

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Мещеркин Алексей Игоревич

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Организация подготовки к единому государственному
экзамену по профильной математике на основе
персонифицированного подхода**

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы:
Математика и Информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шапкина

22.05.2026

(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. пед. наук, доцент Н.А. Журавлева

22.05.2026

(дата, подпись)

Дата защиты

23.06.2026

Обучающийся

А.И. Мещеркин

22.05.2026

(дата, подпись)

Оценка

прописью

Красноярск 2026



Содержание

Введение	4
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПЕРСониФИЦИРОВАННОГО ПОДХОДА В РАМКАХ ШКОЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ К ЕДИНОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО ПРОФИЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ	8
1.1 Персонифицированный подход в обучении: понятие и характеристики .	8
1.2 Способы реализации персонифицированного подхода в образовательном процессе.....	18
1.3 Особенности реализации персонифицированного подхода при подготовке к единому государственному экзамену по профильной математике	24
Выводы по первой главе	31
ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ ПЕРСониФИЦИРОВАННОГО ПОДХОДА ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЕДИНОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО ПРОФИЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ	33
2.1. Программа и содержание подготовки к единому государственному экзамену по профильной математике на основе персонифицированного подхода.....	33
2.2. Методические рекомендации по организации персонифицированного подхода при подготовке к единому государственному экзамену по профильной математике.....	40
2.3. Апробация методических рекомендаций и разработок на практике	50
Выводы по второй главе.....	58
Заключение	60
Список использованных источников.....	63
Приложение А	67
Приложение Б.....	76

Приложение В	81
Приложение Г	89
Приложение Д	94
Приложение Е.....	96

Введение

Современное российское образование находится в постоянной динамике, связанной с переходом от знаниевой парадигмы к развитию личности обучающегося. Приоритетом образования становится не просто знающий выпускник, а личность с развитыми способностями, самоорганизацией и ответственностью. Такие приоритеты установлены в приказе от 9 октября 2024 года № 704, где установлены требования к метапредметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования. Данный нормативный документ ориентирует педагогов на формирование у обучающихся навыков самоорганизации, способности к самостоятельному осуществлению познавательной деятельности, умения ставить собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях. Перечисленные навыки в полной мере реализуются в рамках персонифицированного подхода.

Персонифицированный подход представляет организацию образовательного процесса, которая строится на индивидуальных особенностях обучающихся. Эти особенности включают в себя личностные знания (уровень подготовки), интересы и потребности обучающегося, активность и автономность обучающегося как субъекта образовательного процесса. Такой подход особенно актуален в условиях подготовки к единому государственному экзамену (далее – ЕГЭ) в общеобразовательных организациях, где уровень мотивации к обучению и самообучению между учениками старшей школы может сильно отличаться.

В практике существует тенденция подготовки выпускников старшей школы к ЕГЭ по профильной математике по единому шаблону, которые широко распространены в различных курсах подготовок к ЕГЭ. Однако они, как правило, не предусматривают учет индивидуальных особенностей обучающихся. Персонифицированный подход предлагает иную форму организации, которая отвечает на запросы школьников и на запросы стратегических документов, таких как Федеральные государственные

образовательные стандарты среднего общего образования (ФГОС СОО). Теоретические основы персонифицированного подхода в практике рассмотрены в работах О.В. Гукаленко, О.В. Китикарь, И.В. Колоколовой, Т.В. Моисеевой и др. Эти работы раскрывают концепцию персонификации и обосновывают ее как новое направление в образовании.

В предметной области математики, а именно в курсе подготовки к ЕГЭ по профильной математике в 11 классе, потребность в персонифицированном подходе становится особенно актуальной. Именно выпускники старшей школы нуждаются не просто в передаче знаний, а в создании индивидуальной системы подготовки, которая позволит им максимально эффективно использовать время, снимать психологическое напряжение и сформировать устойчивую мотивацию. В 11 классе у каждого обучающегося уже сформированы когнитивные стили, сильные и слабые стороны в математической подготовке, а также обозначены профессиональные ориентиры. В рамках образовательных учреждений, где подготовка к ЕГЭ происходит на уроках математики, параллельно с изучением других предметов, трудно удержать мотивацию к обучению и интерес к освоению учебного материала.

Статистика последних лет фиксирует устойчивый рост числа сдающих профильную математику. Так, в Красноярском крае с 2023 по 2025 год прирост составил 42,44%. Это говорит о повышении интереса к техническим специальностям. Анализ результатов ЕГЭ, наряду с позитивными изменениями (снижение доли несдавших с 10,89% до 8,09%, рост среднего балла с 51,61 до 57,27), выявляет и системные проблемы: выпускники испытывают устойчивые затруднения при решении задач, требующих не алгоритмических действий, а развитого мышления и построения сложных моделей. Авторы отчёта связывают это не только со сложностью тем, но и с недостаточной сформированностью метапредметных умений, что является следствием «натаскивания» на шаблонные задания. Несмотря на

«натаскивание» шаблонных заданий, все еще есть доля выпускников, которые не справляются даже с типовыми заданиями.

В это время учитель остается в условиях дефицита учебного времени и объективной неоднородности класса. Для учителя возникает следующая **проблема** – поиск эффективных методических решений реализации персонифицированного подхода при подготовке к ЕГЭ по профильной математике. Эта проблема рассматривается в работах О.В. Финк, Я.Ю. Поляковой, Е.Н. Ярославовой и Ю.А. Лескиной и др.

Целью настоящего исследования является разработка и апробация методического обеспечения подготовки к единому государственному экзамену по профильной математике в 11 классе.

Объект исследования: процесс обучения математике в 11 классе.

Предмет исследования – теоретические и методические аспекты организации подготовки к единому государственному экзамену на основе персонифицированного подхода.

В соответствии с поставленной целью были определены следующие **задачи**:

1. Описать сущность персонифицированного подхода к обучению и модели его реализации на основе анализа научно-педагогической и методической литературы.
2. Охарактеризовать особенности реализации персонифицированного подхода при подготовке к единому государственному экзамену по профильной математике.
3. Разработать содержательную структуру персонифицированного курса подготовки к единому государственному экзамену по профильной математике.
4. Разработать рекомендации по реализации персонифицированного подхода в рамках подготовки к единому государственному экзамену по профильной математике.

5. Апробировать разработанные рекомендации и описать результаты апробации.

В рамках исследования использовались следующие **методы**: анализ и обобщение научной и методической литературы, нормативных документов, сравнительный анализ понятий и моделей, апробация разработанных дидактических материалов, анализ результатов и наблюдение.

Апробация результатов исследования осуществлялась посредством выступлений на конференциях и публикаций статей в материалах конференций: XII Всероссийская (с международным участием) научно-методическая конференция «Математика и математическое образование в эпоху цифровизации» в рамках осенней научной сессии КГПУ им. В.П. Астафьева «Система педагогического образования – ресурс развития общества» (Красноярск, 2023), Всероссийская научно-практическая конференция (с международным участием) «Образование и наука в XXI веке: математика, физика, информатика и технологии в смарт-мире» (г. Красноярск, 2026).

Выпускная квалификационная работа имеет следующую **структуру**: введение, две главы, шесть параграфов, заключения, список использованной литературы, список приложений. В работе приведены таблицы, рисунки и диаграммы.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПЕРСОНИФИЦИРОВАННОГО ПОДХОДА В РАМКАХ ШКОЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ К ЕДИНОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО ПРОФИЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

1.1 Персонализированный подход в обучении: понятие и характеристики

Современный школьник находится в условиях динамичных изменений образовательного процесса и развития информационных технологий. К таким условиям очень сложно адаптироваться, из-за чего появляется необходимость во внедрении в образовательный процесс различных методов и подходов. Современные исследователи подтверждают, что «традиционные методы до сих пор сохраняют свою актуальность, они могут не всегда удовлетворять потребности современных студентов, особенно в условиях быстрого технологического прогресса» [3]. Такой подход информационно нагружает обучающегося, снижает мотивацию к изучению предмета, в частности математике, из-за чего у него формируются поверхностные навыки, которые он не способен применить в новой ситуации, кроме единого государственного экзамена. Если говорить о таких обучающихся, поступающих в технические вузы, то возникает проблема о формировании профессиональных компетенций при обучении по специальности, где математика является фундаментом. Такая цепочка причинно-следственных связей приводит к дефициту кадров и снижению математического образования в стране. В настоящее время существует решение перечисленных проблем. Решениями могут являться персонализированный подход, различные технологии для обучения и гибкие образовательные маршруты. Они позволяют минимизировать неприятные исходы и предоставить школьникам обучаться в комфортных условиях и более глубоко изучать математику.

В научной литературе есть несколько трактовок понятия «персонализированный подход». Я.Ю. Полякова рассматривает персонализированное обучение «как целостный, ориентированный на

учащихся подход к обучению, а не набор предписанных передовых практик» [22]. М.С. Сотникова имеет похожую позицию с точки зрения педагога и рассматривает персонифицированный подход как комплексный механизм, который переводит педагога из пассивного объекта в системе образования в активный субъект. Этот механизм она характеризует как углубление процесса индивидуализации с учетом уникальности личности [28].

В своей статье Ж.А. Абальян делает основной акцент на личностно-деятельностную идею и делает вывод о том, что «персонализированный подход предполагает возможность изменить содержание, методы, формы и темп изучения учебных материалов в соответствии с личностью учащегося» [1]. В своей работе Э.Ф. Зеер и О.В. Крежевских рассматривают персонифицированный подход как «образовательную модель, отображающую персональный путь реализации социально-профессионального и личностного потенциала обучающегося: интеллектуального, физического, эмоционально-волевого, эстетического, нравственного» [10]. В более обобщенном понимании и представлении Сара Дэймон (*Sarah Damon*) в статье «*Personalized Learning Pathways in the Digital Age*» рассматривает персонифицированный подход как адаптивный образовательный процесс, в котором обучение осуществляется с учетом индивидуальных особенностей каждого обучающегося: его знания, стиль обучения, интересов и темпа освоения материала [35].

Таким образом, из приведенных выше определений можно выделить общую идею того, что персонифицированный подход – это образовательный механизм, который перестраивает учебный процесс вокруг уникальных качеств, потребностей и потенциала каждого обучающегося. В данном подходе обучающийся создает свой образовательный путь, по которому он будет получать результаты обучения в соответствии со стандартами и под кураторством преподавателей. Кроме соответствия результатов с образовательными стандартами, данный подход позволяет обучающемуся развиваться личностно, интеллектуально и дать базу для социально-профессионального потенциала обучающемуся.

Стоит отметить, что идея персонифицированного подхода появилась ещё эпоху Просвещения. Сама эпоха характеризовалась мощным интеллектуальным движением, где развивались идеи разума, свободы и прогресса. В это время особенно выделялся Жан-Жак Руссо. В своем романе-трактате «Эмиль, или О воспитании» (1762) подчеркивает важность в индивидуальном развитии личности. Жан-Жак Руссо писал о том, что «наставник должен учитывать природные склонности ребёнка и воздействовать на него собственным положительным примером [24, с. 73]; не нужно заставлять ребёнка заучивать материал, так как он всё равно сотрётся из его памяти [24, с. 93]».

Ранее Я.А. Коменский, который получил титул «отец педагогики», в своем труде «Великая дидактика» заложил основу для гуманистического образования, ориентированного на личность.

К.Д. Ушинский, С.Т. Шацкий и прочие гуманистические педагоги продолжали развивать идею уважения личности ребёнка и необходимости в адаптации педагогической деятельности в процессе обучения ребёнка.

В настоящее время идея персонифицированного подхода укрепляется в использовании образовательных ресурсов (например, «РЭШ», «ЯКласс» или «Яндекс.Учебник»). Эти ресурсы поддерживают индивидуализацию обучения, адаптируют содержание, уровень сложности и скорость выполнения заданий.

На сегодняшний день небольшими темпами появляются школы, где внедряется персонифицированный подход. Сейчас школы стараются интегрировать традиционный и персонифицированный подходы. Пусть эти шаги и не радикальные, но такой симбиоз улучшит изучение того или иного предмета. Нельзя полностью убрать традиционный подход, поскольку он основан на принципах научности (ложных знаний не может быть, могут быть только неполные), последовательности и систематичности, доступности и прочих принципов, которые сформулировал ещё Я.А. Коменский [12]. Традиционный подход предлагает чёткую организацию образовательного

процесса, но не оставляет пространства для творчества и свободы учителей и обучающихся. Вместо этого, персонифицированный подход предлагает более гибкое обучение, которое дает возможность строить свой маршрут образования с учётом особенности обучающегося. Основные различия между подходами обучения представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Сравнительная характеристика традиционного и персонифицированного подходов в образовании

Аспект	Традиционный подход	Персонифицированный подход
Методологическая основа (идея)	Пассивная модель усвоения знаний. Приоритет социума над индивидуальностью.	Гуманистическая парадигма. Образование как процесс развития уникального человека.
Роль учителя	Субъект обучения	Организатор, наставник, тьютор. Помощник в выстраивании индивидуальной траектории.
Роль ученика	Объект обучения	Субъект образовательного процесса, уникальность со своим опытом и потребностями.
Организация обучения	Стандартизированные уроки, единая структура.	Гибкие траектории, индивидуальные планы.
Цели и содержание	Передача готовых ЗУН (знаний, умений и навыков), ориентация на усвоение знаний.	Развитие навыков через открытие, мотивацию, учёт личных потребностей.
Оценка и обратная связь	Учитель оценивает всех одинаково	Самооценка, рефлексия, рекомендации.

Проанализировав таблицу, можно сделать вывод о том, что в настоящее время не наблюдается противопоставление этих подходов, а интеграция элементов каждого подхода. Персонификация осуществляется в рамках требований ФГОС, который сочетает единство образовательного пространства и вариативность.

Сейчас появляется высокий интерес к идеям персонифицированного подхода, но понятийный аппарат недостаточно конкретно дает представления о данном подходе. Это связано с тем, что данное понятие существует наравне с понятиями «персонализация», «индивидуализация», «личностно-

ориентированное обучение» и «дифференцированное обучение». Разница между этими понятиями представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Сравнение ключевых понятий современного образования

Понятие	Основные характеристики	Роль ученика	Роль учителя	Основной фокус
Дифференцированное обучение	Класс делится на группы (чаще по успеваемости: сильные, средние, слабые). Использование заданий разного уровня сложности в рамках всех темы.	Выполняет задания, соответствующее уровню его группы. Деятельность происходит строго под руководством учителя.	Разрабатывает и подбирает разноуровневые задания, управляет темпом урока и каждой группы в классе.	«Заполнение пробелов» и освоение минимума слабой группой, углубление знаний средними и сильными группами.
Личностно-ориентированное обучение	Опирается на опыт ребенка, его интересы. Создание условий для самопознания, самореализации и развития уникальной личности.	Главенствующее лицо в процессе обучения. Его внутренний мир, опыт и ценности являются ориентирами обучения.	Создает благоприятную среду, поддерживает стремление к саморазвитию, помогает раскрыть потенциал.	На внутреннем мире обучающегося, развитии его нравов и эмоций. Личностный рост, а не набор знаний.
Индивидуализация	Учет индивидуальных особенностей при организации учебного процесса. Часто реализуется через поддержку и сопровождение.	Учитель выстраивает процесс, принимая во внимание его особенности, но обучающийся не всегда сам определяет процесс.	Наблюдатель, оказывает поддержку в трудных ситуациях, помогает делать осознанный выбор, предлагает индивидуальные задания.	Создание комфортных условий для каждого обучающегося, чтобы он гармонично влился в коллектив.
Персонализация	Обучающийся сам управляет своим обучением. Свобода целей, темпа, содержания и, по возможности, предметов.	Сам проектирует свою образовательную траекторию, опираясь на	Помогает обучающемуся ориентироваться, предоставляет ресурсы, обратную связь.	Умение учить себя, делать осознанный выбор и нести за него ответственность. Подготовка к

Понятие	Основные характеристики	Роль ученика	Роль учителя	Основной фокус
		свои интересы и мотивацию.		быстрому темпу жизни.
Персонализированный подход	Технология построения учеником собственной образовательной траектории при поддержке учителя.	Самостоятельно ставит учебные и личностные цели, ищет пути их достижения, презентует результаты.	Помогает сформулировать цель, спроектировать шаги, найти ресурсы (цифровые в том числе), проанализировать ошибки и зафиксировать успехи.	Формирование способности к самообучению и самореализации через конкретную, практическую деятельность по индивидуальному плану.

Анализируя понятия, можно отметить, что персонализированный подход, как отметила в исследовании С.Ю. Самохвалова, представляет наиболее сбалансированную и реалистичную модель образовательного процесса [26]. Личностно-ориентированный [13] и индивидуализированный [14] подходы придерживаются цели развития личности, но такая цель может препятствовать развитию предметных навыков, и в рамках данных подходов трудно подобрать образовательный маршрут для достижения предметных результатов. Персонализация, которая требует от ученика полной самостоятельности [18], может оказаться для школьника непосильной. В таком случае персонализированный подход выступает как механизм становления школьника автором своего образовательного процесса под чутким руководством учителя через метод индивидуальной профессиональной образовательной траектории (ИПОТ) или ее аналогов [26].

Кроме того, в отличие от индивидуализации, где учитель подстраивается под обучающегося [14], и от персонализации, где обучающийся должен быть уже готовым управленцем образовательного процесса [18], персонализация формирует субъектность. Школьник сам ставит цель, сам ищет пути ее достижения, сам представляет результат [26]. Это превращает его из

пассивного потребителя знаний в активного деятеля, что перекликается с идеей «*self-made man*», упомянутой Т.В. Моисеевой [18].

Персонификация не исключает признаки других подходов. Она использует вариативность заданий, как дифференцированный подход, опирается на личный интерес, как личностно-ориентированный подход, и учитывает индивидуальные особенности, как индивидуализация. Но ключевая особенность персонифицированного подхода в том, что он целенаправленно развивает у школьников способности учиться и развивать метапредметные навыки самостоятельно, что полностью соответствует вызовам постиндустриального общества, описанным Т.В. Моисеевой [18].

Персонифицированный подход в школьном образовании представляет собой не просто инновационную педагогическую тенденцию, а объективно необходимый ответ на социальные вызовы постиндустриального общества. В отличие от других рассмотренных подходов, он обеспечивает целенаправленное и системное формирование у обучающихся ключевых компетенций XXI века: способности к самоопределению, готовности к адаптации в быстро меняющихся условиях и навыков непрерывного самообразования на протяжении всей жизни. Данный подход создает прочный фундамент для успешной социализации, осознанного выбора и ответственной самостоятельной деятельности выпускников в будущем.

Исходя из выше сказанного, можно выделить основные характеристики персонифицированного подхода:

- построение обучающимся индивидуальной образовательной траектории (ИОТ), которая включает самостоятельный выбор целей, содержания и темпа обучения;
- обучающийся выступает активным субъектом образовательного процесса, принимая осознанные решения;
- учитель не транслирует знания в готовом виде, а становится наставником, который оказывает сопровождение и консультационную поддержку;

- для повышения внутренней мотивации персонифицированный подход дает выбор профильных дисциплин, элективных курсов и темпа работы;
- процесс обучения носит более практико-ориентированный характер и применение знаний в реальных контекстах;
- допускает обогащение уроков цифровыми инструментами для адаптации содержания под индивидуальные потребности обучающегося;
- целью персонификации выступает развитие субъектности и самоорганизации обучающегося для саморазвития.

