

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра информатики и информационных технологий в образовании

Тимофеев Владимир Витальевич
МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Адаптация образовательного контента по стереометрии школьников
через интеграцию языковых моделей с электронными ресурсами

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование
Магистерская программа: информатика и цифровая трансформация
образования

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой
док. пед. наук, профессор

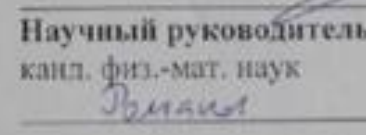

Пак Н.И.

Руководитель магистерской
программы

док. пед. наук, профессор



Пак Н.И.

Научный руководитель
канд. физ.-мат. наук


Романов Д.В.

Романов Д.В.

Обучающийся


Тимофеев В.В.

Тимофеев В.В.

Дата защиты «23» Июня 2025 г.

Оценка (прописью) отлично

Красноярск 2025

Реферат

Современная образовательная среда стремится к персонализации обучения, учитывая индивидуальные особенности учеников. Быстро развивающиеся технологии повышают спрос на специалистов с развитым критическим мышлением, аналитическими способностями и навыками самообразования. Математика остаётся ключевым элементом подготовки, но преподавание стереометрии вызывает значительные трудности у школьников из-за недостаточной наглядности и сложности визуального представления фигур.

Новые технологии, основанные на больших языковых моделях (LLM), предлагают мощные инструменты для автоматизации процессов обучения, но их неправильное использование может приводить к негативным эффектам: учащиеся привыкают получать готовые решения, теряя интерес к самостоятельному исследованию и анализу материала. Поэтому главная задача современной школы — разумно интегрировать технологии искусственного интеллекта улучшая качество образования, а не замещая процесс простым копированием ответов.

В связи с этим возникает **проблема исследования**: в ситуации стресса или нагрузки школьники начинают чрезмерно зависеть от искусственного интеллекта для выполнения учебных заданий. Вместо того, чтобы самостоятельно анализировать материал, применять логические рассуждения и искать решения (вырабатывая эти компетенции), учащиеся предпочитают просто вводить задание в приложение и копировать готовый ответ. Это приводит к тому, что процесс обучения превращается в процесс копирования, что вредит усвоению знаний и развитию критического мышления. Проблемой является переработка учебного процесса так, чтобы предоставить школьнику достаточно рабочую альтернативу ИИ.

Объектом исследования: процесс обучения стереометрии с использованием существующих цифровых образовательных ресурсов и возможностей систем искусственного интеллекта.

Предмет исследования: методы и технологии адаптации дидактических материалов по стереометрии на основе интеграции языковых моделей и электронных образовательных ресурсов, алгоритмы персонализации учебного материала, механизмы анализа индивидуальных особенностей учащихся и способы автоматической генерации адаптивного контента для развития пространственного мышления школьников.

Целью исследования: является интеграции языковых моделей с внешними источниками образовательного контента для решения сопутствующих педагогических задач обучения стереометрии.

Получение результаты: было показано, что большие языковые модели (LLM) отлично подходят к адаптивному обучению. Так же был создан агент на основе GigaChat от Сбербанка, который позволяет работать с образовательным контентом, создавая схематические рисунки для задач по стереометрии.

Научная новизна заключается в разработке методологии адаптивного обучения с применением LLM для генерации дидактических материалов, визуализации задач и персонализации образовательных траекторий.

Теоретическая и практическая значимость с появлением больших языковых моделей (LLM) принципиально изменился контекст получения информации. Вместо поиска, когда внимание человека вынуждено работать с ранее созданным материалом, а предыдущее поколение ИИ (рекомендательные системы) только облегчает ориентирование во внешнем массиве информации, человек теперь отрезан от общекультурного корпуса знаний. Подражая собеседнику, БЯМ генерирует ответы на вопросы, но без воспроизведения источников и методов получения ответов самостоятельно. Автоматизируя рутинные операции по сбору, обработке, и изменению формы

подачи информации, ИИ одновременно приводит к деградации этих навыков у человека – теперь читатель не знакомится с миром, используя поиск как инструмент навигации, а получает его готовый эрзац. Образование отлично показывает последствия, которые может вызвать распространение подобной доступной технологии – порог сложности, который после привыкания сможет переносить средний ученик, значительно упадёт, а у ученика в первую очередь ухудшится понимание самого контекста задачи и её постановки, поскольку теперь пониманием условия и требований учителя будет заниматься ИИ.

Пересмотр подходов к образованию в изменившихся условиях уже встал достаточно остро, поскольку в развитие технологии и выводе её на рынок заинтересовано слишком много игроков – она будет доступна. Вследствие этого следует искать альтернативные постановки самого акта обучения, с обязательным учётом наличия ИИ как технологии. В настоящей работе предлагается экспериментальная модель, где технологии ИИ используются для выполнения исключительно педагогических задач по адресации наиболее острых проблем понимания материала обучающимися. Если дать возможность педагогу настраивать промпты под свой стиль работы с материалом, это дополнительно позволит сделать учителя субъектом образовательного процесса, что коммерческие системы позволяют сделать крайне редко.

Эмпирическая база исследования: Основные результаты исследовательской работы были изложены на научно-практических конференциях, по результату которых опубликована следующая работа:

- Тимофеев В. В. Генерация интерактивных визуализаций для задач по стереометрии с помощью больших языковых моделей / В. В. Тимофеев // Вопросы математики, методики ее преподавания и цифровизации образования в учебно-исследовательских работах сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции студентов, магистрантов и аспирантов вузов. Выпуск 18, Пермь, 13 мая 2025 года. Выпуск 18. Пермь: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего

образования «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет», 2025 С. 80-82 - ISBN 978-5-907676-75-6.

Структура диссертации определена логикой научного исследования. Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка. Текст диссертации представлен на 63 страницах и содержит 11 рисунков.

Abstract

The modern educational environment strives to personalize learning, taking into account the individual characteristics of students. Rapidly developing technologies are increasing the demand for specialists with developed critical thinking, analytical abilities and self-education skills. Mathematics remains a key element of education, but teaching stereometry causes significant difficulties for schoolchildren due to the lack of clarity and the complexity of visual representation of shapes.

New technologies based on large language models (LLM) offer powerful tools for automating learning processes, but their misuse can lead to negative effects: students get used to receiving ready-made solutions, losing interest in independent research and analysis of the material. Therefore, the main task of a modern school is to intelligently integrate artificial intelligence technologies to improve the quality of education, rather than replacing the process with simple copying of answers.

In this regard, a research **problem arises:** in situations of stress or workload, students begin to overly depend on artificial intelligence to complete learning tasks. Instead of analyzing the material on their own, applying logical reasoning and looking for solutions (developing these competencies), students prefer to simply enter the task into the application and copy the finished answer. This leads to the fact that the learning process turns into a copying process, which harms the assimilation of knowledge and the development of critical thinking. The problem is to rework the learning process so as to provide the student with a sufficiently working alternative to AI.

Research object: the process of learning stereometry using existing digital educational resources and the capabilities of artificial intelligence systems.

Subject of research: methods and technologies for adapting didactic materials on stereometry based on the integration of language models and electronic educational resources, algorithms for personalization of educational material,

mechanisms for analyzing individual characteristics of students and ways to automatically generate adaptive content for the development of spatial thinking of schoolchildren.

The purpose of the study: it is the integration of language models with external sources of educational content to solve the accompanying pedagogical tasks of teaching stereometry.

Getting results: Large Language Models (LLM) have been shown to be excellent for adaptive learning. An agent has also been created that allows you to work with educational content and a large language model (LLM) based on Sberbank's GigaChat. Which builds schematic drawings for stereometry problems.

The scientific novelty lies in the development of an adaptive learning methodology using LLM to generate didactic materials, visualize tasks, and personalize educational trajectories.

Theoretical and practical significance with the advent of large language models (LLM), the context of information acquisition has fundamentally changed. Instead of searching, when a person's attention is forced to work with previously created material, and the previous generation of AI (recommendation systems) only facilitates orientation in an external array of information, a person is now cut off from the general cultural body of knowledge. Imitating the interlocutor, BYAM generates answers to questions, but without reproducing the sources and methods of obtaining answers on its own. By automating routine operations to collect, process, and change the form of information presentation, AI simultaneously leads to the degradation of these skills in humans – now the reader does not get to know the world using search as a navigation tool, but gets its ready-made ersatz. Education perfectly shows the consequences that the spread of such an accessible technology can cause – the threshold of difficulty that the average student can tolerate after getting used to it will drop significantly, and the student's understanding of the context of the task and its formulation will worsen, since AI will now deal with understanding the conditions and requirements of the teacher.

The revision of approaches to education in the changed conditions has already become quite acute, since too many players are interested in developing technology and bringing it to the market – it will be available. As a result, alternative formulations of the act of learning itself should be sought, with mandatory consideration of the availability of AI as a technology. In this paper, we propose an experimental model where AI technologies are used to perform exclusively pedagogical tasks to address the most acute problems of students' understanding of the material. If a teacher is given the opportunity to customize prompts to their own style of working with the material, this will additionally make the teacher a subject of the educational process, which commercial systems rarely allow.

Empirical basis of the research: The main results of the research work were presented at scientific and practical conferences, as a result of which the following work was published:

- Timofeev V. V. Generation of interactive visualizations for stereometry problems using large language models / V. V. Timofeev // Questions of mathematics, methods of teaching it and digitalization of education in educational and research works collection of materials of the All-Russian scientific and practical conference of students, undergraduates and postgraduates of universities. Issue 18, Perm, May 13, 2025. Issue 18. Perm: Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education Perm State Humanitarian Pedagogical University, 2025, pp. 80-82 - ISBN 978-5-907676-75-6.

The structure of the dissertation is determined by the logic of scientific research. The dissertation consists of an introduction, two chapters, a conclusion, and a bibliographic list. The text of the dissertation is presented on 63 pages and contains 11 drawings.

Оглавление

Введение10

Глава 1. Использование больших языковых моделей для совершенствования методик преподавания стереометрии15

1.1. Анализ традиционных методик преподавания стереометрии и их недостатки15

1.2. Персонализация обучения с помощью больших языковых моделей: перспективы применения в освоении стереометрии24

Глава 2. Разработка методологии и создание большой языковой модели для адаптации образовательных траекторий в обучении стереометрии34

2.1. Методология адаптивного обучения на основе LLM и образовательного контента34

2.2. Интеграция внешних образовательных ресурсов в архитектуру больших языковых моделей42

Заключение57

Библиографический список58

Введение

Современная образовательная парадигма неуклонно движется в сторону персонализации учебного процесса, признавая необходимость учета уникальных когнитивных особенностей обучающихся для повышения качества образования. В эпоху цифровой трансформации образования особую актуальность приобретает разработка технологических решений, способных обеспечить эффективную автоматизацию индивидуализации образовательных траекторий.

В условиях стремительно меняющегося рынка труда и растущей степени автоматизации труда, востребованность в специалистах, обладающих критическим мышлением, аналитическими способностями, навыками самообразования и решения сложных задач, неуклонно растет. Эти качества стали необходимым фундаментом, а для развития этих качеств необходимо изучать в том числе математику. Преподавание же математики в школе сегодня испытывает ряд трудностей. Одной из самых тяжёлых областей для учеников является стереометрия.

Традиционные методы изучения стереометрии часто оказываются недостаточно эффективными для значительной доли школьников, что проявляется низкими показателями результатов. Одним школьникам, например, сложно визуализировать геометрическую модель, а другим – сделать дополнительные построения. Для закрытия этого широкого спектра дефицитов необходим индивидуальный подход к каждому ученику, чтобы помочь полноценно понимать стереометрические концепции.

