

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Буховцева Юлия Сергеевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**РАЗВИТИЕ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА
УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАССАХ**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой: к.п.н., доцент Шашкина М.Б.

19.05.2025

(дата, подпись)

Научный руководитель:

канд. физико-математических наук, доцент
Е.И. Ганжа

(дата, подпись)

Дата защиты 20.06.2025

Обучающийся: Буховцева Ю.С.

Оценка отлично

Прописью

Красноярск, 2025

Содержание

Введение.....	2
Глава 1. Теоретические аспекты развития логического мышления в процессе обучения математике.....	5
1.1. Специфика обучения математике в современной школе	5
1.2. Логическое мышление как образовательный результат в обучении математике	9
1.3. Дидактические средства и приемы обучения, способствующие развитию логического мышления обучающихся.....	17
Глава 2. Экспериментальное исследование развития логического мышления на уроках математики в 5-6 классах	25
2.1. Организация и методы исследования на констатирующем этапе развития логического мышления.....	25
2.2. Комплекс задач и заданий по математике для развития логического мышления обучающихся 5-6 классов. Фрагменты уроков математики 5-6 классов.....	32
2.3. Результаты апробации комплекса задач и заданий, направленных на развитие логического мышления обучающихся.....	58
Заключение	64
Список использованных источников	66
Приложения	70

Введение

Актуальность темы «Развитие логического мышления обучающихся на уроках математики в 5–6 классах» обусловлена приоритетными направлениями современной образовательной политики, закрепленными в Федеральных государственных образовательных стандартах (ФГОС) основного общего образования. Согласно требованиям ФГОС основной целью образования является формирование универсальных учебных действий, в том числе логических, обеспечивающих способность учащихся самостоятельно мыслить, анализировать информацию, делать обоснованные выводы, принимать решения и эффективно применять знания в нестандартных ситуациях. Компетенции связаны с развитием логического мышления в предмете «Математика», который считается фундаментом формирования рационального и аналитического подхода к познанию.

Логическое мышление является неотъемлемым элементом когнитивного развития подростка, и его формирование в 5–6 классах приобретает особое значение. Именно в этот период у обучающихся развиваются абстрактные формы мышления, появляется способность к умозаключениям и доказательствам. Создаются благоприятные условия для целенаправленного развития логических операций – анализа, синтеза, сравнения, классификации, обобщения и выстраивания причинно-следственных связей. Математика предоставляет уникальные возможности для развития этих операций: работа с алгоритмами, решение уравнений, задачи на доказательство и рассуждение требуют от учащихся структурированности мышления и логической последовательности.

При реализации ФГОС внимание уделяется формированию у обучающихся способности к самостоятельному мышлению и интеллектуальной инициативе. Развитие логического мышления становится одной из центральных задач математического образования. Ученики должны усваивать правила и алгоритмы, понимать логику их построения, уметь

аргументировать выбор способа решения, анализировать допущенные ошибки, выстраивать логические рассуждения в устной и письменной форме. Формирование логического мышления помогает детям ориентироваться в математике и других науках.

Объект исследования – обучающиеся 5–6 классов.

Предмет исследования – особенности и условия развития логического мышления учащихся на уроках математики.

Цель исследования – выявить эффективность различных методов и приемов обучения математике для развития логического мышления у школьников 5–6 классов.

Гипотеза: развитие логического мышления у обучающихся 5–6 классов зависит от систематического использования задач и заданий на уроках математики.

Задачи исследования:

1. Провести обзор научной и методической литературы по развитию логического мышления в школьном возрасте.
2. Организовать экспериментальную работу с учащимися 5–6 классов с применением выбранных методов и методик.
3. Провести диагностику уровня логического мышления на констатирующем и контрольном этапах.
4. Разработать и апробировать комплекс задач и занятий, направленных на развитие логического мышления на уроках математики.

Методы исследования:

1. Теоретический анализ научных источников по проблеме развития логического мышления.
2. Педагогический эксперимент с применением специально разработанных заданий.
3. Наблюдение за обучающимися.
4. Тестирование и диагностические методики для оценки уровня логического мышления.

Методики на констатирующем и контрольном этапах:

1. Методика «Исключение лишнего» Н.Л. Белопольской.
2. Методика «Простые аналогии» И.Ю. Кулагиной и В.Н. Калюцкого.
3. Методика «Последовательность событий», данная методика предложена Н.А. Бернштейном.

Для разработки комплекса задач и заданий по математике, фрагментов уроков используются учебники:

1. Математика. 5 класс: учебник: в 2 частях / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков [и др.]. – М.: Просвещение, 2021. Ч. 2. – 159 с.
2. Математика. 6 класс. Учеб. для общеобразоват. организаций. В 2 ч. Ч. 1 / [Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, Л. А. Александрова]. – М.: Просвещение, 2017. – 159 с.

Эмпирическая база: МБОУ «Школа №12» г. Ачинска.

Выборка: В исследовании принимают участие учащиеся 5 «А» класса в количестве 12 человек (6 девочек и 6 мальчиков), они вошли в экспериментальную группу и учащиеся 5 «Б» класса в количестве 12 человек (6 мальчиков и 6 девочек) – контрольная группа.

Теоретическая значимость исследования заключается в углублении понимания механизма формирования логического мышления у школьников и разработке эффективных методических приемов, способствующих его развитию в процессе обучения математике.

Практическая значимость работы проявляется в возможности использования разработанного комплекса задач и заданий в учебном процессе для повышения качества математического образования и формирования у обучающихся устойчивых навыков логического мышления.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложений. Работа изложена на 70 страницах, содержит 33 источников литературы, 12 рисунков, 2 приложения.

Глава 1. Теоретические аспекты развития логического мышления в процессе обучения математике

1.1. Специфика обучения математике в современной школе

В современной школе обучение математике приобретает противоречивый характер. С одной стороны, математика сохраняет статус ключевого учебного предмета, требующего устойчивой концентрации, логического мышления и способности к последовательному анализу. С другой стороны, особенности подросткового возраста влияют на изменения в структуре мотивации учеников и перегрузка образовательной среды. Ученикам труднее воспринимать решение уравнений и задач как интеллектуальный вызов. Для многих это становится формальной обязанностью, лишенной личного смысла. Попытки учителя разнообразить процесс с помощью занимательных заданий лишь частично компенсируют внутреннее сопротивление школьников.

«Когда ученик обладает высокой обучаемостью, он не способен двигаться вперед в собственном темпе»[4, с. 35]. Обязательное соблюдение темпа, заданного усредненным уровнем класса, вызывает у него фрустрацию. Он уже нашел правильное решение несколькими способами, как того требует логика математического развития, но не может реализовать дальнейший потенциал. Такое торможение естественной познавательной активности формирует у одаренного ученика ощущение бессмысленности дальнейших усилий. Возникает противоречие между внутренним ресурсом и внешними ограничениями, когда интеллектуальный потенциал теряется в условиях шаблонного образовательного процесса.

Учащимся труднее дается математический материал. Они не получают необходимого объема индивидуальной поддержки из-за высокой численности классов и теряют возможность понять логику математических действий. Чувство постоянной неуспеваемости рождает внутреннюю отчужденность от предмета. Возникает замкнутый круг: ученик не понимает

материал – ученик не может выполнять задания – ученик утрачивает интерес – ученик ограничивается пассивным участием и списыванием. В результате происходит скрытая от педагогов утрата математической грамотности.

Обе ситуации иллюстрируют ключевую проблему: единый подход к обучению математике неэффективен в условиях, где дети существенно различаются по уровню подготовки, стилю мышления и темпу восприятия. «Высказывание М. В. Ломоносова о математике как «гимнастике ума» остается справедливым лишь в том случае, если она действительно развивает мышление»[31, с. 88]. Настоящее развитие возможно только при условии гибкой, адаптивной образовательной среды, способной учитывать индивидуальные различия учащихся. Когда каждый ребенок получает возможность идти по своей траектории, математика снова становится не обязанностью, а внутренним движением мысли, открывающим доступ к осмысленному и продуктивному обучению.

В современной школе обучение математике претерпевает преобразования методов и форм организации учебного процесса, фундаментального понимания целей преподавания. Основное внимание педагогов и методистов сосредоточено на развитии у учащихся творческого и продуктивного мышления, способного обеспечить формирование интеллектуальной самостоятельности, умения решать нестандартные задачи и использовать полученные знания в изменяющихся жизненных условиях.

Требования к математическому образованию подчеркивают, что основным становится понимание процесса, ведущего к этому результату. Самостоятельная работа учащихся приобретает принципиально новое значение. Она рассматривается как основа усвоения, требующая от ученика интеллектуального напряжения, анализа и рефлексии. Самостоятельная деятельность не ограничивается выполнением однотипных заданий. Акцент смещается на решение задач, отличающихся от предыдущих по структуре, условиям или формулировке. Такие задачи требуют от школьника гибкости

мышления, способности адаптировать известные способы к новым ситуациям, делать обобщения, выявлять закономерности и применять их.

Одна из характерных черт современного преподавания математики – ориентация на задания, предполагающие применение готовых формул и приемов и выявление скрытых связей между элементами задачи, осмысление логики построения решения. «Обобщенная задача позволяет повторить ранее изученный способ и выйти за его пределы – переосмыслить, реконструировать, представить в иной логике»[9, с. 168]. Учащийся сам способен сформулировать обобщение, выделить существенное в ряду частных решений, а затем на основе этого знания решить новую задачу, модифицировав условие или способ действия.

Специфика современного обучения математике заключается в необходимости учитывать неоднородность ученического контингента. Скорость и глубина усвоения математического материала у разных детей значительно варьируется. При соответствующей организации работы все учащиеся могут овладеть сложными понятиями, но путь к этому будет различным. Одним достаточно лишь первичного знакомства с новым понятием, другим потребуется целый блок заданий с возможностью опереться на учителя при затруднении, а третьим – самостоятельная тренировка, доходящая до десятков и даже сотен задач. Данное обстоятельство требует от учителя высокой гибкости и умения проектировать урок так, чтобы на нем были учтены и поддержаны учащиеся с высоким уровнем познавательной активности и учащиеся, которые нуждаются в длительной и пошаговой работе.

Ученики с высоким уровнем восприятия способны осваивать содержание интенсивно и с опорой на самостоятельное решение расширенного спектра задач из внешних источников или составленных ими. Ученикам с медленным темпом восприятия предлагаются аналогичные задания под непосредственным контролем учителя и с поддержкой на каждом этапе.

Под формированием алгоритмического мышления понимается формирование способности разбивать сложную задачу на последовательные простые действия. Школьник должен научиться видеть логику этих действий, уметь их обосновать, преобразовать и применить в новых условиях. Именно поэтому во время работы у доски особое значение придается речевому оформлению: ученик должен последовательно проговаривать ход мысли, доказывать, пояснять, приводить аргументы. Такое решение задачи способствует развитию речевого аппарата мышления, способствует формированию четкой логики изложения и культуры математического доказательства.

Современные педагогические технологии в обучении математике способствуют формированию связи между знанием и действием. Развитие критического мышления предполагает способность к постановке вопросов, к сопоставлению разных подходов, к аргументации собственной позиции и выявлению недостатков в решении. «Критическое мышление противопоставляется слепому следованию алгоритму, оно требует от ученика активного включения в учебный процесс, осознанного принятия решений, оценки достоверности информации и умения работать с неопределенными данными»[17, с. 13]. В математике это проявляется в нахождении нескольких решений одной и той же задачи, в обсуждении целесообразности того или иного метода, в умении построить собственную модель или схему, в способности видеть правильный ответ и процесс.

Современный учитель математики оказывается в роли организатора познавательной деятельности. Его задача – создать среду, в которой ученик сам станет исследователем, конструктором, автором новых решений. Необходимо точно диагностировать уровень развития каждого ребенка, гибко выстраивать структуру урока, грамотно применять цифровые технологии и методики обучения.

Таким образом, специфика обучения математике в современной школе выражается в переходе от воспроизведения знаний к их осознанному

усвоению и применению, от унификации подходов – к дифференциации, от заучивания формул – к пониманию логики математических связей, от учительского монолога – к взаимодействию и совместной деятельности. Все это делает математику учебным предметом для развития мышления, культуры аргументации и способности принимать обоснованные решения в реальной жизни.

1.2. Логическое мышление как образовательный результат в обучении математике

В психолого-педагогической и научно-методической литературе вопрос о сущности и структуре логического мышления традиционно занимает одно из центральных мест, поскольку логические операции лежат в основе познавательной деятельности и обеспечивают осознанное овладение учебным материалом. В условиях современного образовательного процесса, ориентированного на формирование у школьников универсальных учебных действий, логическое мышление рассматривается в качестве необходимой предпосылки для освоения математики, естественнонаучных дисциплин и даже гуманитарного цикла. Исследователи подчеркивают, что важность логико-аналитического компонента возрастает ввиду все более сложных социальных, информационных и технологических требований к выпускникам образовательных учреждений. В частности, в работах Бесединой Е. Ю., Калатози В. В. и Лавриненко А. В. подчеркивается, что развитие логических навыков повышает качество всего образовательного процесса, поскольку формирует у учащихся способность к критическому оцениванию информации и самостоятельному построению доказательных рассуждений [4].

Психолого-педагогический аспект понятия логического мышления восходит к классическим школам, заложившим основу научного изучения

мышления как высшей познавательной функции. В отечественной педагогике, опирающейся на культурно-историческую концепцию, логическое мышление рассматривается через призму постепенного формирования логических операций (анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение) в процессе обучения [15]. Ученые сходятся во мнении, что логическое мышление не сводится исключительно к формально-операциональному аспекту. Несмотря на то что классическая логика - как система правил правильного рассуждения - исторически была выделена в качестве отдельной научной дисциплины в недрах античной философии и риторики, ее педагогический потенциал выходит далеко за рамки философских споров: именно в процессе целенаправленного обучения дети овладевают способами систематизации и осмысления информации, которые затем переносят на решение жизненных задач.

Для более точного понимания смысла понятия «логическое мышление» важно обратиться к работам авторов, исследующих данное явление применительно к урокам математики и смежным дисциплинам. По мнению Зиминной Е. А. и Масловой С. В., логическое мышление в учебном процессе - это не просто способность к последовательному умозаключению, но и умение осознавать ход собственных рассуждений, выстраивать аргументацию и критически оценивать найденные решения [7]. Указанные авторы обращают внимание на то, что именно математика, с ее системой абстрактных понятий и строжайшим требованием доказательности, служит идеальной платформой для целенаправленного развития логических операций у школьников.

Аналогичной позиции придерживаются Лаврова С. А., Федорищева Е. С. и Топоркова О. В., которые в своих исследованиях описывают логику как механизм интеллектуального контроля за правильностью выполняемых операций, и отмечают, что школьный возраст является сензитивным периодом для формирования навыков рассуждения и доказательства (периодом повышенной восприимчивости) [10]. Однако реальные учебные

программы не всегда уделяют достаточное внимание постановке логико-ориентированных задач, сосредотачиваясь либо на механическом закреплении правил, либо на репродуктивных видах деятельности. В результате дети формируют фрагментарное понимание математических закономерностей, что впоследствии негативно отражается на их умении применять полученные знания на практике.

Отдельного анализа заслуживает вопрос о взаимосвязи логического мышления с критическим и аналитическим компонентами познавательной деятельности. Подходова Н. С. и Терентьева О. Ю. рассматривают критическое мышление как одну из форм проявления логических процессов, поскольку в ходе критического анализа ученик не только осмысливает внешнюю информацию, но и сопоставляет ее со своими внутренними убеждениями, выявляя противоречия и нестыковки [15]. Обучение математике представляет особенно благоприятную почву для развития критического начала, так как учащиеся осваивают способы доказательства, опровержения, проверки истинности утверждений.