Персонифицированный подход отвечает на запросы всех сторон образовательного процесса, а также не противоречит изменениям Федеральных государственных образовательных стандартов (далее – ФГОС). ФГОС среднего общего образования (далее – ФГОС СОО), также как и основного общего образования, подразумевает, что каждый обучающийся становится субъектом собственного обучения по принципу системно-деятельностного подхода, которая является методологической основой ФГОС. Персонифицированный подход как раз выступает одним из наиболее эффективных инструментов для реализации ключевых требований ФГОС СОО. Чтобы убедиться в этом, ниже представлена таблица 3 соответствия по ключевым аспектам требований ФГОС и того, как персонифицированный подход может реализовать эти требования.

Таблица 3 – Соответствие персонифицированного подхода требованиям
ФГОС СОО

Требование ФГОС СОО (пункт)	Реализация персонифицированным подходом
Системно-деятельностный подход, обеспечивающий «активную учебно-познавательную деятельность обучающихся» и «построение образовательной деятельности с учетом индивидуальных <...> особенностей» (п. 4) [23]	Обучающийся выступает как активный субъект, самостоятельно планирующий и осуществляющий свою учебную деятельность

Требование ФГОС СОО (пункт)	Реализация персонифицированным подходом
Метапредметные результаты включают «готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности <...> к участию в построении ИОТ» (п. 6, п.п. 2) [23]	Обучающийся самостоятельно выбирает цели, содержание, темп и формы обучения
Универсальные регулятивные действия требуют умения «самостоятельно осуществлять познавательную деятельность», «составлять план решения проблемы», «делать осознанный выбор, брать ответственность за решение» (п. 8.3, п.п. «а», «б») [23]	Формирует субъектность обучающегося, его способность управлять своим обучением, ставить цели, анализировать результаты и корректировать свою деятельность
Метапредметные результаты включают «овладение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности» (п. 6, п. п. 2). Базовые исследовательские действия предполагают «способность <...> к самостоятельному поиску методов решения практических задач» (п. 8.1, п.п. «б») [23]	Обучение строится вокруг решения практических задач и проектной деятельности, что является идеальной средой для применения и развития исследовательских и проектных навыков
Личностные результаты включают «наличие мотивации к обучению и личностному развитию», «готовность к саморазвитию, самостоятельности и самоопределению», а также «способность ставить цели и строить жизненные планы» (п. 6, п.п. 1) [23]	Свобода выбора как один из ключевых факторов формирования внутренней мотивации и осознанного отношения к своему образованию и будущей профессии
Предметные результаты в рамках учебной дисциплины «Математика» предполагают владение алгоритмами, решения задач, оперирование понятиями функций, уравнений, неравенств, работу с графиками и диаграммами (п. 9.7, п.п. 1-6, 10) [23]	Предполагает использование цифровых платформ (GeoGebra, «ЯКласс», «РЭШ» и др.) и адаптивные тренажеры, позволяющие в индивидуальном темпе отрабатывать алгоритмы, визуализировать функции и выстраивать траекторию от базовых задач к олимпиадным
Выпускником является человек «креативный и критически мыслящий», «мотивированный на творчество», «готовый к сотрудничеству», «подготовленный к осознанному выбору профессии», «мотивированный на образование и самообразование в течение всей жизни» (п. 5) [23]	Данные результаты являются прямыми результатами подхода, развивающего самостоятельность, ответственность за выбор, творческую активность и установку на непрерывное самообразование

На основе данных, представленных в таблице, можно сделать вывод, что персонифицированный подход в полной мере соответствует ключевым положениям ФГОС СОО, в том числе в части формирования метапредметных результатов (п. 6, 8.1-8.3), личностных результатов (п. 5, 6) и реализации системно-деятельностного подхода (п. 4). Однако соответствие нормативным требованиям само по себе не гарантирует успешного внедрения подхода в реальную школьную практику. Для этого необходима четкая структура модели реализации, а также определение условий и ресурсов, обеспечивающих ее функционирование. Как отмечают А.В. Вилкова, С.А. Фадеева, О.В. Алексеева и Н.В. Александрова, персонифицированный подход в образовании, заложенный в трудах А.В. Петровского и А.Б. Орлова, предполагает смещение акцента на личность обучающегося, его интересы и потребности и построение на этой основе траектории его развития с опорой на субъектный опыт ребенка [6]. Персонификация как педагогический принцип обуславливает возможность самоорганизации личностного образовательного пространства, поскольку связана с максимальной активностью обучающегося [6].

Проведенный анализ теоретических аспектов персонифицированного подхода позволяет утверждать, что он представляет собой важный вектор развития современной образовательной системы, выходя за рамки традиционной индивидуализации. Персонификация акцентирует внимание на уникальность каждого обучающегося, его интересах, целях, стиле обучения и мотивации, что обеспечивает вовлеченность в образовательный процесс и способствует не только академическим достижениям, но и личностному развитию.

Важным аспектом рассматриваемого подхода является трансформация роли участников образовательного процесса. Обучающийся становится активным субъектом собственной образовательной траектории, а педагог – наставником, тьютором и модератором, создающим условия для раскрытия потенциала каждого ученика. Такое взаимодействие предполагает субъект-

субъектные отношения, основанные на сотрудничестве и совместной ответственности.

Таким образом, сравнительный анализ понятий «индивидуализация», «персонализация» и «личностно-ориентированное обучение» показал, что персонифицированный подход интегрирует элементы трех направлений, но предлагает более глубокий уровень персонального подхода, охватывающий как когнитивную, так и личностную сферу обучающегося. Анализ сопоставленных принципов персонифицированного обучения и требований ФГОС нового поколения демонстрирует наличие существенного пересечения между ними, что подтверждает актуальность и современность внедрения данного подхода в школьную практику. Все вышесказанное определяет необходимость более детального рассмотрения существующих моделей реализации персонифицированного подхода и возможностей их адаптации к процессу подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации.

1.2 Способы реализации персонифицированного подхода в образовательном процессе

В педагогике под моделью понимается логически обоснованная и структурированная система, отражающая существенные характеристики изучаемого педагогического объекта и включающая организационные, содержательные и процессуальные компоненты, обеспечивающие реализацию определенной образовательной компетенции [21]. Применительно к персонифицированному подходу модель обучения представляет собой совокупность взаимосвязанных элементов (целей, содержания, методов, форм, средств и результатов), направленных на построение ИОТ обучающегося с учетом его личностных особенностей, интересов и познавательных потребностей. Обобщенная структура образовательного процесса представлена на рисунке 1.

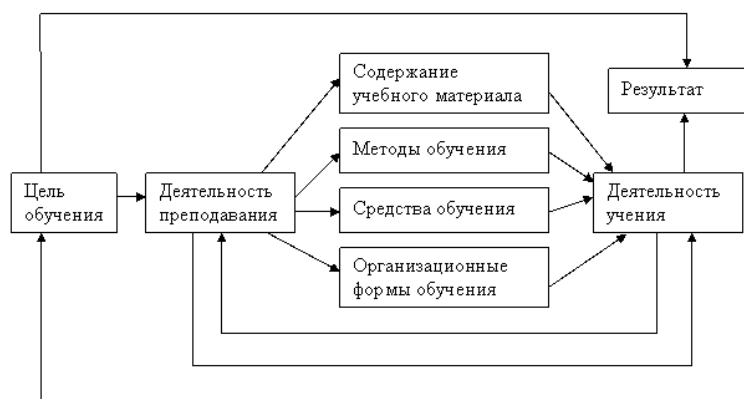


Рисунок 1 – Модель образовательного процесса (структурные компоненты)

В современной педагогике и практике сложилось несколько моделей реализации персонифицированного подхода, различающиеся по степени вовлеченности обучающегося в проектировании собственной образовательной траектории, по используемым методам и технологиям, а также по роли педагога в организации учебного процесса. Как отмечают О.В. Гукаленко, О.В. Китикарь и И.В. Колоколова, персонифицированный подход в образовании ориентирован на формирование условий, удовлетворяющих уровню подготовки обучающихся с учетом их интересов и личностных смыслов учебной деятельности [8]. При этом исследователи подчеркивают, что для реализации данного подхода необходимо предоставлять обучаемым возможность выбора вариантов образовательных программ и построения индивидуальных траекторий личностного роста в соответствии со способностями, потребностями и спецификой будущей образовательной деятельности [8].

Л.Х. Урусова, в свою очередь, акцентирует внимание на психологической составляющей персонифицированного подхода, утверждая, что педагог должен знать индивидуальные психологические особенности каждого обучающегося и быть готовым сотрудничать с определенной возрастной группой, заинтересованным в достижении конечной цели обучения [30].

Е.Н. Ярославовна и Ю.А. Лескина, обобщая опыт реализации программы элитного образования в Южно-Уральском государственном

университете, выделяют следующие ключевые характеристики персонифицированного подхода:

- учет особенностей, индивидуальных различий, интересов и потребностей обучающихся;
- акцент на личностном знании (уровне подготовки);
- активность и автономность обучающегося как субъекта образовательного процесса [34].

Последняя характеристика подразумевает, что обучающийся способен принимать участие в проектировании собственной образовательной траектории, управлении своим учением, самостоятельной постановке целей, выборе оптимальных путей решения задач, отслеживать результаты и принимать ответственность за эти результаты. Кроме того, авторы подчеркивают необходимость выстраивания учебного процесса как событийной образовательной общности, а также изменения вектора педагогического взаимодействия в сторону содействия обучающего и обучающегося на основе активного участия всех членов образовательного процесса [34].

Для эффективной реализации персонифицированного подхода необходимо соблюдение ряда организационно-педагогических условий. Во-первых, требуется организация образовательной среды как проективной и событийной, предполагающей восприятие образовательной ситуации педагогом и обучающимся как проективной, обеспечивающей возможность внесения корректив [6]. Во-вторых, необходимо обеспечение вариативности и гибкости учебных планов, включая возможность выбора вариантов образовательных программ, модулей и видов образовательных услуг для движения по индивидуальным образовательным маршрутам [6]. В практике ЮУрГУ это реализуется через курсы по выбору, дополнительные образовательные программы, а также «включенный» и «параллельный» форматы обучения [34]. В-третьих, требуется применение уровневой дифференциации, то есть распределение обучающихся по группам в

соответствии с уровнем их подготовки для последующего выстраивания индивидуальной траектории освоения учебного материала [34]. В-четвертых, необходимо стимулирование мотивации к самообучению, саморазвитию и самовоспитанию [6]. Как подчеркивают Е.Н. Ярославова и Ю.А. Лескина, высшая цель системы образования – «научить учиться», то есть способствовать переходу от образования к самообразованию. В-пятых, требуется наличие тьюторской поддержки и индивидуальных консультаций с преподавателями, экспертами и кураторами в любых форматах, а также доступность всех учебных онлайн и офлайн ресурсов. Роль преподавателя при этом трансформируется в роль педагога-коуча, который создает ситуацию успеха и управляет познавательной активностью обучающегося [6]. Наконец, необходим регулярный мониторинг успеваемости и регулярная коррекция индивидуального плана. Это нужно для того, чтобы изменить педагогическую стратегию в процессе обучения ребенка [11]. Кроме того, это необходимо и для саморефлексии обучающегося, что является одним из компонентов регулятивных умений, упоминающихся ФГОС.

Одной из форм реализации персонифицированного подхода, который будет удовлетворять вышеописанным условиям, является индивидуальный образовательный маршрут (далее, ИОМ). В педагогической литературе Ю.А. Герасимова под ИОМ определяет модель образовательного процесса, создаваемая на основе индивидуальных особенностей, способностей и потребностей обучающегося [7]. Как отмечают Г.Р. Федотова, Н.Ш. Валеева и Г.Н. Ахметзянова, в практике работы педагогов ИОМ часто понимается как возможность для обучающегося выбирать лишь темп деятельности и порядок действий, в то время как содержание обучения остается заданным учителем [32]. Такой подход представляет собой частично структурированную форму ИОМ, сочетающую элементы персонификации с элементами стандартного обучения. В зависимости от используемых технологий и условий обучения, ИОМ может реализоваться в следующих форматах:

1. Очная форма. Подразумевает традиционный формат, при котором обучение осуществляется в классе под руководством педагога. ИОМ в этом случае реализуется через: индивидуальные учебные планы; разноуровневые задания; индивидуальные консультации с учителями-предметниками; проектную и исследовательскую деятельность.

2. Дистанционная форма. Реализуется с использованием цифровых образовательных ресурсов (Moodle, «ЯКласс», «Российская электронная школа» и др.). Такой формат особенно востребован при работе с детьми с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью, а также при организации обучения в сельских школах. Это позволяет выстраивать обучение в индивидуальном темпе, использовать адаптивные тренажеры для отработки навыков, получать мгновенную обратную связь.

Кроме того, «работа с цифровыми образовательными ресурсами (ЦОР) на уроке может не только больше заинтересовать обучающихся, но и создать более комфортную среду для работы» [17].

3. Смешанная форма. Подразумевает сочетание очного и дистанционного обучения. Как отмечается в методической литературе, смешанное обучение позволяет гибко комбинировать аудиторную работу с самостоятельной онлайн-активностью, что особенно эффективно при подготовке к экзаменам [19]. В рамках ИОМ смешанный формат может включать: очные консультации и практикумы; самостоятельное изучение теоретического материала на онлайн-платформах; автоматизированное тестирование для самоконтроля.

4. Форма с тьюторским сопровождением. Такая форма предполагает наличие наставника (тьютора), который сопровождает обучающегося на всем протяжении реализации ИОМ. Как отмечают исследователи, в обязанности учителя при организации ИОМ входит «выявление и анализ проблем развития ребенка, предварительное определение вида и объема необходимой помощи, диагностика и оценка готовности, регулярное отслеживание динамики, оценка результатов обучения и корректировка образовательного маршрута» [7].

Независимо от выбранной формы, реализация ИОМ предполагает прохождение определенных этапов [7]: диагностический, целеполагание, проектировочный, реализационных и рефлексивно-оценочный. Содержание каждого этапа представлены ниже в таблице 4.

Таблица 4 – Этапы реализации индивидуального образовательного маршрута

Этап	Содержание деятельности
1. Диагностический	Выявление исходного уровня знаний, познавательных особенностей, интересов и мотивации обучающегося
2. Целеполагание	Совместная постановка индивидуальных образовательных целей на основе результатов диагностики
3. Проектировочный	Разработка структуры ИОМ: отбор содержания, выбор методов и форм работы, определение сроков и способов контроля
4. Реализационный	Непосредственное движение обучающегося по разработанному маршруту при поддержке педагога
5. Рефлексивно-оценочный	Анализ достигнутых результатов, выявление затруднений, корректировка маршрута при необходимости

Как отмечает Я.Ю. Полякова, «за последние годы многие российские школы заметно прогрессируют в реализации моделей персонифицированного обучения, используя финский опыт. <...> Каждая школа выбирает для себя рабочие модели обучения, но все они направлены на создание эффективной персонифицированной обучающей среды, применение современных образовательных технологий, обучение с учетом индивидуальных потребностей детей» [22].

Анализируя модели персонифицированного подхода и формы реализации, можно сделать вывод, что при всем многообразии существующих стратегий их объединяет общая цель – создание условий для движения обучающегося по индивидуальному образовательному маршруту. ИОМ представляет собой проектируемую, структурированную и диагностируемую модель, позволяющую определить стартовый уровень подготовки, определить целевой результат, отобрать необходимые тематические модули и выстроить движение для каждого обучающегося. Именно эти свойства делают ИОМ

оптимальным инструментом для организации подготовки к государственной итоговой аттестации.

1.3 Особенности реализации персонифицированного подхода при подготовке к единому государственному экзамену по профильной математике

В настоящее время отмечается устойчивый рост сдающих ЕГЭ по математике по Красноярскому краю. Согласно статистическим данным, за три года количество выпускников, выбравших профильную математику, увеличилось на 253 человека и достигало в 2025 году 6058 участников, что составляет 42,44% от общего числа экзаменуемых [16]. Данная тенденция свидетельствует о повышении интереса к техническим и естественно-научным направлениям подготовки в вузах.

Анализ результатов выполнения экзаменационной работы выявляет наличие серьезных и системных проблем. С одной стороны, наблюдается положительная динамика: количество участников, не преодолевших минимальный порог, сократилось с 10,89% в 2023 году до 8,09% в 2025 году, а средний балл вырос с 51,61 до 57,27 [16]. С другой стороны, анализ выполнения отдельных заданий демонстрируют устойчивые затруднения выпускников при решении задач, требующих не просто воспроизведения алгоритма, а развитого пространственного воображения, логического мышления и умения строить сложные математические модели. Более того, авторы отчета указывают на то, что основная проблема заключается не только в сложности отдельно взятых тем из курса математики, но и в недостаточной сформированности у значительной части выпускников метапредметных умений: анализ информации, выстраивание логической цепочки доказательства, перенос знаний в нестандартную ситуацию и критическая оценка полученного результата [16]. Это связано с «натаскиванием» решения шаблонных заданий и заданий, в которых достаточно запомнить алгоритм.

Весь этот анализ демонстрирует необходимость организации адаптивного курса подготовки к ЕГЭ по математике.

Сейчас существует большое количество курсов подготовки к ЕГЭ по профильной математике. Это может быть как в рамках школьного образования (элективные курсы, факультативы, кружки), так и в системе дополнительного образования (репетиторство, онлайн-школы, образовательные платформы). Однако большинство этих курсов строятся по единой фронтальной модели: единое содержание, единый темп, единая последовательность изучения тем для всех обучающихся. Такой подход не способен эффективно удовлетворить разнообразные потребности обучающихся, поскольку не учитывает разный стартовый уровень подготовки, познавательные стили и целевые ориентиры выпускников. Как отмечает О.В. Финк, одна из проблем в подготовке к ЕГЭ по профильной математике – удержание интереса [33]. В результате общепринятой концепции подготовки сильные обучающиеся теряют интерес из-за отсутствия вызова (более сложных заданий), а слабые могут потерять интерес из-за высокого темпа и непосильных заданий.

Эффективность подготовки к экзамену во многом зависит от того, насколько учитываются индивидуальные познавательные стили обучающихся и их типы математического мышления. В процессе обучения математике выделяют различные типы мышления, каждый из которых требует особых дидактических подходов.

Прежде всего, это абстрактное мышление – умение отвлекаться от конкретного содержания объекта в пользу его общих свойств [25]. Оно необходимо при изучении алгебраических понятий, формул, теорем, а также при решении уравнений и неравенств в общем виде. Тесно связано с ним логическое мышление, которое проявляется в умении выводить следствия, обобщать выводы и строить доказательства [25]. Именно эти два типа мышления лежат в основе решения большинства заданий с развернутым ответом – от уравнений до задач с параметрами.

Наряду с ними важную роль играет пространственное мышление – способность мысленно конструировать пространственные образы и выполнять над ними операции [25]. Оно особенно значимо при изучении стереометрии и решении геометрических задач. Наконец, функциональное мышление позволяет осознавать связи между математическими объектами и видеть их в движении и изменении [25]. Этот тип мышления необходим при решении задач с параметрами, экономических задач и заданий на исследование функций.

Ключевым инструментом в реализации персонифицированного подхода является индивидуальный образовательный маршрут. В методическом пособии Н.А. Будаевой подчеркивается, что ИОМ – это целенаправленно проектируемая образовательная программа, обеспечивающая обучающемуся позиции субъекта выбора, разработки и реализации образовательной программы при осуществлении учителем педагогической поддержки его самоопределения и самореализации [5]. ИОМ определяется образовательными потребностями, индивидуальными способностями и возможностями обучающегося, а также существующими стандартами содержания.

Учет выделенных типов мышления позволяет учителю более осознанно подбирать формы и методы работы: для развития абстрактного и логического мышления полезны развернутые образцы решений и классификация задач, для развития пространственного мышления – чертежи, модели и визуализация, для развития функционального мышления – задачи, отражающие реальные зависимости между величинами. Данные типы мышления рассматриваются при составлении ИОМ на основе персонифицированного подхода как учет одного из компонентов индивидуальных особенностей обучающихся.