Появление больших языковых моделей (LLM) кардинально меняет образовательный ландшафт. С одной стороны, на рынке появился целый спектр сервисов для автоматизации рутинных задач, достаточно вспомнить Photomath, «камеру-калькулятор», которая распознаёт математические уравнения через камеру смартфона и сразу же выводит подробное пошаговое решение уравнения. Подобные приложения, фактически выполняя задания за

ученика, порождают очередную педагогическую дилемму: как сохранять мотивацию и формировать навыки самостоятельного мышления при наличии настолько доступного готового ответа на любую задачу. С другой стороны, искусственный интеллект открывает учителю совершенно новые горизонты - от возможности мгновенной проверки работ и анализа успеваемости до технологий создания персонализированных траекторий обучения. В этих условиях задача современной школы заключается не в сопротивлении технологиям, а в их осмысленной интеграции, позволяющей усиливать образовательный процесс, а не подменять его результаты.

Данное исследование направлено на решение следующих проблем: как обеспечить персонализированное образование, используя потенциал языковых моделей с опорой на апробированные источники образовательного контента. Преодоление разрыва между возможностями ИИ и богатством существующих образовательных ресурсов позволит создать принципиально новые инструменты поддержки индивидуальных образовательных траекторий.

Таким образом, формулируем **противоречие**: с одной стороны, искусственный интеллект предоставляет педагогу уникальные возможности для персонализации обучения, для адаптации контента под индивидуальные потребности каждого ученика. Это может быть особенно полезно при работе с учениками, испытывающих трудности в определённых предметах, или для тех, кто хочет углубить свои знания выше уровня стандартной учебной программы, или самостоятельно научиться решать принципиально новые для себя задачи. С другой стороны, пассивное использование уже доступных ИИ технологий (таких как Photomath или chatGPT) может привести к тому, что школьники будут злоупотреблять этими технологиями, избегая самостоятельной работы и глубокого погружения в учебный материал, полностью уничтожив тот фундамент, на котором должно строиться дальнейшее образование.

В связи с этим возникает **проблема исследования**: в ситуации стресса или нагрузки школьники начинают чрезмерно зависеть от искусственного интеллекта для выполнения учебных заданий. Вместо того чтобы самостоятельно анализировать материал, применять логические рассуждения и искать решения, учащиеся предпочитают просто вводить задание в приложение и копировать готовый ответ. Это приводит к тому, что процесс обучения превращается в процесс копирования, что вредит усвоению знаний и развитию критического мышления. Проблемой является переработка учебного процесса так, чтобы предоставить школьнику достаточно рабочую альтернативу ИИ.

Целью исследования: является интеграции языковых моделей с внешними источниками образовательного контента для решения задач по стереометрии.

Объектом исследования: процесс обучения стереометрии с использованием существующих цифровых образовательных ресурсов и возможностей систем искусственного интеллекта.

Предмет исследования: методы и технологии адаптации дидактических материалов по стереометрии на основе интеграции языковых моделей с электронными образовательными ресурсами, включая алгоритмы персонализации учебного материала, механизмы анализа индивидуальных особенностей учащихся и способы автоматической генерации адаптивного контента для развития пространственного мышления школьников.

Гипотеза исследования: для помощи ученику можно использовать возможности искусственного интеллекта, создав ИИ-агента и дав ему доступ к образовательному материалу вместе с учеником для оказания педагогически квалифицированного сопровождения при работе с задачами стереометрии. Если архитектура системы дополнительно позволит учителям переносить свои знания в помощника, это создаст уникальную возможность для учителей

совместно накапливать и перерабатывать персональные знания и умения по работе с ЦОР.

Для достижения цели поставлены следующие **задачи**:

1. Изучить существующие методики преподавания стереометрии и выявить недостатки традиционных методов обучения.
2. Исследовать возможности больших языковых моделей (LLM) в области персонализации обучения и определить перспективы их применения для улучшения освоения сложных тем школьной математики, таких как стереометрия.
3. Создать теоретико-методологическую основу для интеграции возможностей LLM с актуальными источниками образовательного контента, позволяющую формировать адаптивные образовательные траектории для школьников.
4. Описать создания большой языковой модели с внешними источниками образовательного контента

Теоретическая и практическая значимость с появлением больших языковых моделей (LLM) принципиально изменился контекст получения информации. Вместо поиска, когда внимание человека вынуждено работать с ранее созданным материалом, а предыдущее поколение ИИ (рекомендательные системы) только облегчает ориентирование во внешнем массиве информации, человек теперь отрезан от общекультурного корпуса знаний. Подражая собеседнику, БЯМ генерирует ответы на вопросы, но без воспроизведения источников и методов получения ответов самостоятельно. Автоматизируя рутинные операции по сбору, обработке, и изменению формы подачи информации, ИИ одновременно приводит к деградации этих навыков у человека – теперь читатель не знакомится с миром, используя поиск как инструмент навигации, а получает его готовый эрзац. Образование отлично показывает последствия, которые может вызвать распространение подобной доступной технологии – порог сложности, который после привыкания сможет

переносить средний ученик, значительно упадёт, а у ученика в первую очередь ухудшится понимание самого контекста задачи и её постановки, поскольку теперь пониманием условия и требований учителя будет заниматься ИИ.

Пересмотр подходов к образованию в изменившихся условиях уже встал достаточно остро, поскольку в развитие технологии и выводе её на рынок заинтересовано слишком много игроков – она будет доступна. Вследствие этого следует искать альтернативные постановки самого акта обучения, с обязательным учётом наличия ИИ как технологии. В настоящей работе предлагается экспериментальная модель, где технологии ИИ используются для выполнения исключительно педагогических задач по адресации наиболее острых проблем понимания материала обучающимися. Если дать возможность педагогу настраивать промпты под свой стиль работы с материалом, это дополнительно позволит сделать учителя субъектом образовательного процесса, что коммерческие системы позволяют сделать крайне редко.

Глава 1. Использование больших языковых моделей для совершенствования методик преподавания стереометрии

1.1. Анализ традиционных методик преподавания стереометрии и их недостатки

Когда ученик приходит на урок геометрии в 10 классе он знакомится с новым разделом геометрии под названием стереометрия. Стереометрия - это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве [12]. Ученик изучал 7-9 класс в геометрии раздел планиметрии. То есть он работал с плоскими фигурами, а сейчас его начинают учить фигурам, которые находятся в пространстве.

И у учеников начинаются первые сложности при изучение данного предмета. Для многих сложно представить расположение фигур в пространстве, что мешает ученику правильно начертить схематический рисунок. Но в геометрии зачастую правильно построенный рисунок это уже пол пути правильности решения задачи. Давайте же разберем, что мешает ученику правильно представить объект в пространстве и начнем с разбора методики преподавания геометрии в 10-11 классах.

На первых уроках геометрии в 10 классе ученики изучают главу “Введение в стереометрию”. В данной главе учитель рассказывает учащимся о том, что изучает стереометрия, как она возникла, каковы её цели, а также знакомит их с основными понятиями стереометрии. Необходимо в обзорном аспекте познакомить и продемонстрировать учащимся основные пространственные фигуры – многогранники (параллелепипед, призма, пирамида) и тела вращения (конус, цилиндр, шар), которые им предстоит изучить в дальнейшем[14]. Ввести понятия, аксиомы, следствия из аксиом и теоремы.

Первая глава стереометрии насыщена большим числом фактов, не громоздких, но логически сложных доказательств, требующих запоминания.

Из-за этого учащимся трудно представить себе основное содержание темы, выделить, что же в ней самое важное.

Затем идет следующая глава “Параллельность прямых и плоскостей”. В этой главе учитель объясняет, в чем отличие планиметрии от стереометрии, что прямые могут находиться по-разному, пересекаться, быть параллельными и скрещивающимися. Учитель показывает, как определить тип взаимного расположения прямых в пространстве, с помощью рисунков или моделей. Также учитель дает определение как прямая может быть параллельна плоскости. Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек [12]. И дается определение и признаки параллельности двух плоскостей и их свойства. Вводит понятия тетраэдр и параллелепипед.

Следующая глава посвящена теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей». Здесь педагог знакомит учеников с понятием перпендикулярных прямых в трёхмерном пространстве, формулирует и доказывает утверждение о взаимной перпендикулярности двух параллельных прямых относительно третьей. Затем вводятся определения прямой, перпендикулярной плоскости, подкрепляя материал примерами из окружающего мира. Далее рассматриваются прямая и обратная теоремы, связывающие параллельность прямых с их перпендикулярностью к плоскости, формулируется и обосновывается признак перпендикулярности прямой и плоскости, а также утверждается существование единственной прямой, проходящей через заданную точку и перпендикулярно плоскости. Учащиеся закрепляют теорию решением практических задач, связанных с вычислениями и доказательствами, касающихся перпендикулярности прямых и плоскостей.

Педагог разъясняет понятия перпендикуляра и наклонной к плоскости, даёт определение проекции наклонной. Рассказывает, что понимается под расстояниями: от точки до плоскости, между двумя параллельными плоскостями, между параллельными прямой и плоскостью, а также между скрещивающимися прямыми. Преподаватель формулирует и доказывает

теорему о трёх перпендикулярах, показывая, как её использовать при решении различных задач. Затем объясняется термин «ортогональная проекция точки (фигуры) на плоскость», приводится доказательство утверждения, что проекцией прямой, не перпендикулярной плоскости, служит сама прямая. Дается пояснение термина угла между прямой и плоскостью и раскрывается его основное свойство. Наконец, преподаватель описывает, что такое центральная проекция точки (фигуры) на плоскость.

Преподаватель объясняет, какую фигуру называют двугранным углом и каким способом его измеряют. Приводит доказательство равенства всех линейных углов двугранного угла. Раскрывает понятие угла между пересекающимися плоскостями и пределы изменения этого угла. Даёт определение взаимно перпендикулярных плоскостей, формулирует и доказывает признак перпендикулярности двух плоскостей. Рассматривает понятие прямоугольного параллелепипеда, перечисляет и обосновывает его свойства. Определяет, что такое многогранный угол (включая частный случай трёхгранного угла), называет его составляющие части, определяет, какой многогранный угол считается выпуклым, и доказывает утверждение о том, что любой плоский угол трёхгранного угла всегда меньше суммы двух остальных плоских углов.

Далее идет одна из самых важных тем это “Многогранники”. В этой главе учитель водит понятие многогранник, знакомит учеников с вершинами, ребрами, гранями. Далее учитель водит понятие правильный многогранник, знакомит учеников с помощью рисунков и моделей с тетраэдром, кубом (гексаэдром), октаэдром, додекаэдром, икосаэдром также ученикам предстоит сделать эти фигуры из бумаги. Далее учитель знакомит учеников с такими фигурами как прямоугольный параллелепипед, призма и пирамида. Далее учитель дает ученикам формулу площади поверхности и объёма для куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды (усечённой пирамиды). После изучения этих глав и заканчивается 10 класс.

Переходя в 11-й класс, ученики приступают к изучению новой темы курса геометрии — «Цилиндр, конус и шар». Изучать эти фигуры начинают с цилиндра. Педагог подробно разбирает, что такое цилиндрическая поверхность, её образующие и ось, даёт определение тела, называемого цилиндром, объясняются названия его составных частей, рассматривается получение цилиндра путем вращения прямоугольника вокруг одной из сторон. Учитель демонстрирует построение цилиндра и показывает его сечения плоскостью, проходящей через ось, а также секущую плоскость, перпендикулярную оси. Разъясняется понятие площади боковой поверхности цилиндра, выводятся формулы для расчёта боковой и полной площадей поверхности. Завершается изучение раздела практическим решением учениками задач, связанных с вычислениями и доказательствами свойств цилиндра.

