

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Крохалева Лидия Денисовна
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
**ФОРМИРОВАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ
ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССА
ПРИ ИЗУЧЕНИИ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шапкина

20.05.2025

(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. пед. наук, доцент Н.А. Журавлева

20.05.2025

(дата, подпись)

Дата защиты

20 июня 2025г.

Обучающийся Л.Д. Крохалева

20.05.2025

(дата, подпись)

Оценка

(прописью)

Красноярск 2025

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические аспекты формирования универсальных познавательных учебных действий обучающихся на уроках математики в 8 классе	6
1.1 Познавательные универсальные учебные действия как образовательный результат	6
1.2 Структура познавательных универсальных учебных действий	9
1.3 Модель формирования познавательных универсальных учебных действий в 8 классе	16
Глава 2. Методические основы формирования познавательных универсальных учебных действий на уроках математики в 8 классе на основе использования уравнений и неравенств	26
2.1 Цели и содержание обучения математике, направленные на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса при решении уравнений и неравенств.....	26
2.2 Методы, формы, средства формирования универсальных познавательных учебных действий обучающихся 8 класса при решении уравнений и неравенств	43
2.3 Описание опытно-экспериментальной работы и анализ её результатов.	53
Заключение	59
Список использованных источников.....	60

Введение

В современных условиях образовательной системы особое внимание уделяется формированию универсальных познавательных учебных действий (УПУД) у обучающихся, которые являются важным компонентом их общего развития и подготовки к самообразованию. Актуальность темы формирования УПУД у восьмиклассников на уроках математики, в частности при изучении темы "уравнения и неравенства", обусловлена необходимостью подготовки учащихся к решению более сложных учебных задач, повышению их мотивации к обучению и развитию критического мышления.

Проведя анализ результатов КДР (краевая диагностическая работа) обучающихся 8 класса Красноярского края за 2020 – 2023 год, был выявлен низкий уровень сформированности математической грамотности у обучающихся 8 класса. Математическая грамотность вовсе не ограничена знанием алгоритмов и формул, она заключается в умении применять математические знания и навыки для решения различных задач в реальной жизни. Формирование УПУД обеспечивает данную способность к применению знаний, а не просто их запоминание.

Базовый (пороговый) уровень, который предполагает способность применять математику для решения конкретных проблем, опираясь на прямые выводы и применяя стандартные математические алгоритмы, показали 33% участников, 13% продемонстрировали повышенный уровень, который означает, что ученик проявляет способность использовать математические знания и умения для решения широкого круга проблем, возникающих в повседневной жизни. 53,91% не достигли базового уровня – не продемонстрировали математическую грамотность.

Предмет исследования – формирование универсальных познавательных учебных действий у обучающихся 8 класса в процессе обучения уравнениям и неравенствам.

Объект исследования – процесс обучения алгебре в 8 классе.

Цель данного исследования: разработать методику обучения уравнениям и неравенствам, способствующую формированию универсальных познавательных учебных действий обучающихся 8 класса.

Задачи исследования включают в себя:

1. Проанализировать теоретические основы формирования универсальных познавательных учебных действий в обучении математике, определить их структуру и содержание применительно к возрастным особенностям обучающихся 8 класса.
2. Выявить специфику и возможности формирования универсальных познавательных учебных действий в процессе изучения уравнений и неравенств в 8 классе.
3. Разработать содержание, методы, формы и средства обучения уравнениям и неравенствам, направленные на формирование универсальных познавательных учебных действий у обучающихся 8 класса.
4. Проверить эффективность разработанной методики обучения в опытно-экспериментальной работе.

Практическая значимость работы заключается в возможности применения результатов исследования в образовательных учреждениях для совершенствования процессов обучения математике, что, в свою очередь, способствует улучшению качества образовательных результатов и формированию у обучающихся необходимых познавательных умений для будущего обучения и личностного роста.

Изучением познавательных УУД у обучающихся занимались такие ученые, как Пушкина З.В. (2024), Овчарук Л.П. (2018), Егорова А.А. (2016), Демина О.О. (2015), Гадельшина А.А. (2021), Майер Е.И. (2018), Андреева Д.В. (2017), Чуланова Н.А. (2017), Полежаева В.О. (2022), Смирнова В.А. (2015), Константинова В.В. (2015), Морозова Ю.В. (2016), Коротич С.И. (2022), Микерова Г.Ж. (2016), Петрова И.В. (2017), Егорова Л.А. (2022), Сорокоумова Е.А. (2017), Семененко Н.М. (2015) и др.

Дипломная работа изложена на 64 листах и включает в себя введение, две главы (теоретическая и практическая), заключение и список литературы.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 8 КЛАССЕ

1.1 Познавательные универсальные учебные действия как образовательный результат

Современная эпоха характеризуется стремительным прогрессом информационно-цифровых технологий, что существенно трансформирует различные сферы человеческой деятельности и предъявляет особые требования к адаптационному потенциалу личности. Новые условия жизни вызывают необходимость умений не только воспринимать и осваивать инновации, но и интегрироваться в изменяющееся общество, демонстрируя гибкость мышления и готовность к жизни в условиях неопределённости.

В связи с этим задачей приоритетного значения для системы общего образования становится целенаправленное развитие универсальных учебных действий (УУД). Обеспечение востребованности будущего выпускника в быстро меняющемся социокультурном пространстве напрямую связано с формированием у него таких метапредметных компетенций, как способность к аналитическому мышлению, сотрудничеству, самостоятельному планированию и проведению исследовательской деятельности.

Высокий уровень сформированности универсальных учебных действий служит ключевым фактором успешного осуществления межличностного и информационного взаимодействия, способствует достижению образовательных и жизненных задач. Развитие универсальных учебных действий является непрерывным процессом, сопровождающим обучающегося на всех этапах школьного образования, и предполагает поступательное освоение технологий познания, критической рефлексии и самоорганизации [4].