Тем не менее, персонифицированный подход предполагает не единое содержание для всех, а его вариативность в зависимости от стартового уровня подготовки и желаемого результата. Для обучающихся, планирующих преодоление минимального порога, целесообразно сконцентрироваться на отработке заданий первой части ЕГЭ профильной математики. Обучающиеся,

ориентированные на результат 60-80 баллов, должны дополнительно осваивать задания повышенного уровня, требующие умения строить математические модели и проводить доказательные рассуждения. Для высокомотивированных обучающихся, нацеленных на более высокие баллы, необходимо включение заданий высокого уровня сложности, предполагающие нестандартные подходы, комбинирование различных методов и глубокое понимание теоретического материала, который будет неплохим мостом для перехода от школы до технических вузов. Такой подход достаточно популярен в настоящее время и сохраняет актуальность на протяжении длительного времени. Он основан на учете индивидуальных особенностей и осознанном выборе обучающихся, которые объективно оценивают свои возможности и стартовые знания.

В условиях подготовки к ЕГЭ особенно актуальным становится модульная организация содержания. Как отмечают А.В. Забеглов и И.В. Пивина, разбиение курса на автономные модули позволяет обучающимся осваивать материал в индивидуальной последовательности и в удобном для них темпе. При этом метод ключевых задач предполагает разбор фундаментальной задачи в ходе совместной деятельности с последующей самостоятельной отработкой практических навыков на специально подобранных упражнениях, что способствует формированию конкретных умений [9]. Обеспечение гибкости образовательной траектории также предполагает создание системы курсов, реализующих преемственность между различными ступенями обучения. Как подчеркивает А.В. Перегудов, концентрическая структура обучения, при которой каждый последующий этап углубляет и расширяет содержание предыдущего, позволяет обучающимся осваивать материал в индивидуальном темпе, постепенно наращивая сложность и глубину погружения в предмет [20]. Такая организация особенно важна для долгосрочной подготовки к ЕГЭ, поскольку дает обучающимся с разным стартовым уровнем выстраивать собственную траекторию: от повторения и систематизации базовых знаний до освоения сложных,

интегрированных тем. Весь курс может быть разбит на тематические модули (например, «Уравнения и неравенства», «Планиметрия», «Стереометрия», «Теория вероятностей и статистика», «Задачи с параметром», «Экономические задачи» и др.), которые, в свою очередь, разбиты на темы для гармоничного изучения. Каждый обучающийся осваивает модули в индивидуальном темпе и последовательности, определяемой результатами входной диагностики и личными учебными целями.

Вышеупомянутая входная диагностика – один из компонентов мониторинга индивидуального прогресса обучающегося. Ключевым условием персонификации является систематическая диагностика. Входное тестирование позволяет выявить стартовый уровень подготовки и определить зону ближайшего развития каждого обучающегося. Промежуточные результаты дают возможность отслеживать динамику и вовремя корректировать ИОМ. В рамках персонифицированного подхода особое значение приобретает формирующее оценивание, которое, как отмечает Л.М. Авсеенко, направлено на выявление пробелов в освоении содержания образования каждым обучающимся для того, чтобы максимально эффективно, с учетом индивидуальных особенностей каждого, их восполнить [2]. Формирующее оценивание ориентирует не на сравнение с другими, а на личный прогресс обучающегося. Результаты диагностик фиксируются в индивидуальной карте (портфолио) ученика, что позволяет ему видеть собственный рост и осознавать ответственность за результаты обучения.

Современные цифровые образовательные ресурсы (далее, ЦОР) открывают широкие возможности для реализации персонифицированного подхода. Онлайн-тренажеры (например, «РешуЕГЭ», «ЯКласс») обеспечивают отработку навыков с мгновенной обратной связью и возможностью многократного повторения. Системы с адаптивной подборкой задач позволяют выстраивать индивидуальную траекторию в зависимости от успешности выполнения заданий [17]. Платформы для видеоконференций и их записи дают возможность обучающимся в удобное время просматривать разборы тем и

решений (например, «Сферум», Яндекс Телемост и др.) [17]. Использование интерактивных сред (например, GeoGebra, Desmos и др.) позволяет визуализировать математические объекты и проводить самостоятельные исследования. И чтобы следить за динамикой и качеством усвоения, предполагается использование электронных таблиц и форм (например, Яндекс.Формы и др.) для проведения диагностических работ и мониторинга.

ЦОР открывают возможность в разнообразии изучения разделов математики, а также удерживают мотивацию обучающихся, которые планируют сдавать Единый государственный экзамен [17].

Персонализированный подход требует не только предметной, но и психологической поддержки. Важным компонентом для сдающих ЕГЭ становится развитие у них навыков саморегуляции и рефлексии. Учитель должен создавать ситуацию успеха и помочь не терять мотивацию к самостоятельной работе. Это можно реализовать с помощью дополнительных консультаций и позитивных подкреплений промежуточных успехов.

Все вышеупомянутые особенности реализации курса на основе персонализированного подхода создают достаточно сбалансированный фундамент для обучающихся и учителей. Тем не менее, внедрение персонализированного подхода при подготовке к ЕГЭ поднимает ряд объективных трудностей [31, 32]:

- полноценная диагностика, проектирование ИОМ и их сопровождение требуют значительных затрат от учителя, особенно в условиях большой наполняемости классов;
- технические возможности школ не всегда позволяют использовать ЦОР в полном объеме (недостаток техники, ограниченный доступ к Интернету);
- не все обучающиеся обладают сформированными навыками самоорганизации и самоконтроля, что снижает эффективность самостоятельной работы по ИОМ;

- учителя могут испытывать дефицит методической и технологической подготовки к проектированию и сопровождению ИОМ.

Данные трудности являются разрешимыми с помощью обогащения методической базы, системы повышения квалификации. Кроме того, взаимодействие между педагогами разных классов или школ тоже способствует преодолению вышеупомянутых трудностей. Это необходимо для того, чтобы объективно оценить ту или иную ситуацию в процессе обучения и рассмотреть ее с другой стороны.

Персонифицированная подготовка к ЕГЭ по математике – это многозадачный процесс, в котором активно участвует не только обучающийся, но и учитель и эксперты.

Как было упомянуто ранее, реализация персонифицированного подхода при подготовке к итоговой аттестации предполагает комплексный учет когнитивных особенностей школьника, адаптацию содержания и темпа обучения, использование ЦОР, систематическую диагностику и психолого-педагогическое сопровождение. При гармоничной организации систем диагностики, гибких планов, разнообразия содержания подготовка к ЕГЭ преобразуется в особый процесс обучения, где обучающиеся получают пространство для развития самостоятельности и личностного роста.

Проведенный анализ показал, что персонифицированный подход представляет собой педагогическую концепцию, основанную на признании уникальности каждого обучающегося, предоставлении ему проектировании собственной образовательной траектории. Выявленные ключевые аспекты реализации персонифицированного подхода предоставляют базу для разработки организации подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода с использованием ИОМ.

Выводы по первой главе

В первой главе проведен теоретический анализ персонифицированного подхода, определены его сущностные характеристики, рассмотрены модели и формы реализации, а также выявлены особенности применения при подготовке к ЕГЭ по профильной математике.

Сравнительный анализ понятий «дифференциация», «индивидуализация», «персонализация», «личностно-ориентированное обучение» и «персонифицированный подход» показал, что последний интегрирует элементы всех рассмотренных направлений, но предлагает более глубокий уровень учета индивидуальных особенностей, охватывающий как когнитивную, так и личностную сферы обучающегося. Ключевыми характеристиками персонифицированного подхода являются: построение индивидуальной образовательной траектории, активная субъектная позиция обучающегося, трансформация роли педагога в наставника и тьютора, свобода выбора, практико-ориентированность, использование цифровых инструментов и нацеленность на развитие самоорганизации.

Анализ соответствия персонифицированного подхода требованиям ФГОС СОО (системно-деятельностный подход, метапредметные и личностные результаты) подтвердил, что данный подход выступает эффективным инструментом реализации ключевых положений Стандарта, особенно в части формирования регулятивных универсальных учебных действий, самостоятельности и ответственности обучающихся.

В качестве базовой формы реализации персонифицированного подхода определён индивидуальный образовательный маршрут (ИОМ), который представляет собой проектируемую, структурированную и диагностируемую модель, позволяющую зафиксировать стартовый уровень подготовки, определить целевой результат и выстроить маршрут для каждого ученика. ИОМ может реализовываться в очной, дистанционной, смешанной формах, а также в формате с тьюторским сопровождением. Процесс реализации ИОМ

включает диагностический, целевой, проектировочный, реализационный и рефлексивно-оценочный этапы.

Рассмотрены основные модели персонифицированного обучения, различающиеся по степени вовлеченности обучающегося в проектирование образовательной траектории и по формату организации учебного процесса.

Выявлены ключевые аспекты реализации персонифицированного подхода при подготовке к ЕГЭ по профильной математике: адаптация содержания под уровень подготовки и целевой балл; модульная организация материала с возможностью выбора индивидуальной траектории; использование цифровых образовательных ресурсов (онлайн-тренажёров, интерактивных сред, платформ для видеоконференций); систематическая диагностика с применением формирующего оценивания; психолого-педагогическое сопровождение, направленное на развитие саморегуляции и рефлексии.

Определены проблемы и ограничения, связанные с внедрением данного подхода: временные затраты на проектирование и сопровождение ИОМ, технические ограничения школ, недостаточная сформированность навыков самоорганизации у части обучающихся, а также дефицит методической подготовки педагогов. Установлено, что данные трудности преодолимы через обогащение методической базы, повышение квалификации учителей и взаимодействие между педагогами.

Таким образом, проведённый теоретический анализ создаёт основу для практической разработки курса подготовки к ЕГЭ по профильной математике, построенного на принципах персонифицированного подхода с использованием индивидуальных образовательных маршрутов, чему посвящена следующая глава.

ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ ПЕРСониФИЦИРОВАННОГО ПОДХОДА ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЕДИНОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО ПРОФИЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

2.1. Программа и содержание подготовки к единому государственному экзамену по профильной математике на основе персонифицированного подхода

Нормативно-правовой основой для разработки содержания подготовки к единому государственному экзамену по профильной математике является Федеральная рабочая программа среднего общего образования по математике (углубленный уровень), утвержденная Министерством просвещения Российской Федерации. В соответствии с ФРП, содержание курса «Алгебра и начала математического анализа» на углубленном уровне включает следующие содержательно-методические линии:

- «Числа и вычисления»;
- «Функции и графики»;
- «Уравнения и неравенства»;
- «Начала математического анализа»;
- «Множества и логика» [31].

Именно эти линии, детализированные в кодификаторе проверяемых элементов содержания единого государственного экзамена по математике [29], находят отражение в структуре КИМ и, соответственно, в предполагаемой подготовке.

Все перечисленные выше идеи – учет индивидуальных особенностей, модульность, опора на ФРП – могут быть системно реализованы в рамках подготовки к единому государственному экзамену по профильной математике на основе персонифицированного подхода.

При написании выпускной квалификационной работы был разработан индивидуальный образовательный маршрут подготовки к ЕГЭ по профильной математике, включающий следующие структурные компоненты (в соответствии с рекомендациями Н.А. Будаевой [5]):

1. Целевой компонент. Представляет постановку образовательных целей на основе результатов входной диагностики и желаемого балла ЕГЭ. В разработанном ИОМ выделены пять возможных траекторий, различающиеся набором осваиваемых заданий. Выбор траектории осуществляется обучающимися совместно с педагогом.

2. Содержательный компонент. Это отбор тематических модулей в соответствии с выбранной траекторией. Подготовка построена по модульному принципу и включает: обязательный модуль (задания №1-12), единый для всех обучающихся; вариативные модули (задания №13-19), соответствующие отдельным заданиям с развернутым ответом.

Общий объем курса – 70 часов (35 недель по 2 часа). При выборе большего числа вариативных модулей объем может быть увеличен. Количество часов также может быть увеличено за счет дополнительных консультаций или занятий по усмотрению эксперта.

3. Технологический компонент. Он определяет формы и методы работы. В ИОМ предусмотрены следующие формы занятий: лекции, практикумы, диагностические работы, контрольные работы, групповые работы, работа в парах, самостоятельная работа, проверочная работа, тестирование и компьютерный практикум. В разработанном примере ИОМ включена также индивидуальная консультация. Перечисленные формы не ограничивают учителя внедрением своих форм, замены одной формы на другую или исключением каких-либо форм.

4. Диагностический компонент. Имеется в виду система диагностического сопровождения, включающая входную диагностику, текущий контроль после каждого модуля, пробные экзамены и итоговую контрольную работу.

5. Организационно-педагогический компонент. Это условия реализации ИОМ, включая календарно-тематическое планирование (далее – КТП), которое составляется на основе «Конструктора КТП» с учетом выбранной обучающимися траектории.

Ниже представлена таблица 5, в которой отражена основная структура ИОМ подготовки к ЕГЭ по профильной математике, адаптированная под персонифицированный подход.

Таблица 5 – Структура индивидуального образовательного маршрута (ИОМ)

Компонент	Содержание
Титульный лист	Ф.И.О. обучающегося, класс, срок реализации, Ф.И.О. куратора (учителя), основания для разработки ИОМ (результаты входной диагностики, целевой балл, выбранная траектория)
Пояснительная записка	Актуальность разработки ИОМ (выявленные дефициты, обоснование выбора траектории); цель и задачи ИОМ; ожидаемые результаты (целевой балл, перечень осваиваемых заданий); формы организации занятий и формы контроля
Содержательный компонент	Перечень тематических модулей, обязательных для освоения и вариативных модулей, выбранных обучающимся; указание объема часов по каждому модулю
Календарно-тематическое планирование (КТП)	Таблица с указанием: темы, содержания, задания ЕГЭ, количества часов, формы работы, формы контроля. КТП составляется на основе «Конструктора КТП» с учетом выбранной траектории
Учебно-методические ресурсы	Перечень рекомендуемых учебных пособий, онлайн-платформ («Решу ЕГЭ», «ЯКласс», «РЭШ» и др.), цифровых инструментов, видеоматериалов
Диагностический компонент	Проведение диагностических мероприятий: входная диагностика, текущий контроль (после каждого модуля), пробные экзамены, итоговая контрольная работа (вариант ЕГЭ). Формы фиксации результатов (индивидуальный лист достижений)
Результаты освоения	Фиксация промежуточных и итоговых достижений обучающегося: результаты пробных экзаменов, выполнение контрольных работ, динамика индивидуального прогресса, итоговый тестовый балл

Поскольку учитель находится в условиях сильной заполняемости классов и ограниченности во времени, следует составлять ИОМ для группы ребят, которые совпадают по выбранным модулям. Это позволяет также организовывать работу в группах или в парах для развития коммуникативных и регулятивных навыков. Учитель может учитывать потребности обучающихся уже в образованных группах, будь это желание работать

самостоятельно или за компьютером, если тема может предоставить использование цифровых инструментов. Поэтому на титульном листе можно написать образованную группу именем, характеризующую выбранные модули, а после этого сделать список обучающихся, которые попали в эту группу.

Разработанные ИОМ можно раздать обучающимся, чтобы они видели структуру и содержание подготовки и с кем они работают. Это позволяет более осознанно подходить к подготовке и отслеживать ее процесс. Ниже представлен фрагмент примера ИОМ (титульный лист) для группы, выбравшие траекторию «Джентельменский набор» (см. Рисунок 2):

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАРШРУТ для группы обучающихся 11 класса по подготовке к ЕГЭ по профильной математике <i>Состав группы:</i> 1. Ф.И.О. 2. Ф.И.О. 3. Ф.И.О. <i>Срок реализации:</i> 35 учебных недель (70 часов) <i>Куратор (учитель):</i> Ф.И.О. <i>Основание для разработки ИОМ:</i> результаты входной диагностики, целевой балл группы – 70-82, выбор траектории «Джентельменский набор» (задания №13, 15, 16)
--

Рисунок 2 – Титульный лист ИОМ

Далее в содержании ИОМ следует пояснительная записка, в которой прописывается актуальность, цель, задачи, ожидаемые результаты и предполагаемые формы организации занятий.

Следующим шагом в разработке ИОМ заполняется содержательный компонент. Он представляется как календарно-тематическое планирование (далее, КТП) в виде таблицы. Оно содержит необходимые тематические модули с указанием тем занятий, содержания, количества часов, форм работы и форм контроля. Для того, чтобы составить КТП для конкретной группы обучающихся, в ходе анализа ФРП СОО по математике (углубленный уровень) и анализа существующих курсов подготовки к ЕГЭ по профильной математике был разработан конструктор КТП. Он составлен для удобства учителя, чтобы

он мог быстро собрать единое КТП для группы, выбирая из обязательного и вариативных модулей те элементы, которые соответствуют выбранной траектории обучающимися. Конструктор КТП представляет собой документ, в котором прописана инструкция использования. Ниже представлена таблица 6, демонстрирующая фрагмент из этого документа, который отражает содержание обязательного модуля.

Таблица 6. Раздел 1 – Обязательный модуль (задания 1-12)

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Входная диагностика	Диагностическая работа в формате ЕГЭ (первая часть)	№1-12	2	ДР	Проверка, анализ результатов
2	Вычисления и преобразования (1)	Степени, корни, логарифмы: тождественные преобразования	№7	2	Л, П	СР
3	Простейшие уравнения	Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения	№6	2	Л, П	ПР
4	Планиметрия: Треугольники	Прямоугольный треугольник, треугольник общего вида, вычисление углов, длин и площадей	№1	2	Л, П	СР
5	Планиметрия: Четырехугольники	Параллелограмм, частные случаи параллелограмма, вычисление элементов и площадей	№1	1	Л, П	СР
6	Вычисления и преобразования (2)	Тригонометрическая окружность, тригонометрические выражения, преобразования	№7	3	Л, П	ПарР, СР
7	Тригонометрические уравнения	Простейшие тригонометрические уравнения	№6/13	1	Л, П	СР
8	Планиметрия: Окружность	Центральные и вписанные углы, свойства окружности, решение треугольника и четырехугольника через вписанную или описанную окружность (база)	№1	2	Л, П	ГР, ПР
9	Векторы на плоскости	Координаты вектора, сумма и разность, длина вектора и скалярное произведение	№2	2	Л, П	ПарР, СР
10	Начала теории вероятностей, вероятности сложных событий	Классическое определение вероятности, теоремы сложения и умножения	№4 №5	3	Л, П	ПарР, Т
11	Текстовые задачи (1)	Задачи на движение, работу и производительность	№10	2	П	СР
12	Текстовые задачи (2)	Задачи на проценты, смеси и сплавы	№10	2	П	СР

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
13	Графики функций: прямая, парабола, гипербола, корень	Чтение графиков, анализ свойств, соответствие между графиками и функциями	№11	2	Л, П	ПР
14	Графики функций: показательные и логарифмические функции	Чтение графиков, анализ свойств, соответствие между графиками и функциями	№11	1	Л, П	Т
15	Производная функции	Геометрический и физический смысл производной, касательная	№8	2	Л, П	СР
16	Производная и первообразная	Формулы производной, нахождение экстремумов и наибольшего / наименьшего значения функции, формулы интегралов, площадь криволинейной трапеции	№12	3	Л, П	ПарР, Т
17	Применение производной в исследовании функции	Исследование функций (монотонность, экстремумы), наибольшее и наименьшее значение	№12	1	П	ГР, Т
18	Задачи с прикладным содержанием	Решение задач с использованием формул и данных в задаче	№9	1	П	ПР
19	Итоговая работа по модулю 1	Контрольная работа по заданиям 1-12 (первая часть)	№1-12	2	КР	Проверка, анализ результатов
Итого				36 часов		

Формы работы и формы контроля записаны в условных обозначениях, чтобы не нагружать таблицу. С расшифровкой этих обозначений и самим конструктором можно ознакомиться в приложении А.