Понимание того, что логика тесно связана с внутренними закономерностями, присущими структуре любого научного знания, подкрепляется работами как классических, так и современных исследователей. В психолого-педагогической перспективе логика изучается, с одной стороны, как совокупность нормативных правил и законов мышления, а с другой - как система навыков, развивающихся у ребенка в процессе обучения и общения [19]. Савина Л. Л. подчеркивает, что эти навыки должны включать умение интерпретировать задачу и корректно формулировать гипотезу, ведь без основ логического анализа любое, даже самое креативное задание, может быть неправильно понято и искажено [19].

В соответствии с исследовательскими и прикладными целями педагоги стремятся уточнить содержание понятия «логическое мышление». В научно-методической литературе это содержание описывается несколькими аспектами. Первый из них - операциональный, предполагающий владение

определенными умственными действиями, среди которых первостепенное значение имеют сравнение, обобщение, классификация и анализ. В таком ключе Bryankina N. L. указывает, что даже нестандартные задачи-сказки могут способствовать развитию этих операций, поскольку в процессе решения ребенок учится выделять существенные признаки и отбрасывать второстепенные [5]. Второй аспект - процессуальный, где логическое мышление трактуется как динамика рассуждения, ведущая к выстраиванию доказательств или опровержений. И третий аспект - личностный, когда логика рассматривается с точки зрения осознанного управления собственным умственным действием и контроля за процессом решения [31]. Так, Хурсанова З. М., Фозилов Ж. И. и Давыдова Е. П. подчеркивают, что ребенок не только применяет логические операции, но и осознает, каким образом они способствуют поиску ответа в задаче, что формирует рефлексивное отношение к собственному мышлению [31].

В контексте обучения математике логическое мышление часто рассматривается в единстве с формированием универсальных учебных действий, которые регулируются федеральными государственными образовательными стандартами (ФГОС). Согласно этим стандартам, одним из ключевых результатов обучения в основной школе становится способность учащихся применять логико-математический аппарат при решении учебных и практико-ориентированных задач [1]. Однако, как справедливо замечает Рыжова Л. В., формальный подход к реализации ФГОС, сводящийся к формальному тестированию, затрудняет раскрытие полного потенциала логического мышления [17]. Автор обращает внимание на то, что важен не просто итоговый балл или умение воспроизводить материал, а умение школьников использовать логику как «инструмент» при планировании и выполнении действий.

Научно-методические подходы, представленные в литературе, указывают на то, что эффективное развитие логики происходит при условии правильного сочетания теоретических и практических компонентов. По

мнению Тарасовой А. П., Шаталовой Е. В. и Мироновой О. Е., одним из наиболее ценных практических методов являются дидактические игры, так как игровая форма повышает мотивацию, позволяет многократно отрабатывать одни и те же операции в разных сюжетах и контекстах [23]. Обучающиеся легче осваивают такие сложные умственные действия, как логический анализ, дедукция или алгоритмическое мышление, именно в ситуации игрового взаимодействия, поскольку это вызывает позитивный эмоциональный отклик.

Аналитики подчеркивают важность целенаправленной постановки задач, ориентированных на развитие логических операций. Например, Соколова К. А. указывает, что даже типовые задания по математике могут трансформироваться в логические упражнения, если учитель меняет акценты и добавляет элементы выбора, рассуждения и контраргумента [22]. Автор подчеркивает, что такое переосмысление учебных заданий в соответствии с логикой дает возможность учащимся понять, почему и как именно применяются те или иные математические операции.

Научно-педагогические исследования все чаще фокусируются на том, чтобы логическое мышление не воспринималось исключительно как некая абстрактная дисциплина (смыкаясь с курсами формальной логики), но рассматривалось как важное звено в личностном развитии. По мнению Федоровой Е. П., систематическая тренировка логических умений формирует уверенность детей в своих интеллектуальных возможностях и приучает к четкому доказательству собственных идей [29]. При этом автор подчеркивает важность соблюдения принципа системности: если логика «вкрапляется» в уроки фрагментарно, то учащиеся будут расценивать ее как отдельный эпизод, а не как универсальный подход к познанию.

Содержание понятия «логическое мышление» в психолого-педагогической литературе тесно сопряжено с развитием алгоритмического и критического компонентов. Исследователи в этой области указывают на то, что логика - это не только формализм, но и умение адекватно

интерпретировать условия задачи, соотносить их с реальными жизненными ситуациями, выявлять причинно-следственные связи и переходить от частных случаев к общим закономерностям. Так, Беседина Е. Ю. и соавторы подчеркивают, что при всем многообразии методов развития логики в школьном курсе математики, наиболее результативным всегда оказывается тот, где ученик включается в активную мыслительную деятельность, например, при решении практико-ориентированных задач [4].

Однако формирование логического мышления невозможно без осознанной рефлексии собственных действий. Учитель должен не только предлагать ребенку задания, но и помогать ему анализировать ходы решения, выявлять ошибки в ходе рассуждений, осознавать стратегию поиска ответа. Этот рефлексивный элемент, по мнению Лавровой С. А. и ее коллег, играет критическую роль в укреплении логических навыков, позволяя учащемуся связать абстрактные умозаключения с конкретными наблюдениями и опытными данными [10]. В противном случае логическое мышление может оставаться на уровне формальных упражнений и не получит должного развития.

Таким образом, рассматривая многочисленные психолого-педагогические и научно-методические работы, можно заметить, что большинство авторов сходятся в трактовке логического мышления как целостной системы умственных операций, формируемых в ходе специализированного обучения и практики. Влияние логики на познавательное развитие весьма многогранно: она не только обеспечивает эффективность решения математических задач, но и способствует становлению критического мышления, расширяя диапазон интеллектуальных умений. Логические действия не должны восприниматься учащимися как искусственные, а должны встраиваться в реальную учебно-познавательную ситуацию.

Значительную роль играет возрастная специфика и индивидуально-психологические особенности детей. По данным Хурсановой З. М. и ее

соавторов, развитие логического мышления в начальных классах связано с постепенным освоением элементарных мыслительных операций и приобщением к способам математической аргументации, тогда как у учеников основной школы логика должна использоваться для осмысления более сложных теорем и доказательств [31]. Поэтому в педагогической практике предлагаются различные типы заданий, от простых классификационных упражнений до многовариантных задач, требующих построения цепочки рассуждений.

В психолого-педагогической литературе подчеркивается, что логическое мышление можно рассматривать как динамическую систему взаимосвязанных качеств: гибкость ума, последовательность рассуждений, доказательность и способность анализировать процесс мышления. При этом математика выступает в роли своеобразного «полигона» для отработки таких навыков, однако лишь при условии, что учитель целенаправленно создает учебные ситуации, подразумевающие необходимость логического вывода. Как отмечает Беседина Е. Ю. [4], по-настоящему глубокое овладение математическим материалом невозможно без опоры на логику, поскольку иначе обучающиеся рискуют заучивать алгоритмы решения без понимания их сути.

Выделяется особая роль логико-ориентированных игр и заданий. Тарасова А. П. и ее коллеги убеждены, что именно игровое взаимодействие, обеспечивая эмоциональную вовлеченность, способствует более эффективному усвоению логических построений [23]. Игровые приемы позволяют естественным образом моделировать ситуации, где ученику приходится замечать несоответствия, противоречия и логические ошибки, что побуждает к самостоятельному поиску верных рассуждений.

Сходных взглядов придерживается Федорова Е. П., развивающая идею о том, что школьники, часто сталкиваясь с задачами, требующими логического анализа, учатся не только применять формальные правила (например, законы исключенного третьего, непротиворечия и т. д.), но и

осознавать, почему эти законы необходимы [29]. Учебный процесс в этом случае становится средством развития метапознания: ребенок начинает понимать собственные мыслительные процессы, сознательно избегая типичных логических ошибок и формируя навык аргументированного объяснения своих решений.

Совокупность описанных в литературе подходов дает основание сделать вывод, что понятие логического мышления в психолого-педагогической и научно-методической литературе трактуется как многоуровневое явление, включающее операциональный, процессуальный и личностный компоненты. Операциональный аспект предполагает освоение базовых умственных действий, таких как сравнение, обобщение, абстрагирование и классификация. Процессуальный аспект охватывает умение выстраивать рассуждения, формулировать и проверять гипотезы, обосновывать тезисы, находить противоречия и исправлять ошибки. Личностный компонент подразумевает рефлексивное отношение к собственным умственным операциям и понимание ценности логической культуры как составляющей общей интеллектуальной зрелости.

Таким образом, в современной научно-методической литературе наблюдается усиливающийся интерес к формированию именно «жизнеспособных» логических умений, интегрирующихся в общую структуру компетенций XXI века. Исследователи призывают рассматривать логику не как дополнительный раздел курса математики, а как инструментальное средство, позволяющее учащимся взаимодействовать с информацией в любой отрасли знания. Логическое мышление объединяет интеллектуальную самостоятельность, критический подход к обработке данных и стремление к доказательности, что формирует у подрастающего поколения базис для успешной адаптации в стремительно усложняющемся мире.

1.3. Дидактические средства и приемы обучения, способствующие развитию логического мышления обучающихся

Развитие логического мышления обучающихся занимает центральное место в современной педагогике, поскольку именно этот компонент познавательной деятельности обеспечивает способность ребенка к самостоятельному решению проблем, критическому анализу информации и творческому поиску новых путей для усвоения знаний. В условиях формирования компетентностей и системного подхода, заложенных в федеральном государственном образовательном стандарте для начального образования, особое внимание уделяется не только традиционным знаниям, но и развитию познавательных процессов, в частности, логического мышления, которое определяется как умение работать с концепциями, суждениями и выводами посредством таких операций, как анализ, синтез, сравнение, обобщение и интерпретация [10]. Это позволяет школьникам не просто воспроизводить усвоенные алгоритмы, но и обосновывать собственные суждения, что является необходимым условием для формирования исследовательских компетенций и творческой инициативы.

Роль учителя в организации учебного процесса, способствующего развитию логического мышления, определяется необходимостью создания условий, при которых ребенок активно включается в познавательную деятельность. Современная методика требует использования разнообразных дидактических средств и приемов, позволяющих не только передавать знания, но и стимулировать самостоятельное мышление учащихся. Учитель, обладая глубокими знаниями предмета и методики его преподавания, организует занятия таким образом, чтобы у детей возникала потребность в поиске, анализе и синтезе новой информации. Именно это условие становится базисом для формирования логических операций, что на практике подтверждают исследования Лавровой, Федорищевой и Топорковой, показывающие, что грамотное использование дидактических приемов в

обучении математике способствует развитию логических умений у школьников [10].

Важнейшей задачей современного образования является воспитание у детей умения принимать самостоятельные решения в условиях неопределенности, что предполагает наличие у обучающихся развитых познавательных интересов и творческой инициативы. Образовательный стандарт нового поколения требует от школьников не только овладения базовыми навыками чтения, письма и счета, но и формирования умений, позволяющих критически анализировать окружающую действительность, работать с информацией и делать обоснованные выводы. В этом контексте логическое мышление рассматривается как фундаментальное умение, обеспечивающее возможность осмысленного восприятия и переработки знаний, а также их творческого применения при решении различных практических задач [15].

Особое значение в формировании логического мышления имеет использование учебного материала, обладающего занимательной природой. Занимательный математический материал, включающий в себя загадки, задачки-шутки, головоломки и логические упражнения, стимулирует детей к активной умственной деятельности, способствуя развитию внимательности, усидчивости и умения видеть причинно-следственные связи. Как отмечали Б. А. Кордемский и его коллеги, задачи-смекалки представляют собой эффективное средство формирования математической инициативы, логичности и гибкости ума, поскольку они побуждают детей не просто запоминать правила, но и самостоятельно искать новые способы решения [5]. Такая методика, основанная на игровой форме, позволяет создать атмосферу, в которой ребенок воспринимает обучение как увлекательный процесс, а не как принудительное заучивание информации, что способствует его эмоциональной и интеллектуальной мотивации.

Дидактические игры, как один из наиболее широко используемых методов развития логического мышления, играют ключевую роль в

формировании познавательных умений школьников. Эти игры не только обеспечивают наглядность и доступность материала, но и стимулируют развитие таких процессов, как анализ, сравнение, классификация и обобщение. В ходе игровой деятельности ребенок учится видеть не только внешние признаки предметов, но и их внутренние закономерности, что способствует переходу от визуально-образного мышления к словесно-логическому, позволяющему более глубоко осмысливать учебный материал [23]. Исследования Тарасовой, Шаталовой и Мироновой свидетельствуют о том, что использование дидактических игр в уроках математики помогает школьникам самостоятельно формировать логические умозаключения, обосновывать свои действия и делать выводы, что в конечном итоге приводит к успешному усвоению материала [23].

Применение занимательного материала в сочетании с дидактическими играми становится особенно актуальным, когда речь идет о развитии навыков пространственного воображения и логического анализа. Математика, как предмет, в большей степени предоставляет возможности для развития этих способностей, поскольку в ее основе лежат строгие логические закономерности и последовательность умозаключений. Учитель, используя наглядные примеры, демонстрационные материалы, модели и специальные наборы геометрических фигур, создает условия, при которых учащиеся учатся не только воспроизводить информацию, но и активно участвовать в поиске решений, сравнивать свойства фигур, анализировать их взаимосвязи и приходить к обоснованным выводам [22]. Такой подход способствует формированию не только базовых математических представлений, но и развивает умение оперировать логическими операциями, что имеет решающее значение для дальнейшего успешного освоения учебного материала.

Помимо игр и занимательного материала, значительное место в развитии логического мышления занимает метод демонстрации с последующим объяснением. Показ способа действия, сопровождаемый

четкими и доступными разъяснениями, позволяет учащимся не только увидеть пример решения задачи, но и понять логику, лежащую в основе этого решения. Педагог, используя прием демонстрации, акцентирует внимание детей на ключевых моментах, разъясняя последовательность операций и подчеркивая необходимость строгого соблюдения логических правил. Такой метод, при условии его согласованного сочетания с активными методами работы, позволяет создавать у обучающихся устойчивые навыки логического мышления, способствуя их дальнейшей самостоятельности и активности в учебном процессе [21].

Одним из ключевых факторов, способствующих развитию логического мышления, является организация познавательной деятельности в форме диалогов и обсуждений. В процессе коллективного обсуждения решений педагог стимулирует детей не только к обмену мнениями, но и к критическому осмыслению полученной информации, анализу аргументов и формированию собственных выводов. Такое взаимодействие способствует тому, что учащиеся учатся аргументированно отстаивать свою точку зрения, сопоставлять различные варианты решения и делать обоснованные заключения. В результате ребенок не просто запоминает материал, а осознает логику, лежащую в его основе, что является важным условием для формирования системного и самостоятельного мышления [31].

Особое значение имеет использование мотивационных приемов, направленных на пробуждение интереса к учебному материалу. В начале урока педагог должен создать атмосферу, в которой каждый ученик чувствует свою причастность к процессу обучения и осознает практическую значимость получаемых знаний. Это достигается посредством активизации познавательного интереса, постановки проблемных вопросов и создания условий для самостоятельного поиска решения. Так, при использовании занимательных вопросов, загадок и задач-шутки, дети начинают воспринимать учебный материал как нечто живое и интересное, что стимулирует их к активному участию в процессе познания [6]. Такой подход

не только способствует развитию логических операций, но и формирует у детей мотивацию к самообразованию, что является одним из важнейших условий успешного усвоения знаний в школьном возрасте.

