

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В. П. АСТАФЬЕВА»

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

Кафедра физики и методики обучения физике

Ахметов Никита Сергеевич

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Эволюция открытой модели Вселенной как задача об осцилляторе с трением

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы Физика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

доцент, кандидат педагогических наук

С.В. Латынцев

04.06.2024

(дата, подпись)

Руководитель

Доктор физ.-мат. наук, профессор

А.М. Баранов

13.05.2024

(дата, подпись)

Обучающийся

Н.С. Ахметов

05.05.2024

(дата, подпись)

Дата защиты

20 июня 2024

Оценка

отлично

(прописью)

Красноярск, 2024

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. В. П. АСТАФЬЕВА»

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

Кафедра физики и методики обучения физике

Ахметов Никита Сергеевич

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Эволюция открытой модели Вселенной как задача об осцилляторе с трением

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы Физика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой
доцент, кандидат педагогических наук
С.В. Латынцев

(дата, подпись)

Руководитель
Доктор физ.-мат. наук, профессор
А.М. Баранов

(дата, подпись)

Обучающийся
Н.С. Ахметов

(дата, подпись)

Дата защиты _____

Оценка _____
(прописью)

Красноярск, 2024

Содержание

Введение	3
Глава I Открытые космологические модели	6
§ 1.1 Модели Фридмана	6
§ 1.2 Стационарная модель Вселенной	8
§ 1.3 Нестационарная модель Вселенной	10
§ 1.4 Периодический мир	15
Глава II Описание эволюции Вселенной с помощью «механического подхода»	17
§ 2.1 Уравнения Эйнштейна для открытых космологических моделей в подходе Фока	17
§ 2.2 Эволюция открытой космологической модели Вселенной как задача о движении частицы в силовом поле	19
§ 2.3 Примеры космологических моделей, отвечающих «механическому подходу» и их функции состояния	25
Глава III Открытая космологическая модель как задача об осцилляторе с диссипацией	36
§ 3.1 Уравнение тяготения в «механическом подходе» с диссипацией	36
§ 3.2 Получение функции состояния	38
§ 3.3 Построение графиков поведения функций состояния	41
Глава IV Методические и мировоззренческие особенности изучения и моделирования Вселенной	44
§ 4.1 Влияние изучение Вселенной на мировоззрение человека	44
§ 4.2 Методологические особенности изучения астрономии в школах	48
Заключение	52
Список используемых источников	55

Введение

Современная космология стоит перед фундаментальными вопросами о происхождении, эволюции и конечной судьбе Вселенной. Одним из наиболее интригующих и сложных аспектов этого вопроса является понимание динамики космологического расширения, которое может привести нас к описанию будущей судьбы Вселенной. В последние десятилетия наблюдательные данные, полученные благодаря мощным телескопам и спутникам, таким как космический телескоп Хаббла и космический аппарат Planck, привели к построению так называемой Λ CDM-модели, которая описывает Вселенную как состоящую из обычной материи, темной материи, темной энергии.

В рамках Λ CDM-модели темная энергия, представленная космологической постоянной Λ , играет решающую роль в ускорении расширения Вселенной. Однако природа темной энергии остается одной из величайших загадок современной физики. Несмотря на ее доминирующее влияние на динамику Вселенной, ее фундаментальные свойства и происхождение остаются неизвестными.

В поисках ответов на эти вопросы, космологи обращаются к различным теоретическим моделям и подходам. Одним из интересных и перспективных направлений исследований в физике – это использование аналогий. В частности, проблему исследования динамики расширения Вселенной можно заменить на задачу «механического» движения материальной частицы в силовом поле. Например, одним из обобщений открытой космологической модели Фридмана оказывается космологическая модель, полученная при использовании аналогии с механическим осциллятором с трением. Этот подход позволяет установить аналогии между космологическими параметрами и параметрами осциллятора и, тем самым, глубже понять саму космологическую модель.

Актуальностью данной темы исследования является тот факт, что развитие космологии привело человечеству к ряду неразрешимых задач, одной из которых является вопрос о динамике Вселенной. Решение данной задачи могло бы положительно отразиться на развитии человечества в целом, и в первую очередь, на естественнонаучном мировоззрении. Однако, отсутствие возможности экспериментально доказать достоверность той или иной теории об эволюции Вселенной привело к математическому моделированию с учетом физических параметров, наблюдаемых нами во Вселенной на данный момент.

Объектом данного исследования является эволюция Вселенной.

Предмет исследования – открытая космологическая модель эволюции Вселенной.

Цель работы представляет собой изучение эволюции открытой космологической модели Вселенной, являющейся решением уравнений Эйнштейна как колебательной механической системы с диссипацией, а также графическое построение поведения этой модели Вселенной относительно задаваемых параметров.

Гипотеза исследования: с помощью решения данной проблемы можно будет проследить ряд предполагаемых событий, относящихся к эволюции Вселенной относительно параметров, описывающих изменения эволюции нашего мира.

Задачи, которые были поставлены в работе:

1. Сделать обзор по открытым космологическим моделям Вселенной (открытые модели Фридмана).
2. Изложить суть «механического подхода» в решении уравнений Эйнштейна и привести примеры открытых космологических моделей, которые отвечают «механическому подходу».
3. В рамках «механического подхода» построить модель открытой космологической модели, описывающую эволюцию Вселенной. Записать и решить уравнения тяготения по аналогии с «механическим» осциллятором с единичной массой и диссипацией.
4. Определить и найти функции состояния модели:

$$\beta = \frac{P}{\varepsilon}$$

5. Построить графики для функции состояния полученной модели относительно параметров, отвечающих наличию (или отсутствию) вещества и вязкости.
6. Проанализировать результаты и сделать выводы по поводу эволюции модели Вселенной.
7. Обозначить методологические особенности изучения Астрономии в школах в связи с космологическими моделями Вселенной, а также мировоззренческую важность в изучении Астрономии.

Структура выпускной квалификационной работы состоит из введения, четырех глав и заключения.

Первая глава посвящена открытым космологическим моделям Вселенной.

Во второй главе излагается «механический подход» для описания эволюции Вселенной, уравнения Эйнштейна для открытых космологических моделей в подходе Фока, модельная эволюция открытой космологической модели Вселенной, в которой эволюция рассматривается как задача о движении частицы в однородном силовом поле, а также примеры моделей, отвечающих «механическому подходу».

В третьей главе приводится оригинальная часть научно-исследовательской работы, в которой открытая космологическая модель Вселенной рассматривается, как задача об осцилляторе с диссипацией (трением).

В четвертой главе показана практическая (методологическая) и мировоззренческая значимость данной темы исследования не только для уроков Астрономии в школах.

В Заключении суммируются результаты и выводы о работе.

Глава I

Открытые космологические модели

§ 1.1 Модели Фридмана

В данном параграфе рассмотрены открытые модели эволюции Вселенной по Фридману. В них входит стационарный и нестационарный мир, а также периодическая модель Вселенной.

Модели Фридмана делятся на 2 класса. Первый класс моделей схож с предположениями, которые делали Эйнштейн и Де-Ситтер, и которые относятся к уравнениям, управляющим гравитационными потенциалами, а также к характеру движения и состояния материи в пространстве. Второй класс описывает предположения об общем геометрическом характере мира

Предположения первого класса:

1. Гравитационные потенциалы удовлетворяют системе уравнений Эйнштейна с «космологическим» членом, который может быть равен нулю:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \pm \lambda g_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}; \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3 \quad (0.1)$$

где $g_{\mu\nu}$ – гравитационные потенциалы, $T_{\mu\nu}$ – тензор материи, λ – некоторая постоянная, $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$, а тензор $R_{\mu\nu}$ определяется равенствами:

$$R_{\mu\nu} = \frac{\delta^2 g \sqrt{g}}{\delta x_\mu \delta x_\nu} - \frac{\delta g \sqrt{g}}{\delta x_\sigma} \Gamma_{\sigma}^{\mu\nu} - \frac{\delta}{\delta x_\sigma} \Gamma_{\sigma}^{\mu\nu} + \Gamma_{\sigma}^{\mu a} \Gamma_a^{\nu\sigma} \quad (0.2)$$

причем x_i ($i = 0, 1, 2, 3$) суть мировые координаты, а $\Gamma_{\sigma}^{\mu\nu}$ – символ Кристоффеля второго рода (Знак $R_{\mu\nu}$ и скалярной кривизны R изменен на обратный сравнительно с обычными обозначениями этой величины).

- 1) Материя находится в несвязном состоянии и обладает взаимно относительным покоем. Тензор материи определяется равенствами:

$$T_{\mu\nu} = 0, \text{ если } \mu \text{ и } \nu \text{ одновременно } \neq 4, T_{44} = c^2 \vartheta g_{00} \quad (0.3)$$

где ϑ – плотность материи и c – фундаментальная скорость.

Предположения второго класса:

- 1) По выделении из четырех мировых координат трех пространственных (x_1, x_2, x_3) имеем пространство постоянной кривизны, которая может изменяться с течением четвертой (временной) координаты x_4 . Интервал ds определяемый равенством $ds^2 = g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$, может быть написан при помощи соответствующего изменения пространственных координат в следующем виде:

$$ds^2 = R^2 (dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + 2g_{10} dx_1 dx_0 + 2g_{20} dx_2 dx_0 + g_{00} dx_0^2,$$

где R есть функция только от x_0 ; R является пропорциональным радиусу кривизны пространства. Следовательно – радиус кривизны пространства может меняться с течением времени.

- 2) В выражении интервала g_{10}, g_{20}, g_{30} обращаются в нуль при соответствующем выборе временной координаты – время ортогонально пространству. Это предположение вносится в целях упрощения вычислений. Необходимо отметить, что миры Эйнштейна и Де-Ситтера являются частными случаями рассматриваемого предположения.

Итак, предположения 1) и 2) дают возможность записать ds^2 как:

$$ds^2 = R^2 (dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + M^2 dx_0^2 \quad (0.4)$$

где R зависит только от x_0 , а M является функцией все четырех мировых координат. Вселенная Эйнштейна является частным случаем, получаемым

из формулы (0.4), заменой R^2 на $-\frac{R^2}{c^2}$ и M на 1 , где R – постоянный радиус кривизны пространства. Вселенная Де-Ситтера получается, когда в формуле (0.4) заменяется R^2 на $-\frac{R^2}{c^2}$, а M на $\cos x_0$:

$$d\tau^2 = -\frac{R}{c^2} (dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + dx_0^2 \quad (0.5)$$

$$d\tau^2 = -\frac{R^2}{c^2} (dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + \cos^2 x_1 dx_0^2 \quad (0.6)$$

Обусловим, какие точки многообразия четырех измерений мы считаем за различные. Пространственные координаты изменяем в интервалах: x_1 – в интервале $(0, \pi)$, x_2 – в интервале $(0, \pi)$, а x_3 – в интервале $(0, 2\pi)$, временную координату пока не трогаем и вернемся к ней далее.

Пользуясь уравнениями (0.1) и (0.3) в предположении, что гравитационные потенциалы определяются равенством (0.4), и полагая $\mu=1,2,3, \nu=0$ в уравнениях (0.1), найдем:

$$R'(x_0) \frac{\delta M}{\delta x_1} = R'(x_0) \frac{\delta M}{\delta x_2} = R'(x_0) \frac{\delta M}{\delta x_3} = 0;$$

Полученные равенства дают два случая: 1) $R'(x_0) = 0$, R не зависит от x_0 и является постоянной – это случай *стационарной модели*, и 2) $R'(x_0) \neq 0$, M зависит только от x_0 – это случай *нестационарной модели*.

