

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего
образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Епишкин Егор Александрович
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
Методические особенности изучения темы
«Производная» в профильных инженерно-технологических
классах

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы:
Математика и Информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шапкина

22.05.2026

(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. физ.-мат наук, доцент А.В. Багачук

А. Багачук

(дата, подпись)

Дата защиты

22.06.2026

Обучающийся

Е.А. Епишкин

Е.А. Епишкин

(дата, подпись)

Оценка

прописью

Красноярск 2026



ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	2
Глава 1. Теоретические аспекты организации методической подготовки в профильных инженерно-технологических классах	
1.1. Специфика организации отечественного профильного образования.....	9
1.2. Особенности математической подготовки в профильных инженерно-технологических классах.....	16
1.3. Региональный контекст организации математической подготовки в инженерных классах	27
Выводы к главе 1	36
Глава 2. Методическое обеспечение математической подготовки в профильных инженерно - технологических классах	
2.1. Сравнительный анализ базового и профильного уровня учебников по математике	39
2.2. Обогащение содержания модуля «Производная» в школьном курсе математики.....	50
2.3. Апробация и ее результаты.....	58
Выводы к главе 2	65
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	68
Список использованных источников	72
Приложения	81

Введение

Современная российская школа стоит перед задачей подготовки выпускников, способных продолжать обучение в инженерной и технологической сферах. Эта задача определяется социальным запросом экономики и, как следствие, нормативными ориентирами государственной образовательной политики. Социальный аспект актуальности проявляется в нарастающем дефиците квалифицированных инженерных кадров. По данным отраслевых исследований 2024 года, свыше 85 % компаний производственного сектора сталкиваются с нехваткой инженеров-технологов, специалистов по автоматизации и наладчиков высокотехнологичного оборудования. Особенно остро эта проблема ощущается в промышленно развитых регионах. Красноярский край относится к их числу: более 60 % его валового регионального продукта формируется промышленным сектором — цветной металлургией, топливно-энергетическим комплексом, горнодобывающей отраслью, аэрокосмическим производством. Закрыть растущий кадровый разрыв силами одной только высшей школы невозможно: формирование инженерной направленности должно начинаться раньше — в старшей школе, в специально организованных профильных и корпоративных классах. Школьная математическая подготовка в этих условиях из общеобразовательной задачи превращается в стратегический ресурс региона.

Обозначенный социальный запрос получил отражение в нормативно-правовой базе (Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования; Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования; Федеральная образовательная программа среднего общего образования; приказ Министерства просвещения Российской Федерации о внесении изменений в федеральные образовательные программы; комплексный план мероприятий по повышению качества математического и естественно-научного образования на период до 2030 года). Эти документы закрепляют возможность реализации профильной, в том числе технологического (инженерного), направленности обучения и относят

практико-ориентированную математическую подготовку к приоритетным направлениям развития старшей школы. Стратегические направления развития инженерного образования школьников поддержаны проектами Агентства стратегических инициатив, прежде всего инициативой «Кадры будущего для регионов». На региональном уровне Министерство образования Красноярского края инициировало разработку единого стандарта качества естественно-научного и математического образования. Тем самым нормативное поле задаёт чёткую установку: практико-ориентированная математическая подготовка в инженерно-технологическом профиле — приоритетное направление развития старшей школы.

Вместе с тем школьники оказываются слабо ориентированы на профессию инженера в будущем, о чем свидетельствуют результаты приемных кампаний в вузы региона.

Концептуальные основы профильного обучения подробно проработаны: Т. Ю. Ломакина и Н. В. Васильченко прослеживают двадцатилетнюю эволюцию профильной модели; М. И. Калинина и Л. Л. Трапезникова рассматривают формирование профессионально-образовательного маршрута старшеклассника как результат профильного обучения; Н. Ф. Родичев и С. Н. Чистякова акцентируют роль педагогического сопровождения профессионального самоопределения. Вопросы предпрофессионального образования инженерной направленности и профессиональной навигации школьников исследованы О. Н. Васильевой, Н. В. Коноваловой, С. А. Ивановым. Принципы организации инженерных классов и подходы к их проектированию раскрыты В. И. Снегуровой и И. Б. Готской, рассматривающими инженерные классы в логике ориентации на профессию и регионального рынка труда; Ю. Ю. Барановой и Т. В. Уткиной – на материале губернаторских инженерных классов; Н. Г. Носковым – в концепции непрерывного инженерного образовательного пространства. Региональные модели взаимодействия школы и вуза в инженерной подготовке школьников

представлены в исследованиях А. В. Багачук, А. С. Чиганова, А. С. Грачёва, Е. А. Румбешты.

Теоретические основания практико-ориентированного обучения математике заложены в фундаментальных трудах И. М. Шапиро и Н. А. Терешина, систематически развиты в современных работах М. В. Егуповой. Вопросы математического моделирования как средства учебной деятельности рассмотрены В. Н. Аниськиным и Д. К. Рахматуллиной; методические подходы к изучению темы «Производная» в школьном курсе – И. А. Пинчук, Н. И. Тимошенко, И. С. Стрельцовой; современные тенденции в обучении математике, в том числе в контексте качества российского образования – О. В. Тумашевой и М. Б. Шашкиной. Вместе с тем работы, в которых рассматриваются методические особенности изучения отдельных тем школьного курса математики применительно к инженерно-технологическому профилю с учётом регионального контекста, в современной литературе представлены ограниченно. Тема «Производная», несмотря на её центральное место в курсе алгебры и начал математического анализа, оказывается на пересечении этих недостаточно проработанных направлений.

Исходя из вышесказанного, можно утверждать, что **проблема исследования** обусловлена противоречием между социальным и нормативно закреплённым запросом на инженерно ориентированную математическую подготовку школьников в профильных инженерно-технологических классах – с одной стороны, и недостаточной разработанностью методического обеспечения изучения отдельных тем школьного курса математики (в частности, темы «Производная») с учётом инженерно-прикладной направленности обучения и регионального образовательного контекста – с другой.

Объект исследования – процесс обучения математике в профильных инженерно-технологических классах общеобразовательной школы.

Предмет исследования – методические особенности изучения темы «Производная» в профильных инженерно-технологических классах.

Цель исследования – теоретически обосновать и разработать методическое обеспечение изучения темы «Производная» в профильных инженерно-технологических классах, учитывающее инженерно-прикладную направленность обучения и региональный контекст.

Для достижения поставленной цели определены следующие **задачи** исследования:

- 1) проанализировать организацию профильного обучения в современной российской школе, рассмотрев его концептуальные основания, нормативное оформление и организационные модели реализации;
- 2) выявить особенности математической подготовки в профильных инженерно-технологических классах, охарактеризовать понятие практико-ориентированной задачи и определить требования к её построению в данной профильной направленности;
- 3) охарактеризовать региональный контекст организации инженерных классов на примере Красноярского края и обосновать его влияние на содержание математической подготовки;
- 4) провести сравнительный анализ действующих учебников математики базового и профильного уровней по теме «Производная» и выявить дефициты существующего учебно-методического обеспечения с позиции задач инженерно-технологического профиля;
- 5) разработать методический инструмент – интерактивный конструктор инженерно-прикладных задач по теме «Производная» - для обогащения содержания соответствующего модуля и обосновать методические возможности его применения в практике профильного инженерно-технологического класса.[2]
- 6) провести апробацию разработанного конструктора инженерно-прикладных задач в практике обучения математике профильного инженерно-технологического класса и оценить его методические возможности.

Методы исследования: анализ научно-методической и психолого-педагогической литературы по проблеме исследования; анализ нормативно-правовых документов в сфере общего образования; сравнительный анализ действующих школьных учебников математики по теме «Производная»; методы педагогического проектирования (разработка структуры шаблона задачи, проектирование интерактивного конструктора); методы научного описания и систематизации полученных результатов.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложений. Во введении обоснована актуальность исследования, сформулированы его проблема, объект, предмет, цель, задачи и методы. В первой главе рассмотрены теоретические основы методической подготовки обучающихся в профильных инженерно-технологических классах: специфика отечественного профильного образования, особенности математической подготовки в инженерно-технологическом профиле и региональный контекст организации инженерных классов. Во второй главе представлены результаты сравнительного анализа учебников по теме «Производная», описан разработанный интерактивный конструктор инженерно-прикладных задач, а также приведена апробация конструктора и описаны её результаты. В заключении обобщены основные результаты исследования и намечены направления дальнейшей работы. Приложения содержат образцы инструментария апробации.

Глава 1. Теоретические аспекты организации методической подготовки в профильных инженерно-технологических классах

1.1. Специфика организации отечественного профильного образования

В данном параграфе рассматриваются становление профильного обучения в российской школе, его современные нормативные основания и особенности реализации на федеральном и региональном уровнях. Обращение к данному вопросу необходимо, поскольку анализ математической подготовки в инженерно-технологических классах требует предварительного понимания того, как в целом организовано отечественное профильное образование.

Переход к профильному обучению в российской системе общего образования был связан с модернизацией старшей школы и поиском такой модели её организации, которая позволяла бы учитывать образовательные интересы старшеклассников, их склонности и возможные направления дальнейшего профессионального выбора. В конце XX – начале XXI века усилилось внимание к вопросам дифференциации обучения, индивидуализации образовательного процесса и профессионального самоопределения обучающихся. Именно в этот период профильное обучение стало рассматриваться как один из способов обновления содержания старшей школы и согласования общего образования с дальнейшей образовательной перспективой выпускника [26].

Ключевым этапом в становлении профильной модели стало принятие Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования. В данном документе профильное обучение рассматривается как средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее более полно учитывать интересы, склонности и способности обучающихся и создавать условия для их дальнейшего образования в соответствии с профессиональными намерениями [26]. Уже это показывает, что профильная школа понималась не как простое увеличение учебной нагрузки по отдельным

дисциплинам, а как особая форма организации старшей ступени общего образования, ориентированная на осознанный выбор дальнейшего образовательного пути. В дальнейшем данная логика получила развитие в федеральных нормативных документах нового поколения, прежде всего в Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования и Федеральной образовательной программе среднего общего образования [25;3;46].

В работах, посвящённых развитию профильного обучения, его становление связывается не только с внутренней логикой педагогических реформ, но и с изменением общественного запроса к старшей школе. Так, Т. Ю. Ломакина и Н. В. Васильченко рассматривают развитие профильного обучения как процесс, связанный с изменением целей старшей школы, расширением образовательного выбора обучающихся и поиском более гибких моделей организации обучения [25]. Современная школа в этой логике должна не только обеспечивать освоение обязательного содержания образования, но и создавать условия для выстраивания обучающимися дальнейшего образовательного маршрута.

Особое значение в системе профильного обучения приобретает профессиональное самоопределение, поскольку именно оно соединяет организацию обучения в старшей школе с перспективой последующего выбора сферы образования и профессиональной деятельности. Данный аспект раскрывается в исследованиях Н. Ф. Родичева, С. Н. Чистяковой, М. И. Калининой, Л. Л. Трапезниковой и А. В. Сапы [19;36;38]. Н. Ф. Родичев и С. Н. Чистякова связывают профессиональную ориентацию старшеклассников с сопровождением выбора профиля и подготовкой обучающихся к продолжению образования по избранному направлению [36]. Эта позиция важна для настоящего исследования, поскольку позволяет рассматривать профильную школу не только как форму дифференциации содержания образования, но и как педагогически организованное пространство выбора.

М. И. Калинина и Л. Л. Трапезникова рассматривают профильное обучение через формирование профессионально-образовательного маршрута старшеклассников [19]. В их подходе существенным результатом профильного обучения выступает не только освоение учебных предметов на определённом уровне, но и осознанность дальнейшего образовательного пути. Близкую позицию занимает А. В. Сапа, связывая эффективность внутришкольной модели профильного обучения с педагогическим сопровождением самоопределения школьников [38]. Это позволяет сделать вывод, что профильная школа должна пониматься как система, в которой организационная структура старшей ступени тесно связана с задачами личностного и образовательного выбора.

Поэтому уже на этапе становления профильного обучения в российской школе обозначились несколько взаимосвязанных идей, сохраняющих значимость и в настоящее время. Во-первых, профильная школа связана с дифференциацией и индивидуализацией обучения. Во-вторых, она направлена на решение задач профессионального самоопределения старшеклассников. В-третьих, она требует не только административного распределения обучающихся по профилям, но и педагогической поддержки их образовательного выбора.

Дальнейшее развитие профильного обучения было связано с его нормативным закреплением в федеральных документах нового поколения. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования закрепил возможность реализации образовательной программы с учётом профильной направленности, а Федеральная образовательная программа среднего общего образования конкретизировала общие организационные рамки такой подготовки [20;21]. Тем самым профильное обучение окончательно перешло из концептуальной плоскости в нормативно оформленную практику и стало устойчивым элементом действующей системы среднего общего образования.

В современной модели среднего общего образования выделяются различные профили, в том числе гуманитарный, социально-экономический, естественно-научный, технологический и универсальный [20; 21]. При этом учебный план профиля строится с ориентацией на будущую сферу профессиональной деятельности обучающегося, а технологический профиль ориентирован прежде всего на производственную, инженерную и информационную сферы [20; 21]. Для настоящего исследования это особенно важно, поскольку инженерно-технологические классы рассматриваются как одна из форм реализации технологического профиля, в котором математика приобретает выраженное предпрофессиональное значение.

Т. Ю. Ломакина и Н. В. Васильченко показывают, что за последние десятилетия изменилась не только нормативная база, но и сама логика профилизации старшей школы [25]. Профильное обучение постепенно вышло за рамки представления о простом распределении обучающихся по различным учебным направлениям и стало включать выбор модели реализации, оценку ресурсов школы и использование внешних образовательных возможностей. Такой подход особенно значим для настоящего исследования, поскольку инженерно-технологические классы формируются внутри более сложной и многоуровневой системы профильного обучения. Отмечается, что за последние десятилетия изменилась не только нормативная база, но и сама логика профилизации старшей школы. Профильное обучение постепенно вышло за рамки представления о простом распределении обучающихся по различным учебным направлениям и стало включать выбор модели реализации, оценку ресурсов школы и использование внешних образовательных возможностей [25]. Такой подход особенно значим для настоящего исследования, поскольку инженерно-технологические классы формируются именно внутри более сложной и многоуровневой системы профильного обучения.

Современная профильная школа может быть охарактеризована как организационно вариативная система. Внутришкольная модель предполагает,

что образовательная организация самостоятельно обеспечивает профильную подготовку за счёт собственных ресурсов и открывает профильный класс или профильную группу. Сетевая модель строится на использовании внешних ресурсов – вузов, организаций дополнительного образования, технопарков, научных центров и предприятий. Интеграционная модель предполагает более устойчивое взаимодействие нескольких организаций, в рамках которого профильная подготовка проектируется как совместная деятельность [13]. Именно такая вариативность позволяет современной школе адаптировать профильное обучение к кадровым, организационным и материально-техническим условиям. В этой связи технологический профиль нельзя описывать как жёстко фиксированную схему: его реализация зависит от возможностей конкретной школы, характера её партнёрских связей и регионального контекста развития образования.

Структурное многообразие современной профильной школы целесообразно представить в виде схемы, так как это позволяет наглядно показать, что профильное обучение может реализовываться через профильные классы, профильные группы, специализированные и корпоративные классы, а также через различные формы сетевого взаимодействия школы с вузами и предприятиями. Выбор конкретной организационной модели зависит от целей профильной подготовки, ресурсов образовательной организации и особенностей территории.



Рисунок 1 - Структура организации профильного обучения в современной школе

Как видно из схемы, профильное обучение в современной школе может реализовываться через профильные классы, профильные группы, специализированные и корпоративные классы, а также в сетевой модели взаимодействия школы с вузами и предприятиями. Выбор конкретной организационной формы зависит от возможностей образовательной организации, целей профильной подготовки и особенностей регионального развития. Именно поэтому в отечественной практике всё более заметную роль начинают играть не только традиционные профильные классы, но и специализированные, корпоративные и сетевые модели обучения.

Следует отметить, что выбор конкретной организационной формы зависит от возможностей школы, целей профильной подготовки и особенностей регионального контекста. В промышленно развитых регионах

особенно заметную роль начинают играть специализированные и корпоративные классы, поскольку они позволяют решать кадровые дефициты территории и реализовывать более чёткую профориентационную направленность. Это положение особенно важно для дальнейшего перехода к региональному материалу, так как именно на уровне региона профильное обучение приобретает наиболее конкретные организационные и содержательные очертания.