Далее учитель переходит к рассмотрению конуса. Он объясняет, что такое коническая поверхность, её образующие, вершина и ось, даёт определение тела, именуемого конусом, перечисляет его элементы, рассматривает получение конуса вращением прямоугольного треугольника вокруг одного катета. Демонстрирует изображение конуса и его сечения плоскостью, проходящей через ось, а также плоскостью, перпендикулярной оси. Подробно разбирается понятие площади боковой поверхности конуса, выводятся формулы для нахождения боковых и полной площадей поверхности. Затем вводится понятие усечённого конуса, демонстрируется его получение посредством вращения прямоугольной трапеции. Для усечённого конуса выводится формула вычисления площади боковой поверхности. Закрепляется материал выполнением учениками задач, направленных на расчёт и доказательства свойств конусов и усечённых конусов.

Затем учитель переходит к ознакомлению учащихся с такими фигурами, как сфера и шар. Он даёт точные определения сферы и шара, обозначает их центр, радиус и диаметр. Школьники вместе с учителем рассматривают

возможные варианты расположения сферы относительно плоскости, вводят понятие касательной плоскости к сфере, формулируют и доказывают соответствующие теоремы о свойствах и признаках касательных плоскостей. Объясняются способы измерения площади сферы и связь этой величины с радиусом. Детально освещается концепция вписанных сфер в цилиндрические и конические поверхности, определяется форма полученных сечений указанных поверхностей при пересечении их различными плоскостями. Практическое применение теории осуществляется через решение школьниками задач, включающих сочетания многогранников и тел вращения.

Последующей темой становится «Объемы тел». Учитель разъясняет принципы измерения объемов, проводя аналогию с процессом вычисления площадей многоугольников. Перечисляются базовые свойства объемов, с помощью которых выводится формула объема прямоугольного параллелепипеда. Формулируются и доказываются теоремы, касающиеся объемов прямой призмы и цилиндра. Ученики применяют полученные знания, решая задачи на расчет объемов этих тел.

Далее выводится интегральная формула расчета объемов произвольных тел, которая применяется при доказательстве формул объемов наклонной призмы, пирамиды и конуса. Дополнительно выводятся формулы для вычисления объемов усеченной пирамиды и усеченного конуса. Полученные теоретические сведения закрепляются практическими задачами, направленными на расчет объемов соответствующих геометрических тел.

Преподаватель формулирует и доказывает теорему, определяющую объем шара, используя которую выводит формулу для вычисления площади сферы. Далее он выводит формулы для расчета объемов шарового сегмента и шарового сектора. После этого ученики выполняют задачи, применяя полученные формулы для вычисления объемов различных тел.

Далее учитель переходит к следующей главе — «Векторы в пространстве». В ней он вводит основные понятия: вектор в пространстве,

коллинеарные векторы, компланарные векторы, нулевой вектор. Затем учитель знакомит школьников с координатным представлением векторов в пространстве. Следующим этапом становится рассмотрение операций над векторами в пространстве, включая операции сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число, а также скалярного произведения векторов.

Завершающей главой становится «Метод координат в пространстве. Движения». Учитель объясняет основы введения прямоугольной системы координат в пространстве, рассказывает, как задаются координаты точек и векторов, а также какими терминами они обозначаются. Формулируются и доказываются утверждения о правилах нахождения координат суммы и разности векторов, координат вектора, полученного умножением исходного на число, а также взаимосвязи между координатами начала и конца вектора. Выведены и применяются при решении задач формулы для нахождения координат середины отрезка, модуля вектора и расстояния между двумя точками. Рассматривается вывод уравнения сферы заданного радиуса с указанным центром.

Кроме того, даются определения угла между векторами и скалярного произведения векторов. Исследуются свойства скалярного произведения, доказываются соответствующая теорема. Показано, как вычислять угол между двумя прямыми и угол между прямой и плоскостью, используя скалярное произведение векторов через их координаты. Рассматриваются методы вывода уравнения плоскости, проходящей через заданную точку и перпендикулярной определенному вектору, а также формулы для нахождения расстояния от точки до плоскости. Ученики осваивают использование метода координат и векторов при решении геометрических задач.

Также дается введение в тему движений пространства. Учитель объясняет, что такое отображение пространства на себя и в каких случаях такое отображение называется движением. Отдельно разбираются виды движений: центральная симметрия, осевая симметрия, зеркальная симметрия

и параллельный перенос, а также доказываются утверждения о том, что каждое из этих отображений является движением пространства. Далее вводится понятие центрального подобия (гомотетии) и преобразования подобия, а также объясняется, как с помощью преобразования подобия формируется понятие подобных фигур в пространстве. Учеников обучают применению методов движений при решении геометрических задач.

Заключительным этапом курса является повторение изученного материала и подготовка к сдаче Единого государственного экзамена (ЕГЭ). Вот так вкратце рассмотрели методику основного курса по геометрии в 10-11 классах.

С одной стороны, все хорошо. Ученики в школах изучают стереометрию. Методика преподавания есть, но если обратиться к официальным источникам, картина уже выглядит не так прекрасно. Итак, обратимся к “Федеральному институту педагогических измерений” (ФИПИ) и увидим следующее: выросла доля участников, уверенно решающих базовые задачи по стереометрии (отношение или сравнение площадей и объемов) – с 30–35 % в 2015 г. до 70–85 % в 2024 г. При этом пока сохраняется на низком уровне процент выполнения заданий по стереометрии в части 2 экзамена [30].

Задание 14 – геометрическая задача (стереометрия). Задание повышенного уровня с развернутым ответом, максимальный балл – 3.

Пример 1

В правильном тетраэдре точки M и N — середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K .

- а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна рёбрам AB и CD .
- б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α , если известно, что $BK = 1$, $KC = 3$ [30].

Задание полностью верно выполнили чуть меньше 5% участников экзамена. Основные сложности в выполнении этого задания и высокий

процент не приступивших к выполнению этого задания связаны с фактическим игнорированием в значительном количестве школ формирования таких важных умений, как решать двух-четырёхходовые стереометрические задачи и проводить доказательства стереометрических утверждений. Большой разрыв в результатах правильного решения заданий по стереометрии частей 1 и 2 говорит о том, что на уроках преимущественно ограничиваются только решением простейших наглядных и вычислительных заданий, без развития столь необходимого для дальнейшего продолжения образования по современным инженерным специальностям умения проводить исследование стереометрической конструкции [30].

Также давайте рассмотрим процент выполнения задачи в 2023 году. Обратим внимание что в 2023 г. задание курса стереометрии было под номером 13.

Обратимся к рисунку 1 и заметим, что процент выполнения задания №13 всего 1.49% – это самый низкий процент выполнения заданий всего КИМа ЕГЭ.

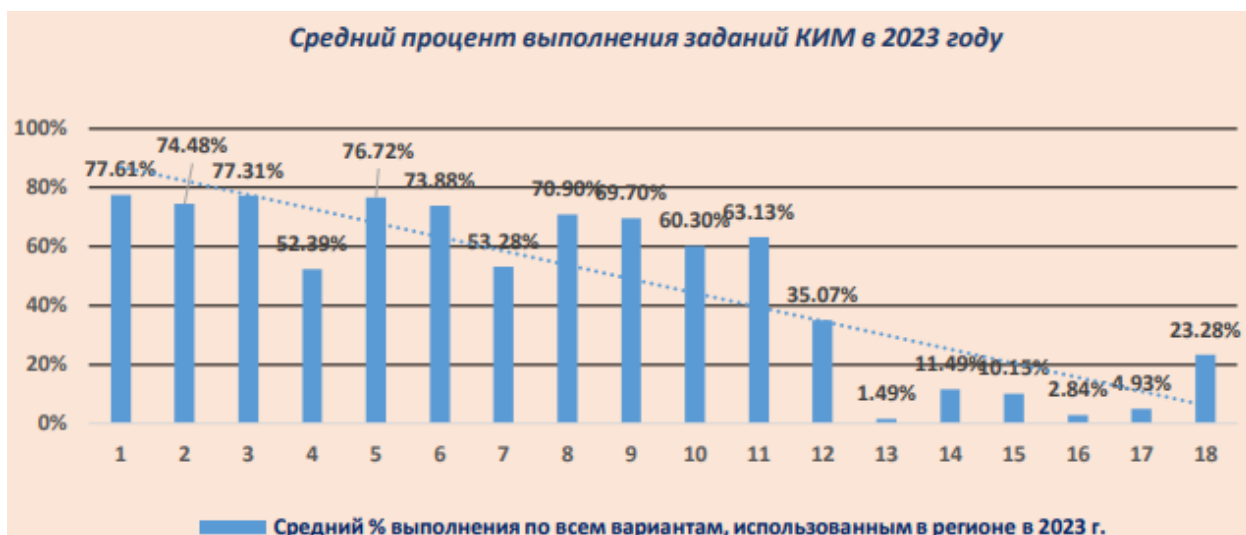


Рисунок 1. Процент выполнения заданий второй ЕГЭ по математике

После того, как рассмотрели исследования федерального института педагогических измерений выясняется, что процент выполнения задач по стереометрии буквально мизерный.

Какие могут быть причины такого низкого выполнения?

1. Слабое пространственное воображение:

- Трудности визуализации: многим ученикам сложно представить трехмерные объекты, их сечения, проекции и взаимное расположение по двумерным чертежам.

- Неумение “видеть” в объёме: сложно мысленно вращать фигуры, достраивать недостающие элементы, понимать, что скрыто.

2. Недостаточная база планиметрии:

- Стереометрия во многом опирается на планиметрию. Если ученик плохо знает свойства треугольников, четырехугольников, окружностей, теорему Пифагора, тригонометрию, то решение стереометрических задач, где часто нужно рассматривать плоские сечения или грани, становится невозможным.

3. Проблемы с построением чертежей:

- Неумение грамотно изобразить пространственную фигуру на плоскости (с соблюдением параллельности, перпендикулярности, видимых и невидимых линий) сильно затрудняет анализ задачи.

4. Формальное заучивание формул и теорем без понимания:

- Отсутствие связи: ученики могут знать формулу объема пирамиды, но не понимать, как найти ее высоту или площадь основания в конкретной задаче.

- непонимание определений: путаница в понятиях (например, высота и апофема пирамиды, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями).

Для улучшения ситуации требуется комплексный подход: начиная с развития пространственного мышления, акцент на понимание, а не зазубривание и постоянная практика решения разнообразных задач.

С одной стороны, подход есть. На уроках в школе учителя показывают различные фигуры как в модельном варианте, так и с помощью презентаций и чертежей на доске для развития пространственного мышления. Рассказывают теоремы и показывают формул, дают определения и заставляют учеников все заучивать. Но, как показывают показатели, этого мало.

Ну у нас есть идея, так как мы живем в современном мире, а в наш мир пришли большие языковые модели (LLM), можно попробовать создать агента, который будет помогать школьникам и учителю изучать геометрию в старших классах и не только.

Изучение стереометрии в 10-11 классах является важным этапом в формировании пространственного мышления и логического анализа, однако текущая методика преподавания сталкивается с рядом существенных проблем. Несмотря на наличие структурированной программы, включая основные понятия, аксиомы и теоремы, учащиеся часто сталкиваются с трудностями в визуализации трехмерных объектов, понимании их взаимного расположения и построении корректных чертежей. Это приводит к низкому проценту выполнения задач повышенной сложности на ЕГЭ, особенно в части 2, где требуется не только вычисления, но и доказательства, а также глубокое понимание геометрических конструкций.

1.2. Персонализация обучения с помощью больших языковых моделей: перспективы применения в освоении стереометрии

Как было сказано ранее, большие языковые модели пришли в нашу жизнь и надо это принять. Они стали доступными, и школьники активно их используют, но используют бездумно они просто закидывают задачу и списывают готовый ответ.