§ 1.2 Стационарная модель Вселенной

Стационарный тип подразумевает, что кривизна пространства постоянная, то есть не меняется с течением времени. Иллюстрацией данной модели может являться шар, радиус которого не меняется со временем. Двумерная поверхность этого шара будет являться двумерным

пространством постоянной кривизны. Данный тип дает два случая, которые рассматривали Эйнштейн и Де-Ситтер.

Эйнштейн определил, что радиус кривизны в $10^{12} - 10^{13}$ расстояний от Земли до Солнца (а.е), а плотность ρ в $10^{-26} \frac{г}{см^3}$. Де-Ситтер для своей Вселенной получил полное отсутствие плотности тяготения.

Выпишем уравнения (0.1) для в предположения различных индексов. Получим:

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 M}{\delta x_1 \delta x_2} - ctgx_1 \frac{\delta M}{\delta x_2} &= 0, \\ \frac{\delta^2 M}{\delta x_1 \delta x_3} - ctgx_1 \frac{\delta M}{\delta x_3} &= 0, \\ \frac{\delta^2 M}{\delta x_2 \delta x_3} - ctgx_2 \frac{\delta M}{\delta x_3} &= 0; \end{aligned}$$

интегрируем:

$$M = A(x_3, x_0) \sin x_1 \sin x_2 + B(x_2, x_0) \sin x_1 + C(x_1, x_0) \quad (0.7)$$

где (0.1), (0.3), (0.4) – произвольные функции своих аргументов. Решая уравнения (0.1) относительно тензора $R_{\mu\nu}$, исключая еще неизвестную плотность ρ (является неизвестной функцией мировых координат (x_1, x_2)) и подставляя выражение (0.7) для M в эти уравнения, найдем, что для M возможны следующие два выражения:

$$M = M_0 = const \quad (0.8)$$

$$M = (A_0 x_4 + B_0) \cos(x_1) \quad (0.9)$$

где A_0, M_0, B_0 – постоянные величины.

Когда M равно константе, мы имеем модель цилиндрического стационарного мира. В данном случае удобнее пользоваться гравитационными потенциалами, которые были получены из формулы

(0.4). Определяя плотность ρ и величину λ , получаем результат, полученный Эйнштейном:

$$\lambda = \frac{c^2}{R^2}, \quad \rho = \frac{2}{xR^2}, \quad M = \frac{4\pi^2}{x} R_1,$$

где M – общая масса всего пространства.

Существует еще случай, когда M определяется из формулы (0.9), с помощью рационального изменения x_0 (Производится с помощью формулы $dx_4 = \sqrt{A_0 x_0 + B_0} dx_4$) приходим к шаровому миру Де-Ситтера, где $M = \cos(x_1)$; пользуясь формулой (0.6) найдем следующие отношения Де-Ситтера:

$$\lambda = \frac{3c^2}{R^2}, \quad \rho = 0, \quad M = 0.$$

Следовательно, *стационарный мир* может быть или *цилиндрическим миром* Эйнштейна, или *сферическим миром* Де-Ситтера.

§ 1.3 Нестационарная модель Вселенной

Нестационарный (переменный) тип подразумевает под собой, что кривизна пространства не является постоянной, то есть меняется во времени. Иллюстрацией данной модели может быть шар, то раздувающийся, то сжимающийся.

Переменный тип Вселенной дает большее разнообразие случаев: когда радиус кривизны постоянно возрастает с течением времени или случаи, когда радиус кривизны изменяется периодически.

Далее придерживаемся изложением работы Фридмана

В этом случае M есть функция только от x_0 ; соответственно изменяя значение x_0 , мы можем без ограничения общности положить $M = 1$; напомним ds^2 в форме, аналогичной (0.5) и (0.6):

$$ds^2 = -\frac{R^2(x_0)}{c^2}(dx_1^2 + \sin^2 x_1 dx_2^2 + \sin^2 x_1 \sin^2 x_2 dx_3^2) + dx_0^2 \quad (0.10)$$

Нашей задачей является определение R и ϱ из уравнений (0.1). Очевидно, что уравнения (0.1), в которых значки различны, ничего не дадут; уравнения, в которых $\mu = \nu = 1, 2, 3$ дадут одно соотношение:

$$\frac{R'^2}{R^2} + \frac{2RR''}{R^2} + \frac{c^2}{R^2} - \lambda = 0 \quad (0.11)$$

Уравнение (0.1), в котором $i = k = 4$, даст равенство:

$$\frac{3R'^2}{R^2} + \frac{3c^2}{R^2} - \lambda = xc^2 \varrho \quad (0.12)$$

где

$$R' = \frac{dR}{dx_4}, \quad R'' = \frac{d^2R}{dx_4^2}.$$

Так как R' не равно нулю, то интеграция уравнения (0.11) после замены x_0 на t даст нам уравнение:

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{A - R + \frac{\lambda}{3c^3} R^3}{R} \quad (0.13)$$

где A – произвольная постоянная. Из данного уравнения R получится путем обращения некоторого эллиптического интеграла, то есть путем решения относительно R уравнения:

$$t = \frac{1}{c} \int_a^R \sqrt{\frac{x}{A - x + \frac{\lambda}{3c^3} x^3}} dx + B \quad (0.14)$$

где B и a – постоянные.

Уравнение (0.12) дает возможность определить ϱ :

$$\varrho = \frac{3A}{xR^3} \quad (0.15)$$

через массу M пространства, постоянная A выразится следующим равенством:

$$A = \frac{xM}{6\pi^2} \quad (0.16)$$

В данном случае принимая M за величину положительную, соответственно величина A тоже будет являться положительной.

Изучение переменного (стационарного) мира основано на изучении уравнений (0.13) или (0.14), при этом λ не определяется сама собой и может принимать любые значения. Ограничиваясь случаем положительного радиуса кривизны, рассматриваем значения x , при которых подкоренное выражение обращается в нуль или в бесконечность на интервале $(0, \infty)$ для x , то есть для положительных x .

Одно из значений x , при котором квадратный корень в формуле (0.14) обращается в нуль, есть значения $x = 0$. Другие значения x , при которых квадратный корень в формуле (0.14) может изменять свой знак, найдутся, изучая положительные корни уравнения

$$A - x + \frac{\lambda}{3c^3}x^3 = 0; \quad (0.17)$$

Обозначая $\lambda / 3c^3$ через y , построим семейство кривых третьего порядка в плоскости (x, y) , определяемое уравнением

$$yx^3 - x + A = 0 \quad (0.18)$$

где A – параметр семейства, меняющийся в интервале $(0, \infty)$. Кривые нашего семейства пересекают ось x в точке $x = A$, $y = 0$ и имеют максимум в точке

$$x = \frac{3A}{2}, \quad y = \frac{4}{27A^2}.$$

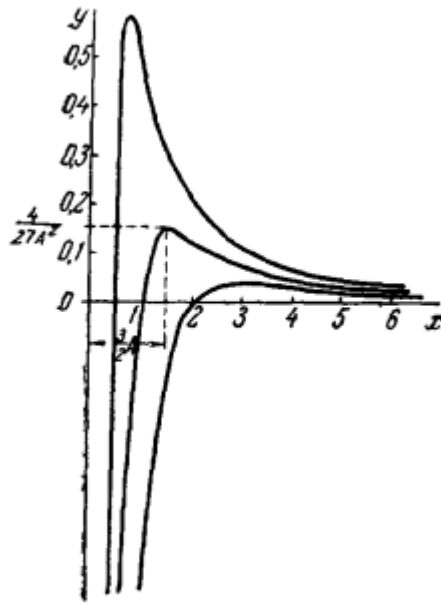


Рис. 1. Кривые семейства третьего порядка

Рассмотрение рисунка показывает, что при отрицательных λ уравнение (0.17) имеет один положительный корень x_0 , лежащий в интервале $(0, A)$; рассматривая x_0 как функцию λ и A :

$$x_0 = \theta(\lambda, A),$$

Найдем, что θ – возрастающая функция от λ и от A . Если λ лежит в интервале $(0, \frac{4}{9} \frac{c^2}{A^2})$ то уравнение будет иметь два положительных корня:

$$x_0 = \theta(\lambda, A) \text{ и } x'_0 = \vartheta(\lambda, A).$$

Причем x_0 лежит в интервале $(A, \frac{3A}{2})$, а x'_0 – в интервале $(\frac{3A}{2}, \infty)$; $\theta(\lambda, A)$ будет возрастающей функцией, а $\vartheta(\lambda, A)$ – убывающей. Если λ больше $\frac{4}{9} \frac{c^2}{A^2}$, то уравнение не будет иметь положительных корней.

Перед исследованием формулы (0.14) сделаем замечание: в начальный момент, то есть при $t = t_0$ пусть радиус кривизны будет равен R_0 ; в этот начальный момент квадратный корень, который находится в

формуле (0.14) будет иметь знак плюс или минус, зависимо от того, возрастает радиус кривизны с течением времени или нет.

Теперь рассматриваем случай, когда уравнение (0.17) не имеет положительных корней, тогда уравнение (0.14) будет записано как:

$$t - t_0 = \frac{1}{c} \int_{R_0}^R \sqrt{\frac{x}{A - x + \frac{\lambda}{3c^3} x^3}} dx \quad (0.19)$$

причем квадратный корень будет положительным. Следовательно, R будет возрастающей функцией от t ; на начальное значение радиуса кривизны ограничений не накладываемся.

Так как радиус кривизны не может быть меньше нуля, то, уменьшаясь от R_0 с уменьшением времени, согласно (0.19), радиус кривизны через некоторый промежуток времени дойдет до нуля. Пользуясь аналогией, называем промежуток времени, который понадобился, чтобы радиус кривизны от нуля дошел до R_0 – *временем прошедшим от сотворения мира*. Этот промежуток определяется равенством

$$t' = \frac{1}{c} \int_{R_0}^R \sqrt{\frac{x}{A - x + \frac{\lambda}{3c^3} x^3}} dx \quad (0.20)$$

Данный мир – *монотонный мир первого рода*.

Данный мир обладает следующими свойствами:

- 1) Возрастает с увеличением R_0
- 2) Убывает с увеличением A , то есть с увеличением массы материи пространства.
- 3) Убывает с увеличением λ

Всегда найдется такое значение $\lambda = \lambda_t = \frac{4c^2}{9A^2}$, что с приближением

λ к этой величине время, прошедшее от сотворения мира, будет беспрельдно возрастать.

Предположим, что λ заключено в интервале $(0, \frac{4c^2}{9A^2})$, тогда начальное значение радиуса кривизны R_0 может лежать в одном из трех интервалов: $(0, x_0)$, (x_0, x'_0) , (x'_0, ∞) . Если R_0 лежит в интервале (x_0, x'_0) , то квадратный корень в формуле (0.14) имеет мнимое значение и пространство с такой кривизной не может существовать. Когда R_0 лежит в интервале $(0, x_0)$, будет рассмотрено далее. Теперь остановимся на последнем пункте. В этом случае R будет *возрастающей функцией времени*, причем R может меняться, начиная с $x'_0 = \mathcal{G}(\lambda, A)$; промежуток времени, прошедший с момента, когда $R = x_0$, до момента, когда $R = R_0$, назовем временем, протекающим от сотворения мира, и обозначим через t' :

$$t' = \frac{1}{c} \int_{x_0}^{R_0} \sqrt{\frac{x}{A - x + \frac{\lambda}{3c^3} x^3}} dx, \quad (0.21)$$

Данный мир – *монотонный мир второго рода*.