Дьяченко И.В. определяет универсальные учебные действия как комплекс обобщенных активности обучающегося, включающий соответствующие умения и навыки, которые способствуют самостоятельному

овладению новыми знаниями и компетенциями. Этот набор действий обеспечивает осознанное и активное усвоение социального опыта, содействуя личному развитию и совершенствованию [6].

Шуршаев А.-М.Р. и Шуршаева М.Р. представляют концепцию универсальных учебных действий как систему, которая поддерживает культурную идентичность учащегося, его социальную компетентность и толерантность. Эти действия помогают организовать процесс освоения новых знаний и навыков, способствуя самосовершенствованию личности через сознательное и активное присвоение социального опыта [31].

Согласно определению Н.А. Чулановой, под познавательными универсальными учебными действиями подразумевается совокупность методов и стратегий освоения знаний, формирующих базу для интеллектуального становления учащегося. Данные методы направлены не только на применение знаний в практических условиях, но и на совершенствование навыков когнитивной рефлексии. Речь идёт об умении осознанно анализировать собственные действия, объективно оценивать результаты деятельности и обозначать границы своих знаний и пробелов в них. Важнейшим аспектом становится способность формулировать новые учебные задачи, искать эффективные пути их решения и использовать приобретённые компетенции для преодоления реальных жизненных трудностей [30].

О.В. Степанова трактует познавательные универсальные учебные действия иначе, рассматривая их как специфическую направленность личности на процесс познания. Приоритетная черта такой направленности — особая избирательность, выраженная в предпочтении одной или нескольких предметных областей. Этот феномен сопровождается непрерывным стремлением к углублению и расширению границ имеющихся знаний. Познавательные универсальные учебные действия, по мнению автора, характеризуются поисковой активностью, что, в свою очередь, обеспечивает

постоянное движение субъекта познания к новым горизонтам в избранной сфере [26].

Универсальные учебные действия в узком их понимании представляют собой совокупность способов деятельности и умений, формируемых у обучающихся, которые обеспечивают овладение навыками самостоятельного поиска, приобретения и усвоения новой информации [4].

Ключевые целевые ориентиры, сформулированные в Федеральном государственном образовательном стандарте (ФГОС) для основной школы, обуславливают необходимость последовательного совершенствования у обучающихся личностных, регулятивных, коммуникативных и познавательных универсальных учебных действий посредством всех учебных дисциплин. Это предполагает, что как содержание, так и методологические основы и технологии преподавания должны быть ориентированы на выявление ресурсов каждого предмета для развития универсальных учебных действий в процессе освоения предметных знаний и умений учащихся. Рассматривая особенности формирования универсальных учебных действий на уроках математики, целесообразно оперировать положениями системного, деятельностного и личностно-ориентированного подходов в организации образовательного процесса [20].

ФГОС подчеркивает важность формирования у учащихся способности к освоению и пополнению знаний, переносу и интеграции учебного материала, а также развития коммуникативных умений и навыков взаимодействия, необходимых для решения личностно и социально значимых задач и их внедрения в практическую деятельность. Этого можно достичь посредством включения в учебный процесс заданий, направленных на формирование устойчивого интереса к математике, осознание значимости изучаемых понятий, повышение уровня самостоятельной работы, а также на развитие умений воспринимать математику как часть общечеловеческой культуры и универсального языка науки. Особое значение придаётся формированию

готовности к самообразованию, понимаемой как способность к эффективному обучению [16].

Учитывая, что основной формой освоения учебного материала является выполнение заданий, а становление универсальных учебных действий осуществляется в контексте учебной деятельности, становится возможным выделить специфические особенности формирования таких действий при изучении математики с позиций системного, деятельностного и личностно-ориентированного подходов.

Таким образом, универсальные учебные действия представляют собой интегрированный комплекс обобщенных действий и связанных с ними умений учащегося, направленных на обеспечение способности к самостоятельному приобретению новых знаний и навыков. Этот комплекс включает в себя элементы, способствующие культурной идентичности и социальной компетентности, обеспечивая толерантность и активное усвоение социального опыта. Универсальные учебные действия способствуют непрерывному личностному росту и самосовершенствованию, путем сознательной интеграции и использования нового опыта в учебной и социально значимой деятельности.

1.2 Структура познавательных универсальных учебных действий

В структуре универсальных учебных действий, соответствующих стратегическим задачам общего образования, целесообразно выделять следующие основные компоненты: регулятивный блок, в который также входят действия, обеспечивающие саморегуляцию обучающихся; познавательный блок, связанный с формированием и развитием различных способов познавательной деятельности; а также коммуникативный блок, включающий умения организации эффективного взаимодействия и общения.

Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) 2023 года предлагает обновлённую концепцию формирования познавательных универсальных учебных действий (УУД), ориентированную на развитие

ключевых навыков у школьников, которые необходимы в современных условиях обучения и жизни. Рассмотрим примеры таких действий [19].

Анализ и синтез информации представляют собой фундаментальные познавательные УУД, которые важны для осмысленного восприятия и интерпретации учебного материала. Данный навык включает способность выделять ключевые элементы из большого объёма данных, устанавливать связи между ними, а также формировать комплексное понимание изучаемого объекта или явления. Реализация этого УУД через практические задания и проекты способствует развитию критического мышления, что является важной составляющей научного подхода к обучению.

Работа с моделями и схемами является важным аспектом познавательных УУД, который позволяет систематизировать и визуализировать информацию, а также обеспечивает более глубокое её понимание. Применение учителем в ходе урока различных наглядных пособий и схем помогает обучающимся наиболее эффективным образом выстраивать закономерности и формировать логические связи. Данный навык особенно актуален в современных условиях образования при осуществлении межпредметных взаимосвязей и интеграции учебных дисциплин.