Региональный уровень позволяет увидеть, каким образом единая федеральная модель профильного обучения получает конкретное организационное воплощение. Красноярский край в этом отношении является показательным примером, поскольку профильное обучение здесь развивается как часть региональной образовательной политики и связано с задачами подготовки кадров для промышленности, энергетики, строительства, технологического производства и инженерной сферы. На официальных региональных ресурсах профильные классы представлены как система, включающая специализированные классы математической, физико-математической, естественно-научной, инженерно-технологической и психолого-педагогической направленности, а также корпоративные классы, создаваемые при участии крупных предприятий-работодателей [28;29;33].

Особую значимость для настоящего исследования имеет то, что инженерно-технологическая направленность в регионе получает дальнейшее развитие и в новых образовательных проектах. Так, в 2025 году в Красноярске было объявлено об открытии профильных строительных классов, где предусмотрены углублённое изучение математики, физики и черчения, освоение инженерной графики и 3D-моделирования, а в качестве партнёра проекта выступает Инженерно-строительный институт СФУ [9;10]. Кроме того, в конце 2025 года Министерство образования Красноярского края сообщало о разработке единого стандарта качества естественно-научного и математического образования, что также свидетельствует о повышенном внимании региона к подготовке обучающихся в направлениях, связанных с

математикой, естественными науками и инженерией [10]. Всё это подтверждает, что инженерно-технологические классы следует рассматривать не как частный случай школьной профилизации, а как одну из значимых форм современной профильной школы, возникающую на пересечении федеральной нормативной базы, организационных возможностей школы и регионального образовательного запроса.

Такое развитие региональной профильной сети подтверждает выводы исследователей о том, что современное профильное обучение всё чаще строится как система согласованных образовательных маршрутов. В условиях Красноярского края эта логика проявляется особенно отчётливо: профильное обучение соединяет федеральную нормативную основу, школьную организацию образовательного процесса и регионально значимые направления подготовки. Именно поэтому инженерно-технологические классы в регионе следует рассматривать не как локальный вариант профильной школы, а как результат сочетания общей федеральной модели и конкретного регионального запроса.

1.2. Особенности математической подготовки в профильных инженерно-технологических классах

После рассмотрения организационных оснований профильного обучения необходимо перейти к предметному содержанию подготовки обучающихся. Для инженерно-технологических классов математика имеет особое значение: она обеспечивает базу для изучения физики, информатики, технологии, инженерной графики, проектной и исследовательской деятельности. Поэтому специфику математической подготовки в таких классах нельзя сводить к увеличению количества часов или усложнению упражнений. Её следует рассматривать через связь образовательных результатов, содержания школьного курса и способов организации образовательного процесса.

Современные нормативные документы задают именно такую логику. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего

образования и Федеральная образовательная программа среднего общего образования определяют личностные, метапредметные и предметные результаты, которые должны быть достигнуты обучающимися при освоении образовательной программы [3;46]. Для математики профильного уровня это означает, что содержание курса должно быть связано не только с освоением понятий и алгоритмов, но и с развитием способов мышления, необходимых для дальнейшего обучения в инженерной, естественно-научной и технологической сферах.

Предметные результаты проявляются во владении математическими понятиями, методами, языком функций, графиков, уравнений, геометрических моделей, вероятностно-статистического аппарата. Для инженерно-технологического профиля они создают основу для расчётов, анализа зависимостей и решения технически ориентированных задач. Метапредметные результаты связаны с умением анализировать условие, строить модель, выбирать способ решения, проверять результат и объяснять его смысл. Именно эта группа результатов особенно важна для проектной и исследовательской деятельности. Личностные результаты проявляются в развитии познавательного интереса, готовности к осознанному выбору образовательной траектории и понимании роли математики в будущей профессиональной сфере.

Такой подход позволяет рассматривать математическую подготовку не как расширенную версию обычного курса, а как систему, где предметное содержание, способы деятельности и профориентационная направленность работают вместе. В профильном инженерно-технологическом классе обучающемуся важно не только воспроизвести алгоритм, но и понять, какую ситуацию описывает математическая модель, почему выбранный метод подходит к условию и как интерпретировать полученный результат.

Практико-ориентированная направленность математического образования раскрывается в работах М. В. Егуповой. Автор показывает, что практическое содержание не должно ограничиваться внешним сюжетом

задачи: значимым становится то, как математический аппарат помогает описать ситуацию, построить модель и осмыслить результат [16]. Для инженерно-технологического профиля это особенно важно. Задача здесь должна не просто выглядеть «практической», а действительно выводить обучающегося к анализу технической или естественно-научной проектной ситуации.

Математическое моделирование в этом контексте становится одним из ключевых способов деятельности. В. Н. Аниськин и Д. К. Рахматуллина рассматривают его как средство формирования познавательных действий и компетенций обучающихся [6]. В инженерно-технологическом классе это проявляется в умении перейти от описания ситуации к математической форме: выделить существенные величины, установить зависимости, выбрать модель, учесть ограничения и объяснить результат. Именно через моделирование математика перестаёт восприниматься как набор отдельных тем и начинает работать как инструмент анализа.

Исследования Е. И. Гумеровой и Ю. В. Вайнштейн позволяют точнее раскрыть роль математики в инженерной направленности школьного образования. Авторы рассматривают математическую подготовку как один из факторов инженерной профессионализации школьников, связывая её с развитием инженерного мышления, аналитических умений, навыков моделирования и работы с задачами, приближенными к инженерной практике [13]. Такая позиция важна для данной работы: инженерно-технологический класс не должен превращать школьную математику в профессиональный инженерный курс, но должен показывать обучающимся, как математический аппарат используется при анализе процессов и принятии решений.

Эта же идея прослеживается в методических рекомендациях по созданию классов технологического и естественно-научного профилей. В них углублённое изучение математики рассматривается во взаимосвязи с другими учебными предметами естественно-научного и технологического цикла, образовательной инфраструктурой и профориентационной работой [35].

Значит, математическая подготовка в инженерно-технологическом классе должна быть включена в более широкий образовательный контекст: урок математики, физика, информатика, технология, организация проектной деятельности и взаимодействие с внешними образовательными ресурсами не должны существовать изолированно.

Из обозначенных результатов и научно-методических подходов вытекает специфика содержания математической подготовки. Оно должно быть представлено не как набор отдельных тем, а как система взаимосвязанных содержательных линий школьного курса. Каждая из них вносит свой вклад в формирование результатов профильного уровня и по своему поддерживает инженерно-технологическую направленность обучения.

Первой значимой линией является алгебраическая. Она обеспечивает владение преобразованиями выражений, уравнениями, неравенствами, системами, параметрами и функциональными зависимостями. Для инженерно-технологического профиля это важно потому, что алгебраический аппарат лежит в основе расчётов, сравнения вариантов, анализа условий и построения моделей. Без устойчивых алгебраических умений обучающемуся сложно перейти к задачам, где требуется связать несколько величин, выразить один параметр через другой или исследовать зависимость.

Вторая линия – функционально-графическая. Она позволяет видеть математику как средство описания изменения величин. Работа с функциями и графиками формирует умение анализировать зависимость, определять характер изменения, сопоставлять формулу и графическое представление, объяснять поведение величины в зависимости от изменения аргумента. Для инженерно-технологического класса эта линия особенно значима, поскольку многие технические и естественно-научные процессы описываются через зависимости: изменение температуры, скорости, давления, мощности, расхода материала, нагрузки или объёма.

Третья линия связана с геометрической подготовкой. Геометрическая линия школьного курса математики важна не только для доказательной

подготовки, но и для формирования пространственного мышления. Обучающиеся должны уметь работать с формой, размерами, взаимным расположением объектов, чертежами, сечениями, площадями, объёмами и пространственными конструкциями. Эти умения необходимы при изучении физики, черчения, инженерной графики, технологии, 3D-моделирования и в проектной деятельности. Поэтому геометрическая подготовка в профильных классах должна быть связана не только с доказательством теорем, но и с задачами на построение, анализ конфигураций и интерпретацию пространственных моделей.

Четвёртая линия включает элементы теории вероятностей, статистики и работы с данными. Современная инженерно-технологическая сфера связана с обработкой информации, анализом результатов измерений, оценкой погрешностей, сравнением показателей и принятием решений на основе данных. Поэтому математическая подготовка должна включать задания, где обучающиеся работают с таблицами, диаграммами, числовыми характеристиками, вероятностными моделями и статистическими выводами. Это расширяет представление о математике как о средстве не только точного вычисления, но и анализа информации.

Пятая линия связана с элементами математического анализа. На профильном уровне обучающиеся переходят к изучению изменения величин, поведения функций, предельных процессов, производной и её применений. Для инженерно-технологического класса эта линия важна тем, что позволяет описывать динамику процессов, исследовать условия, анализировать скорость изменения и поведение модели. В рамках данного параграфа мы не останавливаемся подробно на описании отдельного раздела “Производная”, так как его методическое обеспечение рассматривается далее. Здесь важно зафиксировать общий смысл: элементы математического анализа усиливают способность обучающихся работать с изменяющимися величинами и использовать математический аппарат для исследования процессов различной природы.

Содержание математической подготовки в инженерно-технологических классах, таким образом, складывается из нескольких взаимосвязанных линий: алгебраической, функционально-графической, геометрической, вероятностно-статистической, линии моделирования и элементов математического анализа. Алгебраическая линия формирует аппарат расчётов и преобразований; функционально-графическая - умение анализировать зависимости; геометрическая - пространственное мышление; вероятностно-статистическая - работу с данными; элементы анализа - понимание изменения и поведения величин; линия моделирования связывает математический материал с практическими и инженерными ситуациями.

Для инженерно-технологического профиля эти линии важны именно во взаимосвязи. Обучающийся должен не только выполнить вычисление, но и понять, какую величину он исследует, почему выбранная модель подходит к ситуации, какие ограничения необходимо учитывать и как объяснить полученный результат. Поэтому содержание математической подготовки должно обогащаться заданиями, в которых математическое действие связано с анализом технической, естественно-научной или проектной ситуации.

Изменение ожидаемых результатов влияет и на обогащение содержания курса математики. В профильных инженерно-технологических классах недостаточно ограничиться объяснением готового определения, демонстрацией образца решения и серией тренировочных упражнений. Такая работа необходима, но сама по себе она не обеспечивает достижение результатов профильного уровня. Более продуктивной становится деятельность, в которой обучающиеся анализируют условие, выбирают способ решения, сопоставляют разные подходы, объясняют ход рассуждений, проверяют результат и делают вывод о его применимости.

Здесь возрастает роль исследовательских, практико-ориентированных и проектных заданий. В контексте настоящей работы мы будем различать эти понятия. Исследовательские задания помогают увидеть закономерности и обосновать вывод. Практико-ориентированные задачи показывают связь

математического аппарата с реальными или условно реальными ситуациями. Проектные задания предполагают получение некоторого продукта и позволяют использовать математику в более длительной и самостоятельной работе, где результат не всегда сводится к одному числовому ответу. Использование такого рода заданий помогает обучающимся увидеть математику как инструмент рассуждения, моделирования и принятия решения.

При таком подходе меняется и роль учебной задачи. Она перестаёт быть только средством тренировки и становится способом организации мышления обучающегося. Через задачу можно поставить проблему, подвести к новому понятию, проверить понимание, организовать исследование, связать математику с техническим или естественно-научным контекстом. Поэтому комплекс задач в профильном инженерно-технологическом классе должен включать не только стандартные упражнения, но и задания на моделирование, интерпретацию, доказательство, сравнение способов решения и анализ ограничений.

Поскольку именно практико-ориентированная задача становится для инженерно-технологических классов основной формой содержательной учебной деятельности, целесообразно обратиться к описанию этого понятия в современной научно-методической литературе. Единого определения здесь не сложилось: разные авторы расставляют акценты на разных сторонах задачи - содержательной, мотивационной, межпредметной, профессионально-ориентированной.

Истоки практико-ориентированного направления в обучении математике связываются в современных работах с проблемой прикладной направленности школьного курса, систематически рассмотренной в книге Н. А. Тершина [44]. Автор определяет прикладную направленность обучения математике как «ориентацию содержания и методов обучения на применение математики для решения задач, возникающих вне математики» [44, с. 6] и формулирует методические требования к построению таких задач. Из этой

постановки вопроса выросло обращение к практико-ориентированной задаче как к самостоятельному объекту методического анализа.

Одной из первых систематических исследований данной тематики стала работа И. М. Шапиро, в которой задачи с практическим содержанием рассматриваются как средство связи математической теории с реальной действительностью. Автор предлагает следующее определение: «под математической задачей с практическим содержанием (задачей прикладного характера) мы понимаем задачу, фабула которой раскрывает приложения математики в смежных учебных дисциплинах, знакомит с её использованием в организации, технологии и экономике современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении бытовых операций» [43, с. 6]. Это определение задаёт исходные содержательные ориентиры, которым должна удовлетворять задача с практическим содержанием: фабула, отсылающая к нематематической ситуации, и приложимость математического аппарата к описанию конкретной деятельности.

Наиболее развёрнутая современная разработка темы предложена в монографии М. В. Егуповой [16]. Опираясь на анализ теоретических, методологических и исторических оснований обучения школьников практическим приложениям математики, автор показывает, что практическое содержание задачи не сводится к её внешнему сюжету: значимым становится то, как математический аппарат помогает описать ситуацию, построить модель и осмыслить полученный результат [16, с. 47]. В этой постановке практико-ориентированная задача рассматривается не как иллюстрация к понятию, а как инструмент организации учебной деятельности, в которой математика выступает средством понимания внеучебной действительности.

Этот подход находит развитие в современных российских методических исследованиях, обращённых к практике школьного обучения математике. О. В. Тумашева и М. Б. Шашкина в работе обращают внимание на необходимость обновления методики обучения математике, в том числе через включение в учебный процесс задач, требующих от обучающихся применения

математических знаний в осмысленных ситуациях [44]. Тем самым практико-ориентированная задача рассматривается как один из инструментов, отвечающих современным требованиям к качеству математической подготовки школьников.

Сопоставление перечисленных точек зрения показывает, что в современной методической литературе выделяются признаки практико-ориентированной задачи, на которые опираются разные авторы.

Во-первых, такая задача имеет познавательно или практически значимый для обучающегося результат - её решение не сводится к получению формального ответа, а отвечает на содержательно осмысленный вопрос.

Во-вторых, её условие сформулировано не как абстрактное упражнение, а как описание ситуации, проблемы или сюжета, для разрешения которых требуется применить математику как инструмент решения.

В-третьих, для решения задачи может быть необходимо привлечь факты из других учебных предметов или из внеучебного опыта, причём необходимость такого привлечения не указана в условии явно.

В-четвёртых, исходные данные могут быть представлены в различных формах - текст, рисунок, таблица, схема, диаграмма, график - что требует от обучающегося их распознавания и осмысления.

В-пятых, в задаче явно или неявно указана область применения полученного результата, что обеспечивает связь между математическим действием и осмысленной интерпретацией ответа.

С опорой на эти характеристики и на основании подхода М. В. Егуповой в настоящем исследовании используется следующее рабочее определение. *Практико-ориентированная задача в обучении математике в профильных инженерно-технологических классах - это учебная задача, моделирующая ситуацию технической области, в которой для получения практически значимого результата необходимо построить и исследовать математическую модель, объяснить полученное решение в исходном контексте и оценить его применимость с учётом инженерных ограничений.*

Из этого определения вытекает ряд требований, которым должна удовлетворять практико-ориентированная задача в инженерно-технологическом классе:

1. содержательная корректность инженерного контекста - производственная ситуация задачи должна быть узнаваемой и не противоречить реальной инженерной практике;
2. математическая корректность - используемая модель должна допускать решение средствами школьного курса математики и приводить к результату, который может быть содержательно объяснён;
3. методическая инвариантность - задача должна быть встроена в логику изучения конкретного раздела курса (в нашем случае - темы «Производная»);
4. интерпретируемость результата - ответ должен быть выражен в единицах исходной ситуации;
5. методический потенциал - задача должна позволять учителю организовать обсуждение, поставить дополнительные вопросы и подвести обучающихся к более общим выводам.