Кроме того, для оптимизации работы учителя также предлагается *Excel* таблица с номером заданий, темой и ссылками на разработанные задания. На рисунке 3 представлена такая таблица.

Номер задания	Тема	Ссылка на задачи
1	Треугольники	https://disk.yandex.ru/d/yn1Ds0V9V91q0A
	Четырехугольники	https://disk.yandex.ru/d/i2X2ExaV6rH6Lw
	Окружность	https://disk.yandex.ru/d/LKjUTnyk8fVUZw
	Комбинации	https://disk.yandex.ru/d/P9gvdRVOVjBXqW
2	Векторы и операции над ними	https://disk.yandex.ru/d/uv3EaFUXU1et2w
3	Призма	https://disk.yandex.ru/d/iL8fV4QYsnXfQ
	Пирамида	https://disk.yandex.ru/d/PGufFreNe4K1qA
	Фигуры вращения	https://disk.yandex.ru/d/Ziik6Moi9xiA6w
4	Классическое определение вероятности	https://disk.yandex.ru/d/IFIZaHgKQwZ_5w
5	Правило суммы и произведения	https://disk.yandex.ru/d/B8a9AwKF0k-rjw
	Полная вероятность	https://disk.yandex.ru/d/B4_3WOU-8Q4GA
6	Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения	https://disk.yandex.ru/d/fb62f-O6SL3H3A
	Тригонометрические уравнения	https://disk.yandex.ru/d/eAtMX6Q3mGuYKg
7	Степени, корни, логарифмы: тождественные преобразования	https://disk.yandex.ru/d/XitGE_d56H8bkw
	Тригонометрическая окружность, тригонометрические выражения, преобразования	https://disk.yandex.ru/d/g2RWL4py08GihQ
8	Геометрический смысл и физический смысл производной	https://disk.yandex.ru/d/14m9rOf7YMo61Q
9	Задачи прикладного характера	https://disk.yandex.ru/d/gk8lNgZNngrUjg
10	Задачи на движение, работу и производительность	https://disk.yandex.ru/d/fv2PWpRr_Ltd-w
	Задачи на проценты, смеси и сплавы	https://disk.yandex.ru/d/turneAltJP6uuw
11	Графики функций: прямая, парабола, гипербола, корень	https://disk.yandex.ru/d/dfkRPI_9Z3ZF7Q
	Графики функций: показательные и логарифмические функции	https://disk.yandex.ru/d/wABp5UgKNEpe1w
12	Формулы производной, нахождение экстремумов и наибольшего / наименьшего значения функции, формулы интегралов, площадь криволинейной трапеции	https://disk.yandex.ru/d/Dmf3wOCnPg88A
	Исследование функций (монотонность, экстремумы), наибольшее и наименьшее значение	https://disk.yandex.ru/d/F-KxWZz9gEWRog
13	Однородные тригонометрические уравнения	https://disk.yandex.ru/d/3eYZjduUOjt7g
	Тригонометрические уравнения - Исследование ОДЗ	https://disk.yandex.ru/d/9wgK5n48_UmbhQ
	Весь раздел (игровая форма)	https://disk.yandex.ru/d/zX94sYdq40nbFQ
	Итоговые работы	https://disk.yandex.ru/d/-T3pv-hr9NOwJQ

Рисунок 3 – Таблица с разработками по каждому заданию

Таким образом получен удобный инструмент для составления ИОМ и КТП, который позволяет сократить время на составление ИОМ учителем. Кроме того, таблица с задачами также позволяет сократить время на поиски и разработки подходящих заданий.

2.2. Методические рекомендации по организации персонифицированного подхода при подготовке к единому государственному экзамену по профильной математике

Эффективная организация персонифицированного подхода при подготовке к ЕГЭ по профильной математике требует соблюдения определенной последовательности действий. Это необходимо для учета

индивидуальных особенностей обучающихся и специфику экзаменационных требований. На основании проведенного теоретического анализа разработаны методические рекомендации. Ниже представлены этапы проведения подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода и содержание этих этапов.

1. Диагностический этап. На этом этапе проводится входное тестирование и анкетирование обучающихся. Во входном тестировании предлагается решить полностью пробный вариант ЕГЭ для того, чтобы можно было отслеживать рост баллов. Конечно, после одного решенного варианта сложно полностью выявить дефицит знаний каждого обучающегося. Но места, где дефицит выявился, необходимо «заполнить», то есть делать на эти места особый упор при подготовке.

После проверки вариантов, обучающимся нужно ознакомиться с результатами. Они должны самостоятельно определить места дефицитов знаний. После ознакомления необходимо провести анкетирование и сказать обучающимся, что это необходимо для разделения по группам подготовки к ЕГЭ, где каждая группа будет готовиться по своей траектории. Ознакомиться с анкетированием можно в приложении Б. Анкетирование представлено в двух форматах в зависимости от цели. Первый формат анкетирования разработан для оценки уровня осознанности выбора профиля и готовности к самостоятельной учебной деятельности. Такой формат предоставлен в онлайн формате через Яндекс Форму. Второй формат анкетирования разработан конкретно для проектирования ИОМ. Данный инструмент ориентирован на практические задачи: позволяет учителю получить конкретную информацию о целях учащегося (желаемый балл ЕГЭ, профессиональные интересы), предметных дефицитах (какие задания и темы вызывают затруднения), познавательных предпочтениях (стиль обучения, формат домашних заданий) и готовности к самостоятельной работе. Этот формат предлагается в распечатанном виде. В зависимости от возможностей, учитель может предложить один из вариантов анкетирования или оба варианта. Лучше всего

использовать второй вариант, чтобы получить конкретные результаты для проектирования ИОМ.

Целью данного этапа является выявление стартового уровня подготовки, определение индивидуальных дефицитов, познавательных предпочтений и профессиональных ориентиров. Результаты диагностики служат основой для выбора траектории подготовки и проектирования ИОМ.

2. Проектировочный этап. На основе диагностики учитель составляет ИОМ по группам. По ранее упомянутому конструктору КТП, составляется КТП для каждой группы. После этого учитель обозначает дни подготовки для каждой группы и список участников в каждой группе. В первой встрече учитель раздает каждому разработанный ИОМ для того, чтобы обучающиеся с ним ознакомились. Если обучающийся не согласен с разработанным ИОМ и желает что-то добавить или убрать, то учитель должен предоставить ему другие ИОМ, по которым другие группы будут работать. В лучшем случае обучающийся выберет либо переход в другую группу, либо останется в своей. Если его не устраивают оба варианта, то учитель может предложить выбрать ту группу, которая ближе всего подходит ему. В ходе работы с таким обучающимся можно предложить разбирать материалы для подготовки, которые не включены в работу группы, где окажется обучающийся. Если он самостоятельно справляется с разбором материала, то учитель включает задания в подготовку к ЕГЭ по этим материалам и разбирает их с обучающимся в консультационном режиме.

Целью данного этапа является обеспечение осознанного выбора обучающимся индивидуальной траектории подготовки и рефлексия своих результатов на входе подготовки.

3. Реализационный этап. Уже после того, как утвердились ИОМ и группы, осуществляется непосредственное освоение содержания курса в соответствии с КТП. Особое внимание уделяется отработке заданий выбранных вариативных модулей.

Цель данного этапа – обеспечение освоения содержания курса в соответствии с ИОМ и потребностями обучающихся. Чтобы ответить на потребности обучающихся, необходимо уметь использовать различные формы работы: от лекций до компьютерных практикумов.

4. Диагностико-корректировочный этап. На этом этапе проводятся промежуточные диагностические работы и пробные экзамены. Результаты таких работ анализируются, выявляются сохраняющиеся дефициты. При необходимости вносятся коррективы в ИОМ (изменение перечня модулей, перераспределение часов, изменение форм работы). Может случиться такое, что обучающийся не справляется с ИОМ той группы, в которой оказался. В таком случае ему нужно предложить другие ИОМ, по которым готовятся другие группы. В лучшем случае у обучающегося на данный момент сформирована устойчивая рефлексия и он спокойно относится к смене программы и осознает необходимость в данном решении. Если обучающийся сомневается, то учитель на свое усмотрение рекомендует переход в другую группу. В ходе такой консультации обучающийся должен сделать выбор.

Целью данного этапа является оценка динамики индивидуального прогресса, выявление сохраняющихся дефицитов, при необходимости корректировка ИОМ и переход обучающегося в другую группу.

5. Итоговый этап. На этом этапе проводится итоговая контрольная работа (пробный экзамен), оценивается достижение целевого балла, анализируется динамика индивидуального прогресса. Результаты фиксируются в индивидуальном листе достижений.

Цель данного этапа – оценить степень достижений поставленных образовательных целей и зафиксировать индивидуальный прогресс обучающегося.

Вышеописанные этапы описывают структуру и содержание подготовки к ЕГЭ по профильной математике, которые ведут к освоению предметных и метапредметных результатов. Если освоение предметных результатов можно оценить с помощью проверочных работ, то проследить за освоением

метапредметных результатов объективно труднее. Тем более, суть персонифицированного подхода заключается в том, чтобы способствовать развитию самоконтроля, самопроверки, самообучения и ответственного отношения к процессу и результату обучения. Ключевую роль в этом играет рефлексия – осмысление и анализ обучающимися собственной учебной деятельности, ее результатов и способов их достижения. Модель организации подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода представлена на рисунке 4.



Рисунок 4 – Модель организации подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода

Как отмечают Е.И. Санина и С.М. Петрова, формирование самооценки старшеклассников тесно связано с формированием навыков самоконтроля, самопроверки и рефлексии. В обучении математике самооценка обучающегося формируется на основе самоанализа своей учебной деятельности [27].

Рефлексия в рамках персонифицированного подхода может решить двустороннюю задачу. Для обучающегося систематическая рефлексия превращает обучение из внешнего процесса («меня оценивают») во внутренний («я оцениваю себя»). Анализируя свои успехи и неудачи, старшеклассник учится объективно оценивать свои сильные и слабые стороны, ставить реалистичные цели и корректировать стратегию их достижения, брать ответственность за свой прогресс. Для учителя рефлексия

становится инструментом обратной связи – не учитель говорит обучающемуся, что у него не так, а обучающийся сам это осознает и фиксирует. По результатам рефлексии учитель видит реальную картину усвоения темы, а не ту, которую обучающийся пытается показать. Учитель может выявить зоны группового и индивидуального непонимания, оценивать эффективность собственных методических приемов и может своевременно скорректировать ИОМ (добавить часы на тему, сменить форму работы и др.).

Для организации рефлексии в рамках подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода разработан инструмент «Рефлексивная мишень», позволяющая обучающемуся оценить себя по нескольким параметрам одновременно, а учителю оперативно получить информацию об уровне усвоения материала и формирования личностных навыков. На рисунке 5 представлена рефлексивная мишень, в которой обучающиеся отмечают на ней точку, соответствующую его самооценке по каждому аспекту.

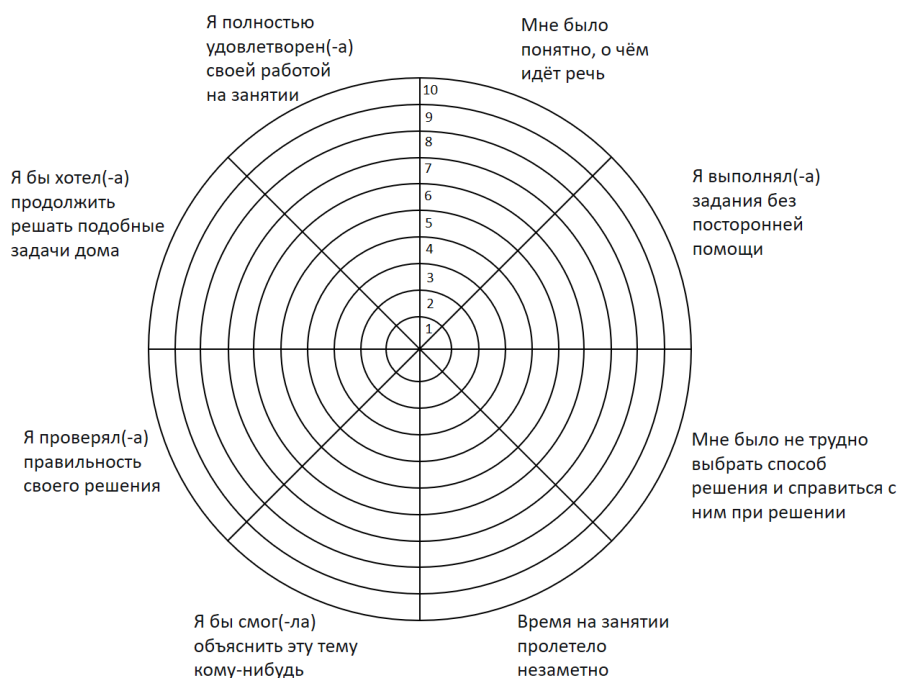


Рисунок 5 – Пример рефлексивной мишени

После того, как обучающийся расставил точки, их следует соединить для того, чтобы можно было увидеть насколько большая область получилась. Чем

больше получилась область, тем обучающийся лучше оценивает себя и считает, что хорошо справляется тем, что упомянуто в каждом аспекте.

Рефлексивные мишени можно собирать в портфолио обучающегося, отслеживая динамику самооценки на протяжении всего периода подготовки. Для учителя это становится дополнительным источником информации о сформированности личностных навыков и эффективности применяемых методических приемов.

Для реализационного этапа были разработаны два рабочих листа по теме «Решение однородных тригонометрических уравнений» для обучающихся, которые плохо понимают алгоритм решения, и для обучающихся, которые более свободно владеют пониманием методов решений однородных уравнений. В первом случае предполагается индивидуальная работа, а во втором – парная. Это обусловлено тем, что в первом случае ребятам необходимо освоить методы решения однородных тригонометрических уравнений первой и второй степени, а во втором случае подобраны более сложные уравнения для отработки и закреплении знаний по этой теме.

Первый формат рабочего листа для обучающихся, которые плохо понимают алгоритм, представляет сбалансированную структуру освоения и закрепления знаний. В начале обучающимся предлагается освежить в памяти критерии распознавания типа уравнения. Им необходимо распределить по трем группам: однородные 1-й степени, однородные 2-й степени, не являющиеся однородными. Данное задание формирует первичный навык идентификации типа уравнения, что является необходимым условием выбора верного алгоритма решения. После этого обучающимся предлагается восстановить алгоритм решения, вставив пропущенные слова или выбрав верный вариант из предложенных. Такая форма работы не требует от учащегося самостоятельного воспроизведения алгоритма по памяти, но обеспечивает его осмысленное запоминание через активное заполнение пробелов. Далее обучающиеся решают задания в формате ЕГЭ. При этом в рабочем листе предусмотрено место для полного письменного решения, что

позволяет хранить работу в своем портфолио. И в завершении обучающийся оценивает свои навыки по трехуровневой шкале по следующим позициям: распознавание типа уравнений, решение однородных уравнений 1-й степени, решение однородных уравнений 2-й степени, отбор корней на окружности. В конце рабочего листа также есть ответы. Если учитель хочет организовать самопроверку обучающихся, то может раздать и эту последнюю страницу. Ознакомиться с данным рабочим листом можно в приложении В.

Во втором формате рабочего листа для обучающихся, которые более свободно владеют алгоритмом решения однородных тригонометрических уравнений, предлагается работа в парах. В начале рабочий лист предлагает обучающимся также вспомнить виды однородных уравнений, но в отличие от первого формата, после этого обучающиеся отвечают на вопросы, требующие понимание сути алгоритма. После повторения основной теории, обучающимся предлагаются задания разного формата: решение с последующей взаимопроверкой, поиск и анализ ошибок в предоставленных решениях, совместное решение сложных заданий и элемент соревнований. Далее обучающиеся закрепляют навыки в самостоятельном решении заданий формата ЕГЭ. В завершение рабочий лист, как и в первом варианте, предлагает пройти рефлексию, ориентированную на оценку не только собственных успехов, но и эффективности работы с партнером. В конце рабочего листа, как и в первом формате, приведены ответы ко всем заданиям. Ознакомиться с данным рабочим листом можно в приложении Г.

Третьим разработанным форматом дидактических материалов стала интерактивная презентация, посвященная исследованию области допустимых значений (ОДЗ) при решении тригонометрических уравнений. Данный формат ориентирован на визуализацию алгоритмических шагов и может использоваться как для работы с обучающимися всех групп, так и в качестве дополнительного средства обучения на уроке или для дистанционного обучения.

Презентация начинается с проблемного вопроса: «С чего нужно начинать решение следующих уравнений?» и предлагаются дробно-рациональные, иррациональные и логарифмические уравнения. Это запускает мыслительный процесс и подводит к выводу о необходимости поиска допустимых значений переменной или функции. После этого разбираются более частые случаи тригонометрических уравнений, где необходимо исследовать ОДЗ. Затем предлагается разбор уравнения, где исследование ОДЗ требует особой внимательности и нетривиальных рассуждений. Все это сопровождается системой вопросов, которые позволяют учителю не становиться транслятором знаний, а навигатором верного решения. Со структурой презентации можно ознакомиться в приложении Д.

Таким образом, особенности использования вышеописанных дидактических материалов обеспечивают реализацию персонифицированного подхода на уровне содержания (разные задания), темпа (индивидуальная и парная работа) и формы организации учебной деятельности (алгоритмические инструкции, проблемные задания, фронтальная работа).

Для разнообразия форм работы также предлагается следующий дидактический материал игрового формата – «Своя игра по тригонометрии». Данная разработка предназначена для обобщающего повторения и итогового контроля по тригонометрии. На занятии, где используется эта разработка, также целесообразно после игры провести рефлексивную мишень, которая была упомянута ранее.

Игровой формат преследует следующие цели: систематизация знаний по всему разделу тригонометрии; активизация познавательной деятельности через элемент соревнования; диагностика уровня усвоения материала в условиях, приближенных к игровым (снижение тревожности, характерной для контрольных мероприятий); формирование навыка быстрого переключения между разными типами заданий (что соответствует реальному формату ЕГЭ).

В зависимости от целей занятия и состава класса возможны следующие формы организации:

1. Фронтальная игра с делением на команды. Класс делится на 3-4 команды (можно с учётом групп персонификации – смешанный состав). Команды по очереди выбирают вопросы. Побеждает команда, набравшая наибольшее количество баллов. Данный вариант развивает коммуникативные навыки и учит работе в команде.

2. Индивидуальная игра. Каждый фиксирует ответы в индивидуальном бланке. После завершения игры бланки собираются и оцениваются учителем. Данный вариант позволяет провести оперативную диагностику уровня каждого обучающегося.

Данная разработка занимает особое место в системе. Она не является инструментом первичного формирования навыка, но выступает как средство диагностики и мотивации на этапе завершения изучения раздела. По результатам игры учитель может выявить темы, вызывающие затруднения у большинства обучающихся, скорректировать индивидуальные образовательные маршруты, создать ситуацию успеха для слабоуспевающих учащихся за счёт выбора вопросов базового уровня сложности (100-200 баллов), которые они могут решить. По сравнению с традиционным контрольным опросом или самостоятельной работой, «Своя игра» снижает тревожность, активирует всех обучающихся, развивает регулятивные умения и предоставляет наглядность динамики прогресса. Ознакомиться с данной разработкой можно в приложении Е.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что персонифицированный подход позволяет не только создать благоприятные условия обучения выпускников, а также создает творческое пространство для учителя, который имеет большой опыт и идеи в проведении нескучных занятий. Все эти аспекты позволяют учителю эффективно работать, а обучающимся повышать интерес к изучению математики.