Важным аспектом является также организация работы с дидактическим материалом в условиях внеурочной деятельности. Занятия, проводимые в форме кружков, факультативов и тематических игр, позволяют детям закрепить полученные знания, отработать логические операции в неформальной обстановке и на практике применить навыки самостоятельного поиска решений. Подобный опыт, как показывает практика, способствует более глубокому усвоению материала, поскольку дети не чувствуют напряжения, связанного с формальной обстановкой урока, а получают возможность экспериментировать, ошибаться и корректировать свои действия в процессе игры [23]. Такие формы работы оказывают долговременный положительный эффект на развитие логического мышления, поскольку они способствуют формированию устойчивых интеллектуальных стратегий и развивают способность к самостоятельному решению проблем.

Необходимо отметить, что успех в развитии логического мышления во многом зависит от последовательности и систематичности применения дидактических приемов. Методика обучения, направленная на развитие логических операций, должна быть встроена в общую систему педагогической деятельности, где каждый этап урока служит определенной цели: от возбуждения интереса к новому материалу до проверки и обобщения полученных знаний. Психолог Л.Ф. Тихомирова указывает, что логика мышления не дается человеку с рождения, а развивается в процессе систематической работы, требующей от педагога постоянного контроля, корректировки и поддержки учеников [6]. Именно этот комплекс мер, включающий использование наглядных пособий, дидактических игр, демонстраций, обсуждений и мотивационных приемов, создает условия для формирования устойчивых навыков логического мышления, позволяющих детям в будущем успешно решать задачи любой сложности.

Педагогическая практика показывает, что применение разнообразных методов обучения, направленных на развитие логического мышления, позволяет существенно сократить время, необходимое для усвоения материала, а также повысить качество и глубину полученных знаний. Методики, основанные на использовании занимательного математического материала и дидактических игр, дают возможность детям не только повторить ранее изученный материал, но и самостоятельно открыть для себя новые закономерности и связи. В результате ученики учатся не просто запоминать алгоритмы решения, а осознавать логику их построения, что является основой для дальнейшего самостоятельного поиска решений и формирования инновационного мышления [29].

Таким образом, дидактические средства и приемы обучения, способствующие развитию логического мышления обучающихся, представляют собой комплекс взаимодополняющих методов, в основе которых лежит активное вовлечение ребенка в процесс познания, создание условий для самостоятельного анализа и синтеза информации, а также формирование устойчивой мотивации к обучению. Эффективность таких методов подтверждается многочисленными педагогическими исследованиями и практическим опытом работы в начальных школах, где последовательное применение наглядно-игровых, словесных и практических приемов позволяет достичь высоких результатов в развитии логического мышления.

Практическая деятельность, интегрированная в учебный процесс, позволяет обучающимся закреплять полученные знания через решение нестандартных задач, выполнение экспериментальных заданий и участие в тематических проектах. В процессе работы с практическим материалом дети осознают, что истинное понимание предмета достигается не только через воспроизведение алгоритмов, но и через способность находить логику в изменяющихся условиях, выявлять противоречия и корректировать свои рассуждения. Как подчеркивают Н.Ф. Талызина и коллеги, именно через

активное применение логических методов, таких как анализ и синтез, формируется способность к самостоятельному поиску новых знаний [10]. Это, в свою очередь, стимулирует развитие не только логического мышления, но и общей интеллектуальной активности, что является важным условием успешного обучения в современных условиях.

Значительное внимание в современном обучении уделяется также использованию мотивационных приемов, направленных на пробуждение познавательного интереса и активизацию умственной деятельности. Педагог, создавая на уроке атмосферу, в которой каждая задача воспринимается как вызов, стимулирует учеников к самостоятельному поиску решений. Эмоциональное вовлечение, позитивное подкрепление и элемент соревнования способствуют тому, что логическое мышление развивается естественным образом, превращаясь в неотъемлемый инструмент для осмысления любого учебного материала [6]. Результаты педагогических экспериментов свидетельствуют о том, что при использовании таких методов дети начинают воспринимать учебу как процесс постоянного самосовершенствования, где каждый новый вызов рассматривается как возможность углубить собственное понимание окружающего мира.

Таким образом, дидактические средства и приемы обучения, способствующие развитию логического мышления, представляют собой интегрированную систему, в основе которой лежит активное вовлечение обучающихся в познавательную деятельность, учет их индивидуальных особенностей, использование наглядного материала и игровых методов, а также организация коллективного обсуждения и рефлексии. Последовательное и системное применение этих методов позволяет не только улучшить качество усвоения учебного материала, но и формировать у школьников навыки самостоятельного поиска, анализа и синтеза информации, что является фундаментом для дальнейшего интеллектуального роста и профессионального развития.

Выводы по первой главе

Обучение математике в современной школе требует учета разных способностей и темпов усвоения материала у учеников. Универсальные методы уже не работают – необходимо создавать условия, где каждый ребенок развивается в своем ритме, осваивает правила и учится понимать логику и суть задач. Учитель становится проводником и организатором, создает пространство для самостоятельного поиска и творческого решения, передачи готовых знаний.

Логическое мышление является образовательным результатом обучения математике, обеспечивает овладение базовыми умственными операциями и развитие навыков построения осознанных, доказательных рассуждений. Оно способствует пониманию материала и формированию критического мышления. Логическое мышление включает операциональный, процессуальный и личностный компоненты: умение анализировать, формулировать гипотезы, контролировать ход рассуждений и критически оценивать решения. Эффективное развитие логики требует использования игровых и практических заданий, включения рефлексии – анализа собственных действий и ошибок.

Дидактические средства и приемы обучения, развивающие логическое мышление, помогают вовлечь детей в познавательную деятельность и научить их самостоятельно анализировать, сравнивать и делать выводы. Учитель создает условия для поиска и осмысления информации, использует разнообразные методы для развития логического мышления. Практическая реализация этих методов способствует усвоению учебного материала, развитию исследовательских компетенций.

Глава 2. Экспериментальное исследование развития логического мышления на уроках математики в 5-6 классах

2.1. Организация и методы исследования на констатирующем этапе развития логического мышления

Исследование проводилось на базе МБОУ «Школа №12» г. Ачинска. В исследовании всего приняло участие 24 ребенка 2-х классов. В исследовании принимают участие учащиеся 5 «А» класса в количестве 12 человек (6 девочек и 6 мальчиков), они вошли в экспериментальную группу и учащиеся 5 «Б» класса в количестве 12 человек (6 мальчиков и 6 девочек) – контрольная группа. С детьми экспериментальной группы проводились занятия по разработанному комплексу, а с детьми контрольной группы проводились занятия по другой программе. Учащиеся, которые вошли в эти группы, были одного возраста и имели практически одинаковые показатели успеваемости.

Цель исследования – выявить эффективность различных методов и приемов обучения математике для развития логического мышления у школьников 5–6 классов.

Гипотеза: развитие логического мышления у обучающихся 5–6 классов зависит от систематического использования задач и заданий на уроках математики.

Задачи исследования:

1. Организовать экспериментальную работу с учащимися 5–6 классов с применением выбранных методов и методик.
2. Провести диагностику уровня логического мышления на констатирующем и контрольном этапах.
3. Разработать и адаптировать комплекс задач и занятий, направленных на развитие логического мышления на уроках математики.

Исследование проводилось в следующей последовательности:

– планирование экспериментальной работы;

- подбор диагностических методик;
- изготовление дидактического материала;
- диагностика, изучение результатов диагностики логического мышления школьников, формирование экспериментальной и контрольной групп;
- обработка и систематизация полученных данных, их анализ;
- реализация в экспериментальной группе занятий, способствующих развитию логического мышления;
- контрольная диагностика в экспериментальной и контрольной группах развития логического мышления;
- систематизация экспериментальных данных, их анализ;
- сравнение динамики показателей в экспериментальной и контрольной группах, заключение об эффективности проделанной работы.

Опытно-экспериментальное исследование состоит из трех этапов: констатирующего, формирующего и контрольного, содержание каждого из которых отвечает основным задачам экспериментального исследования. Для разработки комплекса задач и заданий по математике, фрагментов уроков используются:

1. Математика. 5 класс: учебник: в 2 частях / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков [и др.]. М.: Просвещение, 2021. – 159 с.
2. Математика. 6 класс. Учеб. для общеобразоват. организаций. В 2 ч. Ч. 1 / [Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, Л. А. Александрова]. – М.: Просвещение, 2017. – 159 с.

Методики на констатирующем и контрольном этапах:

1. Методика «Исключение лишнего» Н.Л. Белопольской. Цель – исследование способности к обобщению и абстрагированию, умения выделять существенные признаки. Дети с нормальным развитием должны справляться со всеми видами заданий.
2. Методика «Простые аналогии» И.Ю. Кулагиной и В.Н. Калюцкого. Цель данной методики выявление характера логических связей и

отношений между понятиями. По типу связей судят об уровне развития испытуемого – преобладают наглядные или логические формы.

3. Методика «Последовательность событий», данная методика предложена Н.А. Бернштейном. Цель – определить способность к логическому мышлению, обобщению, умению понимать связь событий и строить последовательные умозаключения.

Данные методики могут помочь изучить развитие у детей логического мышления. При выборе данных методик руководствовалась замерами разных сторон мыслительной деятельности учащихся.

При проведении эксперимента учитывалось психологическое состояние ребенка на данный момент и длительность выполнения методик.

Сводные результаты констатирующего этапа исследования в экспериментальной и контрольной группах представлены в Приложении 1.

Результаты диагностики с применением методики «Исключение лишнего» в экспериментальной и контрольной группах представлены на рисунке 1 и рисунке 2.

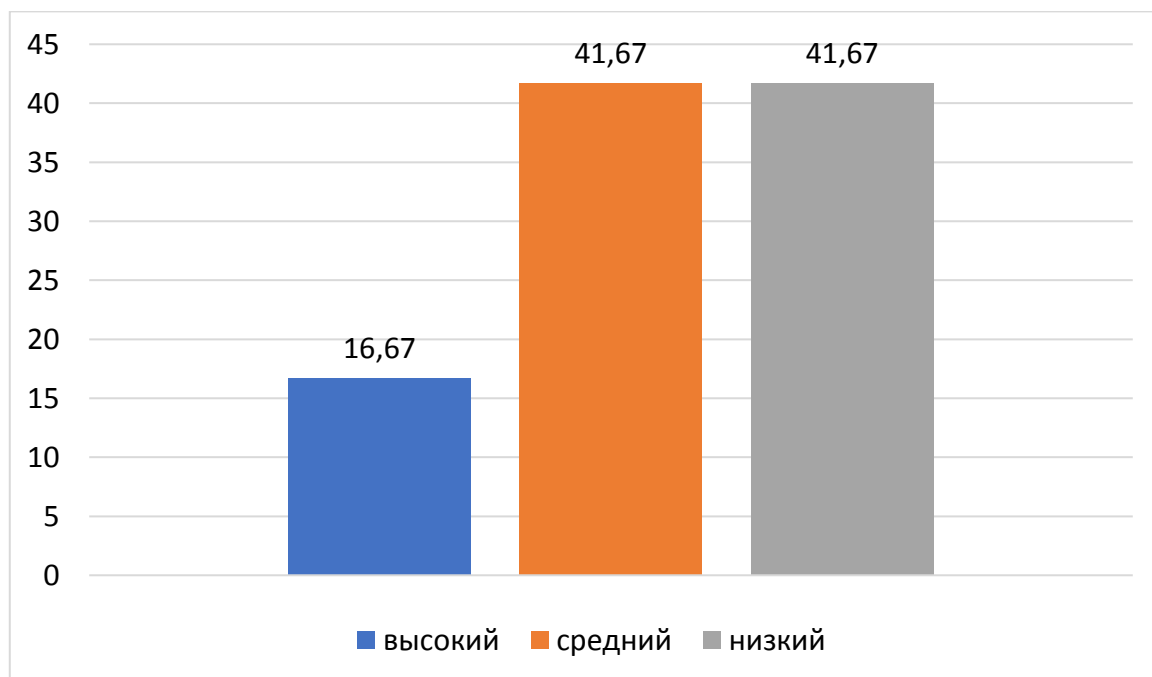


Рисунок 1 – Уровень абстрактно-логического мышления у детей (методика «Исключение лишнего», констатирующее исследование) в экспериментальной группе

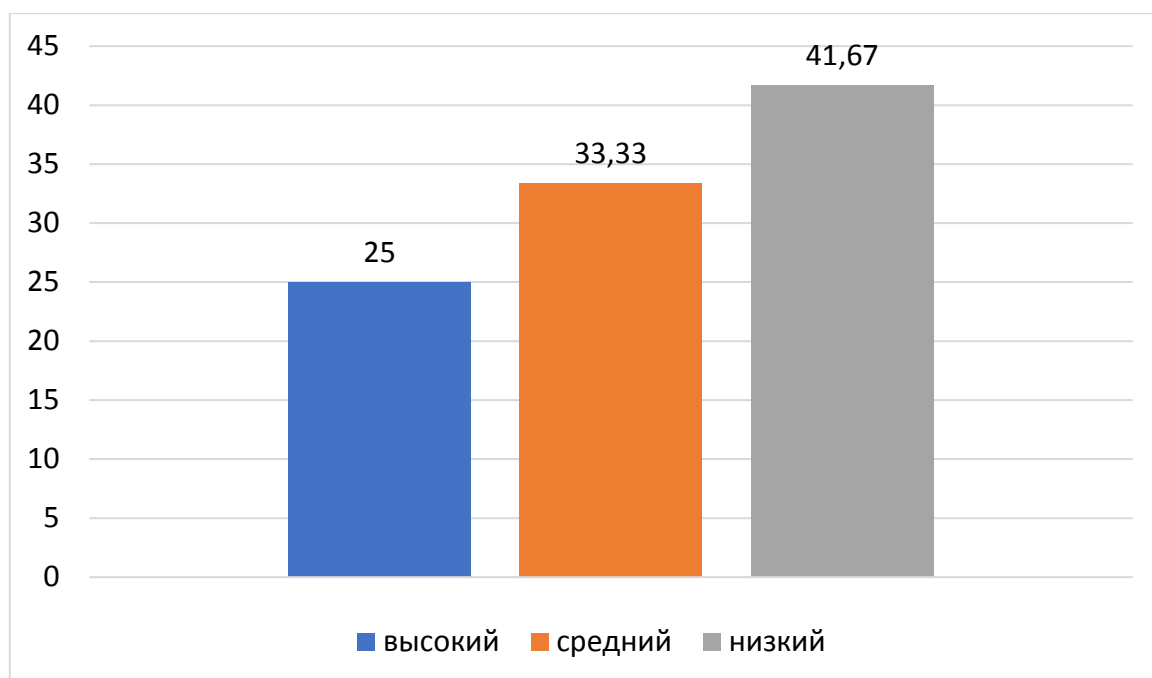


Рисунок 2 – Уровень абстрактно-логического мышления у детей (методика «Исключение лишнего», констатирующее исследование) в контрольной группе

В экспериментальной группе было выяснено, что 2 человека (16,67%) имеют высокий уровень развития абстрактно-логического мышления, т.е. дети правильно и самостоятельно называют родовое понятие для обозначения: объединяемых в одну группу предметов) и «лишнего» предмета, 5 человек (41,67%) имеют средний уровень (справились с этим заданием, но называют одно родовое понятие), а вот 5 человек (41,67%) с заданием не справились.

В контрольной группе результаты немного лучше: 3 (25%) человека имеют высокий уровень, 4 (33,3%) средний уровень, 5 (41,67 %) человек – низкий.