Работа с моделями и схемами является важным аспектом УПУД. Это позволяет систематизировать и визуализировать информацию и дает более глубокое понимание того, как она работает. Использование наглядных пособий и схематических изображений в классе помогает учащимся выстраивать логические связи и модели, а также облегчает запоминание и восприятие сложных концепций. Эта компетенция особенно актуальна в контексте интеграции дисциплин и использования междисциплинарного подхода.

Постановка учебной задачи и выбор стратегии ее решения считается универсальным познавательным учебным действием, которое ориентировано на развитие самостоятельной деятельности обучающихся. Они должны обладать навыком формулирования вопросов, которые возникают в процессе

обучения, и находить оптимальные способы достижения результатов. Эта способность подкрепляется хорошо развитыми способностями планирования и прогнозирования, которые помогают укрепить способность к саморегуляции и укреплению уверенности к себе.

В рамках анализа исследований УУД, предложенных А.Г. Асмоловым и его коллегами, мы определили ряд ключевых аспектов, отражающих многогранность данного понятия. В первую очередь, общеучебные действия представляют собой основу образовательного процесса, включающую в себя такие навыки, как самостоятельное формулирование познавательной цели и эффективный поиск информации. Эти действия способствуют формированию у обучающихся устойчивых аналитических навыков, позволяющих структурировать знания и осознанно использовать речевую практику.

Логические же действия акцентируют внимание на развитии критического мышления, подразумевающего анализ, синтез и классификацию информации. Это формирует у обучающихся умение устанавливать причинно-следственные связи, что является основополагающим для успешного освоения научных концепций и теорий.

Кроме того, действия постановки и решения проблем выступают важным компонентом, развивая творческий подход к решению задач и способствуя формированию самостоятельности в учебном процессе. Способность формулировать и динамично решать проблемы обеспечивает не только высокую степень вовлеченности обучающихся, но и их готовность к поисковому обучению.

Таким образом, комплексное взаимодействие обозначенных действий создает условия для всестороннего развития познавательных УУД, что, в свою очередь, непосредственно влияет на успешность в обучении и адаптацию обучающихся в различных сферах жизнедеятельности. Результаты анализа указывают на необходимость интеграции этих действий в образовательный процесс, что приведет к существенному повышению качества образования и развитию критически настроенного, самостоятельного лица.

В ходе анализа пооперационного состава познавательных универсальных учебных действий (УУД), представленного Н.М. Горленко, О.В. Запятой, В.Б. Лебединцевым и Т.Ф. Ушевой, можно сделать ряд значимых выводов о компонентах и их взаимосвязях. Выделенные умения, такие как сравнение, анализ, выводы и схематизация, создают основу для комплексного формирования познавательных действий, необходимых для успешного обучения.

Способность школьников к сравнению, а именно к выделению общих и различных признаков, позволяет им понимать исследуемые объекты и структурировать свои знания о них. Это умение помогает учащимся фиксировать внимание на существенных признаках.

Анализ объектов посредством их разделения на составные части, а затем последовательно структурирование этих частей предоставляют возможность глубже понять суть явления. Данный процесс является основным звеном для дальнейшего осмысления и интерпретации изучаемой информации.

Когда обучающийся умеет делать выводы, а именно находить главное в объекте, который он изучает, устанавливать причинно-следственные связи, показывается необходимость развития способности к синтезу и критического мышления. Что свидетельствует о владении навыками, способствующими в итоговом этапе обработки информации, который так же помогает обучающемуся в формировании целостного представления о мире.

Схематизация позволяет графически структурировать информацию, и это является эффективным инструментом для понимания взаимосвязей между частями целого и для визуального представления знаний, что значительно упрощает процесс сбора и анализа информации.

Если сравнивать вышеперечисленные компоненты с другими моделями УПУД можно сделать вывод о том, что разобранная структура является лишь фрагментом еще более масштабной системы действий, которая необходима для развития критического мышления.

Произведенный анализ исследования М.Н. Клиновой дает возможность выделить важные аспекты в системе универсальных познавательных учебных действий, помогающих значительно обогатить существующую структуру. Выявление упомянутых трех групп познавательных УУД подчеркивает важность создания базовых навыков, необходимых для успешного освоения знаний и их применения в различных ситуациях.

Первая группа умений направлена на определение понятий, создание обобщений и классификацию. Она представляет собой краеугольный камень аналитического мышления. Овладение такими умениями дает учащимся возможность развивать навыки критического анализа и логического рассуждения, что является основой для формирования научного подхода и умения работать с информацией.

Закрепление навыков подбора слов, соподчинения понятий, выделения признаков и установления причинно-следственных связей, непосредственно зависит от уровня осознанности и самостоятельности учащихся. Такие действия формируют способность школьников к креативному мышлению и решению сложных задач, что является важным элементом образовательного процесса.

Способности, позволяющие строить логическое рассуждение и делать выводы на основе анализа различных точек зрения, указывают на необходимость формирования позиции критического мышления, что в свою очередь способствует более глубокому пониманию изучаемого материала и развитию умения аргументировать собственное мнение.

Таким образом, работа М.Н. Клиновой обогащает представление о структуре познавательных УУД, расширяя горизонты для дальнейших исследований в области образовательных технологий. Внедрение этих умений в учебный процесс может значительно повысить качество образования, способствуя более эффективному формированию компетенций, необходимых для профессиональной деятельности и научного творчества.

В заключении, ознакомление с работами, посвященными второй и третьей группам познавательных универсальных учебных действий (УУД), демонстрирует важность умений создания, применения и преобразования знаков, символов, моделей и схем. Данные навыки можно считать необходимым условием для эффективного решения различных познавательных и учебных задач, а также для формирования навыков смыслового чтения у обучающихся.