Эти требования составляют содержательное основание для проектирования инженерно-прикладных задач, методическое обеспечение которых рассматривается во второй главе настоящей работы

Профильная математическая подготовка требует прочной преемственности. Сложные темы старшей школы не могут быть освоены содержательно, если у обучающихся не сформированы базовые умения: работать с выражениями, понимать функции и графики, выполнять преобразования, решать уравнения и неравенства, анализировать геометрические объекты. Если эти основания недостаточно прочны, новый материал начинает усваиваться формально, а его прикладной и исследовательский потенциал остаётся нераскрытым. Поэтому профильное обучение математике должно строиться как последовательное развитие знаний и способов деятельности, а не как набор разрозненных тем.

При этом математическая подготовка в инженерно-технологическом классе не означает превращения школьного курса в профессиональный инженерный курс. Задача школы состоит не в том, чтобы заранее заменить содержание высшего технического образования, а в том, чтобы сформировать математическую базу, культуру рассуждения, готовность к моделированию и понимание роли математики в технических и естественно-научных областях. В этом смысле математика выполняет подготовительную и профориентационную роль: она помогает школьнику соотнести собственные способности и интересы с требованиями выбранного профиля и подготовиться к дальнейшему обучению.

Особенности математической подготовки в профильных классах можно представить как единство трёх компонентов. Первый компонент - результативный: он связан с достижением предметных, метапредметных и личностных результатов, заданных ФГОС СОО и ФОП СОО. Второй компонент - содержательный: он включает усиление функционально-графической, геометрической, аналитической, вероятностно-статистической линий, а также линии моделирования. Третий компонент - технологический: он связан с использованием практико-ориентированных, исследовательских, проектных и межпредметных заданий, которые позволяют обучающимся применять математические знания в деятельности.

Показано, что математическая подготовка в профильных инженерно-технологических классах представляет собой систему, объединяющую три взаимосвязанных компонента: результативный (предметные, метапредметные и личностные результаты, заданные ФГОС СОО и ФОП СОО), содержательный (усиление алгебраической, функционально-графической, геометрической, вероятностно-статистической линий, линии математического моделирования и элементов математического анализа) и технологический (включение практико-ориентированных, исследовательских, проектных и межпредметных заданий). Установлено, что специфика такой подготовки не исчерпывается увеличением количества учебных часов и усложнением

упражнений, а проявляется в изменении самого характера учебной деятельности – переходе от воспроизведения алгоритма к анализу ситуации, выбору модели, обоснованию решения и интерпретации результата.

Выявлено, что особое значение для инженерно-технологического профиля приобретает практико-ориентированная задача, понимаемая в развитие подхода М. В. Егуповой как учебная задача, моделирующая ситуацию инженерно-технологической области и требующая построения и исследования математической модели, интерпретации результата в исходном контексте и оценки его применимости с учётом инженерных ограничений. Обосновано, что такая задача должна удовлетворять требованиям содержательной корректности инженерного контекста, математической корректности модели, методической инвариантности относительно изучаемого раздела курса, интерпретируемости результата и наличия методического потенциала. Эти требования образуют содержательное основание для последующего проектирования инженерно-прикладных задач во второй главе исследования.

1.3. Региональный контекст организации математической подготовки в инженерных классах

Рассмотрение особенностей математической подготовки в профильных классах закономерно выводит к региональному уровню организации образования. Для инженерных классов он имеет принципиальное значение, поскольку их содержание определяется не только федеральными нормативными документами, но и образовательной политикой субъекта Российской Федерации, структурой региональной экономики, сетью партнёрских организаций и кадровым запросом территории. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования и Федеральная образовательная программа задают общую рамку профильной подготовки, однако конкретное содержательное наполнение профиля неизбежно соотносится с особенностями региона, в котором эта подготовка реализуется [2;3].

В современной федеральной политике значение регионального уровня в сфере математического и инженерно-технологического образования заметно усиливается. Распоряжением Правительства Российской Федерации от 16 ноября 2024 года № 3333-р был утверждён Комплексный план мероприятий по повышению качества математического и естественно-научного образования до 2030 года [4]. В нём прямо предусматривается расширение сети профильных классов и классов с углублённым изучением математики, физики, химии и биологии, организация профориентационной работы математической, инженерной и естественно-научной направленности с привлечением промышленных предприятий, вузов и научных организаций. Тем самым на федеральном уровне закрепляется логика, при которой профильная подготовка становится частью кадровой стратегии и опирается на возможности конкретной территории.

Инженерно-технологический профиль в этой логике нельзя рассматривать как один из формальных вариантов учебного плана. В современных исследованиях инженерные классы описываются как особое образовательное пространство, в котором школьное обучение соединяется с профориентацией, проектной деятельностью, взаимодействием с вузами и работодателями, а также с развитием инженерного мышления обучающихся [1; 4; 19]. Эта позиция важна для настоящего исследования: математическая подготовка в инженерных классах анализируется не изолированно, а в связи с условиями, в которых формируется сам инженерный профиль.

Региональный контекст организации инженерных классов в Красноярском крае нельзя рассматривать в отрыве от структуры экономики территории. По объёму валового регионального продукта край устойчиво входит в десятку субъектов Российской Федерации, причём более 60 % его ВРП формируется именно промышленным сектором [47; 48]. Базовыми отраслями экономики края выступают цветная металлургия (предприятия «Норникель», «Русал», «Полюс»), топливно-энергетический комплекс (Красноярская и Богучанская гидроэлектростанции, угольные разрезы СУЭК,

нефтегазовая инфраструктура «Роснефти»), горнодобывающая промышленность, машиностроение и металлообработка, лесная и деревообрабатывающая промышленность, а также высокотехнологичные отрасли – атомная промышленность (Железногорск), аэрокосмическое производство и развивающийся сегмент цифрового производства [47; 48].

Эта структура экономики формирует устойчивый запрос на инженерные кадры. По данным отраслевых исследований 2024–2025 годов, дефицит квалифицированных инженеров, инженеров-технологов и наладчиков высокотехнологичного оборудования отмечается как одна из системных проблем российской промышленности; в производственном секторе свыше 85 % компаний испытывают сложности с подбором персонала [48]. Для Красноярского края с его высокой долей промышленности этот общий тренд проявляется особенно остро. При этом потребность сегодня связана не просто с увеличением численности инженерных специалистов, а с подготовкой кадров нового формата - способных работать в условиях современного технологического уклада, который предполагает цифровизацию производственных процессов, автоматизацию, использование систем моделирования, анализа данных и принятия решений на основе расчётных моделей. Именно поэтому региональная сеть профильных, специализированных и корпоративных классов формируется как ответ не только на текущий, но и на перспективный кадровый запрос промышленности края.

Красноярский край представляет собой показательный регион для такого анализа. Профильное обучение в нём развивается как часть системной образовательной политики. На странице Министерства образования Красноярского края, посвящённой профильным классам, представлено, что сеть профильных классов региона включает специализированные классы математической, физико-математической, естественно-научной, инженерно-технологической и психолого-педагогической направленности [29]. Инженерно-технологический профиль, таким образом, не является в крае

единичным локальным проектом - он встроен в более широкую систему профилизации старшей школы.

Региональная специфика заметнее всего проявляется в специализированных и корпоративных классах. На странице специализированных классов отмечается развитие сети математических, естественно-научных, инженерно-технологических и иных направлений [33]. На странице корпоративных классов представлены направления, связанные с ведущими отраслями региона: «Роснефть-классы», СУЭК-классы, Росатом-классы, энерго-классы, аэрокосмический класс и классы технологической направленности [28]. Уже этот перечень показывает, что содержание профильного обучения в крае соотносится с промышленной и технологической структурой территории. Для математической подготовки это создаёт определённые ожидания: расчёт, моделирование, анализ зависимостей и работа с количественными характеристиками оказываются востребованы в той же логике, в которой формируется сам профиль.

Ещё более конкретно эта тенденция проявилась в 2025 году. По сообщению Главного управления образования администрации города Красноярска от 17 июня 2025 года, в трёх школах города были открыты профильные строительные классы, в которых предусмотрены углублённое изучение математики, физики и черчения, освоение основ инженерной графики и строительного дела, а также 3D-моделирование в рамках дополнительного образования [9]. Партнёром проекта выступил Инженерно-строительный институт СФУ: его преподаватели ведут специальные модули, организуют экскурсии и включают школьников в исследовательскую и проектную деятельность. Открытие классов мотивировалось не только профессиональным выбором школьников, но и потребностью в подготовке кадров для строительной отрасли, машиностроения, энергетики, металлургии и космической промышленности края [1; 3]. Таким образом, инженерный профиль здесь строится как ответ на реальный социально-экономический запрос.

Наряду с организационным развитием инженерных классов край системно укрепляет и предметную основу подготовки. В ноябре 2025 года Министерство образования Красноярского края сообщило о разработке единого стандарта качества естественно-научного и математического образования [10]. Появление такого стандарта показывает, что регион рассматривает математическую подготовку как стратегический приоритет. Для инженерных классов это имеет двойное значение: с одной стороны, прочная математическая база выступает условием качественного инженерного профиля; с другой - сами инженерные классы становятся площадкой, на которой эта региональная политика может получать наиболее содержательное воплощение.

Региональный опыт Красноярского края согласуется с подходами, представленными в современных научно-методических работах. О. Н. Васильева и Н. В. Коновалова рассматривают инженерные классы как инструмент профессиональной навигации школьников [4]. В. И. Снегурова и И. Б. Готская формулируют общие подходы и принципы организации инженерных классов, прямо связывая их с ориентацией на профессию, многоступенчатостью подготовки, учётом специфики инженерного профиля и региональным рынком труда [19]. Титова О.С рассматривает предпрофессиональное образование инженерной направленности через модели взаимодействия с работодателями [24]. Н. Г. Носков и соавторы описывают формирование инженерного образовательного пространства школы как звена непрерывного маршрута «школа - колледж/вуз - профессиональная деятельность» [33]. Ю. Ю. Баранова и Т. В. Уткина анализируют формирование губернаторских инженерных классов как региональную практику профессиональной навигации [8]. А. В. Багачук и соавторы рассматривают профориентацию в профильных инженерных классах в логике взаимодействия школы и вуза, подчёркивая её непрерывный и систематический характер [7]. На фоне этих исследований инженерный класс предстаёт не как локальная организационная форма, а как системный

механизм согласования школьной подготовки с региональной кадровой повесткой.

Сочетание этих факторов - структуры экономики края, политики региона, образовательных проектов с участием Сибирского федерального университета, Сибирского государственного университета науки и технологий имени академика Михаила Фёдоровича Решетнёва, Красноярского государственного аграрного университета, и корпоративных программ ведущих предприятий - позволяет описать инженерный класс не как отдельную организационную форму, а как узел образовательной сети, объединяющей нескольких участников. Каждый из этих участников выполняет собственную функцию, но ни один не обеспечивает инженерную подготовку в одиночку. Школа отвечает за реализацию учебного плана и профильной программы; вуз - за научное сопровождение, специальные модули и формирование маршрута «школа - вуз»; предприятия задают производственный контекст задач и поддерживают корпоративные классы; региональная власть формирует нормативную рамку и стратегию подготовки кадров. Эта сетевая логика существенна для понимания регионального инженерного образования: содержание математической подготовки в инженерных классах формируется не отдельно школой и не отдельно вузом, а в согласовании между всеми участниками сети. Структура такой образовательной сети представлена на рисунке 2.

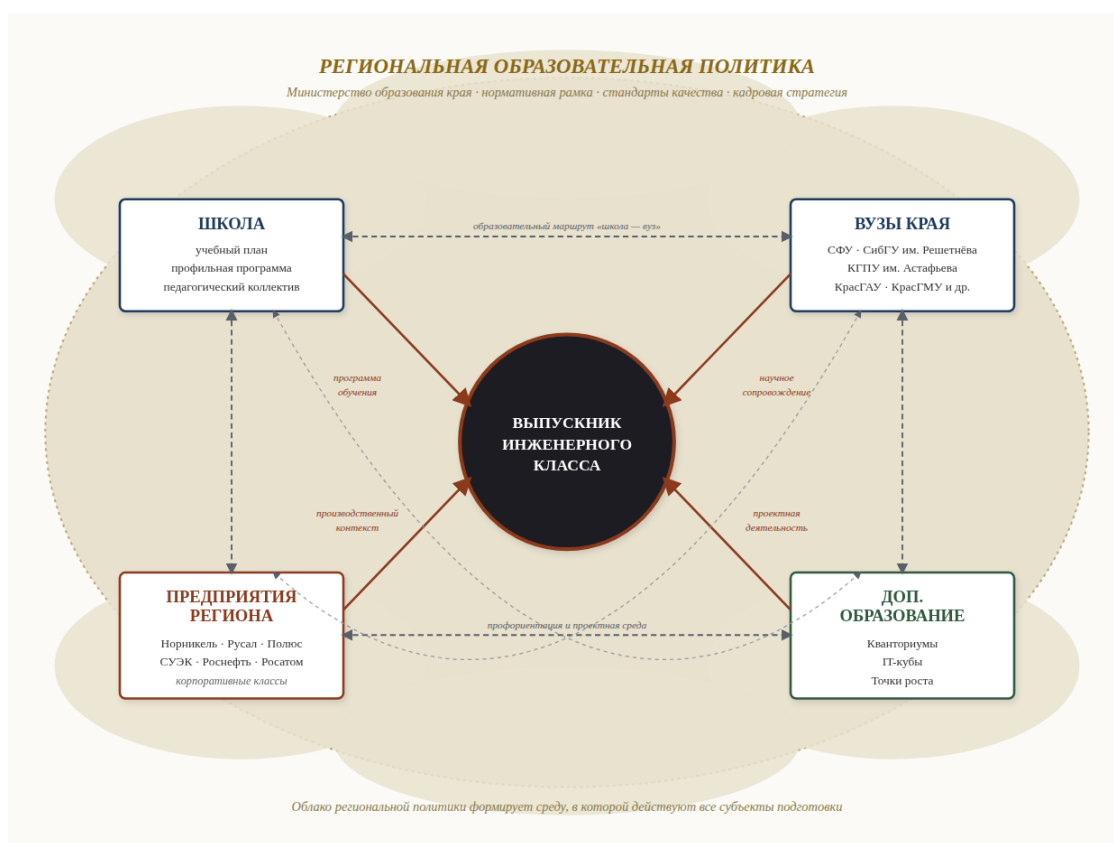


Рисунок 2 - Инженерный класс как узел образовательной сети в Красноярском крае

Модель сетевого взаимодействия, отражённая на рисунке 2, показывает, что характер математической подготовки в инженерных классах определяется не только содержанием школьного курса, но и тем, какие задачи и форматы поступают в эту сеть от вузовских партнёров, корпоративных программ и региональной политики. Производственные контексты задач задаются предприятиями и отраслевой структурой региона; научное руководство и углублённое содержание – вузом; нормативная и стратегическая рамка – региональной образовательной политикой. Это объясняет, почему задачи в инженерном классе не могут оставаться задачами из «общего» сборника: содержательная их часть должна согласовываться с теми отраслями и теми технологическими укладами, в которых обучающиеся будут работать после школы. Именно эта логика последовательно реализуется во второй главе настоящей работы при проектировании инженерно-прикладных задач по теме «Производная»

Особое место в этом ряду занимают коллективные методические рекомендации по реализации профильного обучения технологической (инженерной) направленности, подготовленные в рамках государственного задания и опубликованные в 2024 году [35]. В них профильная инженерная подготовка рассматривается как процесс, в котором федеральные нормативные требования, школьные ресурсы и региональные образовательные возможности должны согласовываться. Это подтверждает, что регионализация инженерной подготовки является не периферийной, а нормативно поддержанной тенденцией.

Совокупность приведённых данных позволяет описать, как региональный контекст отражается на содержании математической подготовки. Когда профильный класс проектируется как инженерный или инженерно-строительный, математика в нём получает особую нагрузку: она становится языком описания технических объектов, процессов и зависимостей, а также средством их количественного анализа. В этих условиях возрастает значение функционально-графической линии, работы с параметрами, геометрическими представлениями, математическим моделированием и анализом изменения величин. Речь не идёт о введении в школьный курс «профессиональной математики» в буквальном смысле – речь о смещении методических акцентов в сторону тех разделов и способов деятельности, которые наиболее значимы для инженерной ориентации обучения.

