Цель: формирование у обучающегося способности оценивать собственные действия, осознавать трудности и фиксировать новый приобретённый опыт. Рефлексия является обязательным компонентом Федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования (ФГОС НОО) при формировании регулятивных универсальных учебных действий (УУД). В этом блоке учащийся отвечает на вопросы по изученной информации, решает ситуации из жизни, заполняет лестницу достижений или выбирает подходящее для себя утверждение из перечня.

При отработке приёма сложение однозначных чисел с переходом через десяток этап рефлексии включает в себя три вопроса (рис. 24). Первый вопрос («Какой способ тебе показался легче всего? Почему?») направлен на выявление субъективно наиболее удобного и доступного для учащегося вычислительного приёма и развитие способности к аргументации и обоснованию своего выбора. Вопрос «Какие трудности ты испытал при решении примеров?» направлен на развитие рефлексивной самооценки и выявление индивидуальных проблемных зон в усвоении вычислительного приёма. Третий вопрос («Помнил ли ты, что

такое переместительное свойство сложения?») направлен на актуализацию и закрепление теоретической базы вычислительного приёма, установление связи между практическим действием и лежащим в его основе математическим знанием.

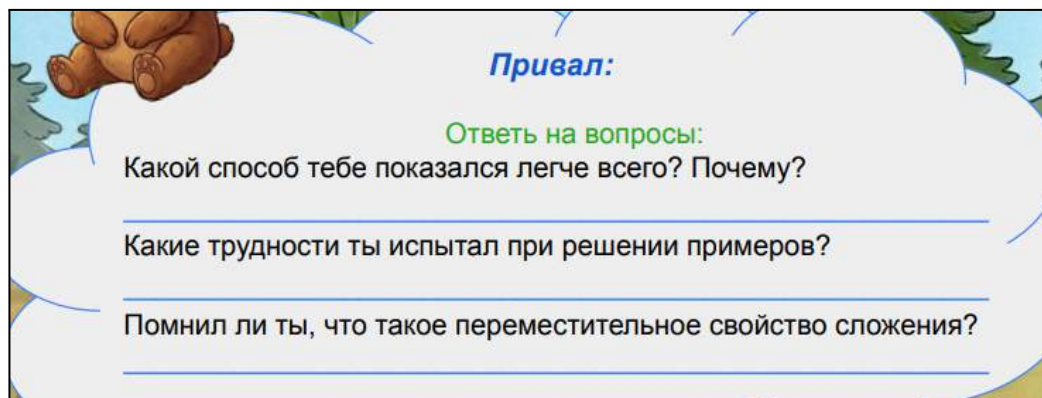


Рисунок 24 – Блок рефлексии первого разворота сборника

Таким образом, предложенная структура сборника («Снаряжение спасателя» – теория, «Настраиваем компас» – повторение, «Спасательный рейс» – тренировка, «Привал» – рефлексия) образует замкнутый цикл формирования вычислительного умения, опирающийся на деятельностный и игровой подходы. Механика наклеек обеспечивает прозрачную систему поощрения и визуализацию прогресса, являясь мощным мотивационным фактором для детей младшего школьного возраста. Разработанный комплекс призван восполнить выявленный дефицит системной работы над устными рациональными вычислительными умениями и может быть рекомендован для использования в образовательном процессе начальной школы.

Выводы по главе 2

Вторая глава посвящена проведению констатирующего эксперимента, направленного на изучение уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений у учеников третьего класса. Эксперимент проводился на базе МБОУ Прогимназия №131. В нем приняли участие 37 школьников 3 классов в возрасте 9-10 лет, из них 21 мальчика и 16 девочек, без учета обучающихся с ОВЗ.

Для проведения констатирующего эксперимента были отобраны критерии (правильность, осознанность, рациональность) и разработаны задания, позволяющие проследить уровень сформированности устных рациональных вычислительных умений по каждому из критериев. Все задания для исследования представлены в Приложении А. Также была разработана диагностическая программа для определения уровня сформированности каждого критерия в отдельности (Приложение Б) и общая характеристика степени сформированности устных рациональных вычислительных умений на каждом уровне (Приложение В).

По результатам проведения констатирующего среза был заполнен протокол диагностической программы исследования. Качественный и количественный анализ работ обучающихся показал, что у большинства испытуемых работы находятся на среднем или низком уровне. Результаты каждого обучающегося отображены в таблице 3 (Приложение Г). Общие данные всех учащихся приведены в таблице 4 (Приложение Д). Преобладание числа работ на среднем уровне объясняется тем, что способность к выбору рационального способа действия является сложным видом деятельности для младшего школьника и требует определенной подготовительной работы, которая осуществляется системно не во всех учебно-методических комплексах.

В ходе эксперимента было выявлено, что обучающиеся сталкиваются с определенными трудностями при нахождении результатов числовых выражений, обосновании выбранных вычислительных приёмов. Полученные данные говорят о том, что совсем небольшой процент обучающихся 3 класса

способен выбирать рациональный способ устных вычислительных действий. Большинство учеников испытывает трудности при анализе и сравнении нескольких способов решения, при выборе более удобного способа, который быстрее и легче приведёт к результату, что уменьшает скорость выполнения арифметических операций и повышает число ошибок.

Установлено, что эффективное формирование вычислительных умений возможно при сочетании двух подходов: а) многократное повторение действий по образцу и запоминание готовых шаблонов (что обеспечивает прочность усвоения); б) осознанное применение теоретических знаний (разрядный состав чисел, свойства арифметических действий, правила деления суммы на число и др.). В связи с этим разработанный комплекс упражнений опирается на широкую теоретическую базу, включающую свойства сложения, вычитания, умножения и деления, а также разрядный и десятичный состав чисел.