§ 1.4 Периодический мир

Случай, когда λ заключено в интервале $(-\infty, 0)$. В этом случае $R_0 > x'_0 = \mathcal{G}(\lambda, A)$, то квадратный корень в формуле (0.14) становится мнимым и, соответственно, пространство с указанным радиусом кривизны не может существовать. Если $R_0 > x_0$, то случай будет совершенно одинаковым со случаем, который упустили в прошлом пункте.

Предположим, что λ лежит в интервале $(-\infty, \frac{4c^2}{9A^2})$, а $R_0 > x_0$. Можно в этом случае показать, что R будет периодической функцией от t с периодом t_{π} , который назовем *периодом мира* и он будет определен уравнением:

$$t_n = \frac{3}{c} \int_0^{x_0} \sqrt{\frac{x}{A - x + \frac{\lambda}{3c^3} x^3}} dx \quad (0.22)$$

причем радиус кривизны будет меняться в интервале $(0, x_0)$.

Такой мир будет называться – *периодическим миром*. Его период возрастает с возрастанием λ , стремясь к бесконечности, когда λ стремится к $\lambda_1 = \frac{4c^2}{9A^2}$. При малых λ период t_n определяется приблизительно:

$$t_n = \frac{\pi A}{c} . \quad (0.23)$$

На периодический мир можно смотреть с двух точек зрения: если считать два явления совпадающими, коль скоро совпадают пространственные координаты, а временные отличаются на целое число периодов, то радиус кривизны мира, увеличиваясь сначала от нуля до x_0 , будет затем уменьшаться до нуля, тогда время существования мира будет конечным.

С иной стороны, если изменять время от $-\infty$ до $+\infty$, то есть если считать явления совпадающими, когда совпадают не только пространственные координаты, но и временные, то мы придем к действительной кривизне пространства.

В итоге необходимо отметить, что космологические модели Фридмана несмотря на то, что с момента их создания прошло сто лет, остаются базовыми *открытыми моделями* для конструирования описания Вселенной.

Глава II

Описание эволюции Вселенной с помощью «механического подхода»

§ 2.1 Уравнения Эйнштейна для открытых космологических моделей в подходе Фока

В данном параграфе кратко опишем подход В.А.Фока [20], воспользовавшись [15]. Согласно выше изложенному пространство-время Фридмана имеет метрику конформно псевдоевклидову или конформную метрике Минковского. Следовательно, 4-интервал может быть записан в явном конформном виде (см., например, [20], [15])

$$ds^2 = G^2(x)(dt^2 - dl^2), \quad (2.1)$$

поэтому метрический тензор пространства-времени есть

$$g_{\mu\nu} = G^2(x^\alpha)\eta_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

где скорость света и ньютоновская гравитационная постоянные равны единице, метрический тензор Минковского есть $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$, а $G^2(x^\alpha)$ -- конформный множитель.

Если считать, что пространство-время однородно, то запись интервала (0.2) позволяет считать, что конформный множитель $G(x^\alpha)$ должен быть форм-инвариантен относительно преобразований, оставляющих форм-инвариантным интервал псевдоевклидового мира в декартовых координатах, которому конформна наша метрика. Другими словами, эти преобразования оказываются лоренцовыми в рассматриваемом псевдоевклидовом мире, а тогда функция $G(x^\alpha)$ должна быть:

$$G(x^\alpha) = G(S) \quad (2.3)$$

где

$$S^2 = t^2 - l^2 = \eta_{\mu\nu}x^\mu x^\nu \quad (2.4)$$

есть квадрат расстояния в псевдоевклидовом мире.

После введения переобозначений

$$\ln G = -U, \quad (2.5)$$

уравнения Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\kappa T_{\mu\nu} \quad (2.6)$$

с тензором энергии-импульса $T_{\mu\nu} = \varepsilon \cdot u_\mu u_\nu$ некогерентной пыли (давление такой среды равно нулю), частицы которой практически не сталкиваются и имеют 4-скорость $u^\mu = \exp(U) \cdot x^\mu / S$, могут быть сведены к уравнению

$$U'' + \frac{2}{S} U' - \frac{1}{2} (U')^2 = 0, \quad (2.6)$$

решение которого есть

$$U = -2 \ln \left(1 - \frac{A}{S}\right), \quad (2.7)$$

где постоянная A связана с плотностью энергии пыли как

$$\varepsilon = \frac{12A}{\kappa S^3} \left(1 - \frac{A}{S}\right)^{-6} \quad (2.8)$$

(здесь $\kappa = 8\pi$ -- гравитационная постоянная Эйнштейна).

Если воспользоваться определением 4-скорости, приведенного выше, и взять отношение пространственных компонент скорости u^i ($i=1,2,3$) к нулевой u^0 , то получим соотношение

$$\frac{u^i}{u^0} = \frac{x^i}{x^0} \quad (2.9)$$

и, следовательно, в фиксированный момент времени $x^0 = t$ скорости V частиц пыли пропорциональны расстоянию до них от выбранной точки наблюдения

$$V \propto r, \quad (2.10)$$

что представляет собой известный закон Хаббла, предсказанный за несколько лет до Хаббла А. Фридманом.

Согласно этому закону, обычно записываемому как

$$V = H \cdot r \quad (2.11)$$

с постоянной Хаббла H , которую обычно оценивают как $H \approx 2,2 \cdot 10^{-18} c^{-1}$.

Фактически это важное космологическое приложение решения Фридмана, используемое до сих пор при исследовании Вселенной.

§ 2.2 Эволюция открытой космологической модели Вселенной как

задача о движении частицы в силовом поле

Начнем описание с системы двух дифференциальных уравнений, которые были получены путем (1+3)-расщепления системы уравнений Эйнштейна

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\kappa T_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

то есть, проекция на временноподобное направление и на пространственноподобную 3-площадку, и в итоге получим

$$3 \left(2 \frac{\sigma'}{S} + (\sigma')^2 \right) = \kappa \varepsilon \cdot \exp(2\sigma); \quad (2.2)$$

$$2 \left(\sigma'' + \frac{2\sigma'}{S} + \frac{(\sigma')^2}{2} \right) = -\kappa p \cdot \exp(2\sigma), \quad (2.3)$$

Заменяем $\sigma = 2 \cdot \ln(y)$ придем к более простой системе уравнений

$$12 \cdot y' \left(y' + \frac{1}{S} \cdot y \right) = \kappa \varepsilon \cdot y^6; \quad (2.4)$$

$$4 \cdot \left(y'' + \frac{2}{S} y' \right) = -\kappa p \cdot y^5 \quad (2.5)$$

В уравнении (2.5) избавляемся от первой производной путем замен:

$$y = z_1(1/S) \quad \text{либо} \quad y = z_2(S)/S, \quad (2.6)$$

где z_1 и z_2 - некоторые функции.

При этом уравнение (2.4) (определение плотности энергии) для обоих случаев подстановки имеет вид:

$$\frac{dz}{dx} \left(\frac{dz}{dx} - \frac{z}{x} \right) = \kappa \frac{z^6}{12x^4} \cdot \varepsilon, \quad (2.7)$$

где $x = 1/S$ для первой замены, а $x = S$ - для второй.

Уравнение (2.5) преобразуется к общему виду

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = F(x, z, p), \quad (2.8)$$

где

$$F(x, z, p) = -\kappa \frac{z^5}{4x^4} \cdot p. \quad (2.9)$$

Считая переменную x новой «временной» переменной, а функцию z как своеобразную обобщенную координату, то появляется возможность интерпретировать (2.8) как уравнение Ньютона для одномерного движения частицы единичной массы под действием силы F из (2.9).

Зная функцию F и интегрируя это уравнение, приходим к «закону движения» $y = y(x)$. Иначе говоря, данным путем можно найти конформный множитель $\exp(2\sigma) = y^4$, а, значит легко определить все интересующие нас величины в космологической модели.

В рамках данного параграфа в дальнейшем будут рассмотрены потенциальные поля, которые также являются силовыми полями. Если, в частности, $F = -dU/dz$, то тогда давление оказывается напрямую связанным с выбором зависимости функции U :

$$\kappa p = 4 \frac{x^4}{z^5} \cdot \frac{dU}{dz}. \quad (2.10)$$

Далее переходим к новой переменной $x = 1/S$, соответственно будем считать, что $x \equiv z$, зная, что решение Фридмана отвечает такой зависимости от S .

Движение по инерции -простейший пример движения, для которого $F = 0$ ($U \equiv U_0 = const$). Тогда в механической интерпретации будет отвечать движению в поле постоянного потенциала:

$$p = 0; \quad \frac{dU}{dy} = 0; \quad y = 1 - Ax = 1 - \frac{A}{S}; \quad A > 0, \quad (2.11)$$

где A , с одной стороны, есть постоянная «скорость» (в «механической» интерпретации, где x – «временная переменная», меняющаяся от $0 \Leftrightarrow S = \infty$ до $1/A \Leftrightarrow S = A$), а с другой стороны, это постоянная, связанная с плотностью пылевидного вещества, то есть вещества не «создающего» давления и заполняющего фридмановскую Вселенную.

Конформный множитель в данной метрике будет равен

$$\exp(2\sigma) = y^4 = \left(1 - \frac{A}{S}\right)^4 \quad (2.12)$$

Условие положительности плотности энергии требует положительной постоянной A , поэтому приведем точное выражение для плотности энергии некогерентной пыли фридмановского решения

$$\kappa\varepsilon = \frac{12Ax^3}{(1 - Ax)^6}. \quad (2.13)$$

Получение этого результата на базе «механического» подхода говорит о том, что «неравномерное движение» в этом подходе должно приводить к обобщению решения Фридмана

Следующим простым «потенциалом» является линейная функция (с постоянными a и b),

$$F = -\frac{dU}{dy} = -a, \quad (2.14)$$

где a – постоянная, совпадающая с ускорением в механическом подходе.

Находим безразмерный «путь», проходимый этой частицей.

$$y = C_0 + C_x - \frac{a}{2}x^2, \quad (2.15)$$

где C и C_0 – постоянные интегрирования, интерпретируются как скорость и начальное безразмерное расстояние при $x = 0$.

Также, выражение (2.15) является точным решением космологических уравнений (2.4) и (2.5)

Возьмем во внимание, что при $x \rightarrow 0 (S \rightarrow \infty)$ должно выполняться условие галлилеевости и асимптотическое прохождение через решение Фридмана для открытой Вселенной, получаем, что входящие в (2.15) постоянные соответственно будут равны: $C_0 = 1$ и $C = -A$, то есть можно переписать выражение для y как

$$y = 1 - Ax - \frac{a}{2}x^2. \quad (2.16)$$

Такая запись функции y при положительности параметра a обеспечивает для g_{00} компоненты метрического тензора при всех $S < \infty$ (или $x > 0$) условие $g_{00} < 1$. В данном случае такое условие справедливо для конформного множителя, который впоследствии принимает вид

$$\exp(2\sigma) = \left(1 - Ax - \frac{a}{2}x^2\right)^4 = \left(1 - \frac{A}{S} - \frac{a}{2S^2}\right)^4. \quad (2.17)$$

Поведение модели будет определяться соотношением между постоянными A и a .