Меняется и смысл учебной задачи. Она всё чаще выступает не как средство тренировки готового способа решения, а как модель ситуации, имеющей технический, проектный или исследовательский характер. Возрастает межпредметный характер математики: она начинает функционировать в едином поле с физикой, черчением, инженерной графикой, информатикой и проектной деятельностью. Эти выводы согласуются как с региональными материалами, так и с современными исследованиями инженерных классов [2; 7; 9; 24].

Среди разделов школьного курса алгебры и начал математического анализа особое место в инженерной направленности занимает тема «Производная». Производная позволяет анализировать скорость изменения величины, исследовать поведение функции, решать задачи на экстремум и оптимизацию - то есть выполнять именно те действия, которые естественным образом соотносятся с инженерным мышлением. Эта связь не сводится к методической метафоре: в инженерной практике большинство расчётно-аналитических задач предполагает работу со скоростью изменения, оптимальными режимами и допустимыми диапазонами параметров. Поэтому в инженерных классах тема «Производная» становится содержательной точкой пересечения математической подготовки и инженерной ориентации обучения [9;10;29].

Региональный контекст, таким образом, влияет на содержание математической подготовки не путём замены федерального курса каким-либо «местным» содержанием, а через изменение акцентов в его реализации. В инженерно ориентированных классах Красноярского края математика начинает работать как предмет, одновременно решающий несколько задач: общеобразовательную, профориентационную, предпрофессиональную и инструментальную. Она обеспечивает овладение базовыми математическими знаниями, помогает выстраивать профессиональную перспективу, подготавливает к дальнейшему обучению в инженерной сфере и служит средством описания и анализа процессов, с которыми обучающиеся сталкиваются в проектной и исследовательской деятельности.

Изменяются и критерии качества математической подготовки. Если в традиционной модели основное внимание сосредоточено на правильности решения и усвоении алгоритма, то в инженерных классах всё большую значимость приобретают понимание математического смысла, способность интерпретировать результат, переносить способ действия в новую ситуацию и работать на стыке нескольких предметных областей. Эти качества согласуются и с современными научными представлениями об инженерных

классах, и с региональной линией на повышение качества естественно-научного и математического образования [2;10;34].

Таким образом, региональный контекст в содержании математической подготовки инженерных классов проявляется в нескольких взаимосвязанных направлениях. Он определяется структурой экономики и кадровыми потребностями территории; выражается в развитии сети профильных, специализированных и корпоративных классов; усиливается за счёт взаимодействия школы, вуза и работодателей; поддерживается федеральной и региональной политикой повышения качества математического и естественно-научного образования [7; 9; 29; 45]. В этих условиях математика в инженерных классах выступает не только как обязательный учебный предмет, но и как средство профессиональной ориентации, предпрофессиональной подготовки и освоения способов анализа технических процессов [2;10;34]. Именно поэтому дальнейшее рассмотрение темы «Производная» осуществляется уже не на уровне общей характеристики курса, а на уровне специального методического обеспечения её изучения в профильных инженерно-технологических классах.

Выводы к главе 1

1. По результатам анализа организации профильного обучения в современной российской школе установлено, что оно представляет собой многоуровневую систему, объединяющую концептуальные основания, нормативно-правовую базу и организационные модели реализации - профильные классы, профильные группы, специализированные и корпоративные классы, сетевые формы взаимодействия школы с вузами и предприятиями.

2. Выявлены особенности математической подготовки в профильных инженерно-технологических классах: она представляет собой систему трёх взаимосвязанных компонентов - результативного (предметные, метапредметные и личностные результаты, заданные федеральными образовательными документами), содержательного (усиление функционально-графической, геометрической, вероятностно-статистической линий, линии математического моделирования и элементов математического анализа) и технологического (включение практико-ориентированных, исследовательских, проектных и межпредметных заданий); охарактеризовано рабочее понятие практико-ориентированной задачи применительно к данной профильной направленности.

3. Описан региональный контекст организации инженерных классов на примере Красноярского края, более 60 % валового регионального продукта которого формируется промышленным сектором; показано, что региональный контекст влияет на содержание математической подготовки не путём замены федерального курса каким-либо «местным» содержанием, а через изменение методических акцентов в его реализации, в частности через усиление функционально-графической линии и линии математического моделирования и через выделение темы «Производная» как содержательно соединяющей математический аппарат с задачами анализа скорости изменения, исследования функций и оптимизации.

Глава 2. Методическое обеспечение математической подготовки в профильных инженерно - технологических классах

2.1. Сравнительный анализ базового и профильного уровня учебников по математике

Сравнительный анализ учебников в настоящем исследовании позволяет определить, в какой мере существующее учебно-методическое обеспечение позволяет реализовать цели профильного инженерно-технологического обучения. В первой главе было показано, что профильный уровень математической подготовки предполагает не только углубление содержания, но и усиление прикладной, межпредметной и предпрофессиональной направленности обучения. Поэтому при обращении к учебникам важно выяснить, насколько тема «Производная» в них связана с исследованием функций, анализом изменения величин, задачами оптимизации и практико-ориентированными сюжетами [14; 26].

Обращение именно к теме «Производная» не случайно. Этот раздел школьного курса алгебры и начал анализа занимает особое место в системе математической подготовки старшеклассников. С него начинается освоение элементов математического анализа, а само понятие производной соединяет несколько содержательных направлений школьной математики: функционально-графическую, исследовательскую, прикладную и межпредметную[1]. Именно поэтому тема «Производная» особенно наглядно показывает, каким образом учебник задаёт характер учебной деятельности: ограничивается ли он усвоением алгоритма дифференцирования или выводит обучающегося к исследованию зависимости, интерпретации результата и решению содержательных задач [20; 31].

Для инженерно-технологического профиля этот вопрос имеет дополнительное значение. Производная позволяет рассматривать изменение величины, исследовать поведение функции, находить экстремальные

значения, выбирать наилучший параметр, анализировать зависимость между характеристиками процесса. В техническом и инженерном контексте именно такие действия составляют основу постановки и решения большого числа задач. Следовательно, учебник, по которому изучается данная тема, должен быть рассмотрен не только с точки зрения полноты представленного материала, но и с точки зрения его пригодности для профильного обучения, ориентированного на инженерно-технологическую сферу [14; 20; 26].

Содержательный анализ учебников требует опоры на чёткую систему критериев. Без этого сопоставление рискует превратиться в набор общих оценок, не дающих основания для методического вывода. В работах, посвящённых прикладной ориентации школьного курса математики, математическому моделированию и методике изучения производной, прослеживаются несколько устойчивых оснований для такого сравнения. Во-первых, важна логика введения математического понятия: откуда начинается учебник, на какой предыдущий материал опирается, насколько последовательно он подводит к новому содержанию. Во-вторых, необходимо учитывать характер задачного аппарата: преобладают ли в нём типовые упражнения или задания, предполагающие исследование, интерпретацию и применение. В-третьих, существенным оказывается вопрос о прикладной направленности: присутствуют ли в учебнике задачи, позволяющие увидеть связь темы с физическим, техническим или иным практическим содержанием [20; 26; 31].

С учётом целей настоящей работы сравнительный анализ учебников по теме «Производная» целесообразно строить по следующим критериям: место темы в структуре курса; характер теоретического изложения; способ введения понятия; полнота раскрытия геометрического и физического смысла производной; характер задачного аппарата; наличие практико-ориентированных заданий; исследовательский потенциал темы; возможность использования учебного материала в профильном инженерно-технологическом классе. Эти критерии представлены в таблице 1.

Таблица 1 - Критерии для сравнения учебников по теме «Производная»

Критерий	Что анализируется
Место темы в структуре курса	На каком этапе вводится производная, какова связь с предыдущими темами
Характер теоретического изложения	Объём теории, степень строгости, логика введения понятия
Раскрытие смыслов производной	Наличие геометрического и физического смысла, связь с изменением величины
Характер задачного аппарата	Преобладание стандартных, исследовательских, прикладных или комбинированных задач
Практико-ориентированная линия	Наличие задач с реальным, физическим, техническим или инженерным содержанием
Исследовательский потенциал	Наличие заданий на анализ, исследование функции, оптимизацию
Профильная применимость	Возможность использовать материал учебника в инженерно-технологическом классе

Выделенные критерии позволяют избежать формального противопоставления учебников по принципу «объёмнее - короче» или «сложнее - проще». В контексте настоящего исследования важно другое: какие возможности создаёт учебник для реализации тех задач профильного обучения, которые были обоснованы в первой главе. Если учебник даёт лишь минимально необходимое содержание и ориентирован преимущественно на отработку стандартных действий, его потенциал для инженерно-технологического класса оказывается ограниченным. Если же в нём расширен исследовательский и прикладной компонент, а тема «Производная» раскрывается как средство анализа изменения и решения задач оптимизации, то такой учебник становится более продуктивной основой для профильной работы [14; 40].

Нужно учитывать и ещё одно обстоятельство. Учебник в школьном обучении не является единственным носителем содержания, однако именно он задаёт ту логику, в которой учитель и обучающийся чаще всего

взаимодействуют с темой. Поэтому сравнительный анализ учебников позволяет не только описать особенности разных авторских линий, но и выявить дефициты, которые затем могут быть компенсированы во второй главе за счёт обогащения содержания модуля «Производная». В этом смысле анализ учебника в работе выполняет диагностическую функцию: он показывает, что уже заложено в существующем учебно-методическом обеспечении, а что требует дополнительной методической разработки [20; 26].

В связи с этим дальнейшее изложение будет строиться в двух направлениях. Сначала будут сопоставлены базовый и профильный уровни изучения темы «Производная», а затем профильные учебники будут сравнены между собой с точки зрения их возможностей для инженерно-технологического класса. Такая последовательность позволяет сначала увидеть различие уровней математической подготовки, а затем установить, какие именно профильные учебники дают более прочную основу для прикладного и инженерно ориентированного изучения темы.

Сопоставление базового и профильного уровней изучения темы «Производная» позволяет увидеть различие не только в объёме материала, но и в характере математической деятельности, которую организует учебник. В настоящем исследовании в качестве основного материала для такого анализа используются учебники А.Г. Мордковича базового [29] и профильного [30] уровней, поскольку именно они позволяют проследить различие в представлении одной и той же темы в пределах одной авторской линии.

На базовом уровне тема «Производная» включена в курс как необходимый элемент школьной математической подготовки. Основное внимание здесь сосредоточено на освоении определения производной, знакомстве с её геометрическим смыслом, изучении основных правил дифференцирования и использовании производной при исследовании функции по уже известному алгоритму [32]. Такой подход полностью соответствует задачам базового уровня: сформировать обязательный минимум

знаний и умений, обеспечивающий общую математическую грамотность выпускника.

На профильном уровне та же тема получает иное содержательное и методическое наполнение. В учебнике профильного уровня заметно усиливается аналитическая линия, увеличивается объём заданий, связанных с исследованием функций, усложняется характер упражнений, а производная выступает не только как новый объект изучения, но и как средство дальнейшего математического анализа [21]. Иначе говоря, профильный уровень не просто добавляет материал к уже имеющемуся, а перестраивает сам способ работы с темой.

Различие между уровнями особенно заметно в способе постановки задач. На базовом уровне преобладают задания, направленные на закрепление правила, отработку стандартного способа действия, узнавание типовых ситуаций применения производной [32]. Такие упражнения необходимы и оправданны, однако они не всегда выводят обучающегося к содержательному пониманию того, для чего именно используется производная и какие возможности она открывает в анализе зависимости. На профильном уровне задания чаще требуют не только вычислить производную, но и использовать её при исследовании поведения функции, аргументировать вывод, проанализировать условие, сопоставить несколько элементов решения [21].

Эта разница отражает более глубокое различие в целевых установках. Базовый уровень ориентирован прежде всего на усвоение обязательного содержания и формирование минимально необходимого набора умений. Профильный уровень ориентирован на более сложные виды математической деятельности: анализ, исследование, моделирование, интерпретацию. В работах, посвящённых прикладной ориентации школьного курса математики, именно такой переход связывается с содержательной спецификой профильного обучения [14; 26]. Для инженерно-технологического класса это имеет прямое значение, поскольку исследование зависимости и анализ параметров составляют основу дальнейших прикладных задач.

Существенным критерием сравнения является и способ раскрытия смыслов производной. На базовом уровне геометрический и физический смыслы темы, как правило, представлены в более сжатом виде и служат главным образом опорой для понимания самого понятия [32]. На профильном уровне эти смыслы оказываются теснее связаны с задачным материалом: производная включается в исследование функции, описание её поведения, решение задач на экстремум, анализ скорости изменения величины [21]. Это делает тему более содержательно насыщенной и позволяет использовать её не только как объект усвоения, но и как рабочий инструмент.

С позиции инженерно-технологического профиля особенно важен вопрос о практико-ориентированности. Базовый уровень в целом содержит ограниченное число задач, в которых производная связана с реальным или физическим содержанием [32]. Профильный уровень даёт больше возможностей для включения прикладной линии, однако и здесь она представлена преимущественно через общие физические или функциональные сюжеты, а не через специально выстроенный инженерно-технический контекст [21]. Это означает, что даже профильный учебник не всегда обеспечивает тот уровень прикладной насыщенности, который необходим для инженерно-технологического класса.

Результаты сравнения представлены в таблице 2.

Таблица 2 - Сравнение базового и профильного уровней изучения темы «Производная»

Критерий	Базовый уровень	Профильный уровень
Цель изучения темы	Освоение основных понятий и стандартных приёмов работы с производной	Более глубокое понимание темы и расширение способов её применения
Теоретическое изложение	Сжатое, ориентированное на обязательный минимум	Более развернутое, с усилением аналитической линии
Задачный аппарат	Преимущественно типовые упражнения	Большее число исследовательских, комбинированных и усложнённых задач

Геометрический и физический смысл	Даны в основном как опора для понимания понятия	Более тесно связаны с исследованием функций и анализом изменения
Практико-ориентированность	Представлена ограниченно	Выражена заметнее, но инженерный контекст раскрыт неполно
Возможности для инженерно-технологического класса	Ограниченные	Более широкие, но требующие методического дополнения

Представленные данные позволяют сделать несколько промежуточных выводов. Во-первых, различие между базовым и профильным уровнями действительно носит качественный характер: оно проявляется не только в объёме материала, но и в типе математической деятельности, к которой подводится обучающийся. Во-вторых, профильный учебник даёт более благоприятную основу для работы в инженерно-технологическом классе, поскольку содержит больше задач на исследование, анализ и применение производной. В-третьих, даже профильный уровень не решает полностью задачу инженерно ориентированного обучения, поскольку практико-ориентированная линия представлена не как система, а скорее как набор отдельных элементов. Именно поэтому в дальнейшем возникает необходимость специального обогащения содержания модуля «Производная».

Следующий этап анализа связан уже не с противопоставлением базового и профильного уровней, а со сравнением профильных и углублённых учебников между собой. Такой шаг важен, поскольку разные авторские линии дают различную методическую картину темы «Производная». Даже в рамках профильного обучения учебники существенно отличаются по логике введения понятия, по степени строгости изложения, по организации задачного материала и по тому, насколько полно они поддерживают прикладную работу.

В настоящем исследовании для такого сопоставления используются учебник А.Г. Мордковича профильного уровня [31], учебник С.М. Никольского [32], учебник Ю.М. Колягина [21] и учебник Ш.А. Алимова [5].

Этот набор позволяет увидеть основные типы авторских решений, применяемых в старшей школе при изучении производной.

Учебник А.Г. Мордковича профильного уровня [31] отличается последовательным соединением теоретического материала и исследовательской практики. Производная вводится в нём как часть логики исследования функций, а задачный аппарат с самого начала ориентирован на применение полученного инструмента к анализу поведения функции. Это делает учебник удобным для профильного класса, особенно в той части, где необходимо организовать переход от понятия к исследованию, а затем к более сложным задачам. Для инженерно-технологического профиля его сильной стороной является возможность быстро вывести обучающихся к задачам анализа и оптимизации. Слабой стороной остаётся то, что инженерный контекст не образует самостоятельной линии и должен дотраиваться учителем.