Большие языковые модели (LLM, Large Language Models) представляют собой разновидность программного обеспечения на основе искусственного интеллекта, способного понимать и создавать тексты. Название «большие»

связано с масштабностью используемых наборов данных, на которых проходят тренировки моделей. Эти системы базируются на технологиях машинного обучения, преимущественно на архитектуре трансформеров — особого типа нейронных сетей. Среди известных примеров LLM можно назвать ChatGPT компании OpenAI, Bard от Google, Bing от Microsoft, YandexGPT от «Яндекса» и GigaChat от «Сбера» [3].

Рассмотрим случай, когда ученики просто закидывают задачу искусственному интеллекту (на примере GigaChat-a):

Ученик просто копирует задачу и отправляет ИИ.

Задача:

Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Грань ACC_1A_1 является квадратом.

а) Докажите, что прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC=4$, $BC=7$ [25].

Ответ GigaChata:

Часть а)

Дано основание прямой треугольной призмы – прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Грань ACC_1A_1 является квадратом, значит стороны $AC = CC_1$

Рассмотрим точку пересечения диагоналей квадрата ACC_1A_1 , обозначим её буквой O . Так как диагональ квадрата делит его углы пополам, угол $\angle AOC = 45^\circ$. Поскольку $CC_1 \perp (ABC)$, высота CO также перпендикулярна плоскости основания, следовательно, прямая AB_1 лежит в плоскости (ABO) и проходит через точку O .

Проведём прямую BO в плоскости (ABC) . По теореме Пифагора для прямоугольного треугольника ABC имеем: $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 4^2 + 7^2 =$

$16 + 49 = 65$, следовательно, $AB = \sqrt{65}$. Так как AO и BO лежат в одной плоскости и пересекаются в точке O , а $CO \perp AO$ и $CO \perp BO$, получаем, что плоскость (CAO) перпендикулярна плоскости (ABO) .

Теперь рассмотрим треугольники CAO и ABO . Прямая CA_1 параллельна прямой CO , поскольку обе принадлежат параллельным граням призмы и имеют общую направляющую линию AA_1 . Следовательно, достаточно доказать ортогональность прямой CO и прямой AB_1 .

Поскольку $CO \perp (ABO)$, прямая CO перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости (ABO) , включая прямую AB_1 . Значит, $CA_1 \perp AB_1$.

Утверждение доказано.

Часть б)

Расстояние между скрещивающимися прямыми CA_1 и AB_1 равно расстоянию от точки A_1 до плоскости (ABO) . Найдем высоту пирамиды A_1ABO .

Площадь треугольника ABO равна половине площади квадрата ACC_1A_1 , то есть: $S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CO = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$.

Высота h пирамиды A_1ABO находится из объема пирамиды, равного объему призмы, поделённому на количество оснований:

$V_{\text{пирамиды}} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABO} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot h = \frac{8h}{3}$, приравниваем объем пирамиды к объёму части призмы: $\frac{8h}{3} = \frac{1}{3} \cdot V_{\text{призмы}}$, где объём призмы равен произведению площади основания (S_{ABC}) на высоту (AC), а площадь основания:

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14$, получаем: $V_{\text{призмы}} = 14 \cdot 4 = 56$, таким образом: $\frac{8h}{3} = \frac{56}{3}, h = 7$.

Однако мы нашли неправильно, давайте вычислим правильно.

Правильно:

Объем пирамиды можно выразить через половину произведения высоты призмы (АС) на площадь треугольника АВО:

$$V_{\text{пирамиды}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{ABO}} \cdot AA_1 = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 4 = \frac{32}{3}.$$

Но правильнее искать расстояние иначе. Рассмотрим правильный способ:

Пусть точка Н — проекция точки А₁ на плоскость (АВО). Тогда отрезок НА₁ перпендикулярен плоскости (АВО) и длина этого отрезка равна искомому расстоянию.

Заметим, что ΔАОА₁ прямоугольный, и по теореме Пифагора:

$$A_1O^2 = OA^2 + AA_1^2 = \left(\sqrt{\frac{16+49}{2}} \right)^2 + 4^2 = \frac{65}{2} + 16 = \frac{97}{2}, \text{ следовательно,}$$

$$A_1O = \sqrt{\frac{97}{2}}.$$

Таким образом, расстояние между прямыми СА₁ и АВ₁ равно длине отрезка А₁Н, которая составляет: $d = \frac{A_1O}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{\frac{97}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{97}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{194}}{4}$.

Так давайте рассмотрим решение ИИ более внимательно. С частью, с "а)" ИИ справилось без особых проблем. Но доказательство получилось очень громоздким. Образовательный портал СДАМ ГИА предлагает другое решение более короткое: заметим, что В₁С₁ ⊥ С₁А₁ как катеты прямоугольного треугольника, и В₁С₁ ⊥ С₁С, поскольку призма прямая. Тогда по признаку перпендикулярности прямой и плоскости В₁С₁ ⊥ (АСА₁). Кроме того, А₁С ⊥ С₁А как диагонали квадрата. Далее, АВ₁ — наклонная, АС₁ — ее проекция на плоскость АСА₁, А₁С — прямая в плоскости АСА₁, перпендикулярная проекции. По теореме о трёх перпендикулярах АВ₁ ⊥ СА₁, что и требовалось доказать [25].

Что касается части б), ИИ решил ее неправильно. Правильное решение, предложенное образовательным порталом, СДАМ ГИА следующее: пусть точка M — середина AC_1 . Тогда искомое расстояние равно расстоянию от точки M до прямой AB_1 , поскольку прямая A_1C перпендикулярна плоскости AB_1C_1 . Это расстояние равно половине высоты прямоугольного треугольника AB_1C_1 , проведённой к гипотенузе, то есть $d = \frac{AC_1 \cdot B_1C_1}{2AB_1} = \frac{\sqrt{2}AC \cdot BC}{2\sqrt{2AC^2 + BC^2}} = \frac{14\sqrt{2}}{9}$ [25].

Важно то, что с использованием промптов можно адресовать проблему неправильного решения. Промпт – это набор инструкций, передаваемых нейросети, который используется для генерации определённого результата. Это команды текстом, своеобразное «начало» для ИИ, на основе которого алгоритм генерирует продолжение текста [24].

Для начала мы дали чат боту замечания. После этого он исправил свое решение. В последующих задачах тоже были ошибки. Ну, спустя несколько задач и их корректировок он начал решать верно. GigaChat пока уступает по решению задач другим большим языковым моделям, но прогресс не стоит на месте, и в скором будущем он также будет без проблем решать задачи по геометрии.

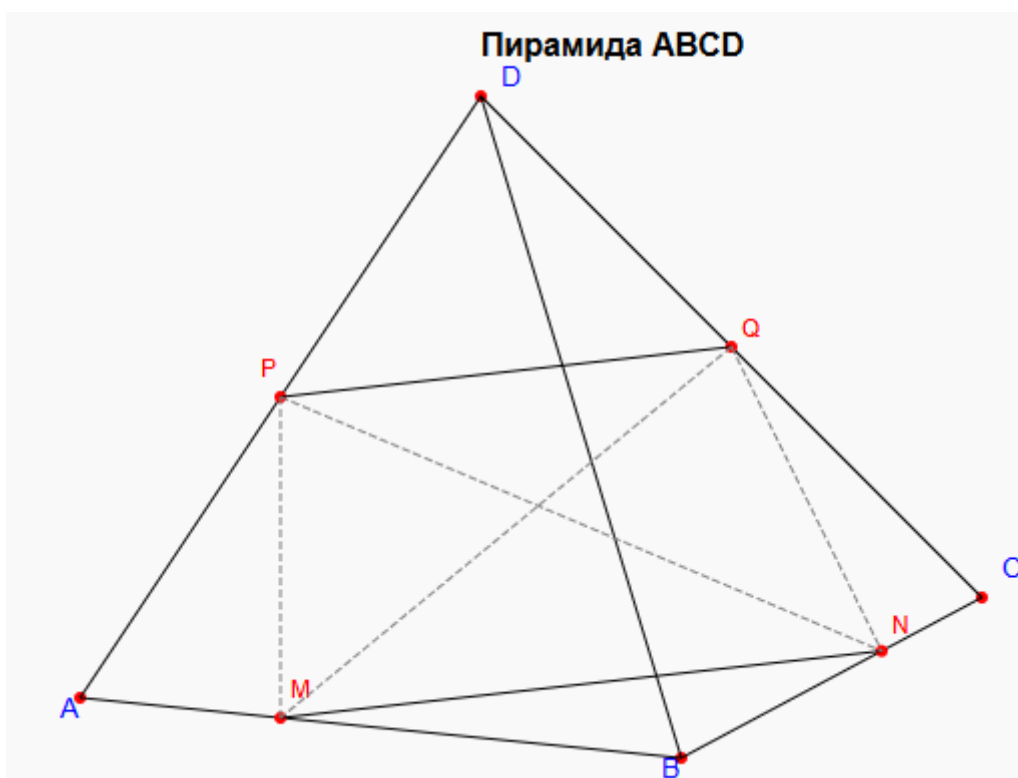
Нам более интересен вариант использования больших языковых моделей не как источник быстрого решения задачи, а как помощника.

Вот нам дана задача: основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Диагонали боковых граней AA_1B_1B и равны 15 и 9 соответственно, $AB=13$

- а) Докажите, что треугольник BA_1C_1 прямоугольный.
- б) Найдите объём пирамиды AA_1C_1 .

Для успешного решения задачи нам необходимо изначально сделать правильный схематический рисунок. Учитель на доске начертит рисунок. Но меловой рисунок не всегда понятен и аккуратен, а для школьников понятный и красивый рисунок - это очень важно. Современные ученики очень часто не могут сами воспроизвести рисунок. Учитель, конечно, может сделать рисунок в GeoGebre или Живой математике, но на все это нужно время. А Живая математика к тому же платная.

Современные технологии не стоят на месте, и тут могут прийти на помощь большие языковые модели. Конечно, пока не все доступные большие языковые модели могут корректно построить чертеж. Но все-таки могут. Для этого всего лишь надо выделить текст, скопировать и вставить в ИИ и написать промпт “С помощью HTML-кода сделай чертеж к данной задаче”. На все это уйдёт 2-3 минуты. На рис. 2. пример построенного чертежа к данной задаче.



Рисонок 2. Чертеж к задачи сделанный ИИ

Итак, чертеж построен. Очередь следующего шага необходимо выделить из условия задачи исходные данные, то есть, выяснить, что дано:

- Основание прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ — прямоугольный треугольник ABC с прямым углом в вершине C .
- Диагонали боковых граней AA_1B_1B и BB_1C_1C равны 15 и 9 соответственно.
- Сторона $AB=13$

Некоторые из этих понятий школьники могут забыть. Когда происходит этот момент в классе на уроке – это не беда, учитель ему напомнит. Но когда этот момент происходит вне класса, например, когда он готовится к ЕГЭ дома и самостоятельно. С одной стороны, есть учебники и поисковик в интернете. Но, согласитесь, намного будет удобнее, если это сделать так: ученик выделяет нужное слово или фразу, а ИИ сразу дает определение.

Термины и определения, написанные большой языковой моделью(LLM):

- Прямая треугольная призма — это геометрическое тело, состоящее из двух равных треугольников (оснований), расположенных параллельно друг другу, и прямоугольных граней, соединяющих одноимённые вершины этих треугольников. Боковые рёбра призмы перпендикулярны основаниям.
- Прямоугольный треугольник — это треугольник, в котором один из углов равен прямому углу (90°). Обычно называют его по имени вершины прямого угла, например, $\triangle ABC$ с прямым углом в вершине C .
- Диагональ боковой грани — это отрезок, соединяющий две несмежные вершины одной боковой грани призмы. Например, диагональ грани AA_1B_1B — это отрезок, соединяющий вершины A и B_1 или A_1 и B .
- Пирамида — это геометрическое тело, у которого одна грань (основание) — многоугольник, а остальные грани — треугольники, сходящиеся в одной вершине (называется вершиной пирамиды).