Результат диагностики говорит о способности детей к обобщению, строить умозаключения.

Результаты диагностики с применением методики «Простые аналогии» в экспериментальной и контрольной группах представлены на рисунке 3 и рисунке 4.

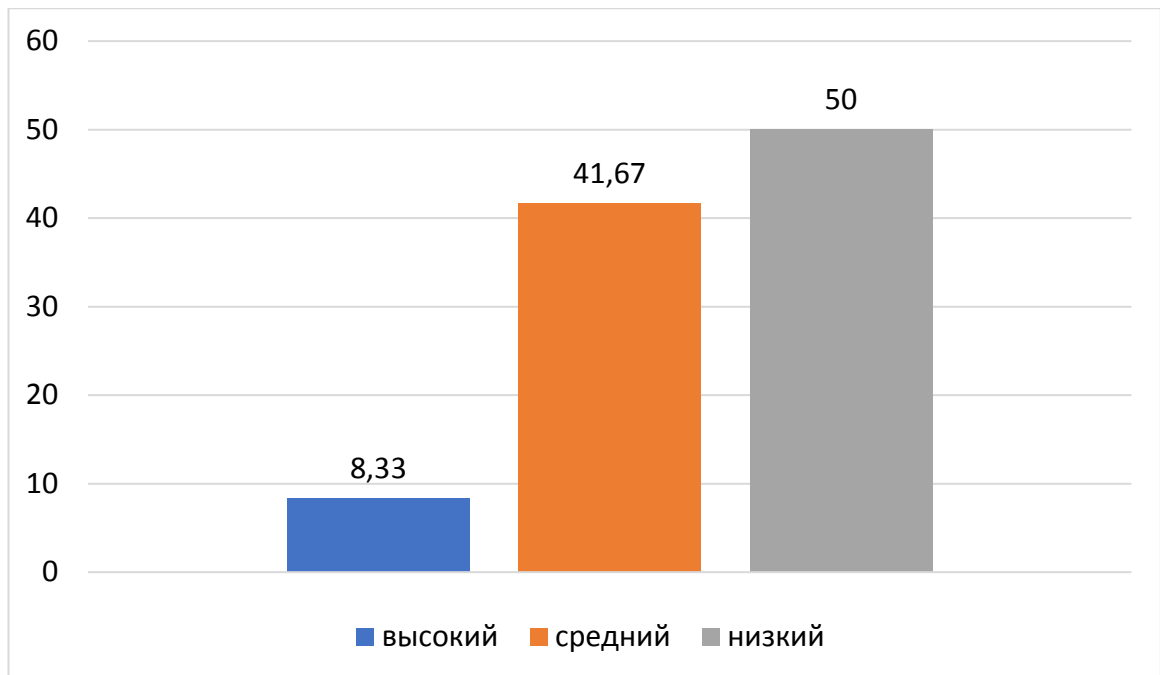


Рисунок 3 – Уровень логичности и гибкости мышления детей (методика «Простые аналогии», констатирующее исследование) в экспериментальной группе

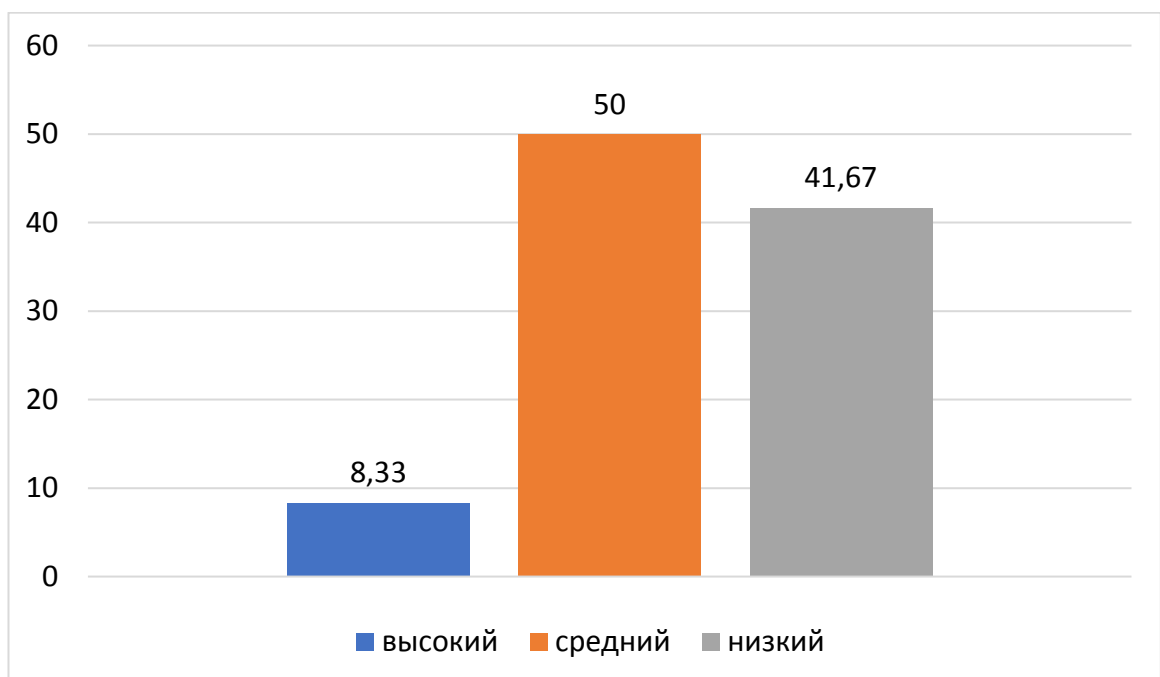


Рисунок 4 – Уровень логичности и гибкости мышления детей (методика «Простые аналогии», констатирующее исследование) в контрольной группе

Полученные результаты позволяют судить о логичности и гибкости мышления у детей экспериментальной и контрольной групп.

Как видно из представленных данных, в экспериментальной группе 1 человек имеет высокий уровень развития логического мышления, т.е. может установить между словами логическую связь, а затем по аналогии строить следующую пару, выбирая из предложенных нужное понятие – это составило 8,33%, 5 человек (41,67%) выполнили это задание только с помощью учителя, 6 человек (50%) – с этим заданием не справились. Конечно, ученики испытывали затруднения при составлении некоторых пар, поэтому приходилось одну пару слов разобрать вместе с ним. Данная методика показала очень низкий уровень развития данной мыслительной операции.

В контрольной группе результаты почти аналогичны: 1 (8,33%) человек имеют высокий уровень, 6 (50%) - средний уровень, 5 (41,67 %) человек – низкий.

Результаты констатирующего этапа исследования с использованием методики «Последовательность событий» представлены на рисунке 5 и рисунке 6. Полученные данные позволяют судить о способности детей к обобщению, умению понимать связь событий и строить последовательные умозаключения.

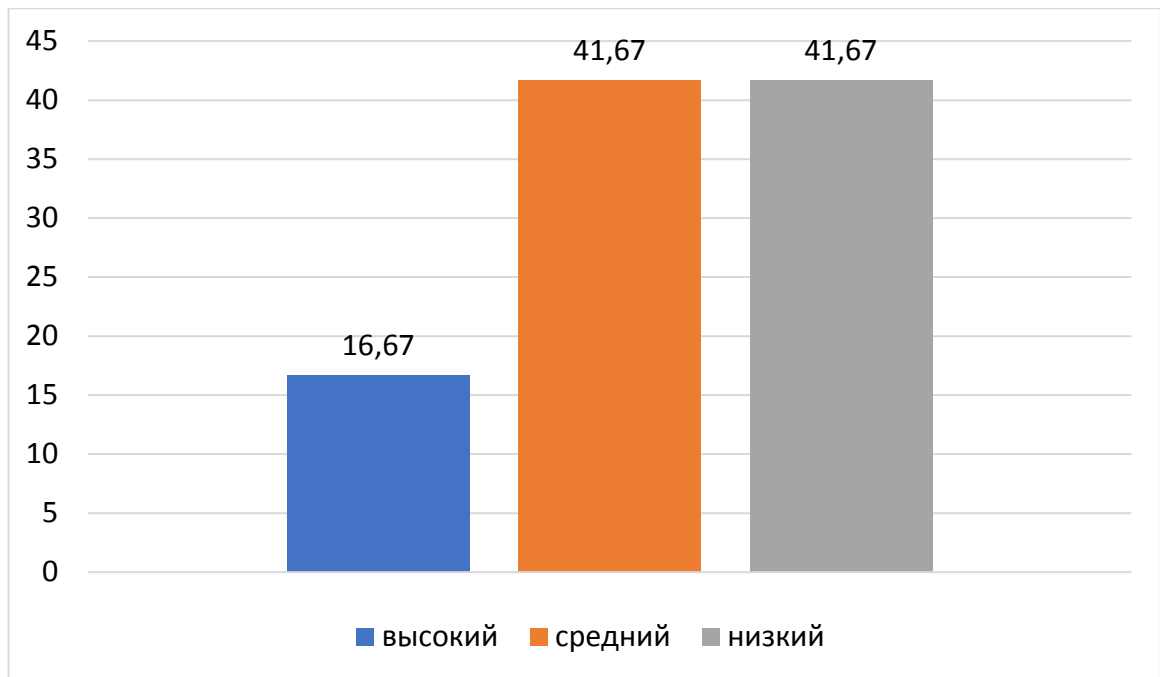


Рисунок 5 – Уровень развития мышления (методика «Последовательность событий», констатирующее исследование) в экспериментальной группе

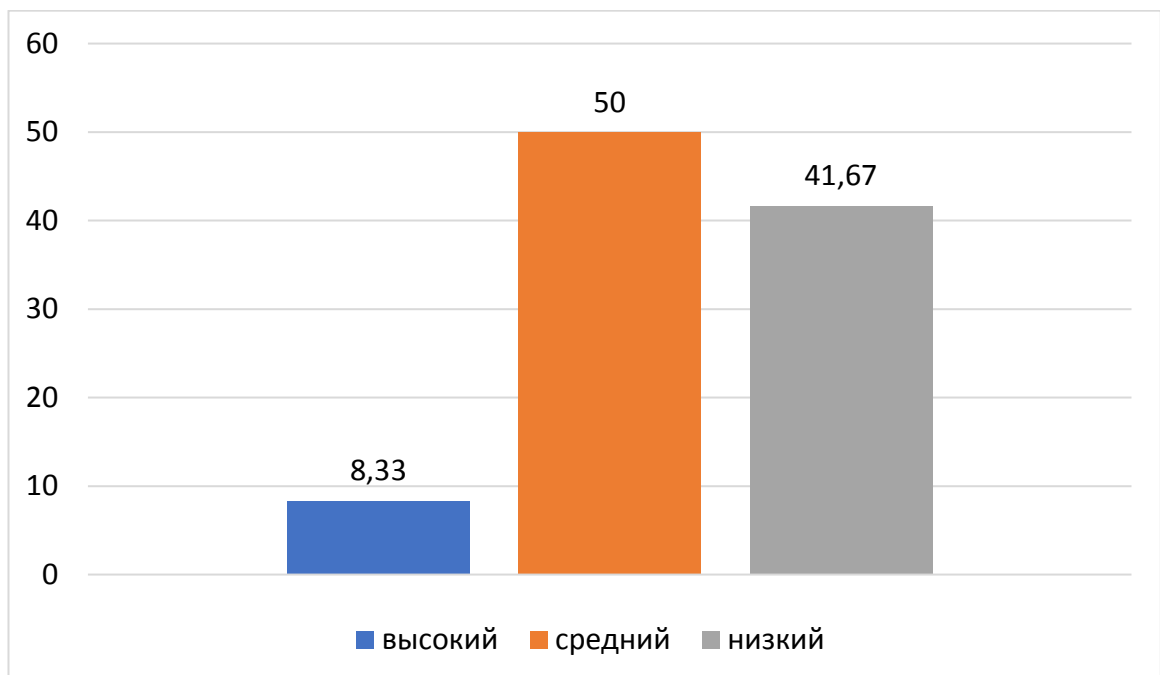


Рисунок 6 – Уровень развития мышления (методика «Последовательность событий», констатирующее исследование) в контрольной группе

Таким образом, из 12 человек 7 выполнили задание правильно (высокий и средний уровень), т.е. учащиеся обладают такими операциями мышления, как определения понятий, выяснение причин, выявления сходства и различий в объектах, 5 человек показали низкий уровень развития данных операций мышления. После проведения данной методики мы можем судить о степени развитости интеллектуальных процессов у учащихся: 16,67% (2 человека) – высокий уровень, средний (5 человек) – 41,67%, 41,67% – низкий (5 человек).

В контрольной группе результаты чуть хуже: 7 (1 (8,33%) человек показал высокий уровень и 6 (50%) – средний) человек справились с поставленной задачей, а 5 (41,67 %) человек испытали затруднения.

Сравнительный анализ полученных результатов показал, что уровень развития логического мышления в экспериментальной группе немного ниже, чем у детей контрольной группы.

Исходя из представленных результатов, можно сделать вывод о том, что дети контрольной и экспериментальной групп имеют приблизительно один уровень развития логичности и гибкости мышления, а вот способность образно – логически мыслить и обобщать у детей контрольной группы выше.

Таким образом, использованные нами методики полноценно изучают логическое мышление у детей и выполняют свои цели и все их можно использовать педагогами в работе с детьми.

2.2. Комплекс задач и заданий по математике для развития логического мышления обучающихся 5-6 классов. Фрагменты уроков математики 5-6 классов

В условиях современного образования основное внимание уделяется формированию предметных знаний и развитию познавательных умений. Эффективное развитие этого компонента интеллекта определяется

комплексом дидактических средств и приемов, способствующих вовлечению ребенка в познавательную деятельность и формированию его способности к самостоятельному поиску, анализу и обобщению информации. Современные методики, опирающиеся на принципы компетентного подхода, направлены на осознание школьниками смысловой взаимосвязи между отдельными понятиями, умелой аргументации суждения и обоснованных выводов.

Формирование логического мышления начинается с ранних этапов обучения, когда у ребенка формируются базовые умственные операции: сравнение, анализ, синтез, обобщение и классификация. Логическое мышление характеризуется способностью работать с концепциями, суждениями и выводами, а его развитие напрямую зависит от освоения соответствующих логических методов мышления. Именно поэтому при организации учебного процесса необходимо использование дидактических средств, которые транслируют знания и создают условия для их опосредованного освоения через практическую деятельность.

Одним из основных инструментов формирования логического мышления являются дидактические игры и занимательный материал. Занимательные математические задачи, загадки, логические ребусы и головоломки способствуют тому, что обучающиеся погружаются в игровую деятельность и начинают самостоятельно вырабатывать алгоритмы решения проблем. Задачи-смекалки благодаря своей яркой эмоциональной окраске и элементу новизны побуждают детей к поиску альтернативных путей решения. Учитель при использовании подобных средств создает атмосферу, в которой логическое мышление не воспринимается как навязанная формальность, а становится естественным инструментом для осмысления окружающей действительности.

Особое значение приобретает метод демонстрации с последующим объяснением. Показ способа действия с разъяснениями позволяет учащимся увидеть решение задачи и логику в основе данного метода.

Последовательное и ясное изложение материала, где каждое действие сопровождается объяснением его смысловой нагрузки, способствует формированию устойчивых навыков логического мышления. В этом процессе согласованность между визуальными материалами, практическими упражнениями и речевыми пояснениями позволяет детям осознать взаимосвязь между теоретическим знанием и практическим его применением.