2.3. Апробация методических рекомендаций и разработок на практике

Для проверки эффективности разработанных рекомендаций по организации подготовки к единому государственному экзамену по профильной математике на основе персонифицированного подхода, мной были проведены занятия в МАОУ СШ №149 и в КГПУ им. В.П. Астафьева на довузовской подготовке. В апробации участвовали обучающиеся 11 классов, а также педагоги для оценки повышения знаний и увлеченности в подготовке.

Эксперимент проводился в профильном классе со школы, где персонифицированный подход не применялся, и в группах довузовской подготовки в КГПУ им. В.П. Астафьева, где применялся персонифицированный подход. Апробация проводилась по следующим этапам.

1. Диагностическая работа. В школе было проведено анкетирование первого формата для оценки осознанности выбора профиля и готовности к самостоятельной учебной деятельности. В вузе были проведены оба варианта анкетирования для полноценного понимания группы и конкретных оснований для проектирования ИОМ. В результате были получены данные об уровне метапредметных умений и мотивации, а также рекомендации со стороны педагогов.

2. Проектирование ИОМ. После получения результатов и рекомендаций, были разработаны ИОМ для ребят довузовской подготовки по модулю 13 «Решение сложных тригонометрических уравнений». Были учтены следующие особенности группы: темп усвоения, уровень знаний и предпочтения форм работы. В группе основная часть имела низкий темп усвоения и базовый уровень знаний, а также низкую самооценку готовности к реальному ЕГЭ. На рисунке 6 представлен ИОМ для группы обучающихся, которые предпочитают работу в парах.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАРШРУТ

для группы обучающихся 11 класса по подготовке к ЕГЭ по профильной математике, предпочитающих работу в парах и игровой формат

Срок реализации: 2 учебные недели (4 часа)

Куратор (учитель): Персональные данные

Куратор (учитель): Персональные данные

Основание для разработки ИОМ: результаты входной диагностики, целевой балл группы – 70-82, траектория №13

Формы работы: Диагностическая работа (ДР), лекция (Л), практикум (П), игровая форма (И).

Формы контроля: Проверка, анализ результатов, проверочная работа (ПР), работа в паре (ПарР), групповая работа (ГР), контрольная работа (КР), индивидуальный разбор (ИР), самостоятельная работа (СР).

Календарно-тематическое планирование курса подготовки к ЕГЭ по профильной математике (персонифицированный курс)

Таблица – Модуль 13. Тригонометрические уравнения

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Тригонометрические уравнения	Однородные тригонометрические уравнения 1-й и 2-й степени	№13	1	ДР, П	ПР, ПарР, ИР
2	Тригонометрические уравнения	Тригонометрические уравнения с исследованием ОДЗ	№13	1	Л, П	СР
3	Итоговое повторение	Комплексное решение заданий по тригонометрии в формате «Своя игра»	№7, №13	1	И, ДР	ГР, проверка, анализ результатов
4	Итоговая контрольная работа	Диагностическая работа в формате ЕГЭ по тригонометрическим уравнениям	№13	1	ДР, П	СР, ПР, ИР

Рисунок 6 – ИОМ обучающихся, предпочитающих работу в парах

Также был разработан ИОМ для обучающихся, которые предпочитают индивидуальную работу и трудности с решением тригонометрических уравнений. Ознакомиться с содержанием ИОМ можно на рисунке 7.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАРШРУТ

для группы обучающихся 11 класса по подготовке к ЕГЭ по профильной математике, предпочитающих индивидуальную работу и игровой формат

Срок реализации: 2 учебные недели (4 часа)

Куратор (учитель): Персональные данные

Куратор (учитель): Персональные данные

Основание для разработки ИОМ: результаты входной диагностики, целевой балл группы – 70-82, траектория №13

Формы работы: Диагностическая работа (ДР), лекция (Л), практикум (П), игровая форма (И).

Формы контроля: Проверка, анализ результатов, проверочная работа (ПР), групповая работа (ГР), контрольная работа (КР), индивидуальный разбор (ИР), самостоятельная работа (СР).

Календарно-тематическое планирование курса подготовки к ЕГЭ по профильной математике (персонифицированный курс)

Таблица – Модуль 13. Тригонометрические уравнения

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Тригонометрические уравнения	Однородные тригонометрические уравнения 1-й и 2-й степени	№13	1	ДР, П	ПР, ИР
2	Тригонометрические уравнения	Тригонометрические уравнения с исследованием ОДЗ	№13	1	Л, П	СР
3	Итоговое повторение	Комплексное решение заданий по тригонометрии в формате «Своя игра»	№7, №13	1	И, ДР	ГР, проверка, анализ результатов
4	Итоговая контрольная работа	Диагностическая работа в формате ЕГЭ по тригонометрическим уравнениям	№13	1	ДР, П	СР, ПР, ИР

Рисунок 7 – ИОМ обучающихся, предпочитающих индивидуальную работу

Вся группа была нацелена на разбор 13 задания ЕГЭ по профильной математике. Отличие двух этих ИОМ в формах работы.

3. Проведение занятий по теме «Тригонометрические уравнения». В процессе проведения занятий в экспериментальной группе были применены:

- рабочие листы, целью которых является усвоение и отработка знаний в индивидуальной темпе, комфортном для каждого. Были рабочие листы для индивидуальной работы и для работы в парах по теме «Однородные тригонометрические уравнения»;
- интерактивная презентация, которая сопровождала обучающихся на каждом шаге для осмысления и отработки знаний по исследованию ОДЗ и тригонометрических преобразований;
- презентация «Своя игра по тригонометрии», цель которой являлась эмоциональная разгрузка и выполнение заданий в другой, игровой форме. При использовании такой разработки у обучающихся формируются навыки работы в группе, применение знаний в соревновательных условиях и саморефлексии;
- «Рефлексивная мишень», которая позволяла обучающимся самостоятельно оценить свои достижения по итогам занятий, выявить индивидуальные затруднения и зафиксировать личностный прогресс. Рефлексивную мишень экспериментальная и контрольная группа заполняли перед началом апробации и после серии занятий для сравнения и наблюдения за прогрессом. Она включала не только предметные аспекты, но и метапредметные;
- самостоятельная работа, целью которой является диагностика знаний, умений и затруднений обучающихся.

Две последние разработки позволяют проанализировать успешность применения персонифицированного подхода.

При анализе самостоятельной работы и наблюдений организации занятий, были выделены три уровня характерных особенностей выполнения:

- высокий. Все виды тригонометрических уравнений были выполнены верно, правильно отобраны корни. Обучающиеся чувствуют больше уверенности в своих знаниях и осознают свой личный прогресс;
- средний. Верно решенные тригонометрические уравнения, допущение ошибок по невнимательности и неверный отбор корней на отрезке. Обучающиеся с такими результатами нуждались в консультациях и более простых примерах, но тем не менее, они осознавали свои дефициты;
- низкий. Часто возникали трудности при решении тригонометрических уравнений и отборе корней на заданном промежутке. Некоторые обучающиеся не признавали свои дефициты и принимали неверные ответы и не хотели искать причины допущения ошибок, что говорит об отсутствии саморефлексии.

4. Контрольное тестирование и анализ результатов. Была проведена итоговая самостоятельная работа по теме «Тригонометрические уравнения», где обучающиеся демонстрировали умения решать стандартные тригонометрические уравнения, более сложные типы уравнений и отбор корней на заданном промежутке с помощью тригонометрической окружности.

Анализ результатов самостоятельной работы экспериментальной группы наглядно показывают, что обучающиеся верно выполняли более шаблонные задания формата ЕГЭ и приступали к решению более нестандартных тригонометрических уравнений. Основная часть тех, кто приступали к таким уравнениям, отлично показали свои умения применять знания в решении более сложных типов тригонометрических уравнений. Кроме того, по результатам рефлексии и наблюдений в ходе самостоятельной работы, большая часть обучающихся подошли более осознанно к своим возможностям и выбирали те задания, в которых они уверены. С анализом результатов экспериментальной группы можно ознакомиться на рисунке 8.

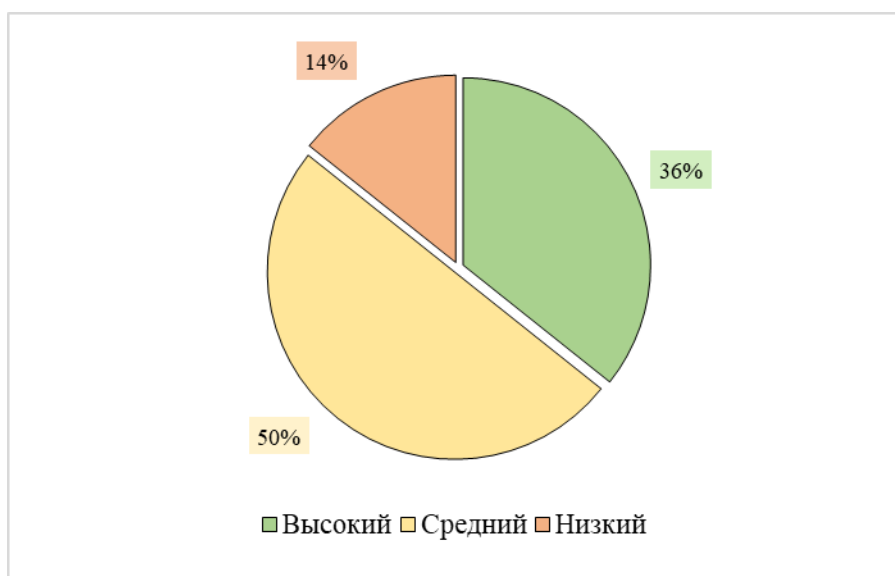


Рисунок 8 – диаграмма, отражающая выполнение самостоятельной работы по уровню характерных особенностей в экспериментальной группе

Анализ результатов контрольной группы показал, что большая часть обучающихся предпочли решать стандартные тригонометрические уравнения и не собирались решать более сложные типы уравнений. Тем не менее, они с ними справлялись успешно, немного ошибок было в отборе корней. Меньшая часть обучающихся, которые приступали к решению более сложных уравнений, допускали ошибки либо при записи ответа, который удовлетворяет ОДЗ, либо в отборе корней. При анализе результатов рефлексии выяснилось, что небольшая часть обучающихся готовы проявить инициативу в проработке своих дефицитов и считают, что того результата, который они имеют, будет достаточно для достойной сдачи экзаменов. Когда встал вопрос о том, на какой балл они рассчитывают, многие приняли позицию «чем больше, тем лучше», что говорит о том, что у них нет точно намеченной цели и они принимают все, что им дают на подготовке к ЕГЭ. С анализом результатов контрольной группы можно ознакомиться на рисунке 9.

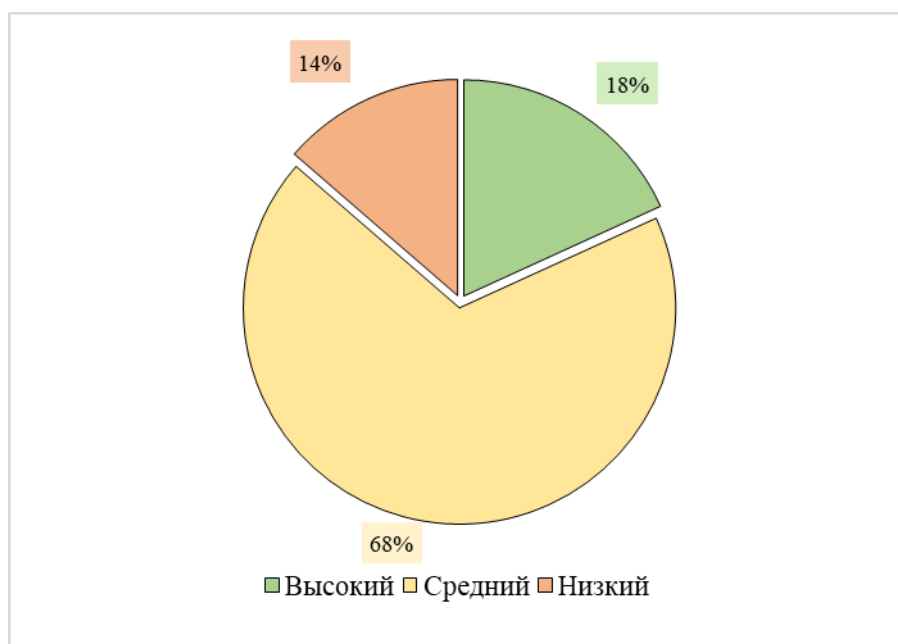


Рисунок 9 – диаграмма, отражающая выполнение самостоятельной работы по уровню характерных особенностей в контрольной группе

Стоит отметить, что обе группы были в равных условиях и имели хорошую подготовку к ЕГЭ по профильной математике. Организация подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода должна не только быть эффективной в предметной сфере, но также должна способствовать развитию личностных качеств обучающихся, таких как самостоятельность, ответственность за результаты своей деятельности, умения планировать и корректировать собственную образовательную траекторию, а также формированию навыков самооценки и рефлексии. Персонифицированный подход создает условия для поддержания устойчивой учебной мотивации, снижения экзаменационной тревожности и формирования у обучающихся уверенности в собственных силах. Предметная составляющая в обеих группах кардинально не отличается, кроме того, что в экспериментальной группе основная часть обучающихся была более уверена в своих возможностях и приступали к решению более сложных тригонометрических уравнений. Однако метапредметная составляющая отличается. Сравнение результатов контрольной и экспериментальной групп продемонстрировано на рисунке 10.



Рисунок 10 – Результаты апробации

После серии занятий по модулю №13 обучающиеся отметили, что они стали более уверены в своих знаниях и готовы переходить к следующим разделам подготовки. На занятиях в экспериментальной группе присутствовали преподаватели с большим стажем преподавания математики, в числе которых был эксперт ЕГЭ. Они отметили, что у обучающихся повысилась мотивация к обучению математике после использования персонифицированного подхода. Обучающиеся были готовы вносить изменения в подготовку к ЕГЭ в сторону освоения материала, который бы позволил им добиться более высоких баллов на экзамене.

Кроме того, преподаватели отметили, что разработки для учителей (конструктор КТП, шаблон ИОМ, таблица разработанных заданий по темам) действительно способствуют оптимизации работы учителя и эффективности разработок ИОМ.

Вышеперечисленные результаты апробации демонстрируют отличный потенциал внедрения персонифицированного подхода в подготовку к ЕГЭ по профильной математике. Настоящая работа была сосредоточена на

организации персонифицированного подхода и фрагментах подготовки по теме «Тригонометрические уравнения», чтобы оценить эффективность. В перспективе необходимо разработать задания по остальным разделам ЕГЭ по математике с разными формами работы. Также необходимо разработать серию диагностических работ и рефлексии, чтобы на более долгосрочном горизонте оценивать рост обучающихся в предметном и личностном сферах.

Кроме того, для более эффективной организации подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода требует разработок курсов повышения квалификации учителей, чтобы они имели представление о данном подходе в рамках подготовки к ЕГЭ. Также, стоит включить не только учителей-предметников, но и кураторов по психологическому сопровождению, которые могли бы проводить тренинги для снижения тревожности и увеличения кругозора в поступлении в вузы. С помощью этого можно получить полноценную подготовку на основе персонифицированного подхода.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что организация подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода способствует более осознанному усвоению учебного материала, развитию предметных и метапредметных навыков, а также повышает мотивацию и обеспечивает высокие образовательные результаты.

Выводы по второй главе

Во второй главе была теоретически обоснована и практически реализована организация подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода. Ключевым результатом стала разработка индивидуального образовательного маршрута (ИОМ), включающего целевой, содержательный, технологический, диагностический и организационно-педагогический компоненты. Для оптимизации работы учителя создан конструктор календарно-тематического планирования, позволяющий быстро формировать КТП для разных групп обучающихся в зависимости от выбранной траектории; шаблон ИОМ и таблица с ссылками на дидактические материалы по каждому разделу ЕГЭ.

Практическая часть работы представлена тремя видами дидактических материалов: разноуровневыми рабочими листами по теме «Однородные тригонометрические уравнения», интерактивной презентацией по исследованию ОДЗ при решении более сложных тригонометрических уравнений, а также игровой разработкой «Своя игра по тригонометрии». Эти разработки способствуют не только укреплению предметных результатов, а также метапредметных. Кроме того, для развития метапредметных навыков предложен инструмент «Рефлексивная мишень», позволяющий обучающимся оценивать собственный прогресс, а учителю – своевременно корректировать образовательный процесс.

Апробация разработанных материалов на базе школы и довузовской подготовки КГПУ им. В.П. Астафьева показала, что в экспериментальной группе, где применялся персонифицированный подход, обучающиеся демонстрировали более высокую уверенность в своих силах, чаще приступали к решению сложных уравнений, осознаннее подходили к выбору заданий и проявляли большую учебную мотивацию по сравнению с контрольной группой. Преподаватели и эксперты ЕГЭ отметили, что конструктор КТП и шаблоны ИОМ существенно оптимизируют работу учителя.

Таким образом, персонифицированный подход не только способствует повышению предметных результатов (решение тригонометрических уравнений, отбор корней), но и формирует у старшеклассников саморефлексию, ответственность за собственный прогресс и снижает экзаменационную тревожность. Разработанные методические рекомендации могут быть внедрены в практику подготовки к ЕГЭ по профильной математике в общеобразовательных организациях.

Заключение

В результате анализа научно-педагогической и методической литературы установлено, что персонифицированный подход к обучению строится на учете индивидуальных особенностей обучающихся, предоставлении им выбора способов и темпа работы, а также включении в процессы планирования и самооценки. Это, в свою очередь, развивает у школьников субъектную позицию и метапредметные навыки. Более того, были проанализированы модели реализации персонифицированного подхода, которые можно осуществить в условиях школы. К ним относятся модели, основанные на индивидуальных образовательных маршрутах, модульном построении содержания, тьюторском сопровождении и выборе уровня сложности заданий.

Также раскрыты особенности реализации персонифицированного подхода в рамках ЕГЭ по профильной математике. Было установлено, что специфика экзамена делает персонифицированный подход особенно востребованным благодаря высокому уровню сложности, необходимости выполнения задания с развернутым ответом, индивидуальных целевых баллов. Выделены основные направления работы: модульное построение содержания, диагностика дефицитов, рефлексия и самоконтроль, а также гибкое использование различных форм организации занятий.

Разработана содержательная структура организации подготовки к ЕГЭ по профильной математике на основе персонифицированного подхода, которая содержит пять этапов:

1. Диагностический
2. Проектировочный
3. Реализационный
4. Диагностико-корректировочный
5. Итоговый.

Основой разработки организации стал индивидуальный образовательный маршрут (ИОМ), включающий целевой, содержательный,

технологический, диагностический и организационно-педагогический компоненты.

Разработаны методические рекомендации по реализации персонифицированного подхода. Создан конструктор календарно-тематического планирования, позволяющий учителю быстро формировать КТП для разных групп обучающихся. Разработаны разноуровневые дидактические материалы: рабочие листы по теме «Однородные тригонометрические уравнения» (для индивидуальной и парной работы), интерактивная презентация по исследованию ОДЗ, игровая разработка «Своя игра по тригонометрии», а также инструмент рефлексии «Рефлексивная мишень».

Проведенная апробация на базе МАОУ СШ №149 и довузовской подготовки КГПУ им. В.П. Астафьева показала эффективность разработанных рекомендаций. Были проведены занятия по теме «Тригонометрические уравнения», где обучающиеся и преподаватели дали положительные отзывы. Было зафиксировано повышение уровня образовательных результатов, мотивации и заинтересованности, а также развитие метапредметных навыков у обучающихся. Школьники демонстрировали более высокую уверенность в своих знаниях, чаще приступали к решению сложных тригонометрических уравнений, осознаннее подходили к выбору заданий и проявляли большую учебную мотивацию. Преподаватели отметили, что разработанные материалы (конструктор КТП, шаблоны ИОМ, таблица заданий) существенно оптимизируют работу учителя.