Вторая группа УУД состоит из навыков, которые способствуют формированию у обучающихся абстрактного и конкретного мышления с помощью применения различных моделей и символов. Происходит приобретение умений, с помощью которых учащиеся способны обозначать предметы и явления с помощью различных знаков, устанавливать цепочки и логические связи, строить схемы и модели. Данные навыки дают возможность школьникам структурировать сложную информацию, улучшать способности к аналитическим процессам, и синтезированию новых выводов. Способность переводить информацию из различных форм в другие, возможность преобразования моделей для нахождения общих законов, указывает на высокий уровень когнитивного развития ученика. Что в свою очередь позволяет ему лучше адаптироваться к современным требованиям.

Третья группа универсальных учебных действий связана с навыками смыслового чтения. Данные умения заключаются в высоком уровне значимости критического подхода к информации. Если обучающийся способен находить необходимую информацию, структурировать ее и устанавливать связи между событиями, то это дает ему возможность более глубоко анализировать и интерпретировать данные. Критическая оценка изучаемого текста позволяет детям усваивать знания и формировать собственную точку зрения.

Таким образом, в структуре УПУД выделяется ряд главных элементов, которые подтверждены различными исследованиями в данной области. Данные действия играют важнейшую роль в процессе обучения, потому что

дают учащимся необходимые навыки для эффективного усвоения знаний и их применения в различных ситуациях.

Первый важный компонент универсальных познавательных учебных действий — это поиск и выделение необходимой информации, который позволяет учащимся легко ориентироваться в информационном поле и выделять важные данные, необходимые для выполнения конкретной задачи. Этот навык служит фундаментом для дальнейшего анализа и интерпретации информации.

Моделирование (знаково-символические действия) формируют у школьников представления о предметах и явлениях через абстрактное и конкретное выражение. Способность создавать и преобразовывать модели является важнейшей частью познавательной деятельности, которая способствует более качественному овладению материалом.

Выстраивание речевых высказываний в письменной и устной форме, а также структурирование приобретенных знаний способствует умению четко и грамотно аргументировать свою позицию. Это является важным навыком в школьном обучении. Способность различать основную и второстепенную информацию также позволяет обучающимся организовывать мысли и выделять ключевые моменты в огромном объеме информации в более эффективной форме.

Способность выделять главные признаки и анализировать объекты является основным навыком для последующего выбора оснований и критериев классификации и сравнения, что позволяет развивать критическое мышление учащихся. Установление причинно-следственных связей приводит к построению логической цепи рассуждений, позволяя учащимся обосновывать свои выводы и формулировать доказательства.

Таким образом, обобщение указанных действий показывает, что структура познавательных УУД содержит взаимосвязанные элементы, которые последовательно развивают умения и навыки учащихся. Эти навыки не только формируют академическую успешность, но и способствуют

формированию мышления, необходимого для решения сложных задач в реальной жизни. В итоге, внедрение этих действий в учебный процесс является фундаментальным для достижения образовательных целей и формирования компетенций, необходимых для успешной деятельности в современных условиях.

1.3 Модель формирования познавательных универсальных учебных действий в 8 классе

Согласно системно-деятельностному подходу, освоение содержания учебных дисциплин предполагает включение обучающихся в основные виды деятельности, характерные для изучаемого предмета. В рамках практически любого учебного курса реализуются такие виды деятельности, как введение новых понятий, освоение правил и теоретических утверждений, а также решение различных учебных или практических задач. В работах Н.Ф. Талызиной подчёркивается, что педагог обязан не только обеспечивать усвоение новых знаний, но и целенаправленно организовывать познавательную деятельность обучающихся. При этом ключевая задача учителя заключается в необходимости проектировать для каждого предмета не только программу усваиваемых знаний, но и комплекс программируемых видов деятельности, через которые эти знания будут осваиваться. Таким образом, применение деятельностного подхода в образовательном процессе способствует не только усвоению учебного материала, но и формированию универсальных учебных действий, прежде всего познавательных, у обучающихся [28].

Познавательные универсальные учебные действия формируются в образовательном процессе посредством включения обучающихся в предметно-ориентированную деятельность и выстраивания системы взаимодействий между всеми участниками учебного процесса. Существенную роль в этом играют такие педагогические условия, как внедрение новизны, организация элементов проблемного обучения, интеграция современных

научных и технических знаний, демонстрация общественной и личной значимости приобретаемых знаний, развития умений и навыков, организация самостоятельной и творческой работы, применение технологий сотрудничества и других активных методов.

Яковлева Е.Н. отметила, что основным инструментом формирования познавательных универсальных учебных действий (УУД) в процессе изучения математики являются задания с разнообразными формулировками, такими как "объясни", "проверь", "оцени", "выбери", "сравни", "найди закономерность", "верно ли утверждение", "догадайся", "наблюдай" и "сделай вывод". Эти задания направляют учащихся на выполнение разносторонних видов активности, развивая у них навык действовать в соответствии с установленной целью.

Учебные задания стимулируют обучающихся к аналитическому исследованию объектов для разъяснения их существенных и второстепенных характеристик; к выявлению сходств и различий; к проведению сравнений и классификаций по заданным или самостоятельно определённым критериям и основаниям. Они помогают устанавливать причинно-следственные взаимосвязи, а также формировать рассуждения, связывая простые утверждения о структуре и свойствах объекта. Важной частью задания является способность к обобщению, что подразумевает генерализацию множества отдельных объектов на основе выявленной сущностной связи [32].

Стоянова Д.А. выделила наиболее эффективные педагогические средства, способствующие развитию универсальных учебных действий (УУД).