При организационно-методическом обеспечении обучения педагог учитывает индивидуальные особенности каждого ученика. Учет возрастных и личностных различий становится залогом успешного развития логического мышления, поскольку именно через персонализацию обучения ребенок получает возможность работать в комфортном для него темпе, осваивая логические операции в соответствии с уровнем своего развития.

Неотъемлемой частью педагогической работы является организация коллективного обсуждения и рефлексии, в ходе которых учащиеся совместно анализируют полученные знания, обмениваются мнениями и вырабатывают собственные выводы. Диалогический метод способствует развитию критического мышления и помогает школьникам научиться аргументировать свои суждения. Обсуждение решений в группах, анализ различных вариантов ответов, постановка и защита гипотез создают условия для формирования логико-структурированного мышления, которое позволяет ученикам осознавать конечный результат и процесс его получения.

Особую роль в развитии логического мышления играют занятия по математике, которые являются универсальным полигоном для формирования разнообразных познавательных навыков. Математика предъявляет строгие требования к последовательности умозаключений, обоснованности выводов и умению оперировать абстрактными понятиями. Учитель математики, используя специально разработанные методические приемы, организует уроки, а учащиеся запоминают теоретический материал и самостоятельно открывают для себя логику взаимосвязи понятий.

Внутри системы логических приемов мышления существует строго определенная последовательность, один прием строится на другом. Можно выделить следующую последовательность:

- анализ;
- синтез;
- сравнение;
- классификация;
- обобщение;
- абстрагирование;
- конкретизация.

Занятия направлены на развитие форм мышления – понятие, суждение, умозаключение.

Цель – способствовать развитию логического мышления школьников посредством комплекса занятий с включением упражнений на умножение и деление.

Задачи:

- создание условий для формирования мыслительных операций анализ, синтез;
- создание условий для формирования мыслительных операций сравнение, классификация,
- создание условий для формирования мыслительных операций обобщение, абстракция, конкретизация;
- создание условий для развития основных форм мышления: понятие, суждение, умозаключение.

Методы для реализации занятий:

- словесные методы: дискуссия, беседа, объяснение;
- наглядные методы: демонстрация;
- практические методы: устные и письменные упражнения, графические упражнения.

При подготовке к урокам нужно подобрать такие приемы и методы работы, которые бы совершенствовали мыслительные способности учащихся и позволили бы мыслить продуктивно. Для формирования УУД в школе вводятся новые формы организации учебного процесса (урок как коллективное действие; учебное занятие; урок – мастерская; урок – консультация; урок – презентация; урок решения проектных задач и т.д.).

1. Тема «Округление чисел. Прикидка»

Цель:

- Научить учащихся округлять числа до заданной точности и осмысленно выбирать приближенные значения.
- Развивать логическое мышление через задачи, направленные на анализ условий, оценку приближений, сравнение величин и обоснование выбора округления.

1. Актуализация знаний и мотивация (5 минут)

Учитель:

- В жизни мы часто слышим выражения: «около пяти километров», «чуть меньше трех минут», «примерно 100 рублей». Зачем нам нужны такие прикидки?

– Сегодня мы попробуем понять, как такие приближенные значения возникают и как сделать их логически обоснованными.

2. Объяснение нового материала с акцентом на логические операции (10 минут)

Учитель:

- Посмотрите на отрезки $MN = 5,2$ см и $CD = 5,8$ см. Какое приближенное значение длины можно указать для каждого? (Работа с рисунками 74 и 75)

– Вспомним правило: если дробная часть $< 0,5$ – округляем вниз, $\geq 0,5$ – округляем вверх. Необходимо знать правило и понимать, почему оно работает.

Логический вывод. Учащиеся совместно с учителем выделяют ключевое:

– При округлении необходимо определить, насколько близко число к целому.

– Нужно сравнить разницу между числом и ближайшими целыми: например, 5,2 ближе к 5, чем к 6.

3. Практическое задание с логическим анализом (20 минут)

Учитель дает задание:

– Сейчас вы получите задачи, в которых надо не просто округлить, а объяснить, почему выбранное приближенное значение логично и верно.

Задание 1 (на анализ)

Число 5,245 нужно округлить:

а) до десятых,

б) до сотых.

Вопрос: Почему в первом случае ответ 5,2, а во втором – 5,25? Какие цифры повлияли на выбор округления?

Задание 2 (на сравнение и логическую оценку)

Два ученика округлили число 5,49:

– Петя сказал: «5»

– Аня сказала: «5,5»

Кто прав и почему? В каком случае можно принять оба ответа как приближенные?

Задание 3 (на причинно-следственные связи)

Маша покупает 4 тетради по 23,8 рубля. Она хочет заранее прикинуть общую сумму.

Какие два варианта округления цены возможны? Какое округление удобно в уме? А какое – точнее?

Задание 4 (на обобщение)

Числа 12,97 м, 13,45 м и 13,02 м – высоты деревьев.

а) Округлите каждое до целого числа.

б) Найдите среднюю округленную высоту.

в) Какая логическая ошибка может возникнуть, если округлять до вычислений, а не после?

4. Обсуждение и формулирование выводов (5–7 минут)

Учитель с учениками обсуждают:

– В каких задачах округление помогло, а где могло исказить результат?

– Почему логически необходимо сначала оценить число, а уже потом округлять?

– Какие критерии «близости» мы использовали в своих рассуждениях?

5. Закрепление с логическим выбором (5 минут)

Мини-игра:

Ученикам предлагается ряд чисел (например, 7,49; 7,51; 6,44; 6,46) – они должны:

– указать, до какого целого каждое число округляется;

– аргументировать причину и сравнивать разницу с ближайшими целыми.

Домашнее задание:

Составить по два примера, где округление:

а) привело к верному приближению;

б) могло исказить суть расчета.

(например: округление расстояния в карте, округление стоимости товара, веса и др.)

2. Тема «Умножение десятичных дробей на натуральное число»

Цель –

– Научить учащихся умножать десятичные дроби на натуральные числа с учетом правильного представления чисел и выполнения операций.

– Развить логическое мышление через анализ числовых взаимосвязей, правильный выбор способов действий и обоснование решений.

1. Введение. Мотивация (5 минут)

Учитель:

– В реальной жизни часто приходится умножать числа, имеющие десятичную дробную часть. Цена одного товара, длина или масса – все эти величины могут быть представлены в виде десятичных дробей. Как быстро и удобно посчитать общую сумму или общее количество? Для этого нам нужно научиться умножать десятичные дроби на натуральные числа.

Цель урока – научиться правильно выполнять такие операции и разобрать, как округлять числа и делать расчеты с точностью.

2. Объяснение нового материала (10 минут)

Учитель:

– Для умножения десятичной дроби на натуральное число нужно сначала умножить число как целое (игнорируя запятую), а затем правильно вернуть запятую в ответ с учетом сколько цифр после запятой было в исходном числе.

– Обратите внимание на задачу, на которой будем работать:

Сторона квадратного платка равна 1,14 м. Сколько квадратных метров ткани потребуется для его обшивки?

Учитель записывает на доске:

$$1,14 \cdot 4 = ?$$

Объяснение:

– В данном примере 1,14 – это десятичная дробь, а 4 – натуральное число. Мы умножаем, игнорируя запятую, то есть умножаем 114 на 4.

$$114 \cdot 4 = 456$$

– Теперь возвращаем запятую в ответ. В числе 1,14 после запятой две цифры, в ответе будет две цифры после запятой.

$$456 \rightarrow 4,56$$

Ответ: 4,56 квадратных метра ткани.

3. Практическое задание с логическим анализом (20 минут)

Учитель:

– Сделаем несколько заданий, в которых нужно правильно умножить и логически обосновать, почему мы ставим запятую именно в таком месте.

Задание 1

Магазин продает ткань длиной 2,5 метра. Сколько ткани нужно для 7 таких покупок?

1. Умножьте 2,5 на 7.
2. Оцените, почему запятая будет стоять именно после первой цифры справа.

Задание 2

Водитель автомобиля за один день проезжает 123,6 километра. Сколько километров он проедет за 5 дней?

1. Умножьте 123,6 на 5.
2. Почему для выполнения этого умножения необходимо правильно расположить запятую в результате?

Задание 3 (для практики)

Цены на товар: 0,87 рублей за одну штуку. Какую сумму придется заплатить за 20 таких товаров?

1. Умножьте 0,87 на 20.
2. Объясните, как вы нашли число после запятой.
4. Обсуждение и выводы (5 минут)

Учитель:

– Необходимо правильно вернуть запятую в ответе. Запятая в десятичной дроби показывает, насколько число близко к целому. Когда мы умножаем на натуральное число, мы меняем размерность числа, но структура дробной части остается неизменной.

Вопрос для обсуждения:

– Почему нужно учитывать количество цифр после запятой в обоих множителях при возвращении запятой?

5. Закрепление материала (5 минут)

Учитель предлагает дополнительную задачу:

– Мы изучили основные моменты, попробуем решить задачу со сложными числами:

Например, 3,145 умножить на 100.

1. Умножьте 3145 на 100 и верните запятую.
2. Почему в данном примере мы должны переместить запятую на два знака вправо?

Домашнее задание:

– Решите задачи на умножение десятичных дробей на натуральные числа из учебника (параграф 41). Выполните 3 задачи с разными количествами цифр после запятой.

3. Тема «Деление десятичных дробей на натуральное число»

Цель – научить делить десятичную дробь на натуральное число, формировать логические действия по анализу, выбору способа и обоснованию результата.

Учитель:

Ребята, сегодня у нас необычный урок. Мы научимся делить десятичные дроби на натуральные числа и попробуем сделать это, как настоящие исследователи.

Ситуация для размышления:

Ученикам предлагается задача из жизни:

«Ансамбль народного танца сшил 9 костюмов из 20,7 метров ткани. Сколько ткани ушло на один костюм?»

Учитель:

Как бы вы решили эту задачу?

(Ожидаются варианты: делить 20,7 на 9; перевести в дм и т. д.)

Проблемный вопрос: Почему мы можем сначала отбросить запятую, поделить 207 на 9, а потом снова поставить ее? Объясните своими словами, не повторяя правило из учебника.

Учитель записывает два способа:

1. Деление $207 : 9 \rightarrow$ потом запятая
2. Деление $20,7 : 9$ «в лоб»

Цель – обучающиеся формулируют логику: «мы временно работаем с целыми, чтобы упростить вычисление, а запятая возвращается, как только делим целую часть».

Логическая задача:

Ученик получил частное 0,73 при делении 2,92 на 4. Как он это сделал?

Вопрос: Почему результат начинается с нуля?

Обсуждение: роль «нуля перед запятой», понятие «меньше делимого» и «начало частного».

Практика с логикой:

Упражнение:

– Сравните и объясните, не считая:

а) $0,78 \div 10$

б) $7,8 \div 100$

в) $78 \div 1000$

Задача: Найди, какое из них больше и почему.

Один из учеников объясняет с опорой на передвижение запятой.

Рефлексия:

– Что запомнилось?

– Какие шаги помогали не ошибиться?

– Где приходилось думать и делить?

Вывод учителя: Вы сегодня делили дроби и анализировали, предполагали и объясняли. Именно так развивается логическое мышление. И именно так думает математик.

4. Тема «Умножение на десятичную дробь»

Цель – научить умножать десятичные дроби, использовать логику для понимания связи между операциями, развивать умение делать выводы.

Задача: Кожистая черепаха ползет со скоростью 9,4 км/ч. Сколько она проползет за:

а) 4 ч

б) 0,1 ч

в) 0,4 ч?

Обсуждение:

- Что значит «в 10 раз меньше»?
- Почему путь короче, если время меньше?
- Как получить 0,94, если делишь 9,4 на 10?

Логический вывод:

Умножение на 0,1 – это деление на 10.

Запятая сдвигается влево на одну позицию. Почему?

Упражнение на догадку:

Умножение без вычисления:

- Сравни $2,45 \cdot 0,1$ и $2,45 \div 10$. Что ты заметил?
- А если $3,2 \cdot 0,01$? Где будет запятая? Почему?

Ученики формулируют правило: «При уменьшении числа чем меньше множитель, тем больше сдвиг запятой влево».

Обратная логика:

Кассовый чек:

В чеке указано:

Яблоки – $70,30 \cdot 0,608 = 42,74$

Вопрос:

- Что обозначают числа?
- Почему произведение не 422,58, если просто перемножить?
- Почему нужно «отделить» три цифры запятой? Объясни ход действий без калькулятора.

Логическая задача на замену:

Заменим умножение $9,4 \cdot 0,4$ на $94 \cdot 4 = 376$.

Вопрос: Почему надо потом уменьшить в 100 раз?

Ученики анализируют:

- Было два множителя с одной цифрой после запятой.
- Значит, в результате должно быть две цифры после запятой.

Закрепляющая задача:

Ученик перемножил $0,087 \cdot 0,01$ и получил 87.

- Объясни, где ошибка.
- Как правильно посчитать?
- Где должна быть запятая и почему?

Рефлексия:

- В каких задачах приходилось думать и считать?
- Что общего между умножением и делением на 10, 100?
- Что помогает не ошибиться с запятой?

5. Тема «Деление на десятичную дробь»

Цель – научить делить десятичные дроби, развивать логическое мышление и умение делать выводы.

Задача:

На поле площадью 4,25 га собрали 201,45 ц пшеницы. Как узнать урожайность с 1 га?

Обсуждение:

- Что значит деление 201,45 на 4,25?
- Почему проще перевести гектары в ары ($4,25 \text{ га} = 425 \text{ а}$) перед делением?
- Что происходит с числом, если умножить делимое и делитель на 100?
- Почему результат деления не меняется?

Логический вывод. Для деления десятичной дроби на десятичную дробь можно одновременно перенести запятую вправо в делимом и делителе на одинаковое число знаков и разделить полученные натуральные числа.

Упражнения для развития логического мышления:

Задача 1

На первом поле площадью 3,6 га собрали 172,8 ц пшеницы, а на втором – 4,5 га – 216 ц. На каком поле урожайность выше? Объясни, как ты это понял.

Задача 2

Разделите 18,75 на 0,25 двумя способами:

- а) умножить 18,75 на 4,
- б) перенести запятую вправо в делимом и делителе на 2 знака и разделить полученные числа.

Какой способ правильный?

Задача 3

Если при делении на десятичную дробь меньше 1 число увеличивается, а при делении на десятичную дробь больше 1 – уменьшается, придумай пример деления, где частное равно 10, и объясни почему.

Задача 4

Реши уравнение: $0,84 : x = 7$. Какое число стоит вместо x ? Что будет с частным, если увеличить x в 2 раза?

Практическое задание:

Выполни деление и объясни ход действий без калькулятора:

- а) $4,674 : 1,23$
- б) $27,5 : 0,625$
- в) $3,4673 : 0,001$

Рефлексия:

- Что нового ты понял о делении десятичных дробей?
- Как перенос запятой помогает упростить вычисления?
- Почему необходимо уметь представлять деление десятичных дробей как деление натуральных чисел?
- В каких задачах пришлось применять логику, а не только вычисления?

6. Тема «Среднее арифметическое»

Цель – научить понимать и вычислять среднее арифметическое, развивать умение анализировать данные и делать выводы.

Мотивационная задача:

Три девочки собрали клубнику: 8 кг, 9 кг и 4 кг. Они решили поделить клубнику поровну. Сколько килограммов досталось каждой?

Обсуждение:

- Как узнать, сколько всего клубники собрали девочки?
- Почему надо разделить сумму на 3?
- Что такое среднее арифметическое?
- В каких жизненных ситуациях можно использовать среднее арифметическое?