Таким образом, цель исследования достигнута, все поставленные задачи выполнены. Персонифицированный подход доказал свою эффективность как средство подготовки к ЕГЭ по профильной математике, способствующее не только повышению предметных результатов, но и развитию саморефлексии, самостоятельности и ответственности обучающихся за собственный прогресс. Разработанное методическое обеспечение может быть рекомендовано к внедрению в практику работы общеобразовательных организаций.

Перспективой дальнейших исследований является создание аналогичных материалов по всем разделам ЕГЭ, а также разработка курсов повышения квалификации для учителей по данной проблематике.

В заключение следует указать то, что внедрение персонифицированного подхода требует от учителя гибкости, свободного владения методическими приёмами и умения строить обучение на принципах диалога и сотрудничества.

Список использованных источников

1. Абалян Ж.А. Персонализированный подход в обучении. Ретроспективный анализ и обзор современных определений // Мир науки, культуры, образования. 2024. №1 (104). С. 249-252.
2. Авсеенко Л.М. Формирующее оценивание образовательных достижений обучающихся // Наука и перспективы. 2023. №1. 6 с.
3. Акмырадов Я.Ч., Мурадов Ю.М. Методы обучения математике: традиционные и современные подходы // Вестник науки. 2024. №9 (78). С. 152-156.
4. Блинов В.И. Методика преподавания в высшей школе : учебно-практическое пособие / В. И. Блинов, В. Г. Виненко, И. С. Сергеев. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 315 с.
5. Будаева Н.А. Разработка и оформление индивидуального образовательного маршрута : методическое пособие. – Усть-Кут : Издательство МОУ ДОД ДЮЦ УКМО, 2015. – 27 с.
6. Вилкова А.В., Фадеева С.А., Алексеева О.В., Александрова Н.В. От персонифицированного образования взрослых к персонифицированному образованию детей // Ped.Rev. 2020. №6 (34). С. 23-30.
7. Герасимова Ю.А. Индивидуальный образовательный маршрут // Символ науки. 2023. №9-2. С. 80-82.
8. Гукаленко О.В., Китикарь О.В., Колоколова И.В. Персонифицированный подход в системе подготовки педагогов // Отечественная и зарубежная педагогика. 2020. №3 (73). С. 11-20.
9. Забеглов А.В., Пивина И.В. Элективный курс «Избранные вопросы математики» в рамках подготовки выпускников к ЕГЭ // Вестник Таганрогского института имени А. П. Чехова. 2017. №1. С. 226-232.
10. Зеер Э.Ф., Крежевских О.В. Концептуально-теоретические основы персонализированного образования // Образование и наука. 2022. №4. С. 11-39.

11. Золотарева С.А. Метод «Перевернутого класса»: история и опыт применения // Мир науки, культуры, образования. 2022. №2 (93). С. 29-32.
12. Коменский Я.А. Великая дидактика / Ян Амос Коменский ; перевод Н. Н. Машкина. – Москва : Издательство Академии педагогических наук РСФСР, 1955. – Глава X.
13. Кумахова Д.Б., Шанибов А.А. Актуальность личностно-ориентированного обучения // Экономика и социум. 2018. №11 (54). С. 554-557.
14. Кутузов А.В. Сущность индивидуализации образования в современной школе // Ученые записки ЗабГУ. Серия: Педагогические науки. 2012. №5. С. 183-190.
15. Марданова С.Т., Раджабова Л.Г. Личностно-ориентированное обучение в процессе образования // Вестник СПИ. 2023. №3 (47). С. 60-67.
16. Методический анализ результатов ЕГЭ 2025 по математике профильной // Краевое государственное казенное специализированное учреждение «Центр оценки качества образования» (г. Красноярск). URL: <https://coko24.ru> (дата обращения: 13.11.2025).
17. Мещеркин А.И. Обзор цифровых образовательных ресурсов при обучении математике и подготовке к Единому государственному экзамену // Математика и математическое образование в эпоху цифровизации: материалы XIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции (г. Красноярск, Красноярский государственный педагогический университет им. В. П. Астафьева). 2024. С. 153-156.
18. Моисеева Т.В. Персонализация образования – новое направление высшей профессиональной школы // Мир науки, культуры, образования. 2024. №1 (104). С. 78-82.
19. Нагаева И.А. Смешанное обучение в современном образовательном процессе: необходимость и возможности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2016. №6 (33). С. 56-67.

20. Перегудов А.В. Система интегрированных курсов как средство обеспечения преемственности обучения математике // Сибирский педагогический журнал. 2012. №6. С. 135-140.
21. Писаренко В.И. Педагогические модели: типология и особенности // Проблемы современного образования. 2024. №1. С. 58-76.
22. Полякова Я.Ю. Опыт использования моделей персонифицированного обучения финских школ в сфере российского образования // Ученые записки. Электронный научный журнал Курского государственного университета. 2021. №2 (58). 7 с.
23. Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» (с изменениями и дополнениями) : редакция с изменениями № 1028 от 27.12.2023. URL: https://gimn1klgd.gosuslugi.ru/netcat_files/30/50/FGOS_SOOS_01.09.2024.pdf (дата обращения: 05.12.2025).
24. Руссо Ж.-Ж. Эмиль, или о воспитании / Ж.-Ж. Руссо. – Санкт-Петербург, 1912. – 191 с.
25. Сайдалиева Ф.Х., Мухамедова Г.Р. Понятие, структура, характеристика развивающегося математического мышления и дидактические пути их развития у учащихся общеобразовательных школ // The Scientific Heritage. 2021. №78-4. С. 23-29.
26. Самохвалова С.Ю. Инновационный подход к персонифицированному обучению студентов высшей школы // Отечественная и зарубежная педагогика. 2020. №3 (73). С. 88-93.
27. Санина Е.И., Петрова С.М. Формирование самооценки старшеклассников в процессе обучения математике: теоретико-методологический аспект // Проблемы современного педагогического образования. 2025. №87-3. С. 231-234.
28. Сотникова М.С. Персонификация как инновационный механизм профессионального развития педагога // Профессионализм педагога:

сущность, содержание, перспективы развития. – Москва : Некоммерческое партнерство «Международная академия наук педагогического образования». 2019. С. 485-488.

29. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения единого государственного экзамена по математике (профильный уровень) / Федеральный институт педагогических измерений. 2025. URL: <https://fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory> (дата обращения: 23.01.2026).

30. Урусова Л.Х. Персонафицированный подход в высшем образовании: проблемы и перспективы // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Психолого-педагогические науки. 2020. №2 (46). С. 173-181.

31. Федеральная рабочая программа среднего общего образования по математике (углубленный уровень) / Министерство просвещения Российской Федерации. – Москва, 2025. – 90 с.

32. Федотова Г.Р., Валеева Н.Ш., Ахметзянова Г.Н. Особенности построения индивидуального образовательного маршрута // Вестник Казанского технологического университета. 2014. №17. С. 335–337.

33. Финк О.В. Проблемы подготовки к ЕГЭ по математике // Проблемы Науки. 2015. №4 (34). 2 с.

34. Ярославова Е.Н., Лескина Ю.А. Организация углубленной языковой подготовки на основе персонафицированного подхода (из опыта реализации программы элитного образования Южно-Уральского государственного университета) // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Образование. Педагогические науки. 2019. №4. С. 49-58.

35. Damon S. Personalized Learning Pathways in the Digital Age / S. Damon. – Center for Advanced Approaches to Learning Report Series. 2018.

Материалы для составления календарно-тематического планирования индивидуального образовательного маршрута подготовки к ЕГЭ по профильной математике

Пояснительная записка

Настоящий документ представляет собой конструктор для составления календарно-тематического планирования (КТП) индивидуального образовательного маршрута (ИОМ) подготовки к ЕГЭ по профильной математике.

Как пользоваться документом:

1. Обязательный модуль (*Раздел 1*) осваивается всеми обучающимися независимо от выбранной траектории.
2. Вариативные модули (*Разделы 2-8*) представляют собой самостоятельные блоки, соответствующие отдельным заданиям с развернутым ответом (№13-19).
3. Для составления индивидуального КТП необходимо:
 - взять Обязательный модуль (*Раздел 1*);
 - добавить в него выбранные вариативные модули в соответствии с траекторией (см. п. 5);
 - при необходимости скорректировать порядок занятий с учетом логики изучения тем;
 - добавить занятия для пробных экзаменов и работы над ошибками.
4. Общий объем курса – 70 часов (35 недель по 2 часа). При выборе большего числа вариативных модулей (например, для маршрута «70+») объем может быть увеличен. Количество часов также может быть увеличено за счет дополнительных консультаций или занятий по усмотрению эксперта.

5. Рекомендуемое соответствие траекторий и вариативных модулей:

Таблица 1 – Соответствие траектории с вариативными модулями

Траектория	Вариативные модули	Примерное кол-во часов
Базовый маршрут (до 70 баллов)	Только обязательный модуль	0
«Джентльменский набор» (70-82 балла)	№13, №15, №16	$9 + 9 + 8 = 26$
«Аналитическая математика» (70-86 баллов)	№13, №15, №18	$9 + 9 + 10 = 28$
«Геометрический склад ума» (70-82 балла)	№14, №17	$9 + 10 = 19$
Маршрут «70+» (70+ баллов)	Выбор любых модулей (в зависимости от целей обучающегося)	—

6. При необходимости порядок занятий может меняться (например, часть занятий вариативных модулей можно перемежать с обязательными, а не располагать строго после них). Кроме того, может меняться форма работы и форма контроля на усмотрение эксперта или в зависимости от индивидуальных потребностей и возможностей обучающихся. Представленные ниже таблицы представляют содержание каждого модуля с примерным планом, количеством часов, формами работы и контроля.

Условные обозначения для форм работы: диагностическая работа (ДР), лекция (Л), практикум (П), контрольная работа (КР).

Условные обозначения для форм контроля: компьютерный практикум (К), групповая работа (ГР), работа в парах (ПарР), самостоятельная работа (СР), проверочная работа с индивидуальной консультацией (ПР), тестирование (Т).

Формы работы и контроля могут также меняться в зависимости от индивидуальных особенностей обучающихся и на усмотрение эксперта.

Таблица 2 – Раздел 1. Обязательный модуль (задания 1-12)

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Входная диагностика	Диагностическая работа в формате ЕГЭ (первая часть)	№1-12	2	ДР	Проверка, анализ результатов
2	Вычисления и преобразования (1)	Степени, корни, логарифмы: тождественные преобразования	№7	2	Л, П	СР
3	Простейшие уравнения	Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения	№6	2	Л, П	ПР
4	Планиметрия: Треугольники	Прямоугольный треугольник, треугольник общего вида, вычисление углов, длин и площадей	№1	2	Л, П	СР
5	Планиметрия: Четырехугольники	Параллелограмм, частные случаи параллелограмма, вычисление элементов и площадей	№1	1	Л, П	СР
6	Вычисления и преобразования (2)	Тригонометрическая окружность, тригонометрические выражения, преобразования	№7	3	Л, П	ПарР, СР
7	Тригонометрические уравнения	Простейшие тригонометрические уравнения	№6/13	1	Л, П	СР
8	Планиметрия: Окружность	Центральные и вписанные углы, свойства окружности, решение треугольника и четырехугольника через вписанную или описанную окружность (база)	№1	2	Л, П	ГР, ПР
9	Векторы на плоскости	Координаты вектора, сумма и разность, длина вектора и скалярное произведение	№2	2	Л, П	ПарР, СР
10	Начала теории вероятностей, вероятности сложных событий	Классическое определение вероятности, теоремы сложения и умножения	№4 №5	3	Л, П	ПарР, Т
11	Текстовые задачи (1)	Задачи на движение, работу и производительность	№10	2	П	СР
12	Текстовые задачи (2)	Задачи на проценты, смеси и сплавы	№10	2	П	СР

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
13	Графики функций: прямая, парабола, гипербола, корень	Чтение графиков, анализ свойств, соответствие между графиками и функциями	№11	2	Л, П	ПР
14	Графики функций: показательные и логарифмические функции	Чтение графиков, анализ свойств, соответствие между графиками и функциями	№11	1	Л, П	Т
15	Производная функции	Геометрический и физический смысл производной, касательная	№8	2	Л, П	СР
16	Производная и первообразная	Формулы производной, нахождение экстремумов и наибольшего / наименьшего значения функции, формулы интегралов, площадь криволинейной трапеции	№12	3	Л, П	ПарР, Т
17	Применение производной в исследовании функции	Исследование функций (монотонность, экстремумы), наибольшее и наименьшее значение	№12	1	П	ГР, Т
18	Задачи с прикладным содержанием	Решение задач с использованием формул и данных в задаче	№9	1	П	ПР
19	Итоговая работа по модулю 1	Контрольная работа по заданиям 1-12 (первая часть)	№1-12	2	КР	Проверка, анализ результатов
Итого				36 часов		

Таблица 3 – Раздел 2. Вариативный модуль №13

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Уравнения повышенной сложности (1)	Рациональные и иррациональные уравнения: методы решения	№13 (а)	2	Л, П	ПР
2	Уравнения повышенной сложности (2)	Показательные и логарифмические уравнения; метод замены переменной	№13 (а)	2	П	СР

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
3	Уравнения повышенной сложности (3)	Тригонометрические уравнения первой и второй степени, методы решения, отбор корней с помощью двойного неравенства и тригонометрической окружности	№13(а, б)	2	Л, П	ПР
4	Уравнения повышенной сложности (4)	Однородные тригонометрические уравнения первой и второй степени, отбор корней	№13(а, б)	1	Л, П	ПарР, СР
5	Уравнения повышенной сложности (5)	Комбинированные уравнения (уравнения смешанного типа)	№13(а)	1	П	ПарР, ПР
6	Контрольная работа по модулю №13	Проверка освоения материала	№13	1	КР	Проверка, анализ результатов
Итого				9 часов		

Таблица 5 – Раздел 3. Вариативный модуль №14

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Повторение: многогранники	Призма, пирамида, параллелепипед, куб. Углы и расстояния в пространстве	№14 (а)	2	Л, П	ПР
2	Повторение: тела вращения	Цилиндр, конус, шар. Комбинации тел	№14 (а)	1	Л, П	ПР
3	Построение сечений	Методы построения сечений многогранников	№14 (а)	2	П	ПарР, К
4	Вычисление углов и расстояний	Угол между прямыми, прямой и плоскостью, плоскостями; расстояние от точки до плоскости	№14 (б)	1	П	СР
5	Решение задач на доказательство	Доказательные рассуждения в стереометрии	№14 (а)	2	П	ГР
6	Контрольная работа по модулю №14	Проверка освоения материала	№14	1	КР	Проверка, анализ результатов
Итого				9 часов		

Таблица 6 – Раздел 4. Вариативный модуль №15

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Неравенства повышенной сложности (1)	Рациональные и иррациональные неравенства, метод интервалов	№15	2	П	ПР
2	Неравенства повышенной сложности (2)	Показательные неравенства, метод замены переменной	№15	1	Л, П	ПР
3	Неравенства повышенной сложности (3)	Неравенства с модулем	№15	1	Л, П	ПР
4	Неравенства повышенной сложности (4)	Логарифмические неравенства, логарифмические неравенства с переменным основанием, методы решения	№15	3	П	ПР
5	Неравенства повышенной сложности (5)	Комбинированные неравенства	№15	1	П	ПарР
6	Контрольная работа по модулю №15	Проверка освоения материала	№15	1	КР	Проверка, анализ результатов
Итого				9 часов		

Таблица 7 – Раздел 5. Вариативный модуль №16

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Экономическая задача (1)	Задачи на кредиты: аннуитетные платежи	№16	2	Л, П	ПР
2	Экономическая задача (2)	Задачи на кредиты: дифференцированные платежи	№16	2	Л, П	ПР
3	Экономическая задача (3)	Задачи на кредиты: разные платежи	№16	1	П	ПР

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
4	Экономическая задача (4)	Задачи на вклады	№16	2	П	ПР
5	Контрольная работа по модулю №16	Проверка освоения материала	№16	1	КР	Проверка, анализ результатов
Итого				8 часов		

Таблица 8 – Раздел 6. Вариативный модуль №17

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Повторение: треугольники	Подобие, равенство, теоремы (Пифагора, синусов, косинусов), медианы, биссектрисы, высоты	№17 (б)	2	Л, П	ПР
2	Повторение: четырехугольники	Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция	№17 (б)	1	Л, П	ПР
3	Решение задач на доказательство	Доказательство рассуждений в планиметрии: треугольники и четырехугольники	№17 (а)	2	П	ПР
4	Вычисление длин, углов, площадей	Использование различных формул и теорем	№17 (б)	2	П	ПР
5	Комбинированные задачи	Треугольник + окружность, четырехугольник + окружность, окружность + окружность	№17 (б)	2	П	ПР
6	Контрольная работа по модулю №17	Проверка освоения материала	№17	1	КР	Проверка, анализ результатов
Итого				10 часов		

Таблица 9 – Раздел 7. Вариативный модуль №18

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Линейные и квадратные уравнения с параметром	Анализ решений в зависимости от значения параметра	№18	1	Л, П	ПР

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
2	Использование свойств функции	Аналитический метод решения простых задач с параметрами. Использование четности и монотонности функции.	№18	2	Л, П	ПР
3	Графический метод решения	Построение графиков и их анализ, координатная плоскость xOa	№18	1	П	ПР, К
4	Прочие методы решения задач с параметром	ОДЗ, метод замены, анализ функции на заданном отрезке	№18	1	П	ПарР
5	Неравенства с параметром	Линейные, квадратные, дробно-рациональные неравенства	№18	2	П	ПР
6	Системы неравенств и уравнений с параметром	Совместное решение, пересечение множеств	№18	2	П	ГР
7	Контрольная работа по модулю №18	Проверка освоения материала	№18	1	КР	Проверка, анализ результатов
Итого				10 часов		

Таблица 10 – Раздел 8. Вариативный модуль №19

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
1	Делимость и остатки	Признаки делимости, остатки от деления, свойства делимости	№19 (а)	2	Л, П	ПР
2	Основная теорема арифметики	Решение задач с применением основной теоремы арифметики	№19 (а, б)	1	Л, П	ПР
3	Уравнения в целых числах	Линейные и нелинейные диофантовы уравнения	№19 (б, в)	2	П	ПР
4	Конструирование примеров и контрпримеров	Построение числовых наборов с заданными свойствами	№19 (а)	1	П	ПР
5	Задачи на оценку	Оценка суммы, произведения, количества элементов	№19 (б)	1	П	ПарР

№	Тема занятия	Содержание	Задание ЕГЭ	Кол-во часов	Форма работы	Форма контроля
6	Комбинированные задачи	Сочетание делимости, уравнений в целых числах и оценках	№19 (б, в)	2	П	ГР
7	Контрольная работа по модулю №19	Проверка освоения материала	№19	1	КР	Проверка, анализ результатов
Итого				10 часов		

Приложение Б

*** Блок 1. Осознанность выбора профиля**

Инструкция: Оцените каждое утверждение по шкале от 1 до 5, где:

1 — совершенно не согласен

2 — скорее не согласен

3 — затрудняюсь ответить / частично согласен

4 — скорее согласен

5 — полностью согласен

Я выбрал профиль обучения (естественно-научный / инженерный / социально-экономический) осознанно, а не под влиянием друзей или родителей

1 2 3 4 5

Я хорошо понимаю, какие вузы и специальности доступны мне при сдаче ЕГЭ профильного уровня по математике

1 2 3 4 5

Профессии, связанные с математикой, вызывают у меня интерес

1 2 3 4 5

Я знаю, какие именно задания ЕГЭ по математике мне нужно проработать для поступления в желаемый вуз

1 2 3 4 5

Если бы у меня была возможность перейти в другой профиль (например, гуманитарный или универсальный), я бы это сделал

1 2 3 4 5

Я представляю, какой минимальный балл по математике мне нужен для поступления на выбранную специальность

1 2 3 4 5

*** Блок 2. Готовность к самостоятельной подготовке к ЕГЭ**

Инструкция: Оцените каждое утверждение по шкале от 1 до 5 (те же обозначения).