1. Самостоятельная работа учащихся в классе. Выполнение самостоятельных заданий под контролем преподавателя является одним из путей развития УУД. Такие занятия, организованные по заданной структуре, способствуют развитию всех типов УУД. В процессе самостоятельной работы учащийся обучается ставить цели и разрабатывать план для их достижения. Более того, у него сохраняется возможность взаимодействия с

одноклассниками. Работая самостоятельно над решением, ученик погружается в интеллектуальный процесс и мотивируется на поиск выхода. Полученные знания обогащают мировоззрение ученика и лучше закрепляются в памяти. К примеру, преподаватель может использовать цифровые технологии: вывести на экран задание, которое ученики могут обсуждать между собой, самостоятельно находя и записывая решение. При возникновении затруднений учитель подключается к обсуждению, направляет дискуссию и помогает учащимся прийти к правильному ответу.

2. Работа с текстовыми и информационными материалами. У многих учащихся, особенно у школьников, лучше развито восприятие информации через визуальные образы. Работая не только с лекциями преподавателя, но и с различными источниками информации, такими как учебники, учащийся усваивает не только новые знания, но и умение выделять ключевые элементы информации. Овладев этим навыком, школьник может перечитывать или переслушивать нужные фрагменты, особенно в случае аудио- и видеоматериалов. Если информация кажется непонятной, ученик может задать вопрос, что требует от него ясной формулировки и задействует коммуникативные и регулятивные функции УУД. Наглядным примером может служить использование видеоматериалов, таких как иллюстрированные анимации, которые не только дают задание, но и визуализируют условия задачи, тем самым повышая мотивацию и интерес учащихся.

3. Парная и групповая форма работы. Для эффективного развития коммуникативных УУД важно поощрять учащихся к взаимодействию не только с преподавателями, но и со сверстниками. Формирование способности работать в команде является ключевым этапом развития личности. Наиболее действенным представляется использование групповых исследовательских проектов, которые прививают учащимся разнообразные личностные качества. При распределении обязанностей в группе каждый член несет ответственность как за себя, так и за команду в целом, что формирует у него чувство долга и

ответственности. Работая сообща, учащиеся сталкиваются с необходимостью понимать и оказывать поддержку друг другу. Это способствует переосмыслению их взглядов и принятии интересов и особенностей других. К примеру, учитель может организовать командное состязание, разделив класс на группы и назначив лидера в каждой из них. Задачей команды может стать вовлечение менее успешных учащихся в совместные занятия. Такая командная работа развивает все аспекты УУД и способствует личностному росту участников.

4. Рефлексия. Рефлексия представляет собой способность мыслительной деятельности человека к объективному самокритическому анализу. Средства, способствующие развитию универсальных учебных действий (УУД) на этапе рефлексии, включают в себя инструкции, памятки и творческие задания, такие как синквейны. Приведенные инструменты существуют для формирования личности ученика и развития универсальных учебных действий. Способность критически мыслить тесно связана с предполагаемым развитием ключевых способностей учащихся, что, в итоге, способствует повышению уровня их знаний по предмету и возможности успешно осуществлять самостоятельную деятельность. Этап рефлексии является важным компонентом каждого учебного занятия, потому что дает возможность учителю оценить уровень усвоения выданного материала у каждого обучающегося класса.

5. Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ).

В наши дни современные технологии являются эффективным средством обучения и личностного развития детей. Для наиболее эффективного формирования УПУД обучающимся необходимо давать задания, связанные с поиском и анализом информации в интернете. На данный момент существуют программы, предназначенные для визуализации математических принципов и задач, которые можно эффективно использовать в образовательных целях. Гаджеты, ранее воспринимаемые как развлекательные устройства, могут превратиться в полезные инструменты для саморазвития учеников. Учителя могут рекомендовать обучающимся использовать разнообразные

образовательные онлайн-платформы в качестве дополнения к основной учебной программе [25].

Мельников Д.Н., проведя анализ методов, применяемых в образовательном процессе, указывает, что все они могут активно способствовать развитию универсальных учебных действий (УУД). Особенно важную роль в этом контексте играют практические методы, такие как выполнение практических и лабораторных работ, выполнение упражнений, участие в играх, проведение исследовательской деятельности и использование проблемного обучения. Именно эти методы наиболее эффективно содействуют развитию УУД у учащихся. Практические методы позволяют детям обрести необходимые знания, умения и навыки. Упражнения представляют собой метод практического обучения, который заключается в повторяющихся, организованных действиях, направленных на формирование конкретных знаний, навыков и умений. Различают три категории упражнений:

1. Специальные упражнения, которые предназначены для формирования трудовых и учебных умений.

2. Производные упражнения, которые включают в себя элементы ранее выполненных специальных упражнений, тем самым способствуя повторению и закреплению полученных знаний, умений и навыков.

3. Комментированные упражнения, которые способствуют активизации процесса обучения и осознанию важности выполняемых действий. Все это становится возможным за счет того, что педагог и обучающиеся комментируют свои действия. Таким образом, обучающиеся лучше запоминают и осознают все свои действия.

Лабораторный метод подразумевает, что дети проводят самостоятельные исследования и эксперименты, как индивидуально, так и в группах. Он способствует тренировке логических операций, таких как сравнение, анализ, обобщение и выявление причинно-следственных связей. На практике, этот метод развивает умение применять имеющиеся знания и навыки, что близко по своей природе лабораторному методу, с тем отличием,

что соответствующие знания реализуются в реальных ситуациях. Таким образом, практический метод улучшает усвоение теоретических знаний и их применение, а также способствует развитию познавательных, регулятивных и коммуникативных УУД.

Процесс использования практических методов можно разбить на несколько этапов: ознакомление учащихся с теоретическими основами, проведение инструктажа и пробного урока, выполнение основной работы и оценка полученных результатов.

Игра также является мощным инструментом в развитии УУД. Игры, как правило, вызывает интерес к предмету и повышает учебную мотивацию, развивая творческое мышление. Наиболее эффективными для развития УУД являются имитационные, сюжетно-ролевые, познавательные и дидактические игры. Познавательные игры создают ситуации, моделирующие реальные, в которых требуется найти решения, тем самым стимулируя познавательные процессы. Они аналогичны симуляционным играм и включают такие форматы, как генерация и инсценизация [12].