- Объём пирамиды — это мера внутреннего пространства пирамиды, выражаемая в единицах объёма. Находится по формуле: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h$

Бывают случаи, когда формулировка задачи не всегда понятна. На уроке ученик может попросить пояснить условие задачи или попросить учителя объяснить, другими словами. Но когда ученик опять же занимается самостоятельно и учителя нет рядом, то ученик может попросить это сделать ИИ. Просто нужно задать ему условие задачи и попросить "переформулируй условие задачи на более понятное". После ученик получит переформулированное условие задачи. Но опять возникает трудность. Скорее всего ученик запросит решение этой задачи, а не переформулировку. Вот если это была отдельная команда и легко доступная, ей, скорее всего, пользовались активнее. Да и для учителя эта функция будет полезна. Ведь учитель - это человек, а не робот, и ему тоже иногда требуется посмотреть на задачу под другим углом.

Пример переформулированной задачи большой языковой модели:

Есть прямая треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой нижнее основание — прямоугольный треугольник ABC , где угол C прямой. Известно, что:

- Две боковые грани призмы имеют диагонали разной длины: первая грань AA_1B_1B имеет диагональ длиной 15, вторая грань BB_1C_1C имеет диагональ длиной 9.

- Гипотенуза нижнего треугольника ABC равна 13.

Вам нужно:

а) Доказать, что треугольник BA_1C_1 (один из верхних треугольников призмы) — прямоугольный.

б) Найти объём пирамиды, образованной тремя точками A , A_1 и C_1 .

Иногда для того, чтобы начать задачу, необходимо сделать небольшую подсказку школьнику, с чего начать рассуждение решения. В школе это делает

учитель, а в домашних условиях его нет. В таких случаях можно попросить помощь у больших языковых моделей (LLM). Даем модели условие задачи и просим, с чего лучше начать решать данную задачу.

Пример ответа: Начните с анализа данных и выяснения высоты призмы, затем переходите к определению формы треугольника BA_1C_1 . Когда будете уверены в форме треугольника, вычислите объём пирамиды.

Представленный анализ ярко демонстрирует двойственную природу использования больших языковых моделей (LLM) в современном образовании, особенно в контексте решения задач по геометрии.

С одной стороны, подтверждается изначальное опасение: школьники склонны использовать LLM как средство для бездумного списывания готовых ответов. Пример с GigaChat показывает, что, хотя модель и способна решить часть задачи (пусть и громоздко), ее решения далеко не всегда оптимальны и могут содержать ошибки, как это было с пунктом "б)". Это подчеркивает риск формирования зависимости от "готового ответа" без глубокого понимания процесса. Однако, важно отметить, что даже в режиме решения задач БЛМ демонстрируют способность к обучению и корректировке при помощи промптов, что указывает на потенциал для повышения их точности в будущем.

С другой стороны, гораздо более ценным и перспективным аспектом использования больших языковых моделей является их роль в качестве интерактивного помощника и инструмента для поддержки обучения, а не простого "калькулятора решений". Глава убедительно показывает, как большие языковые модели могут значительно облегчить и улучшить процесс обучения:

1. Визуализация: Способность генерировать четкие и аккуратные схематические чертежи с помощью HTML-кода решает давнюю проблему визуального представления задач, что критически важно для геометрии и экономит время учителей.

2. Концептуальное понимание: БЛМ могут мгновенно предоставлять точные определения и пояснения к сложным терминам, устраняя пробелы в знаниях учеников и способствуя самостоятельному обучению вне класса.
3. Разъяснение условий: Возможность переформулировать условие задачи на более понятный язык помогает ученикам (и учителям) глубже вникнуть в суть проблемы, преодолевая барьеры сложной формулировки.
4. Направление мысли: Предоставление начальных подсказок или направлений для рассуждения стимулирует школьников к самостоятельному поиску решения, а не к пассивному получению ответа.

Таким образом, несмотря на текущие ограничения (как в случае с точностью GigaChat в сложных вычислениях), потенциал больших языковых моделей как инструмента, способствующего осмысленному обучению, развитию навыков критического мышления и самостоятельности, огромен. Ключевым моментом для эффективного внедрения БЛМ в образовательный процесс является изменение парадигмы их использования: от инструмента для списывания к интерактивному ассистенту, требующему осознанных промптов и направляющему ученика по пути логического рассуждения и понимания предмета. Будущее образования с большими языковыми моделями (LLM) видится не в автоматизации решений, а в их использовании для персонализации и обогащения учебного процесса.

Глава 2. Разработка методологии и создание большой языковой модели для адаптации образовательных траекторий в обучении стереометрии

2.1. Методология адаптивного обучения на основе LLM и образовательного контента

В современном мире, где технологии стремительно меняют все аспекты нашей жизни, образование не может оставаться статичной системой, ориентированной на усредненного ученика. Каждый человек обладает уникальным набором способностей, предпочтений и темпом обучения. Именно эту проблему призвано решить адаптивное обучение — революционный подход, который трансформирует традиционные образовательные парадигмы.

Мы стоим на пороге новой эры персонализированного образования, где большие языковые модели становятся не просто инструментами, а интеллектуальными партнерами как для преподавателей, так и для учащихся. В отличие от стандартизированных методик прошлого, современные адаптивные системы способны в реальном времени анализировать прогресс, выявлять пробелы в знаниях и предлагать оптимальные пути обучения для каждого отдельного ученика.

Начнем с того, что разберемся что такое адаптивное обучение. Начнем с того, что разберемся что такое адаптивное обучение. Адаптивное обучение - это методика обучения, разработанная для «обеспечения персонализированного обучения, цель которого - обеспечить эффективные, действенные и индивидуальные траектории обучения для вовлечения каждого обучающегося» [6].

Адаптивное обучение, также известное как интеллектуальное наставничество, возникло в контексте развития искусственного интеллекта и стало популярным в 1970-е годы. Тогда многие верили, что компьютеры однажды научатся приспосабливаться к процессу обучения подобно людям. Первоначальные усилия сосредоточились на создании систем, учитывающих

индивидуальный стиль обучения студентов, однако их распространение сдерживалось дороговизной, громоздкостью оборудования и неудобством интерфейсов. Первооткрывателем среди адаптивных и интеллектуальных обучающих систем считается проект SCHOLAR, предназначенный для изучения географии Южной Америки. За последующие пять лет появились другие подобные системы, а первые исследования были обобщены в издании «Интеллектуальные обучающие системы» [5].

Основные принципы адаптивного подхода:

- **Дифференцированный подход.** Материал и задания подбираются с учётом текущего уровня знаний, скорости усвоения и предпочитаемого стиля обучения. Например, для одного учащегося может быть актуально больше практических заданий, для другого – глубокое погружение в теорию [27].

- **Автоматическое определение потребностей.** Система адаптивного обучения отслеживает успехи учащихся, анализирует его ответы. Эта информация используется для корректировки сложности и полноты обучения.

- **Поддерживаемый уровень сложности.** Обучение организовано таким образом, что ученики получают материалы строго в пределах своих способностей: им не предлагаются чрезмерно сложные задания, способные вызвать разочарование, и одновременно отсутствуют слишком легкие задачи, которые могли бы снизить интерес. Уровень сложности динамически корректируется в процессе обучения, обеспечивая наиболее эффективное и приятное восприятие учебного материала.

А теперь давайте разберём почему же большие языковые модели подходят для адаптивного обучения. В основе языковых моделей, как правило, лежат нейронные сети прошедших обучение на обширных объемах текстовых данных. Такие данные включают книги, энциклопедические статьи («Википедия»), словари, посты форумов и прочие источники. Итоговая

производительность и специализация модели зависят непосредственно от состава обучающего набора [11].

Главная задача языковой модели — «понимать» текст по закономерностям в данных и генерировать осмысленный ответ. Благодаря тонкой настройке ее можно использовать и для других задач. Например, для решения задач по стереометрии [11].

Современные большие языковые модели, такие как BERT или GPT, основаны на структуре под названием «трансформер». Трансформер — это математическая модель, которая состоит из двух частей — энкодера и декодера:

- Энкодер кодирует входной текст, преобразуя его в вектор чисел, который максимально точно описывает исходные данные [11].
- Декодер превращает числовой вектор снова в текстовую форму или любое другое осмысленное представление, требуемое от модели.

Другими словами, все, что мы описываем текстом, относится к области применимости языковой модели. Она нам отвечает осмысленным текстом. И правильно составленный запрос дает нам более точный ответ. Мы можем попросить у большой языковой модели все что угодно, и получить осмысленный ответ. От сочинения стихотворения или сказки вплоть до написания кода на Python.

Таким образом большие языковые модели (LLM) играют ключевую роль в реализации адаптивного обучения, обеспечивая анализ больших объемов данных в свободной форме, генерацию контента и взаимодействие с учащимися на естественном языке.

Большие языковые модели (LLM), такие как GPT, BERT и другие, обладают следующими возможностями, которые делают их возможным инструментом для адаптивного обучения:

- Анализ текста: понимание и оценка образовательного контента, включая тексты, задачи и ответы учащихся.

- Генерация контента: создание персонализированных учебных материалов, примеров и объяснений.
- Диалоговое взаимодействие: поддержка бесед с учащимися для уточнения вопросов, мотивации и предоставления обратной связи.
- Прогнозирование: предсказание трудностей учащегося и предложение дополнительных ресурсов или задач.

Интеграция LLM в образовательные платформы позволяет автоматизировать многие процессы, делая обучение более эффективным и доступным.

Одной из главных трудностей современных школьников при изучении стереометрии является неспособность адекватно визуализировать фигуры в трехмерном пространстве. Проблемы, возникающие при освоении стереометрии, связаны с тем, что визуальное восприятие геометрических форм не всегда точно отражает их истинные свойства. Изображение трехмерных фигур на плоскости создает искаженное представление многих характеристик. К примеру, скрещивающиеся линии кажутся пересекающимися или параллельными, прямой угол воспринимается как острый или тупой, одинаковые отрезки выглядят разными по длине и т.п. В повседневной жизни человек привыкает визуально различать свойства предметов благодаря наблюдениям за движущимися объектами [21].

При выполнении стереометрических задач, использующих плоскостные чертежи на бумаге или доске, учащиеся сталкиваются с рядом трудностей. Причиной служат ограничения плоского изображения, не передающего всех особенностей пространственной фигуры. Чертеж отображает элементы фигуры искажённо, что затрудняет выявление важных закономерностей. Линии и точки, значимые для решения, могут казаться слишком близко расположенными или даже слившимися друг с другом, некоторые ключевые моменты могут оказаться вне границ листа. Также затруднено исправление

неверно проведенных линий, поскольку стирание оставляет следы. Всё это вызывает неправильное понимание формы и структуры пространственных тел, особенно на начальном этапе изучения стереометрии.

Именно эта проблема привела нас к идее создания специального агента-помощника, призванного облегчить первые шаги в обучении стереометрии путем формирования умения создавать схематические рисунки и наглядно представлять объемные тела.