Я регулярно занимаюсь подготовкой к ЕГЭ по математике самостоятельно (без репетитора)

1 2 3 4 5

Я умею планировать своё время: выделяю конкретные часы для подготовки и соблюдаю их

1 2 3 4 5

Когда я сталкиваюсь с трудным заданием, я стараюсь разобраться в нём сам (по учебнику, видеоурокам, разборам в интернете)

1 2 3 4 5

Я знаю свои «проблемные зоны» — какие темы и типы заданий вызывают у меня наибольшие затруднения

1 2 3 4 5

Я веду записи, конспекты или «базу ошибок» по результатам решения заданий

1 2 3 4 5

Мне нужен постоянный контроль со стороны учителя или репетитора, иначе я не занимаюсь

1 2 3 4 5

* Блок 3. Самооценка учебных стратегий

Инструкция: Отметьте, как часто вы используете следующие приёмы при подготовке к ЕГЭ.

Решаю варианты КИМ полностью (все задания подряд)

Никогда Редко Иногда Часто Постоянно

Решаю задания выборочно, только те, которые мне трудны («работа над ошибками»)

Никогда Редко Иногда Часто Постоянно

Анализирую свои ошибки, записываю их и разбираю причины

Никогда Редко Иногда Часто Постоянно

Использую онлайн-ресурсы для самопроверки (Решу ЕГЭ, ФИПИ, Яндекс.ЕГЭ и др.)

Никогда Редко Иногда Часто Постоянно

Ищу видеоразборы сложных заданий на RUTUBE или других платформах

Никогда Редко Иногда Часто Постоянно

Консультируюсь с учителем по вопросам, которые не понял самостоятельно

Никогда Редко Иногда Часто Постоянно

Обучаю кого-то из одноклассников / объясняю решение другим

Никогда Редко Иногда Часто Постоянно

Назад

Далее

* Блок 4. Затруднения и запрос на помощь

Инструкция: Отметьте, что мешает вам в подготовке к ЕГЭ (можно выбрать несколько вариантов).

☐ Нехватка времени (много других предметов, кружки, хобби)

☐ Сложность самого материала (не понимаю даже после объяснения)

☐ Отсутствие мотивации / не понимаю, зачем мне это

☐ Не хватает систематичности (занимаюсь от случая к случаю)

☐ Не хватает качественных материалов для самостоятельной работы

☐ Трудно себя заставить / прокрастинация

☐ Ничего не мешает / всё хорошо

* Блок 5. Предпочтения в формате подготовки

Инструкция: Выберите предпочтительные для вас форматы работы при подготовке к ЕГЭ (можно выбрать несколько).

☐ Пошаговые алгоритмы и образцы решения (всё разложено «по полочкам»)

☐ Работа в парах с одноклассником (взаимопроверка, совместное обсуждение)

☐ Групповые игры и соревнования («Своя игра» и т.п.)

☐ Самостоятельное решение вариантов с последующей проверкой учителем

☐ Видеоуроки и онлайн-лекции

☐ Индивидуальные консультации с учителем

Назад

Отправить

Анкета обучающегося для проектирования индивидуального образовательного маршрута (ИОМ)

Инструкция: Анкета заполняется перед началом курса подготовки к ЕГЭ по профильной математике. Результаты анкетирования используются для выбора траектории обучения и проектирования ИОМ

ФИО _____

Класс: 11 «__»

Дата заполнения: «__» _____ 20__ г.

Раздел 1. Целевые ориентиры

1. Какой балл ЕГЭ по профильной математике Вы планируете набрать?

- ☐ до 40 баллов (преодоление порога)
- ☐ 40-60 баллов
- ☐ 61-80 баллов
- ☐ 81-100 баллов

2. Какая профессиональная область Вас интересует?

- ☐ Инженерия и технические специальности
- ☐ Экономика и финансы
- ☐ IT и программирование
- ☐ Естественные науки (физика, химия, биология)
- ☐ Другое: _____

3. Какие задания ЕГЭ вызывают у Вас наибольшие трудности? (можно выбрать несколько вариантов)

- ☐ Задания с кратким ответом (какие с 1-12?): _____
- ☐ Уравнения (№13)
- ☐ Стереометрия (№14)
- ☐ Неравенства (№15)
- ☐ Экономические задачи (№16)

- ☐ Планиметрия (№17)
- ☐ Задачи с параметром (№18)
- ☐ Задачи на теорию чисел (№19)

4. Какие задания ЕГЭ Вам наиболее интересны? (можно выбрать несколько вариантов)

- ☐ Задания с кратким ответом (какие с 1-12?): _____
- ☐ Уравнения (№13)
- ☐ Стереометрия (№14)
- ☐ Неравенства (№15)
- ☐ Экономические задачи (№16)
- ☐ Планиметрия (№17)
- ☐ Задачи с параметром (№18)
- ☐ Задачи на теорию чисел (№19)

Раздел 2. Уровень подготовки и дефициты

5. Результаты пробного ЕГЭ (если сдавали):

- Тренировочный балл: _____
- Основные ошибки (темы): _____

6. Какие разделы математики Вы чувствуете, что знаете уверенно? (можно выбрать несколько вариантов)

- ☐ Уравнения (рациональные, квадратные, тригонометрические)
- ☐ Системы уравнений
- ☐ Неравенства (линейные, квадратные)
- ☐ Производная и исследование функций
- ☐ Планиметрия (базовая)
- ☐ Стереометрия (базовая)
- ☐ Теория вероятностей и статистика
- ☐ Текстовые задачи (движение, работа, проценты)

- ☐ Другое: _____

7. Какие разделы математики вызывают у вас затруднения? (можно выбрать несколько вариантов)

- ☐ Тригонометрические уравнения
- ☐ Показательные и логарифмические уравнения
- ☐ Иррациональные уравнения
- ☐ Логарифмические и показательные неравенства
- ☐ Задачи с параметром
- ☐ Сложные стереометрические задачи (нахождение угла, расстояния, сечения)
- ☐ Сложные планиметрические задачи (доказательства, вычисления)
- ☐ Экономические задачи (кредиты, вклады)
- ☐ Теория чисел (делимость, уравнения в целых числах)

Раздел 3. Познавательные особенности и стиль обучения

8. Что Вам больше помогает усваивать новый материал? (можно выбрать несколько вариантов)

- ☐ Объяснение учителя у доски
- ☐ Самостоятельное чтение учебника / конспекта
- ☐ Видеоуроки и онлайн-лекции
- ☐ Разбор задач на практикуме
- ☐ Работа в паре или группе (обсуждение, совместное решение)
- ☐ Подробный разбор готового решения
- ☐ Самостоятельное «додумывание» и поиск решения

9. Какой тип заданий Вам удобнее решать?

- ☐ Тесты с выбором ответа
- ☐ Задания с кратким ответом (вписать число)

- ☐ Задания с развернутым ответом (с обоснованием, доказательством)
- ☐ Разные типы – зависит от темы

10. Как Вы предпочитаете работать с домашними заданиями?

- ☐ Одинаковое задание на всех
- ☐ Задания разного уровня сложности (на выбор)
- ☐ Индивидуальные задания с учетом моих дефицитов
- ☐ Другое: _____

Раздел 4. Готовность к самостоятельной работе

12. Сколько часов в неделю Вы готовы заниматься самостоятельно (помимо занятий по курсу)?

- ☐ до 2 часов
- ☐ 2-4 часа
- ☐ 4-6 часов
- ☐ более 6 часов

13. Планируете ли Вы использовать онлайн-ресурсы для самоподготовки?

- ☐ Да, уже использую (укажите какие): _____
- ☐ Да, планирую
- ☐ Нет, предпочитаю занятия только с учителем

14. Готовы ли Вы вести индивидуальный лист достижений и регулярно фиксировать свой прогресс?

- ☐ Да
- ☐ Скорее да, чем нет
- ☐ Затрудняюсь ответить
- ☐ Нет

Раздел 15. Дополнительная информация

15. Что бы Вы хотели изменить или добавить в процесс подготовки к ЕГЭ по математике?

16. Какие темы Вы хотели бы разобрать в первую очередь?

Спасибо за ответы! Ваши ответы помогут составить индивидуальный образовательный маршрут, который будет максимально эффективным и комфортным именно для вас.

Модуль №13. Решение однородных тригонометрических уравнений

Формат: пошаговый алгоритм + тренировочные задания с образцами.

Как распознать однородное уравнение?

Тип	Общий вид
1-й степени	$a \cdot \sin(kx) + b \cdot \cos(kx) = 0$
2-й степени	$a \cdot \sin^2 kx + b \cdot \sin kx \cdot \cos kx + c \cdot \cos^2 kx = 0$

Задание 1

Распредели уравнения по трем группам:

Группа А – однородное тригонометрическое уравнение 1-й степени

Группа Б – однородное тригонометрическое уравнение 2-й степени

Группа В – ни то, ни другое (не являются однородными)

Отметь галочкой ✓ в соответствующем столбце

№	Уравнение	А	Б	В
1	$2 \sin x - 3 \cos x = 0$	☐	☐	☐
2	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	☐	☐	☐
3	$4 \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + 5 \cos^2 x = 0$	☐	☐	☐
4	$\sin 2x + \cos 2x = 0$	☐	☐	☐
5	$\sin x + 1 = 0$	☐	☐	☐
6	$3 \sin^2 2x - 5 \sin 2x \cdot \cos 2x + 2 \cos^2 2x = 0$	☐	☐	☐
7	$7 \sin x - 2 \cos x = 0$	☐	☐	☐
8	$\sin^2 x - \cos^2 x = 1$	☐	☐	☐
9	$2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) - 4 \cos^2\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$	☐	☐	☐
10	$\operatorname{tg} x + 1 = 0$	☐	☐	☐
11	$5 \sin \frac{x}{2} + 3 \cos \frac{x}{2} = 0$	☐	☐	☐
12	$\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x = 0$	☐	☐	☐

Задание 2

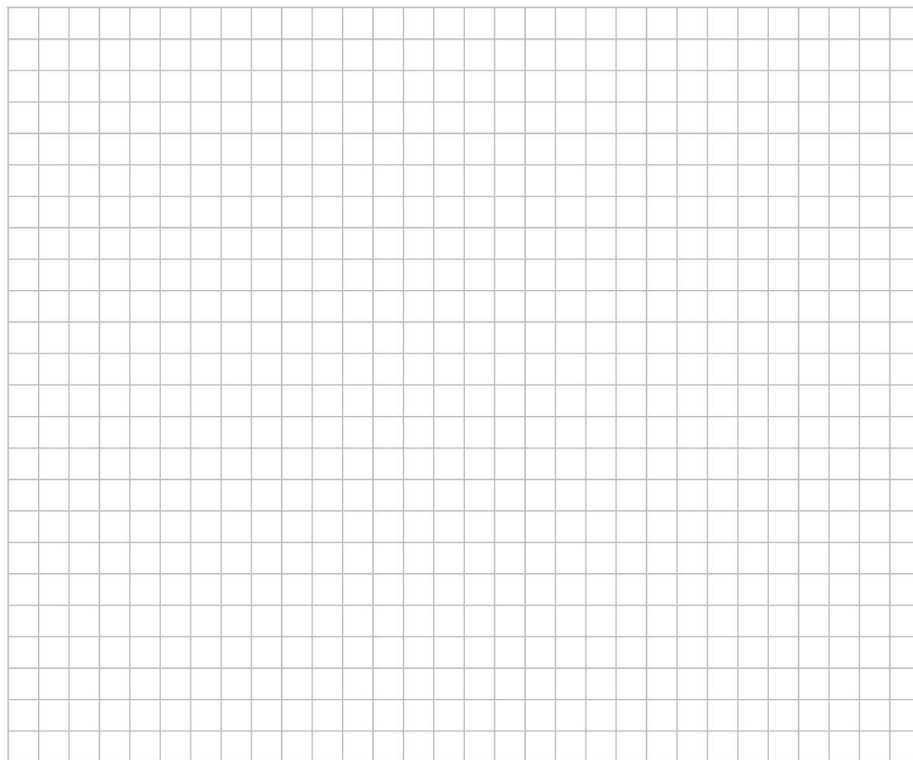
Составь алгоритм решения однородного тригонометрического уравнения 1-й степени. Для этого вставь пропущенные слова или подчеркни нужное:

Шаг 1. Определить вид уравнения. Если уравнение вида

$$a \cdot \sin(kx) + b \cdot \cos(kx) = 0$$

то это _____ уравнение ____ степени.

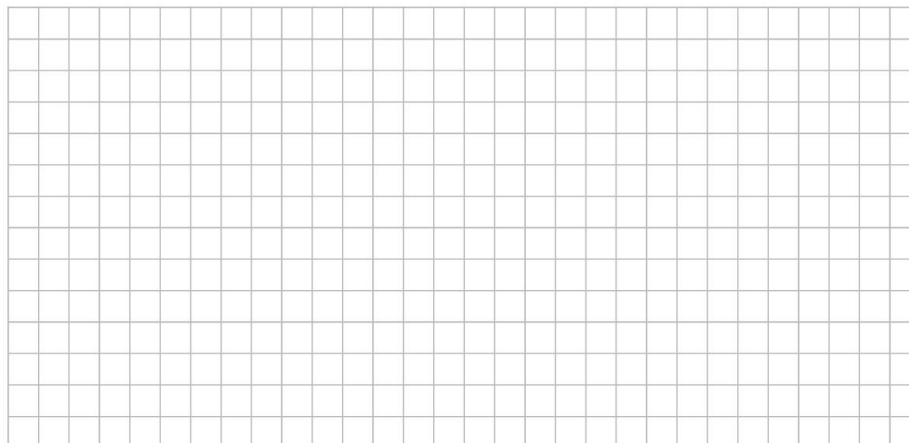
Шаг 2. Проверить, может ли $\cos kx = 0$ быть корнем (подставить в уравнение). Если да, то $\sin kx = 0$, что _____ основному тригонометрическому тождеству ($\sin kx$ и $\cos kx$ могут/не могут одновременно быть равны нулю). Если нет, то переходим к следующему шагу.



2. а) Решите уравнение $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.





Задание 5

Составь алгоритм решения однородного тригонометрического уравнения 2-й степени. Для этого вставь пропущенные слова или подчеркни нужное:

Шаг 1. Определить вид уравнения. Если уравнение вида

$$a \cdot \sin^2 kx + b \cdot \sin kx \cdot \cos kx + c \cdot \cos^2 kx = 0$$

то это _____ уравнение ____ степени.

Шаг 2. Проверить, может ли $\cos kx = 0$ быть корнем (подставить в уравнение). Если да, то $\sin kx = 0$, что _____ основному тригонометрическому тождеству ($\sin kx$ и $\cos kx$ могут/не могут одновременно быть равны нулю). Если нет, то переходим к следующему шагу.

Шаг 3. Разделить обе части уравнения на _____.

Шаг 4. Получить квадратное уравнение относительно _____.

Шаг 5. Сделать замену и решить квадратное уравнение.

Шаг 6. Получить корни квадратного уравнения и перейти к простейшим тригонометрическим уравнениям.

Шаг 7. Решить простейшие уравнения и записать ответ.

Задание 6

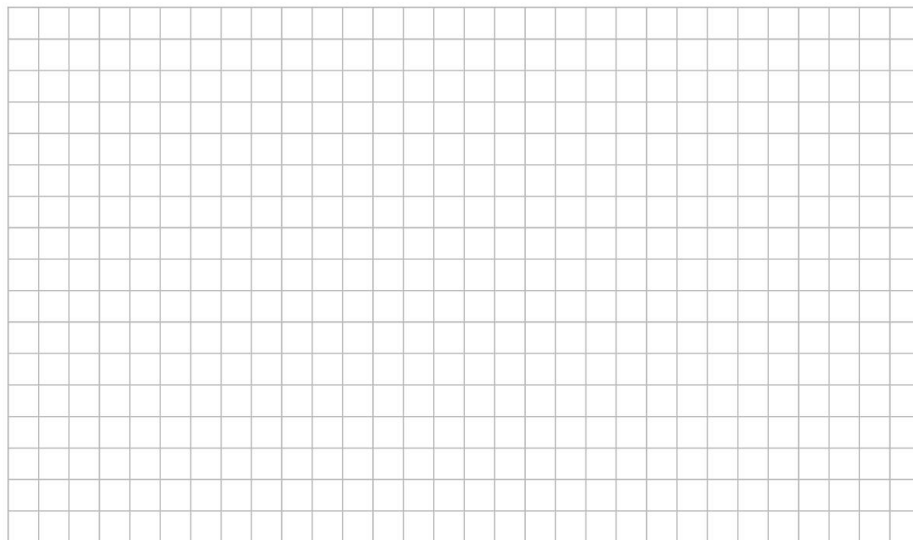
Решить уравнение по алгоритму (см. Задание 5).

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 0$$

1. Это однородное тригонометрическое уравнение 2-й степени?

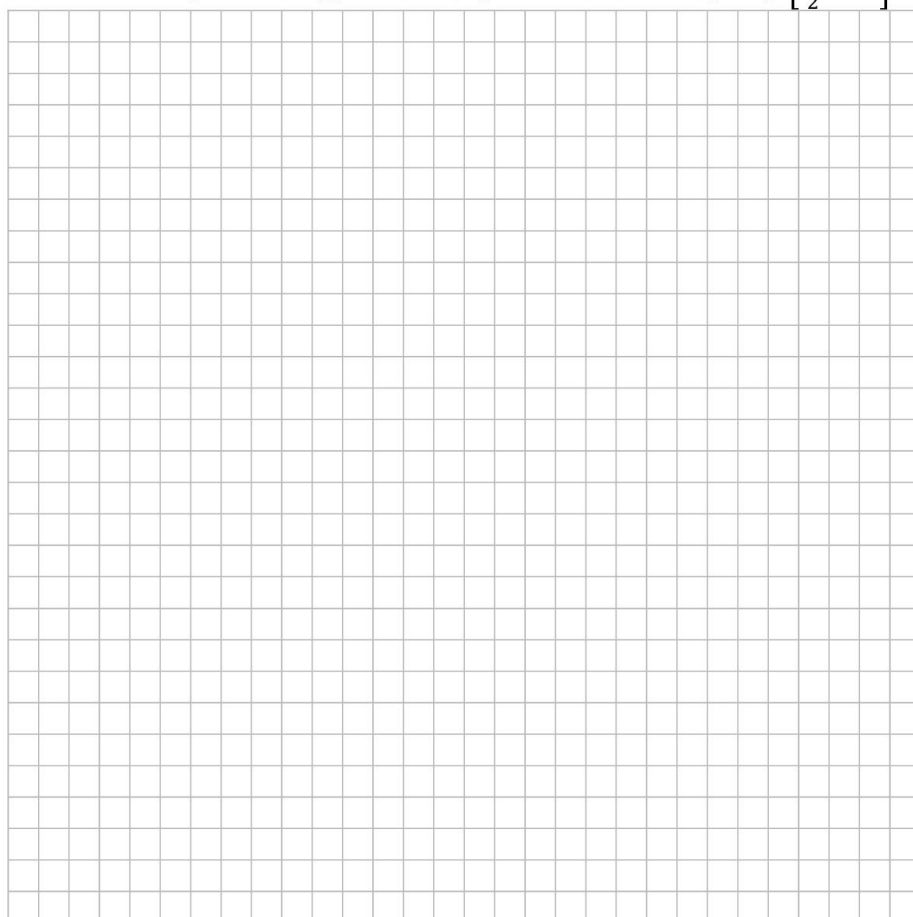
☐ Да / ☐ Нет

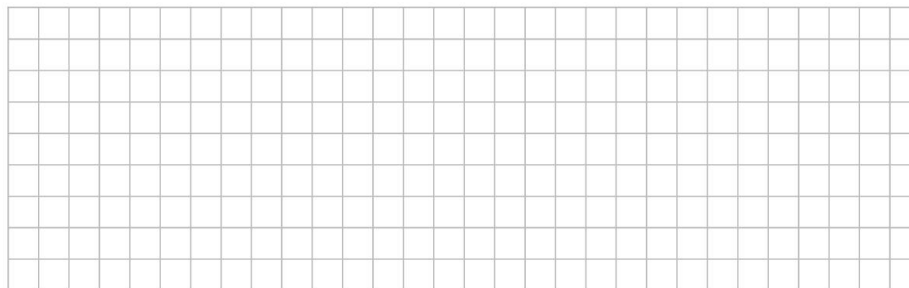
2. Является ли $\cos x = 0$ корнем?