Исходя из проведённого анализа, можно утверждать, что использование потенциала математического образования, а также применение разнообразных методических приёмов и стратегий обучения, принципиально важно для формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий. Анализ психолого-педагогической литературы и педагогического опыта позволил уточнить перечень универсальных учебных действий, которые целесообразно развивать, а также сопоставить их с основными типами деятельности на уроках математики — введением новых понятий, изучением теоретических положений, решением учебных и практических задач. Выявленные приёмы и методы могут быть соотнесены с ключевыми компонентами этих видов учебной деятельности, что позволяет целенаправленно формировать познавательные универсальные учебные действия в учебном процессе.

Необходимо создать модель, которая будет включать в себя основные элементы, принципы и требования формирования УПУД. Фиксирование индивидуальных достижений и этап рефлексии, которые способствуют развитию внутренней мотивации, являются основными элементами модели. Практическая значимость и исследовательская активность также являются ключевыми элементами, объясняющими, как эти знания могут быть применены в реальной жизни, что развивает исследовательский интерес. Групповая работа и внутриклассовое взаимодействие необходимы для успешного формирования навыков сотрудничества и разрешения конфликтов.

Содержание учебного процесса должно отвечать специальным требованиям, куда также входят критерии оценивания результатов учащихся. Крайне важно участие обучающихся в выработке этих критериев, так как это формирует у них представления о целях и задачах обучения и развивает навыки самоконтроля и рефлексии. При самостоятельном определении алгоритма действий происходит развитие у учащихся рефлексивных и исследовательских умений, а также формируется навык самостоятельного принятия решений. Приоритетным компонентом содержания должно быть развитие самоконтроля и критического мышления, обучение методам поиска и исправления собственных ошибок, навыкам самостоятельно оценивать свою деятельность. Необходимо, помимо выше сказанного, развивать инициативу и мотивацию у обучающихся, для этого важно давать им возможность участвовать в определении целей урока. Информационные навыки, такие как умение работать с различными источниками информации, также являются важными элементами данной модели.

Целями и принципами модели являются развитие личностного и познавательного потенциала, а также создания условий для осмысленного участия в образовательном процессе, саморегуляции и рефлексии. Педагог должен поддерживать открытость к сотрудничеству и уважать различные точки зрения. Методы реализации включают внедрение проектной деятельности, как на уроках, так и во внеурочное время, и организацию процесса обучения в

деятельностной логике, что акцентирует внимание на активной роли обучающихся. Личный пример педагога в транслируемых ценностях играет важную роль в принятии этих ценностей обучающимися. Эта модель служит основой для стратегического планирования образовательного процесса, направленного на развитие когнитивных способностей учащихся.

Отбор учебного материала для изучения математики должен основываться на принципах целостности и полноты, а также соответствовать внутренней структуре усваиваемых знаний. Представление учебного содержания в виде системы способствует не только формированию специальных предметных знаний и умений, но и развитию познавательных универсальных учебных действий у обучающихся. При освоении систематизированных знаний учащиеся учатся выделять основные и существенные аспекты содержания, выявлять ключевые элементы, устанавливать логические взаимосвязи между ними, анализировать структуру нового материала и определять сферы применения полученных знаний [19].

Процесс освоения учебного материала должен быть организован таким образом, чтобы учащиеся были непосредственно включены в активную учебную деятельность. Каждый новый элемент содержания должен вводиться в образовательный процесс через последовательные этапы: актуализация имеющихся знаний, выявление новых для изучения фактов или закономерностей, осуществление новых видов учебных действий, их осмысление, развитие навыков применения знаний в различных ситуациях, а также обобщение и систематизация изученного материала. Для реализации данных этапов задачи учебного процесса должны строиться на основе структуры учебной деятельности, обеспечивать как мотивацию обучающихся, так и освоение нового материала, а также включать задания, способствующие развитию регулятивных универсальных учебных действий через формирование умений самоконтроля, самооценки и самоанализа при обучении математике.

Объективная и корректная оценка полученного результата, сопровождаемая сравнением с разработанными критериями, играет решающую роль в осмыслении результатов деятельности. Совместный анализ причин расхождения между ожидаемым и фактическим результатом помогает выявить недостатки и определить области для дальнейшего саморазвития обучающихся.

Целями и принципами обучения в данной модели являются выведение обучающихся на более высокий уровень овладения материалом через повторное выполнение деятельности с учётом полученных знаний и выявленных ошибок. Это позволяет закрепить приобретённые навыки и вызвать устойчивый интерес к изучаемому материалу.

При этом педагогические условия, такие как применение технологий сотрудничества и акцент на общественной значимости знаний, играют важнейшую роль в формировании УУД. Инновационные методы, самостоятельная и творческая работа, а также активное участие обучающихся в процессе обучения способствуют созданию среды, благоприятной для роста и развития каждого ученика.

Таким образом, на основании проведенного анализа можно составить следующую схему.