Ученики заходят на любую образовательную платформу в браузере где есть задачи по стереометрии. Например, Сдам ГИА: РЕШУ ЕГЭ <https://math-ege.sdangia.ru/>, Открытый банк заданий ФИПИ <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>, подготовка к ЕГЭ и ОГЭ <https://math100.ru/> и др. Когда ученик зашел образовательную платформу он с помощью функции букмарклета активирует нашего агента. Букмарклет (от англ. bookmark — «закладка» или applet — «апплет») — это закладка для браузера, которая вместо ссылки на сайт содержит небольшой JavaScript-код [1]. Если нажать на эту закладку, то вместо перехода по ссылке запускается мини-программа, которая может что-то анализировать, изменять или обрабатывать прямо на открытой странице.

Для примера рассмотрим задачу, взятую на сайте, Сдам ГИА: РЕШУ ЕГЭ <https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=280> см Рис. 3.

Каталог заданий.
Расстояние между прямыми и плоскостями

[Пройти тестирование по этим заданиям](#)
[Вернуться к каталогу заданий](#)
[Версия для печати и копирования в MS Word](#)

Сортировка ▾

1 2 3 4 5 6 7 8 9

1 Тип 14 № 510992 📄 ⚙️ ⚠️ ⓘ

Дана прямая треугольная призма $ABC_1B_1C_1$, двугранный угол при ребре AA_1 равен 60°

а) Докажите, что угол BA_1C_1 больше угла BAC .

б) Расстояние между боковыми ребрами AA_1 и BB_1 равно 5, а расстояние между боковыми ребрами AA_1 и CC_1 равно 8. Найдите расстояние от прямой AA_1 до плоскости BC_1C .

Источник: [Добровольный тренировочный ЕГЭ Санкт-Петербург 2013](#)
[Решение](#) · [Критерии](#) · [Видеокурс](#) · [Помощь](#)

Рисонок 3. Задача по стереометрии

Заходим на образовательный портал, затем используем букмарклет. После того как мы использовали букмарклет у нас в новом окне проявляется наша задача пример см. Рис. 4.

Сценарии ИИ

Источник: <https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=280>

Дана прямая треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, двугранный угол при ребре AA_1 равен 60°

а) Докажите, что угол BA_1C_1 больше угла BAC .

б) Расстояние между боковыми ребрами AA_1 и BB_1 равно 5, а расстояние между боковыми ребрами AA_1 и CC_1 равно 8. Найдите расстояние от прямой AA_1 до плоскости BC_1C .

[Отрисовать через GigaChat](#)

Рисунок 4. пример использования букмарклета

Мы видим в новом окне появляется наша задача и появляется функция “Отрисовать через GigaChat”. Когда мы использовали букмарклет произошло следующее открылась нужная нам задача и активировалась большая языковая модель (LLM) основанная на GigaChat от Сбербанка.

Для того, чтобы языковая модель построила нам схематический чертеж, необходимо выделить текст с данными для постройки схематического чертежа и нажать на функцию “Отрисовать через GigaChat” и у нас получится готовый схематический чертеж см рис.5.

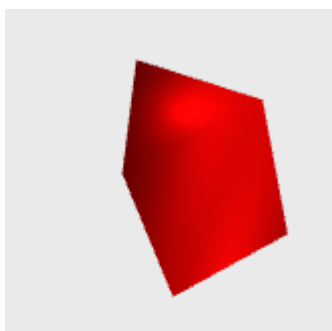


Рисунок 5. Схематический чертеж, полученный от GigaChat

Чертеж получился из-за того, что, когда мы выделяем текст и нажимаем функцию “Отрисовать через GigaChat” происходит следующее мы обращаемся к большой языковой модели GigaChat следующим образом “выделенный текст задачи” и заранее написанный промпт. Содержание

промпта мы расскажем в следующем параграфе. После обращения GigaChat дает нам ответ виде JavaScript кода. И мы получаем схематический чертеж, который вращается и из-за этого его можно рассмотреть его с разных сторон.

Использование агентов-помощников на основе больших языковых моделей, таких как GigaChat, значительно облегчает процесс освоения стереометрии, предлагая следующие преимущества:

1. **Наглядное представление сложных объектов.** Визуализация объёмных тел становится гораздо проще благодаря возможности просмотра схем с различных ракурсов. Это помогает устранить проблемы восприятия, вызванные ограничениями двумерных изображений, позволяя лучше осознавать пространственную структуру фигур и понимать их реальные характеристики.

2. **Повышение вовлеченности учеников.** Возможность интерактивного взаимодействия с моделями делает изучение геометрии увлекательным процессом. Ученикам легче воспринимать материал.

3. **Индивидуализированный подход.** Ученик сам выберет себе задачу в которой требуется построить схематический чертеж.

4. **Экономия времени учителя.** Учитель освобождается от рутинных задач вроде подготовки демонстрационных материалов, так как агент-помощник берет на себя часть нагрузки. Это даёт возможность педагогам сосредоточиться на стратегическом подходе к обучению и поддержке отдельных учеников.

5. **Развитие аналитических навыков.** Регулярное использование инструментов визуализации способствует развитию способности мыслить абстрактно и критически оценивать ситуации.

6. **Доступность высококачественного обучения.** Интерактивный помощник позволяет школьникам получать доступ к качественному образованию независимо от географического положения или материального

статуса семьи. Они предоставляют равные условия для качественного освоения стереометрии.

Создание специальных образовательных платформ с использованием больших языковых моделей представляет собой значительный шаг вперед в области адаптивного обучения. Эти инструменты существенно облегчают путь освоения сложных дисциплин, таких как стереометрия, создавая условия для индивидуального прогресса каждого ученика. Использование подобных технологий обещает сделать образование более качественным, доступным и интересным для новых поколений обучающихся.

Адаптивное обучение, основанное на больших языковых моделях (LLM), открывает новые горизонты в современном образовании, обеспечивая персонализированный подход к обучению с учетом индивидуальных особенностей каждого ученика. Как показано в параграфе, ключевые преимущества такого подхода включают:

1. **Улучшенную визуализацию сложных концепций** – особенно востребовано в стереометрии, где традиционные двумерные чертежи не всегда точно передают пространственные свойства фигур.

2. **Повышение мотивации и вовлеченности** – интерактивные инструменты делают обучение более наглядным и увлекательным.

3. **Эффективность для учителей** – снижение рутинной нагрузки и возможность уделять больше внимания индивидуальной работе с учениками.

Предложенный агент-помощник, использующий LLM, демонстрирует практическое применение этих принципов, помогая школьникам преодолевать сложности в стереометрии через динамическую визуализацию задач.

Таким образом, интеграция больших языковых моделей в образовательные процессы не только упрощает работу преподавателей, но и создает более благоприятные условия для учащихся, делая обучение доступным, интерактивным и адаптированным под их потребности. Это

подтверждает, что будущее образования – за гибкими, технологически оснащенными системами, способными раскрыть потенциал каждого ученика.

2.2. Интеграция внешних образовательных ресурсов в архитектуру больших языковых моделей

Архитектура большой языковой модели выглядит следующим образом см. рис.6.













	__pycache__	14.06.2025 10:51	Папка с файлами	
	templates	14.06.2025 0:44	Папка с файлами	
	venv	14.06.2025 10:43	Папка с файлами	
	.editorconfig	27.04.2025 11:59	Файл "EDITORCO...	1 КБ
	.env	28.04.2025 0:34	Файл "ENV"	1 КБ
	.env_example	14.12.2024 17:52	Файл "ENV_EXAM...	1 КБ
	debug	14.06.2025 10:52	Текстовый докум...	4 КБ
	debug_answer	14.06.2025 10:52	Текстовый докум...	3 КБ
	doc.md	04.06.2025 13:51	Файл "MD"	4 КБ
	main	14.06.2025 1:37	Python File	3 КБ
	requirements	04.06.2025 11:58	Текстовый докум...	1 КБ
	z	04.06.2025 12:10	Файл	1 КБ

Рисунок 6. Описание структуры пакета

Рассмотрим папку templates. Внутри папки расположены три файла: **3d_figure.html**, **index.html**, **prompt.txt** см.рис.7.




	3d_figure	14.06.2025 1:29	Yandex Browser H...	2 КБ
	index	14.06.2025 0:17	Yandex Browser H...	5 КБ
	prompt	14.06.2025 1:35	Текстовый докум...	4 КБ

Рисунок 7. Структура папки templates

Файл **3d_figure.html** внутри себя содержит сцену будущей фигуры и выглядит он следующим образом:

```
Hi!  
<script  
src="https://cdnjs.cloudflare.com/ajax/libs/three.js/r128/three.min.js"></scr  
ipt>
```

```

<script>
// Настройки сцены
const scene = new THREE.Scene();
scene.background = new THREE.Color(0xeaeaea); // Светлый фон

// Камера
const camera = new THREE.PerspectiveCamera(75, window.innerWidth /
window.innerHeight, 0.1, 1000);
camera.position.set(10, 10, 20);
camera.lookAt(scene.position);

// Рендерер
const renderer = new THREE.WebGLRenderer({ antialias: true });
renderer.setSize(window.innerWidth, window.innerHeight);
document.body.appendChild(renderer.domElement);
{{ scene | safe}}

// Освещение

// Окружающий свет (AmbientLight)
const ambientLight = new THREE.AmbientLight(0xffffee, 0.4); // Яркий
СВЕТ
scene.add(ambientLight);

// Направленный свет (DirectionalLight)
const directionalLight = new THREE.DirectionalLight(0xffffff, 0.8); //
Белый свет, яркость 80%
directionalLight.position.set(10, 15, 12); // Положение источника света
scene.add(directionalLight);

// Анимация
function animate() {
    requestAnimationFrame(animate);
    mesh.rotation.y += 0.01; // Медленное вращение фигуры
    renderer.render(scene, camera);
}
animate();

// Изменение размера окна
window.addEventListener('resize', function () {
    camera.aspect = window.innerWidth / window.innerHeight;
    camera.updateProjectionMatrix();
});

```

```
        renderer.setSize(window.innerWidth, window.innerHeight);
    });
</script>
```

Здесь представлен код на JavaScript, использующий библиотеку Three.js для рендеринга трехмерной графики в браузере. Давайте разберем его подробнее:

Основные компоненты

- 1. Настройка сцены (THREE.Scene()):**
 - Создается сцена, на которой будут отображаться объекты.
 - Фон сцены устанавливается светло-серого цвета (0xaea0a0).
- 2. Камера (THREE.PerspectiveCamera()):**
 - Устанавливается перспективная камера с углом обзора 75 градусов.
 - Позиция камеры задается координатами (10, 10, 20) — камера находится справа сверху от центра сцены.
 - Камера направлена на центр сцены (camera.lookAt(scene.position)).
- 3. Рендерер (THREE.WebGLRenderer()):**
 - Используется WebGL рендерер для вывода графики.
 - Антиалиазинг включен (antialias: true), чтобы сгладить края объектов.
 - Размер рендерера соответствует размеру окна браузера.
- 4. Освещение:**
 - Окружающий свет (THREE.AmbientLight) обеспечивает равномерное освещение всей сцены.
 - Цвет белый с легким оттенком (0xffffee), интенсивность освещения равна 0.4.
 - Направленный свет (THREE.DirectionalLight) создает направленное освещение.

- Источник белого света с интенсивностью 0.8.
- Располагается над сценой (`position.set(10, 15, 12)`), обеспечивая тени и объемность объектам.

5. Анимация:

- Фигура медленно вращается вокруг оси Y (`mesh.rotation.y += 0.01`).
- Анимация обновляется с помощью `requestAnimationFrame`, вызывая функцию `animate()` каждый кадр.

6. Обработка изменения размеров окна:

- Добавлен обработчик события изменения размера окна.
- Обновляет аспектное соотношение камеры и размер рендера соответственно новым размерам окна.

При выполнении этого скрипта в браузере создается интерактивная 3D-сцена с объектами, освещением и анимацией вращения. Хотя конкретный объект (`mesh`) не задан в приведенном фрагменте кода, он появится когда мы выделяем текст задачи.