Комплекс выполнен в игровой форме (сюжет о возвращении животных в их естественные места обитания) и включает 16 разворотов, каждый из которых посвящён отдельному вычислительному приёму (от сложения однозначных чисел с переходом через десяток до деления трёхзначного числа на однозначное). Структура разворота включает четыре обязательных блока: теоретический («Снаряжение спасателя»), блок повторения («Настраиваем компас»), тренировочный («Спасательный рейс») и рефлексивный («Привал: кого мы спасли и где они живут»). Такая структура обеспечивает плавный переход от знакомства со способом действия через актуализацию опорных знаний к самостоятельной тренировке с выбором рационального приёма и последующей рефлексии. Игровая механика с наклейками визуализирует прогресс, служит системой поощрения и повышает учебную мотивацию младших школьников, что соответствует требованиям ФГОС НОО к организации деятельностного и личностно-ориентированного обучения.

Заключение

На основе проведённого исследования по проблеме формирования устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 класса можно сформулировать следующие выводы в соответствии с поставленными во введении задачами.

В результате теоретического анализа психолого-педагогической и методической литературы было установлено, что вычислительная деятельность младших школьников представляет собой целенаправленный процесс овладения вычислительными умениями и навыками, основанный на системе предметных знаний. Выявлены существенные различия между устными и письменными вычислениями по таким критериям, как форма записи (в строчку или в столбик), поразрядность выполнения (с высших или низших разрядов), фиксация промежуточных результатов. Устные вычисления открывают более широкие возможности для развития внимания, памяти, находчивости, сообразительности и гибкости мышления младших школьников, что неоднократно отмечали М. А. Бантова, Н. Б. Истомина и другие ученые. В работе разграничены понятия «вычислительное умение» и «вычислительный навык». Вычислительное умение трактуется как осознанное, развёрнутое выполнение последовательности операций, сопровождающееся пониманием цели, способа и условий действия. Вычислительный навык, в свою очередь, представляет собой автоматизированное, свёрнутое и быстрое выполнение арифметических действий, формирующееся на основе умений в процессе многократных упражнений. Особое внимание уделено характеристике рациональности как одному из ведущих качеств вычислительного навыка. Рациональность вычислений понимается как обоснованный выбор из возможных вычислительных приёмов того, который позволяет наиболее легко и быстро привести к результату арифметического действия. Доказано, что рациональность неразрывно связана с осознанностью (пониманием теоретической базы приёма) и предполагает владение свойствами арифметических действий, что служит основой для упрощения вычислений и

развития логического мышления младших школьников.

Установлено, что младший школьный возраст (от 7 до 11 лет) является сензитивным периодом для развития произвольности, внутреннего плана действия, самоконтроля и рефлексии. В этот период происходит переход от наглядно-образного мышления к словесно-логическому, понятийному мышлению, что создаёт благоприятные условия для осознанного усвоения вычислительных приёмов и их теоретического обоснования. Основные приёмы устных вычислений формируются в первые годы обучения младших школьников, затем на их основе образуются устные вычислительные умения.

Теоретической основой устных вычислительных приёмов выступают: конкретный смысл арифметических действий, свойства арифметических действий, связь между компонентами и результатом арифметических действий, вопросы нумерации чисел, зависимость изменения результатов арифметических действий в зависимости от изменения компонентов, а также особые случаи, выполняемые на основе специально сформулированных правил. Каждый вычислительный приём имеет теоретическую основу, алгоритм рассуждений и опирается на определённую совокупность базовых знаний.

В ходе анализа УМК «Школа России» (авторский коллектив М. И. Моро, С. И. Волковой, С. В. Степановой, М. А. Бантовой и Г. В. Бельтюковой) было установлено, что в первом и втором классе закладывается теоретическая основа для рациональных вычислений. Однако выявлено, что работа над формированием устных рациональных вычислительных умений протекает не систематично. Последовательность введения и закрепления устных приёмов вычислительных операций отсутствует, приёмы могут быть введены как способы решения конкретных заданий в рамках темы, а не как универсальные стратегии. В 3–4 классах акцент смещается на письменные вычисления, а задания на рациональные устные приёмы представлены хаотично. Таким образом, между требованиями ФГОС к формированию осознанных, рациональных вычислительных навыков и реальной методической организацией вычислительной деятельности в УМК «Школа России»

существует противоречие.

Для диагностики актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений из шести качеств вычислительного навыка были отобраны три критерия: правильность (безошибочное нахождение результата), осознанность (непрерывное отслеживание правильности и последовательности собственных вычислительных операций, приводящих к результату) и рациональность (осознанный выбор наиболее логичного, подходящего арифметического способа действия в конкретной ситуации).

На основе выделенных критериев была разработана диагностическая программа, включающая три вида заданий: математический диктант на проверку правильности (16 числовых выражений на сложение и вычитание), индивидуальную карточку на проверку осознанности (8 числовых выражений с пропущенными числами в промежуточных операциях, в каждом числовом выражении необходимо указать математическое свойство, на основании которого были выполнены преобразования) и индивидуальную карточку на проверку рациональности (4 числовых выражения, которые необходимо решить двумя способами и обосновать выбор более рационального из них). Эксперимент проводился на базе МБОУ Прогимназия №131 г. Красноярск. В нём приняли участие 37 обучающихся 3 классов в возрасте 9–10 лет.

В результате проведения констатирующего эксперимента были получены следующие данные. По критерию «правильность» 62% обучающихся показали высокий уровень, 35% – средний уровень, 3% – низкий уровень. Обучающиеся успешно справились с нахождением результатов арифметических действий, что свидетельствует о сформированности базовых вычислительных умений. По критерию «осознанность» низкий уровень показали 67% обучающихся, средний уровень – 22% , высокий уровень – 11% . Наиболее усвоенными оказались свойства, связанные с наглядной моделью и постоянным повторением (разрядность). Свойства, связанные с рационализацией (сочетательное, распределительное, особенно свойства деления), усвоены формально и не используются осознанно как инструмент для оптимизации решения. По

критерию «рациональность» низкий уровень показали 57% обучающихся, средний уровень – 40% , высокий уровень – 3%. Обучающиеся продемонстрировали выраженную склонность к алгоритмизированным письменным вычислениям, зачастую игнорируя возможность применения более рациональных устных приёмов.

Общий уровень сформированности устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 класса распределился следующим образом: высокий уровень – 5%, средний уровень – 65%, низкий уровень – 30%. Таким образом, гипотеза исследования о том, что в процессе освоения начального курса математики у обучающихся 3 класса преимущественно на среднем уровне сформированы устные рациональные вычислительные умения, подтвердилась. Однако выявлен значительный процент обучающихся с низким уровнем (30%), что требует целенаправленной коррекционной работы.