Учебник С.М. Никольского [32] даёт более строгую и логически выстроенную картину темы. Для него характерно внимание к последовательности математического рассуждения, точности формулировок и внутренней целостности курса. В результате производная воспринимается не как набор частных правил, а как элемент системного математического знания. Такая линия особенно полезна для формирования аналитической культуры обучающихся. Вместе с тем прикладная направленность здесь выражена менее явно, чем в учебниках, где акцент смещён в сторону задачного и исследовательского материала. Поэтому при работе в инженерно-технологическом классе этот учебник особенно нуждается в дополнении задачами прикладного характера.

Учебник Ю.М. Колягина [21] отличается более сбалансированным соотношением теории и практики. В нём тема производной раскрывается достаточно последовательно, при этом переход от определения и правил к использованию производной в исследовании функций выглядит методически прозрачным. Для профильного класса это создаёт удобную основу: материал

не перегружен избыточной строгостью, но и не сводится к набору алгоритмов. В инженерно-технологическом контексте достоинством такого учебника можно считать его пригодность для включения дополнительных прикладных задач без нарушения общей логики курса. Однако, как и в других случаях, инженерная направленность не становится здесь самостоятельным стержнем содержания.

Учебник Ш.А. Алимова [5] представляет более традиционный тип изложения. Его сильной стороной является чёткость алгоритмической линии и последовательность введения основных правил. Это удобно для формирования вычислительной базы и закрепления стандартных способов действия. Вместе с тем в профильном инженерно-технологическом классе одного такого основания недостаточно. Если задача обучения состоит в том, чтобы вывести тему «Производная» к анализу технически значимых ситуаций, исследованию зависимостей и поиску оптимального решения, то материал учебника требует дополнительной методической переработки и обогащения.

Особый интерес представляет вопрос о том, как в рассматриваемых учебниках представлены прикладные и исследовательские задачи. Методические публикации по теме производной показывают, что наиболее продуктивным является такое построение курса, при котором производная используется в задачах на исследование функции, анализ скорости изменения и оптимизацию [20;36]. В учебниках, включённых в данное сравнение, эти элементы присутствуют, но в разной степени. У Мордковича и Колягина исследовательская линия выражена заметнее; у Никольского сильнее теоретико-логический аспект; у Алимова прочнее алгоритмическая линия. Следовательно, ни один из рассматриваемых учебников не даёт полностью завершённой модели инженерно ориентированного изучения темы, хотя каждый из них содержит отдельные элементы, которые могут быть использованы в такой работе.

Сравнение профильных и углублённых учебников по выделенным критериям представлено в таблице 3.

Таблица 3 - Сравнение профильных и углублённых учебников по теме «Производная»

Учебник	Особенности изложения теории	Характер задачного аппарата	Возможности для инженерно-технологического класса
А.Г. Мордкович, профильный уровень [31]	Последовательное соединение теории и исследования функций	Значительное число задач на применение производной и исследование	Высокие, но требуют дополнительного инженерного контекста
С.М. Никольский [32]	Строгая и логически выстроенная теоретическая линия	Задачи ориентированы на аналитическую культуру и доказательность	Высокие в теоретическом плане, прикладную линию нужно усилить
Ю.М. Колягин [21]	Сбалансированное изложение теории и практики	Удобный переход от понятия к применению	Подходит для профильной работы, инженерная направленность выражена умеренно
Ш.А. Алимов [5]	Более традиционное и алгоритмически чёткое изложение	Акцент на закреплении правил и типовых способов действия	Полезен для формирования базы, но требует методического дополнения

Проведённое сопоставление показывает, что каждый из рассмотренных учебников обладает определёнными достоинствами. Учебник А. Г. Мордковича удобен для организации исследовательской работы с функциями, учебник С. М. Никольского усиливает теоретическую строгость и логическую культуру, учебник Ю. М. Колягина даёт сбалансированное соединение теории и практики, учебник Ш. А. Алимова помогает сформировать прочные алгоритмические умения. Однако ни одна из рассмотренных линий не решает в полной мере задачу инженерно-технологической направленности изучения темы «Производная».

Особенно заметным оказывается дефицит задач, в которых производная используется не только для нахождения экстремума готовой функции, но и для анализа технически осмысленной ситуации. В учебниках встречаются задачи на физический смысл производной, исследование функций, наибольшие и

наименьшие значения, однако инженерный контекст чаще всего не задаёт саму логику решения. Иными словами, обучающийся видит математический аппарат, но не всегда видит его роль в моделировании, диагностике режима, оценке чувствительности, прогнозе изменения параметра или принятии проектного решения.

Для профильного инженерно-технологического класса это обстоятельство принципиально. Здесь важно не только научить школьника выполнять дифференцирование и исследовать функцию, но и показать, как производная работает в задачах, приближенных к инженерной практике. Речь идёт о ситуациях, где необходимо построить модель, учесть ограничение, выбрать параметр, оценить скорость изменения, определить допустимый режим или объяснить смысл результата. Такие задачи могут быть связаны с энергетикой, техническими устройствами, городской инфраструктурой, геологоразведкой, цифровым производством, беспилотными системами и другими контекстами, значимыми для инженерно-технологического профиля.

Установлено, что действующие школьные учебники математики базового и профильного уровней - А. Г. Мордковича (базового и профильного уровней), С. М. Никольского, Ю. М. Колягина, Ш. А. Алимова - обеспечивают необходимую предметную основу для изучения темы «Производная» и каждый по-своему сильны: учебник А. Г. Мордковича удобен для организации исследовательской работы с функциями, учебник С. М. Никольского усиливает теоретическую строгость и логическую культуру, учебник Ю. М. Колягина даёт сбалансированное соединение теории и практики, учебник Ш. А. Алимова помогает сформировать прочные алгоритмические умения. Сравнительный анализ по выделенным критериям показал также, что переход от базового уровня к профильному связан с качественным изменением не только объёма материала, но и характера учебной деятельности: на профильном уровне производная выступает не только объектом изучения, но и средством исследования функций и решения задач на экстремум.

Выявлено, что при наличии этих общих достоинств ни одна из рассмотренных учебных линий не решает в полной мере задачу инженерно-технологической направленности изучения темы «Производная». В существующем учебно-методическом обеспечении прикладная и инженерно-ориентированная линия представлена эпизодически, а не системно: задачи, в которых производная использовалась бы как инструмент анализа технически осмысленных ситуаций (анализ скорости изменения параметра, оценка чувствительности, определение допустимого режима, оптимизация в условиях ограничений), либо отсутствуют, либо не образуют целостной методической линии. Учителю профильного инженерно-технологического класса не предоставлен инструмент системного проектирования инженерно-прикладных задач с учётом класса, уровня сложности, регионального контекста, роли производной в задаче и этапа урока. Установленный дефицит определяет необходимость разработки специального методического средства, обогащающего содержание модуля «Производная», и обосновывает обращение к проектированию такого средства в следующем параграфе исследования.

2.2. Обогащение содержания модуля «Производная» в школьном курсе математики

Проведённый в параграфе 2.1 сравнительный анализ учебников показал, что существующее учебно-методическое обеспечение по теме «Производная» формирует у обучающихся необходимую математическую базу, однако не предоставляет учителю готового инструмента системного проектирования инженерно-прикладных задач. В учебниках присутствуют отдельные задания на физический смысл производной и поиск экстремумов, но отсутствует механизм вариативного конструирования заданий с учётом класса, уровня сложности, инженерного контекста, роли производной в задаче и этапа урока. Это обстоятельство особенно значимо для профильных инженерно-технологических классов, в которых, как было показано в первой главе,

математика выполняет не только общеобразовательную, но и предпрофессиональную функцию [12;27;35].

Преодоление выявленного дефицита возможно через разработку специального методического инструмента, поддерживающего учителя в проектировании и адаптации инженерно-прикладных задач. В настоящей работе таким инструментом выступает авторский интерактивный конструктор инженерно-прикладных задач по теме «Производная». Под конструктором понимается программно-методическое средство, позволяющее учителю собирать конкретные задачи из заранее подготовленных параметризованных шаблонов, варьируя параметры функции, инженерный контекст и дидактические характеристики задания. В отличие от готовых сборников задач, конструктор позволяет не выбирать из ограниченного набора, а формулировать задачу с учётом особенностей конкретного урока, класса и регионального контекста.

Принципиальное методологическое основание конструктора связано с пониманием прикладной задачи не как иллюстрации к математическому понятию, а как средства организации учебной деятельности обучающихся [19; 26]. Прикладная ориентация в трактовке М. В. Егуповой состоит не в добавлении внешнего сюжета, а в том, что математический аппарат помогает осмыслить ситуацию, построить модель и интерпретировать результат [16]. Эта позиция согласуется с трактовкой математического моделирования как способа формирования познавательных универсальных учебных действий, представленной в работах В. Н. Аниськина и Д. К. Рахматуллиной [6]. Применительно к инженерно-технологическому профилю это означает, что задача должна не просто содержать «инженерные слова», а действительно выводить обучающегося к анализу технической ситуации с использованием производной.

Проектирование конструктора опирается на пять выявленных в методической литературе типов заданий по рассматриваемой теме в инженерно-прикладных задачах: скорость изменения величины; экстремум и

оптимизация; исследование функции; касательная и линеаризация; анализ чувствительности параметра [8;20;36]. Эти типы задают ключевое содержательное измерение конструктора.

В конструктор включены пять отраслей, наиболее заметно представленных в экономике и профильной школе региона: энергетика (Красноярская ГЭС, ТЭЦ, электросети); строительство (в том числе в связи с открытием в 2025 году профильных строительных классов при участии Инженерно-строительного института СФУ); металлургия и горное дело (предприятия «Русал», «Полюс», СУЭК, «Норникель»); аэрокосмические технологии и беспилотные летательные аппараты; цифровое производство. В конструкторе учитывается уровень сложности (базовый, профильный, профильно-исследовательский) и этап урока (мотивационный, открытие нового, закрепление, контроль, проектный)- позволяют учителю встраивать получаемую задачу в конкретный фрагмент образовательного процесса.

Структура шаблона задачи в конструкторе включает восемь обязательных компонентов. Каждый шаблон представлен в виде единой методической карточки, что обеспечивает единообразие представления заданий и облегчает работу учителя с инструментом.

Таблица 4. Структура шаблона инженерно-прикладной задачи

Компонент шаблона	Содержание
Метаданные	ID, инженерный контекст, роль производной, уровень сложности, этап урока
Сюжетная рамка	Краткое описание производственной ситуации (2–3 предложения)
Параметризованное условие	Текст условия с подстановочными параметрами и диапазонами их допустимых значений
Математическая модель	Тип функции и формальная запись зависимости с параметрами
Решение	Пошаговое решение с автоматической подстановкой выбранных значений параметров

Ожидаемый ответ	Числовой результат с интерпретацией
Методический комментарий	Что задача формирует у обучающегося, типичные ошибки, возможные дополнительные вопросы
Ограничения корректности	Допустимые диапазоны параметров, при которых задача остаётся методически осмысленной

Принципиальной особенностью конструктора является параметризация условия задачи. Каждый шаблон содержит не готовое числовое условие, а функциональную зависимость с символическими параметрами, для которых заданы допустимые диапазоны изменения. При выборе шаблона учитель видит интерфейс настройки параметров и может либо задать конкретные значения, либо сгенерировать их случайным образом в пределах допустимых диапазонов. После этого конструктор автоматически подставляет параметры в условие, выполняет пошаговое решение и формирует методически оформленную карточку задачи. Таким образом, из одного шаблона может быть получено практически неограниченное количество конкретных задач, различающихся числовыми данными, но сохраняющих единое содержание и методическую цель.

Содержательное ядро конструктора образуют десять авторских шаблонов, по два на каждую из пяти типов задач по теме «Производная». Каждый шаблон представляет собой параметризованную математическую модель, описывающую конкретный производственный процесс в одной из отраслей экономики Красноярского края. Модели имеют вид функциональных зависимостей, содержащих параметры (коэффициенты), которые варьируются в заданных допустимых диапазонах. Эти параметры имеют содержательную интерпретацию в рамках описанного инженерного сюжета: например, в задаче о мощности ГЭС параметр a задаёт начальный темп роста мощности, а b – замедление, обусловленное выходом на расчётный режим; в задаче о БПЛА параметры c , d , e описывают начальную скороподъёмность, замедление

и стабилизацию полёта соответственно. Для каждой модели диапазоны параметров подобраны так, чтобы получаемые числовые ответы были методически корректными (не приводили к отрицательным значениям физических величин, имели разумную размерность и обеспечивали наличие единственного экстремума на исследуемом интервале). Выбор именно этих моделей обусловлен их методической значимостью для изучения темы «Производная»: они охватывают все основные типы задач (скорость изменения, экстремум и оптимизация, исследование функции, касательная и линеаризация, анализ чувствительности) и позволяют продемонстрировать применение производной в различных инженерных контекстах. Отраслевые сюжеты (энергетика, строительство, металлургия, аэрокосмос, цифровое строительство) выбраны как наиболее репрезентативные для промышленной специализации Красноярского края и как потенциально узнаваемые для обучающихся профильных инженерно-технологических классов. В рамках настоящего исследования разработана пилотная версия конструктора, включающая по два шаблона на каждый из пяти типов задач по теме «Производная»; дальнейшее расширение библиотеки шаблонов предполагается на основе результатов апробации и обратной связи от учителей-практиков. В таблице 5 представлено распределение шаблонов по контекстам и ролям производной с указанием математических моделей и входящих в них параметров.

Таблица 5. Распределение шаблонов по инженерным контекстам и ролям производной

ИД шаблона	Контекст	Тип задания	Математическая модель
ЭН-01	Энергетика	Скорость изменения	$N(t) = at - bt^2$
АК-01	Аэрокосмос	Скорость изменения	$h(t) = ct - dt^2 + et^3/100$
СТР-01	Строительство	Экстремум, оптимизация	$S(r) = \pi r^2 + 2V/r$

MT-01	Металлургия	Экстремум, оптимизация	$\pi(T) = -pT^2 + (q-\alpha)T$
IT-01	Цифровое произв.	Исследование функции	$L(t) = mt^3 - nt^2 + kt + L_0$
ЭН-02	Энергетика	Исследование функции	$\eta(Q) = AQ^2/(Q^2+B) - CQ$
СТР-02	Строительство	Касательная, линейаризация	$y(x) = -Ax^2 + Bx^3$
MT-02	Металлургия	Линейаризация	$V(T) = K \cdot \exp(\beta T)$
АК-02	Аэрокосмос	Анализ чувствительности	$R(m) = A_1m - A_2m^2$
IT-02	IT-инфраструктура	Анализ чувствительности	$T(L) = T_0 + \alpha L/(C-L)$

Примечание. Все параметры в моделях имеют размерность, соответствующую физической величине (например, МВт/ч, м/с, °С и т.п.), и их допустимые значения указаны в шаблоне задачи. Подстановка конкретных числовых параметров в конструкторе осуществляется автоматически в пределах этих диапазонов.

Рассмотрим работу конструктора на примере шаблона ЭН-01 «Мгновенная мощность ГЭС при пуске агрегата». Данный шаблон относится к контексту «Энергетика» и реализует роль «Скорость изменения». Сюжетная рамка задачи описывает производственную ситуацию пуска гидроагрегата на Красноярской ГЭС, при котором мощность нарастает по нелинейному закону. Математическая модель задаётся функцией $N(t) = a * t - b * t^2$ (МВт), где параметр a определяет начальный темп роста мощности, параметр b - замедление, обусловленное выходом на расчётный режим. Учитель задаёт значения параметров a , b и момент времени t_0 , в который требуется определить мгновенную скорость изменения мощности. После нажатия кнопки «Собрать задачу» конструктор формирует условие задачи с подставленными числовыми значениями, выводит пошаговое решение и итоговый ответ.

Интерфейс конструктора организован в виде двух функциональных областей. Левая область содержит элементы управления - фильтры по инженерному контексту и роли производной, выпадающий список доступных шаблонов, выбор уровня сложности и этапа урока, поля для задания параметров, а также кнопки «Собрать задачу» и «Случайные значения». Правая область представляет результирующую карточку задачи. Внешний вид интерфейса представлен на рисунке 3.