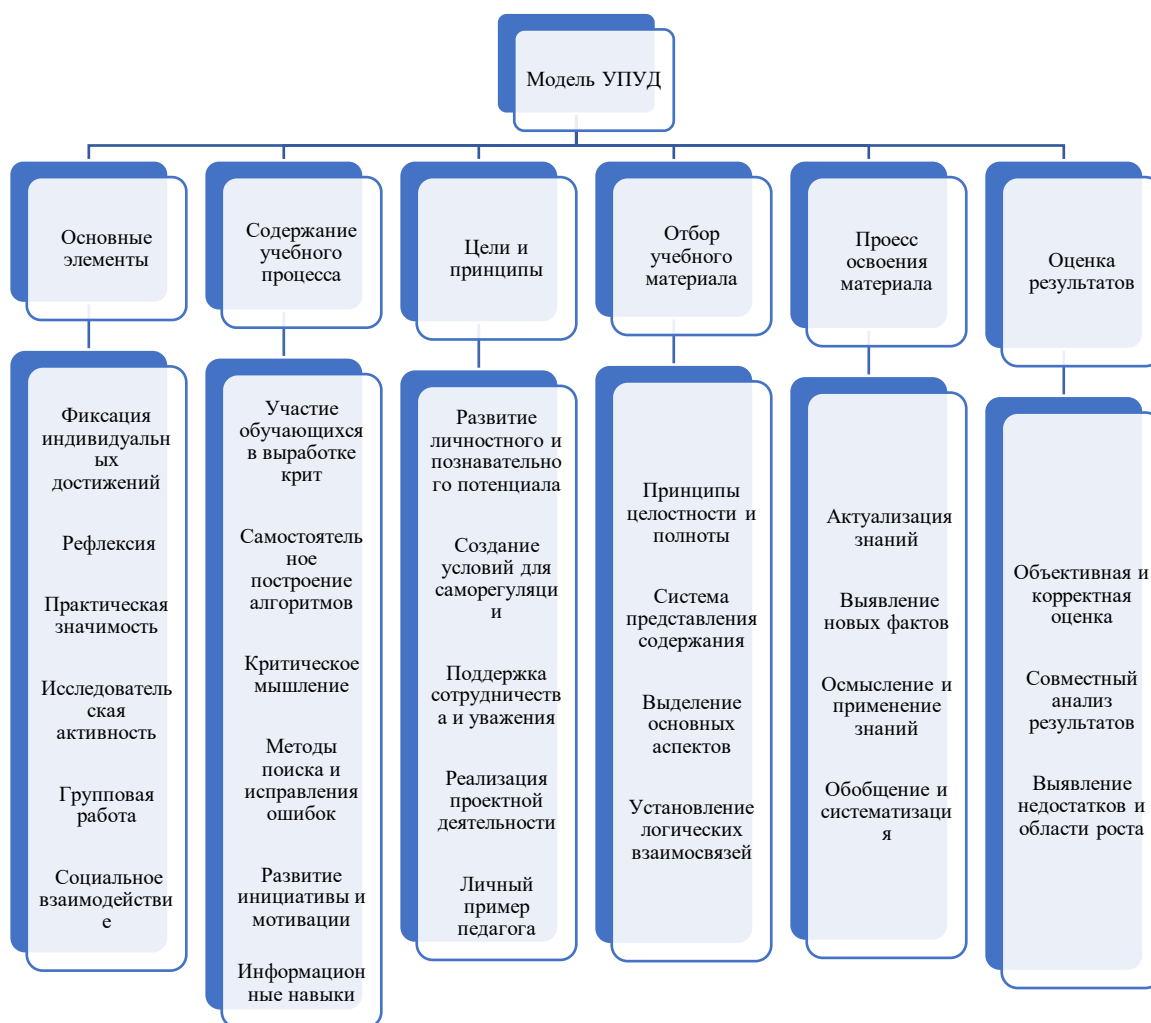


Рисунок 1. Модель формирования УПУД

Таким образом, исходя из методологических основ, представленных в параграфе 1.3, можно заключить, что создание модели формирования познавательных универсальных учебных действий (УУД) является многоуровневым процессом, ориентированным на развитие когнитивных способностей восьмиклассников. основополагающая роль здесь отведена интеграции личностных, мотивационных и рефлексивных компонентов, поддерживаемых педагогически продуманной структурой учебного процесса.

Выводы по главе 1

В первой части главы, посвященной основным понятиям УУД, установлено, что эти действия представляют собой системные навыки, способствующие саморегуляции и эффективному обучению. Они являются не

только результатом учебного процесса, но и необходимым условием для достижения учебных целей, обеспечивая социальную и индивидуальную адаптацию учащихся. Во второй части, описывающей структуру познавательных УУД, выделены ведущие элементы, такие как поиск и выделение необходимой информации, знаково-символические действия и умение структурировать материалы. Эти элементы позволяют учащимся развивать критическое мышление, а также формировать навыки анализа и синтеза, что играет важную роль в освоении математических понятий и методов. Третья часть главы посвящена модели формирования УУД. Ключевые компоненты данной модели включают в себя разработку четких критериев и показателей, создание методологических основ для диагностики уровня сформированности УУД и активное вовлечение учащихся в рефлексивные практики. Совместный анализ результатов образовательной деятельности предоставляет возможности для коррекции учебного процесса, позволяя адаптировать его к актуальным запросам обучающихся и современным требованиям общества. В конечном итоге, успешная реализация данной модели формирования познавательных УУД способствует улучшению качества образовательных результатов и лучшей подготовленности студентов к последующему обучению и личностному развитию.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 8 КЛАССЕ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

2.1 Цели и содержание обучения математике, направленные на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса при решении уравнений и неравенств

Для раскрытия данной темы требуется установить, какие именно виды уравнений рассматриваются в рамках школьной программы по математике для 8 классов, определить ключевые методы и этапы их решения, а также сопоставить эти методы с компонентами структуры познавательных

универсальных учебных действий. Важно также проанализировать возможность формирования этих универсальных учебных действий и описать основные фазы организации данного процесса.

В данном разделе целесообразно вспомнить основные термины, которые будут регулярно использоваться в ходе исследования. В контексте данной работы центральными понятиями выступают «уравнение», «корни уравнения» и сам процесс «решения уравнения». Существуют различные подходы к определению обозначенных терминов.