Логический вывод. Среднее арифметическое – это сумма нескольких чисел, деленная на количество этих чисел. Оно помогает найти «среднее значение» величины.

Задачи и задания:

Задача 1

Катамаран плыл 4 часа со скоростью 16,1 км/ч и 3 часа со скоростью 15,4 км/ч. Какова средняя скорость катамарана? Объясни среднее арифметическое скоростей здесь не $(16,1 + 15,4) : 2$.

Задача 2

Ученик получил за три контрольные работы оценки: 5, 4 и 3.

- а) Найди средний балл ученика.
- б) Как изменится средний балл, если следующая оценка будет 5?
- в) Что означает средний балл? Ученик всегда учится именно на эту оценку?

Задача 3

В классе измеряли температуру воздуха в августе: 19,1 °С, 18,9 °С, 19,5 °С, 18,7 °С, 19,3 °С. Найдите среднюю температуру за месяц. Что можно сказать о погоде в этом месяце?

Задача 4

В группе детей средний рост – 140 см. Воспитатель взял трех новых детей с ростом 135, 142 и 138 см. Как изменится средний рост в группе? Покажи вычисления.

Практическое задание:

Сравните два способа нахождения средней скорости:

а) найти общее расстояние и общее время, затем разделить расстояние на время;

б) найти среднее арифметическое скоростей.

В каких случаях каждый способ применим?

Рефлексия:

– Что показывает среднее арифметическое?

– Когда среднее арифметическое может вводить в заблуждение?

– В каких жизненных ситуациях среднее арифметическое помогает принимать решения?

– Как среднее арифметическое связано с понятием справедливого распределения?

7. Тема «Проценты»

Цель – познакомить учащихся с понятием процента, научить переводить числа в проценты и наоборот, развивать умение решать задачи с процентами и анализировать данные.

Мотивационная задача:

Издательство выпустило 1500 книг, из них 45% – новинки. Сколько новинок выпустили?

Обсуждение:

– Что значит «45%»?

– Как найти 1% от 1500?

– Как найти 45% от 1500?

– Почему 1500 – это 100%?

Логический вывод. Процент – это сотая часть числа. Для нахождения процента от числа нужно разделить это число на 100 и умножить на количество процентов.

Задачи и задания:

Задача 1

В классе 40 учеников. 16 учеников выполнили нормы ГТО и составляет 40%.

- Сколько всего учеников в классе?
- Если бы 50% учеников выполнили нормы, сколько бы это было?

Задача 2

В лесу 1600 деревьев, из них 528 – ели.

- Какой процент составляют ели?
- Если число елей увеличить на 100, изменится ли процент?

Задача 3 (логическая)

Магазин получил скидку 25% на товар стоимостью 1200 рублей.

- Какова сумма скидки?
- Какая цена товара после скидки?
- Если цена после скидки 900 рублей, верна ли скидка 25%?

Задача 4 (исследовательская)

В магазине на полках стоят 200 товаров. 30% из них – игрушки.

- Сколько игрушек на полках?
- Если добавить 50 новых игрушек, как изменится процент игрушек?
- Нужно ли пересчитывать процент после добавления новых товаров?

Практическое задание:

Переведи в проценты и обратно:

- а) 0,25
- б) 1,2
- в) 0,005
- г) 3,5

Рефлексия:

- В каких ситуациях нам необходимо знать проценты?
- Почему проценты удобны для сравнения разных величин?
- Как можно проверить правильность вычисления процентов?
- Что происходит с числом при увеличении и уменьшении процента?

8. Тема «Делители и кратные»

Цель урока:

1. Ознакомить учеников с понятием делителей и кратных.

2. Научить находить делители чисел и определять кратность чисел.
3. Развивать навыки логического мышления через решение задач.

Мотивационная задача:

20 яблок нужно разделить между 4 ребятами и 6 ребятами.

- Сколько яблок получит каждый из 4 ребят?
- Сколько яблок получит каждый из 6 ребят?
- Почему для 4 ребят яблок хватает, а для 6 – нет?

Обсуждение:

- Почему 4 яблока – делитель 20, а 6 – нет?
- Что происходит, когда остаток не равен нулю?
- Как проверить, является ли число делителем другого числа?

Логический вывод. Делитель – это число, на которое можно разделить другое число без остатка. Кратное – это число, которое делится на другое число без остатка.

Например:

- Число 4 является делителем числа 20, потому что 20 делится на 4 без остатка.
- Число 6 не является делителем числа 20, потому что при делении 20 на 6 остается остаток.

Задачи и задания:

Задача 1

- Какие числа являются делителями числа 18?
- Решите, найдите все возможные делители числа 18.
- Составьте список чисел, кратных 18, начиная с самого малого.

Задача 2

Пачки с печеньем содержат по 6 штук в каждой.

- Сколько пачек нужно, чтобы собрать ровно 30 печений?
- А если нужно собрать 40 печений, сколько пачек потребуется?

Задача 3

Определите, является ли число 15 делителем числа 60.

- Почему да или почему нет?
- Найдите все делители числа 60.

Задача 4

Делитель и кратное в реальной жизни:

- В магазине есть коробки с 12 шоколадками. Сколько коробок нужно, чтобы получить 72 шоколадки?
- Сколько коробок нужно, чтобы получить 100 шоколадок, если они продаются только по 12 штук в коробке?

Задание на проверку делителей и кратных:

1. Число 10 – делитель какого числа?
2. Составьте 3 числа, которые кратны 5.
3. Какое число является наименьшим кратным числа 7 и 14?

Рефлексия:

- Как определить, является ли одно число делителем другого?
- В каких ситуациях может пригодиться знание о делителях и кратных чисел?
- Какие примеры из жизни можно привести для делителей и кратных?

Подведение итогов:

- Делители – это те числа, на которые делится данное число без остатка.
- Кратные – это числа, которые делятся на данное число без остатка.
- Найти делители числа можно, проверяя все числа от 1 до этого числа.
- Число всегда делится на себя и на 1.

9. Тема «Признаки делимости на 10, на 5 и на 2»

Цель урока:

1. Познакомить учеников с признаками делимости чисел на 10, 5 и
- 2.

2. Научить быстро определять делимость чисел по их последней цифре.

3. Развивать внимание к цифрам и умение делать логические выводы.

Мотивационная задача:

Посмотрите на числа: 280, 283, 60, 875, 872, 84, 85, 509.

- Какие из них делятся на 10 без остатка?
- Какие делятся на 5?
- Какие четные, а какие нечетные?

Обсуждение:

- Почему число 280 делится на 10, а 283 – нет?
- Какие цифры в конце числа говорят о делимости на 5?
- Как определить, четное ли число, глядя только на последнюю

цифру?

Логический вывод:

- Признак делимости на 10:

Число делится на 10 без остатка, если его последняя цифра – 0.

Пример: $280 : 10 = 28$.

- Признак делимости на 5:

Число делится на 5 без остатка, если его последняя цифра – 0 или 5.

Пример: 60 и 875 делятся на 5, а 872 – нет.

- Признак делимости на 2 (четность):

Число делится на 2, если его последняя цифра – четная (0, 2, 4, 6, 8).

Если последняя цифра нечетная – число нечетное.

Пример: 84 – четное, 85 – нечетное.

Задачи и задания:

Задача 1

Определите, делятся ли следующие числа на 10, на 5 и на 2:

- 450
- 1235

- 718
- 290
- 537

Задача 2

Для каждого из чисел скажите, является ли оно четным или нечетным:

- 62
- 19
- 400
- 357
- 128

Задача 3

Найдите остаток при делении чисел на 10:

- 237
- 490
- 1281
- 500
- 783

Задача 4 (логическая)

Объясните, почему число, заканчивающееся на 0, обязательно делится и на 2, и на 5, и на 10.

Самостоятельная работа:

1. Назовите 5 чисел, которые делятся на 10.
2. Придумайте 3 числа, которые делятся на 5, но не делятся на 10.
3. Придумайте 3 нечетных числа.
4. Объясните, почему все четные числа заканчиваются на 0, 2, 4, 6 или 8.

Рефлексия:

- Как можно быстро определить, делится ли число на 2, 5 или 10?
- Почему мы смотрим только на последнюю цифру?

- Как эти знания могут пригодиться в повседневной жизни (например, при делении денег, упаковок)?

Итог: Признаки делимости на 10, 5 и 2 очень просты и позволяют быстро определить, на какие числа делится заданное число без остатка, просто посмотрев на последнюю цифру.

10. Тема «Признаки делимости на 9 и на 3»

Цель – Научиться определять, делится ли число на 9 или на 3 без остатка, используя сумму цифр числа, и развивать логическое мышление при решении задач.

Объяснение нового материала:

Посмотрим на число 846. Нужно понять, делится ли оно на 9.

Вспомним, что число состоит из цифр: 8, 4 и 6.

Сложим цифры:

$$8 + 4 + 6 = 18.$$

Теперь посмотрим: делится ли 18 на 9? Да, $18 : 9 = 2$ – без остатка.

Значит, число 846 тоже делится на 9.

Правило:

Если сумма цифр числа делится на 9, то и само число делится на 9.

То же самое работает для делимости на 3. Если сумма цифр делится на 3, то число делится на 3.

Примеры:

1. Число 76 455

Сумма цифр: $7 + 6 + 4 + 5 + 5 = 27$.

27 делится на 9 $\rightarrow$ 76 455 делится на 9.

2. Число 51 634

Сумма цифр: $5 + 1 + 6 + 3 + 4 = 19$.

19 не делится на 9 $\rightarrow$ 51 634 не делится на 9.

Практические задания:

1. Проверьте, делится ли число 729 на 9 и на 3.
2. Проверьте делимость числа 12345 на 9 и на 3.

3. Найдите, делится ли число 3456 на 3 и на 9.
4. Определите, делится ли число 888 на 9 и на 3.

Логические задачи:

Задача 1

У Пети есть число, сумма цифр которого равна 18. Может ли это число делиться на 9? Объясните, почему.

Задача 2

В сумме цифр числа 27. Делится ли это число на 3? На 9? Объясните свой ответ.

Задача 3

Какое наименьшее число, сумма цифр которого равна 9, делится на 9?

Задача 4

Сумма цифр двух чисел равна 12 и 15 соответственно. Какие из этих чисел обязательно делятся на 3, на 9?

Вопросы для самопроверки:

- Как определить, делится ли число на 9?
- Как определить, делится ли число на 3?
- Что общего в признаках делимости на 3 и на 9?
- Может ли число делиться на 3, но не делиться на 9?

Итог: Вы научились быстро проверять делимость чисел на 9 и 3, используя сумму цифр. Логические задачи помогут вам лучше понять свойства чисел и развить математическое мышление.

11. Тема «Простые и составные числа»

Цель урока – познакомиться с понятиями простых и составных чисел, научиться определять, к какому типу относится число, и развивать логическое мышление.

Объяснение нового материала:

Рассмотрим число 7. Оно делится только на 1 и на само себя – 7. Значит, у числа 7 всего два делителя: 1 и 7.

А теперь число 9. У него три делителя: 1, 3 и 9.

Число 18 имеет еще больше делителей: 1, 2, 3, 6, 9 и 18.

Числа, у которых двух делителей, называются составными.

Числа, которые делятся только на 1 и на само себя, называются простыми.

Особый случай – число 1. Оно имеет только один делитель – само себя, поэтому не считается ни простым, ни составным.

Примеры простых чисел:

Первые десять простых чисел:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Пример составного числа:

Число 78 – составное, потому что у него есть делители помимо 1 и 78, например 2:

$$78 : 2 = 39, \text{ значит } 78 = 2 \cdot 39.$$

Называется разложением числа на множители.

Практические задания:

1. Определите, является ли число 13 простым или составным. Обоснуйте ответ.

2. Найдите все делители числа 24. Является ли оно простым или составным?

3. Разложите число 45 на множители.

4. Найдите, является ли число 1 простым или составным. Объясните почему.

Логические задачи:

Задача 1

Можно ли разложить число 17 на два множителя, оба больше 1?

Почему?

Задача 2

Если число делится на 2 и на 3, может ли оно быть простым?

Объясните.

Задача 3

Найдите все простые числа, меньшие 20.

Задача 4

Число разделили на два множителя, один из которых равен 1. Какое это число и что оно значит для определения простоты числа?

Вопросы для самопроверки:

- Что такое простое число?
- Что такое составное число?
- Почему число 1 не считается ни простым, ни составным?
- Как разложить составное число на множители?

Итог: Сегодня вы познакомились с простыми и составными числами. Теперь вы умеете находить делители чисел и определять, простое ли число. Логические задачи помогут вам лучше понять свойства чисел и развить математическое мышление.

12. Тема «Разложение на простые множители»

Цель урока – научиться разлагать составные числа на простые множители, используя признаки делимости.

Объяснение нового материала:

Рассмотрим число 210. Оно равно произведению чисел 21 и 10:

$$210 = 21 \cdot 10.$$

Числа 21 и 10 – составные, их тоже можно разложить на множители:

$$21 = 3 \cdot 7,$$

$$10 = 2 \cdot 5.$$

Тогда:

$$210 = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5.$$

Все множители – простые числа. Значит, число 210 разложено на простые множители.

Можно получить такое же разложение и другим способом:

$$210 = 30 \cdot 7 = 10 \cdot 3 \cdot 7 = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7.$$

Часто простые множители записывают в порядке возрастания:

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Пример разложения числа 756:

1. 756 делится на 2, так как оканчивается на 6 (четная цифра).

$$756 : 2 = 378.$$

2. 378 тоже делится на 2.

$$378 : 2 = 189.$$

3. 189 не делится на 2 (оканчивается на нечетную цифру), но делится на 3, так как сумма цифр ($1 + 8 + 9 = 18$) делится на 3.

$$189 : 3 = 63.$$

4. 63 делится на 3:

$$63 : 3 = 21.$$

5. 21 делится на 3:

$$21 : 3 = 7.$$

6. 7 – простое число, делим на 7:

$$7 : 7 = 1.$$

Значит, разложение числа 756:

$$756 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7.$$

Практические задания:

1. Разложите число 360 на простые множители.
2. Найдите простые множители числа 420.
3. Разложите на простые множители число 990.
4. Проверьте, является ли число 97 простым (объясните, почему).

Логические задачи:

Задача 1

Почему при разложении числа на простые множители не учитывается порядок множителей?

Задача 2

Если число делится на 2 и на 3, что можно сказать о его простоте?

Задача 3

Число 84 разложили на простые множители. Какие множители получатся? Можно ли использовать признак делимости на 2 и 3 для облегчения разложения?

Задача 4

Можно ли разложить простое число на простые множители? Объясните причину.

Итог: Сегодня мы научились разлагать составные числа на простые множители и поняли, что это всегда возможно и дает уникальный набор простых чисел (множителей). Знание признаков делимости помогает быстро находить множители.

Таким образом, комплекс занятий по математике для учащихся 5–6 классов направлен на развитие логического мышления – умения системно анализировать информацию, выявлять причинно-следственные связи и строить обоснованные выводы. В основе комплекса лежит формирование умственных операций: классификации, сравнения, обобщения и абстрагирования для решения учебных и практических задач.

2.3. Результаты апробации комплекса задач и заданий, направленных на развитие логического мышления обучающихся

После проведения формирующего этапа эксперимента был проведен контрольный этап эксперимента. Его цель – проверка эффективности разработанного комплекса. На этом этапе применяли те же методики, что и в ходе констатирующего эксперимента. Диагностика проводилась как с детьми экспериментальной группы, так и контрольной.