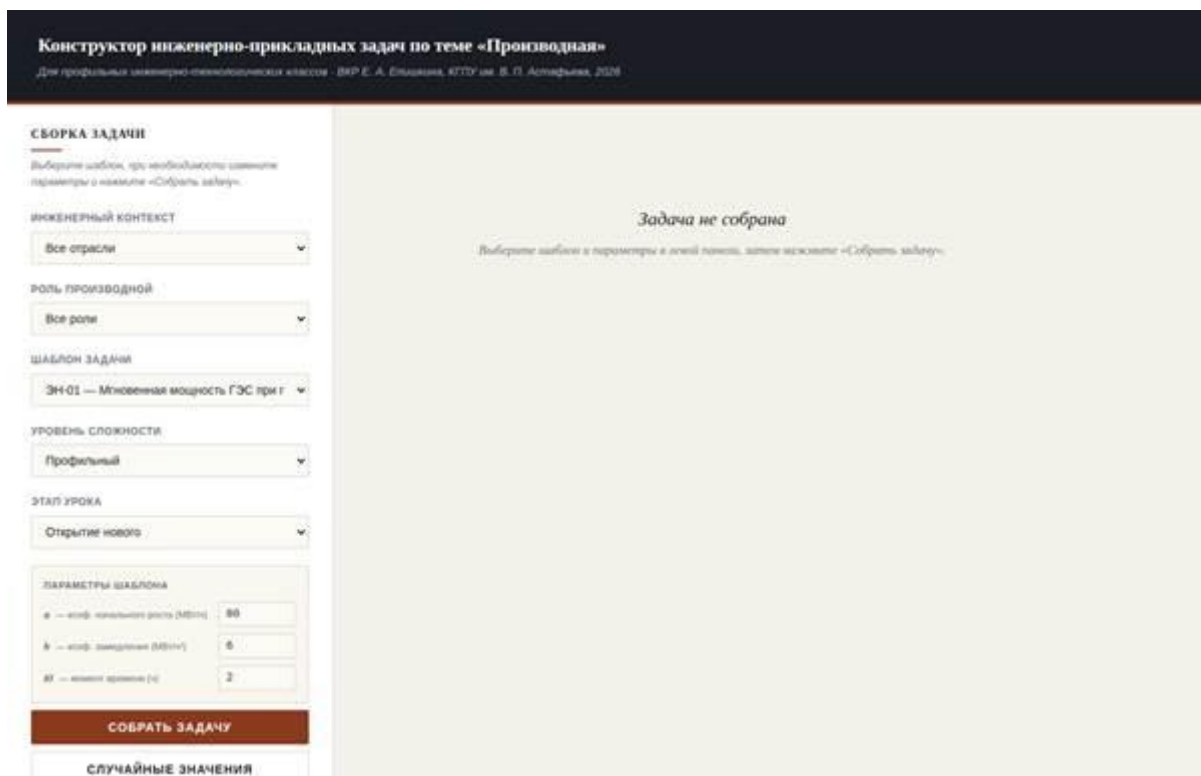


Рисунок 3 - Стартовый экран конструктора инженерно-прикладных задач

Сборка задачи активирует генерацию полной методической карточки, включающей все восемь компонентов структуры шаблона. Карточка содержит маркировочные теги, описывающие контекст, роль производной, уровень сложности и этап урока; описание производственной ситуации; условие задачи с подставленными параметрами; пошаговое решение; ответ с интерпретацией; методический комментарий. Внизу карточки расположены кнопки для печати задачи и копирования текста условия в буфер обмена - это позволяет учителю быстро интегрировать сгенерированную задачу в любые учебные материалы (карточки для самостоятельной работы, презентации,

контрольные работы). Внешний вид собранной задачи представлен на рисунке 4.

Конструктор инженерно-прикладных задач по теме «Производная»
Для профильных инженерно-технических классов - ВРР Е. А. Ельщикова, КГТУ им. В. П. Астафьева, 2020

СБОРКА ЗАДАЧИ
Выберите шаблон, при необходимости измените параметры и нажмите «Собрать задачу».

ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНТЕКСТ
Все отрасли

РОЛЬ ПРОИЗВОДНОЙ
Все роли

ШАБЛОН ЗАДАЧИ
ЭН-01 — Мгновенная мощность ГЭС при г

УРОВЕНЬ СЛОЖНОСТИ
Профильный

ЭТАП УРОКА
Открытие нового

ПАРАМЕТРЫ ШАБЛОНА

a — coef. начальной роста (МВт)	80
b — coef. замедления (МВт/ч)	6
t1 — момент времени (ч)	2

СОБРАТЬ ЗАДАЧУ

СЛУЧАЙНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

ШАБЛОН ЭН-01
Мгновенная мощность ГЭС при пуске агрегата

ЭНЕРГЕТИКА **СКОРОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ** **ПРАВИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ** **ОТКРЫТИЕ НОВОГО**

ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ СИТУАЦИЯ
На Красноярской ГЭС в момент пуска гидроагрегата мощность парастает по кельвейному закону. В начале набирается быстро, затем рост замедляется из-за выхода на расчётный режим.

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ
Зависимость мощности агрегата от времени с момента пуска задана функцией $N(t) = 80t - 6t^2$ (МВт, t — в часах). Найдите мгновенную скорость изменения мощности в момент $t_1 = 2$ ч. Определите также, в какой момент времени мощность достигает максимума.

$$N(t) = 80t - 6t^2$$

РЕШЕНИЕ

- 1 Найдём производную: $N'(t) = 80 - 12t = 80 - 12 \cdot 2$.
- 2 Подставим $t_1 = 2$: $N'(2) = 80 - 12 \cdot 2 = 56.00$ МВт/ч.
- 3 Максимум достигается там, где $N'(t) = 0$: $80 - 12t = 0$, откуда $t = 80/12 = 6.667$ ч.
- 4 Соответствующая мощность: $N(6.67) = 266.67$ МВт.

ОТВЕТ:

Рисунок 4 - Карточка задачи, сформированная конструктором (шаблон ЭН-01)

Особое внимание при проектировании конструктора уделено методическому комментарию для учителя к каждой задаче. Комментарий не повторяет решение, а раскрывает дидактические возможности задания: указывает, какие именно образовательные результаты формирует данная задача, на какие места при анализе целесообразно обратить внимание учеников, какие типичные ошибки могут возникнуть, какие дополнительные вопросы можно поставить классу для развития обсуждения. Это превращает конструктор из инструмента генерации задач в полноценное методическое средство, поддерживающее не только подготовку учителя к уроку, но и сам процесс учебного взаимодействия.

Реализация конструктора выполнена в виде интерактивного веб-приложения на языках HTML, CSS и JavaScript. Выбор данной технологии обусловлен несколькими соображениями. Во-первых, конструктор работает без установки дополнительного программного обеспечения – достаточно

открыть его в любом современном браузере. Во-вторых, он не требует подключения к сети после загрузки страницы, что важно для школьных условий с нестабильным интернетом. В-третьих, технология HTML/CSS/JS поддерживает встроенные средства печати и копирования, что обеспечивает совместимость с привычными учителю формами подготовки учебных материалов. В-четвёртых, такая реализация позволяет адаптировать интерфейс под планшетные устройства, всё чаще используемые в школах.

Каждый шаблон конструктора проектировался с учётом требования математической корректности при любых допустимых сочетаниях параметров. Допустимые диапазоны установлены так, чтобы получаемые числовые ответы оставались методически разумными – без избыточно дробных значений, не содержали методических артефактов вроде отрицательной массы или нефизичной температуры. Это потребовало предварительного математического анализа каждой функции, выявления её особых точек и формирования таких ограничений на параметры, при которых производная имеет ровно одно решение нужного типа на изучаемом интервале. Тем самым конструктор не только генерирует задачи, но и гарантирует их методическую состоятельность.

Применение конструктора в практике профильного инженерно-технологического класса методически обосновано тремя группами возможностей. Первая группа связана с подготовкой учителя к уроку: конструктор обеспечивает быстрое формирование задач, согласованных с темой урока, его этапом и уровнем подготовки класса. Вторая группа возможностей связана с организацией урочной деятельности: одна и та же тема может изучаться через задачи разных инженерных контекстов, что позволяет учитывать профессиональные интересы обучающихся и поддерживать межпредметные связи с физикой, информатикой, технологией. Третья группа возможностей связана с организацией внеурочной и проектной деятельности: параметризованный характер задач позволяет ставить перед

обучающимися задания исследовательского типа, в которых требуется проанализировать, как меняется ответ при изменении инженерного параметра.

2.3. Апробация и её результаты

Разработанный в параграфе 2.2 интерактивный конструктор инженерно-прикладных задач по теме «Производная» был апробирован в практике обучения математике в общеобразовательном классе общеобразовательной школы. Целью апробации являлась оценка методических возможностей конструктора: его влияния на сформированность у обучающихся умений работать с производной в инженерно-прикладных задачах, на учебную мотивацию при изучении темы, а также оценка дидактических возможностей конструктора с позиции учителя-практика.

Апробация проводилась на базе муниципального автономного общеобразовательного учреждения «Гимназия № 4» города Красноярск в период учебной практики. Выбор данной образовательной организации обусловлен её расположением и наличием старших классов, в которых изучается тема «Производная» в рамках курса алгебры и начал математического анализа.

В апробации приняли участие обучающиеся 11 класса в количестве 24 человек, а также 1 учитель математики, привлечённый в качестве эксперта. Класс является профильным физико-математическим, что позволило оценить эффективность конструктора в более широких, но в то же время сходных по профилю условиях.

Апробация проводилась в три последовательных этапа. Содержание работы на каждом этапе представлено в таблице 6.

Таблица 6 – Содержание этапов апробации

Этап	Содержание работы	Сроки
1	Изучение текущего состояния обучения теме «Производная»: анализ тематического планирования, наблюдение за уроками, входной контрольный срез и анкетирование обучающихся для выявления исходного уровня умений работать с производной в прикладных задачах.	1 неделя

2	Проведение серии уроков по теме «Производная» с использованием задач, сгенерированных конструктором, по пяти сценариям применения (введение, закрепление, контроль, проектная и индивидуальная работа). Ход уроков фиксировался в листе наблюдения.	2 недели
3	Итоговый контрольный срез, повторное анкетирование обучающихся, экспертная оценка конструктора учителем-практиком, систематизация данных и формулировка выводов о методических возможностях конструктора.	1 неделя

На первом этапе изучалось исходное состояние обучения теме «Производная» в выбранном классе. Обучающимся был предложен входной контрольный срез, включавший задания трёх уровней: репродуктивного (вычисление производной по правилам), реконструктивного (исследование функции на экстремум) и продуктивного (решение прикладной задачи на оптимизацию) в соответствии с классификацией уровней усвоения учебной информации, предложенной В.П. Беспалько[49] Результаты входного среза, а также для удобства сравнения – результаты итогового среза, представлены в таблице 7

Таблица 7 – Результаты контрольных срезов (доля справившихся, %)

Уровень заданий	Входной срез	Итоговый срез	Прирост	Примечание
Репродуктивный	79,2	91,7	+12,5	Высокий исходный уровень, ожидаемо
Реконструктивный	54,2	75,0	+20,8	Существенный прогресс
Продуктивный	20,8	66,7	+45,9	Наибольший прирост, ключевой результат
Средний показатель	51,4	77,8	+26,4	Положительная динамика по всем уровням

Как видно из таблицы 7, на входном срезе с заданиями продуктивного уровня справились 20,8% обучающихся, что свидетельствует о недостаточной сформированности умения применять производную в прикладных ситуациях, характерной для традиционного обучения, где акцент делается на формирование навыков формального использования формул при вычислении производных. Наибольшие затруднения у обучающихся вызывал этап перевода текстовой задачи на язык математики (составление функции по условию) – это умение оказалось сформированным лишь у четверти класса. Эти данные подтверждают актуальность разработки методических средств, направленных на усиление прикладной составляющей при изучении производной.

На следующем этапе была проведена серия из шести уроков по теме «Производная» с использованием задач, сгенерированных конструктором. Распределение задач по урокам опиралось на пять сценариев применения конструктора и логику изучения темы в курсе алгебры и начал математического анализа:

- урок 1 (введение понятия производной) – шаблон ЭН-01 «Мгновенная мощность ГЭС при пуске агрегата» в качестве мотивационной задачи;
- урок 2 (правила дифференцирования и физический смысл производной) – шаблон АК-01 «Вертикальная скорость БПЛА при наборе высоты»;
- урок 3 (исследование функции с помощью производной) – шаблон IT-01 «Профиль нагрузки на серверный кластер в течение суток»;
- урок 4 (задачи на экстремум) – шаблон СТР-01 «Минимизация расхода материала на цилиндрический резервуар»;
- урок 5 (оптимизация с региональным контекстом) – шаблон МТ-01 «Оптимальная температура работы плавильной печи»;
- урок 6 (проектное задание) – шаблон ЭН-02 «КПД гидротурбины как функция расхода воды» в формате группового мини-проекта.

Ход уроков фиксировался в листе наблюдения (приложение 1). Наблюдения показали высокую вовлечённость обучающихся на этапе мотивации: более 75% класса активно участвовали в обсуждении инженерных ситуаций. Типичные затруднения возникали при переводе текстовой задачи на

математический язык (составление функции) – на первых двух уроках это вызывало сложности у 45% школьников, однако к пятому уроку число таких учащихся снизилось до 15-20%. Реакция класса на инженерный контекст в целом была положительной, особенно выделялись задачи, связанные с БПЛА (шаблон АК-01) и серверными нагрузками (IT-01) – они вызывали живой интерес и дискуссии. Ученики активно задавали вопросы о технических деталях, что свидетельствовало о пробуждении познавательного интереса к инженерной тематике.

Важно отметить, что, несмотря на профиль класса, большинство обучающихся положительно восприняли инженерный контекст задач. Это позволяет предположить, что предложенные сюжеты могут быть эффективно использованы не только в профильных, но и в обычных классах для повышения мотивации и демонстрации практической значимости математики.

По завершении этого этапа был проведён итоговый контрольный срез. Сравнение результатов входного и итогового срезов представлено выше в таблице 7 и наглядно – на рисунке 5.

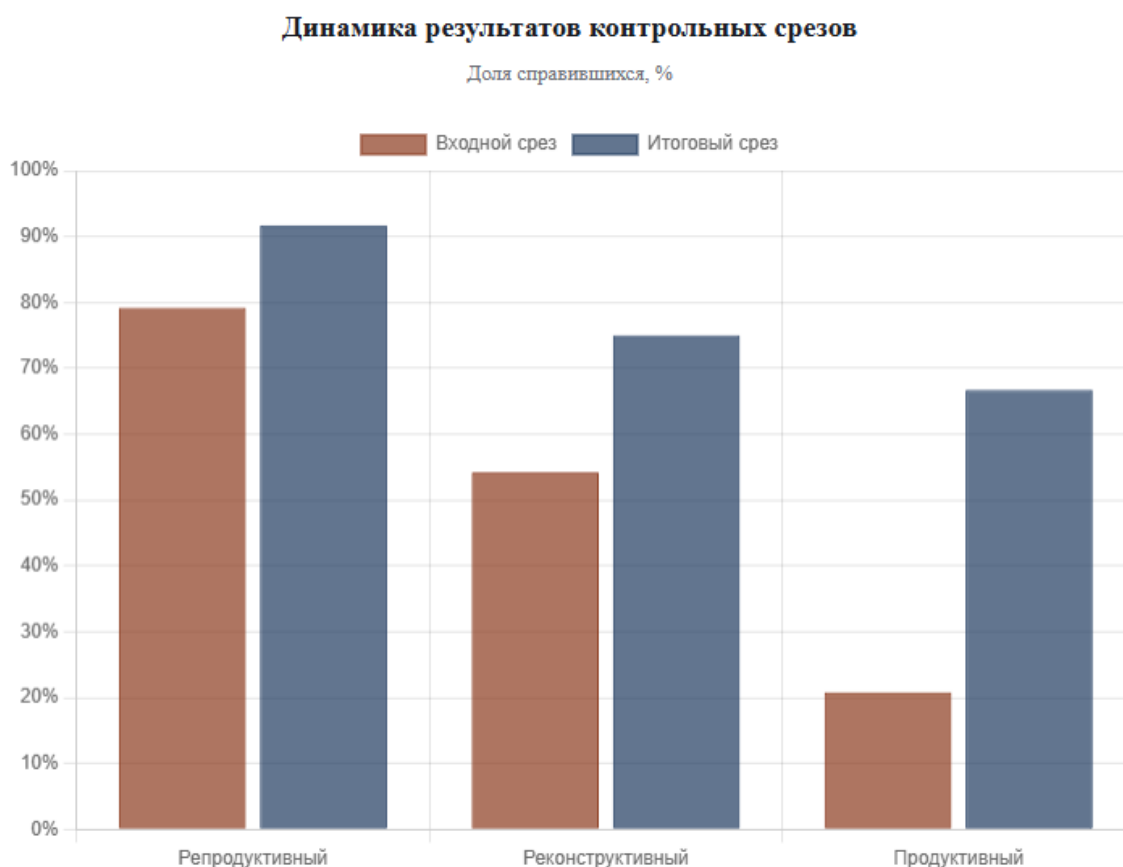


Рисунок 5 – Динамика результатов контрольных срезов по уровням заданий

Сопоставление результатов показывает, что доля обучающихся, справившихся с заданиями продуктивного уровня, изменилась с 20,8 % до 66,7%. Полученная динамика свидетельствует о существенном положительном влиянии конструктора на формирование прикладных умений: систематическое решение инженерно-ориентированных задач позволило учащимся преодолеть разрыв между формальным знанием правил дифференцирования и их применением в нестандартных ситуациях. Примечательно, что наибольший прирост (+45,9%) зафиксирован именно по продуктивному уровню, что подтверждает эффективность работы с параметризованными задачами, требующими самостоятельного построения математической модели. Даже в обычном классе систематическая работа с конструктором позволила достичь результатов, сопоставимых с ожидаемыми для профильного уровня.