Файл **index.html** внутри себя содержит шаблон HTML-кода со всеми доступными кодами и выглядит он следующим образом:

```
<!DOCTYPE html>
<html lang="en">
<head>
  <meta charset="utf-8">
  <meta name="viewport" content="width=device-width, initial-scale=1">
  <title>Card Input</title>
  <link
href="https://cdn.jsdelivr.net/npm/bootstrap@5.3.5/dist/css/bootstrap.min.css"
rel="stylesheet"
  integrity="sha384-
SgOJa3DmI69IUzQ2PVdRZhwQ+dy64/BUtbMJw1MZ8t5HZApcHrRKUc4W0k
G879m7" crossorigin="anonymous">
```

</head>

Здесь представлена HTML-страница с использованием Bootstrap и jQuery, предназначенная для визуализации и обработки текста, связанного с геометрическими задачами. Bootstrap — это фреймворк для создания сайтов и веб-приложений с открытым исходным кодом. Он включает в себя HTML- и CSS-шаблоны оформления для типографики, веб-форм, кнопок, меток, блоков навигации и прочих компонентов веб-интерфейса, а также JavaScript-расширения [2].

```
<body class="container">
  <div class="row">
    <div class="col">
      <div class="card p-2 my-2">
        <h1>Сценарии ИИ</h1>
        <div align="justify" width="100%" id="body631532" class="pbody">
          <p><b>Источник:</b> https://math-
ege.sdamgia.ru/test?theme=280</p>
          <p class="left_margin">Дана прямая треугольная призма
          <i>АВСА</i><sub>1</sub><i>В</i><sub>1</sub><i>С</i><sub>1</sub>
, двугранный угол призмы при ребре
          <i>АА</i><sub>1</sub> равен 60°
          </p>
          <p class="left_margin">а) Докажите, что угол
          <i>ВА</i><sub>1</sub><i>С</i><sub>1</sub> больше угла
          <i>ВАС</i>.
          </p>
          <p class="left_margin">б) Расстояние между боковыми ребрами
          <i>АА</i><sub>1</sub> и
          <i>ВВ</i><sub>1</sub> равно 5, а расстояние между боковыми
ребрами <i>АА</i><sub>1</sub> и
```

CC^1 равно 8. Найдите расстояние от прямой AA^1 до плоскости

BC^1C .

Это условие задачи, взятый для тренировки с образовательного портала, “СДАМ ГИА: РЕШУ ЕГЭ”. Скопирована специально чтобы можно было тренироваться.

```
<div class="row mt-3">
```

```
<div class="col">
```

```
<button class="btn btn-primary" id="render_AI">Отрисовать через GigaChat</button>
```

```
</div>
```

```
</div>
```

Затем идет кнопка “Отрисовать через GigaChat”.

Далее подключены библиотеки только те, которые нужны для страницы:

```
<script
```

```
src="https://cdn.jsdelivr.net/npm/bootstrap@5.3.5/dist/js/bootstrap.bundle.min.js"
```

```
integrity="sha384-
```

```
k6d4wzSIapyDyv1kpU366/PK5hCdSbCRGRCMv+epIQJWyd1fbcAu9OCUj5z
```

```
NLiq"
```

```
crossorigin="anonymous"></script>
```

```
<script src="https://code.jquery.com/jquery-3.7.1.min.js"
```

```
integrity="sha256-  
/JqT3SQfawRcv/BIHPThkBvs0OEvtFFmqPF/1YI/Cxo="
```

crossorigin="anonymous">

```
</script>
```

Далее идет код который будет спрятан в букмарклет. Код состоит из двух частей.

Первая это функция `render_AI`. `RenderAI` — это онлайн-инструмент для дизайна, который использует искусственный интеллект (ИИ) для преобразования эскизов в фотореалистичные изображения и видео [4].

```
function render_AI() {  
    const selectedText = window.getSelection().toString().trim();  
    if (!selectedText) return $("#target").html('Выделите текст!');
```

Она ищет выделенный текст, если текст не выделен она говорит что нужно выделить.

Затем она идет по указанному адресу.

```
const apiUrl = 'http://127.0.0.1:8000/api/process-text';
```

Рисует `overlay`.

```
const overlay = document.createElement('div');  
    overlay.style = 'position:fixed; top:0; left:0; width:100%; height:100%;  
background:rgba(0,0,0,0.5); z-index:9999; display:flex; justify-content:center;  
align-items:center;';
```

```
    overlay.innerHTML = '<div style="background:white; padding:20px;  
border-radius:8px;">Отправка запроса...</div>';
```

```
    document.body.appendChild(overlay);
```

Посылает запрос серверу на обработку. Затем получает от его ответа. Заполняет, тот ответ куда нужно вписать ответ. Который пришел с сервера `data.answer`.

```
    fetch(apiUrl, {  
        method: 'POST',
```

```
headers: { 'Content-Type': 'application/json' },
body: JSON.stringify({ text: selectedText })
})
```

Посылает запрос серверу на обработку.

```
.then(res => res.json())
.then(data => {
  overlay.innerHTML = `
    <div style="background:white; padding:20px; border-radius:8px;
max-width:500px;">
      <h3 style="margin-top:0;">Ответ:</h3>
      <p>${data.answer}</p>
      <button          onclick="this.parentNode.parentNode.remove()"
style="padding:5px 10px;">Закрыть</button>
    </div>
  `;
});
```

Далее он ищет все скрипты и выполняет все запросы.

// Находим все скрипты в полученных данных

```
var scripts = Array.from(overlay.getElementsByTagName('script'));
// Выполняем каждый скрипт
scripts.forEach(script => {
  if (script.src) {
    // Для внешних скриптов (Замена $.getScript(this.src);)
    (async () => {
      await getScript(script.src);
    })();
  } else {
    // Для встроенных скриптов
    eval(script.innerHTML);
  }
});
```

```

    });
  })
  .catch(err => {
    overlay.innerHTML = `
      <div style="background:white; padding:20px; border-radius:8px;">
        Ошибка: ${err.message}
        <button
onclick="this.parentNode.parentNode.remove()">Закреть</button>
      </div>
    `;
  });
}
$(function () {
  $("#render_AI").click(function () {
    console.log("Aloha!")
    render_AI()
  })
})
</script>
</body>
</html>

```

Файл **prompt.txt** внутри себя содержит обращение к GigaChatu и выглядит следующим образом:

Прочитай условие задачи (в тегах <ЗАДАЧА></ЗАДАЧА>) и напиши на JavaScript код для генерации фигуры из задачи.

Ты должен только создать объект (вершины и грани) и добавить его к сцене `scene`.

Считай, что страница уже написана на three.js и всё остальное уже сделано. Тебе надо только сделать сцену.

Выведи только готовый js-код.

Пример того, как можно вписать объект-куб в сцену:

<ПРИМЕР>

```
const geometry = new THREE.BoxGeometry(2, 2, 2); // Ширина, высота,  
глубина
```

```
// Материал куба
```

```
const material = new THREE.MeshPhongMaterial({  
  color: 0x00ff00,  
  wireframe: false,  
});
```

```
// Создание куба
```

```
const cube = new THREE.Mesh(geometry, material);
```

```
cube.rotation.x = Math.PI / 3; // Поворот на 60 градусов вокруг оси X  
scene.add(cube);
```

</ПРИМЕР>

Пример для призмы:

<ПРИМЕР>

```
// Геометрия
```

```
const vertices = [  
  // Верхняя грань (ABC)
```

```
  new THREE.Vector3(-2, 3, 0), // A
```

```
  new THREE.Vector3(2, 3, 0), // B
```

```
  new THREE.Vector3(0, 3, 2 * Math.sqrt(3)), // C
```

```
  // Нижняя грань (A1B1C1)
```

```
  new THREE.Vector3(-2, -3, 0), // A1
```

```
  new THREE.Vector3(2, -3, 0), // B1
```

```
  new THREE.Vector3(0, -3, 2 * Math.sqrt(3)) // C1
```

```
];
```

```

];
const indices = [
  // Грани верхней части
  [0, 2, 1],
  // Грани нижней части
  [3, 5, 4],
  // Боковые грани
  [0, 4, 3], // А-А1-В1
  [0, 1, 4], // А-В1-В
  [1, 5, 4], // В-В1-С1
  [1, 2, 5], // В-С1-С
  [2, 3, 5], // С-С1-А1
  [2, 0, 3] // С-А1-А
];
const geometry = new THREE.BufferGeometry();
// Преобразуем массив вершин в BufferAttribute
const positions = [];
vertices.forEach(vertex => {
  positions.push(vertex.x, vertex.y, vertex.z);
});
geometry.setAttribute('position', new
THREE.Float32BufferAttribute(positions, 3)); // 3 компонента на вершину (x, y,
z)
// Преобразуем массив индексов в BufferAttribute
const indexArray = [];
indices.forEach(faceIndices => {
  indexArray.push(...faceIndices);
});
geometry.setIndex(indexArray);

```

```
geometry.computeVertexNormals(); // Вычисляем нормали для освещения
// Материал
const material = new THREE.MeshStandardMaterial({
  color: 0xff0000,      // Цвет материала
  roughness: 0.7,      // Шероховатость поверхности
  metalness: 0.2       // Металлический блеск
});
// Объект
const mesh = new THREE.Mesh(geometry, material);
mesh.rotation.x = Math.PI / 6; // Поворот на 30 градусов вокруг оси X
scene.add(mesh);
```

</ПРИМЕР>

Условие задачи:

<ЗАДАЧА>

```
{{task | safe}}
```

</ЗАДАЧА>

Запомни:

- никаких пояснений не делай
- выведи только js-код создания сетки `mesh` и добавления её к `scene`,

как в примерах,

- никакого markdown форматирования не делай
- твой вывод должен быть валидным js-кодом

Твой ответ:

Вот так выглядит промпт который обращается к GigaChat.

В пакете у нас есть файл .env в котором лежит токен, который мы получили как разработчики GigaChat в кабинете Сбербанка.

Файл main.py который содержит код сервера.

Файл requirements который содержит список необходимых библиотек.

У нас есть две части клиент и сервер. Как устроен сервер. Сервер подключает необходимые библиотеки:

```
import logging
import typing
from typing import Union
import fastapi
import dotenv
import jinja2
import pydantic
```

В качестве web-сервера используется fastapi.

В качестве большой языковой модели (LLM) используется GigaChat от Сбербанка:

```
from langchain_core.messages import HumanMessage, SystemMessage
from langchain_gigachat.chat_models import GigaChat
```

Создается fastapi приложение и настраивается:

Справка по fastapi: <https://fastapi.tiangolo.com/#installation>

```
app = fastapi.FastAPI()
app.add_middleware(
    CORSMiddleware,      # Разрешаем CORS (для запросов из браузера)
    allow_origins=["*"],
    allow_methods=["*"],
    allow_headers=["*"],
)
# Jinja2 helpers
templates = Jinja2Templates(directory="templates")
env = Environment(
    loader=FileSystemLoader('templates'),
    autoescape=select_autoescape(['html', 'xml'])
)
```

```
jinja2_prompt = env.get_template('prompt.txt')
jinja2_scene = env.get_template('3d_figure.html')
```

Далее подключается GigaChat:

```
# Подключаю GigaChat (см.
https://developers.sber.ru/docs/ru/gigachain/tutorials/llm-chain)
config = dotenv.dotenv_values(".env")
giga = GigaChat(
    # Для авторизации запросов используйте ключ, полученный в проекте
    GigaChat API
    credentials=config.get("GIGACHAT_AUTH_KEY"),
    verify_ssl_certs=False,
)
```

У нас на сервере есть две точки входа. Первая это которая рисует титульную страницу это файл `index.html` который находится в папке `templates`:

```
@app.get("/", response_class=HTMLResponse)
async def read_root(request: Request):
    context = {"request": request, "message": "Hello from FastAPI!"}
    return templates.TemplateResponse("index.html", context)
```

Вторая точка входа – это класс который обрабатывает запросы на рисование:

```
@app.post("/api/process-text")
async def process_text(request: TextRequest):
    giga_prompt = [jinja2_prompt.render(task=request.text)]
    messages = [
        SystemMessage(content="\n\n".join(giga_prompt)),
    ]
    answer = giga.invoke(messages).content
    logging.info(f"Словил запрос: {request}")
```

```
logging.warning(f"Результат: {answer}")
# return {"answer": open("templates/3d_figure.html").read()}
if answer.startswith("` ` ` javascript"):
    answer = "\n".join(answer.split("\n")[1:-1])
open("debug_answer.txt", "wt").write(answer)
open("debug.txt", "wt").write(jinja2_scene.render(scene=answer))
return {"answer": jinja2_scene.render(scene=answer)}
```

Проект представляет собой гибкую и эффективную систему, объединяющую веб-технологии, машинное обучение и 3D-графику для решения образовательных задач. Основные достоинства — адаптивность, простота расширения и прямая интеграция с большой языковой моделью (LLM) GigaChat от Сбербанка.