Сводные результаты контрольного этапа исследования в экспериментальной и контрольной группах представлены в Приложении 2.

Сравнение уровней развития абстрактно-логического мышления у детей экспериментальной группы на констатирующем и контрольном этапах

исследования (методика «Исключение лишнего») представлено на рисунке 7 и рисунке 8.

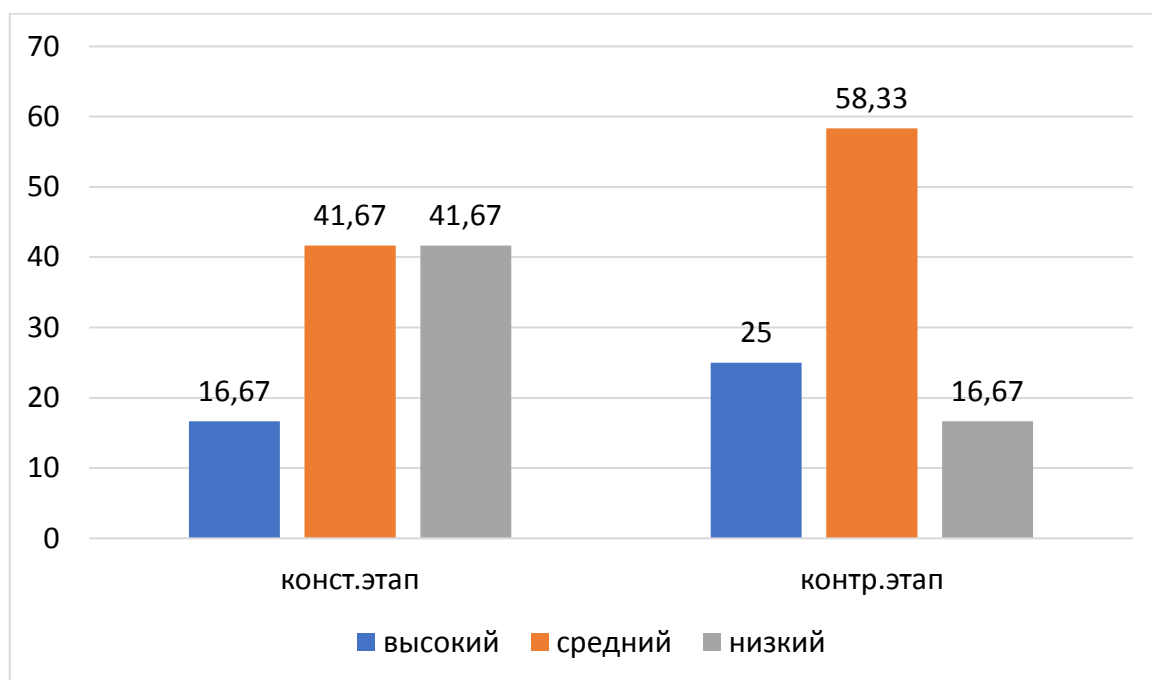


Рисунок 7 – Сравнение уровней развития абстрактно-логического мышления у детей экспериментальной группы на констатирующем и контрольном этапах исследования (методика «Исключение лишнего»)

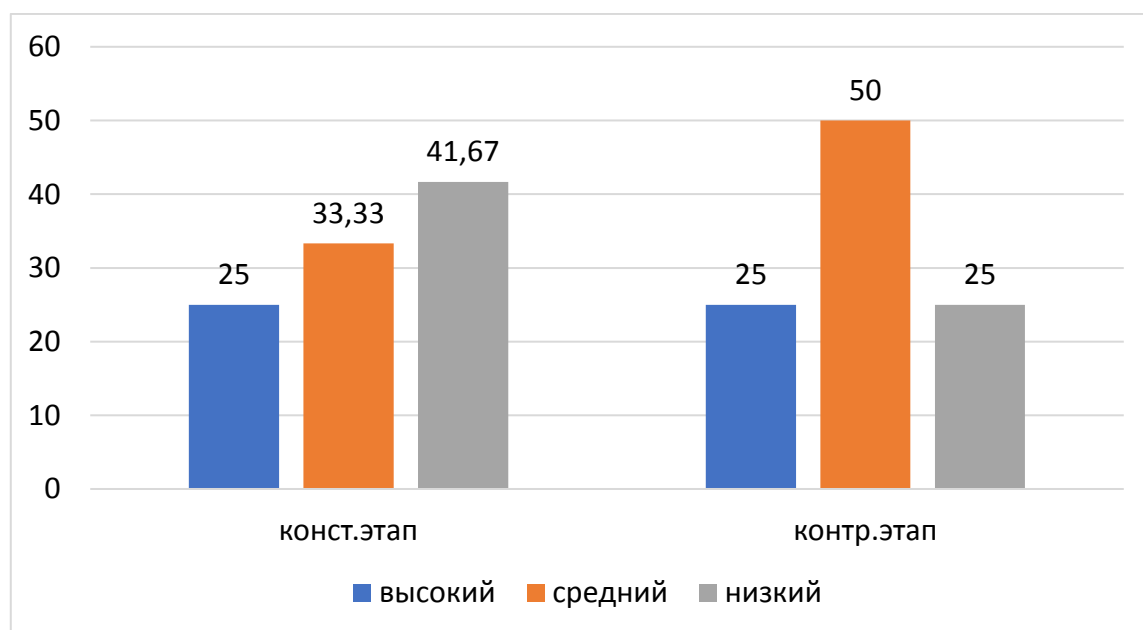


Рисунок 8 – Сравнение уровней развития абстрактно-логического мышления у детей (методика «Исключение лишнего») в контрольной группе

Таким образом, по методике «Исключение лишнего» в экспериментальной группе увеличилось количество детей с высоким уровнем абстрактно-логического мышления (с 16,67% до 25%), вырос средний уровень (с 41,67% до 58,33%) и снизилось число учащихся с низким уровнем (с 41,67% до 16,67%). В контрольной группе изменения практически не наблюдаются: высокий уровень остался на уровне 25%, средний – около 50%, низкий – 25%. Результат диагностики говорит о способности детей к обобщению, строить умозаключения.

Сравнение уровней развития логичности и гибкости мышления детей (методика «Простые аналогии») представлено на рисунке 9 и рисунке 10.

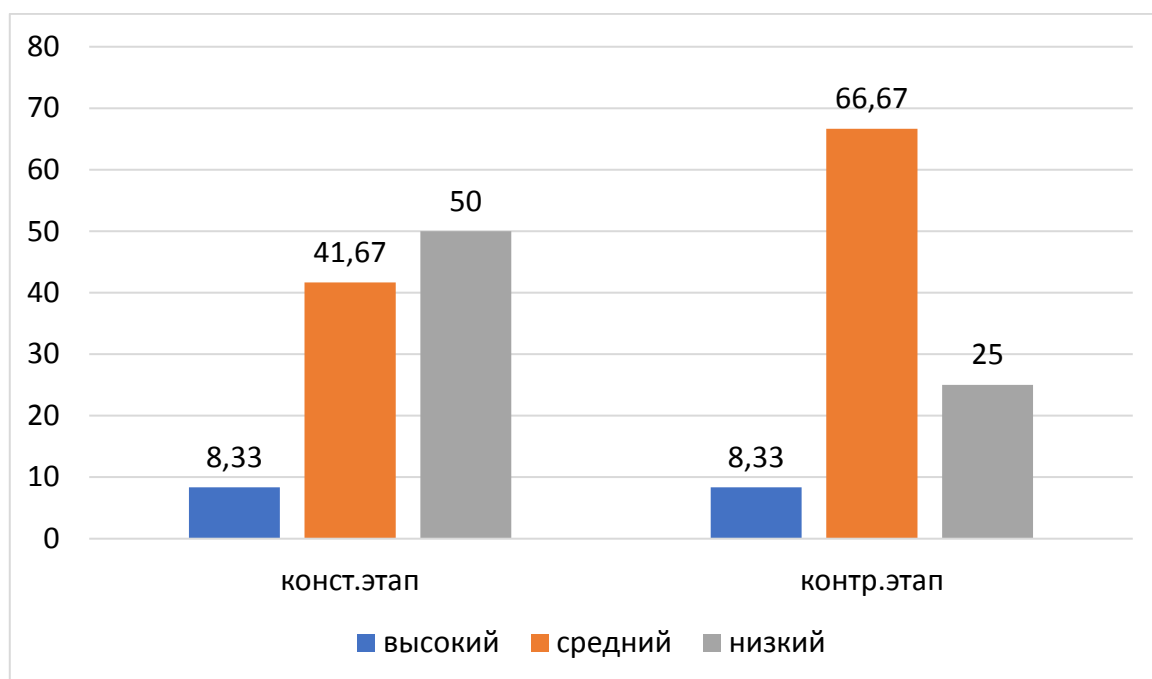


Рисунок 9 – Сравнение уровней развития логичности и гибкости мышления детей (методика «Простые аналогии») в экспериментальной группе

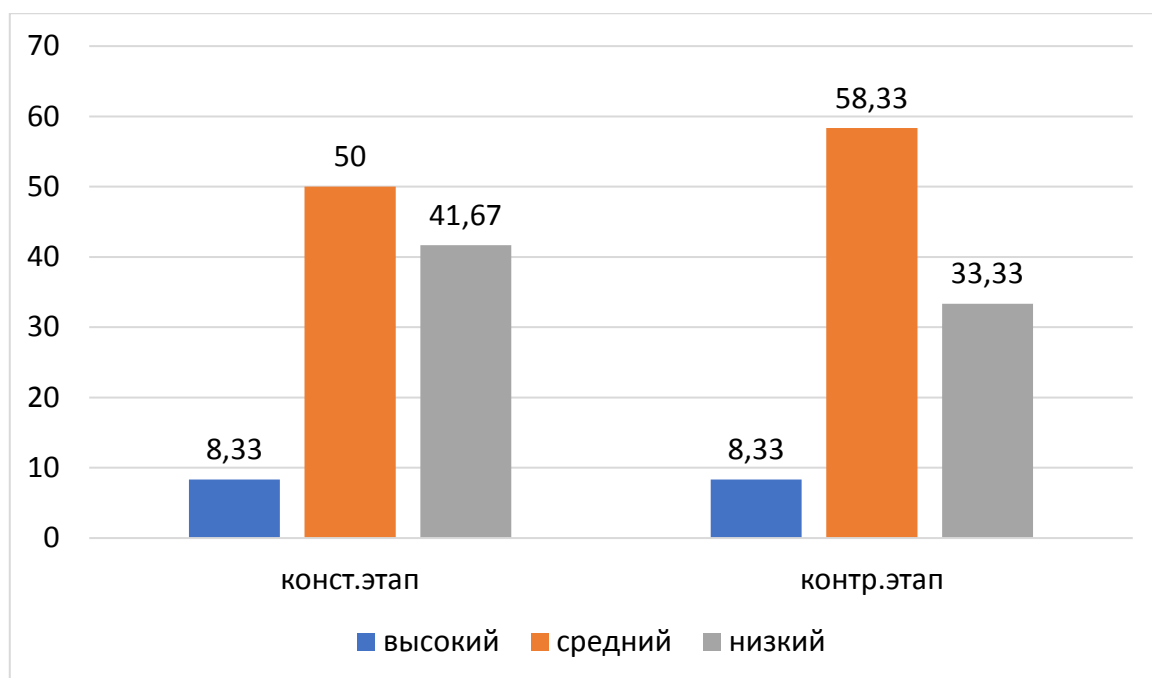


Рисунок 10 – Сравнение уровней развития логичности и гибкости мышления детей (методика «Простые аналогии») в контрольной группе

Полученные результаты позволяют судить о логичности и гибкости мышления у детей экспериментальной и контрольной групп.

Таким образом, по методике «Простые аналогии» в экспериментальной группе сохраняется прежнее количество учащихся с высоким уровнем (8,33%), но заметно увеличилось число тех, кто справился с заданием при поддержке учителя (с 41,67% до 66,67%), а количество не справившихся снизилось с 50% до 25%. В контрольной группе изменения незначительны: высокий уровень остаётся на прежнем уровне (8,33%), средний немного увеличился, а низкий уровень уменьшился с 41,67% до 33,33%.

Сравнение уровней развития мышления (методика «Последовательность событий») представлено на рисунке 11 и рисунке 12.

Полученные данные позволяют судить о способности детей к обобщению, умению понимать связь событий и строить умозаключения.

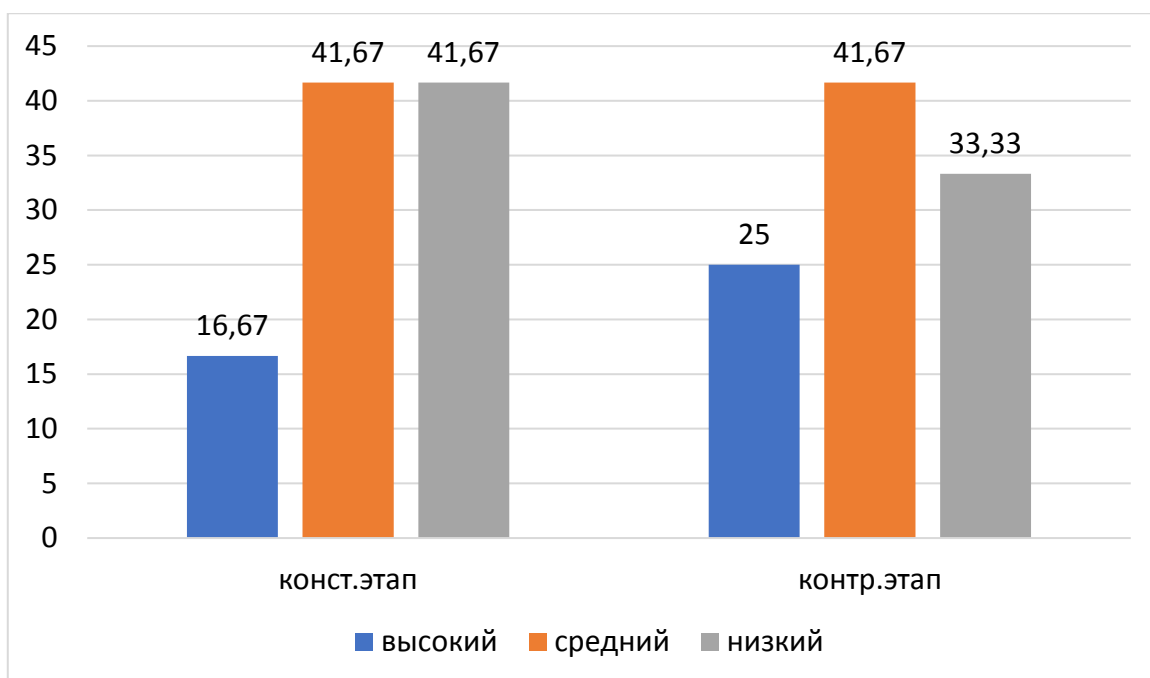


Рисунок 11 – Сравнение уровней развития мышления (методика «Последовательность событий») в экспериментальной группе