Давление запишется как

$$\kappa p(x) = \frac{4ax^4}{y^5}. \quad (2.18)$$

При отрицательной постоянной a давление отрицательно, то есть знак давления определяется знаком «ускорения» a .

Плотность энергии из (2.7) запишется в виде

$$\kappa \varepsilon(x) = 12x^3 \frac{(A + ax)(1 + ax^2/2)}{y^6}. \quad (2.19)$$

Трехмерная скалярная кривизна величина вычисляется по формуле

$${}^3R = -\frac{3\sigma'_S}{S} \exp(-2\sigma) = \frac{6x^3 y'_x}{y^5} \quad (2.20)$$

Конкретно для нашего случая будет иметь вид

$${}^3R = -\frac{6x^3(A + ax)}{(1 - Ax - ax^2/2)^5}. \quad (2.21)$$

Точка сингулярности в данной модели ($\exp(2\sigma) \rightarrow 0, a^3 R \rightarrow \infty$) будет соответствовать при учете неотрицательности x

$$x_0 = 1/S_0 = \frac{-A + \sqrt{(A^2 + 2a)}}{a}. \quad (2.22)$$

Помимо того, точка сингулярности при стремлении параметра a к нулю ($a \rightarrow 0$) в пределе становится равной $x_0 = 1/A$.

Функция состояния при этом принимает вид

$$\beta(x) = \frac{p(x)}{\varepsilon(x)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{ax(1 - Ax - ax^2/2)}{(A + ax)(1 + ax^2/2)}, \quad (2.23)$$

Несмотря на то, что в точке сингулярности давление и плотность энергии принимают бесконечные значения, функция состояния на концах отрезка обращается в нуль: и в точке $x = 0$, и в точке сингулярности x_0 .

Обращение в нуль функции состояния означает, что в некоторой точке функция состояния достигает своего максимального значения, зависящего от соотношения между величинами A и a . В окрестности точки $x = 0$ для функции состояния справедливо соотношение

$$\beta(x) \approx \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{A} x. \quad (2.24)$$

Если же предположить, что Вселенная заполнена только материей, «создающей» отличное от нуля давление, то есть $A = 0$, то получим функцию

$$y = 1 - a^2 x^2 / 2 \quad (2.25)$$

и соответствующую функцию состояния

$$\beta = \frac{1}{3} \cdot \frac{(1 - a^2 x^2 / 2)}{(1 + a^2 x^2 / 2)}, \quad (2.26)$$

для которой максимальное значение $\beta = 1/3$ будет достигаться при стремлении x к нулю ($S \rightarrow \infty$).

Теперь запишем давление и плотность энергии для случая $A = 0$:

$$\kappa p = \frac{4ax^4}{(1 - ax^2/2)^5}; \quad (2.27)$$

$$\kappa \varepsilon = 12ax^4 \frac{(1 + ax^2/2)}{(1 - ax^2/2)^6}. \quad (2.28)$$

Поведение выражений (2.27) и (2.28) на асимптотике вблизи $x = 0$ ($S \rightarrow \infty$) представлены как

$$\kappa p \approx 4ax^4 \quad (2.29)$$

$$\kappa \varepsilon \approx 12ax^4. \quad (2.30)$$

Это говорит о том, что заполняющая Вселенную непылевая материя, которая «создает» отличное от нуля давление связана с параметром a , есть материя, которая подчиняется ультрарелятивистскому уравнению состояния на асимптотике

$$\varepsilon_{rad} = 3p \quad (2.31)$$

Аналогичное рассмотрение поведения давления (2.18) и плотности энергии (2.19) вблизи $x = 0$ ($S \rightarrow \infty$) приводят к следующим результатам:

$$\kappa p = 4ax^4 \quad (2.32)$$

$$\kappa \varepsilon = 12Ax^3(1 + 6Ax) + 12ax^4, \quad (2.33)$$

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{dust} + \varepsilon_{rad}. \quad (2.34)$$

где ε_{dust} и ε_{rad} суть соответственно плотности энергии некогерентной пыли, полученной асимптотически при $a = 0$ и ультрарелятивистской материи ($a \neq 0$).

§ 2.3 Примеры космологических моделей, отвечающих «механическому подходу» и их функции состояния

В данном параграфе будут рассмотрены примеры открытых космологических моделей, которые были построены, основываясь на вышеописанном «механическом подходе».

Открытая космологическая модель Фридмана

В данной модели рассматривается простейший пример движения – движение по инерции, для которого сила $F = 0$. Тогда в данной «механической» интерпретации открытая космологическая модель Фридмана с давлением $p = 0$ будет отвечать равномерному движению и решению $Y = 1 - A\chi \equiv 1 - \frac{A}{S}$; $A > 0$, где постоянная A есть постоянная «скорость», с одной стороны, а с другой это постоянная, связанная с плотностью вещества, которое заполняет фридмановскую Вселенную.

Конформный множитель совпадает с известным выражением для открытой фридмановской модели

$$\exp(2\sigma) = Y^4 = \left(1 - \frac{A}{S}\right)^4. \quad (2.35)$$

Фридмана-подобная модель с излучением

Другая ситуация – это квадратичный потенциал для осциллятора

$$U = \frac{B^2 Y^2}{2} + U_0, \quad (2.36)$$

где B^2 - аналог коэффициента жесткости осциллятора

Из уравнения «движения» получаем решение

$$Y(\chi) = \sqrt{(1 + A^2/B^2)} \cdot \cos(B\chi + \alpha_0) = \frac{\cos(B\chi + \alpha_0)}{\cos(\alpha_0)}, \quad (2.37)$$

согласованное с решением Фридмана для открытой космологической модели и требуя на асимптотике; при этом $\tan^2(\alpha_0) = \frac{A^2}{B^2}$ и

$$p \approx 4B^2 \chi^4 = \frac{1}{3} \varepsilon_{rad}; \quad (2.38)$$

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{dust} + \varepsilon_{rad}. \quad (2.39)$$

Таким образом, в асимптотике получаем реликтовое космологическое равновесное излучение.

Функция состояния в данном случае будет выглядеть как

$$\beta = \frac{p}{\varepsilon}, \quad (2.40)$$

однако, после введения безразмерной переменной $z = B\chi$ примет следующий вид:

$$\beta(z) = \frac{1}{3} \cdot \frac{z \cdot \text{ctg}(\varphi(z))}{(1 + z \cdot \text{tg}(\varphi(z)))}. \quad (2.41)$$

Поведение данной функции состояния может быть представлено в зависимости от переменной $1/z$ и переменной z следующими графиками:

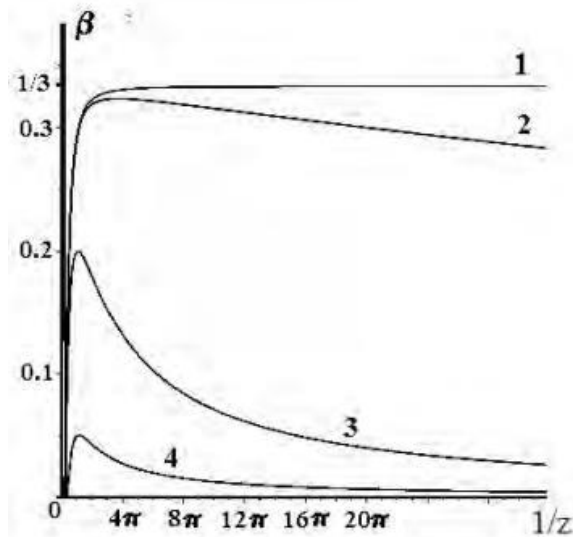


Рис. 2. Поведение функции состояния $\beta(z)$ открытой космологической модели в зависимости от $1/z$ в присутствии только равновесного излучения и в присутствии массовой материи и излучения

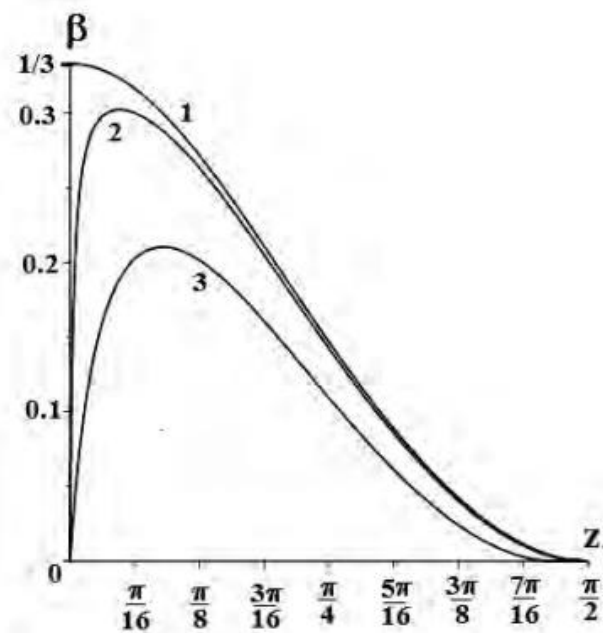


Рис. 3. Поведение функции состояния $\beta(z)$ открытой космологической модели в зависимости от z в присутствии только равновесного излучения и в присутствии массовой материи и излучения

Фридмано-подобная модель с давлением

В качестве 4D метрики берется конформная метрика Минковского

$$ds^2 = \exp(2\sigma(S)) \delta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (2.42)$$

Теперь возьмем тензор энергии-импульса с ненулевым давлением в приближении идеальной жидкости

$$T_{\mu\nu} = \varepsilon u_{\mu} u_{\nu} + p b_{\mu\nu}. \quad (2.43)$$

Произведем (1+3)-расщепление уравнений Эйнштейна и получим

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\kappa T_{\mu\nu}, \quad (2.44)$$

Расщепление производится путем проецирования этих уравнений на временноподобное направление ($G_{\mu\nu} u^{\mu} u^{\nu}$), задаваемое 4-скоростью u^{μ} , так и на 3-площадку ($G_{\mu\nu} b^{\mu\rho} b^{\nu\lambda}$), определяемую 3-проектором $b_{\mu\nu}$.

В результате данной операции получаем систему дифференциальных уравнений, которая при введении замен $y = \exp(\sigma/2)$ и $S = 1/x$ преобразуется к виду

$$y'' = 1(1/4) \cdot \kappa p \cdot y^5 / x^4; \quad (2.45)$$

$$y'(xy' - y) = (1/12) \cdot \kappa \varepsilon \cdot y^6 / x^3; \quad (2.46)$$

где штрих – производная по x .

Выражение для давления запишется как

$$\kappa p = -\frac{4n}{(n+1)^2 A^2 \zeta^2} \cdot (1-\zeta)^4 \zeta^{-\left(\frac{4}{n+1}\right)}, \quad (2.47)$$

а выражение для плотности энергии будет выглядеть как

$$\kappa \varepsilon = \frac{12}{(n+1)A^2} \cdot (1-\zeta)^3 \cdot \zeta^{-\left(\frac{6}{n+1}\right)} \left(1 + \left(\frac{1-\zeta}{n+1} \right) \cdot \zeta^{-\left(\frac{2}{n+1}\right)} \right). \quad (2.48)$$

где $\zeta(x) = 1 - Ax$.

