

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В. П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра физики, технологии и методики обучения

Рудина Маргарита Анатольевна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Межпредметная интеграция физики и математики в 7-9 классах: методический
подход к повышению эффективности обучения

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы

Физическое и технологическое образование в новой образовательной практике
ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ


Заведующий кафедрой
доцент, кандидат педагогических наук
Е.В. Латынцев
19.11.2025 (дата, подпись)
Руководитель магистерской программы
профессор, доктор педагогических наук
В.И. Тесленко
17.11.2025 (дата, подпись)
Руководитель
профессор, доктор педагогических наук
И.В. Богомаз
17.11.2025 (дата, подпись)
Дата защиты 18.11.2025
Обучающийся
М.А. Рудина
10.11.2025 (дата, подпись)
Оценка отлично
(прописью)

Содержание

Введение	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕЖПРЕДМЕТНОЙ ИНТЕГРАЦИИ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ В 7-9 КЛАССАХ	10
1.1. Исторический аспект преподавания физики и математики в школе.....	10
1.2. Психолого-педагогические основы межпредметных связей.....	16
1.3. Анализ современных требований ФГОС к метапредметным результатам в контексте интеграции физики и математики.....	20
1.4. Проблемы и возможности корреляции содержания курсов физики и математики в 7-9 классах.....	25
Выводы по первой главе	32
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА И АПРОБАЦИЯ МЕТОДИКИ МЕЖПРЕДМЕТНОЙ ИНТЕГРАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МЕХАНИКИ	34
2.1. Принципы отбора содержания и построения методики интеграции физики и математики.....	34
2.2. Комплекс межпредметных задач по механике для 7-9 классов.....	47
2.3. Методические приемы реализации межпредметных связей на уроках физики и математики.....	61
2.4. Экспериментальная проверка эффективности методики.....	72
Выводы по второй главе	82
Заключение	85
Библиографический список	88
Приложения	93

Введение

Актуальность исследования. Проблема межпредметных связей (МПС), имеющая глубокие исторические корни в трудах Я.А. Коменского, К.Д. Ушинского и получившая интенсивное развитие в отечественной педагогике конца XX и начала XXI века (исследования В.А. Гусева, И.Д. Зверева, И.Я. Лернера, В.Н. Максимовой, А.А. Пинского, И.В. Богомаз, В.Н. Янца и других) в современном образовательном контексте приобретает новое звучание. В условиях реализации Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС), ориентированных на достижение метапредметных результатов и формирование целостной картины мира, эффективная интеграция учебных дисциплин становится не просто желательной, а обязательной.

Особую значимость имеет взаимосвязь физики и математики как фундамента естественно-научного и инженерно-технического образования. Однако на практике между этими дисциплинами зачастую существует разрыв, что негативно сказывается на качестве подготовки учащихся. О результатах этого разрыва свидетельствует статистика ЕГЭ по физике в Красноярском крае: за последние три года наблюдается стабильно низкая доля сдающих данный предмет: 13,59% в 2023 г., 12,68 в 2024 г. и 13,86% в 2025 г., а средний тестовый балл находится в диапазоне 53-61, что ниже критерия уверенного освоения предмета - уровня отметки «хорошо». Негативной тенденцией является также сокращение количества стабильных работ (8 в 2023 г., 12 в 2024 г. и 4 в 2025 г.).

Можно предположить, что одной из ключевых причин такой ситуации является недостаточное понимание учащимися прикладного аспекта математического аппарата при изучении ключевых разделов физики, в первую очередь – механики, которая изучается в течение всего курса физики 7-9 классов. Анализ результатов ЕГЭ 2025 года позволяет идентифицировать наиболее проблемные зоны: интерпретация кинематических графиков, расчёт момента силы и анализ механических колебаний, решение которых требует уверенного владения математическим инструментарием. Мы считаем, что целенаправленное

выстраивание логико-содержательных связей между математическим аппаратом и физическими задачами на основе методически обоснованного подхода способно кардинально изменить ситуацию.

Таким образом, выявлено противоречие между объективной необходимостью реализации межпредметных связей физики и математики для формирования системных знаний у учащихся 7-9 классов и отсутствием разработанной методики, обеспечивающей эту интеграцию именно на материале раздела «Механика», пронизывающего весь курс физики основной школы.

Объект исследования: процесс обучения физике и математике учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений.

Предмет исследования: методика реализации межпредметных связей физики и математики при изучении раздела «Механика» в 7-9 классах.

Цель исследования: разработка, теоретическое обоснование и экспериментальная проверка методики реализации межпредметных связей физики с математикой при изучении механики в 7-9 классах.

Гипотеза исследования: качество знаний учащихся по физике и математике в 7-9 классах будет существенно повышено, если:

– в процессе обучения механике будет планомерно и систематически реализовываться разработанная методика межпредметной интеграции, основанная на принципе опережающей формирования математических компетенций;

– учебный процесс будет иметь практико-ориентированный характер, демонстрирующий применение математического аппарата для решения конкретных физических задач;

– в обучение будет заложена система обобщенных методов и приемов установления связей между дисциплинами, позволяющая учащимся самостоятельно переносить приобретенные навыки на другие разделы физики.

В соответствии с целью и гипотезой исследования в работе были поставлены следующие **задачи исследования:**

1. Проанализировать состояние проблемы межпредметной интеграции физики и математики в научно-методической литературе и выявить дидактические основы формирования содержания раздела «Механика» в 7-9 классах.

2. Определить и структурировать комплекс математических понятий и умений, необходимых для успешного усвоения ключевых тем механики в 7-9 классах.

3. Разработать и теоретически обосновать методику реализации межпредметных связей, включающую критерии отбора задач и методические приемы работы на уроках.

4. Экспериментально проверить эффективность разработанной методики в условиях общеобразовательной школы.

Научная новизна исследования состоит в том, что:

– разработана и обоснована структурно-логическая модель интеграции содержания курсов физики и математики при изучении механики в 7-9 классах, основанная на принципе синхронизации и опережающего формирования математического аппарата;

– определены критерии отбора и конструирования межпредметных задач, обеспечивающих эффективное формирование умения применять математические знания в физическом контексте.

Теоретическая значимость исследования заключается в углублении теоретических основ методики преподавания физики за счет разработки принципов и модели межпредметной интеграции с математикой на материале раздела «Механика» в основной школе.

Практическая значимость работы заключается в том, что разработанные:

– комплекс межпредметных задач по механике;

– методические рекомендации по проведению уроков и организации проектной деятельности могут быть непосредственно использованы учителями

физики и математики в 7-9 классах общеобразовательных школ для повышения эффективности обучения.

Положения, выносимые на защиту:

1. Теоретико-методологическое положение.

Разработанная методика реализации межпредметных связей физики и математики, основанная на структурно-логической модели и принципе опережающего формирования математических компетенций, является эффективным средством повышения качества знаний учащихся 7–9 классов по физике и математике при изучении раздела «Механика».

2. Содержательно-дидактическое положение.

Комплекс межпредметных задач по механике, отобранный на основе критериев практической направленности, соответствия общим понятиям дисциплин и принципу градуальности (последовательного усложнения), способствует формированию у учащихся умения применять математический аппарат для решения учебных физических задач и построения простейших математических моделей физических процессов.

3. Процессуально-методическое положение.

Система методических приемов (включая прием «физический контекст для математической абстракции», «двойной эксперимент», интегративную задачу-кейс, проблемное изложение и проектную деятельность) обеспечивает осознанное усвоение связей между курсами физики и математики, формируя у учащихся готовность к переносу знаний и метапредметные компетенции (анализ, моделирование, системное мышление).

Методы исследования:

1. Теоретические методы: изучение и анализ методологической, научно-технической, психолого-педагогической и методической литературы по проблематике исследования, методы системного анализа и системной динамики, общенаучные методы – обобщение, классификация, систематизация, сравнение, моделирование, структурный и функциональный анализ, анализ

образовательных стандартов, учебных планов, программ и учебных пособий по физике и математике, моделирование содержания обучения и др.

2. Методы эмпирического исследования: наблюдение, тестирование, анкетирование, констатирующий и формирующий педагогический эксперименты, анализ деятельности педагогов и учащихся и др.

3. Статистические методы: методы статистики, которые использовались для обработки полученных данных и посредством которых определялись значимость и надежность полученных результатов.

Экспериментальной базой исследования были: МАОУ «Гимназия №13 «Академ» (г. Красноярск), Школа космонавтики имени академика С.П. Королёва (г. Железногорск).

Этапы исследования: педагогический эксперимент проводился в три этапа:

1. Констатирующий этап (сентябрь 2023 г.): на данном этапе проводилось входное тестирование учащихся контрольных и экспериментальных групп по физике и математике. Целью тестирования было определение исходного уровня знаний и умений учащихся и обеспечение сопоставимости групп.

2. Формирующий этап (октябрь 2023 г. — май 2024 г.): на данном этапе проводилось обучение учащихся контрольных и экспериментальных групп. В контрольных группах обучение проводилось по традиционной методике, предусмотренной учебной программой. В экспериментальных группах обучение проводилось с использованием разработанной методики реализации межпредметных связей. На этом этапе реализовывались такие методические приемы, как задачи с межпредметным содержанием, интегрированные уроки (где это было возможно), проектная и исследовательская деятельность.

3. Контрольный этап (май 2024 г.): на этом этапе проводилось итоговое тестирование учащихся контрольных и экспериментальных групп по физике и математике. Целью тестирования было определение уровня знаний и умений учащихся после проведения формирующего этапа эксперимента и сравнение результатов контрольных и экспериментальных групп. Тест был аналогичен

входному тестированию, но включал в себя задания, проверяющие усвоение материала, изученного в течение учебного года.

По теме исследования опубликованы **следующие статьи:**

1. Повышение качества инженерного образования на основе взаимосвязи математики и механики в системе основного и среднего образования/ И.В. Богомаз, Л.Ю. Фомина, Е.А. Чабан, М.А. Рудина. – Текст: электронный // Инженерное образование. – 2024. - №36.
2. Bogomaz I. V. Problem-oriented learning in the study of mechanics as a means of forming analytical type of thinking in students / I. V. Bogomaz, M. A. Rudina. - Text : electronic // International Conference «SCIENTIFIC RESEARCH OF THE COUNTRIES: SYNERGY INTEGRATION». – Beijing: 2025.
3. Рудина, М. А. Межпредметная интеграция физики и математики в 7-9 классах: методический подход к повышению эффективности обучения/ М. А. Рудина // Образование и наука в XXI веке: математика, физика, информатика и технологии в смарт-мире: материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Красноярск, 2025. - С. 281-285.
4. Рудина, М. А. Проблемно-ориентированное обучение при изучении механики как средство формирования аналитического типа мышления у обучающихся / М.А. Рудина, И.В. Богомаз // материалы Международной научно-практической конференции / Формирование мышления в процессе обучения естественнонаучным, технологическим и математическим дисциплинам. – Екатеринбург, 2024. – С. 151-157.
5. Рудина, М.А. Оценка эффективности проблемного обучения в физике: критерии, методы и результаты / М.А. Рудина // материалы II Всероссийской научно-методической конференции / Специалист новой формации: проблемы и перспективы развития профессионального образования. – Красноярск, 2025. – С.242-248.

Методическое пособие

6. Богомаз, И. В. Нестандартные задачи по механике Часть II. Кинематика: учебное пособие / учебное пособие / И.В. Богомаз, В.И. Тесленко, М.А. Рудина. – Красноярск: Красноярский гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева, - 2024. – 129 с. - ISBN 978-5-00102-720-1.

Глава 1. Теоретические основы межпредметной интеграции физики и математики в 7-9 классах

1.1 Исторический аспект преподавания физики и математики в школе

Изучение исторического аспекта преподавания физики и математики позволяет выявить генезис и динамику развития идеи межпредметной интеграции, определить периоды ее актуализации и стагнации, а также проанализировать эффективность различных педагогических подходов в контексте конкретных социально-образовательных парадигм. Данный анализ является основой для понимания современных проблем и перспектив реализации межпредметных связей (МПС).

Допетровская Русь: религиозный характер и практическая направленность. На территории России до XVIII века систематическое светское образование, аналогичное европейским университетам или школам, отсутствовало. Грамотность и элементарные знания передавались в рамках индивидуального обучения у «мастеров грамоты» или в семьях дьяков и подьячих. Основу образования составляло изучение богослужебных текстов и церковно-славянской грамоты. Что касается физико-математических знаний, то они носили сугубо прикладной, ремесленный характер: практическая геометрия («землемерие») и арифметика были необходимы в торговле, строительстве, иконописи (техника перспективы), а также в государственном делопроизводстве. Первые учебники арифметики, известные как «Цифирные счетные мудрости», появились в XVII веке [1]. Естественнонаучные представления черпались из переводных сочинений (например, «Шестоднев») и имели натурфилософский или богословский характер. Таким образом, ни о какой предметной системе или сознательной интеграции физики и математики в допетровскую эпоху речи не идет; эти области знания существовали отдельно как практические навыки или как часть религиозного мировоззрения.

Античные истоки и средние века. Тесная взаимосвязь физики и математики как наук была заложена в античный период. Работы таких

мыслителей, как Архимед, продемонстрировали мощь математического моделирования для решения физических задач (законы рычага, гидростатика) [2]. Однако в системе организованного образования в эпоху Античности и, впоследствии, в Средневековье эти дисциплины не были структурированы как отдельные учебные предметы. Преподавание носило энциклопедический или схоластический характер, и вопрос о сознательной интеграции методик преподавания не стоял.

Европейский контекст: схоластика и университеты. Важно отметить, что в средневековой Европе образование было сосредоточено в университетах, где основу составлял тривиум (грамматика, риторика, диалектика) и квадривиум (арифметика, геометрия, музыка, астрономия) [3]. Хотя квадривиум включал математические дисциплины, а астрономия была близка к «физике» в античном понимании, их изучение носило абстрактный, часто подчиненный теологии характер. Естествознание (физика) и математика существовали как части единого философского знания, и их интеграция не была методической проблемой, так как не ставилась цель практического применения математики для объяснения природных явлений, что кардинально изменится лишь в эпоху Научной революции XVII века.

Эпоха Научной революции XVII века: методологический прорыв. Кардинальный перелом в отношениях между физикой и математикой произошел в эпоху Научной революции (Галилей, Кеплер, Ньютон). Именно в этот период математика стала рассматриваться не просто как инструмент вычислений, а как язык, на котором написана книга природы [4]. Принцип математизации естествознания, сформулированный Галилеем, и создание Ньютоном математических «Начал» натуральной философии заложили методологическую основу для будущей интеграции этих наук в образовании [5]. Однако, несмотря на этот фундаментальный прорыв, в школьной практике XVII-XVIII веков он не нашел немедленного отражения. Образование оставалось классическим, и выделение физики и математики в самостоятельные дисциплины с осознанной установкой на их взаимосвязь произошло значительно позже.

Образование в Азии: практико-ориентированная целостность. Для формирования более полной картины необходимо учитывать иной путь развития знаний в странах Азии, в частности, в Китае. В отличие от Европы, где после античности произошел разрыв, китайская научная традиция демонстрировала преемственность. Математические знания («суаньшу») и натурфилософские представления (например, теория инь-ян и пяти элементов) были тесно переплетены в единой картине мира и развивались в прикладном ключе, обслуживая нужды государственного управления, астрономических расчетов, календаря, строительства и ремесел [6]. Классическое образование, ориентированное на сдачу имперских экзаменов («кэцзюй»), было сфокусировано в первую очередь на освоении конфуцианского канона. Естественные науки и математика не составляли его ядра, но передавались как практические навыки в рамках ремесленных школ или внутри семейных династий ученых. Таким образом, интеграция знаний носила не методический, а сугубо практический и мировоззренческий характер, что, однако, не помешало достижению значительных успехов (например, в области магнитных явлений, механики, математического анализа). Этот пример показывает, что тесная связь знаний может существовать вне рамок формальной предметной системы.

Становление предметной системы в России XVIII-XIX вв. Систематическое светское образование в России начинается с реформ Петра I, ориентированных на подготовку специалистов для армии, флота и промышленности. Открытие Навигацкой школы (1701), Инженерной и Артиллерийской школ заложило основу для преподавания математических и навигацких (т.е. прикладных физических) наук [7]. С формированием классической гимназической и реальной училищной системы в XIX веке физика и математика окончательно оформились как самостоятельные учебные дисциплины, что соответствовало общемировой тенденции дифференциации научного знания. Преобладала **концентрическая система** обучения, где каждый предмет изучался изолированно. Хотя в учебниках по физике (например, К.Д. Краевича) присутствовали математические расчеты, а в курсе математики

приводились отдельные физические примеры, это носило характер **эпизодического применения знаний**, а не планомерной интеграции [8]. Методическая идея сознательного установления МПС не была системообразующей.

В начале XX столетия в России была введена предметная система обучения. В этот период в школах выделился общенаучный блок, которому отводилась роль фундаментальной базы предметной подготовки. В учебных дисциплинах динамично растущий объем знаний структурировался и отображался в пособиях и учебниках. Началось развитие методической науки вообще, независимо от содержания учебной дисциплины. В развитии методики как системы методов последовательного и наиболее эффективного достижения целей обучения, объективно находили отражение и общие принципы диалектики, ведущие принципы теории обучения – динамизм, научность, системность и систематичность. Именно благодаря предметной системе обучения Россия в 1913 г. вошла в число промышленно развитых стран мира.

Качественная предметная система образования, сложившаяся к началу XX века, стала одним из важных факторов подготовки инженерно-технических кадров, способствовавших промышленному развитию России. Выдающийся русский инженер-механик С.П. Тимошенко, оценивая высокий уровень отечественных специалистов, отмечал: «...обдумывая причину наших достижений, я прихожу к заключению, что немалую роль в этом деле сыграло образование. Основательная подготовка по математике и механике давало нам преимущества... особенно при решении новых нешаблонных задач» [9].

Предметная система обучения, основанная на структурных взаимосвязях всех учебных дисциплин, позволяла сохранить целостность фундаментальной базы образования и на этой основе обеспечить высокий профессиональный уровень специалистов.

Советский период: от экспериментов к стандартизации и поиску интеграции. После 1917 года советская власть начала масштабную реформу образования, направленную на его демократизацию. В 1920-е годы

предпринимались эксперименты по отказу от предметной системы в пользу комплексного обучения (метод проектов, бригадно-лабораторный метод), что привело к определенному падению уровня фундаментальной подготовки. Осознание этой проблемы к началу 1930-х годов вызвало контрреформу: была восстановлена устойчивая предметная система с четкими программами и едиными учебниками [10].

В 1950-60-е годы с усилением внимания к политехническому образованию, провозглашавшему связь теории с практикой, возникла предпосылка для более активного использования математического аппарата в физике. Однако на уровне программ интеграция часто оставалась декларативной. Наиболее значимые попытки системной интеграции предпринимались в 1960-70-е годы в рамках общемирового «межпредметного движения». В СССР велись активные научно-методические разработки (например, школа В.Н. Максимовой в Ленинграде), предлагались модели согласования учебных программ [11]. Однако эти новации не получили массового распространения из-за жесткости учебных планов и недостаточной подготовки учителей.

С 1970-х годов стало меняться отношение государства к образованию в целом. Расходы государства на образование стали резко сокращаться. С конца 70х годов стал уменьшаться объем естественнонаучных программ в средних школах. Таким образом, постепенно уменьшая объем физико-математических программ, средняя общеобразовательная школа перестала формировать естественнонаучную базу всем школьникам в том формате, который существовал в советской школе.

Стоит отметить, что в этот период наблюдался общий мировой тренд на усиление фундаментальности естественно-научного образования, особенно в контексте космической и технологической гонки, что, однако, не всегда сопровождалось глубокой интеграцией между дисциплинами.