Результаты анкетирования обучающихся

После завершения работы с задачами конструктора обучающимся была предложена анкета (приложение 2), направленная на выявление их отношения к инженерно-прикладным задачам, узнаваемости регионального производственного контекста и осознания связи математики с инженерной деятельностью. Обобщённые результаты анкетирования представлены в таблице 8 и на рисунках 5–6.

Таблица 8 – Результаты анкетирования обучающихся (доля согласных, %)

Утверждение анкеты	Доля согласных, %	Комментарий
Условия задач были понятны и доступны	83,3	Большинство учащихся не испытывали языковых или смысловых барьеров
Производственные ситуации были узнаваемы	70,8	Региональный контекст (ГЭС, БПЛА, металлургия) оказался знакомым
Решать такие задачи было интересно	79,2	Высокий интерес подтверждается наблюдениями

Стало понятнее, как производная применяется в технике	75,0	Осознание практической значимости темы
Появился интерес к инженерным профессиям	58,3	Заметный мотивационный эффект, хотя не у всех



Рисунок 6 – Распределение ответов обучающихся (круговая или столбчатая диаграмма по ключевым вопросам анкеты)

Понимание применения производной в технике

Распределение ответов, %

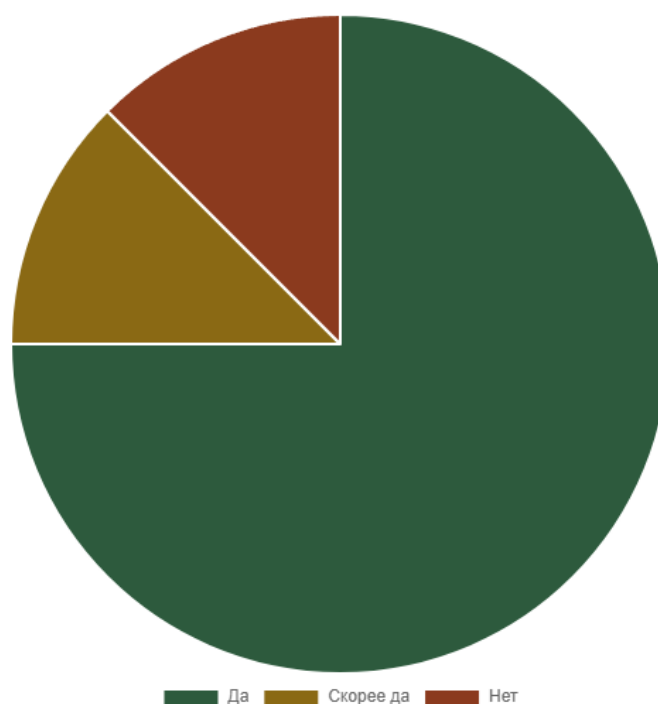


Рисунок 7 – Отношение обучающихся к инженерно-прикладным задачам

Анализ данных анкетирования показывает, что 79,2 % обучающихся отметили интерес к инженерно-прикладным задачам, а 70,8 % – узнаваемость производственного контекста. Это позволяет сделать вывод о высоком мотивационном эффекте задач с региональным контекстом: они делают математический материал лично значимым, снижают формализм и способствуют формированию положительного отношения к предмету. При этом 58,3% обучающихся отметили, что у них появился интерес к инженерным профессиям, что является важным профорientационным результатом, особенно значимым для общеобразовательного класса.

В открытых ответах обучающиеся часто упоминали задачи о БПЛА и серверной нагрузке как наиболее запомнившиеся и увлекательные. Несколько учеников отметили, что «математика оказалась не такой скучной, когда видно, где она применяется», что указывает на изменение восприятия математики как практического инструмента.

Экспертная оценка конструктора

Дидактические возможности конструктора были оценены учителем-практиком с помощью листа экспертной оценки (приложение 3), содержащего семь показателей, каждый из которых оценивался по семибалльной шкале с обоснованием. Результаты экспертной оценки представлены в таблице 9.

Таблица 9 – Результаты экспертной оценки конструктора
(по семибалльной шкале)

№	Показатель	Средний балл	Комментарий эксперта
1	Удобство интерфейса конструктора	6,0	Интуитивно понятно, навигация простая, но требуется небольшая адаптация для первого запуска
2	Полнота охвата ролей производной	6,5	Охвачены все основные приложения (скорость, экстремумы, исследование функций, касательная, анализ чувствительности), есть резерв для расширения
3	Методическая обоснованность шаблонов	6,0	Задачи логично выстроены, соответствуют этапам формирования понятия производной
4	Качество методических комментариев	5,5	Комментарии полезны, но иногда избыточны для сильных учащихся; для начинающих – в самый раз
5	Инженерно-прикладной потенциал задач	7,0	Задачи максимально приближены к реальным инженерным ситуациям, что является сильной

			стороной конструктора
6	Соответствие содержанию профильного курса	6,5	Полностью соответствует программе, не выходит за рамки, но углубляет прикладной аспект
7	Пригодность для использования на разных этапах урока	6,0	Хорошо подходит для мотивации, закрепления и проектной работы; для контроля требует доработки
	Средний балл по всем показателям	6,2	Конструктор признан методически состоятельным и рекомендуемым к внедрению в практику

Средний балл экспертной оценки составил 6,2 из 7, при этом наиболее высоко оценён показатель «Инженерно-прикладной потенциал задач» (7,0). Эксперт особо отметил, что конструктор позволяет учителю быстро адаптировать задачи под конкретный уровень класса, а параметризованный характер шаблонов даёт возможность варьировать сложность без потери методического замысла. В качестве направления для совершенствования эксперт предложил расширить библиотеку шаблонов и добавить функцию автоматической генерации дополнительных вопросов к задаче.

Экспертная оценка свидетельствует о высокой методической состоятельности конструктора с позиции учителя: он эффективно решает задачу практико-ориентированного обучения, расширяет арсенал средств для реализации межпредметных связей и соответствует современным требованиям к образованию. Особую ценность, по мнению эксперта, представляет возможность быстрого получения большого количества вариантов задач на основе одного шаблона, что экономит время учителя при подготовке к уроку. Эксперт также подчеркнул, что конструктор может быть полезен не только в профильных, но и в общеобразовательных классах,

поскольку инженерные сюжеты повышают мотивацию и демонстрируют практическую значимость математики.

Обобщение результатов апробации

Обобщение полученных данных позволяет сделать следующие выводы. Динамика результатов контрольных срезов свидетельствует о значительном прогрессе в решении прикладных задач (прирост 45,9% по продуктивному уровню) и устойчивом развитии алгоритмических умений (прирост 12,5% по репродуктивному уровню) ; данные анкетирования подтверждают высокий интерес (79,2%) и осознание прикладной значимости производной (75,0%); экспертная оценка характеризует конструктор как эффективный дидактический инструмент (средний балл 6,2 из 7), особенно в части инженерно-прикладного наполнения (7,0). Полученные результаты особенно значимы, поскольку апробация проводилась в общеобразовательном (не профильном) классе, что подтверждает универсальность разработанного средства и его применимость в массовой практике обучения.

Таким образом, результаты апробации подтверждают исходные предположения о методических возможностях разработанного конструктора, а выдвинутая гипотеза исследования нашла своё подтверждение. Конструктор может быть рекомендован для использования как в профильных инженерно-технологических, так и в общеобразовательных классах при изучении темы «Производная» с целью усиления прикладной направленности курса математики и формирования у обучающихся умения применять математический аппарат для анализа технических ситуаций.

Выводы к главе 2

1. По результатам сравнительного анализа действующих школьных учебников математики базового и профильного уровней по теме «Производная» установлено, что переход от базового уровня к профильному связан с качественным изменением не только объёма материала, но и характера учебной деятельности, а каждый из рассмотренных учебников обладает собственными методическими достоинствами; вместе с тем выявлен дефицит существующего учебно-методического обеспечения с позиции задач инженерно-технологического профиля – задачи, в которых производная использовалась бы как инструмент анализа технически осмысленных ситуаций.

2. Разработан и теоретически обоснован авторский интерактивный конструктор инженерно-прикладных задач по теме «Производная», объединяющий четыре параметра проектирования задачи (инженерный контекст, роль производной, уровень сложности, этап урока) и опирающийся на единую структуру шаблона из восьми компонентов; содержательное ядро конструктора образуют десять авторских параметризованных шаблонов, охватывающих пять типов заданий по теме «Производная» (скорость изменения, экстремум и оптимизация, исследование функции, касательная и линеаризация, анализ чувствительности) и пять отраслей экономики Красноярского края (энергетика, строительство, металлургия и горное дело, аэрокосмические технологии, цифровое производство и IT); параметризованный характер шаблонов обеспечивает принципиальное отличие конструктора от готовых сборников задач, позволяя из одного шаблона получать десятки конкретных задач при сохранении единой методической цели.

3. Описаны и обоснованы методические возможности применения разработанного конструктора в практике профильного инженерно-технологического класса, охватывающие три области (подготовку учителя к

уроку, организацию урочной деятельности, поддержку внеурочной и проектной работы) и реализуемые через пять сценариев применения на разных этапах урока: мотивационная задача на этапе введения нового материала, задача на этапе закрепления, контрольная задача с региональным контекстом, проектное задание исследовательского типа, сопровождение олимпиадной и индивидуальной работы; сформулированы методические условия эффективного использования конструктора – содержательная связь задач с регионально значимыми отраслями, включённость задач в более широкий образовательный маршрут, использование методического комментария к каждой задаче, согласованность сложности с уровнем подготовки класса и обеспечение интерпретируемости результата в инженерных терминах

4. Проведена апробация разработанного конструктора в практике обучения математике в 11 классе МАОУ «Гимназия № 4» города Красноярска (февраль – март 2026 года). Результаты апробации показали положительную динамику: доля учащихся, справившихся с заданиями продуктивного уровня, возросла с 20,8 % до 66,7 % (прирост 45,9 п.п.); анкетирование подтвердило высокий интерес (79,2 %) и осознание прикладной значимости производной (75,0 %); экспертная оценка учителя-практика составила 6,2 балла из 7. Полученные данные подтверждают эффективность конструктора как средства усиления прикладной направленности обучения математике и позволяют рекомендовать его для использования не только в профильных, но и в общеобразовательных классах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подготовка выпускников, способных применять математический аппарат к решению инженерно-технических задач, является одной из приоритетных задач современной профильной школы. Настоящее исследование посвящено методическим особенностям изучения темы «Производная» в профильных инженерно-технологических классах общеобразовательной школы. Поставленная цель – теоретически обосновать и разработать методическое обеспечение изучения темы «Производная», учитывающее инженерно-прикладную направленность обучения и региональный образовательный контекст, – достигнута: в ходе работы последовательно решены все шесть задач исследования. Его содержательной и эмпирической базой послужили действующие школьные учебники математики, отрасли экономики Красноярского края, а также муниципальное автономное общеобразовательное учреждение «Гимназия № 4» города Красноярска, избранное базой апробации.

Решение первой задачи показало, что профильное обучение сложилось в отечественной школе как форма дифференциации и индивидуализации старшей ступени, ориентированная на профессиональное самоопределение обучающихся, и получило устойчивое нормативное закрепление в Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования и Федеральной образовательной программе среднего общего образования. Технологический (инженерный) профиль рассматривается в этой системе как направление, ориентированное на производственную, инженерную и информационную сферы, в котором математическая подготовка приобретает выраженное предпрофессиональное значение.

В ходе решения второй задачи выявлены особенности математической подготовки в профильных инженерно-технологических классах: её специфика определяется необходимостью формирования у обучающихся опыта применения математического аппарата к анализу технически осмысленных

ситуаций. Уточнено понятие практико-ориентированной (инженерно-прикладной) задачи и определены требования к её построению – реалистичность и узнаваемость производственного контекста, содержательная роль математического метода в получении ответа, наличие инженерной интерпретации результата.

Решение третьей задачи позволило охарактеризовать региональный контекст организации инженерных классов на примере Красноярского края. Установлено, что промышленная специализация региона - энергетика, металлургия и горное дело, строительство, аэрокосмические технологии, цифровое производство - задаёт круг узнаваемых для обучающихся производственных ситуаций и тем самым определяет содержательное наполнение математической подготовки в инженерно-технологическом профиле.

В рамках четвертой задачи проведён сравнительный анализ действующих учебников математики базового и профильного уровней по теме «Производная», в результате которого выявлен дефицит существующего учебно-методического обеспечения: задачи, в которых производная выступает инструментом анализа инженерно-технических ситуаций, представлены эпизодически и не образуют системы, а учителю не предоставлен инструмент системного проектирования таких задач с учётом уровня класса, регионального контекста, роли производной и этапа урока.

Решение пятой задачи составило основной результат исследования: разработан и теоретически обоснован авторский интерактивный конструктор инженерно-прикладных задач по теме «Производная». Конструктор объединяет четыре оси проектирования задачи (инженерный контекст, роль производной, уровень сложности, этап урока) и опирается на единую структуру шаблона из восьми компонентов; его содержательное ядро образуют десять параметризованных шаблонов, охватывающих пять ролей производной и пять отраслей экономики Красноярского края.

Параметризованный характер шаблонов позволяет получать из одного шаблона множество конкретных задач при сохранении единой методической цели; определены сценарии применения конструктора на различных этапах урока и условия его эффективного использования.

Решение шестой задачи – апробация разработанного конструктора – было реализовано в период педагогической практики (февраль – март 2026 года) на базе 11 класса МАОУ «Гимназия № 4» города Красноярск. В апробации приняли участие 24 обучающихся и один учитель математики, выступивший в роли эксперта. Апробация проводилась на одном классе без деления на контрольную и экспериментальную группы и включала три этапа: констатирующий, формирующий и контрольный. На формирующем этапе была проведена серия из шести уроков по теме «Производная» с использованием задач, сгенерированных в конструкторе. Результаты контрольных срезов показали значительную положительную динамику: доля обучающихся, справившихся с заданиями продуктивного уровня, возросла с 20,8 % до 66,7 % (прирост 45,9 п.п.); прирост по реконструктивному уровню составил 20,8 п.п., по репродуктивному - 12,5 п.п. Анкетирование обучающихся выявило высокий уровень интереса (79,2 % отметили интерес к инженерно-прикладным задачам) и осознание прикладной значимости производной (75,0 %). Экспертная оценка конструктора учителем-практиком по семибалльной шкале дала средний балл 6,2, при этом наиболее высоко (7,0) был оценён инженерно-прикладной потенциал задач. Полученные данные подтверждают эффективность конструктора как средства усиления прикладной направленности обучения математике, а также его универсальность – апробация проводилась в общеобразовательном (не профильном) классе, что свидетельствует о возможности использования конструктора в массовой школьной практике.