На основании полученных выражений для плотности энергии и давления можно получить функцию состояния, которая в этом случае примет вид

$$\beta(\zeta) = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{1}{3} \left(\frac{n}{n+1} \right) (1-\zeta) \cdot \left(\left(\frac{1-\zeta}{n+1} \right) + \zeta^{\left(\frac{2n}{n+1} \right)} \right)^{-1}. \quad (2.49)$$

Полученное выражение при $n \rightarrow \infty$ имеет предел, равный

$$\beta(n = \infty) = \lim_{n \rightarrow \infty} \beta = \frac{1}{3} \cdot \frac{(1-\zeta)}{\zeta^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{Ax}{(1-Ax)^2}, \quad (2.50)$$

а при $n = 0$ функция состояния (2.49) обращается в нуль, $\beta = 0$ (случай открытой фридмановской модели).

Из выражения (2.50) для больших значений n можно получить еще два предельных состояния: в точке сингулярности, когда $z = 0$ (или $x = 1/A$ и $S = A$) и при больших временах $S \rightarrow \infty$ (или $\zeta \rightarrow 1$ и $x \rightarrow 0$). По итогу получается $\beta(n = \infty, \zeta \rightarrow 0) \rightarrow \infty$, то есть в точке сингулярности материя стремится к сверхплотному состоянию. При больших временах ($x \rightarrow 0$) функция состояния исчезает как $\beta \approx \frac{1}{3} Ax \rightarrow 0$, что в пределе означает наличие некогерентной пыли.

Поведение функции состояния при различных параметрах представлено далее

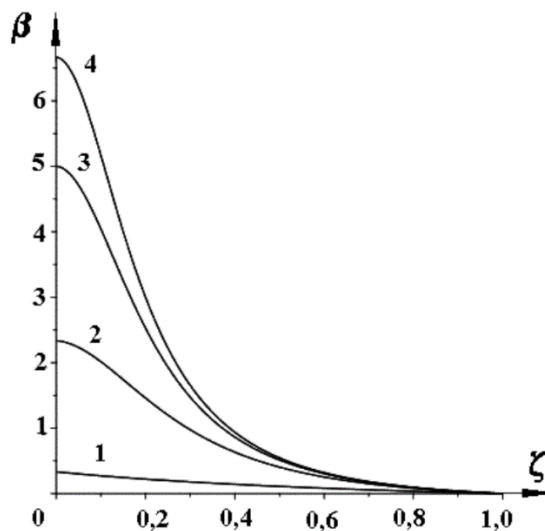


Рис. 4. Графики функции состояния β как функции безразмерной переменной

$\zeta = 1 - Ax$ для различных n : $1 \leftrightarrow n = 1$; $2 \leftrightarrow n = 7$; $3 \leftrightarrow n = 15$; $4 \leftrightarrow n = 20$. С

неограниченным увеличением n максимум распределения функции состояния также растет в сингулярной точке $\zeta = 0$.

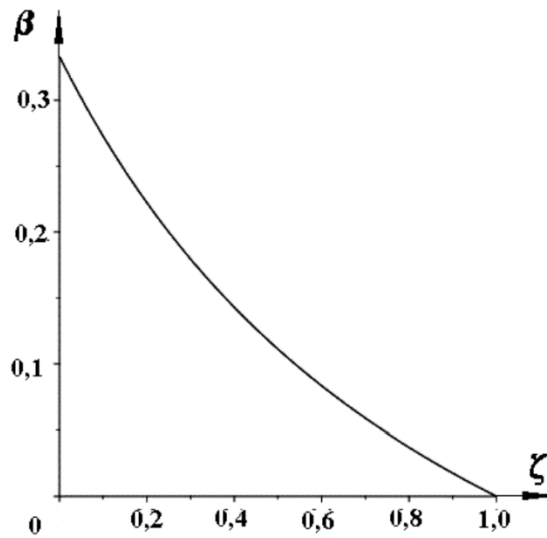


Рис. 5. График поведения функции от безразмерной переменной ζ для $n = 1$.

Максимум распределения равен $1/3$, отвечающий уравнению состояния ультрарелятивистского газа в окрестности сингулярной точки $\zeta = 0$.

«Квази-де ситтеровская» модель

Теперь перейдем к случаю с $Y = f_2(S)$, то есть конформный множитель будет выглядеть как

$$\exp(2\sigma) = \frac{Y^4}{S^4} = y^4. \quad (2.51)$$

Выберем убывающий параболический потенциал

$$U = -\frac{\Omega^2 Y^2}{2}, \quad (2.52)$$

где $\Omega = const$ (аналог собственной частоты осциллятора).

Квадратура уравнения «движения» запишется в виде

$$Y = \frac{\sqrt{2E} \cdot \sinh(\Omega S)}{\Omega} \quad \text{или} \quad y = \frac{\sqrt{2E} \cdot \sinh(\Omega S)}{\Omega S}, \quad (2.53)$$

где $E = const$ (аналог энергии).

Тогда для давления

$$\kappa p = \frac{\Omega^2}{E^2} \cdot \left(\frac{\Omega S}{\sinh(\Omega S)} \right)^2 \rightarrow -\frac{\Omega^2}{E^2}, \text{ when } S \rightarrow 0. \quad (2.54)$$

Для плотности энергии получаем

$$\kappa \varepsilon = 3 \cdot |p| \coth(\Omega S)^2 \left(1 - \frac{\tanh(\Omega S)}{\Omega S} \right) \rightarrow \frac{\Omega^2}{E^2}, \text{ when } S \rightarrow 0. \quad (2.55)$$

Следовательно, в «начале» ($S = 0$) выбранный потенциал (2.52) требует состояния физического вакуума, $p_{vac} = -\varepsilon_{vac}$. Поэтому, в окрестности «начала» должно быть состояние де Ситтера с конформным фактором

$$\exp(2\sigma) = y^4 = \frac{1}{(1 - \tilde{A} \cdot S^2)^2}. \quad (2.56)$$

Тогда функция состояния будет выглядеть как

$$\beta(S) = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{1}{3} \cdot \frac{(\Omega S) \cdot \tanh(\Omega S)^2}{(\Omega S - \tanh(\Omega S))} \quad (2.57)$$

$$\text{с } \lim_{S \rightarrow 0} \beta(S) = -1 \quad \text{и} \quad \lim_{S \rightarrow \infty} \beta(S) = -\frac{1}{3}.$$

Соответствующие графики поведения этой функции принимают такой вид вблизи «окрестности» нуля (рис. 6) и на асимптотике (Рис. 7).

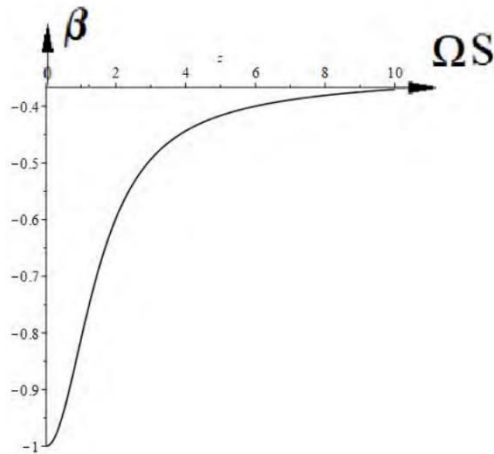


Рис. 6. Поведение функции состояния β открытой космологической модели де Ситтера в зависимости от переменной ΩS вблизи «окрестности» начала

Данное решение описывает чисто вакуумное расширение. Все указывает на то, что «механический подход» не позволяет получить единое космологическое решение, объединяющее обычную «горячую» Вселенную и вакуумное расширение.

В этом случае имеем мы имеем внешнюю задачу (для фридманоподобных решений) и обособленную внутреннюю задачу (квази де Ситтеровское решение), то есть получаем «разрыв» в полном описании Вселенной.

Следовательно, удалось обойтись без λ -члена для введения вакуумного состояния, которое было получено в виде точного решения уравнений Эйнштейна без космологического члена. Это решение в «начале» эволюции модели ($S=0$) совпадает с решением де Ситтера (уравнение состояния $p_{vac} = -\varepsilon_{vac}$)

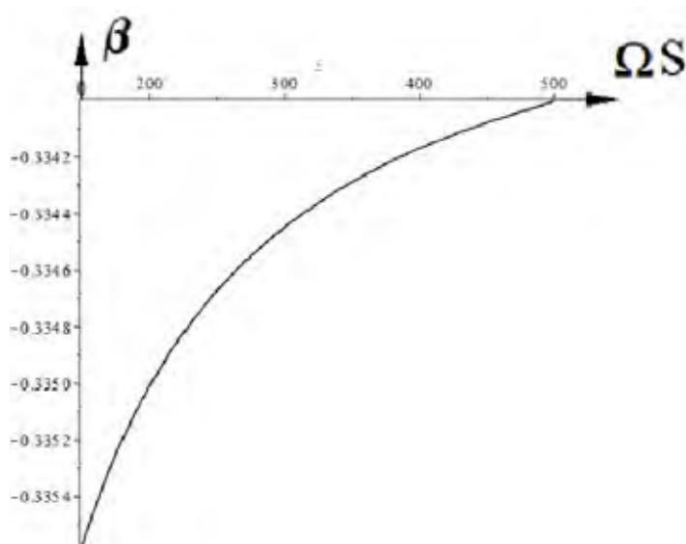


Рис. 7. Поведение функции состояния β открытой космологической модели де Ситтера в зависимости от переменной ΩS асимптотически на бесконечности.

«Механическая» модель с введением космологического члена

Теперь рассмотрим случай модели с введённым космологическим членом, то есть $\lambda \neq 0$.

Если ввести новые величины для плотности энергии ($E = \varepsilon + \lambda$) и давления ($P = p - \lambda$), то гравитационное уравнение

$$G_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu}) = -\kappa((\varepsilon + p) \cdot u_\mu u_\nu - (p - \lambda) \cdot g_{\mu\nu}), \quad (2.58)$$

запишется в виде

$$G_{\mu\nu} = -\kappa \hat{T}_{\mu\nu}, \quad (2.59)$$

где источником гравитационного поля оказывается новый тензор энергии-импульса для «идеальной паскалевой жидкости» с учетом λ -члена

$$\hat{T}_{\mu\nu} = E \cdot u_\mu u_\nu + P \cdot b_{\mu\nu}. \quad (2.60)$$

Иначе говоря, введение космологического члена меняет структуру тензора энергии-импульса для идеальной паскалевой жидкости, если космологический член связать с источником гравитационного поля.

1. Если рассмотреть случай с отсутствием силы $F(\chi, Y, P) = 0$ (при выборе потенциала $U = const$), что соответствует «инерциальному» движению частицы единичной массы, то получим $P = 0$ (Фридмана-подобная космологическая модель) или $p = \lambda = const$. Следует отметить, что p – физически наблюдаемое давление. В пределе $S \rightarrow \infty$, когда плотность энергии $E = 0$, то $\varepsilon = -\lambda$, или $p = -\varepsilon$.

Формальное решение уравнения «движения» выглядит как

$$Y = c - a \cdot \chi, \quad (2.61)$$

где c и a некоторые произвольные постоянные.

Без ограничения общности можно записать

$$\hat{Y} = 1 - \hat{A} \cdot \chi, \quad (2.62)$$

введя $\hat{Y} = Y/c$; $\hat{A} = a/c$; $\hat{\sigma} = \sigma - \ln(c)$, что допускают гравитационные уравнения, куда входит только производная от σ . Следовательно, судя по полученному решению, имеем открытую модель Фридмана, с учетом космологической постоянной.