2. а) Решите уравнение $\sin^2 x + (\sqrt{3} - 1) \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.





Задание 8

Отлично! Вы вспомнили и разобрались с решением однородных тригонометрических уравнений 1-й и 2-й степени. Теперь потренируйте свои навыки на примерах. Решайте примеры в своих тетрадях! Успехов!☺

1. а) Решите уравнение $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.
2. а) Решите уравнение $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.
3. а) Решите уравнение $\sin^2 x - (1 + \sqrt{3}) \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.
4. а) Решите уравнение $\sin^2 x + \frac{4}{\sqrt{3}} \sin x \cos x + \cos^2 x = 2$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

Подсказка: умножь правую часть на тригонометрическую единицу

Рефлексия

Оцени свою работу

Навык	👍 Все понятно	? Были трудности	👎 Мне все еще трудно
Распознавать тип уравнения	☐	☐	☐
Решать однородные тригоном. ур-ия 1-й степени	☐	☐	☐
Решать однородные тригоном. ур-ия 2-й степени	☐	☐	☐
Отбирать корни на окружности	☐	☐	☐

Задание	Ответы
Задание 1	1-А, 2-В, 3-Б, 4-А, 5-В, 6-Б, 7-А, 8-В, 9-Б, 10-В, 11-А, 12-Б
Задание 2	1-й степени, первая, противоречит, не могут, $\cos(kx)$, $\operatorname{tg}(kx)$
Задание 3	Да, Нет, $\operatorname{tg}(x+\pi/6)=\sqrt{3}$, $x+\pi/6=\pi/3+\pi n$, $x=\pi/6+\pi n$
Задание 4.1	а) $x = -\pi/3 + \pi n$; б) $5\pi/3$
Задание 4.2	а) $x = \pi/6 + \pi n/2$; б) $4\pi/3$, $11\pi/6$, $7\pi/3$
Задание 5	однородное, второй, противоречит, не могут, $\cos^2(kx)$, $\operatorname{tg}(kx)$
Задание 6	Да, Нет, $2\operatorname{tg}^2x+3\operatorname{tg}x-5=0$, $t_1=1$, $t_2=-2,5$, $x=\pi/4+\pi n$; $x=-\operatorname{arctg}2,5+\pi k$
Задание 7.1	а) $x=\pi/3+\pi n$; $x=\pi/6+\pi k$; б) $-8\pi/3$, $-5\pi/3$, $-11\pi/6$, $-17\pi/6$
Задание 7.2	а) $x=\pi/4+\pi n$; $x=-\pi/3+\pi k$; б) $7\pi/4$, $11\pi/4$, $5\pi/3$, $8\pi/3$
Задание 8.1	а) $x=\pi/6+\pi n$; б) $-11\pi/6$, $-5\pi/6$
Задание 8.2	а) $x=-\pi/4+\pi n/2$; б) $3\pi/4$, $5\pi/4$
Задание 8.3	а) $x=\pi/4+\pi n$; $x=\pi/3+\pi k$; б) $-3\pi/4$, $-2\pi/3$, $-\pi/4$, $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$
Задание 8.4	а) $x=\pi/3+\pi n$; $x=\pi/6+\pi k$; б) $7\pi/6$, $4\pi/3$

Модуль №13. Решение однородных тригонометрических уравнений

Формат: работа в парах с взаимопроверкой и совместным решением сложных задач.

Как распознать однородное уравнение?

Тип	Общий вид
1-й степени	$a \cdot \sin(kx) + b \cdot \cos(kx) = 0$
2-й степени	$a \cdot \sin^2 kx + b \cdot \sin kx \cdot \cos kx + c \cdot \cos^2 kx = 0$

Задание 1

Распределите уравнения по трем группам:

Группа А – однородное тригонометрическое уравнение 1-й степени

Группа Б – однородное тригонометрическое уравнение 2-й степени

Группа В – ни то, ни другое (не являются однородными)

Отметьте галочкой ✓ в соответствующем столбце

№	Уравнение	А	Б	В
1	$2 \sin x - 3 \cos x = 0$	☐	☐	☐
2	$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	☐	☐	☐
3	$4 \sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x + 5 \cos^2 x = 0$	☐	☐	☐
4	$\sin 2x + \cos 2x = 0$	☐	☐	☐
5	$\sin x + 1 = 0$	☐	☐	☐
6	$3 \sin^2 2x - 5 \sin 2x \cdot \cos 2x + 2 \cos^2 2x = 0$	☐	☐	☐
7	$7 \sin x - 2 \cos x = 0$	☐	☐	☐
8	$\sin^2 x - \cos^2 x = 1$	☐	☐	☐
9	$2 \sin \left(3x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos \left(3x - \frac{\pi}{3}\right) - 4 \cos^2 \left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$	☐	☐	☐
10	$\operatorname{tg} x + 1 = 0$	☐	☐	☐
11	$5 \sin \frac{x}{2} + 3 \cos \frac{x}{2} = 0$	☐	☐	☐
12	$\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x = 0$	☐	☐	☐

Задание 2

Обсудите в парах и ответьте на вопросы:

1. Как распознать однородное уравнение первой степени? Приведите пример.
2. Как распознать однородное уравнение второй степени? Приведите пример.
3. Почему при решении однородных уравнений нужно проверять, может ли $\cos kx = 0$ быть корнем?
4. На что нужно разделить обе части уравнения, если оно однородное первой степени? Второй степени?

Задание 3

Каждый решает свой вариант. Если ответы совпали – молодцы, переходите к следующему заданию. Если нет – найдите ошибку друг у друга, обсудите и исправьте.

Партнер А	Партнер Б
$\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$	$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$
$\sin 2x + \cos 2x = 0$	$\sin 2x - \cos 2x = 0$
$2 \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$	$\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x = 0$
$3 \sin^2 2x - 5 \sin 2x \cdot \cos 2x + 2 \cos^2 2x = 0$	$2 \sin^2 2x - 5 \sin 2x \cdot \cos 2x + 3 \cos^2 2x = 0$

Запишите согласованные ответы в таблицу:

№	Ответ
1	
2	
3	
4	

Задание 4

В каждом «решении» допущена ошибка. Найдите её, обсудите в паре и запишите правильное решение.

Пример 1. $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x = 0$

1) Поскольку $\sin x$ встречается в обоих слагаемых и уравнение второй степени, разделим обе части на $\sin^2 x$.

$$1 - 2 \operatorname{ctg} x = 0$$

2) $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{2}$

3) $\operatorname{tg} x = 2$

4) $x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Где допущена ошибка? Укажите номер шага(ов): _____

Решите этот пример правильно:



а) Решите уравнение $2 \cos^2 x + 2 \sin 2x = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ:	
--------	--

Задание 7

Каждый решает своё уравнение. Партнёр проверяет решение и ставит подпись, если всё верно. Кто первый получил правильный ответ – победил в этом раунде.

Партнер А	Партнер Б
$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$	$\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$
Решение (на отдельном листе)	Решение (на отдельном листе)
Проверил партнер (подпись): _____	Проверил партнер (подпись): _____

Задание 8

Отлично! Вы вспомнили и разобрались с решением однородных тригонометрических уравнений 1-й и 2-й степени. Теперь потренируйте свои навыки на примерах. Решайте примеры в своих тетрадях! Успехов!☺

1. а) Решите уравнение $\sin 2x + 2 \cos^2 x + \cos 2x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

2. а) Решите уравнение $\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}\right) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

3. а) Решите уравнение $\sin^2 x - (1 + \sqrt{3}) \sin x \cos x + \sqrt{3} \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$.

Рефлексия

Оцените свою работу

Навык	👍 Было легко	❓ Были трудности	❤️ Партнер помогал
Распознавать тип уравнения	☐	☐	☐
Применять алгоритм решения	☐	☐	☐
Отбирать корни на окружности	☐	☐	☐
Находить ошибки в чужих решениях	☐	☐	☐

Задание	Ответы
Задание 1	1-А, 2-В, 3-Б, 4-А, 5-В, 6-Б, 7-А, 8-В, 9-Б, 10-В, 11-А, 12-Б
Задание 2 (вопрос 1)	Однородное 1-й степени: все слагаемые содержат $\sin$ и $\cos$ в 1-й степени. Пример: $2\sin x - 3\cos x = 0$
Задание 2 (вопрос 2)	Однородное 2-й степени: сумма показателей степени $\sin$ и $\cos$ в каждом слагаемом равна 2. Пример: $4\sin^2 x - 2\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 0$
Задание 2 (вопрос 3)	При делении на $\cos(kx)$ теряются корни, если $\cos(kx)=0$ является решением. Поэтому нужна проверка.
Задание 2 (вопрос 4)	1-я степень: деление на $\cos(kx)$; 2-я степень: деление на $\cos^2(kx)$
Задание 3 (№1, А)	$x = \pi/6 + \pi n$
Задание 3 (№1, Б)	$x = \pi/3 + \pi n$
Задание 3 (№2, А)	$x = -\pi/8 + \pi n/2$
Задание 3 (№2, Б)	$x = \pi/8 + \pi n/2$
Задание 3 (№3, А)	$x = \pi/4 + \pi n$; $x = \arctg(1/2) + \pi k$
Задание 3 (№3, Б)	$x = \pi/4 + \pi n$; $x = \arctg 2 + \pi k$
Задание 3 (№4, А)	$x = \pi/8 + \pi n/2$; $x = (1/2)\arctg(2/3) + \pi n/2$
Задание 3 (№4, Б)	$x = \pi/8 + \pi n/2$; $x = (1/2)\arctg(3/2) + \pi n/2$
Задание 4.1 (ошибка)	Шаг 1: деление на $\sin^2 x$ без проверки. Потеряны корни $x = \pi n$.
Задание 4.1 (правильное решение)	$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $x = \arctg 2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
Задание 4.2 (ошибка)	Шаг 4: неверное значение угла. $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3} \rightarrow x = -\pi/3 + \pi n$, а не $-\pi/6 + \pi n$.
Задание 4.2 (правильное решение)	$x = -\pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ (или $x = 2\pi/3 + \pi n$)
Задание 5 (а)	$x = \pi/3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $x = \pi/6 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
Задание 5 (б)	$7\pi/6, 4\pi/3$
Задание 6 (а)	$x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $x = \arctg(1/3) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
Задание 6 (б)	$-3\pi/4, \arctg(1/3) - \pi$
Задание 7 (А)	$x = -\pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Задание 7 (Б)	$x = \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Задание 8.1 (а)	$x = -\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $x = \arctg 3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
Задание 8.1 (б)	$-17\pi/4, -4\pi, -15\pi/4, -13\pi/4$
Задание 8.2 (а)	$x = -\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
Задание 8.2 (б)	$7\pi/4$
Задание 8.3 (а)	$x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $x = \pi/3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
Задание 8.3 (б)	$-3\pi/4, -2\pi/3, -\pi/4, \pi/6, \pi/4, \pi/3$

1 Модуль №13. Тригонометрические уравнения: Исследование ОДЗ	2 Вспомним! С чего нужно начинать решение следующих уравнений? $\frac{(x^2 - x - 12)^2}{x + \sqrt{13}} = \frac{(2x^2 + x - 27)^2}{x + \sqrt{13}}$ $\log_2(x^2 - 14x) = 5$ $x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0$ Поиск допустимых значений x! (Или допустимых значений функции)	3 Что будет являться ограничениями в следующем уравнении? $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0$ Ограничения: $\sin x \neq 0$ $x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$ Какой следующий шаг в решении данного уравнения? Пусть $t = \frac{1}{\sin x}$, тогда $t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 2 \end{cases}$
4 $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0$ Ограничения: $\sin x \neq 0$ $x \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$ Пусть $t = \frac{1}{\sin x}$, тогда $t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 2 \end{cases}$ Вернемся к замене: $\begin{cases} \frac{1}{\sin x} = 1 \\ \frac{1}{\sin x} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$	5 Что будет являться ограничениями в следующем уравнении? $(\cos x - 1)(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})\sqrt{\cos x} = 0$ Ограничения по тангенсу $\cos x \neq 0$ Ограничения по корню $\cos x \geq 0$ Итоговые ограничения: $\cos x > 0$  Какой следующий шаг в решении данного уравнения?	6 $(\cos x - 1)(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})\sqrt{\cos x} = 0$ Ограничения: $\cos x > 0$ $\cos x - 1 = 0$ ↓ $\cos x = 1$ ↓ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ Удовлетворяет ограничениям или $\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$ ↓ $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ ↓ $x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ↓ По ограничениям $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 
7 Попробуйте решить самостоятельно а) Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - \sin x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$. б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$. Ответ: а) $\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б) $2\pi, \frac{17\pi}{6}, 3\pi$	8 Тяжелый случай... а) Решите уравнение $\frac{13 \sin^2 x - 5 \sin x}{13 \cos x + 12} = 0$. б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$. Шаг 1. Найдём ограничения: $13 \cos x + 12 \neq 0$ $\cos x \neq -\frac{12}{13}$	9 а) Решите уравнение $\frac{13 \sin^2 x - 5 \sin x}{13 \cos x + 12} = 0$. б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$. Шаг 1. Найдём ограничения: $13 \cos x + 12 \neq 0$ $\cos x \neq -\frac{12}{13}$ В числите будем находить значение $\sin x$, при котором дробь равна нулю. Будет ли его значение соответствовать значению $\cos x \neq -\frac{12}{13}$? Как найти значение $\sin x$, если $\cos x = -\frac{12}{13}$?

10

- а) Решите уравнение $\frac{13 \sin^2 x - 5 \sin x}{13 \cos x + 12} = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$.

Шаг 1. Найдём ограничения: $13 \cos x + 12 \neq 0$

$$\cos x \neq -\frac{12}{13}$$

По основному тригонометрическому тождеству

$$\begin{aligned} \sin x &= \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} = \pm \sqrt{1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2} = \\ &= \pm \sqrt{\frac{13^2 - 12^2}{13^2}} = \pm \sqrt{\frac{(13-12)(13+12)}{13^2}} = \pm \sqrt{\frac{25}{13^2}} = \pm \frac{5}{13} \end{aligned}$$

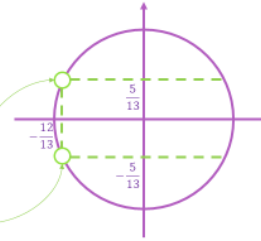
11

$$\sin x = \pm \frac{5}{13} \text{ при } \cos x = -\frac{12}{13}$$

Следовательно, ограничениями будут

$$x \neq \pi - \arcsin \frac{5}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x \neq \pi + \arcsin \frac{5}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



12

- а) Решите уравнение $\frac{13 \sin^2 x - 5 \sin x}{13 \cos x + 12} = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$.

Шаг 1. Ограничения: $\begin{cases} x \neq \pi - \arcsin \frac{5}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pi + \arcsin \frac{5}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Шаг 2. Находим нули числителя:
 $13 \sin^2 x - 5 \sin x = 0$

$$\sin x = 0 \text{ или } \sin x = \frac{5}{13}$$

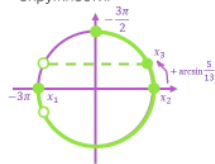
$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \begin{cases} x = \arcsin \frac{5}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \arcsin \frac{5}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ Не удовлетворяет ограничениям}$$

13

- а) Решите уравнение $\frac{13 \sin^2 x - 5 \sin x}{13 \cos x + 12} = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$.

Шаг 3. $x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = \arcsin \frac{5}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Произведем отбор корней на $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ с помощью тригонометрической окружности:



$$\begin{aligned} x_1 &= -3\pi \\ x_2 &= -2\pi \\ x_3 &= -2\pi + \arcsin \frac{5}{13} \end{aligned}$$

Ответ: а) $\pi n, n \in \mathbb{Z}; \arcsin \frac{5}{13} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-3\pi, -2\pi, -2\pi + \arcsin \frac{5}{13}$

14

Попробуйте решить самостоятельно

- а) Решите уравнение $\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \sin x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$.

- а) Решите уравнение $\frac{5 \sin^2 x - 3 \sin x}{5 \cos x + 4} = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

15

Ответы

Для 1: а) $\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $2\pi, \frac{8\pi}{3}, 3\pi$

Для 2: а) $\arcsin \frac{3}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-2\pi, -3\pi$

Приложение Е

1 Основное тригонометрическое тождество 100 200 300 400 Формулы приведения 100 200 300 400 Прочие формулы 100 200 300 400 Тригонометрические уравнения 100 200 300 400	2 Основное тригонометрическое тождество. 100 Назовите основное тригонометрическое тождество. Ответ: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	3 Основное тригонометрическое тождество. 200 Вычислить $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Ответ: $\frac{4}{5}$
4 Основное тригонометрическое тождество. 300 Найдите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 6$ Ответ: 7	5 Основное тригонометрическое тождество. 400 Вычислить $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{12}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{12}$; $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$; $\cos \alpha = \frac{12}{13}$.	6 Формулы приведения. 100 Упростите выражения: а) $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$; б) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$; в) $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ Ответ: $\sin \alpha$; $-\cos \alpha$; $-\operatorname{ctg} \alpha$.
7 Формулы приведения. 200 Найдите значение выражения $\frac{\sin(\alpha+3\pi)+3 \cos\left(-\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{5 \sin(\alpha-2\pi)}$. Ответ: $-\frac{4}{5}$	8 Формулы приведения. 300 Найдите значения выражений $\frac{3 \sin 141^\circ}{\cos 129^\circ}$; $\frac{4 \cos 269^\circ}{\sin 721^\circ}$. Ответ: -3; -4	9 Формулы приведения. 400 Найдите $-11 \sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\sin \alpha = 0,96$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$. Ответ: -3,08

10 Прочие формулы. 100 Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 11^\circ \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$ Ответ: 6.	11 Прочие формулы. 200 Вычислите $\cos 45^\circ \cdot \cos 15^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 15^\circ$ Ответ: $\frac{1}{2}$	12 Прочие формулы. 300 Найдите значение выражения $\sqrt{18} - \sqrt{72} \sin^2 \frac{13\pi}{8}$ Ответ: -3
13 Прочие формулы. 400 Найдите $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$ Ответ: 5	14 Тригонометрические уравнения. 100 Решите уравнение: $2 \cos^2 x + \cos x = 0.$ Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	15 Тригонометрические уравнения. 200 Решите уравнение: $6 \cos^2 x - 7 \cos x - 5 = 0$ Ответ: $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
16 Тригонометрические уравнения. 300 а) Решите уравнение: $(2 \sin x + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{\cos x} = 0$. б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}]$. Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}.$	17 Тригонометрические уравнения. 400 Решите уравнение: $\sin 2x + 2 \cos^2 x + \cos 2x = 0.$ Ответ: $-\frac{\pi}{4} + \pi n; \arctg 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	