Постсоветский и современный этап. С 1990-х годов произошел отказ от единообразия, что привело к появлению вариативных программ и учебников. Это открыло возможности для экспериментальных интегративных курсов, но

одновременно привело к размыванию скоординированного подхода. В 2000-е годы с введением Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) акцент на достижение метапредметных результатов вновь сделал проблему МПС чрезвычайно актуальной [12]. Современные вызовы, такие как развитие STEM-образования (Science, Technology, Engineering, Mathematics) и цифровизация, создают новую среду для интеграции, требующую, однако, разработки конкретных методических решений. Примечательно, что современные интегративные подходы (STEM) во многом являются развитием идей политехнизма и межпредметных связей, но на новом технологическом уровне.

Таким образом, исторический анализ показывает, что проблема интеграции физики и математики в школьном преподавании носит циклический характер. Рассмотрение различных культурных и исторических контекстов позволяет сделать вывод: тесная связь знаний может поддерживаться как в рамках формальной предметной системы (через сознательную методическую интеграцию), так и вне ее – на основе практической необходимости и целостного миропонимания. Периоды актуализации идеи МПС сменялись этапами доминирования предметной разобщенности. Ключевыми препятствиями исторически выступали организационно-методические трудности и недостаточная готовность педагогического сообщества.

1.2. Психолого-педагогические основы межпредметных связей

Внедрение междисциплинарных подходов в преподавании физики и математики предполагает обязательный учет возрастных особенностей учащихся 7-9 классов (13-15 лет) позволяет выстроить образовательный процесс в соответствии с закономерностями развития их познавательной и личностной сферы. В данном возрасте происходят значительные изменения, создающие благоприятную почву для реализации межпредметных связей (МПС): интенсивное развитие формально-логического мышления, формирование устойчивых познавательных интересов и усиление потребности в практической значимости получаемых знаний [12, 13].

Психологические особенности подростков, значимые для интеграции математики и физики, включают:

1. **Переход к абстрактно-логическому мышлению.** По теории Ж. Пиаже, этот возраст соответствует стадии формальных операций, когда учащиеся начинают оперировать гипотезами, строить дедуктивные умозаключения и понимать сложные причинно-следственные связи, что является основой для усвоения теоретических концепций физики и математического моделирования [14].

2. **Формирование научных понятий.** Согласно взглядам Л.С. Выготского, в подростковом возрасте происходит активное развитие понятийного мышления, где межпредметные связи выступают как средство формирования целостной научной картины мира, а не разрозненных знаний [15].

3. **Потребность в практической апробации знаний.** Стремление подростка к самостоятельности и взрослости проявляется в желании понять, как полученные знания применяются в реальности. Межпредметные задачи, имеющие практический контекст, служат мощным мотивационным ресурсом.

4. **Развитие рефлексии и самооценки.** Успешное решение комплексных задач, требующих интеграции знаний из разных дисциплин, способствует росту уверенности в своих силах и формированию адекватной самооценки.

Дидактической основой для реализации МПС служит система педагогических принципов, которые приобретают в этом контексте специфическое звучание:

- **принцип научности и системности** трансформируется в требование раскрывать единство законов природы и математических методов их описания, показывая физику как точную науку;
- **принцип наглядности** реализуется через использование не только демонстрационных экспериментов, но и математических графиков, диаграмм, компьютерных симуляций, визуализирующих абстрактные зависимости;
- **принцип проблемности** предполагает создание учебных ситуаций, где для решения физической проблемы необходимо привлечение математического аппарата, и наоборот;
- **принцип сознательности и активности** достигается через вовлечение учащихся в проектную и исследовательскую деятельность, где межпредметные связи становятся не внешним требованием, а внутренней необходимостью [16].

Приобретение интегрированных знаний обусловлено степенью развития когнитивных процессов обучающихся, включая мышление, память, внимание и воображение.

Образовательная деятельность, в свою очередь, должна быть ориентирована на стимулирование интереса к метапредметному обучению, совершенствование навыков критического анализа и повышение уровня автономности в учебном процессе. Учитывая вышеперечисленные аспекты можно выделить наиболее эффективные приемы, способствующие реализации МПС:

- разработка и решение интегрированных задач, в условиях которых физическое содержание требует для своего анализа применения определенных математических методов (например, использование производной для нахождения экстремумов в физических процессах);

- реализация интегрированных учебных занятий, совместно проводимых учителем физики и математики, акцентирующих общность подходов к изучению закономерностей (например, тема "Баллистическая задача").

- организация проектно-исследовательской деятельности, в рамках которой математический аппарат используется для обработки данных физического эксперимента, построения моделей и прогнозирования результатов;

- применение цифровых инструментов (интерактивные модели, среды программирования) для проведения виртуальных экспериментов, где изменение параметров и их математических соотношений происходит в реальном времени;

- осуществление выездных мероприятий на производственные объекты и в научно-исследовательские лаборатории с целью демонстрации практической значимости физико-математических знаний.

Важным условием является создание благоприятной образовательной среды, способствующей развитию познавательного интереса и мотивации к обучению. Это предполагает:

- создание атмосферы доверия и сотрудничества в классе;
- поддержку инициативы и самостоятельности учащихся;
- организацию внеурочной деятельности, направленной на углубление знаний по физике и математике.

В заключение следует подчеркнуть, что психолого-педагогической основой реализации межпредметных связей является синергетическое единство учета возрастных возможностей учащихся и целенаправленного применения системы дидактических принципов и методов. Такой подход способствует не только повышению эффективности усвоения учебного материала по физике и математике, но и формированию у школьников целостного естественно-научного мировоззрения, развитию метапредметных компетенций и критического мышления.

1.3. Анализ современных требований ФГОС к метапредметным результатам в контексте интеграции физики и математики

Современный Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) основывается на системно-деятельностном подходе, в рамках которого

метапредметные результаты выдвигаются на первый план [12]. Эти результаты подразумевают освоение обучающимися универсальных учебных действий (УУД), обеспечивающих овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу умения учиться. В этом контексте **межпредметные связи (МПС)** перестают быть лишь дидактическим приемом, а становятся **необходимым условием** достижения заявленных стандартом требований, поскольку именно они формируют целостную картину мира и способность применять знания в новых, нестандартных ситуациях.

В научной литературе на данный момент существует порядка 40 определений такой категории, как “межпредметные связи”. Первое официальное определение этого понятия появилось в 1961 году в двухтомном педагогическом словаре и формулировалось следующим образом: «взаимная согласованность учебных программ, обусловленная системой наук и дидактическими целями [17].

В настоящее время в научной литературе, понятие «межпредметные связи» имеет множество трактовок. Проведенный анализ позволяет не просто перечислить определения, а **синтезировать комплексное понимание**, актуальное для современного образования:

– **МПС как дидактическое условие** (И. К. Турышев, А.В. Усова [18], [19]): обеспечивают отражение в содержании образования объективных взаимосвязей, действующих в природе, и повышают научный уровень знаний.

– **МПС как педагогическая категория** (Г.Ф. Федорец [20]): обозначает синтезирующие отношения между объектами реальной действительности, нашедшие отражение в содержании, формах и методах обучения.

– **МПС как принцип и инструмент** (В.Д. Далингер [21]): может рассматриваться как самостоятельный дидактический принцип, средство реализации преемственности и взаимной согласованности учебных программ.

Наиболее полной, соответствующей духу ФГОС, является трактовка Т.Л. Блиновой, которая интегрирует предыдущие подходы: «Межпредметные связи -

это дидактическое условие, сопутствующее отражению в учебном процессе сформированности целостного мировоззрения... а также овладение учащимися навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности» [22]. Это определение напрямую связывает МПС с метапредметными и личностными результатами.

Теоретическое значение – межпредметные связи понимаются либо как принцип дидактики, либо как одно из проявлений принципа систематичности и последовательности, либо как дидактическое условие.

Конкретное значение – межпредметные связи понимаются как выражение фактических связей, устанавливаемых в процессе обучения или в сознании ученика – между различными учебными дисциплинами [23].

Таким образом, проблема определения и реализации межпредметных связей в образовании развивается параллельно с изменением научных и философских представлений. Успешное внедрение межпредметного подхода требует опоры на дидактические принципы, обеспечивающие целостность картины мира, научную достоверность, системность изложения, доступность для понимания и другие важные аспекты обучения. Также можно сделать вывод, что строгого определения межпредметных связей не существует, так как данную категорию можно рассматривать с точки зрения разных принципов, предметов, уровней образовательной структуры. Однако, основываясь на понимании сущности межпредметных связей, можно выделить два основных направления, которые существуют в педагогике на сегодняшний день:

Межпредметные связи (МПС) в образовании представляют собой взаимообусловленность и взаимопроникновение содержания различных учебных предметов, позволяющие формировать у обучающихся целостное представление о мире. В контексте физики и математики, МПС являются особенно важными, поскольку эти дисциплины тесно связаны между собой как по содержанию, так и по методам исследования (рис.1.1).

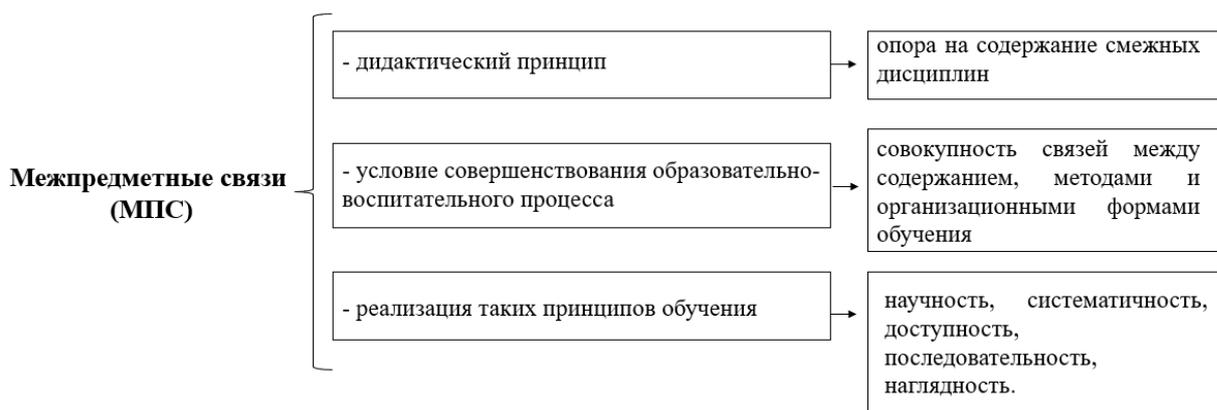


Рисунок 1.1. Общий подход к определению «межпредметные связи»

Наиболее полная систематизация определений понятия «межпредметные связи», предложена В.Д. Далингером [24]. Он определяет межпредметную связь как:

- 1) дидактическое условие;
- 2) составляющую компонента принципа системности и последовательности;
- 3) самостоятельный дидактический принцип;
- 4) дидактический эквивалент межнаучных понятий;
- 5) инструмент дидактического исследования реальных связей;
- 6) преемственность в развитии научных знаний;
- 7) систему, способ, средство, педагогическую категорию, межпредметное отношение;
- 8) взаимную согласованность учебных программ;
- 9) взаимосвязь между компонентами предметной структуры образования.

Классификации межпредметных связей варьируются в зависимости от критериев, используемых исследователями, что отражает сложность и многоаспектность данного понятия. Внутренняя структура предмета, будучи определяющей формой, обуславливает различные типы связей, в частности, по

составу, направлению воздействия и способу формирования связующих элементов [25].

Классификация МПС применительно к физике и математике. Для практической реализации в рамках интеграции физики и математики наиболее продуктивно использовать классификацию, основанную на содержательно-деятельностных аспектах. Выделяются следующие виды связей, напрямую работающие на формирование УУД:

1. **Понятийные связи:** Формирование общих научных понятий («функция», «вектор», «производная», «скорость», «ускорение»). Это способствует развитию **познавательных УУД** (знаково-символические действия, логические действия) [26].

2. **Инструментальные (операционные) связи:** Использование математического аппарата (алгебра, геометрия, математический анализ) для решения физических задач и построения моделей. Это основа для формирования **регулятивных УУД** (планирование, моделирование) и **познавательных УУД** [27].

3. **Методологические связи:** Применение общих методов познания (моделирование, эксперимент, гипотеза, анализ данных). Это ядро для развития **логических и исследовательских компетенций**, составляющих суть метапредметности [28].

4. **Мировоззренческие связи:** Формирование представления о физике как о точной науке, законы которой выражены на языке математики. Это способствует достижению **личностных результатов** (формирование целостного мировоззрения) [29].

Реализация перечисленных видов связей напрямую способствует формированию у учащихся:

– **умения учиться:** Способность переносить знания и способы действий из математики в физику и обратно [30];

– **основ читательской компетенции:** Работа с условиями комплексных задач, содержащих информацию как физического, так и математического характера [31];

– **умения решать учебные задачи:** решение проблемных ситуаций, требующих интеграции знаний из двух дисциплин [32].

– **навыков проектной и исследовательской деятельности:** проведение исследований, где математика является инструментом обработки данных и проверки физических гипотез.

Таким образом, анализ требований ФГОС показывает, что эффективная интеграция физики и математики на основе продуманной системы межпредметных связей является не просто желательным методическим приемом, а **стратегическим ресурсом** для достижения новых образовательных результатов. МПС выступают как конкретный механизм формирования метапредметных УУД, обеспечивающий переход от разрозненных предметных знаний к целостной системе деятельности, необходимой современному человеку.

1.4. Проблемы и возможности корреляции содержания курсов физики и математики в 7-9 классах

Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) общего образования ориентирован на формирование у учащихся целостного представления о мире, развитие универсальных учебных действий (УУД) [12]. В этом контексте **сознательная корреляция (согласование) содержания курсов математики и физики** становится не просто методическим приемом, а **необходимым условием** достижения метапредметных результатов.

Анализ предметных результатов (табл. 1.1) демонстрирует их высокую взаимодополняемость: математика формирует аппарат для описания действительности, а физика предоставляет содержательный контекст для его применения.

Таблица 1.1

Взаимодополняемость предметных результатов ФГОС по математике и физике

Математика (инструмент)	Физика (контекст применения)
Сформированность представлений о математике как о методе познания действительности [12, с. 8].	Сформированность представлений о закономерной связи и познаваемости явлений природы [12, с. 12].
Овладение системой функциональных понятий, описания реальных зависимостей [12, с. 9].	Овладение понятийным аппаратом и символическим языком физики [12, с. 12].
Умение моделировать реальные ситуации на языке алгебры и геометрии [12, с. 9].	Приобретение опыта применения научных методов познания, проведения [12, с. 13].

Анализ типовых учебных программ и педагогической практики выявляет ряд устойчивых проблем, препятствующих эффективной интеграции [33]:

1. **Хронологический разрыв в изучении тем:** Наиболее острая проблема. Ключевые математические понятия (например, **векторы**, подобие треугольников, основы тригонометрии) изучаются в курсе математики позже (8-

9 класс), чем возникает потребность в них в курсе физики (7-8 класс) для описания сил, сложения движений, разложения векторов [34].

Отсутствие синхронизации программ по физике и математике приводит к следующим проблемам у обучающихся:

- используют математический аппарат, не имея прочной теоретической базы. Им приходится интуитивно осваивать понятия, что приводит к формальным знаниям и ошибкам;

- сталкиваются с более сложной, векторной формой приращения на физике, тогда как в математике этот аппарат еще не развит;

- используют на физике единицу измерения, которая в математике еще не установлена. Они не понимают, что такое радиан, путают его с градусом;

- вынуждены осваивать важнейший математический аппарат без поддержки со стороны курса математики. Это приводит к появлению "методического вакуума", что увеличивает нагрузку на учителя физики;

- знания учеников о векторах становятся неполными, не могут видеть связи между, например, вычитанием векторов и сложением с противоположным вектором;

- разница в обозначениях вызывает путаницу, не распознать один и тот же математический объект в разных записях;

- не видят связи между двумя подходами. Геометрический способ, изучаемый на математике, кажется им оторванным от реальности и не применимым к решению задач по физике, табл. 1.2.

Таблица 1.2

Противоречия в образовательных программах

Противоречие и проблема	Физика	Математика
Опережающее изучение на физике	Векторы и действия с ними	
	Вводятся в 7 классе при изучении сил, скорости, перемещения. Рассматриваются как направленные отрезки, вводятся правила сложения и вычитания (правило треугольника, параллелограмма).	Систематически изучаются только в 9 классе в курсе геометрии.

	Понятие функции и аргумента, приращение	
	Фактически используется в 9 классе при изучении кинематики (зависимость пути от времени $s(t)$, скорости $v(t)$). Вводится понятие "изменение величины" (перемещение Δr , интервал времени Δt), где время — скаляр, а перемещение — вектор.	Понятие функции систематически изучается в 9 классе (алгебра). Строгое понятие приращения аргумента (Δx) и функции (Δy) вводится только в 10 классе в начале курса матанализа и только для скалярных величин.
	Измерение углов в радианах	
	Неявно вводится в 9 классе при изучении угловой скорости $\omega = \varphi/t$, где φ измеряется в рад.	Формально вводится в 10 классе при изучении тригонометрии.
Изучение только на физике	Проекция вектора на ось	
	Активно используются в 9 классе для перехода от векторных уравнений к скалярным (например, $v=v_0 + ax$ в проекциях на ось X). Изучаются правила нахождения проекций	В базовом курсе геометрии 7-9 классов это понятие, как правило, не рассматривается или упоминается вскользь.
Изучение только на математике	Некоторые понятия о векторах	
	Не вводятся или не акцентируются понятия противоположного вектора, нулевого вектора и его свойств.	Даются четкие определения нулевого вектора, противоположного вектора, их свойств.
Несоответствия в символике	Обозначение векторов	
	Вектор часто обозначается буквой со стрелкой: \vec{v}, \vec{F} . Модуль вектора обозначается той же буквой без стрелки или с двумя вертикальными чертами: $v = \vec{v} $.	Вектор может обозначаться как двумя заглавными буквами \overline{AB} , так и одной строчной с чертой \vec{a} . Модуль вектора \vec{a} строго обозначается как $ \vec{a} $.
Несоответствие в подходах	Подход к решению	
	Преимущественно координатный: разложение векторов на оси, работа с проекциями.	Преимущественно геометрический: сложение/вычитание по правилам треугольника и параллелограмма.

2. **Разная степень формализации понятий:** Математика оперирует абстрактными, строго определяемыми объектами. Физика же часто использует эти понятия как рабочие модели реальности, что может вызывать у учащихся когнитивный диссонанс (например, «материальная точка» или «точка» в геометрии) [35].

3. Дефицит практико-ориентированного контекста в математике:

Задачи в учебниках математики часто носят абстрактный характер, не демонстрируя мощь математического аппарата для решения реальных физических проблем.

4. **Терминологическая разобщенность:** Использование разных терминов для сходных понятий или, наоборот, одного термина в разных значениях (например, «скаляр» в физике и математике) приводит к путанице [36].

Для преодоления этих проблем целесообразно использовать модель уровней МПС, которая задает последовательность и глубину интеграции [37]. Связь этапов подготовки с уровнями МПС заключается в том, что **каждый последующий уровень требует овладения предыдущим и представляет собой этап в построении целостного знания.**

Рассматривая МПС как некоторые уровни согласованности двух дисциплин (рис), их можно объединить в три группы:

1. **Информационный уровень** - начальный уровень, на котором осуществляется обмен базовыми сведениями и фактами между дисциплинами, включает в себя две связи:

– инструментальная: математика для физики является языком описания. Формулы, уравнения, графики становятся инструментами для моделирования и анализа физических явлений. Этот уровень обеспечивает возможность решения практических задач, опираясь на математический аппарат.

– понятийная: общность фундаментальных понятий, используемых в обеих дисциплинах. Например, понятие функции, предела, производной является основой для описания движения, изменения физических величин, расчета мгновенной скорости и ускорения.

2. **Методологический уровень:** предполагает рассмотрение общих методов решения задач, используемых в обеих дисциплинах и предполагает две связи:

– вычислительная: использование математических методов в физических расчетах;

– моделирующая: описание физических явлений с помощью математических моделей. Например, применение векторного анализа для описания сил и полей в физике, а также для решения геометрических задач в математике. Таким образом, ученики не просто используют формулу, но и понимают, как она была получена и почему применима в данном контексте.