2. Теперь перейдем к случаю с потенциалом гармонического осциллятора, но новым коэффициентом жесткости \hat{B} ,

$$\hat{U} = \frac{\hat{B}^2 \hat{Y}^2}{2} = b^2 \frac{B^2 Y^2}{2} = b^2 \cdot U, \quad (2.63)$$

где $b = const$, то есть вводится масштабированная потенциальная функция U из (2.36)

Тогда решение уравнения для осциллятора можно записать аналогично как (2.37)

$$Y(z) = \sqrt{\left(1 + A^2/\hat{B}^2\right)} \cdot \cos(z + \gamma_0) = \frac{\cos \varphi(z)}{\cos \gamma_0}, \quad (2.64)$$

где теперь $z = \frac{\hat{B}}{S}$, $\varphi(z) = z + \gamma_0$

Функция состояния при учете космологического члена будет выглядеть как

$$\hat{\beta} = \frac{P}{E} = \frac{p - \lambda}{\varepsilon + \lambda} = \beta \left(\frac{1 - \lambda/p}{1 + \lambda/\varepsilon} \right) = \frac{z}{3} \left(\frac{1 + \frac{3\lambda}{z} \Phi(z)}{\tan \varphi(z) \cdot (1 + z \cdot \tan \varphi(z)) - \lambda \Phi(z)} \right), \quad (2.65)$$

где

$$\Phi(z) = \frac{\kappa \hat{B}^2}{12z^3} Y(z)^4. \quad (2.66)$$

Очевидно, что при $\lambda = 0$ получаем соотношение (2.36). Кроме того, при $z = 0 (S \rightarrow \infty)$ имеем $\hat{\beta} = -1$. Как и в случае с моделью Фридмана при

учете космологической постоянной, предельным фоном на $S = \infty$ оказывается субстанция с уравнением состояния физического вакуума.

В данной главе были приведен «механический подход» в решении уравнений Эйнштейна и во втором параграфе был отражен принцип данного подхода, а в третьем параграфе были приведены примеры таких моделей, отвечающих «механическому подходу», а также поведение функций состояния таких моделей.

В следующей главе будет применяться данный подход в решении уравнений Эйнштейна и построении открытой космологической модели с введением трения (диссипации).

Глава III

Открытая космологическая модель как задача об осцилляторе с диссипацией

В данной главе приводится эволюция открытой космологической модели Вселенной с трением. Основная логика заключается в представлении Вселенной в виде механического осциллятора или же как движение «материальной точки» в некотором силовом поле.

§ 3.1 Уравнение тяготения в «механическом подходе» с диссипацией

В качестве 4-метрики используется конформная метрике Минковского (в подходе Фока).

$$ds^2 = \exp(2\sigma) \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \exp(2\sigma) (dt^2 - dr^2) \quad (3.1)$$

Конформный множитель $\exp(2\sigma)$ зависит от переменной S , которая в данном случае является аналогом расстояния в 4-пространстве-времени, $S^2 = t^2 - r^2$; греческие индексы пробегают значения 0, 1, 2, 3; $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ - метрический тензор Минковского; гравитационная постоянная Ньютона и скорость света приняты за единицу.

Уравнения Эйнштейна без космологического члена и с источником в виде тензора энергии-импульса в приближении к идеальной жидкости запишется в виде

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\kappa T_{\mu\nu} \quad (3.2)$$

где ε - плотность энергии; p - давление; $u_\mu = \exp(\sigma) b_\mu$ - 4-скорость; $b_\mu = S_\mu$; $u_\mu u^\mu = 1$; $b_{\mu\nu} = u_\mu u^\nu = g_{\mu\nu}$ - метрический тензор 3-пространства, ортогонального временноподобной конгруэнции u^μ : $b_{\mu\nu} u^\nu = 0$.

В результате проецирования на временноподобное направление и пространственноподобную 3-площадку система уравнений (3.2) сводится к системе двух дифференциальных уравнений и после перехода к новой функции $y(S)$ (как $\sigma(S) = 2\ln(y(S))$), принимает вид:

$$12y'(y' + \frac{1}{S}y) = \kappa\varepsilon \cdot y^5; \quad (3.3)$$

$$4(y'' + \frac{2}{S}y') = -\kappa p \cdot y^6, \quad (3.4)$$

где штрих – производная по S , а гравитационная постоянная Эйнштейна здесь равна $\kappa = 8\pi$.

Переход к новой переменной $x = 1/S$ позволяет переписать уравнение (3.4) в виде, являющимся аналогичным второму закону Ньютона в механике:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = F(x, y, p), \quad (3.5)$$

где «сила» F вводится как

$$F(x, y, p) = -\kappa p \cdot \frac{y^5}{x^4}. \quad (3.6)$$

Для некогерентной пыли ($p = 0$) или для инерциального движения с $F = 0$ получаем открытую модель Фридмана с $y(x) = 1 - A_F x$, где A_F – постоянная Фридмана, отвечающая за наличие вещества.

Далее получаем космологические решения уравнений тяготения, вводя потенциалы $U = B^2 y^2 / 2$ и $V = \lambda (dy/dx)^2$ соответственно для «механического» осциллятора и релеевской диссипации, где B^2 – аналог коэффициента жесткости пружины; λ – коэффициент трения. Тогда потенциальная «сила» F записывается в виде:

$$F = -\frac{dU}{dy} - \frac{dV}{d(y_x)} = -B^2 y - 2\lambda \frac{dy}{dx} \quad (3.7)$$

а уравнение движения (3.5) как уравнение колебаний

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2\lambda \frac{dy}{dx} + B^2 y = 0. \quad (3.8)$$

Принимая $\lambda^2/B^2 \ll 1$, а также требуя на асимптотике ($S \rightarrow \infty$) приходим к реализации решения Фридмана:

$$y(x) = \sqrt{1 + (A/B)^2} \exp(-\lambda x) \cos(Bx + \gamma_0), \quad (3.9)$$

где $\operatorname{tg}(\gamma_0) = A_F/B$ – отношение параметров, отвечающих за вещество и излучение.

В данном случае, если взять условие $\lambda = 0$, то решение будет проходить через Вселенную Фридмана. Наше решение заключается в нахождении функции состояния с учетом условия $\lambda > 0$. Во втором параграфе данной главы рассмотрено получение функции состояния с учетом вышеупомянутого условия.

§ 3.2 Получение функции состояния

В качестве функции состояния возьмем отношение давления к плотности энергии

$$\beta = \frac{\kappa p}{\kappa \varepsilon} = \frac{p}{\varepsilon}. \quad (3.10)$$

однако, в нашем случае функция состояния β будет зависеть от переменной S . То есть

$$\beta(S) = \frac{p(S)}{\varepsilon(S)} \quad (3.11)$$

Рассмотрим случай отношения давления к плотности энергии с учетом отсутствия диссипации ($\lambda = 0$). Для этого используем уравнение

$$y = C_0 \cos(Bx + \gamma_0), \quad (3.12)$$

где $C_0 = \sqrt{1 + (A/B)^2}$, а $\operatorname{tg} \gamma_0 = A/B$.

Плотность энергии в данном случае выглядит как

$$\kappa \varepsilon = \frac{12x^4}{y^6} \cdot (y'_x (y'_x - y/x)) \quad (3.13)$$

или же

$$\kappa \varepsilon = \frac{12x^4}{y^5} B C_0 \sin(Bx + \gamma_0) \left(\frac{1}{x} + B \cdot \operatorname{tg}(Bx + \gamma_0) \right). \quad (3.14)$$

Теперь необходимо найти давление для данной функции состояния. Также вводим безразмерный параметр для упрощения вычислений $\chi = \frac{z}{B}$. Давление запишется в виде:

$$\kappa p = \frac{4z^4}{B^2 y^4}. \quad (3.15)$$

а плотность энергии будет выглядеть в данном случае как

$$\kappa \varepsilon = \frac{12z^4}{B^2 y^5} C_0 \sin(z + \gamma_0) (1 + z \cdot \operatorname{tg}(z + \gamma_0)). \quad (3.16)$$

Теперь перейдем непосредственно к получению функции состояния с отсутствием вязкости (трения).

$$\beta(z) = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{1}{3} \cdot \frac{zy}{C_0 \sin(z + \gamma_0) (1 + z \cdot \operatorname{tg}(z + \gamma_0))} \quad (3.17)$$

или

$$\beta = \frac{1}{3} \cdot \frac{z \cdot \operatorname{ctg}(z + \gamma_0)}{1 + z \cdot \operatorname{tg}(z + \gamma_0)}, \quad (3.18)$$

Введем переменную $\varphi = z + \gamma_0$ для упрощения записи и получим в конечном итоге функцию состояния в виде

$$\beta(z) = \frac{1}{3} \cdot \frac{z \cdot \operatorname{ctg}(\varphi)}{1 + z \cdot \operatorname{tg}(\varphi)}. \quad (3.19)$$

Данная функция отвечает состоянию эволюции Вселенной, в которой отсутствует диссипация (трение) и наполнено некогерентной пылью и излучением.

Для нахождения функции состояния с диссипацией ($\lambda \neq 0$) необходимо отметить, что в нашем случае диссипация будет являться слабой. В том приближении, что мы определили степень диссипации: трение настолько мало, что $\frac{\lambda^2}{B} \simeq 0$.

Функция состояния, учитывая вышеупомянутые условия, будет вытекать из уравнения

$$y(x) = \sqrt{1 + (A/B)^2} \exp(-\lambda x) \cos(Bx + \gamma_0) \quad (3.20)$$

Следовательно давление будет выглядеть как

$$\kappa p = \frac{4z^4}{B^2 y^4} \left(1 - 2 \cdot \frac{\lambda}{B} \cdot \operatorname{tg}(\varphi) \right). \quad (3.21)$$

А плотность энергии будет записана как

$$\kappa \varepsilon = \frac{12z^3}{B^2 y^4} \cdot \left(1 + z \left(\frac{\lambda}{B} + \operatorname{tg}(\varphi) \right) \right) \left(\frac{\lambda}{B} + \operatorname{tg}(\varphi) \right). \quad (3.22)$$

Теперь найдем функцию состояния из уравнений (3.21) и (3.22):

$$\beta(z) = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{1}{3} \cdot \frac{z(1 - 2(\lambda/B) \cdot \operatorname{tg}(\varphi))}{(1 + z(\lambda/B + \operatorname{tg}(\varphi)))(\lambda/B + \operatorname{tg}(\varphi))}, \quad (3.23)$$

введем параметр $\alpha \equiv \lambda/B$ и упростим уравнение. По итогу получится:

$$\beta(z) = \frac{1}{3} \cdot \frac{z(1 - 2\alpha \cdot \operatorname{tg}(\varphi))}{(1 + z(\alpha + \operatorname{tg}(\varphi)))(\alpha + \operatorname{tg}(\varphi))}. \quad (3.24)$$

В дальнейшем, для графиков удобней произвести инверсию переменной z , введя новую переменную $\chi = 1/z = S/B$. Тогда функция состояния (3.24) преобразуется в

$$\beta(\chi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left(1 - 2\alpha \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\chi} + \gamma_0\right)\right)}{\left(\chi + \left(\alpha + \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\chi} + \gamma_0\right)\right)\right) \cdot \left(\alpha + \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\chi} + \gamma_0\right)\right)}. \quad (3.25)$$

§ 3.3 Построение графиков поведения функций состояния

В предыдущем параграфе были найдены функции состояния эволюции открытой космологической модели без диссипации (3.19) и космологической модели с диссипацией (3.25).