На основе теоретического анализа и результатов констатирующего эксперимента был разработан комплекс упражнений «Вычислительный рейс, верни животных домой». Комплекс выполнен в игровой форме и включает 16 разворотов, каждый из которых посвящён отдельному вычислительному приёму, изучаемому учениками до третьего класса включительно. Полноценное освоение устной вычислительной деятельности требует от ребёнка свободного владения результатами табличных вычислений, разрядным и десятичным составом чисел, а также свойствами арифметических действий, данные аспекты находят своё отражение в различных тематических слоках комплекса. Всего блоков представлено четыре: теоретический блок («Снаряжение спасателя») знакомит обучающегося с конкретными способами вычислений, содержит последовательное объяснение всех операций с числовой записью; блок повторения изученного («Настраиваем компас») актуализирует опорные знания и умения, необходимые для успешного применения изученных способов; блок тренировочных упражнений («Спасательный рейс») включает два задания: отработку всех изученных способов на двух разных числовых выражениях и заполнение таблицы, где учащийся самостоятельно выбирает рациональный

способ для каждого выражения с обязательным устным обоснованием выбора; рефлексивный блок («Привал: кого мы спасли и где они живут») формирует у обучающегося способность оценивать собственные действия, осознавать трудности и фиксировать новый приобретённый опыт. Предложенная структура сборника образует замкнутый цикл формирования вычислительного умения, опирающийся на деятельностный и игровой подходы. Разработанный комплекс призван восполнить выявленный дефицит системной работы над устными рациональными вычислительными умениями и может быть рекомендован для использования в образовательном процессе начальной школы: учителем на уроках математики для индивидуальной работы, для проведения разминок, в качестве домашнего задания, а также учеником для самостоятельной работы.

Таким образом, все поставленные во введении задачи исследования решены, цель достигнута, гипотеза подтверждена. Результаты проведённой работы могут быть использованы учителями начальных классов в практической деятельности для целенаправленного формирования у обучающихся устных рациональных вычислительных умений.

Список использованной литературы

1. Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 286 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования». [Электронный ресурс]. URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/400807193/> (дата обращения: 02.10.2025).
2. Российская Федерация. Образование. Описание контрольных измерительных материалов для проведения в 2025 году проверочной работы по МАТЕМАТИКЕ. 4 класс / Федеральный институт оценки качества образования. – Москва, 2025. – 12 с. – URL: https://fioco.ru/Media/Default/Documents/ВПП-2025/VPR_МА-4_Opisanie_2_025.pdf (дата обращения: 02.05.2026). – Режим доступа: свободный.
3. Федеральная рабочая программа по учебному предмету „Математика“ (предметная область „Математика и информатика“) / Утверждена приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 18 мая 2022 г. №370. [Электронный ресурс]. URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/08_%D0%A4%D0%A0%D0%9F_%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0-1-4-%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%81%D1%8B.pdf (дата обращения: 08.12.2025)
4. Артёмов А.К. Развивающее обучение математике в начальных классах: Пособие для учителей и студентов фак. педагогики и методики нач. обучения. Самара: Изд-во Самар. ГПУ: Самар. ун-т. 1995. 117 с.
5. Ахмадулина А. В. Формирование логического мышления у учащихся первого класса через использование рациональных вычислительных приёмов / А. В. Ахмадулина // Актуальные вопросы развития России в исследованиях студентов: управленческий, правовой и социально-экономический аспекты : Материалы XV Всероссийской научно-практической конференции, Челябинск, 27–28 апреля 2017 года /

- Ответственный редактор С.В. Нечаева. Том Часть 2. – Челябинск. 2017. С. 249-251.
6. Багирова С.С. Проблема развития математического мышления младших школьников в процессе обучения / С.С.Багирова // Аллея науки. 2021. №2. С.628-630.
 7. Бажан З. И. Значение устных вычислений и их использование на уроках математики в начальной школе / З. И. Бажан // Проблемы современного педагогического образования. – 2020. – № 66-1. – С. 19-21. – EDN CZJTNT.
 8. Бантова М.А. Система формирования вычислительных навыков // Начальная школа. 1993. № 11. С. 38-43.
 9. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах Учебное пособие для учащихся школьных отделений пед. училищ. (спец. № 2001) — Под ред. М.А. Бантовой. — 3-е изд., испр. — М.: Просвещение, 1984. — 335 с.
 10. Белошистая А. В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учебное пособие / А. В. Белошистая. – Москва : Владос, 2005. – 455 с. (Вузовское образование).
 11. Водяха Ю. Е., Водяха С. А. Психология младшего школьника [Электронный ресурс] : учебно методическое пособие / Урал. гос. пед. ун-т - Екатеринбург : [б. и.], 2018 – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM)
 12. Выготский Л. С. Память и ее развитие в детском возрасте. Психология памяти / Л. С. Выготский / под ред. Ю. Б. Гиппенрейтер, В. Я. Романова // Хрестоматия по психологии – Москва: ЧеРо, 2002. – 617 с.
 13. Выготский Л.С. Педагогическая психология / под ред. В.В. Давыдова.- М.: АСТ: Астрель: Хранитель, 2008. – 671 с.
 14. Гальперин П. Я. К проблеме внимания // Хрестоматия по психологии : учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / сост. В. В. Мироненко ; под ред. А. В. Петровского. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва, 1987. – С. 169–174.