3. Концептуальный уровень: самый глубокий уровень интеграции, когда происходит взаимное обогащение понятийного аппарата. Например, понятие предела, изучаемое в математике, необходимо для понимания концепции мгновенной скорости и ускорения в физике. А понятие энергии, фундаментальное для физики, может быть рассмотрено с математической точки зрения как функционал. Включает следующие связи:

– идейная: общность фундаментальных идей и принципов (симметрии, сохранения, идея детерминизма), определяющих законы природы и структуру математических теорий;

– интерпретационная: объединение знаний из разных областей для решения сложных задач. Например, применение математического анализа для описания колебательных процессов в физике или использование теории вероятностей для анализа статистических данных в физических экспериментах [37].

Высшим уровнем является мировоззренческий, предполагающий формирование целостного научного мировоззрения, осознание единства законов природы, понимание роли математики как языка науки и физики как науки, объясняющей фундаментальные законы Вселенной. На этом уровне происходит осознание глубинной взаимосвязи всех явлений, описываемых математикой и физикой.

Практическая реализация корреляции предполагает последовательную работу на всех уровнях [37], табл. 1.3.

Таблица 1.3

Уровни МПС

Уровень МПС	Содержательная суть	Пример решения проблемы (хронологический разрыв)	Формируемые УУД[1].
Информационный (Что?)	Обмен фактами, понятиями, языком. Физика использует готовый математический аппарат.	Задача учителя физики: наглядно ввести понятие вектора (сила, скорость) без строгого математического определения. Использовать графическое сложение. Задача учителя математики: при изучении векторов в 9 классе активно ссылаться на физические примеры, данные в 7-8 классе.	Познавательные (знаково-символические), логические.
Методологический (Как?)	Использование общих методов (моделирование, эксперимент, анализ).	Совместные проекты: сбор данных на лабораторных работах по физике (зависимость пути от времени) с последующей обработкой и построением графиков на математике. Решение задач, где физическое условие требует математического исследования функции на экстремум.	Познавательные, регулятивные (планирование, коррекция).
Концептуальный (Почему?)	Взаимное обогащение понятийного аппарата, понимание единства фундаментальных идей (симметрия, сохранение).	Обсуждение, как математическая идея производной (изменение) лежит в основе физических понятий мгновенной скорости и ускорения. Анализ законов сохранения с точки зрения инвариантности (симметрии) уравнений.	Коммуникативные, личностные (формирование мировоззрения).
Мировоззренческий (Зачем?)	Формирование целостной научной картины мира, понимание роли	Дискуссии на темы: «Язык Вселенной – математика?», «Пределы применимости физических моделей». Осознание учащимися, что	Личностные, коммуникативные.

	математики как языка природы.	физика задает вопросы природе, а математика помогает на них ответить.	
--	----------------------------------	---	--

Таким образом, корреляция содержания курсов физики и математики в 7-9 классах, диктуемая ФГОС, является сложной, но решаемой методической задачей.

- основная проблема – хронологический разрыв, который требует особого внимания и согласованного планирования со стороны учителей обоих предметов;

- путь решения – последовательное выстраивание работы от информационного к мировоззренческому уровню МПС, где каждый уровень является этапом в формировании системных знаний;

- ожидаемый результат – преодоление формального разрыва между дисциплинами, повышение мотивации учащихся за счет демонстрации практической значимости знаний и формирование подлинно научного мышления.

Для успешной реализации этого подхода необходима разработка согласованных рабочих программ, проведение консультаций учителей физики и математики и создание общего банка интегрированных заданий.

Выводы по первой главе

Проведенный теоретический анализ позволил сформировать целостное представление о сущности, исторических предпосылках, психолого-педагогическом обосновании и современных требованиях к межпредметной интеграции физики и математики в основной школе. Основные выводы главы заключаются в следующем:

1. Исторический анализ выявил циклический характер развития идеи интеграции, где периоды ее актуализации (эпоха Научной революции, советский политехнизм, современные STEM-подходы) сменялись этапами доминирования предметной разобщенности. Установлено, что тесная связь знаний может существовать как в рамках формальной предметной системы (через сознательную методическую интеграцию), так и вне ее – на основе практической необходимости. Ключевым историческим препятствием для устойчивой интеграции выступают организационно-методические трудности и недостаточная готовность педагогического сообщества.

2. Психолого-педагогическое обоснование интеграции строится на учете возрастных особенностей учащихся 7-9 классов. Показано, что основной школьный возраст, характеризующийся переходом к абстрактно-логическому мышлению, формированием научных понятий и потребностью в практической значимости знаний, создает благоприятную почву для реализации межпредметных связей (МПС). Эффективными педагогическими условиями являются применение проблемного обучения, проектно-исследовательской деятельности и создание образовательной среды, стимулирующей познавательный интерес и сотрудничество.

3. В контексте требований ФГОС межпредметные связи трансформируются из дидактического приема в стратегический ресурс для достижения метапредметных результатов. Проанализированы и синтезированы многочисленные трактовки понятия «межпредметные связи», что позволило определить его как дидактическое условие и педагогическую категорию,

обеспечивающую формирование целостного мировоззрения и универсальных учебных действий. Для интеграции физики и математики наиболее продуктивной является классификация МПС по содержательно-деятельностному критерию (понятийные, инструментальные, методологические, мировоззренческие связи), напрямую работающая на формирование УУД.

4. Выявлен комплекс проблем, препятствующих эффективной корреляции содержания курсов физики и математики в 7-9 классах. Ключевой из них является **хронологический разрыв** в изучении тем, когда потребность в математическом аппарате (векторы, тригонометрия) в курсе физики возникает раньше, чем он формально изучается в математике. Дополнительными проблемами выступают разная степень формализации понятий, дефицит практико-ориентированного контекста в математике и терминологическая разобщенность.

5. В качестве методологического инструмента преодоления выявленных проблем предложена модель уровневого построения интеграции (информационный, методологический, концептуальный, мировоззренческий уровни). Данная модель задает последовательность и глубину взаимодействия дисциплин, где каждый последующий уровень является этапом в формировании целостных знаний и компетенций, обеспечивая поступательное движение от обмена фактами к формированию научной картины мира.

Таким образом, теоретическое исследование подтвердило актуальность и необходимость целенаправленного построения межпредметной интеграции физики и математики в 7-9 классах. Установлено, что успешность этого процесса зависит от системного учета исторического опыта, психолого-педагогических закономерностей, требований ФГОС и преодоления конкретных содержательно-методических противоречий между курсами. Это позволяет перейти к формулировке проблемы исследования.

Глава 2. Разработка и апробация методики межпредметной интеграции при изучении механики

2.1. Принципы отбора содержания и построения методики интеграции физики и математики

Эффективность межпредметной интеграции во многом определяется качеством отобранного дидактического материала, а поэтому требует следования системе взаимосвязанных дидактических и методических принципов. Следование этим принципам превращает интеграцию из простого сопутствующего повторения в мощный инструмент познания и повышения эффективности обучения.

В основу предлагаемой методики положены следующие принципы:

1. Принцип научности и корректности межпредметных связей. Отбор содержания должен обеспечивать не формальное совпадение тем, а глубокое методологическое единство. Математический аппарат должен рассматриваться как язык описания физических закономерностей. Например, при изучении равноускоренного движения физические понятия (такие как линейная и квадратичная функции – в качестве уравнений движения, графики движения, производная), должны раскрываться взаимосвязано. Важно показывать, что математический аппарат (уравнения, функции, графики) является не просто «удобным инструментом», а адекватным языком для формулировки физических законов.

Построение математических моделей движения

Л. Эйлер в начале XVIII века полностью перевел детальное описание механического движения материальной точки на математический язык, сформулировал в явном виде понятие скорости для равномерного прямолинейного движения: *"если при равномерном прямолинейном движении за время, равное t проходитя точкой путь, равный S то скорость определяется как отношение пути к промежутку времени: $V = \frac{S}{t}$.*

Для описания неравномерного движения стало необходимо перейти к логически обоснованным абстракциям, позволяющим решать хорошо

формализованные в математических терминах задачи о любом движении точки, в отличие от задач, сформулированных на естественном языке и решаемых эвристически. Основными понятиями механики становятся *абсолютное время, абсолютное пространство, график движения, уравнения движения.*

1.1. Математическое моделирование равномерного прямолинейного движения

В качестве примера механического движения рассмотрим прямолинейное движение точки на автомобиле (рисунок 2.1). При этом свяжем с поверхностью дороги координатную (масштабную) ось Ox . За начало движения будем считать момент выезда машины из гаража.

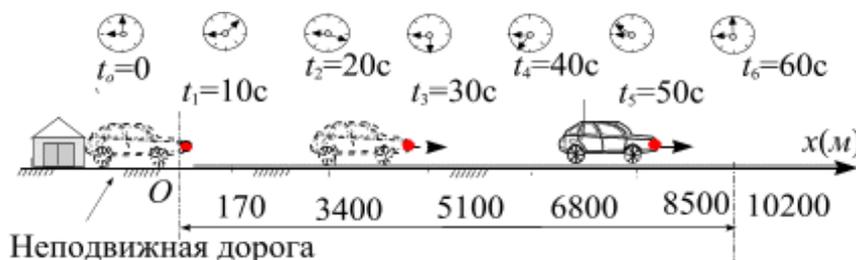


Рисунок 2.1. Модель прямолинейного равномерного движения точки

Время движения будем измерять с помощью часов. Например, распределим часы вдоль дороги на одинаковом расстоянии, предварительно синхронизировав их между собой. Запишем наши наблюдения в таблицу 2.1.

Таблица 2.1

Результат распределения

t, c	0	10	20	30
x, m	0	$170=170 \cdot 10$	$3400 = 170 \cdot 20$	$5100 = 170 \cdot 30$
t, c	40	50	60	70
x, m	$6800=170 \cdot 40$	$8500 = 170 \cdot 50$	$10200 = 170 \cdot 60$	$11900 = 170 \cdot 70$

Нетрудно заметить, что путь, пройденный точкой на автомобиле пропорционален времени: $x(1) = 40 \cdot 1$, $x(2) = 80$ и т.д.

Графиком движения точки является прямая, которая описывается линейной функцией по времени, рисунок 2.2, а. Уравнение движения точки на автомобиле будет иметь вид:

$$\begin{cases} t \geq 0, \\ x(t) = 170 \cdot t \text{ (м)}. \end{cases}$$

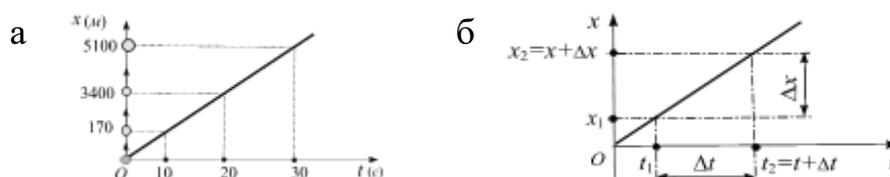


Рисунок 2.2. Графики равномерного прямолинейного движения точки

Математическая модель эксперимента. Движение, которое описывается линейной функцией времени, будем называть *равномерным и прямолинейным*. В общем случае уравнение прямолинейного равномерного движения имеет вид:

$$\begin{cases} t \geq 0, \\ x(t) = k \cdot t. \end{cases}$$

Равномерное прямолинейное движение – это движение, при котором за любые равные промежутки времени точка проходит равные пути.

Определение скорости. Отметим на графике движения положение точки при точки t и $t + \Delta t$, рисунок 2.2, б. Разность координат $\Delta x = x_2 - x_1$ определяет путь, который пройдет точка за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$. Отношение приращения пути Δx к приращению времени Δt показывает, насколько изменилось положение точки за определенный промежуток времени:

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Если Δt не равно нулю, то это выражение определяет физическую величины – скорость точки:

$$V = \text{скорость} = \frac{\text{путь}}{\text{время}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x \text{ м}}{\Delta t \text{ с}} \left(\frac{\text{метр}}{\text{секунда}} \right) \quad (1)$$

Вычислим скорость точки, уравнение движения которой задано линейной функцией (а). Для этого вычислим приращение линейной функции $x(t) = x_0 + k \cdot t$:

$$\begin{aligned} V = \frac{\Delta x}{\Delta t} &= [\Delta x = x_2 - x_1 = (x_0 + k \cdot t_2) - (x_0 + k \cdot t_1) = k(t_2 - t_1) = k \cdot \Delta t] \\ &= \frac{k \cdot \Delta t}{\Delta t} = k \end{aligned}$$

Получили, что скорость точки соответствует коэффициенту пропорциональности k в уравнении движения равномерного прямолинейного движения точки.

Уравнение прямолинейного равномерного движения в общем виде имеет вид:

$$\begin{cases} t \geq 0, \\ x(t) = V \cdot t + x_0; \end{cases}$$

где x_0 – положение точки в начальный момент времени ($t = 0$), V – скорость движения точки.

1.2. Математическое моделирование равноускоренного прямолинейного движения

В качестве примера движения точки под действием постоянной силы рассмотрим свободное ее падение. В качестве эксперимента выберем 100-этажный дом и на каждом этаже поставим возле окна молодого человека с секундомером, предварительно все приборы синхронизируем. Уроним шар с 100-

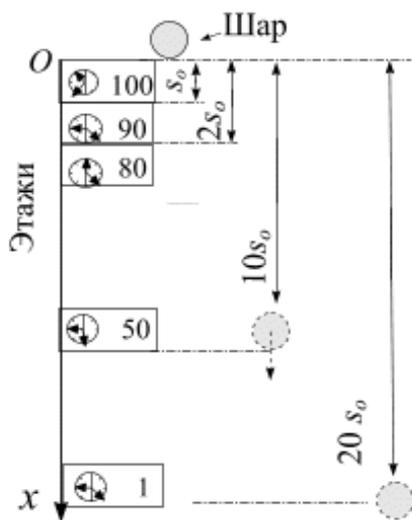
го этажа, который падая вертикально вниз с крыши дома, будет пролетать мимо окон, рисунок 3, а. Молодые люди при пролете шара перед собой, фиксируют время падения шара до его этажа на секундомере. Расстояние между этажами известно и равно $x_0 = 5$ м.

На рисунок 4, б занесено время полета и расстояние, которое пролетел шар за это время. За нулевой момент времени выбран момент начала падения шара. Точность измерений зависит от точности измерения приборов. В нашем случае это – масштабная линейка и секундомер на телефоне.

Вспоминая эксперимент Галилео Галилея о вертикальном свободном падении тела, в котором он показал, что путь, пройденный телом, пропорционален квадрату времени падения:

$$s = \frac{1}{2}gt^2, g = 9,8 \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \text{ где } g \text{ – ускорение свободного падения тела.}$$

а



б

$t, \text{с}$	$x, \text{м}$	$x(t) \approx 5 \cdot t^2$
1	5	$5 = 5 \cdot 1^2$
1,4	10	$10 \approx 5 \cdot 1,4^2$
1,73	15	$15 \approx 5 \cdot 1,73^2$
2	20	$20 = 5 \cdot 2^2$
...
4,47	100	$100 \approx 5 \cdot 4,47^2$

Рисунок 2.3. Горизонтальное свободное падение точки

Нетрудно убедиться, что путь падающего шара пропорционален квадрату времени падения, иначе

говоря, уравнение движение шара есть функция, квадратичная по времени:

$$x(t) = k \cdot t^2.$$

Математическая модель эксперимента. Построим график движения шара (рисунок 5, а).

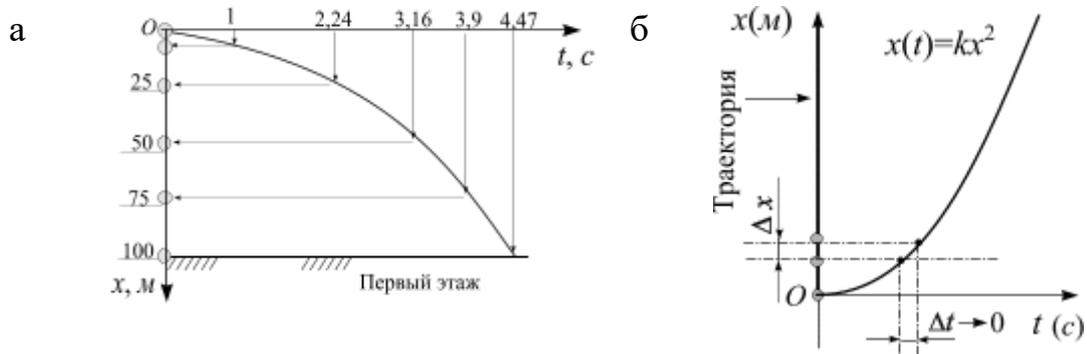


Рисунок 2.4 Графики свободного вертикального падения точки

Рассмотрим точку, уравнение движения которой имеет вид:

$$\begin{cases} t \geq 0, \\ x(t) = k \cdot t^2. \end{cases} \quad (a)$$

Выясним смысл коэффициента k' в уравнении движения, описывающее падение шара с высоты H . При этом, шар примем за точку.

Построим график функции $x(t) = k \cdot t^2$, вычислим скорость по определению (1) (рисунок 2.4, б).

$$\text{Имеем: } V = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta x \Rightarrow \begin{cases} x_2 = k \cdot t_2 = [t_2 = t_1 + \Delta t] = k(t_1 + \Delta t)^2; \\ x_1 = k \cdot t_1; \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 =$$

$$k[(t + \Delta t)^2 - t^2] = k(t^2 + 2t\Delta t + (\Delta t)^2 - t^2) = k(2t\Delta t + (\Delta t)^2)$$

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = k \frac{2t\Delta t + (\Delta t)^2}{\Delta t} = 2k \cdot t + k\Delta t = k(2 \cdot t + \Delta t).$$

Получили, что скорость зависит линейно от t и Δt .

Уменьшим Δt до предела точности измерения (например, $t \approx 1$ с, а $\Delta t \approx 0,001$ с, тогда $2t \geq \Delta t$).

В этом случае, пренебрегая малой величиной Δt мы приблизимся к значению скорости в точке t_1 :

$$V(t) = 2k \cdot t.$$

Получили, что скорость точки зависит линейно от времени.

Введем величину, определяющую изменение скорости – ускорение:

ускорение – физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости точки:

$$a = \frac{\text{промежуток скорости}}{\text{промежуток времени}} = \frac{(V_2 - V_1)}{(t_2 - t_1)} = \frac{\Delta V}{\Delta t}, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Вычислим ускорение рассматриваемой точки:

$$\left[\begin{array}{l} V_2 = 2k \cdot t_2 = [t_2 = t_1 + \Delta t] = 2k(t_1 + \Delta t); \\ V_1 = 2k \cdot t_1; \end{array} \right] \Rightarrow \Delta V = V_2 - V_1 = 2k \cdot \Delta t.$$

Тогда

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2k \cdot \Delta t}{\Delta t} = 2k \Rightarrow k = \frac{1}{2} a, \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right).$$

Получим уравнения равноускоренного движения:

$$\left[\begin{array}{l} t \geq 0, \\ x(t) = kt^2, \end{array} \right] \Rightarrow \left[k = \frac{1}{2} a \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} V_2 = 2k \cdot t_2 = [t_2 = t_1 + \Delta t] = 2k(t_1 + \Delta t); \\ V_1 = 2k \cdot t_1; \end{array} \right]$$
$$\left[\begin{array}{l} t \geq 0, \\ x(t) = kt^2, \end{array} \right] \Rightarrow \left[k = \frac{1}{2} a \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t \geq 0; \\ x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2. \end{array} \right]$$

Если ускорение $a = const$, скорость тела изменяется на одну и ту же величину за равные промежутки времени – такое движение точки называется *равноускоренным*. Уравнения равноускоренного движения в общем виде имеет вид

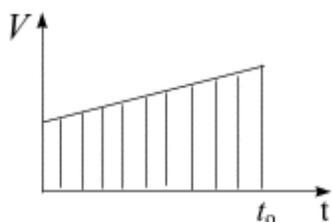
$$\left[\begin{array}{l} t \geq 0; \\ x = x_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2; \\ V = V_0 + a \cdot t. \end{array} \right]$$

Здесь: x_0 – положение точки и V_0 – скорость точки в начальный момент времени

$$\text{Начальные условия задачи: } t_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = x_0, \\ V = \dot{x} = V_0. \end{cases}$$

Помимо увеличения скорости на одну и ту же величину, возможно замедление скорости на одну и ту же величину за равные промежутки времени. В этом случае движение будет *равнозамедленное*. Иначе говоря, движение будет проходить с постоянным торможением.