Заключение

В ходе выполнения магистерской диссертации были достигнуты следующие результаты:

Во-первых, была проанализирована методика преподавания геометрии в 10-11 классах. Были выявлены причины невыполнения 14 задания в ЕГЭ по математике, задач по стереометрии. Перечень причин: слабое пространственное воображение, недостаточная база планиметрии, проблемы с построением чертежей, формальное заучивание формул и теорем без понимания.

Во-вторых, выяснили что большие языковые модели (LLM) могут как решать задачи по стереометрии, так и с помощью кода HTML строить схематический чертеж, давать подсказки в решение задач, давать определения на различные математические понятия.

В-третьих, было исследовано, что большие языковые модели (LLM), отлично подходят к адаптивному обучению. Так же был создан агент, который позволяет работать с образовательным контентом и большой языковой моделью (LLM) на основе GigaChat от Сбербанка. Который строит схематические рисунки для задач по стереометрии.

В-четвертых, была описана интеграция внешних образовательных ресурсов в архитектуру больших языковых моделей.

Перечисленные выше результаты, позволяют сделать вывод о том, что все задачи исследовательской работы выполнены, а поставленная цель достигнута. В дальнейшем проект будет развиваться, в нем будут появляться новые функции. Так-же проект пройдет апробацию в 2025-2026 учебном году на учениках МАОУ Лицея №6 “Перспектива”.

Библиографический список

- [1] 50+ букмарклетов для SEO-специалистов, маркетологов и веб-разработчиков [Электронный ресурс]. URL: <https://seo.ru/blog/50-bukmarkletov-dlya-seo-specialistov-marketologov-i-veb-razrabotchikov/> (дата обращения: 17.04.2025).
- [2] Bootstrap (фреймворк) [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Bootstrap_%28фреймворк%29 (дата обращения: 19.04.2025).
- [3] LLM: как работают языковые модели для чат-ботов и умных поисковиков [Электронный ресурс]. URL: <https://trends.rbc.ru/trends/industry/6784cece9a7947485ec2f599#what> (дата обращения: 17.04.2025).
- [4] RenderAI [Электронный ресурс]. URL: <https://add.io/product/renderai/> (дата обращения: 20.04.2025).
- [5] Адаптивное обучение [Электронный ресурс]. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Adaptive_learning (дата обращения: 19.04.2025).
- [6] Адаптивное обучение [Электронный ресурс]. URL: <https://kpfu.ru/portal/docs/F1862933132/DAJDZhEST.mart.pdf> (дата обращения: 19.04.2025).
- [7] Баланов, А. Н. Искусственный интеллект. Понимание, применение и перспективы: учебник для вузов / А. Н. Баланов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2025. — 312 с. — ISBN 978-5-507-52357-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/448697> (дата обращения: 14.06.2025).
- [8] Белова О.П., Казнин А.А. Применение технологии дополненной реальности для графической визуализации учебных задач пространственной геометрии // Научно-методический электронный

- журнал «Концепт». — 2017. — Т. 39. — С. 3521–3525. — URL: <http://e-koncept.ru/2017/971031.htm>.
- [9] Бикбаева А.В. Проблемы возникающие у учащихся при изучении стереометрии [Электронный ресурс]. URL: <https://scienceforum.ru/2015/article/2015010501> (дата обращения: 20.04.2025).
- [10] Большой обзор больших языковых моделей [Электронный ресурс]. URL: <https://habr.com/ru/companies/gaz-is/articles/884410/> (дата обращения: 19.04.2025).
- [11] Гайд по работе языковых моделей для начинающих [Электронный ресурс]. URL: <https://habr.com/ru/companies/skillfactory/articles/837366/> (дата обращения: 19.04.2025).
- [12] Геометрия. 10—11 классы: / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.] — Москва: Просвещение, 2023. — 38 с. ISBN 978-5-09-108978-3.
- [13] Геометрия. 10—11 классы: учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.] — 7-е изд., перераб. и доп. — М. : Просвещение, 2019. — 287 с.: ил. — (МГУ — школе). — ISBN 978-5-09-071730-4.
- [14] Герасимова Е.А. Учебно-методический комплекс «Характеристика курса стереометрии современной школы. Пропедевтический курс. Первые уроки систематического курса стереометрии» [Электронный ресурс]. URL: <https://infourok.ru/uchebnometodicheskiy-kompleks-harakteristika-kursa-stereometrii-sovremennoy-shkoli-propedevticheskiy-kurs-pervie-uroki-sistemati-2538652.html> (дата обращения: 17.04.2025).
- [15] Гольдберг, Й. Нейросетевые методы в обработке естественного языка : руководство / Й. Гольдберг ; перевод с английского А. А. Слинкина. — Москва : ДМК Пресс, 2019. — 282 с. — ISBN 978-5-97060-754-1.— Текст: электронный// Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/131704> (дата обращения: 14.06.2025).

- [16] Гудфеллоу, Я. Глубокое обучение / Я. Гудфеллоу, И. Бенджио, А. Курвилль ; перевод с английского А. А. Слинкина. — 2-е изд. — Москва : ДМК Пресс, 2018. — 652 с. — ISBN 978-5-97060-618-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/107901> (дата обращения: 01.06.2025).
- [17] Косарев А.Н. Применение интерактивных методов при обучении школьников решению стереометрических задач [Электронный ресурс]. URL: <https://urok.1sept.ru/articles/698034> (дата обращения: 01.06.2025).
- [18] Манзарова, А. М. Развитие пространственного мышления школьников на уроках стереометрии средствами ИКТ / А. М. Манзарова. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2021. — № 13 (355). — С. 271-273. — URL: <https://moluch.ru/archive/355/79556/> (дата обращения: 01.06.2025).
- [19] Морозова А.Р.,Беляев П.Л. Развитие пространственного мышления обучающихся средствами ИКТ при изучении стереометрии [Электронный ресурс]. URL: <https://birskin.ru/index.php/2012-03-27-12-36-17/51-11-/592-2022-05-03-05-10-13> (дата обращения: 19.04.2025).
- [20] Особенности использования информационных технологий при изучении стереометрии [Электронный ресурс]. URL: https://studbooks.net/1942275/pedagogika/osobennosti_ispolzovaniya_informatsionnyh_tehnologiy_izucheni_stereometrii (дата обращения: 19.04.2025).
- [21] Применение информационных технологий при изучении школьного курса стереометрии [Электронный ресурс]. URL: <https://infourok.ru/primenenie-informacionnih-tehnologiy-pri-izucheni-shkolnogo-kursa-stereometrii-1139119.html> (дата обращения: 19.04.2025).
- [22] Проблемы изучения стереометрии в школьном курсе геометрии [Электронный ресурс]. URL: <https://infourok.ru/problemy-izucheniya>



- [stereometrii-v-shkolnom-kurse-geometrii-4603375.html](https://e.lanbook.com/book/4603375.html) (дата обращения: 20.04.2025).
- [23] Прокофьев, А. А. Стереометрия. Решение задач повышенного уровня в вариантах ЕГЭ и не только: учебное пособие / А. А. Прокофьев. — эл. изд. — Москва: , 2023. — 227 с. — ISBN 978-5-907651-40-1. — Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/350912> (дата обращения: 01.06.2025).
- [24] Робототехника и искусственный интеллект: Учебник для СПО / П. А. Лукин, Я. М. Машуков, Д. В. Романов, В.В. Тимофеев Издательство "Лань" (СПО), — Санкт-Петербург : Лань, 2025. — 128 с. — ISBN 978-5-507-52240-8.
- [25] СДАМ ГИА: РЕШУ ЕГЭ Образовательный портал для подготовки к экзаменам [Электронный ресурс]. URL: <https://math-ege.sdamgia.ru/test?id=84693419> (дата обращения: 17.04.2025).
- [26] Тарасов, В. А. Стереометрия. Скрещивающиеся прямые: учебное пособие / В. А. Тарасов. — Москва: ДМК Пресс, 2024. — 208 с. — ISBN 978-5-93700-198-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/456695> (дата обращения: 01.06.2025)
- [27] Что такое адаптивное обучение [Электронный ресурс]. URL: <https://edtechkursy.ru/blog/chto-takoe-adaptivnoe-obuchenie/> (дата обращения: 19.04.2025).
- [28] Чунгулова Г.К., Оразалиева Э.Н. Возможности и проблемы больших языковых моделей в образовании на примере ChatGPT // Наука и реальность. 2024. №4 (20). С. 85-91.
- [29] Шабашова, О. В. Элементарная математика: стереометрия: учебно-методическое пособие / О. В. Шабашова ; научный редактор Т. И. Уткина. — 2-е изд., стер. — Москва: ФЛИНТА, 2020. — 118 с. — ISBN 978-5-9765-4426-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-

библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/142306> (дата обращения: 01.06.2025)

- [30] Ященко И.В., Высоцкий И.Р., Самсонов П.И., Семенов А.В. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2024 года по МАТЕМАТИ [Электронный ресурс]. URL: <https://fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy#!/tab/173737686-2> (дата обращения: 17.04.2025).



Рисунок 8. Использование агента

Тип 14 № 510992    

Дана прямая треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, двугранный угол при ребре AA_1 равен 60°

а) Докажите, что угол BA_1C_1 больше угла BAC .

б) Расстояние между боковыми ребрами AA_1 и BB_1 равно 5, а расстояние между боковыми ребрами AA_1 и CC_1 равно 8. Найдите расстояние от прямой AA_1 до плоскости BC_1C .

Рисунок 9. Задача

Сценарии ИИ

Источник: <https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=280>

Дана прямая треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, двугранный угол при ребре AA_1 равен 60°

а) Докажите, что угол BA_1C_1 больше угла BAC .

б) Расстояние между боковыми ребрами AA_1 и BB_1 равно 5, а расстояние между боковыми ребрами AA_1 и CC_1 равно 8. Найдите расстояние от прямой AA_1 до плоскости BC_1C .

Отрисовать через GigaChat

Рисунок 10. Букмарклет

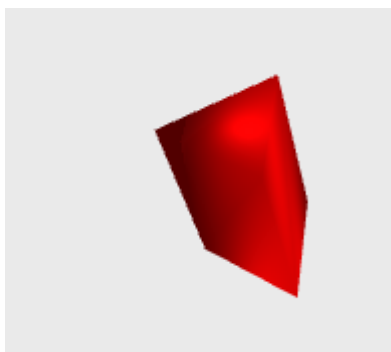


Рисунок 11. Схематический рисунок