Сейчас необходимо качественно проследить поведение полученных функций с учетом заданных параметров «вязкости» (трения) и вещества с помощью графиков.

Будем рассматривать 4 состояния полученной модели Вселенной в зависимости от заданных параметров.

1. Космологическая модель, заполнена исключительно ультрарелятивистским «газом» (чистое излучение), то есть вещество и трение отсутствует ($\gamma_0 = 0, \alpha = 0$), а $\beta = 1/3$ при больших значениях χ .
2. Космологическая модель, заполненная ультрарелятивистским «газом», при наличии диссипации (трения) ($\gamma_0 = 0, \alpha = 0,005$).
3. Космологическая модель, заполненная некогерентной пылью ($A/B \neq 0$) без диссипации ($\gamma_0 = 0,05; \alpha = 0$).
4. Космологическая модель, заполненная некогерентной пылью с диссипацией ($\gamma_0 = 0,05; \alpha = 0,005$).

Функция состояния β , отвечающая этим вариантам космологических моделей, изображена на рисунке.

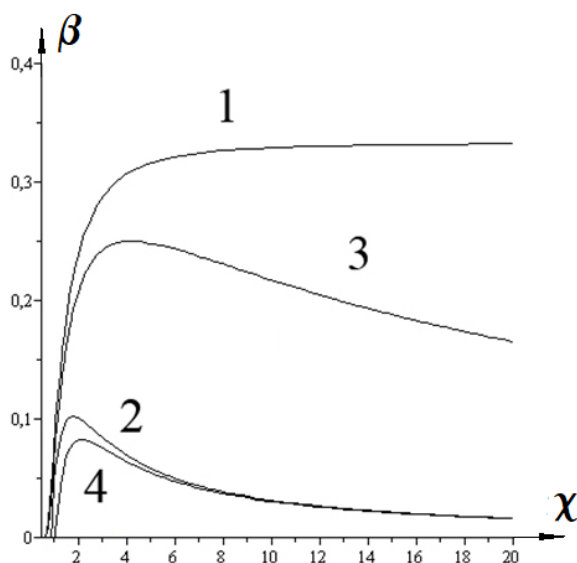


Рис. 8. Графики 1-4 поведения функции β с заданными параметрами γ_0, α .

Судя по поведению графиков видно, что функция β , имеющая ненулевую «диссипацию» (графики 2 и 4), значительно отличается от тех, что имеют нулевую «диссипацию» (1 и 3). Однако, при больших значениях χ можно отметить, что график 3 ($\gamma_0 \neq 0$) также стремится к оси абсцисс, а график 1 (где оба параметра равны нулю (чистое излучение) в течение всего времени (роль которого выполняет переменная χ) остается постоянным и равным $1/3$ («электромагнитная» Вселенная). Графики 2, 3 и 4 функции β убывают до нуля при $\chi \rightarrow \infty$, что видно при взятии предела функции (14). Кроме того, начало графиков 1-4 (когда $\beta=0$), а также максимальное значение β_{\max} , зависят от выбора значений параметров γ_0, α .

Тем самым получена графическая иллюстрация влияния наличия вещества, излучения и вязкости на эволюцию открытой космологической модели Вселенной, обобщающей модель Фридмана.

Другими словами, поведение графиков β показывает, что наша модель будет качественно соответствовать модели горячей Вселенной (Большому Взрыву), если на первых этапах расширения Вселенной параметры γ_0, α «включаются» только после достижения максимума $\beta_{\max} = 1/3$, либо эти параметры должны быть столь незначительны, чтобы не влиять на максимум. Этот максимум есть результат инфляции при Большом Взрыве, то есть должно реализовываться ультрарелятивистское уравнение состояния, а далее, при расширении происходит охлаждение и материя уже не будет находиться в ультрарелятивистском состоянии.

Глава IV

Методические и мировоззренческие особенности изучения и моделирования Вселенной.

§ 4.1 Влияние изучение Вселенной на мировоззрение человека

Человечество всегда стремилось познать недостижимые горизонты космоса, даже путем наблюдения. У различных древних народов, населявших Землю, были и различные представления о космосе. Зачастую считалось, что небесные тела и звезда — это физические воплощения богов той или иной народности. То, что людей всегда притягивала красота и неизвестность космоса — это факт. Позже, польский и немецкий астроном Коперник заложил фундамент первой научной революции, выдвинув гипотезу о «гелиоцентричном мире». Затем, уже в XX веке, Эйнштейн представил миру Общую теорию относительности и произвел революцию в мире физики. В 1957 году Советский Союз запустил на орбиту первый спутник с названием «Спутник-1», а в 1961 в Космосе побывал и первый человек. На данный момент на нашей орбите уже более 9 000 аппаратов и около 2 000 из них активно работают на данный момент, около 300 аппаратов были отправлены к другим планетам нашей солнечной системы. Небосвод ежедневно сканируют сотни телескопов и еще несколько находятся в безжизненной пустыне под названием «Космос» и уже оттуда присылают кадры планет, звезд и целых галактик.

Помимо прочего, не только с помощью спутниковых аппаратов и телескопов проводится изучение Вселенной, но и с помощью пера и чернил. Значительное число физиков и математиков строят различные модели эволюции Вселенной. Её начало, развитие и конец представляют в виде различных записей и формул. К сожалению, на данном этапе развития человечества не представляется возможным экспериментально

подтвердить те или иные модели, но наука человечества не стоит на месте и у него все еще впереди.

«Геоцентрическая модель мира» и ее замена

Геоцентрическая система мира – модель, показывающая движение объектов солнечной системы с центром в виде планеты Земля.

Первые упоминания об этом было в работах Аристотеля и Евдокса Киндского в 4 веке до нашей эры. В данной системе шарообразная Земля являлась центром солнечной системы, вокруг которой находились остальные 7 планет в порядке удаления (начиная с Луны). Помимо этого, каждая из планет вращалась внутри невидимой «сферы». На внешней «сфере» находились неподвижные звезды. Оси и угловые скорости подгонялись таким образом, чтобы можно было описать движение светил на небесной сфере. Несмотря на это модель плохо описывала движение планет солнечной системы.

Позже, во 2 веке до нашей эры Гиппархом была предложена более удачная модель солнечной системы, в которой движение «сфер» было заменено на равномерное движение тел по окружностям. В данной модели Луна и Солнце описывают круговые орбиты, а остальные небесные тела – по эпициклам (окружность, центр которой описывает другую окружность – деферент с центром в виде Земли). Позднее Гиппарх изменил эту модель, сместив центр деферента из центра Земли и заменив равномерное движение на неравномерное.

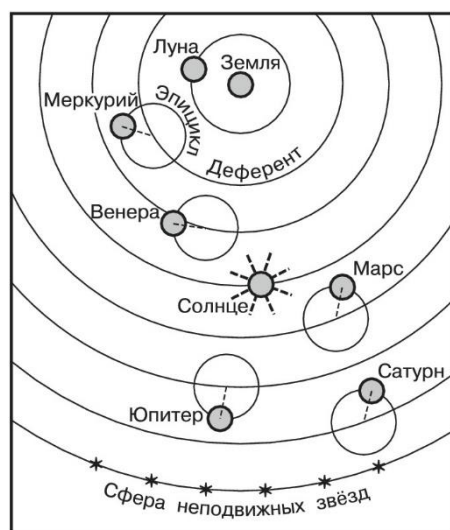


Рис. 9. Изображение геоцентрической модели мира, предложенная Гиппархом (2в. до н. э.)

Конечную форму модель получила благодаря Птолемею (2в. н. э.), вследствие чего также получила другое название – птолемеяева система мира. В этой системе вместо одного эпицикла вводится несколько: по первому эпициклу движется центр второго, а по второму - центр третьего. «Планета» двигалась по последнему эпициклу. Эта система верно описывала движение космических объектов только относительно наблюдателя, но не являлась объективно верной моделью.

Геоцентрическая система мира хорошо служила для описания мироздания, для астрономии, навигации и географии в течении полутора тысяч лет, однако, на ее смену пришла модель, которая достоверно описывает движение небесных тел как в солнечной системе, так и во всей Вселенной.

Гелиоцентрическая система мира – модель, согласно которой все тела солнечной системы вращаются вокруг Солнца, а не вокруг Земли (согласно геоцентрической системе мира).

В этой модели Земля вращается вокруг собственной оси (согласно прецессии), а также вокруг Солнца следуя своей орбите, а Луна, помимо вращения вокруг своей оси вращается и вокруг Земли.

Первые упоминания о ней были замечены в работах Аристарха Самосского (Зв. до н. э.). Однако его модель могла описать лишь многие закономерности в движениях планет и позволяла определить расстояния между ними. В 1543 году Коперник вывел эту модель на новый уровень в работе «Об обращении небесных сфер». Проанализировав все аргументы в научном сообществе того времени (где была принята геоцентрическая модель мира) он доказал их несостоятельность и полностью перевернул представление о мироздании для людей той эпохи. Также, открытия Галилея показали справедливость гелиоцентрической модели мира, по крайней мере в пределах солнечной системы.

Эйнштейн и Общая теория относительности

Классическая механика – раздел физики, в которой изучается движение тел на скоростях очень малых по сравнению с скоростью света. Основными постулатами являются законы Ньютона. По строгим правилам формирует уравнения движения малых тел. Решение этих уравнений описывают движения смоделированных объектов. Однако на скоростях близких к скорости света или вблизи массивных объектов границы применимости ньютоновской механики заканчиваются.

Раньше люди думали, что этим законам подчиняется любое движение во Вселенной. Однако введённая Планком и окончательно сформулирована Эйнштейном «Общая теория относительности» подвергла сомнению о нерушимости постулатов классической механики Ньютона. В основе ОТО лежит представление о неразличимости сил инерции, возникающих в неинерциальных системах отсчета и сил тяготения. Это позволяет интерпретировать тяготение как искривление пространственно-временного континуума. Иными словами, в зависимости

от скорости и массы объекта искривляется пространство и время относительно рассматриваемого объекта, а также происхождение такого явления, как гравитация.

Таким образом, на протяжении всего развития человечества, от времен, когда люди считали, что Земля стоит на трех слонах и до открытия реликтового излучения представление о строении солнечной системы в частности и Вселенной в целом менялось кардинально, а в месте с ним и мировоззрение человечества.

С помощью изучения космоса и усовершенствуются различные социальные отрасли, такие как медицина, машиностроение, производство продуктов питания. Из простого любопытства человек пойдет на все, чтобы получить ответы на интересующие его вопросы. С каждым годом мы узнаем новые детали, открываем новые модели Вселенной, которые также отражаются на нашем мировосприятии, поэтому изучение космоса как с помощью приборов, так и на бумаге очень важно для нас.

§ 4.2 Методологические особенности изучения астрономии в школах

К большому сожалению, изучение астрономии в школах России проводится не будет. С 1 сентября 2022 года по требованиям ФГОС школьный курс астрономии будет частью курса физики.

С 2017 года по ФГОС можно было включить в курс среднего общего образования предмет «Астрономия» с годовой нагрузкой до 35 учебных часов (один час в неделю). В качестве основного учебного пособия по изучению курса предлагался учебник Б. А. Воронцов-Вельяминов для 10-11 классов. Данный учебник затрагивает поверхностные знания о строении нашей солнечной системы, роли

астрономии в мире науке, а также поверхностное изучение строения и эволюции Вселенной, и небесной механики.