Графическая интерпретация (Наглядность): аналитическое выражение $x(t) = x_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$ рассматривается не как абстрактная формула, а как частный случай квадратичной функции $x(t) = At^2 + Bt + C$, где время (t) – аргумент, а путь $x(t)$ – функция.



Анализируется график зависимости скорости от времени $V(t) = V_0 + a \cdot t$. Площадь под графиком на промежутке времени численно равна пути, пройденному телом (рис. 2.5). Это прямое применение геометрического смысла определенного интеграла для решения физической задачи.

В данном примере математика (производная, интеграл, работа с графиками) не просто «помогает» решать задачи, а выступает языком, на котором естественным образом формулируются и выводятся основные кинематические законы равноускоренного движения. Ученики видят, что формулы не берутся "с потолка", а являются следствием фундаментальных определений, выраженных на языке математического анализа.

2. Принцип доминирующей роли физического содержания и служебной роли математики. Интеграция должна быть асимметричной, физика выступает как содержательная основа, ставящая познавательные проблемы, а математика – как формальный аппарат для их решения и интерпретации. Это предотвращает формализацию обучения, когда ученик, решив уравнение, не может объяснить полученный результат в физических терминах. Следовательно,

любые математические действия при решении задачи, должны быть подчинены ее цели.

Пример реализации: Рассмотрим задачу: «Автомобиль, двигаясь с ускорением 2 м/с^2 из состояния покоя, проехал 100 м . Какую скорость он приобрел?» Совершая математическое действие, ученик использует формулу $s = \frac{at^2}{2}$, чтобы найти время: $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 10 \text{ с}$, а затем находит скорость $v = at = 20 \text{ м/с}$. Физическая интерпретация будет заключаться в том, что учитель акцентирует внимание на том, что полученное число 20 м/с – это не просто ответ, мгновенная скорость в конце десятой секунды, характеризующая состояние автомобиля в данный конкретный момент. Без этого шага решение остаётся исключительно вычислительным упражнением, и ученик может не связать найденное число с конкретным физическим состоянием движущегося объекта.

3. Принцип синхронности и преемственности. Содержание учебного материала по физике и математике должно быть согласовано во времени. Изучение математического понятия (например, линейной функции, вектора, понятия производной на интуитивном уровне) должно либо предшествовать, либо идти параллельно с его применением в курсе физики. Это требует тесного согласования рабочих программ. Преемственность достигается посредством постепенного усложнения интегрированных заданий: от выполнения простых упражнений на подстановку в формулы до решения комплексных задач, предполагающих самостоятельное построение математической модели физического явления (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Пример реализации комплексных интегрированных задач для обеспечения синхронности и преемственности обучения

Класс	Тема по математике (база для интеграции)	Тема по физике (область применения)	Интегративное задание
-------	---	--	-----------------------

7 класс	Прямая пропорциональность, ее график. Линейная функция.	Равномерное прямолинейное движение.	Построить графики зависимости $S(t)$ и $v(t)$ по данным опыта с тележкой. Объяснить, почему график $S(t)$ – линейный, а $v(t)$ – постоянный.
8 класс	Системы линейных уравнений.	Закон сохранения импульса (задачи на неупругое столкновение).	Составить и решить систему уравнений для нахождения скорости тел после столкновения.
9 класс	Квадратичная функция, ее график и свойства. Векторы на плоскости.	Равноускоренное движение. Движение тела, брошенного под углом к горизонту.	Проанализировать траекторию тела, брошенного под углом, как график квадратичной функции. Разложить скорость на составляющие, используя проекции векторов.

4. Принцип практико-ориентированности. Отбор содержания учебного материала должен быть направлен на решение прикладных задач, требующих наиболее естественной интеграции. Такой подход обеспечивает повышение мотивации обучающихся, демонстрирует единство и практическую значимость научного знания, формируя тем самым целостное понимание окружающей действительности.

Пример реализации: Проект «Расчет тормозного пути».

Физическая сторона: ученики изучают понятие равномерного и равноускоренного (замедленного) движения.

Математическая сторона: используется решение линейных уравнений и работа с формулами.

Ход работы: Ученикам предлагается определить, за какое время они успеют прочесть дорожный знак, двигаясь на «виртуальном» автомобиле с заданной скоростью. Измеряется расстояние, с которого знак хорошо читается. Это время складывается из времени реакции водителя и времени чтения. Затем решается уравнение. Далее ставится проблема: «Как изменится тормозной путь, если скорость увеличится в 1,5 раза?» (здесь подключается тема

равноускоренного движения). Такой подход показывает единство знаний в реальной ситуации.

5. Принцип деятельностного подхода. Методика должна активизировать самостоятельную познавательную деятельность обучающихся, направленную на извлечение и практическое применение межпредметных знаний. Это реализуется через систему специальных заданий:

- **Вопросы на физическое истолкование математических фактов**

1. Площадь под графиком скорости $v(t)$ за некоторый промежуток времени численно равна 30. Что означает это число в физическом смысле?

2. Составьте уравнение движения $x(t)$ для тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 20$ м/с с высоты $h=5$ м. Постройте график движения. Ученик должен вывести функцию

$$x(t) = 5 + 20t + 5t^2$$

- **Экспериментальные задачи**

Проведите эксперимент (или смоделируйте его): Запишите, какое расстояние прошел кубик за 1-ю секунду, за 2-ю секунду, за 3-ю секунду и так далее, в течение 5-7 секунд.

Постройте график: Постройте график зависимости пройденного пути от времени. По горизонтальной оси отложите время (в секундах), а по вертикальной оси – пройденный путь (в метрах или сантиметрах, как вам удобнее).

Сделайте вывод о характере движения.

6. Принцип наглядности и визуализации. В механике ключевым инструментом интеграции выступает графическое представление информации. Методической основой служит активное использование графического анализа зависимостей кинематических характеристик – графики движения. Совместное использование физических демонстраций (опыты с тележками, маятниками) в сочетании с их последующей математической обработкой (построение графиков по результатам измерений) способствует формированию прочной визуально-концептуальной базы для понимания абстрактных понятий.

Пример реализации в виде сравнительного анализа графиков при различных видах движения показан в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Пример реализации принципа наглядности: сравнительный анализ графиков различных видов движения

Физическая характеристика	Вид движения	
	Равномерное	Равноускоренное без начальной скорости
$s(t)$	Прямая	Парабола
$v(t)$	Прямая	Прямая
$a(t)$	$a = 0$ (константа, график - горизонтальная прямая на нуле)	$a = const$ (константа, график - горизонтальная прямая)
Математическая модель	Равномерное	Равноускоренное без начальной скорости
$s(t)$	$s = V_0 t$ (линейная)	$s = \frac{at^2}{2}$ (квадратичная)
$v(t)$	$V = const$ (константа)	$V = at$ (линейная)
$a(t)$	$a = 0$ (константа)	$a = const$ (константа)

Таким образом, построенная на данных принципах методика интеграции математики и механики, структурно основывающаяся на вышеизложенных принципах, представляет собой целенаправленно организованную педагогическую систему, в которой эти предметы взаимно обогащают и усиливают друг друга, способствуя формированию у обучающихся системного научного мышления, развитию умения моделировать реальные процессы и решать комплексные проблемы, что соответствует главной цели современного образования. Результатом такого интегративного подхода является не только усвоение предметных знаний, но и развитие метапредметных компетенций, включая навыки анализа, синтеза, обобщения и применения полученных знаний в различных контекстах.

2.2. Комплекс межпредметных задач по механике для 7-9 классов

В основе разрабатываемой методики межпредметной интеграции является специально сконструированный комплекс задач, направленный не на простое применение математических формул в физическом контексте, а на формирование целостного подхода к решению учебных проблем. Ядром комплекса служит принцип «градуальности», предполагающий последовательное усложнение: от задач на установление простых аналогий до задач, требующих построения комплексной математической модели физического явления. Комплекс сгруппирован по доминирующему интегративному действию и синхронизирован с курсами математики и физики для 7-9 классов (табл. 2.4).

В таблице соблюден принцип градуальности (постепенности): от простых линейных зависимостей (7 кл.) → к квадратичным и векторным (9 кл.) → к комплексным моделям (баллистика, 9 кл.). Соблюдена синхронность изучения: задачи 7 класса используют математику, изучаемую *параллельно* (линейная функция).

Для 9 класса скорректирована синхронизация: тригонометрия (\sin , \cos) обычно изучается в 10 классе. Поэтому задача на движение под углом в 9 классе может быть дана *с уже заданными углами* (30° , 45° , 60°) и их значениями, либо как опережающее задание для мотивированных учащихся. Деятельностный подход реализован через решение задач, эксперимент и интерпретацию. Ученик не получает знание в готовом виде, а открывает его с помощью математического инструментария. Целостность картины мира формируется комплексом задач, которые показывают, что математика – язык физики, а физика – область приложения математики. Это превращает разрозненные предметы в единый инструмент познания.

Систематизация задач межпредметной интеграции «Физика-Математика»

Группа задач / Цель	Класс (интеграционный акцент)	Тема по физике	Пример задачи (суть)	Межпредметный анализ (ключевые интеграционные точки)
1. Установление и анализ функциональных зависимостей Формирование понимания физических законов как функциональных зависимостей, описываемых и анализируемых математически.	7 класс (Прямая пропорциональность, график линейной функции $y = kx$)	Равномерное прямолинейное движение	Даны графики $s(t)$ для двух тел. Определить скорости, записать $s(t) = v \cdot t$, сравнить скорости, найти путь за заданное время.	Физика: s, v, t . Математика: График $s(t)$ – прямая. Угловой коэффициент $k =$ скорости v . Уравнение $s(t) = v \cdot t$ – частный случай $y = kx$. Умение: «Чтение» графика, перевод визуальной информации в формулу.
	9 класс (Квадратичная функция, производная, интеграл как площадь)	Равноускоренное движение	Тело начинает движение из состояния покоя. По данному пути за n -ю секунду найти ускорение, записать $x(t), v(t)$, построить графики, найти путь по графику $v(t)$.	Физика: Кинематика РУД: a, v, x . Математика: $x(t)$ – квадратичная функция (парабола). $v(t) = \dot{x}(t)$ – линейная функция. $a = \dot{v}(t)$. Путь равен площади под кривой $v(t)$. Умение: Применение начал матанализа для анализа движения.
2. Геометрическое моделирование и векторный анализ Формирование навыка работы с векторными величинами через	7 класс (Направленный отрезок, масштаб, сложение чисел)	Сила. Равнодействующая сил.	Найти равнодействующую двух сил, направленных вдоль одной прямой. Решить графически (отрезки в масштабе) и аналитически.	Физика: Сила как вектор. Математика: Интуитивное введение вектора как направленного отрезка. Сложение/вычитание — прообраз операций с векторами. Масштаб — пропорциональность.

<p>геометрические образы и операции.</p>	<p>9 класс (Векторы на плоскости, правила сложения, теорема Пифагора)</p>	<p>Относительность движения. Сложение скоростей.</p>	<p>Катер пересекает реку. Найти скорость относительно берега графически (правило параллелограмма) и аналитически (теорема Пифагора).</p>	<p>Физика: Относительность движения, независимость движений. Математика: Явное использование правил сложения векторов. Модуль результирующего вектора через теорему Пифагора. Умение: Векторный анализ двумерного движения.</p>
<p>3. Построение комплексных математических моделей <i>Синтез знаний для создания целостной модели явления (высший уровень интеграции).</i></p>	<p>9 класс (Тригонометрия, системы уравнений, квадратичная функция, аналитическая геометрия)</p>	<p>Движение тела, брошенного под углом к горизонту.</p>	<p>Разложить V_0 на составляющие, записать $x(t), y(t)$, найти время полета, дальность, высоту, получить уравнение траектории $y(t)$.</p>	<p>Физика: Модель — суперпозиция независимых движений: равномерного (по x) и равноускоренного (по y). Математика: Векторы: $V_{x0} = V_0 \cdot \cos\alpha, V_{0y} = V_0 \cdot \sin\alpha$. Функции: $x(t)$ — линейная, $y(t)$ — квадратичная. Аналит. геометрия: Траектория — парабола $y(x) = ax - bx^2$. Умение: Построение и анализ сложной модели из нескольких компонент.</p>
<p>4. Экспериментально-исследовательские задачи Формирование естественнонаучного мышления: от эксперимента через мат. обработку к физическому закону.</p>	<p>7 класс (Построение графика по точкам, линейная аппроксимация, погрешность)</p>	<p>Исследование равномерного движения.</p>	<p>Провести эксперимент, измерить $s(t)$, построить график, доказать его линейность, определить v как угловой коэффициент.</p>	<p>Математика: Построение графика по таблице. Анализ: прямая \rightarrow прямая пропорциональность $k = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ Физика: Интерпретация k как скорости V. Обсуждение погрешностей (разброс точек). Умение: Эмпирическое открытие закона $s \sim t$.</p>

	<p>9 класс (Квадратичная зависимость, линеаризация графика $T^2(L)$, обработка серий измерений)</p>	<p>Исследование математического маятника для определения g.</p>	<p>Измерить период T для разных длин L. Построить график $T^2(L)$, убедиться в линейности, найти g из углового коэффициента.</p>	<p>Математика: Линеаризация: $T \sim \sqrt{L} \rightarrow T^2 \sim L$. Построение $T^2(L)$, определение k. Физика: Вывод g из формулы периода и k: $g = \frac{4\pi^2}{k}$. Сравнение с табличным значением. Умение: Проверка теоретической модели и определение констант из экспериментальных данных.</p>
<p>5. Качественные задачи на физико-математическую интерпретацию Развитие концептуального понимания через анализ моделей без громоздких вычислений.</p>	<p>7 класс</p>	<p>Взаимодействие тел, сила тяжести, инерция.</p>	<p><i>Пример:</i> «Почему при резком старте автобуса пассажиры падают назад? Объясните, используя понятие инерции и связь с равномерным движением».</p>	<p>Физика: Явление инерции. Математика: Интерпретация: тело «стремится» сохранить состояние ($V = const$, в т.ч. $V = 0$), что соответствует математической модели равномерного движения по инерции.</p>
	<p>9 класс</p>	<p>Закон сохранения импульса, реактивное движение, колебания, тяготение.</p>	<p><i>Пример:</i> «Как изменится период колебаний маятника при увеличении длины в 4 раза? Ответ обоснуйте, используя формулу и график $T(L)$.» <i>Или:</i> «Почему траектория планеты — эллипс, а не окружность? Какая математическая модель лежит в основе закона Всемирного тяготения?»</p>	<p>Физика: Законы сохранения, фундаментальные взаимодействия. Математика: Анализ формулы $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow$ при $4L$, $T \uparrow$ в 2 раза). Интерпретация графиков ($T^2(L)$). Связь с высшей математикой (эллипс как коническое сечение, закон обратных квадратов). Умение: Смысловая интерпретация формул и графиков, понимание границ применимости моделей.</p>

Создан комплекс задач, который способствует формированию у обучающихся целостного понимания механики как межпредметной области знаний, где физические законы и математические модели тесно связаны и дополняют друг друга. В совокупности, такой системный подход способствует развитию интегративных компетенций, необходимых для успешного освоения физики и смежных дисциплин, а также для формирования научного мировоззрения у учащихся среднего звена (табл. 2.5). В таблице структура кейсов по темам курса физики 7 класса. В неё включены только темы, соответствующие стандартной программе 7 класса (механика: движение, силы).

Таблица 2.5

Структура кейсов по темам курса физики 7 класса

№	Тема (Физика)	Ключевые понятия (Физика)	Суть кейса (Практическая ситуация)	Математическая часть (Задачи и умения)	Межпредметная связь и образовательная цель
1	Механическое движение. Равномерное и неравномерное.	Путь, время, скорость (средняя), равномерное движение.	Анализ движения автомобиля по данным эксперимента (100 м за 1-ю мин, 150 м за 2-ю мин) для разработки системы управления.	1. Построение графика $s(t)$. 2. Определение типа функции. 3. Расчёт средней скорости.	Цель: Применять мат. методы для анализа физ. процессов. Связь: Графики функций → анализ характера движения.
2	Скорость. Единицы скорости.	Скорость, единицы измерения ($\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $\frac{\text{м}}{\text{с}}$), связь V, s, t .	Анализ движения мотоциклиста (60 км/ч). Влияние скорости на время прохождения маршрута.	1. Перевод $\frac{\text{км}}{\text{ч}} \rightarrow \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 2. Расчёт времени при разных скоростях. 3. Построение графика $t(V)$ (гипербола).	Цель: Формировать навык перевода единиц и анализа графиков. Связь: Обратная пропорциональность $t = \frac{s}{v} \rightarrow$ физический смысл скорости.

3	Расчёт пути и времени движения.	Формула пути $s = V \cdot t$	Сравнение времени прохождения расстояния 500 м автомобилем при разных скоростях ($20 \frac{м}{с}$ и $25 \frac{м}{с}$).	1. Расчёт времени по формуле. 2. Построение таблицы и графика $t(V)$. 3. Анализ зависимости.	Цель: Развивать умение применять формулы, строить и читать графики. Связь: Работа с формулой, графиком обратной зависимости.
4	Инерция.	Инерция, первый закон Ньютона, изменение скорости.	Объяснение, почему пассажиров «бросает вперёд» при резком торможении автобуса.	1. Построение графика $V(t)$ при торможении. 2. Расчёт замедления (ускорения).	Цель: Связывать математические модели (график) с физическими явлениями. Связь: Наклон графика $V(t) \rightarrow$ величина замедления \rightarrow сила воздействия.
5	Взаимодействие тел. Масса. Сила.	Взаимодействие, сила, масса, второй закон Ньютона ($F = ma$).	Расчёт ускорений двух тел (2 кг и 3 кг), толкающих друг друга с силой 10 Н.	1. Расчёт ускорений по формуле $a = \frac{F}{m}$. 2. Построение графиков $V(t)$ для каждого тела.	Цель: Применять второй закон Ньютона, строить графики равноускоренного движения. Связь: Линейная функция $V(t) \rightarrow$ равное ускорение; обратная зависимость a от m .
6	Сила. Второй закон Ньютона.	Сила, ускорение, зависимость $a = \frac{F}{m}$.	Расчёт ускорения тела (5 кг) под действием силы (20 Н). Анализ влияния изменения силы.	1. Расчёт ускорения. 2. Построение графика $V(t)$ при постоянной силе. 3. Анализ изменения графика при переменной силе.	Цель: Формировать навыки решения задач и графического моделирования. Связь: Прямая пропорциональность a от F ; линейный рост v при постоянном a .
7	Явление тяготения. Сила тяжести.	Сила тяжести, $F_{\text{тяж}} = m \cdot g$, гравитация.	Сравнение силы тяжести для тела (10 кг) на Земле и на высоте (расчёт с упрощением).	1. Расчёт силы тяжести. 2. Построение графика $F(m)$. 3. Сравнение значений.	Цель: Строить и анализировать графики прямой пропорциональности. Связь: Линейная зависимость $F_{\text{тяж}}(m) \rightarrow$ физический смысл g .