15. Гельфан Е.М. Арифметические игры и упражнения. – М.: Просвещение, 1968. – 112 с.
16. Горбачев В. И., Яцковская Г. А. Упражнения при формировании математических умений // Вестник БГУ. 2009. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/uprazhneniya-pri-formirovanii-matematicheskikh-umeniy> (дата обращения: 09.05.2025).
17. Демидова Т. Е., Тонких, А. П. Рациональные вычисления в курсе математики начальных классов [Текст] / А. П. Тонких // Начальная школа . — 2001. — № 7. — С. 15-22.
18. Денисова О. П. Психология и педагогика / О. П. Денисова. — 5-е издание, стереотипное. — М. : Флинта, 2025. — 263 с. — Текст : непосредственный.
19. Евтеева М. В. Проблема формирования у младших школьников навыка устных вычислений / М. В. Евтеева. — Текст : непосредственный // Студенческий электронный журнал «СтРИЖ». — 2025. — № 2(61). — С. 87-90.
20. Зайцева С.А. Методика обучения математике в начальной школе / С.А. Зайцева, И.Б. Румянцева, И.И. Целищева. - М. : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2008. 192 с.
21. Зайцева С.А. Формирование вычислительных навыков на уроках математики. 1-5 классы: учебное пособие для учителей начальных классов. М.: «ИЛЕКСА», 2013. 64 с.
22. Захарова И. Н. Особенности свойств внимания: концентрация, устойчивость и переключаемость у младших школьников / И. Н. Захарова. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2018. — № 49 (235). — С. 272-275. — URL: <https://moluch.ru/archive/235/54570/> (дата обращения: 27.05.2024).
23. Иванова К. А. Устный счет, как средство формирования вычислительного навыка // Вестник магистратуры. 2020. №3-2 (102). URL:

- <https://cyberleninka.ru/article/n/ustnyy-schet-kak-sredstvo-formirovaniya-vychislitelnogo-navyka> (дата обращения: 08.05.2026).
- 24.Ивашова О.А., Иванова Н.В. Надо ли обучать младших школьников рационализации вычислений: результаты экспериментального исследования // Герценовские чтения. Начальное образование. 2020. Т. 11, № 1. С. 91-99. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_42553904_87133309.pdf (дата обращения: 23.05.2024).
- 25.Ивашова О. А. Формирование вычислительных умений младших школьников как предметных учебных действий / О. А. Ивашова, Е. Е. Останина // Герценовские чтения. Начальное образование. – 2018. – Т. 9, № 2. – С. 64-75. – EDN VJYMUS.
- 26.Истомина Н. Б. Методика обучения математике в начальных классах: учебное пособие М.: Академия, 2001. – 288 с.
- 27.Истомина-Кастровская, Н. Б., Иванова, И. Ю., Редько, З. Б. Методика обучения математике в начальной школе [Текст: электронный] / Н. Б. Кастровская, И. Ю. Иванова, З. Б. Редько — 2-е изд.. — Москва: ИНФРА-М, 2023 — 301 с.- URL: <https://znanium.com/catalog/product/1904340> (дата обращения: 15.05.2024)
- 28.Каирова, Л.А. Методика преподавания математики в начальной школе : учебно-методическое пособие / Л.А. Каирова. – Барнаул : АлтГПУ, 2017. – 166 с.
29. Клецкина А. А. Организация вычислительной деятельности младших школьников в системе развивающего обучения : автореферат по ВАК РФ 13.00.02 кандидата педагогических наук. М., 2001. 152 с.
- 30.Кунцевич З.С Педагогика высшей школы. Терминологический словарь-справочник. Витебск: ВГМУ, 2008. 43 с.
- 31.Куприна Анна Викторовна ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ // Science Time. 2024. №10 (129). URL:

<https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-razvitiya-matematicheskikh-sposobnostey-mladshih-shkolnikov> (дата обращения: 01.03.2026)

32. Лавлинскова Е.Ю. Методика формирования навыка устного счета (по системе общего развития Л. В. Занкова). – Волгоград: Панорама, 2006. – С. 176.]
33. Липатникова И. Г. Рефлексивный подход к обучению математике учащихся начальной и основной школы в контексте развивающего обучения : специальность 13.00.02. «Теория и методика обучения и воспитания» : Автореферат на соискание доктора педагогических наук / Липатникова И. Г. ; ГОУ ВПО «Уральский государственный педагогический университет». — Омск, 2005. — 40 с.
34. Макаренко С.И. Справочник научных терминов и обозначений. – СПб.: Научное издание, 2019. – 254 с.
35. Моро М. И., Волкова, С. И., Степанова, С. В. Математика. 1 класс. Учебник. В 2-х частях. 2 часть [Текст] / М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова — 15-е изд. . — Москва: Просвещение, 2023 — 111 с.
36. Моро М. И., Волкова, С. И., Степанова, С. В. Математика. 2 класс. Учебник. В 2-х частях. 1 часть [Текст] / М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова — 15-е изд. . — Москва: Просвещение, 2023 — 111 с.
37. Моро М. И., Волкова, С. И., Степанова, С. В. Математика. 2 класс. Учебник. В 2-х частях. 2 часть [Текст] / М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова — 15-е изд. . — Москва: Просвещение, 2023 — 111 с.
38. Моро М. И., Волкова, С. И., Степанова, С. В. Математика. 3 класс. Учебник. В 2-х частях. 1 часть [Текст] / М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова — 14-е изд. . — Москва: Просвещение, 2023 — 110 с.
39. Моро М. И., Волкова, С. И., Степанова, С. В. Математика. 3 класс. Учебник. В 2-х частях. 2 часть [Текст] / М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова — 14-е изд. . — Москва: Просвещение, 2023 — 111 с.

- 40.Моро М. И., Волкова, С. И., Степанова, С. В. Математика. 4 класс. Учебник. В 2-х частях. 1 часть [Текст] / М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова — 4-е изд. . — Москва: Просвещение, 2015 — 112 с.
- 41.Моро М. И., Волкова, С. И., Степанова, С. В. Математика. 4 класс. Учебник. В 2-х частях. 2 часть [Текст] / М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова — 4-е изд. . — Москва: Просвещение, 2015 — 128 с.
- 42.Моро М.И., Волкова С.И., Степанова С.В. Математика. Примерные рабочие программы. Предметная линия учебников системы «Школа России». 1—4 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / [М. И. Мо ро и др.]. — 5-е изд., перераб. — М. : Просвещение, 2021. — 144 с. — ISBN 978-5-09-078999-8.
- 43.Никулина А. Д. Формирование навыков самоконтроля в выполнении арифметических действий у младших школьников : диссертация ... кандидата педагогических наук : 13.00.02. Киев, 1984. 146 с.
44. Нормы оценок в начальной школе в соответствии с ФГОС // gosuslugi.ru URL: https://sh39-ryazan-r62.gosweb.gosuslugi.ru/netcat_files/32/315/701.pdf (дата обращения: 04.04.2025).
- 45.Ожегов С.И., Шведова Н.Ю. Толковый словарь русского языка: 72500 слов и 7500 фразеологических выражений. Москва: Азъ, 1994 907 с.
- 46.Профессионально-педагогические понятия: словарь / Г. М. Романцев, В. А. Федоров, И. В. Осипова, О. В. Тарасюк; Под ред. Г. М. Романцева. Екатеринбург: Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2005. 456 с.
- 47.Пуховец К. В. Формирование свойств внимания в процессе отработки навыков устных вычислений у младших школьников / К. В. Пуховец // Психологическое здоровье и психологическая культура в современном российском образовании : материалы VI Всероссийской научно-практической конференции, Барнаул, 22–23 октября 2015 года. — Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2015. С. 148-150.