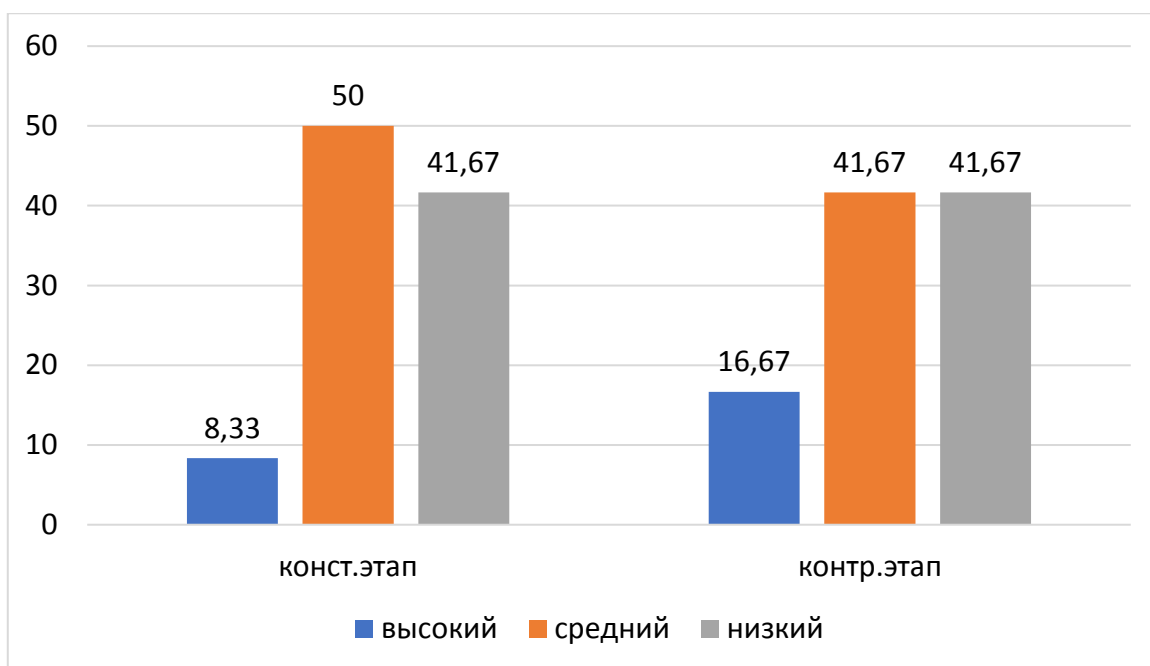


Рисунок 12 – Сравнение уровней развития мышления (методика «Последовательность событий») в контрольной группе

По методике «Последовательность событий» в экспериментальной группе высокий уровень увеличился с 16,67% до 25%, а низкий уровень снизился с 41,67% до 33,33%. В контрольной группе изменения минимальны:

высокий уровень вырос с 8,33% до 16,67%, а количество учащихся с низким уровнем осталось прежним (41,67%)

Таким образом, результаты апробации уроков математики показывают положительные изменения в экспериментальной группе. После формирующего эксперимента увеличилось количество учащихся с высоким и средним уровнем логического мышления по методикам «Исключение лишнего», «Простые аналогии» и «Последовательность событий». В контрольной группе изменений практически не наблюдалось.

Выводы по второй главе

В исследовании, проведенном в МБОУ «Школа №12» г. Ачинска с 24 учениками 5-6 классов, выявлен исходный уровень логического мышления школьников. Использование методик «Исключение лишнего», «Простые аналогии» и «Последовательность событий» позволило оценить способности к обобщению, абстрагированию и построению логических связей. Экспериментальная и контрольная группы имеют в основном низкий уровень развития логического мышления.

Разработанный комплекс математических заданий для 5-6 классов способствует развитию логического мышления, необходимого для самостоятельного и осознанного усвоения материала. Необходимо развитие анализа, синтеза, сравнения и обобщения через разнообразные дидактические приемы.

Проведенный контрольный эксперимент подтвердил, что применение разработанных уроков способствует улучшению логического мышления у учащихся экспериментальной группы. Наблюдается рост числа детей с высоким и средним уровнем развития логического мышления, улучшение навыков анализа и построения последовательных рассуждений. В контрольной группе изменения оказались незначительными.

Заключение

Специфика обучения математике в современной школе отражает вызовы и возможности в образовательном процессе. Сегодняшняя система сталкивается с необходимостью учитывать значительные индивидуальные различия учащихся – по уровню подготовки, темпу восприятия и стилю мышления. Необходим переход к дифференцированному и адаптивному обучению, способствующему развитию у каждого ученика интеллектуальной самостоятельности и творческого мышления. Современный учитель становится организатором среды.

Логическое мышление является ключевым образовательным результатом в обучении математике, определяющим качество усвоения предметного материала и формирование универсальных учебных действий, необходимых для успешной адаптации в современном обществе.

Использование инновационных методов обучения, ориентированных на развитие логических операций, существенно способствует повышению мотивации учащихся. Применение дидактических игр и занимательного материала позволяет закреплять усвоенные знания и стимулировать творческий потенциал, формировать у детей умение анализировать, синтезировать и обобщать информацию.

Исследование, проведенное на базе МБОУ «Школа №12» г. Ачинска с участием 24 учащихся 5-х классов, позволило оценить исходный уровень развития логического мышления у школьников. Использование методик «Исключение лишнего», «Простые аналогии» и «Последовательность событий» обеспечило всесторонний анализ различных сторон логического мышления – способности к обобщению и абстрагированию, установлению логических связей, построению последовательных умозаключений. Результаты диагностики продемонстрировали, что экспериментальная и контрольная группы имеют сопоставимый уровень развития логичности и гибкости мышления. Организация эксперимента с учетом возрастных и

психологических особенностей учащихся, соблюдение единых условий проведения обеспечили достоверность и объективность полученных данных.

Комплекс задач и заданий по математике для развития логического мышления у обучающихся 5-6 классов представляет собой эффективное средство формирования у школьников умственных операций и навыков, необходимых для самостоятельного мышления и осмысленного усвоения учебного материала. Необходимо учитывать предметные знания и развивать умения анализа, синтеза, сравнения, классификации, обобщения и абстрагирования. Использование разнообразных дидактических приемов способствует вовлечению детей в познавательную деятельность, стимулирует их творческое и критическое мышление.

После проведения формирующего этапа эксперимента дети из экспериментальной группы продемонстрировали улучшение показателей логического мышления, способности строить последовательные умозаключения и обобщать информацию. Увеличилось число учащихся с высоким и средним уровнем развития по методике «Исключение лишнего», а количество детей с низким уровнем уменьшилось. Выраженные изменения в лучшую сторону наблюдались по методикам «Простые аналогии» и «Последовательность событий». В контрольной группе изменений данных показателей практически не произошло. Тем самым результаты проведенного исследования подтверждают эффективность предложенного комплекса уроков по развитию логического мышления.

Таким образом, цель работы достигнута, задачи решены, гипотеза доказана.

Список использованных источников

1. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».
2. Архангельская М. В., Архангельский А. И., Берков Н. А. Цифровизация образования и преподавание математики в вузе // Теория и практика проектного образования. 2021. №. 1 [17]. С. 08-09.
3. Базуева А. В. Структурные особенности модели формирования готовности студентов к проектно-исследовательской деятельности в системе математического образования // Педагогика и просвещение. 2023. №. 2. С. 30-37.
4. Беседина Е. Ю., Калатози В. В., Лавриненко А. В. Развитие логического мышления на уроках математики как основа повышения качества образовательного процесса // Инновационные механизмы и стратегические приоритеты научно-технического развития. 2022. С. 33-36.
5. Брянкина Н. Л. Задачи-сказки как средство развития логического мышления на уроках математики в средней школе // Вопросы науки и образования: новые подходы и актуальные исследования. 2021. С. 33-34.
6. Зенкина Ю. Е. Технология дополненной реальности и возможности ее использования при обучении информатике школьников // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2024. Т. 21. №. 4. С. 465-475.
7. Зимина Е. А., Маслова С. В. Развитие логического мышления школьников при решении задач // Психология и педагогика XXI века: актуальные вопросы, достижения и инновации. 2021. С. 287-289.
8. Ибрагимова Т. В., Булуева Ш. И., Местоева Е. А. Технологии формирования гражданской идентичности учащихся в ходе проектно-исследовательской деятельности // Проблемы современного педагогического образования. 2023. №. 81-2. С. 268-271.

9. Короткова М. Н., Мышова В. М. Применение проектно-исследовательской технологии при обучении математике // Технопарк универсальных педагогических компетенций. 2023. С. 166-169.
10. Лаврова С. А., Федорищева Е. С., Топоркова О. В. Формирование логического мышления на уроках математике в начальной школе // Потенциал устойчивого инновационного развития: концепции. 2024. С. 221.
11. Математика. 5 класс: учебник: в 2 частях / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков [и др.]. М.: Просвещение, 2021. Ч. 2. 159 с.
12. Математика. 6 класс. Учеб. для общеобразоват. организаций. В 2 ч. Ч. 1 / [Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, Л. А. Александрова]. М.: Просвещение, 2017. 159 с.
13. Пасюкевич А. А. Формирование навыков исследовательской деятельности обучающихся основной школы // Реализация ФГОС общего образования: лучшие практики, передовой опыт, организация наставничества. 2021. С. 43-46.
14. Пешкова И. В. Новая форма обучения-проектно-исследовательская деятельность // Диалог на равных. 2021. С. 89-92.
15. Подходова Н. С., Терентьева О. Ю. Критическое мышление: основные компоненты как основа его развития // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2023. Т. 17. №. 2. С. 71-76.
16. Пятибратова И. И. Методическое сопровождение исследовательской деятельности школьников в образовательном процессе по математике // Актуальные вопросы современной науки и образования: материалы Научной сессии 2022 Борисоглебского филиала ФГБОУ ВО «ВГУ»[Электронный ресурс].–М. 2022. С. 277.
17. Рыжова Л. В. Развитие логического мышления на уроках математики по ФГОС НОО // Фундаментальная и прикладная наука. 2022. С. 9-14.

18. Савельева Е. В., Здор Д. В., Федореева О. Е. Интерактивные методы обучения математике в вузе // Вестник педагогических наук. 2022. №. 3. С. 243-245.
19. Савина Л. Л. Игра как метод обучения на уроках математики // Финансовое просвещение детей дошкольного возраста через взаимодействие с родителями. 2023. Т. 30. С. 34.
20. Саяпина В. И. Индивидуальный проект как одна из форм организации исследовательской деятельности учащихся // Организация научно-исследовательской работы со студентами: сборник докладов и материалы международного методического семинара-практикума. Под общ. ред. ИС Николаевой. Южноуральск: ЮЭТ, 2022.–88 с. 2022. С. 67.
21. Смирнова О. Л. Интерактивная тетрадь как эффективное средство развития логических универсальных учебных действий школьников на уроках математики // Начальная школа: проблемы и перспективы, ценности и инновации. 2021. С. 90-94.
22. Соколова К. А. Развитие логического мышления школьников при обучении математике // Вестник науки. 2024. Т. 4. №. 12 (81). С. 1232-1243.
23. Тарасова А. П., Шаталова Е. В., Миронова О. Е. Дидактические игры на уроках математики как средство развития логического мышления школьников // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2023. №. 58. С. 85-91.
24. Терехова Т. А., Портнова Л. К., Тюлюпов Ю. Ф. Алгоритмическое мышление: образовательные причины развития и место в классификации видов мышления // Baikal Research Journal. 2023. Т. 14. №. 4. С. 1553-1568.
25. Трапезникова И. В., Москвитина Л. Н. Формирование исследовательской компетентности одаренных студентов посредством реализации технологии проектно-исследовательской деятельности в учреждениях среднего профессионального образования // Педагогика одаренности: вызовы, достижения, перспективы. 2024. С. 87.

26. Усанов К. Х. Проектирование и формирование учебных занятий, развивающих математические способности студентов // *Miasto Przyszłości*. 2025. Т. 56. С. 254-257.
27. Ухабова Е. В. Систематизация и обобщение предметных результатов при обучении математике в общеобразовательной школе // *Молодежь. Наука. Общество-2021*. 2023. С. 368-371.
28. Ушакова А. Ю. Формирование функциональной грамотности школьников через тьюторское сопровождение проектно-исследовательской деятельности учащихся // *Редакционная коллегия*. 2023. С. 204.
29. Федорова Е. П. Развитие логического мышления на уроках математики у обучающихся начальной школы // *Научное Образование*. 2021. №. 1. С. 66-68.
30. Харченко А. А. Тестирование на уроках математики как одна из форм оценивания образовательных результатов на примере темы «тригонометрические функции» // *Студенческие научные исследования: сборник статей XI*. 2022. С. 15.
31. Хурсанова З. М., Фозилов Ж. И., Давыдова Е. П. Важность развитие логического мышления в преподавании математики учащихся начальной школы // *Интернаука*. 2021. №. 24-1. С. 87-88.
32. Черемисина М. И., Суходолова Е. В. Использование возможностей динамической среды GeoGebra в условиях дистанционного обучения математике // *Грани познания*. 2021. №. 1. С. 36-41.
33. Эрназаров А. Э., Усанов К. Х. Проектирование учебных занятий, направленных на развитие математических способностей // *Miasto Przyszłości*. 2025. Т. 56. С. 263-267.

Приложения

Приложение 1

Сводные результаты констатирующего исследования в экспериментальной и контрольной группах

Сводные результаты констатирующего этапа исследования (экспериментальная группа)

№	Имя	Выявленные уровни по методикам		
		«Исключение лишнего»	«Простые аналогии»	«Последовательность событий»
1	Саша	С	В	С
2	Сеня	С	С	В
3	Катя	С	Н	С
4	Маша	С	Н	Н
5	Митя	Н	С	Н
6	Ира	Н	С	В
7	Толя	С	Н	Н
8	Костя	В	С	С
9	Ваня	Н	Н	Н
10	Оля	Н	Н	Н
11	Дина	В	С	С
12	Женя	Н	Н	С

Примечание: н – низкий уровень, с – средний уровень, в – высокий уровень

Сводные результаты констатирующего исследования (контрольная группа)

№	Имя	Выявленные уровни по методикам		
		«Исключение лишнего»	«Простые аналогии»	«Последовательность событий»
1	Юля	В	С	В
2	Настя	Н	Н	С
3	Паша	С	Н	Н
4	Кира	Н	Н	Н
5	Стас	Н	С	Н
6	Тома	С	Н	Н
7	Дима	Н	С	С
8	Таня	В	С	С
9	Аня	С	В	С
10	Леша	С	С	С
11	Артем	Н	Н	Н
12	Нина	В	С	С

Примечание: н – низкий уровень, с – средний уровень, в – высокий уровень

Сводные результаты контрольного этапа исследования в экспериментальной и контрольной группах

Сводные результаты контрольного исследования (экспериментальная группа)

№	Имя	Выявленные уровни по методикам		
		«Исключение лишнего»	«Простые аналогии»	«Последовательность событий»
1	Саша	С	В	С
2	Сеня	В	С	В
3	Катя	С	С	С
4	Маша	С	Н	С
5	Митя	С	С	Н
6	Ира	С	С	В
7	Толя	С	Н	Н
8	Костя	В	С	В
9	Ваня	С	Н	Н
10	Оля	Н	С	Н
11	Дина	В	С	С
12	Женя	Н	С	С

Примечание: н – низкий уровень, с – средний уровень, в – высокий уровень

Сводные результаты констатирующего исследования (контрольная группа)

№	Имя	Выявленные уровни по методикам		
		«Исключение лишнего»	«Простые аналогии»	«Последовательность событий»
1	Юля	В	С	В
2	Настя	Н	С	С
3	Паша	С	Н	Н
4	Кира	С	Н	Н
5	Стас	С	С	Н
6	Тома	С	Н	Н
7	Дима	Н	С	С
8	Таня	В	С	С
9	Аня	С	В	С
10	Леша	С	С	С
11	Артем	Н	Н	Н
12	Нина	В	С	В

Примечание: н – низкий уровень, с – средний уровень, в – высокий уровень