8	Сила упругости. Закон Гука.	Сила упругости, закон Гука ($F_{\text{упр}} = k \cdot x$), жёсткость.	Расчёт силы упругости пружины ($k=100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$) при растяжении. Анализ свойств материала.	1. Расчёт силы по закону Гука. 2. Построение графика $F(x)$.	Цель: Применять закон Гука, строить графики линейной зависимости. Связь: График прямой пропорциональности \rightarrow физический смысл коэффициента жёсткости k .
9	Вес тела. Невесомость.	Вес, сила тяжести, невесомость, перегрузки.	Инженерный анализ лифта (расчёт веса, ускорений, силы натяжения троса).	1. Расчёт веса, ускорения из $N = m(g + a)$. 2. Построение графика $N(a)$. 3. Сравнение случаев движения.	Цель: Уметь применять законы динамики для расчёта веса в не ИСО. Связь: Линейная зависимость веса от ускорения лифта, решение неравенств.
10	Сила тяжести на других планетах.	Зависимость g от небесного тела, вес.	Сравнение силы тяжести для одного тела (10 кг) на Земле и Марсе.	1. Расчёт $F_{\text{тяж}}$ на Марсе. 2. Нахождение отношения сил. 3. Расчёт деформации пружины.	Цель: Применять физические законы в изменённых условиях. Связь: Пропорции, использование формулы силы тяжести и закона Гука.
11	Сложение сил. Равнодействующая сила.	Равнодействующая сила, сложение векторов.	Расчет, смогут ли спасатели сдвинуть глыбу, тянущую в одном направлении, с учетом трения.	1. Нахождение равнодействующей. 2. Сравнение с силой трения. 3. Графическое изображение сил.	Цель: Определять равнодействующую в практических ситуациях. Связь: Сложение скаляров, работа с масштабом, анализ условий движения.
12	Равнодействующая сил (продолжение).	Направление сил, векторное сложение.	Анализ перетягивания каната командами, тянущими в одну и противоположные стороны.	1. Расчёт равнодействующей для сонаправленных и противоположных сил.	Цель: Формировать представление о векторном сложении сил. Связь: Работа с числовой прямой (положительные/отрицательные числа), масштаб.

				2. Графическое построение.	
13	Сила трения. Трение покоя.	Трение покоя, коэффициент трения, $F_{тр} = \mu \cdot N$.	Исторический кейс: расчет количества рабов для сдвига каменного блока при строительстве пирамиды.	1. Расчёт силы трения покоя. 2. Определение минимальной силы и числа рабов. 3. Построение графика $F_{тр}(m)$.	Цель: Понимать природу трения покоя, рассчитывать её. Связь: Пропорции (через μ), линейные графики, анализ практических ситуаций.
14	Трение в природе и технике.	Трение скольжения, полезное и вредное трение, способы изменения.	Сравнение трения для снегохода на разных полозьях (металл/дерево) для оптимизации движения.	1. Расчёт сил трения для разных материалов. 2. Построение сравнительных графиков. 3. Расчёт выигрыша.	Цель: Анализировать роль трения, предлагать способы его изменения. Связь: Расчёт процентов и пропорций, построение диаграмм.

Ниже представлена систематизация всех 17 кейсов для 9 класса в табличной форме. Таблица структурирована по темам и отражает ключевые компоненты каждой учебной ситуации: физическую сущность, практический контекст, математические действия и интегративные цели.

Таблица 2.6

Систематизация кейсов для 9 класса: Практико-ориентированные задачи по механике

№	Тема (Физика)	Суть кейса (Практический контекст)	Ключевые физические понятия и вопросы	Математическая часть (Задачи и умения)	Образовательная цель (интеграция физики и математики)
1	Перемещение. Сложение векторов.	Поиск заблудившегося туриста по данным о его движении (север, затем восток).	Вектор перемещения, путь, модуль перемещения. Различие	1. Расчёт проекций и модуля перемещения. 2. Графическое построение векторов	Научить определять результирующее перемещение графическим и аналитическим методами.

			скалярных и векторных величин.	в масштабе. 3. Применение теоремы Пифагора и тригонометрии для нахождения угла.	Сформировать понятие о векторной природе перемещения.
2	Путь и скорость.	Анализ результатов бегуна для допуска к соревнованиям (норматив по средней скорости).	Средняя и мгновенная скорость. Векторный характер скорости.	1. Расчёт средней скорости. 2. Работа с формулами: выразить время и путь. 3. Перевод единиц ($\frac{м}{с} \rightarrow \frac{км}{ч}$), построение таблиц.	Сформировать понятие скорости как физической величины. Развить навыки расчётов, анализа данных и перевода единиц.
3	Прямолинейное равномерное движение. Графики.	Планирование поездки школьного автобуса. Построение графиков движения.	Равномерное движение. Графики $s(t)$ и $V(t)$. Геометрический смысл площади под графиком $V(t)$.	1. Построение графика линейной функции $s(t)$. 2. Анализ графика: определение скорости как углового коэффициента. 3. Расчёт пути как площади под графиком $V(t)$.	Научить «читать» и строить графики равномерного движения. Показать связь между графическим и аналитическим описанием движения.
4	Прямолинейное равноускоренное движение. Ускорение.	Тест-драйв электромобиля: расчёт ускорения при разгоне.	Ускорение, равноускоренное движение. Связь силы и ускорения.	1. Перевод единиц скорости. 2. Расчёт ускорения по формуле $a = \frac{v-v_0}{t}$. 3. Составление таблиц зависимости $V(t)$, анализ данных.	Сформировать понятие ускорения. Научить проводить сравнительный анализ характеристик движения (разные автомобили).

5	Скорость равноускоренного движения.	Запуск метеорологической ракеты: достижение заданной скорости.	Зависимость скорости от времени при постоянном ускорении. Связь с космическими скоростями.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Расчёт по формуле $V = V_0 + at$. 2. Построение графика линейной функции $V(t)$. 3. Расчёт площади под графиком $V(t)$ (перемещение). 	Научить применять формулу скорости равноускоренного движения. Развить навыки графического представления и анализа.
6	График скорости (сложный случай).	Анализ движения беспилотного такси (разгон, равномерное движение, торможение) для оптимизации.	Сложное движение, кусочно-линейный график $V(t)$. Связь площади под графиком с путём.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Построение и анализ кусочно-линейного графика. 2. Геометрический расчёт площадей (треугольники, прямоугольники) под графиком. 3. Сравнение аналитического и графического методов. 	Сформировать углублённое понимание графического метода. Научить рассчитывать путь как площадь под графиком $V(t)$ для неоднородного движения.
7	Перемещение при равноускоренном движении (торможение).	Тестирование системы экстренного торможения автомобиля.	Тормозной путь. Зависимость пути от квадрата скорости. Безопасность.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Решение квадратных уравнений для нахождения времени. 2. Расчёт пути по формуле $s = V_0t - \frac{at^2}{2}$. 3. Построение и анализ графика квадратичной функции $s(t)$. 	Научить решать практические задачи безопасности. Сформировать понимание квадратичной зависимости тормозного пути от скорости.

8	Перемещение без начальной скорости.	Старт космического зонда с поверхности планеты.	Движение с постоянным ускорением из состояния покоя. Связь с силой тяжести планеты.	1. Расчёт по формулам $s = \frac{at^2}{2}, V = at$. 2. Построение и сопоставление графиков линейной $V(t)$. и квадратичной $s(t)$ функций. 3. Прогнозирование параметров движения.	Закрепить формулы движения без начальной скорости. Развить навыки анализа и прогнозирования движения в астрофизическом контексте.
9	Движение по окружности.	Проектирование центрифуги для тренировки космонавтов.	Центростремительное ускорение, период, частота, линейная и угловая скорость. Перегрузка.	1. Расчёт параметров по формулам $a = \frac{v^2}{R}, T = \frac{2\pi R}{v}$. 2. Построение графиков обратной пропорциональности $(T(V), a(R))$. 3. Сравнительный анализ для разных условий (разные перегрузки).	Научить рассчитывать параметры движения по окружности. Сформировать понимание физической природы центростремительного ускорения и перегрузок.
10	Относительность движения.	Расчёт истинной скорости и курса самолёта с учётом ветра.	Относительность скорости. Сложение скоростей (векторное). Аэронавигация.	1. Разложение вектора на составляющие (тригонометрия). 2. Векторное сложение аналитически и графически. 3. Анализ погрешностей при изменении условий.	Сформировать глубокое понимание относительности движения. Научить применять векторные методы для решения практических навигационных задач.

11	Инерциальные системы отсчёта (ИСО). I закон Ньютона.	Эксперимент с шаром в условиях невесомости на МКС.	ИСО, закон инерции, невесомость. Относительность покоя и движения.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Запись уравнения движения в разных СО. 2. Построение графиков зависимости координаты от времени в разных СО. 3. Преобразование координат при переходе между СО. 	Научить анализировать движение в разных системах отсчёта. Сформировать чёткое понимание I закона Ньютона и условия его выполнения.
12	II закон Ньютона.	Расчёт ускорения космического зонда под действием двигателя.	Сила, масса, ускорение. Прямая и обратная пропорциональность.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Расчёт по формуле $a = \frac{F}{m}$. 2. Построение графиков прямой ($a(F)$) и обратной ($a(m)$) пропорциональности. 3. Анализ, как изменение параметров влияет на результат. 	Научить применять II закон Ньютона для расчётов. Сформировать понимание взаимосвязи силы, массы и ускорения через анализ графиков.
13	III закон Ньютона.	Анализ работы реактивного двигателя ракеты.	Силы действия и противодействия. Реактивное движение. Импульс силы.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Расчёт силы, действующей на ракету. 2. Запись пар сил действия-противодействия. 3. Анализ зависимости ускорения от силы тяги и массы. 	Сформировать понимание III закона Ньютона. Научить выявлять пары сил действия-противодействия и объяснять на его основе принцип реактивного движения.

14	Свободное падение.	Исследование метеоритного кратера: определение скорости и времени падения.	Ускорение свободного падения. Независимость $g(m)$. Энергия удара.	1. Решение квадратных уравнений для нахождения времени. 2. Построение графиков $V(t)$ и $h(t)$. 3. Сравнение пути за первую и последнюю секунды.	Научить применять законы свободного падения. Сформировать понимание постоянства g и его независимости от массы тела.
15	Движение тела, брошенного вертикально вверх.	Запуск метеозонда: расчёт высоты и времени полёта.	Движение под действием силы тяжести. Симметрия движения. Максимальная высота.	1. Нахождение экстремума квадратичной функции $h(t)$. для расчёта максимальной высоты. 2. Решение квадратных уравнений для нахождения времени. 3. Построение графиков параболы $h(t)$. и линейной функции $V(t)$.	Научить рассчитывать параметры движения тела, брошенного вертикально вверх. Сформировать понимание симметрии и энергетических превращений в этом движении.
16	Гармонические колебания.	Проектирование сейсмического датчика на основе пружинного маятника.	Уравнение гармонических колебаний. Амплитуда, период, частота. Превращения энергии.	1. Анализ тригонометрической функции $x(t) = A\cos(\omega t)$. 2. Построение и сравнение графиков $x(t)$, $V(t)$, $a(t)$. 3. Нахождение максимальных значений через	Сформировать понимание гармонических колебаний и их параметров. Научить анализировать колебательные системы с помощью тригонометрических функций и их графиков.

				производную (анализ экстремумов).	
	Импульс. Закон сохранения импульса (ЗСИ).	Неупругое столкновение двух космических аппаратов.	Импульс тела, импульс силы. ЗСИ. Упругие и неупругие удары.	1. Решение системы линейных уравнений , вытекающей из векторного ЗСИ (для одномерного случая). 2. Расчёт изменения кинетической энергии. 3. Анализ влияния массы на конечную скорость.	Научить применять ЗСИ для расчёта результатов столкновений. Сформировать понимание различий между упругим и неупругим взаимодействием.

Рекомендации по использованию таблиц:

1. **Поурочное планирование:** Таблица служит готовым планом на учебный год.
2. **Проектная деятельность:** Каждый кейс – основа для мини-проекта или исследовательской работы.
3. **Дифференциация:** Задания внутри кейса разделены по уровням сложности (от базового расчёта до аналитического исследования).
4. **Метапредметность:** В каждой теме явно указаны формируемые универсальные учебные действия (УУД): математическое моделирование, работа с графиками, анализ данных, постановка эксперимента.

2.3. Методические приемы реализации межпредметных связей на уроках физики и математики

Эффективная реализация межпредметной интеграции на уровне основного общего образования предполагает целенаправленное применение специальных методических приемов, которые изменяют традиционный урок в динамичную образовательную деятельность, где такие дисциплины как математика и физика взаимно обогащают и усиливают друг друга, формируя некое бинарное образовательное пространство. Подобный подход способствует росту учебной мотивации и формированию метапредметных компетенций. Учащиеся начинают воспринимать абстрактные законы не как набор формул, а как инструмент для объяснения окружающих явлений, что является одной из ключевых целей современного естественнонаучного образования, отраженной в актуальных педагогических исследованиях в области STEM-образования [38].

Апробация таких интегрированных приемов по сравнению с традиционными методами в педагогической практике показывают большую эффективность, поскольку согласно экспериментальным данным, они на 20-30% повышают усвоение материала [39]. Ниже представлена систематизированная модель, на основе которой была сформирована система приемов, адаптированная для среднего звена школьного образования и апробируемая в рамках данной методики (рис. 2.6).

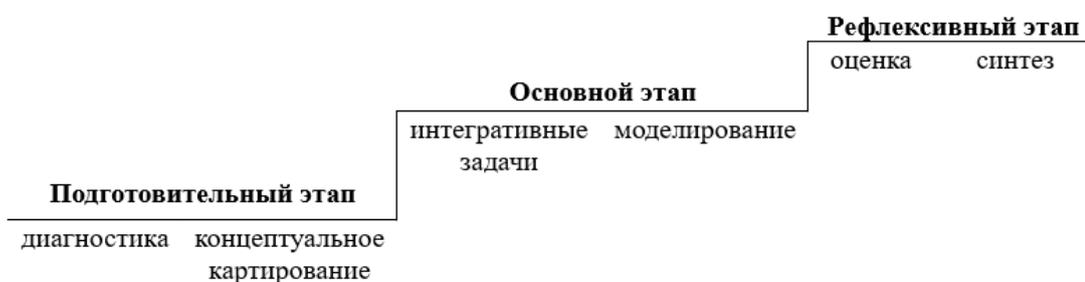


Рисунок 2.6. Структура систематизированной модели интегративных приемов

На подготовительном этапе проводится диагностика и строится концептуальное картирование. Диагностика проводится с использованием опросов и тестов, которые выявляют проблемы в понимании математических основ физики, а после, визуализируя связи между различными темами, проектируется концептуальная карта. Данный этап базируется на теории когнитивных схем, снижающих предварительным картированием когнитивную нагрузку.

Основной этап строится вокруг решения проблемно-ориентированной задачи посредством математических методов. Чередую теоретические объяснения и практические эксперименты, учащиеся работают в малых группах, что соответствует принципам проектного обучения, который эффективен в развитии критического мышления.

На рефлексивном этапе обучающиеся включаются в анализ того, какие математические инструменты улучшили понимание физических основ задачи, предлагая их применения в жизни. Данный этап опирается на цикл рефлексии Гиббса предполагающий осмысление своего опыта, понимание произошедших событий и обучение на основе этого опыта [40]. Эмпирические данные подтверждают, что подобные практики способны улучшить междисциплинарные компетенции, в том числе в контексте устойчивого развития.

Предлагаемая система методических приемов, разработанная и апробируемая в рамках настоящего исследования, направлена на оптимизацию образовательного процесса и повышение эффективности усвоения материала.

1. Прием «Физический контекст для математической абстракции»

Данный прием осуществляется в рамках уроков математики. Для него характерно введение математических понятий через физические задачи, что соответствует требованиям к метапредметным результатам освоения ООП [41]. Это позволяет придавать абстрактному знанию практический смысл.

Пример: урок алгебры в 7 классе по теме «Линейная функция»:

Реализация приема:

- Формальное определение в начале урока заменяется на демонстрацию видеоролика о движущемся автомобиле с постоянной скоростью.
- Формулируется проблема: как можно предсказать, где будет находиться автомобиль в любой момент времени?
- Учащиеся заполняют таблицу, связывающую время и пройденный путь. Затем на основе таблицы выводится формула $s = v_0 t + s_0$.
- Фиксируется, что выведенная формула является математической моделью движения и представляет собой линейную функцию, свойства которой нужно изучить, чтобы понимать законы движения.
- Строится график функции, где ось абсцисс – время (t), ось ординат – путь (s). Угловым коэффициентом (k) напрямую связывается со скоростью (v), а свободный член (b) – с начальной координатой;
- Решаются задачи на определение параметров движения по графику и составляются уравнения (рис.2.7).

Физическая проблема → сбор данных (таблица) → вывод формулы →

обобщение: понятие линейной функции → анализ свойств →

закрепление: решение физических задач на движение

Рисунок 2.7. Введение линейной функции через физический контекст

Методические рекомендации:

1. Создать интерфейс – целеполагание и мотивация: познавательный конфликт подводит обучающихся к необходимости математического описания процесса;

2. Организовать самостоятельное исследование – организация деятельности: важно акцентировать внимание на физическом смысле каждого параметра, использовать разные варианты исходных данных, чтобы демонстрировать общий характер выполняемой закономерности;

3. Вводить математическую терминологию – формализация и обобщение: необходимо проводить параллели между физическими и математическими характеристиками, после введения рабочей формулы четко фиксировать, что представляет собой математическая модель движения;

4. Организовать наглядность – визуализация и закрепление: осуществлять построение графика функции в содержательном контексте, предложить обучающимся серию задач с разным физическим контекстом, но похожей математической архитектурой.

Приведенный прием позволяет сделать абстрактное знание осмысленным и мотивирующим для учеников. Ключевое преимущество данного методического подхода заключается в переходе от эпизодического использования межпредметных связей к созданию единого образовательного пространства [42].

2. Прием «Математический аппарат для решения физической проблемы»

Этот прием предполагает актуализацию уже известных математических знаний для открытия или применения нового физического закона.

Пример: урок физики в 9 классе по теме «Закон сохранения импульса».

Реализация приема:

- Ставится проблема: «Видим, что скорость изменилась. Существует ли некая величина, которая остается неизменной?»
- Учащиеся вычисляют для каждого тела произведение $m \cdot v$ до и после взаимодействия.
- После того, как выявлено, что $m_1 v_1 + m_2 v_2$ не меняется, вводится понятие векторной величины – импульса тела.
- Учитель фиксирует внимание учащихся на математической сущности введенного закона, что закон сохранения импульса — это частный

случай более общего математического принципа – закона сохранения величины в замкнутой системе, т.е. физический закон представляет собой векторное уравнение $p_1 + p_2 = const$, а в случае упругого столкновения $\Delta p_1 = -\Delta p_2$.

Методические рекомендации:

1. Целесообразно перед изучением физического закона повторить необходимые математические понятия;
2. Следовать от частных экспериментальных данных к общему выводу, используя математические операции;
3. Обязательно организовать обсуждение роли математического аппарата в формулировке физического закона.

Реализация такого подхода способствует достижению метапредметных результатов образования, предусмотренных ФГОС, формирует умение применять интегрированные знания для решения учебных задач

3. Прием «Сравнительно-обобщающая таблица»

Сравнительно-обобщающая таблица представляет собой методический прием, который ориентирован на систематизацию взаимосвязей между понятиями и явлениями, концепциями и их визуальную организацию. Данный инструмент выявляет общие признаки и дифференцирующие характеристики, а также области пересечения между анализируемыми объектами (табл. 2.7).