48. Ручкина, В. П. Курс лекций по теории и технологии обучения математике в начальных классах / В. П. Ручкина. — Текст : электронный // elar.uspu.ru : [сайт]. — URL: <https://elar.uspu.ru/bitstream/ru-uspu/48097/1/uch00299.pdf> (дата обращения: 19.10.2025).
49. Туйбаева Л. И., Полиева Н. Н. Устный счет как средство развития умственных способностей у младших школьников // Проблемы педагогики. - 2015. - №2. - С. 22-24.
50. Фаттахова З.Х. Устный счёт с интересом / З.Х. Фаттахова // Ежемесячный научно-методический и психологопедагогический журнал «Начальная школа. Плюс до и после» № 7. – Москва: ООО «Баласс», 2008. – 62 с.
51. Федорова О. А. Формирование у младших школьников рациональных вычислений в начальном курсе математики / О. А. Федорова, Е. А. Феофанова // Гуманизация образовательного пространства: роль молодого педагога в трансформации воспитательной системы : Материалы Международного форума, Саратов, 01–02 марта 2022 года / Редколлегия: Е.А. Александрова (отв. ред.), Е.А. Плешкевич (зам. отв. ред.), Н.Н. Саяпина (отв. секретарь) [и др.]. – Саратов: Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, 2022. – С. 316-321. – EDN WTLPZB.
52. Царева С. Е. Формирование вычислительных умений в новых условиях // Начальная школа. 2012. № 11. С. 51-60.
53. Эльконин Д. Б. Избранные психологические труды. М.: Педагогика 1989, 560 с. — С. 60-77.
54. Язвинская С. Д. Проблема развития алгоритмических способностей детей старшего дошкольного возраста в психолого-педагогических исследованиях // Наука. Инновации. Технологии. 2007. №48. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/problema-razvitiya-algoritmicheskikh-sposobnostey-detey-starshego-doshkolnogo-vozrasta-v-psihologo-pedagogicheskikh-issledovaniyah> (дата обращения: 01.09.2025)

Задания, используемые в срезе констатирующего эксперимента

Задание 1 - математический диктант.

23+7	34-4
56+23	28-13
46+54	50-36
29+57	43-28
45+8	78-8
47+31	75-24
38+12	90-60
69+24	72-34

Задание 2 - индивидуальная карточка.

<p>ФИ _____</p> <p>1. Объясни, на какое свойство (или правило) опирались при решении данных примеров?</p> <p>2. Впиши пропущенные числа.</p> <p>$26 + 12 = (20 + 6) + 12 = 20 + (\underline{\quad} + 12) = 20 + \underline{\quad} = 38$</p> <p>_____</p> <p>$(48 + 27) + 3 = 48 + (27 + 3) = 48 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$</p> <p>_____</p> <p>$67 - (17 + 23) = 67 - 17 - \underline{\quad} = \underline{\quad} - 23 = 27$</p> <p>_____</p> <p>$87 - 53 = (80 - 50) + (7 - 3) = 30 + \underline{\quad} = \underline{\quad}$</p> <p>_____</p> <p>$(10 + 6) * 7 = (10 * 7) + (\underline{\quad} * 7) = \underline{\quad} + 42 = 112$</p> <p>_____</p> <p>$(10 - 4) * 5 = (10 * \underline{\quad}) - (4 * 5) = 50 - \underline{\quad} = 30$</p> <p>_____</p> <p>$39 : 3 = (30 : 3) + (9 : \underline{\quad}) = 10 + 3 = \underline{\quad}$</p> <p>_____</p> <p>$24 : (3 * 4) = (24 : 3) : \underline{\quad} = \underline{\quad} : 4 = 2$</p> <p>_____</p>
--

Задание 3 - карточка.

1. Вычислите значение выражения по действиям.

2. Запиши второй способ решения, применяя правила или свойства.

3. Поясни, какой из них более удобный и почему?

$$(6 + 3) * 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(24 + 12) : 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(10 - 2) * 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(80 - 16) : 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Приложение Б

Диагностическая программа актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений младших школьников

Критерии	Уровни		
	Высокий	Средний	Низкий
Правильность	Учащийся без ошибок находит результат арифметических действий над числами.	Учащийся иногда допускает незначительные ошибки в промежуточных операциях.	Учащийся часто неверно выполняет арифметические операции, не находит результат арифметических действий над числами.
Баллы	15-16 баллов	10-14 баллов	0-9 баллов
Осознанность	Учащийся знает, на основе каких теоретических сведений строится решение арифметической операции, способен объяснить последовательность и содержание действий.	Учащийся знает, на основе каких теоретических сведений строится решение арифметической операции, частично способен объяснить последовательность и содержание действий или делает это неуверенно, с большим количеством ошибок.	Учащийся не в полной мере знает или не знает совсем, на основе каких теоретических сведений строится решение арифметической операции, не способен объяснить последовательность и содержание действий или делает это неуверенно, с большим количеством ошибок.
Баллы	13-16 баллов	9-12 баллов	0-8 баллов
Рациональность	Учащийся обладает несколькими вариантами	Учащийся обладает несколькими вариантами решений, но не	Учащийся основывается на одном способе решения, не пытается подобрать