Однако, по приказу от 12 августа 2022 года N 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. N 413» курс предмета «Астрономия» больше не является самостоятельным предметом и изучается в курсе предмета «Физика». Требования по изучению базового курса предмета «Физика» освоения должны отражать:

1) сформированность представлений о роли и месте физики и астрономии в современной научной картине мира, о системообразующей роли физики в развитии естественных наук, техники и современных технологий, о вкладе российских и зарубежных ученых-физиков в развитие науки; понимание физической сущности наблюдаемых явлений микромира, макромира и мегамира; понимание роли астрономии в практической деятельности человека и дальнейшем научно-техническом развитии, роли физики в формировании кругозора и функциональной грамотности человека для решения практических задач;

Исходя из этих данных можно сделать вывод, что изучение предмета «Астрономия» в общеобразовательных учреждениях стало в разы меньше и это является не хорошей динамикой в плане изучения естественно-научных предметов в школах. Изучение астрономии не в качестве темы в курсе физики, а как самостоятельного предмета в общеобразовательных учреждениях важно по нескольким причинам.

Во-первых, это важно для понимания нынешнего мироустройства. Показать обучающимся, что мир не ограничен нашей планетой или нашей

солнечной системой. Понимать роль естественно-научных предметов в повседневной жизни.

Во-вторых, астрономия развивает критическое, логику и воображение. А внедрение в курс качественное решение сложных для школьного уровня задач, более углубленное изучение общей и специальной теории относительности, решение уравнений Эйнштейна, хотя-бы в качестве факультативов и дополнительных занятий может положительно сказаться на общем уровне математических и аналитических навыков обучающихся и подготовить их для ВУЗов с физико-математическим уклоном.

В-третьих, более глубокое изучение астрономии может положительно сказаться на образовательных потребностях обучающихся и, возможно, кто-то решит стать ученым или инженером, дабы изучать Вселенную с помощью аппаратуры, спутников, или же с помощью пера и чернил.

Из всего вышеперечисленного можно сделать вывод о необходимости изучения естественно-научных предметов в целом и астрономии в частности. Ведь в основе своей именно естественно-научные предметы (физика, химия, биология, астрономия) закладывают фундамент мировоззрения обучающихся. В том возрасте, когда формируется личность человека (9-11 классы) понимание мироздания само по себе важно. Помимо этого, астрономия также может влиять на выбор профессии обучающегося, то есть несет в себе профориентационный компонент, который также важен именно в этом возрасте, когда подростки находятся в активной фазе самоопределения в области профессиональной деятельности.

Нельзя отрицать тот факт, что изучение астрономии в целом несет исключительно положительные результаты для обучающихся основной школы. Как естественно-научный предмет, астрономия повышает навыки работы с математическими выражениями, формулами и уравнениями, развивает критическое мышление, логику, понимание, каким законам подчиняется мироздание, развивает воображение и разносторонне совершенствует обучающегося.

Помимо этого, более углубленное изучение предмета «Астрономия» в качестве факультативов или в школах, с углубленным изучением предметов поможет качественнее подготовить обучающегося к физике и математике, которая преподается в высших учебных заведениях. С помощью решения различных сложных задач можно осуществить возможность «сгладить углы» при поступлении в ВУЗы с физико-математической или технической направленностью.

Заключение

В данной выпускной квалификационной работе были рассмотрены открытые космологические модели Фридмана, а также была описана суть «механического подхода» для решения уравнений Эйнштейна (что и составляло основной теоретический базис данной работы). Более конкретной:

1. Были приведены примеры основных открытых космологических моделей, которые отвечали данному «механическому подходу»: Открытая модель Фридмана; Фридмано-подобные модели с излучением и давлением; Квази де ситтеровская модель; Модель, с введением космологического λ -члена; Модель Вселенной, как осциллятор.
2. Функции состояния данных моделей были проиллюстрированы графиками.

В 3 главе был применен вышеописанный «механический подход» к нахождению решения уравнений Эйнштейна для открытой модели Вселенной как осциллятору с диссипацией, а также нахождение функции состояния модели.

1. Был использован подход Фока для выбора исходной конформно-плоской метрики.
2. Тензор энергии-импульса в уравнениях Эйнштейна был взят в приближении идеальной паскалевой жидкости.
3. После приведения уравнений к «механическому» виду (то есть заменили описание эволюции Вселенной на задачу о механическом осцилляторе) пришли к реализации решения Фридмана (3.9).
4. Далее ввели функцию состояния: отношение давления к плотности энергии) с учетом диссипации (трения) (3.24).

5. Были получены графики поведения данной функции состояния с заданными параметрами (Рис. 8.), чтобы проследить эволюцию Вселенной в зависимости от тех значений параметров, которые мы ввели.

Далее, в 4 главе были приведены мировоззренческие и методологические особенности изучения астрономии в школах, необходимость и значимость изучения естественно-научных предметов в целом. Были приведены различные модели солнечной системы (а также Вселенной), которые применялись в прошлом и модели, которые являются устоявшимися в современное время. Было проведено их сравнение, а также влияние этих моделей (как прошлого, так и настоящего) на мировоззрение обучающихся. Далее были описаны методологические особенности изучения астрономии в школах, а точнее, необходимость важности изучения естественно-научных дисциплин в целом и астрономии, в частности, так как основа мировосприятия закладывается именно в возрасте получения среднего общего образования.

Основные результаты работы:

1. В рамках «механического подхода» к конструированию открытых космологических моделей получено точное решение уравнений Эйнштейна как аналог задачи осциллятора с трением.

2. В приближении очень малого «трения» для этой космологической модели введена функция состояния, которая в каждый момент времени представляет собой уравнение состояния.

3. Поведение функции состояния проиллюстрировано графиками с различными значениями параметров модели. Тем самым получена графическая иллюстрация влияния наличия вещества, излучения и

вязкости на эволюцию открытой космологической модели Вселенной, обобщающей модель Фридмана.

4. Проведенное исследование поведения функции состояния показывает, что наша модель будет качественно соответствовать модели горячей Вселенной (Большому Взрыву), если на первых этапах расширения Вселенной параметры, связанные с веществом и «трением» «включаются» только после достижения максимума $\beta_{\max} = 1/3$ (ультрарелятивистское состояние), либо эти параметры должны быть столь незначительны, чтобы не влиять на этот максимум.

В качестве апробации научно-исследовательской работы основные результаты были представлены и доложены на конференциях:

1. Всероссийская научно-практическая конференция «XXI Емельяновские чтения» (Республика Марий Эл, г.Йошкар-Ола, Марийский государственный университет). Доклад на конференции был представлен в дистанционном формате.
2. Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Образование и наука в XXI веке: математика, физика, информатика и технологии в смарт-мире» (Красноярск, Красноярский государственный педагогический университет). Доклад был представлен в очном формате.

Список используемых источников

1. Baranov A. M., Saveljev E. V. Exact solutions of the conformally flat Universe. I. The evolution of model as the problem about a particle movement in a force field. //Space, Time and Fundamental Interactions. 2020. No. 3. PP. 27–36.
2. Synge J. L. Relativity: the general theory / Synge J. L. — 1. — Amsterdam: North-holland publishing company, 1950 — 432 с.
3. Ахметов Н. С. Вселенная и модели Фридмана / Ахметов Н. С. // Курсовая работа [Электронный ресурс]. URL: <https://portfolio.kspu.ru/works/download/164913> (дата обращения: 13.04.2024).
4. Баранов А. М. Фридмана-подобная модель с давлением на основе решения Фридмана для открытой Вселенной // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2017. № 4. С. 26—35.
5. Баранов А. М., Жабрун И. В, Савельев Е. В. Точное решение для открытой Вселенной с вязкостью / Баранов А. М., Жабрун И. В, Савельев Е. В. // Известия высших учебных заведений. — 1995. — № 1. — С. 79-83.
6. Баранов А. М., Савельев Е. В. Модель открытой вселенной с космологической постоянной как задача о движении частицы в силовом поле. Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2023. № 3-4. С. 21–29.
7. Баранов А.М. Эволюция открытой космологической модели с излучением. //Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2017. № 1. С.20-29.
8. Баранов А.М., Савельев Е.В. Точные решения для конформно-плоской Вселенной. I. Эволюция модели как задача о движении

- частицы в силовом поле. //Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2014. № 1. С.37-46.
9. Белопольский А.А. Опыт исследования принципа Доплера-Физо, не прибегая к космическим скоростям // Известия академии наук. - 1900. - №5. - С. 461–471.
 10. Вавилов С. И. Галилей Галилео // Большая российская энциклопедия: научно-образовательный портал – URL: <https://bigenc.ru/c/galilei-galileo-0b9095/?v=6417864>. – Дата публикации: 01.03.2023
 11. Гальцов Д. В. Общая теория относительности // Большая российская энциклопедия: научно-образовательный портал – URL: <https://bigenc.ru/c/obshchaia-teoriia-otnositel-nosti-2e3eee/?v=3980465>. – Дата публикации: 14.06.2022
 12. Городецкий М. Л., Лебедев С. Н. Птолемей Клавдий // Большая российская энциклопедия. Том 27. Москва, 2015, стр. 725-726
 13. Зельдович Я. Б. Теория вакуума, быть может, решает загадку космологии / Зельдович Я. Б. // Успехи физических наук. — Москва:Импакт-фактор (РИНЦ), 1981. — С. 25.
 14. Мак-Витти Г.К. Общая теория относительности и космология. - пер. с англ. 1 изд. - М: Издательство иностранной литературы, 1961. - 284 с.
 15. Мицкевич Н. В. Физические поля в общей теории относительности / Мицкевич Н. В. — 1. — Москва: Издательство "Наука", 1969 — 565 с.
 16. Мицкевич Н. В., Ефремов А. П., Нестеров А. И. Динамика полей в общей теории относительности / Мицкевич Н. В., Ефремов А. П., Нестеров А. И. — 1. — Москва: Энергоатомиздат, 1985 — 186 с.

17. О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413 / Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 12.08.2022 № 732 [Электронный ресурс] URL: <https://docs.cntd.ru/document/351729442>.
18. Самсонов В. А. Классическая механика // Большая российская энциклопедия. Том 14. Москва, 2009, стр. 233
19. ФГОС среднего общего образования (Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413(ред. 11.12.2020), зарегистрировано в Минюсте России 7 июня 2012 г. № 24480). [Электронный ресурс] URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo>
20. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. М.: Гос. изд-во физ-мат. лит-ры, 1961. 563 с.
21. Фридман А.А. Избранные труды. М.: Наука, 1966. 462 с.
22. Фридман А.А. Мир как пространство и время. - М: Наука, 1965. - 110 с.
23. Фридман А.А. О кривизне пространства //Успехи физических наук. - 1963. - №80:3. - С. 439-446.
24. Холшевников К. В. Гелиоцентрическая система мира // Большая российская энциклопедия. Том 6. Москва, 2006, стр. 511
25. Холшевников К. В. Геоцентрическая система мира // Большая российская энциклопедия. Том 6. Москва, 2006, стр. 656-657
26. Шарипов М.Р. О реальной возможности явления ускоренного расширения во Вселенной // Евразийский Союз Ученых. 2014. №8-9. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-realnoy-57>

vozmozhnosti-yavleniya-uskorenno-rasshireniya-vo-vseleynoy
(дата обращения: 11.06.2023).