Таблица 2.7

Пример реализации функциональных зависимостей в кинематике

Характеристика	Математика (Функция)	Физика (Кинематическая величина)	Физический смысл (Применительно к движению)	Графическое представление	Примеры кинематических задач
Зависимость от времени	$y = f(t)$	Положение $(x(t), y(t), z(t))$	Координаты тела в любой момент времени.	График зависимости координаты	Определение положения тела через заданное

			Описывает траекторию движения.	от времени $(x(t), y(t), z(t))$. Форма графика определяет характер движения.	время; Определение времени, когда тело достигает определенной точки траектории.
Производная по времени	$\dot{y} = \frac{df(t)}{dt}$	Скорость $(V(t))$	Изменение положения тела в единицу времени. Направление скорости – касательная к траектории в данной точке.	График зависимости скорости от времени $(V(t))$. Наклон графика характеризует ускорение.	Определение скорости тела в заданный момент времени; Определение средней скорости на заданном участке траектории.
Вторая производная по времени	$\ddot{y} = \frac{d^2f(t)}{dt^2}$	Ускорение $(a(t))$	Изменение скорости тела в единицу времени. Характеризует изменение скорости по модулю и направлению.	График зависимости ускорения от времени $(a(t))$. Площадь под графиком соответствует изменению скорости.	Определение ускорения тела в заданный момент времени; Определение изменения скорости за заданный промежуток времени.
Простейший случай: Постоянная функция	$y = C$	Положение $(x = const)$	Тело неподвижно в определенной точке.	Горизонтальная прямая на графике зависимости координаты от времени.	Описание покоящегося объекта.
Линейная функция	$y = kt + b$	Равномерное движение $(x = V_0t + x_0)$	Движение с постоянной скоростью в одном направлении.	Прямая линия на графике зависимости координаты от времени. Угол наклона	Определение скорости равномерно движущегося тела.

				соответствует скорости.	
Квадратичная функция	$y = at^2 + bt + c$	Равноускоренное движение ($x = \frac{a_0 t^2}{2} + V_0 t + x_0$)	Движение с постоянным ускорением.	Парабола на графике зависимости координаты от времени.	Определение ускорения равноускоренно движущегося тела.

Методические рекомендации:

1. Таблицу необходимо использовать на уроках физики и математики;
2. Включить в учебный процесс проведение практических работ, на которых ученики смогут использовать таблицу для решения задач;
3. Предлагать ученикам самостоятельно заполнять таблицу для других видов движения постепенно, согласно последовательности изучения тем;
4. Для более глубокого понимания соответствующих математических и физических компетенций включать таблицу в общее обсуждение;
5. В один из столбцов можно добавить QR-код для возможности переходить к интерактивным графикам, где можно изменять параметры функции и наблюдать, как это влияет на форму графика;
6. Предложить ученикам оценивать свой уровень понимания каждой функциональной зависимости, используя таблицу и пропорциональные ей критерии.

Использование сравнительно-обобщающей таблицы позволяет развивать у учащихся метапредметные умения проводить сравнительный анализ, классифицировать информацию, выделяя существенные признаки. Данный прием эффективен в переводе метапредметных связей из декларативного уровня в структурно-наглядный, учащийся не просто заучивает факты, а видит, как одна и та же математическая структура проявляется в разных физических контекстах.

4. Прием «Двойной эксперимент»

Данный прием подразумевает педагогическую стратегию, направленную на прочное усиление междисциплинарных связей между математикой и физикой. Смысл стратегии заключается в проведении единого экспериментального исследования, анализируемое и интерпретируемой с разных теоретических позиций, но в соответствии целям и задачам обеих дисциплин. В рамках физики акцентируются опытные наблюдения, в результате которых устанавливаются физические закономерности, определяются величины и проверяются гипотезы. Напротив, в математике акцент смещается на построение математических моделей, которые описывают наблюдаемые явления, а также на анализ полученных данных с точки зрения математического аппарата и решение задач на основе экспериментально полученных результатов.

Пример: изучение колебаний маятника в 9 классе.

Реализация приёма на уроке физики:

- Учащиеся экспериментальным путем определяют зависимость периода колебаний маятника от длины нити, массы груза, амплитуда.
- Школьники самостоятельно формулируют качественный вывод.

Реализация приема на уроке математики (алгебры):

- На основе данных, полученных на уроке физики (длина нити, соответствующий период) учащиеся получают задание построить график зависимости $T(l)$;
- Наблюдая, что график зависимости не похож на прямую, учащиеся строят график $T^2(l)$.
- Формулируется вывод о виде функциональной зависимости, по графику находится угловой коэффициент и экспериментально определяется ускорение свободного падения $g = \frac{4\pi^2}{k}$.

Общие методические рекомендации:

1. На этапе подготовки и планирования учителям физики и математики необходимо совместно определить единый объект исследования, измеряемые параметры и формат передачи данных и разработать две взаимосвязанные системы задач;

2. Рекомендуется сначала проводить урок физики, а затем математики, поскольку на уроке физики полученные экспериментальные данные оформляются в стандартизированную форму.

3. Для учителя физики:

- Акцентировать внимание на методологии эксперимента;
- Для получения статистических данных организовать групповую работу;
- На этапе анализа и обсуждения предварительно обсудить возможный вид зависимостей.

Для учителя математики:

- организовать построение графика на основе данных, полученных на уроке физики;
- вывести зависимость, провести расчеты и сопоставить полученные значения с табличными данными.

Предлагаемый методический прием формирует у обучающихся комплексное понимание научного метода исследования, где экспериментальные данные и их математическая обработка взаимодополняют друг друга.

5. Прием «Интегративная задача-кейс или ИЗК»

Прием ИЗК – есть метод обучения, основанный на решении одной комплексной, многоаспектной проблемы, которая имитирует реальную ситуацию, и требует рассмотрения, опираясь на знания и навыки как из физики, так и математики [43].

Пример: кейс для 9 класса «Проектирование безопасной дороги»

Реализация приема:

- ставится проблема: рассчитать тормозной путь автомобиля при разных погодных условиях;
- на физическом этапе изучается понятие тормозного пути, коэффициента трения, обосновывается формула $s_{\text{торм}} = \frac{v_0^2}{2\mu g}$.
- на математическом этапе строится и анализируется графики зависимости $s_{\text{торм}}(v_0)$ для разных μ (коэффициент трения на, льду).
- на интегративном этапе полученные графики анализируются и формулируется вывод с опорой на вопросы: «Во сколько раз увеличение скорости увеличивает тормозной путь? Почему на льду тормозной путь резко возрастает?»

Возможные задания кейса:

1. Расчет тормозного пути для различных скоростей и коэффициентов трения (асфальт, мокрый асфальт);
2. Вычисление тормозного пути для конкретных скоростей и определение, во сколько раз увеличится тормозной путь при удвоении скорости;
3. Расчет минимальной дистанции до впереди идущего автомобиля с учетом времени реакции водителя или без;
4. Анализ дорожных знаков, ограничивающих скоростной режим, и объяснение ограничений на результатах вычислений;
5. Проектирование безопасного участка дороги, учитывая условия: поворот, спуск пешеходный переход.
6. Обоснование влияния различных типов шин (зимние или летние) на коэффициент трения.

Методические рекомендации:

1. Дифференцировать задания по уровню сложности;

2. Организовывать работу в группах с целью обмена опытом и оказания взаимопомощи;
3. Для улучшения понимания ситуаций использовать наглядные материалы: видео, презентации, интерактивные модели;
4. Акцентировать внимание учащихся на практическом применении, то есть подчеркивать связь между изучаемым и реальными жизненными ситуациями.

Внедрение предложенной системы методических приемов позволяет существенно преодолеть фрагментарность знаний, которая типична для традиционного обучения. Трансформируя уроки физики и математики так, чтобы они работали в едином ключе над решением общих познавательных задач, у обучающихся 7-9 классов формируется целостная естественно-научная картина, что соответствует целям современного образования [42], [43].

Конкретные результаты об эффективности предложенных приемов:

- повышение мотивации к обучению;
- углубление понимания физических законов;
- формирование критического мышления;
- развитие навыков решения проблем;
- повышения метапредметной компетентности.

Помимо перечисленных результатов, в рамках данной парадигмы математика перестает быть абстрактным набором правил и формул, а становится мощным инструментом для анализа, моделирования и предсказания физических явлений и процессов, что в дальнейшем позволит применять знания в решении реальных инженерных и технологических задач.

2.4. Экспериментальная проверка эффективности методики

Для проверки эффективности разработанной методики реализации межпредметных связей (МПС) механики и математики был проведен педагогический эксперимент. Эксперимент осуществлялся в течение 2023-2024 учебного года на базе двух общеобразовательных учреждений: Гимназии №13 «Академ» (г. Красноярск) и Школы космонавтики им. академика С.П. Королёва (г. Железногорск).

В эксперименте участвовали параллели 7-х и 9-х классов, в каждой из которых были сформированы экспериментальная (ЭГ) и контрольная (КГ) группы:

- **Экспериментальные группы (ЭГ-7, ЭГ-9):** обучение велось с использованием разработанной методики реализации межпредметных связей.
- **Контрольные группы (КГ-7, КГ-9):** обучение проводилось по традиционной методике без специального акцента на МПС.

Педагогический эксперимент включал три этапа:

1. **Констатирующий этап** (сентябрь 2023 г.). Проведено входное диагностическое тестирование по физике и математике для всех групп. Цель этапа — определение исходного уровня знаний и умений учащихся, проверка их статистической сопоставимости в начале эксперимента, а также выявление начального уровня сформированности межпредметных умений.

2. **Формирующий этап** (октябрь 2023 г. – май 2024 г.). В экспериментальных группах обучение велось с применением разработанной методики, направленной на развитие межпредметного мышления, умения критического анализа и применения знаний из математики и физики в практических ситуациях. В контрольных группах учебный процесс не изменялся.

3. **Контрольный этап** (май 2024 г.). Проведено итоговое тестирование, аналогичное входному, с целью оценки достигнутых результатов, динамики

изменений и эффективности экспериментальной методики. Данные этого этапа служат основой для сравнительного анализа и выводов.

Педагогическое наблюдение являлось дополнительным методом сбора качественных данных. Его основной целью было выявление качественных характеристик приобретаемых знаний и навыков, в частности степени осознанности применения математического аппарата при решении физических задач и глубины понимания физических принципов, лежащих в основе математических моделей в механике. Оно проводилось систематически на протяжении всего формирующего этапа эксперимента и включало:

1. **Наблюдение за учебной деятельностью** на уроках физики и математики с фиксацией: активности и характера высказываний учащихся при обсуждении межпредметных вопросов; умения корректно использовать математические формулы, графики и термины в контексте физических задач; качества рассуждений при переходе от условия физической задачи к ее математической модели.

2. **Анализ письменных работ** (контрольных, самостоятельных, проектных заданий), позволяющий оценить корректность и осознанность применения знаний из одной предметной области в другой.

3. **Метод беседы** (индивидуальные и групповые интервью-опросы с учащимися экспериментальных групп) для выявления их субъективного понимания связи между разделами математики и механики, оценки сформированности рефлексии.

Результаты наблюдения фиксировались в специально разработанных протоколах-бланках с указанием критериев и фиксировались в виде конспектов, что позволило получить не только количественные, но и богатые качественные данные для интерпретации результатов тестирования.

Контрольный этап и оценка результатов

На контрольном этапе (май 2024 г.) было проведено итоговое тестирование учащихся контрольных и экспериментальных групп по физике и математике. Целью тестирования являлось определение уровня знаний и

умений учащихся после формирующего этапа эксперимента и проведение сравнительного анализа динамики достижений между ЭГ и КГ.

Диагностический инструментарий. Для обеспечения чистоты эксперимента и корректности сравнения использовался *параллельный (эквивалентный) вариант* входного теста:

- Для **7-х классов** диагностический материал был сосредоточен на темах, изучаемых в курсе физики «Введение. Первоначальные сведения о строении вещества» и математики (алгебра и начала геометрии), актуальных для первого года изучения физики: действия с физическими величинами, построение и чтение графиков простейших зависимостей, решение задач на расчет пути, скорости, плотности с акцентом на перевод единиц и работу с формулами.

- Для **9-х классов** тест включал задания по ключевым разделам механики (кинематика, динамика, законы сохранения) и соответствующим разделам математики: решение квадратных уравнений, работа с векторными величинами (сложение, проекции), анализ и построение графиков линейных и квадратичных функций, основы тригонометрии для разложения сил.

Итоговый тест, сохраняя структуру и типологию заданий входного, проверял усвоение учебного материала за весь курс (для 7 класса) или за соответствующий модуль (для 9 класса) с усилением межпредметной составляющей: задачи требовали последовательного применения математического аппарата для решения физической проблемы.

Методы оценки и обработки данных. Для оценки результатов использовались методы математической статистики. Первичные данные (баллы за тесты) были переведены в пятибалльную шкалу (средний балл) для наглядности представления. Для проверки достоверности различий между средними значениями в ЭГ и КГ на констатирующем и контрольном этапах применялся t-критерий Стьюдента для независимых выборок. Статистическая значимость различий фиксировалась при уровне $p < 0.05$.

Результаты диагностики и их анализ. Результаты входного тестирования (табл. 2.8) показали, что исходный уровень знаний учащихся контрольных и экспериментальных групп был статистически сопоставим. Незначительные расхождения в средних баллах (например, 3.5 против 3.6) не были статистически значимыми, что позволило считать группы эквивалентными на старте эксперимента и в дальнейшем корректно интерпретировать разницу в итоговых результатах как эффект от внедряемой методики.

Таблица 2.8

Результаты входного тестирования (сентябрь 2023 г.)

	Контрольная группа	Экспериментальная группа
7 класс		
Средний балл по физике	3,6	3,6
Средний балл по математике	3,4	3,5
9 класс		
Средний балл по физике	3,5	3,8
Средний балл по математике	3,5	3,6

Результаты итогового тестирования (табл. 2.9) продемонстрировали положительную динамику в обеих группах, что объясняется естественным процессом обучения. Однако учащиеся экспериментальных групп показали статистически значимо более высокие результаты как по физике, так и по математике по сравнению с контрольными группами.

Таблица 2.9

Результаты итогового тестирования (май 2024 г.)

	Контрольная группа	Экспериментальная группа
7 класс		
Средний балл по физике	3,9	4,42
Средний балл по математике	3,81	4,1
9 класс		

Средний балл по физике	3,81	4,4
Средний балл по математике	4,08	4,3

Сравнительный анализ динамики. Сравнение результатов входного и итогового тестирования позволяет сделать вывод об эффективности экспериментальной методики (рис. 2.8, 2.9):

Анализ динамики в контрольных группах (обучение по традиционной методике):

- **7 класс:** рост среднего балла по физике на 8.3% (с 3.6 до 3.9), по математике — на 11.8% (с 3.4 до 3.81).
- **9 класс:** рост среднего балла по физике на 8.9% (с 3.5 до 3.81), по математике — на 11.4% (с 3.5 до 4.08).

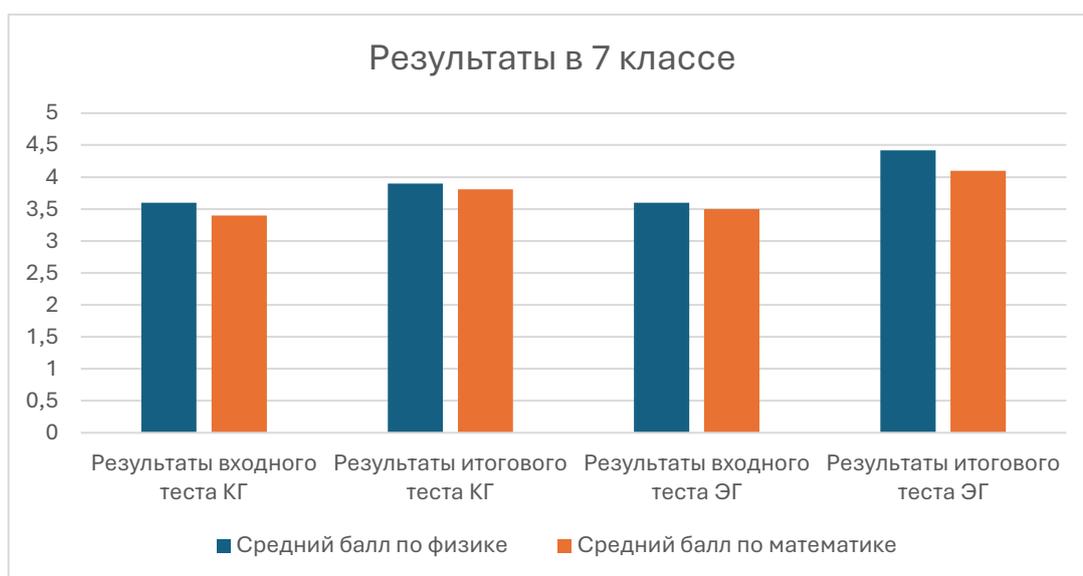


Рисунок 2.8. Сравнительная диаграмма входного и итогового тестирования по математике и физике в 7 классе

Анализ динамики в экспериментальных группах (обучение с акцентом на МПС):

- **7 класс:** прирост по физике составил **22.8%** (с 3.6 до 4.42), по математике — **17.1%** (с 3.5 до 4.1).
- **9 класс:** прирост по физике составил **15.8%** (с 3.8 до 4.4), по математике — **19.4%** (с 3.6 до 4.3).

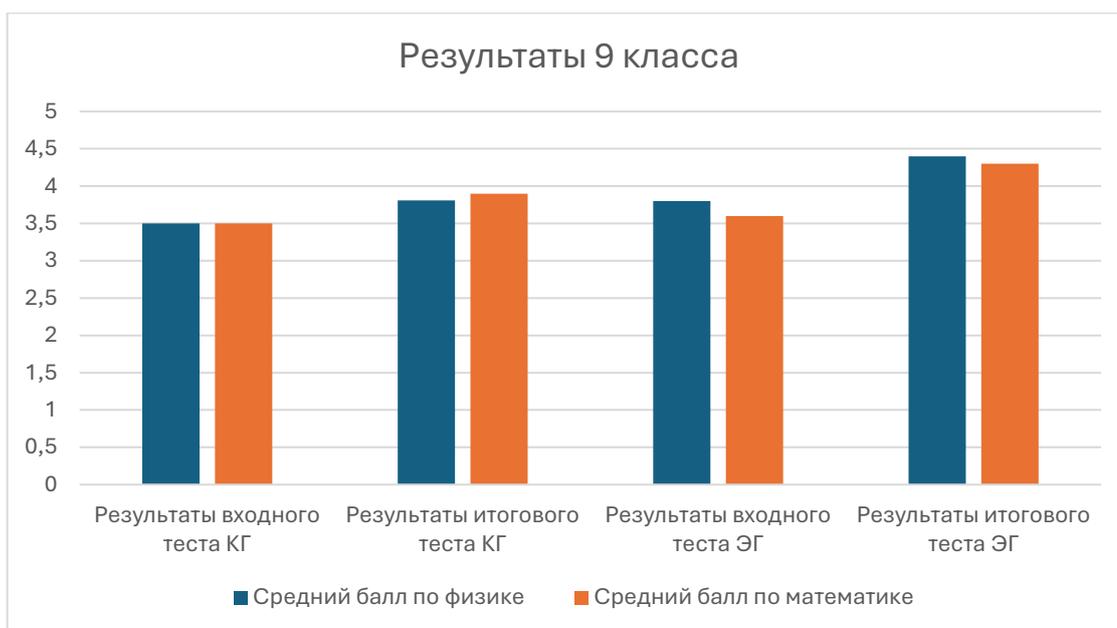


Рисунок 2.9 Сравнительная диаграмма входного и итогового тестирования по математике и физике в 9 классе

Диагностика уровня сформированности межпредметных компетенций

Целью диагностики на всех этапах эксперимента являлось определение исходного и итогового уровня сформированности у учащихся межпредметных компетенций в области механики и математики, а также отслеживание динамики их развития. Для достижения этой цели была разработана система критериев и соответствующих показателей, позволяющих объективно оценить качество предметных и метапредметных результатов в соответствии с требованиями ФГОС ООО.

Критериально-оценочный аппарат. Критерии и показатели были классифицированы по пяти ключевым направлениям, отражающим как предметные знания, так и интегративные умения (табл. 2.10).