	<p>решений; выбирает одну операцию из всех возможных, выполнение которой быстрее и легче приводит к результату арифметическог о действия над числами; выполняет операции быстро и без затруднений.</p>	<p>всегда использует наиболее рациональный; выполняет операции достаточно быстро.</p>	<p>наиболее рациональный; выполняет операции медленно.</p>
Баллы	13-16 баллов	8-12 баллов	0-7 баллов

Уровни сформированности устных рациональных вычислительных умений

Уровень	Кол-во баллов	Характеристика
Высокий	41 - 48	Обучающийся правильно, без ошибок выполняется арифметические операции; понимает и может объяснить теоретическую базу, необходимую для выполнения арифметических действий; свободно владеет вычислительными приёмами, без затруднений может применить их к ряду подобных и новых ситуаций; задания выполняет в быстром темпе, обладает большим спектром вычислительных приёмов, понимает возможности их применения, выбирает наиболее подходящие приемы в конкретной ситуации.
Средний	26 - 40	Обучающийся иногда выполняет арифметические операции с ошибками, но способен быстро найти и исправить их; понимает теоретическую базу, необходимую для выполнения арифметических действий, не всегда способен объяснить её применение в конкретном случае; владеет вычислительными приёмами, может применить их к ряду подобных ситуаций, но испытывает трудности при перенесении способа действия на новые условия; задания выполняет в быстром темпе, обладает достаточным количеством вычислительных приёмов, понимает их особенности, но чаще всего используют ряд хорошо усвоенных стандартных приемов вычислений, которые не всегда являются наиболее подходящими.
Низкий	0 - 25	Обучающийся выполняет действия с большим количеством ошибок или не выполняет их совсем; плохо ориентируется в теоретической базе, необходимой для выполнения арифметических

		<p>действий, последовательность действий определяет чаще всего неверно; вычислительными приемами владеет недостаточно, часто не может выполнить одни и те же арифметические операции, перенесенные на новые условия, испытывает значительные трудности в аналогии; задания выполняет в медленном темпе, хорошо владеет маленьким количеством вычислительных приёмов, старается применять их во всех заданиях, не фокусируясь на поиске новых способов решения упражнений.</p>
--	--	---

Приложение Г

Протокол диагностической программы исследования актуального уровня сформированности устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 класса

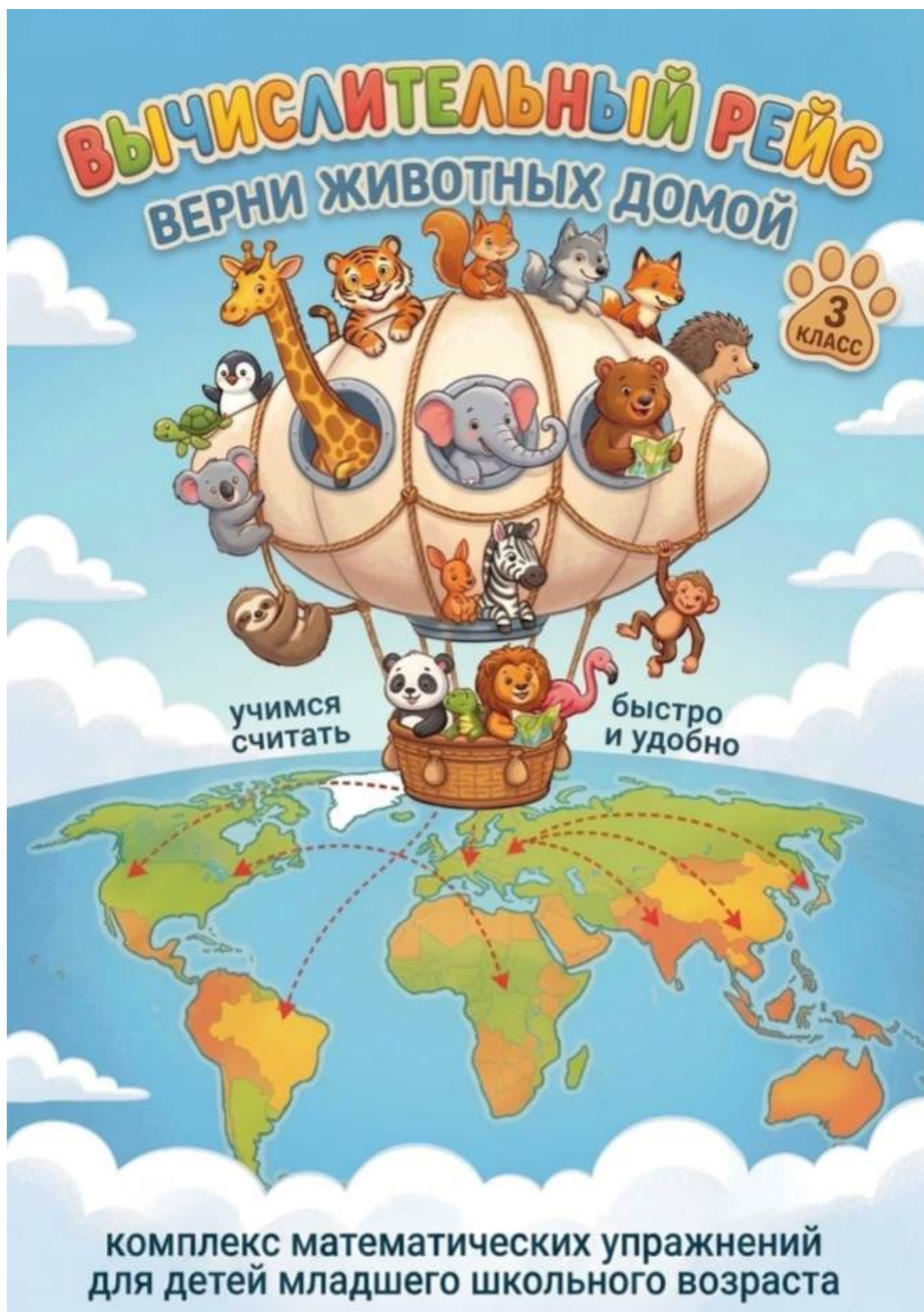
№ п/ п	Критерии						Общий уровень	
	Правильность		Осознанность		Рациональность			
	Баллы	Уровень	Баллы	Уровень	Баллы	Уровень	Баллы	Уровень
1	15	средний	9	средний	4	низкий	28	средний
2	15	средний	7	низкий	3	низкий	25	низкий
3	14	средний	4	низкий	5	низкий	23	низкий
4	14	средний	6	низкий	8	средний	28	средний
5	15	средний	6	низкий	10	средний	31	средний
6	16	высокий	11	средний	5	низкий	32	средний
7	14	средний	7	низкий	3	низкий	24	низкий
8	16	высокий	14	высокий	8	средний	38	средний
9	12	средний	1	низкий	2	низкий	15	низкий
10	16	высокий	15	высокий	12	средний	43	высокий
11	15	средний	8	низкий	10	средний	33	средний
12	14	средний	13	высокий	14	высокий	41	высокий
13	16	высокий	14	высокий	4	низкий	34	средний
14	12	средний	2	низкий	6	низкий	20	низкий
15	16	высокий	7	низкий	10	средний	33	средний
16	16	высокий	7	низкий	3	низкий	26	средний
17	16	высокий	4	низкий	3	низкий	23	низкий
18	16	высокий	8	низкий	4	низкий	28	средний