Для устранения выявленного дефицита учебно-методического обеспечения и совершенствования математической подготовки в профильных

инженерно-технологических классах рекомендуется внедрить разработанный конструктор в практику преподавания темы «Производная» за счёт системного проектирования инженерно-прикладных задач с опорой на узнаваемые для обучающихся производственные ситуации региона. Это позволит обогатить содержание соответствующего модуля курса алгебры и начал математического анализа, усилить его предпрофессиональную направленность и предоставить учителю готовый инструмент подготовки задач для разных этапов урока и уровней подготовки класса. Дальнейшими направлениями работы выступают расширение содержательной базы конструктора за счёт включения производственных контекстов других субъектов Российской Федерации и детализации ролей производной, а также масштабирование его применения в различных регионах.

Практическая значимость исследования состоит в том, что его результаты - конструктор и сопровождающий его инструментарий - применимы учителями математики при подготовке к уроку, организации учебной и проектной деятельности, а также могут быть использованы при проектировании элективных курсов математической направленности и в подготовке студентов педагогических направлений к работе в профильных классах.

Таким образом, цель исследования достигнута, а поставленные задачи решены в полном объёме.

Список использованных источников

1. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования : утв. приказом Министерства образования Российской Федерации от 18 июля 2002 г. № 2783.
2. Федеральная образовательная программа среднего общего образования : утв. приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 18 мая 2023 г. № 371.
3. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования : утв. приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413.
4. О плане мероприятий по повышению качества математического и естественно-научного образования в Российской Федерации на период до 2030 года : распоряжение Правительства Российской Федерации от 16 ноября 2024 г. № 3303-р [Электронный ресурс]. – URL: <http://government.ru/docs/53427/> (дата обращения: 22.05.2026).
5. Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В. и др. Алгебра и начала анализа : учебник для 10–11 классов общеобразовательных учреждений. 15-е изд. М.: Просвещение, 2007.
6. Аниськин В. Н., Рахматуллина Д. К. Математическое моделирование как метод формирования познавательных универсальных учебных действий и компетенций обучающихся в условиях холистичной образовательной среды // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. — 2023. — Т. 29, № 3.
7. Багачук А.В., Беспалова Ю.В., Денисов Д.В., Рябцева Я.Е. Организация профориентации в профильных инженерных классах при взаимодействии школы и вуза // Информатика. Экономика. Управление — Informatics. Economics. Management. 2025. Т. 4. № 2. С. 1001–1009.
8. Баранова Ю. Ю., Уткина Т. В. Профессиональная навигация: формирование и развитие губернаторских инженерных классов в

- регионе // Научно-методическое обеспечение оценки качества образования. 2024.
9. В Красноярске откроют строительные классы / Главное управление образования администрации г. Красноярска [Электронный ресурс]. URL: <https://krasobr.admkrsk.ru/?p=42474> (дата обращения: 12.03.2026).
 10. В крае разрабатывается единый стандарт качества естественно-научного и математического образования / Министерство образования Красноярского края [Электронный ресурс]. URL: <https://krao.ru/publications/news/v-kray-razrabatyivaetsya-edinyij-standart-kachestva-estestvenno-nauchnogo-i-matematicheskogo-obrazovaniya/> (дата обращения: 12.03.2026).
 11. Васильева О.Н., Коновалова Н.В. Инженерные классы как инструмент профессиональной навигации // Высшее образование в России. 2018. Т. 27. № 12.
 12. Гончарова М. А., Сейтенова Г. Ж. Математическая подготовка будущих инженеров: проблемы и поиск путей решения // Мир науки, культуры, образования. — 2018. — № 3 (70).
 13. Гумерова Е. И., Вайнштейн Ю. В. Инженерная профессионализация школьников средствами математической подготовки // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Психолого-педагогические науки. — 2026. — Т. 23, № 1.
 14. Гурина Р.В. Концепция углубленной профильной подготовки учащихся физико-математических классов // Образование и наука. 2005. № 6(36).
 15. Дефицит кадров в промышленности: тренды 2024 / ANCOR [Электронный ресурс]. — URL: <https://ancor.ru/press/insights/kadrovyu-defitsit-v-promyshlennosti-trendy-2024-/> (дата обращения: 23.05.2026).
 16. Егупова М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя : монография. — М. : МПГУ, 2014.

17. Иванов Сергей Алексеевич ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ ИНЖЕНЕРНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ: МОДЕЛИ И ЭФФЕКТИВНЫЕ ПРАКТИКИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С РАБОТОДАТЕЛЯМИ // *Primo aspectu*. 2024. №2 (58).
18. Как в Красноярском крае стимулируется развитие промышленности / РБК Отрасли [Электронный ресурс]. — 2024. — 16 декабря. — URL: <https://www.rbc.ru/industries/news/67601e6f9a7947631d4f97f3> (дата обращения: 23.05.2026).
19. Калинина М.И., Трапезникова Л.Л. Формирование профессионально-образовательного маршрута старшеклассников в условиях профильного обучения // *Отечественная и зарубежная педагогика*. 2018. Т. 2. № 2(49).
20. Ковалева Г.И., Милованов Н.Ю. Способы обеспечения преемственности изучения понятий математического анализа между школой и вузом // *Мир науки, культуры, образования*. 2017. № 1.
21. Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И.; под ред. А.Б. Жижченко. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учебник для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. 2-е изд. М.: Просвещение, 2010.
22. Красноярский край : официальная страница субъекта Российской Федерации / Совет Федерации Федерального Собрания Российской Федерации [Электронный ресурс]. — URL: <http://council.gov.ru/structure/regions/KYA/> (дата обращения: 23.05.2026).
23. Кудряшова Е. Е., Волынчук Н. И., Снегурова В. И. [и др.] Методические рекомендации по созданию классов технологического и естественно-научного профилей и классов с углубленным изучением математики, физики, химии, биологии в общеобразовательных организациях с использованием инфраструктуры, созданной в рамках национального проекта «Образование» (Кванториумы, IT-кубы, Точки роста и др.) / под ред. Н. И. Волынчук. — Москва : ФГБНУ «Институт содержания и методов обучения им. В. С. Леднева», 2025

24. Лебедева Т. Н. Формирование инженерного мышления школьников при изучении предметов естественно-научного цикла // Современные проблемы науки и образования. — 2018. — № 6.
25. Ломакина Т.Ю., Васильченко Н.В. Профильное обучение: 20 лет спустя // Отечественная и зарубежная педагогика. 2024. Т. 1. № 1(97).
26. Макусева Т.Г. Математика в профильном обучении в школе // Наука и школа. 2010. № 6.
27. Министерство образования Красноярского края. Корпоративные классы [Электронный ресурс]. URL: <https://krao.ru/deyatelnost/obschee-obrazovanie/profilnyie-klassyi/korporativnyie-klassyi/> (дата обращения: 12.03.2026).
28. Министерство образования Красноярского края. Профильные классы [Электронный ресурс]. URL: <https://krao.ru/deyatelnost/obschee-obrazovanie/profilnyie-klassyi/> (дата обращения: 29.03.2026).
29. Министерство образования Красноярского края. Специализированные классы [Электронный ресурс]. URL: <https://krao.ru/deyatelnost/obschee-obrazovanie/profilnyie-klassyi/spetsializirovannyye-klassyi/> (дата обращения: 12.03.2026).
30. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 1 : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). 14-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2013.
31. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1 : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). 4-е изд., доп. М.: Мнемозина, 2007.
32. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учебник для общеобразовательных организаций. М.: Просвещение, 2019. 464 с. Если тебе нужен именно старый вариант, который ты использовал раньше,

- можно оставить так: Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. М.: Просвещение, 2009.
33. Носков Н.Г., Крузе Б.А., Филипович В.В. Формирование инженерного образовательного пространства в школе // Гуманитарные исследования. Педагогика и психология. 2023. № 13.
34. Пинчук И.А., Тимошенко Н.И. Методические рекомендации изучения производной в старших математических классах // Проблемы современной науки и образования. 2015. № 4(34).
35. Реализация профильного обучения технологической (инженерной) направленности на уровне среднего общего образования : методические рекомендации / Т. Ю. Ломакина, Н. В. Васильченко [и др.] ; под ред. Т. Ю. Ломакиной. — М. : ФГБНУ «Институт стратегии развития образования», 2024 [Электронный ресурс]. — URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2024/01/metod.rek.-prof.obuch.-lomakina_itog_02_2024.pdf
36. Родичев Н.Ф., Чистякова С.Н. Профессиональная ориентация школьников в условиях предпрофильной подготовки и профильного обучения // Дополнительное образование. 2004. № 11.
37. Румбешта Е.А., Войцеховская З.А. Взаимодействие школы и вуза при организации проектно-исследовательской деятельности школьников // Научно-педагогическое обозрение (Pedagogical Review). 2019. Вып. 4(26).
38. Сапа А.В. Педагогическое сопровождение самоопределения школьников в условиях внутришкольной модели профильного обучения // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. 2012. № 3.
39. Снегурова В.И., Готская И.Б. Общие подходы и принципы организации инженерных классов // Отечественная и зарубежная педагогика. 2025. Т. 2. № 6(110).

40. Стрельцова И.С. Различные подходы к изучению темы «Производная» в учебниках общеобразовательных школ // Теория и практика современной науки. 2021. № 6(72).
41. Тарасов А. И., Серебренникова Ю. А. Наборы-конструкторы как инструмент формирования инженерного мышления школьников // Образование и наука. — 2025. — Т. 27, № 3.
42. Терешин Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики : книга для учителя. — М. : Просвещение, 1990.
43. Титова О.С. О прикладной ориентации школьного курса математики // Наука о человеке: гуманитарные исследования. 2017. № 2(28).
44. Тумашева О. В., Шашкина М. Б. Методические затруднения учителей математики в современной школе // Научно-педагогическое обозрение. — 2022. — № 6 (46).
45. Чиганов А. С., Грачев А. С. Начала инженерного образования в школе // Современные проблемы науки и образования. — 2015. — № 3.
46. Чичкаков А.А. Изучение производной в школьном курсе математики // Информация и образование: границы коммуникаций INFO'18. 2018.
47. Как в Красноярском крае стимулируется развитие промышленности / РБК Отрасли [Электронный ресурс]. — 2024. — 16 декабря. — URL: <https://www.rbc.ru/industries/news/67601e6f9a7947631d4f97f3> (дата обращения: 23.05.2026).
48. Дефицит кадров в промышленности: тренды 2024 / ANCOR [Электронный ресурс]. — URL: <https://ancor.ru/press/insights/kadrovyu-defitsit-v-promyshlennosti-trendy-2024/> (дата обращения: 23.05.2026).
49. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. — М.: Педагогика, 1989.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Лист наблюдения за уроком

Учитель-наблюдатель: Е.А. Епишкин

Класс: 11 (МАОУ «Гимназия № 4», г. Красноярск)

Предмет: математика

Тема урока: [указать тему, например, «Применение производной к решению инженерно-прикладных задач»]

Дата: _____

Используемый шаблон конструктора: _____

№	Критерий наблюдения	Баллы / Заметки
1	Вовлечённость учащихся в обсуждение производственной ситуации (активность, вопросы, реплики)	
2	Умение выделить существенные параметры задачи из текста	
3	Способность перевести условие на математический язык (составить функцию)	
4	Корректность выполнения дифференцирования и исследования функции	
5	Интерпретация полученного результата в исходном контексте	
6	Самостоятельность выполнения (работа в группах / индивидуально)	
7	Возникающие типичные ошибки (кратко)	
8	Заинтересованность инженерным контекстом (высокая/средняя/низкая)	
9	Дополнительные вопросы учащихся сверх условия	
10	Общая оценка урока (как прошло, достигнуты ли цели)	

Примечание: Оценка по каждому критерию может быть дана в произвольной форме (словесно, по 5-балльной шкале, либо краткая запись наблюдений). В рамках апробации лист заполнялся на каждом уроке, обобщённые данные представлены в параграфе 2.3.

Приложение 2

Анкета для обучающихся**Уважаемый ученик!**

Просим тебя ответить на вопросы анкеты. Это поможет нам оценить, насколько интересными и полезными были задачи с инженерным содержанием, которые мы решали на уроках по теме «Производная». Ответы анонимны, честность приветствуется.

Инструкция: отметь знаком «+» вариант ответа, который больше всего тебе подходит.

1. Были ли условия задач понятны и доступны?

- Да, всегда
- В основном да
- Иногда возникали сложности
- Часто было непонятно

2. Узнавал(а) ли ты производственные ситуации, описанные в задачах (например, ГЭС, БПЛА, металлургия)?

- Да, многие были знакомы
- Некоторые были знакомы
- Почти ничего не знал(а)
- Впервые слышу

3. Насколько тебе было интересно решать такие задачи?

- Очень интересно
- Интересно
- Скорее неинтересно
- Совсем неинтересно

4. Стало ли тебе понятнее, как производная применяется в технике и инженерии?

- Да, стало гораздо понятнее
- В чём-то стало понятнее
- Не изменилось
- Стало ещё менее понятно

5. Появился ли у тебя интерес к инженерным профессиям после этих уроков?

- Да, появился
- Скорее да, чем нет

- Скорее нет, чем да
- Нет, не появился

6. Какая из задач запомнилась больше всего и почему? (напиши кратко)

7. Что бы ты хотел(а) изменить в таких задачах? (свободный ответ)

Спасибо за участие!

Приложение 3

Лист экспертной оценки конструктора

Эксперт: _____ (ФИО учителя)

Должность: учитель математики

Квалификационная категория: высшая

Стаж работы: _____ лет

Дата оценки: _____

Инструкция: Оцените каждый из семи показателей по 7-балльной шкале (1 – крайне низкая оценка, 7 – максимальная). Дайте краткое обоснование каждого балла.

№	Показатель	Оценка (1-7)	Обоснование
1	Удобство интерфейса конструктора (интуитивность, скорость работы)		
2	Полнота охвата ролей производной (скорость, экстремумы, исследование функций, касательная, чувствительность)		
3	Методическая обоснованность шаблонов (соответствие логике изучения темы)		
4	Качество методических комментариев к задачам (полезность для учителя, типичные ошибки)		
5	Инженерно-прикладной потенциал задач (реалистичность, узнаваемость, связь с реальностью)		
6	Соответствие содержания профильному/ общеобразовательному курсу (не выходит за рамки, но углубляет)		
7	Пригодность для использования на разных этапах урока (мотивация, закрепление, проект, контроль)		
	Средний балл		

Дополнительные комментарии и предложения по улучшению конструктора:

Заключение эксперта:

Конструктор признан методически состоятельным / требует доработки (нужное подчеркнуть).

Рекомендуется к использованию в практике (да / нет).

Подпись эксперта: _____

Приложение 4

Контрольные срезы (входной и итоговый)

Ниже приведены образцы заданий, использованных на констатирующем и контрольном этапах апробации.

Входной срез

(выполнялся до начала работы с конструктором)

Уровень 1. Репродуктивный (вычисление производной)

Найдите производную функции:

а) $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$

б) $g(x) = \sin x + e^x$

в) $h(x) = \frac{x+1}{x-1}$

Уровень 2. Реконструктивный (исследование функции на экстремум)

Исследуйте функцию $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на экстремумы. Найдите промежутки возрастания и убывания.

Уровень 3. Продуктивный (прикладная задача)

Из квадратного листа жести со стороной 60 см требуется изготовить открытую коробку наибольшего объёма, вырезая по углам квадраты и загибая оставшиеся края. Найдите размеры вырезаемых квадратов.

Итоговый срез

(выполнялся после завершения работы с конструктором)

Уровень 1. Репродуктивный

Найдите производную функции:

а) $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 7$

б) $g(x) = \cos x - \ln x$

в) $h(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

Уровень 2. Реконструктивный

Исследуйте функцию $y = x^4 - 2x^2 + 1$ на экстремумы. Определите промежутки монотонности.

Уровень 3. Продуктивный (прикладная задача, аналогичная инженерной)

Для цилиндрического резервуара объёмом $V = 20 \text{ м}^3$ требуется найти такие радиус основания r и высоту h , чтобы площадь поверхности (дно + боковая стенка) была минимальна. (Резервуар открытый сверху). Выведите формулу и найдите оптимальные размеры.

Приложение 5



Ссылка на Конструктор задач в формате HTML