Таблица 2.10

Критерии и показатели оценки сформированности межпредметных компетенций (физика-математика)

Критерий

Показатели

1.

– Понимание физической сущности явлений, закономерностей, законов и теорий.

Критерий	Показатели
Содержательно-понятийный	<ul style="list-style-type: none"> – Раскрытие содержания учебного материала в предусмотренном программой объеме. – Точное определение и изложение основных понятий, законов, теорий.
2. Математико-языковой	<ul style="list-style-type: none"> – Грамотное использование математической терминологии и символики в физическом контексте. – Умение выполнять и «читать» чертежи, схемы, графики, отражающие физические зависимости. – Логическая и последовательная структура изложения решения или объяснения.
3. Практико-прикладной	<ul style="list-style-type: none"> – Применение знаний в новой (нестандартной) ситуации при выполнении практических заданий. – Умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами из смежных предметных областей. – Установление связей между изучаемым материалом и ранее изученными темами (внутрипредметные и межпредметные связи).
4. Системно-интеграционный	<ul style="list-style-type: none"> – Актуализация и корректное использование усвоенных ранее сопутствующих знаний. – Демонстрация устойчивых, отработанных умений и навыков. – Способность строить ответ или решение по собственному, логичному плану.
5. Автономно-деятельностный	<ul style="list-style-type: none"> – Самостоятельность в выполнении заданий без опоры на наводящие вопросы учителя. – Творческий подход: сопровождение рассказа новыми, самостоятельно подобранными примерами.

Методы и инструменты диагностики. В соответствии с разработанными критериями для проведения диагностики применялся комплекс взаимодополняющих методов исследования:

В соответствии с разработанными критериями применялся комплекс взаимодополняющих методов:

1. **Педагогическое наблюдение** – основной метод для сбора качественных данных на формирующем этапе.

2. **Специально разработанные тесты** – основной инструмент количественной оценки, сконструированный для проверки всех критериев.

3. **Анкетирование обучающихся** – вспомогательный метод для выявления субъективного восприятия межпредметных связей.

Интерпретация результатов в контексте критериев

Сравнительный анализ данных позволил сделать следующие выводы:

- **В контрольных группах** рост средних баллов в основном отражал улучшение по **содержательно-понятийному** критерию. Динамика по интегративным критериям (2, 3, 4) была выражена слабее.
- **В экспериментальных группах** значительный прирост результатов был обусловлен комплексным улучшением по всем критериям. Учащиеся ЭГ демонстрировали более осознанное использование математического языка, умение применять алгоритмы в новых контекстах, четкое установление межпредметных связей и повышенную самостоятельность.

Качественный анализ формирования межпредметных умений на основе протоколов наблюдения

Для качественной оценки динамики формирования межпредметных умений на протяжении эксперимента использовался специально разработанный «Протокол фиксации формирования межпредметных умений» (см. Приложение).

Методика оценки по протоколу. Степень проявления каждого показателя фиксировалась по 4-балльной шкале (0–3 балла). На основе суммы баллов определялся общий уровень сформированности умений:

- **Начальный (низкий) уровень (0–35%):** Трудности в установлении связей, фрагментарное применение знаний, репродуктивная деятельность.
- **Базовый (средний) уровень (36–70%):** Способность применять очевидные связи по образцу, понимание роли математического аппарата, затруднения в переносе и самостоятельном построении решений.
- **Высокий уровень (71–100%):** Свободное выявление и использование глубоких связей, самостоятельное построение моделей, аргументация, нестандартные подходы.

Результаты качественной оценки уровней сформированности. Обработка протоколов наблюдения позволила получить распределение

учащихся по уровням (табл. 2.11), наглядно демонстрирующее разницу в динамике между группами.

Таблица 2.11

Распределение учащихся по уровням сформированности межпредметных умений (%)

Этап эксперимента / Уровень	Уровни (%)					
	Низкий		Средний		Высокий	
	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ	ЭГ	КГ
Констатирующий эксперимент	72	76	24	20	4	4
Контрольный эксперимент	12	36	52	56	36	8

Примечание: ЭГ – экспериментальная группа, КГ – контрольная группа.

Интерпретация результатов

1. В контрольных группах динамика перехода учащихся на более высокий уровень была менее выраженной. Увеличение процента учащихся со **средним** уровнем происходило в основном за счет сокращения доли **низкого** уровня.

2. В экспериментальных группах наблюдалась качественно иная динамика. Значительно сократилась доля учащихся с низким уровнем, при этом существенно вырос процент учащихся, достигших **высокого** уровня.

Данный вывод дополнительно подкрепляется **анализом результатов тестирования**, который показал, что учащиеся экспериментальных групп статистически значимо лучше справлялись именно с заданиями:

- требующими одновременного применения знаний из физики и математики;
- направленными на проверку умения перекодировать информацию;
- имеющими нестандартную формулировку и требующими развития логического мышления и поисковой деятельности.

Вывод по разделу:

Комплексный анализ данных, полученных с помощью количественных (тестирование) и качественных (наблюдение, протоколы) методов,

свидетельствует о положительном влиянии разработанной методики на уровень предметных знаний и сформированность межпредметных умений. Учащиеся экспериментальных групп продемонстрировали не только более высокие абсолютные результаты и динамику, но и качественное развитие метапредметных компетенций – системного мышления, способности к интеграции знаний и решению комплексных задач, что подтверждает эффективность методики реализации межпредметных связей механики и математики.

Выводы по второй главе

1. Разработана и теоретически обоснована методика межпредметных связей между физикой (механикой) и математикой. В основу методики положена система взаимосвязанных принципов (научности и корректности связей, доминирующей роли физического содержания, синхронности и преемственности, практико-ориентированности, деятельностного подхода, наглядности и визуализации). Реализация этих принципов трансформирует интеграцию из простого сопутствующего повторения в целенаправленную педагогическую систему, где физика и математика взаимно обогащают друг друга.

2. Создан и апробирован практический инструментарий для реализации межпредметных связей. Разработанный комплекс межпредметных задач для 7-9 классов структурно выстроен по принципу «градуальности» — от простых заданий на установление функциональных зависимостей до комплексных задач, требующих построения математических моделей (например, баллистического движения). Особую ценность представляют экспериментально-исследовательские и качественные задачи, которые формируют целостное естественнонаучное мышление и показывают математику как инструмент познания реального мира.

3. Предложенная система методических приемов обеспечивает гибкость и глубину межпредметных связей. В работе описаны эффективные приемы, такие как:

- «Физический контекст для математической абстракции» (введение математических понятий через физические проблемы).
- «Математический аппарат для решения физической проблемы» (использование математики для вывода физических законов).
- «Сравнительно-обобщающая таблица» (визуальная систематизация связей между понятиями).

- «Двойной эксперимент» (проведение единого исследования на уроках обоих предметов).

- «Интегративная задача-кейс» (решение комплексных практико-ориентированных проблем).

Эти приемы позволяют преодолеть фрагментарность знаний и создать единое образовательное пространство.

4. Экспериментальная проверка подтвердила высокую эффективность методики. Педагогический эксперимент, проведенный в 7-х и 9-х классах, показал статистически значимое преимущество экспериментальных групп (ЭГ) над контрольными (КГ):

- В 7-х классах ЭГ продемонстрировала рост среднего балла по физике на 22.8% (против 8.3% в КГ) и по математике на 17.1% (против 11.8% в КГ).

- В 9-х классах рост в ЭГ составил по физике 15.8% (против 8,9% в КГ) и по математике 19.4% (против 11.4% в КГ).

Учащиеся ЭГ также показали лучшие результаты в заданиях, требующих применения знаний из обеих предметных областей и развития логического мышления.

5. Методика способствует достижению метапредметных результатов. Наблюдения и диагностика выявили, что у учащихся экспериментальных групп не только повысилось качество предметных знаний, но и развились метапредметные компетенции: умение анализировать, синтезировать информацию, строить модели, применять знания в новых ситуациях. Отмечается рост познавательной активности, мотивации к обучению и способности видеть практическую значимость изучаемых наук.

Разработанная и апробированная методика межпредметной интеграции физики и математики при изучении механики доказала свою эффективность и целесообразность внедрения в общеобразовательную практику. Она обеспечивает формирование у учащихся 7-9 классов системного научного мышления и целостного представления о мире, что в полной мере соответствует целям современного образования, закрепленным в ФГОС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящее исследование было посвящено актуальной проблеме современного образования – разработке и апробации методики межпредметной интеграции физики и математики при изучении раздела «Механика» в 7–9 классах. Работа выполнена в рамках магистерской диссертации на кафедре физики, технологии и методики обучения КГПУ им. В.П. Астафьева.

В ходе исследования была подтверждена выдвинутая гипотеза. Установлено, что системная реализация специально разработанной методики межпредметной интеграции, основанной на принципе опережающего формирования математических компетенций и имеющей практико-ориентированный характер, приводит к существенному повышению качества знаний учащихся по физике и математике, а также к развитию их метапредметных умений.

Результаты проведенной работы позволяют сформулировать следующие основные выводы:

1. **Теоретический анализ** проблемы межпредметных связей (МПС) выявил их циклическую актуализацию в истории педагогики и подтвердил их стратегическую важность в контексте требований ФГОС к метапредметным результатам. Установлено, что ключевым препятствием для эффективной интеграции физики и математики в основной школе является **хронологический разрыв** в изучении тем (например, векторы, тригонометрия), когда потребность в математическом аппарате в курсе физики возникает раньше его системного изучения в математике.

2. Для преодоления выявленных проблем была **разработана и теоретически обоснована целостная методика** интеграции. Её ядро составляют:

- **Система дидактических принципов** (научности и корректности связей, доминирующей роли физического содержания, синхронности и преемственности, практико-ориентированности, деятельностного подхода).

- **Структурированный комплекс межпредметных задач** по механике для 7–9 классов, построенный по принципу градуальности – от анализа простых функциональных зависимостей до построения комплексных математических моделей (например, баллистического движения).

- **Система эффективных методических приемов**, включающая «физический контекст для математической абстракции», «двойной эксперимент», интегративную задачу-кейс, сравнительно-обобщающие таблицы.

3. **Экспериментальная проверка** методики, проведенная на базе МАОУ «Гимназия №13 «Академ» и Школы космонавтики им. академика С.П. Королёва, доказала её высокую эффективность. По результатам педагогического эксперимента учащиеся экспериментальных групп (ЭГ) продемонстрировали **статистически значимо более высокую динамику** роста предметных знаний по сравнению с контрольными группами (КГ):

- В 7-х классах прирост среднего балла по физике в ЭГ составил **22.8%** (против 8.3% в КГ), по математике – **17.1%** (против 11.8%).

- В 9-х классах прирост по физике в ЭГ – **15.8%** (против 8.9% в КГ), по математике – **19.4%** (против 11.4%).

4. **Качественный анализ**, основанный на педагогическом наблюдении и оценке по специально разработанным критериям, показал, что у учащихся ЭГ не только улучшились предметные результаты, но и *качественно вырос уровень сформированности межпредметных компетенций*: умение применять математический аппарат в физическом контексте, выстраивать логические связи между дисциплинами, решать комплексные практические задачи. Доля учащихся с высоким уровнем сформированности данных умений в ЭГ к концу эксперимента выросла до 36%, в то время как в КГ осталась на уровне 8%.

Научная новизна исследования заключается в разработке структурно-логической модели интеграции содержания курсов физики и математики при изучении механики, основанной на принципе синхронизации и опережающего

формирования математического аппарата, а также в определении критериев отбора и конструирования межпредметных задач.

Теоретическая значимость работы состоит в углублении теоретических основ методики преподавания физики за счет разработки принципов и модели межпредметной интеграции с математикой на материале ключевого раздела основной школы.

Практическая значимость определяется тем, что разработанные комплекс межпредметных задач, система методических приемов и рекомендации по организации учебного процесса могут быть непосредственно использованы учителями физики и математики в общеобразовательных школах для повышения эффективности обучения и достижения метапредметных результатов, заявленных в ФГОС.

Положения, выносимые на защиту, нашли свое полное подтверждение в ходе теоретического и экспериментального исследования.

Таким образом, цель исследования достигнута. Разработанная, теоретически обоснованная и экспериментально проверенная методика межпредметной интеграции физики и математики при изучении механики в 7–9 классах является эффективным средством повышения качества естественнонаучного образования и формирования у учащихся целостной научной картины мира.

В качестве перспективных направлений дальнейших исследований можно выделить: адаптацию методики для других разделов школьного курса физики (молекулярная физика, электродинамика); разработку цифровых образовательных ресурсов, поддерживающих межпредметную интеграцию; исследование долгосрочного влияния такой интеграции на профессиональное самоопределение и академические достижения учащихся.

Библиографический список

1. Князев, Е. А. История отечественного образования и педагогики : учебник для вузов / Е. А. Князев. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 236 с.
2. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов/Ред. тома и авт. встуи. ст. А. Ф. Лосев; Перевод М. Л. Гаспарова. 2-е изд. М.: Мысль, 1986. - 571 с.
3. Ле Гофф Ж. Интеллектуалы в Средние века / Жак Ле Гофф; [Пер. с фр. А.М. Руткевича]. — [2-е изд.]. — СПб. : ИД СПбГУ, 2003. — 154 с.
4. Галилей, Галилео. Диалог о двух главнейших системах мира птоломеевой и коперниковой = Диалог о двух системах мира / Галилео Галилей ; Пер. [и предисл., с.3-18] А. И. Долгова. — Москва, Ленинград : Гостехиздат, 1948. — 380 с.
5. Ньютон И. Математические начала натуральной философии / Пер. с латин. и коммент. А.Н. Крылова; Под ред. и с предисл. Л.С. Полака, [АН СССР]. — М. : Наука, 1989. — 687 с.
6. Needham, J. Science and Civilisation in China. Vol. 3: Mathematics and the Sciences of the Heavens and the Earth. – Cambridge: Cambridge University Press, 1959.
7. Трапш Н. А. Эволюция научных взглядов А. С. Лаппо-Данилевского и актуальные проблемы отечественной истории XVII-XVIII вв. Автореф. дис. на соиск. учен. степ. к.ист.н., Спец. 07.00.02 / Трапш Н.А.; [Рост. гос. ун-т]. — Ростов н/Д 2001. — 28 с.
8. Лошкарева Н. А. межпредметные связи как средство совершенствования учебно-воспитательного процесса. М.: МГПИ, 1981. - 54 с.
9. Тимошенко С. П. Инженерное образование в России / С.П. Тимошенко; Пер. с англ. В.И. Иванова-Дятлова под ред. чл.-корр. Рос. акад.

архитектуры и строит. наук проф. Н.Н. Шапошникова, Предисл. чл.-корр Рос. акад. наук проф. В.Н. Луканина. — Люберцы : ПИК ВИНТИ, 1997. — 82 с.

10. История педагогики и образования от зарождения воспитания в первобытном обществе до конца XX века, учебное пособие для педагогических учебных заведений, учебное пособие для студентов педагогических вузов / [А.И. Пискунов и др.]; под общ. ред. акад. РАО А.И. Пискунова. — 3-е изд., испр. и доп.. — Москва : Творческий центр Сфера, 2007. — 490 с.

11. Максимова, В. Н. Межпредметные связи в учебно-воспитательном процессе современной школы : учебное пособие по спецкурсу для педагогических институтов / В. Н. Максимова. - Москва: Просвещение, 1987. - 160 с.

12. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования от 30.09.2022 №874 [Электронный ресурс]: ФГОС. - URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 22.10.2023).

13. Эльконин, Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин ; под ред.: В. В. Давыдова, В. П. Зинченко; сост. Б. Д. Эльконин ; Академия педагогических наук [АПН]СССР. - Москва: Педагогика, 1989. - 555 с.

14. Огольцова, Е. Г. Теория интеллекта Ж. Пиаже / Е. Г. Огольцова, И. В. Анисимова. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2022. — № 50 (445). — С. 491-492.

15. Выготский, Л. С. Мышление и речь / Л. С. Выготский. - 5. изд., испр. - Москва : Лабиринт, 1999. – 350 с.

16. Максимова В.Н. Сущность и функции межпредметных связей в целостном процессе обучения: диссертация ... доктора педагогических наук : 13.00.01. - Ленинград, 1981. - 476 с.

17. Синяков А. П. Дидактические подходы к определению понятия «межпредметные связи» учителей / Синяков А. П. [Электронный ресурс]. — URL: <http://cyberleninka.ru/>(дата обращения: 09.09.2024).

18. Межпредметные связи курса физики в средней школе / Ю. И. Дик, И. К. Турьшев, Ю. И. Лукьянов ; . - М. : [б. и.], 1987. - 191 с.
19. Усова А. В. Самостоятельная работа учащихся в процессе изучения физики. – М.: Высшая школа, 1984. – 207 с.
20. Федорец, Г. Ф. Межпредметные связи в процессе обучения : Учеб. пособие / Г. Ф. Федорец. - Ленинград : ЛГПИ, 1983. - 88 с.
21. Далингер В. А. Совершенствование процесса обучения математике на основе целенаправленной реализации внутрипредметных связей. — Омск: Изд-во ИПКРО, 1993. — 323 с.
22. Блинова, Т. Л. Подход к определению понятия «Межпредметные связи в процессе обучения» с позиции ФГОС СОО / Т. Л. Блинова, А. С. Кирилова // Педагогическое мастерство: материалы III Междунар. науч. конф. – Екатеринбург: Буки-Веди, 2013. – С. 65–67.
23. Межпредметные связи как средство совершенствования учебно-воспитательного процесса : уч. пособие для ФПК директоров школ / Н. А. Лошкарева ; ред. М. С. Тесемницына. 1981.- с. 18
24. Далингер В. А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике: Книга для учителя. — М.: Просвещение, 1991. — 80 с.
25. Талызина, Н. Ф. Формирование познавательной деятельности учащихся / Н. Ф. Талызина. - Москва : Знание, 1983. – 95 с.
26. Груденов, Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики : Кн. для учителя / Я. И. Груденов. - Москва : Просвещение, 1990. – 223 с.
27. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. - Москва : Педагогика, 1981. - 185 с.
28. Усова, А.В. Теория и методика обучения физике в основной школе. Часть вторая. Частные вопросы./ А.В. Усова. – Ульяновск: изд-во «Корпорация технологического продвижения», 2006.

29. Граник, Г. Г. Как учить школьников работать с учебником / Г. Г. Граник, С. М. Бондаренко, Л. А. Концевая. - Москва : Знание, 1987. – 79 с.
30. Матюшкин, А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А. М. Матюшкин. - Москва : Педагогика, 1972. – 206 с.
31. Обухов А.С. Исследовательская деятельность как способ формирования мировоззрения // Народное образование. – 1999. – № 10. – С. 158–161.
32. Хуторской А.В. Методика личностно-ориентированного обучения. Как обучать всех по-разному? : пособие для учителя / А. В. Хуторской. - Москва : Владос-Пресс, 2005. - 384 с.
33. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. – М.: Просвещение, 2022. – 1076 с.
34. Максимова, В.Н. Межпредметные связи в процессе обучения / В.Н. Максимова. – М.: Просвещение, 1989. – 191 с.
35. Федорова, В. Н. Системный аспект межпредметных связей естественнонаучных дисциплин средней школы // Межпредметные связи в преподавании основ наук в школе: сб. науч. тр. М.: Изд. АПН РСФСР, 1973. Ч. 2. – 95 с.
36. Далингер, В.А. Проблемы реализации межпредметных связей математики и физики в школе / В.А. Далингер // Физика в школе. – 2015. – № 5. – С. 44-48.
37. Афанасьева, И. А. Реализация межпредметных связей как одно из направлений повышения качества образования [Электронный ресурс] / И. А. Афанасьева. – 2009. – URL: <https://urok.1sept.ru/articles/527712> (дата обращения: 25.09.2024).
38. National Research Council. A Framework for K-12 Science Education: Practices, Crosscutting Concepts, and Core Ideas / Committee on a Conceptual Framework for New K-12 Science Education Standards, Board on Science Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. — Washington, D.C. : National Academies Press, 2011. - 385 p. [Электронный

ресурс]. -URL: <https://nap.nationalacademies.org/catalog/13165/a-framework-for-k-12-science-education-practices-crosscutting-concepts> (дата обращения: 14.11.2024).