19	15	средний	9	средний	10	средний	34	средний
20	16	высокий	3	низкий	10	средний	29	средний
21	16	высокий	6	низкий	6	низкий	28	средний
22	16	высокий	10	средний	4	низкий	30	средний
23	16	высокий	7	низкий	4	низкий	27	средний
24	16	высокий	10	средний	8	средний	34	средний
25	16	высокий	4	низкий	5	низкий	25	низкий
26	16	высокий	0	низкий	8	средний	24	низкий
27	15	средний	8	низкий	8	средний	31	средний
28	16	высокий	11	средний	10	средний	37	средний
29	16	высокий	1	низкий	3	низкий	20	низкий
30	11	низкий	3	низкий	8	средний	22	низкий
31	16	высокий	0	низкий	3	низкий	19	средний
32	16	высокий	5	низкий	9	средний	30	средний
33	16	высокий	9	средний	6	низкий	31	средний
34	15	средний	3	низкий	4	низкий	22	низкий
35	16	высокий	7	низкий	4	низкий	27	средний
36	16	высокий	6	низкий	6	низкий	28	средний
37	16	высокий	10	средний	8	средний	34	средний

Сводная таблица результатов проведения констатирующего эксперимента

Уровень сформированности		Критерий			Общий уровень
		Правильность	Осознанность	Рациональность	
Низкий	Кол-во человек	1	25	21	11
	Процент (%)	3%	67%	57%	30%
Средний	Кол-во человек	13	8	15	24
	Процент (%)	35%	22%	40%	65%
Высокий	Кол-во человек	23	4	1	2
	Процент (%)	62%	11%	3%	5%

Комплекс упражнений «Вычислительный рейс, верни животных домой»



**ОТЗЫВ
НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ
НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ**

Гигель Алины Андреевны

Ф.И.О. студента

**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки),
направление подготовки**

**Начальное образование и русский язык
направленность (профиль) образовательной программы**

Комплекс упражнений, направленный на формирование устных рациональных вычислительных умений у обучающихся

3 классов

(тема выпускной квалификационной работы)

В процессе выполнения выпускной квалификационной работы студент(ка) освоил(а) следующие компетенции:

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
УК-1 способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	+		
УК-2 способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	+		
УК-3 способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	+		
УК-4 способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)	+		
УК-5 способен воспринимать межкультурное разнообразие общества в социально-историческом, этическом и философском контекстах	+		
УК-6 способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	+		
УК-7 способен поддерживать должный уровень физической подготовленности для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности	+		
УК-8 способен создавать и поддерживать в повседневной жизни и в профессиональной деятельности безопасные условия жизнедеятельности для сохранения природной среды, обеспечения устойчивого развития общества, в том числе при угрозе и возникновении чрезвычайных ситуаций и военных конфликтов	+		
УК-9 способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	+		
УК-10 способен формировать нетерпимое отношение к коррупционному поведению	+		
ОПК-1 способен осуществлять профессиональную деятельность в соответствии с нормативными правовыми актами в сфере образования и нормами профессиональной этики	+		
ОПК-2 способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	+		
ОПК-3 способен организовывать совместную и индивидуальную учебную и	+		

воспитательную деятельность обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями, в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов			
ОПК-4 способен осуществлять духовно-нравственное воспитание обучающихся на основе базовых национальных ценностей	+		
ОПК-5 способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	+		
ОПК-6 способен использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями	+		
ОПК-7 способен взаимодействовать с участниками образовательных отношений в рамках реализации образовательных программ	+		
ОПК-8 способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	+		
ОПК-9 способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	+		
ПК-1 способен организовывать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области	+		
ПК-2 способен поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях	+		
ПК-3 способен организовать различные виды внеурочной деятельности для достижения обучающимися личностных и метапредметных результатов	+		

В процессе работы Гигель Алина продемонстрировала продвинутое уровни сформированности проверяемых компетенций.

Студентка при выполнении выпускной квалификационной работы проявила себя как ответственный, самостоятельный и добросовестный исследователь. Все этапы работы выполнялись своевременно и качественно, с соблюдением предъявляемых требований. Студентка проявила заинтересованность в выбранной теме исследования, продемонстрировала умение анализировать научную литературу, грамотно применять полученные знания и делать обоснованные выводы. Выпускная квалификационная работа соответствует установленным требованиям и заслуживает положительной оценки.