39. European Commission. Science Education for Responsible Citizenship / European Commission, Directorate-General for Research and Innovation. — 2018. — 82 p. [Электронный ресурс]. URL: <https://op.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/a1d5ea8e-f6c3-11e8-9982-01aa75ed71a1> (дата обращения: 10.12.2024).

40. The Future of Education and Skills 2030 / Organisation for Economic Co-operation and Development. — 2019. — 23 p. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.oecd.org/education/2030-project/> (дата обращения: 10.12.2024).

41. Межпредметные связи курса физики в средней школе / под ред. Ю. И. Дика, И. К. Турышева. М.: Просвещение, 1987. — 153 с.

42. Закон об образовании в Российской Федерации № 273-ФЗ – М., 2023. [Электронный ресурс]. — URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/ (дата обращения: 22.08.2025).

43. Кейс-технологии в образовании: методические рекомендации / О. И. Сидорова. – Екатеринбург : УрГПУ, 2022. – 145 с. [Электронный ресурс]. - URL: https://www.surwiki.admsurgut.ru/wiki/images/f/fb/Кейс_технология.pdf (дата обращения: 20.08.2025).

44. Богомаз И. В. Формирование межпредметных понятий как аспект практикоориентированности школьного обучения/ И. В. Богомаз, Е.А. Песковский, Л.Ю. Фомина// Проблемы современного педагогического образования. - 2018.

Критерии	Показатели	Баллы			
		0 б – не проявля ется	1б – на начальном уровне	2б – на базовом уровне	3б – на высоком уровне
Содержательно-понятийный	- понимают физическую сущность явлений, закономерностей, законов и теорий;				
	- раскрывают содержания материала в предусмотренном программой объеме;				
	- точно определяют и излагают основных понятий, законов, теорий.				
Математико-языковые	- грамотно используют математическую терминологию и символику;				
	- выполняют чертежи, схемы и графики;				
	-логически и последовательно излагают материал.				
Практико-прикладные	- применяют знания в новой ситуации при выполнении практических заданий;				
	-иллюстрируют теоретические положения конкретными примерами.				
Системно-интеграционные	- устанавливают связи между изучаемым и ранее изученным материалом;				
	- имеют усвоенные ранее изученные сопутствующие вопросы;				
	- показывают устойчивые используемые умения и навыки.				
Автономно-деятельностные	- строят ответы по собственному плану;				
	- отвечают самостоятельно без наводящих вопросов учителя;				
	- сопровождают рассказ новыми примерами.				

Материалы для тестирования по физике для 7 класса

Тестовые задания по механике для 7 класса

Инструкция для учащихся:

Тест состоит из 20 заданий разного типа. Не волнуйтесь, если какие-то вопросы покажутся вам незнакомыми. Главное – постарайтесь подумать и ответить так, как вы понимаете.

Важно:

- На выполнение теста отводится 35 минут.
- Пользоваться учебниками, справочниками или помощью одноклассников запрещено.

Задания:

1. Что такое движение?

- | | |
|---|----------------------------|
| а) Когда тело стоит на месте. | в) Когда тело светится. |
| б) Когда тело меняет свое положение в пространстве. | г) Когда тело издает звук. |

2. Представьте, что вы едете в автобусе. Кто или что движется относительно вас?

- | | |
|-----------------------------------|--------------------|
| а) Сиденье, на котором вы сидите. | в) Земля за окном. |
| б) Другие пассажиры. | г) Только вы сами. |

3. Два кубика одинакового объема – стальной и алюминиевый. Что у них одинаково, а что различно?

- | | |
|--------------------------------------|--|
| а) Одинакова масса, разная плотность | в) Разная масса и разная плотность |
| б) Одинакова плотность, разная масса | г) Одинакова масса и одинакова плотность |

4. Если автобус едет по прямой дороге, то его движение можно назвать:

- | | |
|------------------|-----------------|
| а) Криволинейным | в) Вращательным |
| б) Прямолинейным | г) Хаотичным |

5. Вы бросили мяч вверх. Он сначала летит вверх, а потом падает вниз. Такое движение называется:

- | | |
|------------------|------------------|
| а) Равномерным | в) Прямолинейным |
| б) Неравномерным | г) Вращательным |

6. Какой из следующих объектов, как правило, движется быстрее всех?

- | | |
|-----------------------------|-------------------|
| а) Человек, идущий по улице | в) Самолет в небе |
| б) Автомобиль на дороге | г) Поезд |

7. Физическая величина, которая показывает, какой путь проходит тело в единицу времени, называется

- | | |
|----------|-------------|
| а) путь | в) скорость |
| б) время | г) масса |

8. Если вы прошли 50 шагов за 25 секунд, сколько шагов вы делали в среднем за одну секунду?

- | | |
|---------------|-----------------|
| а) 1 шаг/сек | в) 25 шагов/сек |
| б) 2 шага/сек | г) 50 шагов/се |

11. Что такое «ускорение»?

- а) Когда скорость тела меняется (становится больше или меньше)
б) Когда тело движется очень медленно
- в) Когда тело стоит на месте
г) Когда скорость тела не меняется

15. Сила, которая действует на все тела на Земле и тянет их вниз, называется:

- а) Сила трения
б) Сила упругости
- в) Сила тяжести
г) Сила света

16. Что происходит с предметом, если на него не действуют никакие силы или действующие силы уравновешивают друг друга?

- а) Он обязательно начнет двигаться.
б) Он обязательно остановится
- в) Он останется в своем состоянии (либо покоиться, либо двигаться с постоянной скоростью)
г) Он начнет вращаться

17. Когда вы пытаетесь сдвинуть тяжелый шкаф, но он не движется, это значит, что:

- а) На шкаф не действуют никакие силы
б) Сила, которую вы прикладываете, меньше, чем сила, которая держит шкаф
- в) Шкаф сам себя держит
г) Шкаф легче, чем вы думаете

18. Установите соответствие между физической величиной и единицей ее измерения в СИ:

- | | |
|-------------|-------------------------|
| 1. Путь | А. с (секунда) |
| 2. Время | Б. м/с (метр в секунду) |
| 3. Скорость | В. м (метр) |

19. Явление сохранения скорости тела при отсутствии действия на него других тел называется:

- а) гравитацией
б) инерцией
- в) деформацией
г) тяготением

20. Автобус проехал 60 км за 1,5 часа. Чему равна его скорость?

- а) 40 км/ч
б) 60 км/ч;
- в) 90 км/ч
г) 15 км/ч

Материалы для тестирования по физике для 9 класса

Тестовые задания по механике для 9 класса

Инструкция для учащихся:

Тест состоит из 20 заданий разного типа. Старайтесь отвечать максимально точно, но не задерживайтесь долго на одном вопросе. Этот тест призван помочь понять, насколько успешно прошло ваше обучение. Главное – постарайтесь подумать и ответить так, как вы понимаете.

Важно:

- На выполнение теста отводится 35 минут.
- Пользоваться учебниками, справочниками или помощью одноклассников запрещено.

Задания:**1. Что изучает раздел «Механика»?**

- | | |
|--------------------------|---|
| а) Тепловые явления | в) Движение тел и взаимодействие между ними |
| б) Электрические явления | г) Свойства газов |

2. Какая физическая величина характеризует изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени?

- | | |
|--------------|----------------|
| а) Скорость | в) Движение |
| б) Ускорение | г) Перемещение |

3. Если тело движется со скоростью 10 м/с, это означает, что:

- | | |
|---|---|
| а) За каждую секунду оно проходит 10 метров | в) За каждую секунду оно проходит 10 километров |
| б) За каждую минуту оно проходит 10 метров | г) За каждую секунду оно ускоряется на 10 м/с |

4. Какова формула для расчета скорости при равномерном прямолинейном движении?

- | | |
|----------------------|--------------------|
| а) $v = \frac{s}{t}$ | б) $v = s \cdot t$ |
| б) $v = \frac{t}{s}$ | в) $v = a \cdot t$ |

5. Мальчик пробежал 100 метров за 20 секунд. Какова его средняя скорость?

- | | |
|------------|------------|
| а) 0.2 м/с | в) 20 м/с |
| б) 5 м/с | г) 100 м/с |

6. Что такое ускорение?

- | | |
|--|---|
| а) Физическая величина, показывающая, как изменяется скорость тела за единицу времени | в) Физическая величина, показывающая, сколько времени тело находится в движении |
| б) Физическая величина, показывающая, какое расстояние тело проходит за единицу времени. | г) Физическая величина, показывающая, как изменяется масса тела |

7. Если тело движется с ускорением 2 м/с², это означает, что:

- а) Скорость тела увеличивается на 2 м/с каждую секунду
б) Скорость тела уменьшается на 2 м/с каждую секунду
в) Тело проходит 2 метра за каждую секунду
г) Тело проходит 2 метра за каждую миллисекунду

8. Что такое инерция?

- а) Способность тела изменять свою скорость
б) Способность тела сохранять свое состояние движения (покой или равномерное прямолинейное движение) при отсутствии воздействия внешних сил
в) Способность тела притягивать другие тела
г) Способность тела совершать работу

9. Какое тело обладает большей инерцией?

- а) Легковой автомобиль
б) Грузовой автомобиль
в) Велосипед
г) Мотоцикл

10. Если вы идете по прямой дороге со скоростью 2 м/с, какое расстояние вы пройдете за 30 секунд?

- а) 15 метров
б) 60 метров
в) 30 метров
г) 2 метра

11. Человек давит на лопату с силой 600 Н. Ширина лезвия лопаты 20 см, толщина режущего края 0,5 мм. Чему равно давление лопаты на почву?

- а) 60 кПа
б) 6 МПа
в) 600 кПа
г) 600 Па

12. Механическая работа совершается, если...

- а) тело имеет массу
б) на тело действует сила, и оно движется
в) тело движется с постоянной скоростью
г) тело обладает энергией.

13. Мяч массой 0,5 кг находится на высоте 3 м от пола. Чему равна его потенциальная энергия относительно пола? ($g \approx 10 \text{ Н/кг}$)

Ответ: _____ Дж.

14. Автомобиль трогается с места и за 10 секунд разгоняется до скорости 20 м/с. Чему равно его ускорение?

- а) 0.5 м/с^2
б) 2 м/с^2
в) 200 м/с^2
г) 10 м/с^2

15. Тело массой 2 кг движется с ускорением 0.5 м/с^2 под действием некоторой силы. Чему равен модуль этой силы?

- а) 1 Н
б) 4 Н,
в) 0.25 Н
г) 2.5 Н

16. Импульс тела — это величина, равная

- а) произведению массы на скорость
б) произведению массы на ускорение
в) произведению силы на время
г) отношению пути ко времени

17. Период колебаний маятника 2 с. Чему равна частота этих колебаний?

- а) 0.5 Гц
б) 2 Гц
в) 1 Гц
г) 4 Гц

18. Звуковая волна является...

- а) только продольной
- б) только поперечной,
- в) и продольной, и поперечной (в зависимости от среды)
- г) не является волной.

19. Согласно второму закону Ньютона:

- а) Сила действия равна силе противодействия
- б) Ускорение тела прямо пропорционально равнодействующей сил и обратно пропорционально его массе
- в) Тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него не действуют другие тела.
- г) Сила тяжести пропорциональна массе тела.

20. Закон Паскаля гласит, что давление, производимое на жидкость или газ...

- а) зависит от формы сосуда
- б) передается в каждую точку жидкости или газа без изменения
- в) увеличивается с глубиной
- г) равно отношению силы к площади

Материалы для тестирования по физике для 7 класса

Тестовые задания по математике для 7 класса

1. Сравните числа: -15 и -10.

- а) $-15 > -10$ б) $-15 < -10$ в) $-15 = -10$ г) Сравнить невозможно

2. Вычислите: $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) \cdot 12$

- а) 5 б) 7 в) 10 г) 14

3. Упростите выражение: $3(x - 5) + 2x$

- а) $5x - 15$ б) $5x + 15$ в) $3x - 15$ г) $x - 15$

4. Вычислите: $(-2)^3 + 5^2$

- а) -57 б) 17 в) -17 г) 33

5. Решите уравнение: $4x - 7 = 13$

- а) $x=1,5$ б) $x=5$ в) $x=4$ г) $x=20$

6. Решите уравнение: $4,8y - 5,2 = 2,4y - 9,2$

- а) 1,6 б) 6 в) -6 г) -1,6

7. В двух корзинах 60 яблок. В первой корзине на 12 яблок больше, чем во второй. Сколько яблок во второй корзине?

- а) 24 б) 36 в) 28 г) 32

8. Представьте число $3\frac{5}{8}$ в виде десятичной дроби.

- а) 3,5 б) 3,58 в) 0,358 г) 3,625

9. Чему равна сумма чисел $\frac{3}{10}$ и $\frac{8}{15}$? (ответ дайте в виде несократимой дроби)

- а) $\frac{11}{25}$ б) $\frac{11}{30}$ в) $\frac{5}{6}$ г) $\frac{38}{150}$

10. Округлите до десятых 0,4173:

- а) 0,4 б) 0,3 в) 0,5 г) 0,42

11. Расположите числа в порядке возрастания: 0; 2,2895; $-5\frac{4}{7}$; 2,294.

12. К, М, N, Р – вершины прямоугольника.

- а) постройте точки К(-3; 8); М(4; 8); N(4; -2).
 б) постройте точку Р и найдите ее координаты;
 в) постройте О – точку пересечения отрезков KN и MP и найдите ее координаты.

13. В начале учебного года в школах района было 136 компьютеров. К концу учебного года число компьютеров в школах увеличилось на 25%. Определите:

- а) на сколько увеличилось число компьютеров в этих школах;
 б) сколько компьютеров стало в школах этого района.

14. Поле, площадью 62 га вспахали за 3 дня. В первый день вспахали 60% всего поля, а во второй 20% оставшейся площади. Сколько гектаров вспахали в третий день?

15. Упростите $5(2a+1)-3$

- а) $10a+5-3$ б) $10a-2$ в) $10a+2$ г) $10a$

16. Если в точке графика функции $y = x + 5$ координата $x = 0$, чему равна координата y ?

а) $y=0$ б) $y=5$ в) $y=-5$ г) $y=0$

17. Какое число расположено на координатной прямой левее (меньше): -5 или -1,35?

а) -5 б) Больше в) Равны г) -1,35

18. Решите пропорцию: $\frac{x}{8} = \frac{3}{4}$

а) $x=24$ б) $x=6$ в) $x=12$ г) $x=32$

19. Решите уравнение $x - 2(x + 3) = 4x + 14$

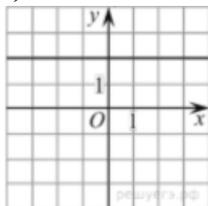
а) -4 б) 4 в) 3,4 г) -3,4

20. Два человека одновременно отправляются из одного и того же места по одной дороге на прогулку до опушки леса, находящейся в 4 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,7 км/ч, а другой — со скоростью 4,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?

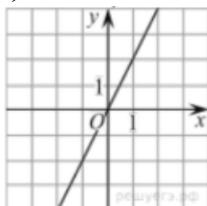
Тестовые задания по математике для 9 класса

1. Установите соответствие между графиками и формулами, которые их задают

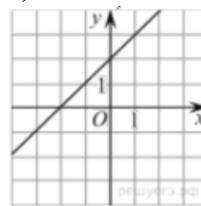
а)



б)



в)

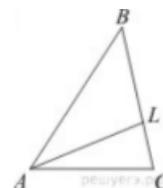


- 1) $y=2x$ 2) $y=-2x$ 3) $y=x+2$ 4) $y=2$

2. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

3. Упростите выражение $(a - 3)^2 - a(5a - 6)$, найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответ запишите полученное число.

4. В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, угол ALC равен 112° , угол ABC равен 106° . Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



5. Какие из следующих утверждений верны?

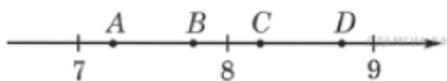
- а) Если угол равен 450° , то вертикальный с ним угол равен 450°
- б) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.
- в) Через любые три точки проходит ровно одна прямая.
- г) Если расстояние от точки до прямой меньше 1, то и длина любой наклонной, проведённой из данной точки к прямой, меньше 1.

6. Представьте выражение в виде степени с основанием x :

$$\begin{cases} 14 - 2x \leq x - 2, \\ 7x - 2 \leq 5x + 3. \end{cases}$$

7. Решить неравенство: $3x + 4(-7 + 6x) \leq -7x + 6$

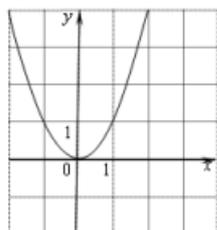
8. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{68}$. Какая это точка? В ответ запишите номер правильного ответа.



9. Упростите выражение $\frac{4b}{a-b} \cdot \frac{a^2 - ab}{8b}$ и найдите его значение при $a = 19, b = 8,2$. В ответе запишите найденное значение.

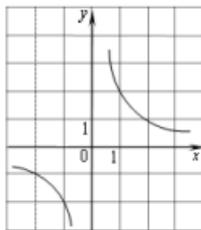
10. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

а)



1) $y = x^2$

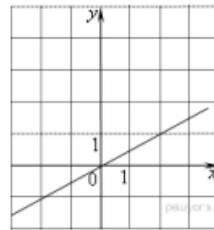
б)



2) $y = \frac{x}{2}$

3) $y = \sqrt{x}$

в)



4) $y = \frac{2}{x}$

11. Решите уравнение $x^4 - 5x^2 - 6 = 0$

12. Если два треугольника подобны с коэффициентом подобия $k = 3$, то отношение их периметров равно:

а) 3

б) 9

в) $\frac{1}{3}$

г) 6

13. Вершина параболы $y = x^2 + 4x - 1$ находится в точке с координатой x :

а) $x = 4$

б) $x = -4$

в) $x = -2$

г) $x = 2$

14. Определите количество корней уравнения $x^2 - 5x + 10 = 0$.

а) Один

б) Два

в) Нет корней

г) Бесконечно много

15. Решите уравнение: $5x^2 - 20 = 0$

а) $x = 4$

б) $x = \pm 2$

в) $x = \pm 4$

г) $x = 2$

16. Сократите дробь: $\frac{a^2 - 9}{2a + 6}$

а) $\frac{a-3}{2}$

б) $\frac{a+3}{2}$

в) $a - 3$

г) $a + 3$

17. Упростите: $\sqrt{48} - \sqrt{12}$

а) $\sqrt{36}$

б) $2\sqrt{3}$

в) $4\sqrt{3}$

г) $\sqrt{3}$

18. Раскройте скобки: $(2x - 3)^2$

а) $4x^2 - 9$

б) $4x^2 - 12x + 9$

в) $4x^2 - 6x + 9$

г) $2x^2 - 12x + 9$

19. Решите неравенство: $3x - 1 < 8$

а) $x < 3$

б) $x > 3$

в) $x < 9$

г) $x > 9$

20. Разложите на множители: $x^4 - 16$

а) $(x^2 - 4)(x^2 + 4)$

б) $(x - 4)(x + 4)$

в) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$

г) $(x - 2)(x + 2)$

Норма оценивания тестов в соответствии с ФГОС

Оценка «5» ставится, если ученик выполнил правильно **от 80% до 100%** от общего числа баллов

Оценка «4» ставится, если ученик выполнил правильно **от 60 % до 79%** от общего числа баллов

Оценка «3» ставится, если ученик выполнил правильно **от 35 % до 59%** от общего числа баллов

Оценка «2» ставится, если ученик выполнил правильно **менее 35 %** от общего числа баллов или не приступил к работе, или не представил на проверку.