Содержание ВКР соответствует предъявляемым требованиям.
соответствует / не соответствует

Структура ВКР соответствует предъявляемым требованиям.
соответствует / не соответствует

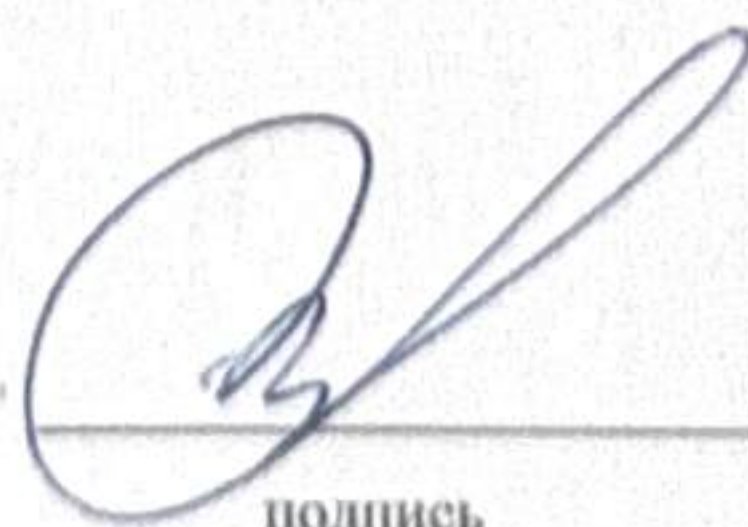
Оформление ВКР соответствует предъявляемым требованиям.
соответствует / не соответствует

Об использовании искусственного интеллекта Гигель Алиной Андреевной при подготовке ВКР уведомлен. (В случае наличия % ИИ): Считаю использование искусственного интеллекта обоснованным.

Выпускная квалификационная работа рекомендуется к защите.

3. июня, 2026 г.

Научный руководитель


подпись

Басмаев А. В.
расшифровка подписи

Согласие
на размещение текста выпускной квалификационной работы,
научного доклада об основных результатах подготовленной
научно-квалификационной работы
в ЭБС КГПУ им. В.П. АСТАФЬЕВА

Я. Пичель Анна Андреевна

(фамилия, имя, отчество)

разрешаю КГПУ ИМ. В.П. Астафьева безвозмездно воспроизводить и размещать (доводить до всеобщего сведения) в полном объеме и по частям написанную мною в рамках выполнения основной профессиональной образовательной программы выпускную квалификационную работу, научный доклад об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы (далее ВКР/НКР)
(нужное подчеркнуть)

на тему: Комплекс упражнений, направленный на формирование
устных рациональных волеиспытательных умений у обучающихся
3 класса.

(название работы) (далее - работа) в ЭБС КГПУ им. В.П.АСТАФЬЕВА, расположенном по адресу <http://elib.kspu.ru>, таким образом, чтобы любое лицо могло получить доступ к ВКР/НКР из любого места и в любое время по собственному выбору, в течение всего срока действия исключительного права на работу.

Я подтверждаю, что работа написана мною лично, в соответствии с правилами академической этики и не нарушает интеллектуальных прав иных лиц.

11.06.2026 г.

дата



подпись



СПРАВКА

о результатах проверки текстового документа
на наличие заимствований

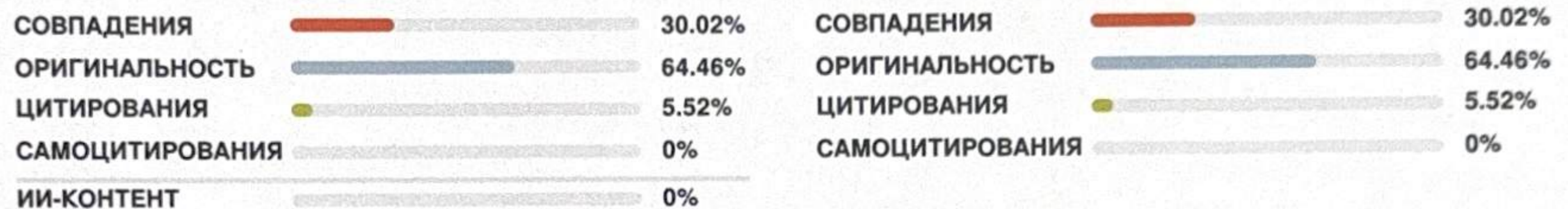
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П.
АСТАФЬЕВА"

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ АНТИПЛАГИАТ.ВУЗ

Автор работы: Гигель Алина Андреевна
Самоцитирование
рассчитано для: Гигель Алина Андреевна
Название работы: Комплекс упражнений, направленный на формирование устных рациональных вычислительных умений у обучающихся 3 клвссв
Тип работы: Выпускная квалификационная работа
Подразделение:

РЕЗУЛЬТАТЫ

■ ОТЧЕТ О ПРОВЕРКЕ КОРРЕКТИРОВАЛСЯ: НИЖЕ ПРЕДСТАВЛЕНЫ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ДО КОРРЕКТИРОВКИ



ДАТА И ВРЕМЯ КОРРЕКТИРОВКИ: 08.06.2026 13:23

ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 08.06.2026

Структура документа: Проверенные разделы: основная часть с.10-29, 39-67, 76-111, введение с.1-9, выводы с.29-38
Модули поиска: Перефразированные заимствования по коллекции Интернет в русском сегменте; Переводные заимствования по коллекции Интернет в английском сегменте; PubMed; Профессиональная лексика. АПК и биотех; Патенты СССР, РФ, СНГ; Профессиональная лексика. Юриспруденция; Цитирование; Переводные заимствования; Шаблонные фразы; IEEE; Профессиональная лексика. Медицина; СМИ России и СНГ; Коллекция НБУ; Медицина; Кольцо вузов; Сводная коллекция научных работ Беларуси; Публикации eLIBRARY; Перефразирования по коллекции IEEE; Публикации РГБ; СПС ГАРАНТ: аналитика; Переводные заимствования по коллекции Гарант: аналитика; Сводная коллекция ЭБС; Перефразирования по базе публикаций открытого доступа PubMed; Коллекция открытых публикаций международных издательств; ИПС Адилет; Публи...

Работу проверил: Басалаева Мария Владиславовна

ФИО проверяющего

Дата подписи:

08.06.2026


Подпись проверяющего



Чтобы убедиться
в подлинности справки, используйте QR-код,
который содержит ссылку на отчет.

Ответ на вопрос, является ли обнаруженное заимствование
корректным, система оставляет на усмотрение проверяющего.
Предоставленная информация не подлежит использованию
в коммерческих целях.