Барсуков А.Н. в ряде исследований предлагает рассматривать уравнение как фундаментальную математическую структуру. В этой структуре представлено равенство, содержащее неизвестную величину, обычно обозначенную буквенной символикой. Это определение охватывает широкий спектр математических задач, от элементарных алгебраических выражений до сложных дифференциальных уравнений, играя также ключевую роль в математическом моделировании и анализе. Уравнение в данном контексте становится полем применения аналитических методов, целью которых является выявление значений, при которых это равенство сохраняет свою истинность. Барсуков А.Н. акцентирует внимание на том, что в каждом уравнении обязательно имеется одна или несколько неизвестных переменных, которые подлежат вычислению. Вне зависимости от количества неизвестных, задача всегда сводится к нахождению тех значений, которые превращают данное математическое уравнение в истинное числовое выражение.

Важно отметить значение понятия «корня уравнения», как его определяет Барсуков. Корень уравнения является конкретным числовым значением неизвестной, которое, будучи подставленным в уравнение вместо буквенной переменной, делает выражение истинным. Таким образом, нахождение корня можно интерпретировать как процесс восстановления истинности равенства посредством установления числового соответствия между выражением и его решением. Корни уравнения должны быть точно вычислены с соблюдением всех математических правил, обеспечивая

достоверность решения. Полученный корень должен полностью удовлетворять условиям исходного уравнения, превращая его в истинное числовое равенство. В сложных уравнениях с несколькими неизвестными значение корня может быть представлено в виде множества решений, каждое из которых обеспечивает удовлетворение исходного условия.

Альтернативная трактовка определяет уравнение как равенство с переменными, для которого ставится задача: найти все такие значения переменных, при которых исходное выражение становится верным числовым равенством. В рамках такого подхода под термином «корень уравнения» понимают любое значение переменной, подстановка которого в исходное выражение приводит к истинному равенству.

Основное различие между приведёнными определениями заключается в употреблении терминов «переменная» и «неизвестное». Переменная способна принимать произвольные значения из некоторого множества, тогда как неизвестное — это буквенное обозначение конкретного числа, которое необходимо определить.

Таким образом, под решением уравнения принято понимать процесс поиска всех его корней, либо обоснование отсутствия решений у заданного равенства.

Для выявления ключевых особенностей методического изложения темы уравнений в курсе математики для 8 классов был проведён анализ содержания соответствующих учебных пособий, в частности, под редакцией Макарычева Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешкова К.И. и др. Полученные результаты обобщены и структурированы в табличном формате на основе учебника «Алгебра, 8 класс» (Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков).

В данном учебном пособии изложение темы «Уравнения» включает:

- представление базовых методов решения систем уравнений, таких как метод подстановки, метод сложения и графический способ;
- детальное рассмотрение уравнений, включающих знак модуля, и соответствующих методик их решения;

- введение и проработка понятий квадратного уравнения и его коэффициентов, а также методики решения квадратного уравнения посредством разложения на множители и поиска его корней;
- описание особенностей и способов решения неполных квадратных уравнений;
- анализ и сравнение различных способов решения полных квадратных уравнений: выделение полного квадрата, использование понятия дискриминанта, применение теоремы Виета, графический метод, с иллюстрациями на подробных примерах и комплектах задач;
- обсуждение простейших систем уравнений, в состав которых входят уравнения второй степени;
- освещение вопросов, связанных с решением квадратных уравнений, имеющих комплексные корни.

Структурированное изложение материала способствует формированию у обучающихся целостных представлений о содержании и методологии решения уравнений различных типов, обеспечивает поэтапное освоение соответствующих понятий и методов, а также развивает навыки практического применения алгоритмов решения.

Для выявления особенностей методического представления темы уравнений в курсе математики 8 класса произведён анализ содержания учебного пособия «Алгебра, 8 класс» (Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков) 13. Методологическая линия изложения материала отражает следующие основные направления:

- в разделе, посвящённом равносильным и рациональным уравнениям, детально вводятся понятия равносильных и рациональных уравнений, а также раскрываются их фундаментальные свойства;
- последовательно формируются представления о квадратном уравнении, его коэффициентах, приведённом квадратном уравнении и неполных случаях квадратных уравнений; конкретизируются разновидности

неполных квадратных уравнений и приводятся соответствующие методы их решения;

- описывается применение формулы для алгебраического нахождения корней квадратного уравнения, вводятся ключевые понятия дискриминанта и формул для вычисления корней;

- представлено рассмотрение теоремы Виета и обратной к ней теоремы, а также даётся разбор особенностей уравнений, содержащих параметры;

- включён материал по решению биквадратных уравнений и уравнений, решаемых методом замены переменной;

- особое внимание уделено теме использования рациональных уравнений как моделей для описания и решения реальных задач — в частности, рассмотрены текстовые задачи, сводимые к рациональным уравнениям.

Такой подход обеспечивает целостное и системное освоение математических понятий и методов, развивает аналитическое мышление и умение использовать уравнения в прикладных и теоретических контекстах.

В рамках школьного курса алгебры 8 классов осуществляется поэтапное ознакомление обучающихся с основными типами уравнений, что формирует теоретическую базу для дальнейшего освоения математического аппарата. В частности, изучаются следующие классы алгебраических уравнений:

1. Уравнения первой степени с двумя неизвестными, а также системы таких уравнений, что способствует формированию представлений о методах решения линейных уравнений и систем;

2. Рациональные и дробно-рациональные уравнения, в ходе изучения которых формируются навыки оперирования уравнениями, содержащими рациональные выражения и дробные рациональные функции;

3. Квадратные уравнения, что позволяет освоить теоретико-методические основы решения уравнений второй степени, а также развитие умения применения этих знаний к решению прикладных задач.

Данная последовательность изучения обеспечивает системное усвоение фундаментальных алгебраических понятий, способствует развитию логического мышления и формированию устойчивых вычислительных навыков.

1. Определение типа уравнения. На первом этапе производится анализ исходного уравнения на предмет его принадлежности к известным типам простейших уравнений. Если уравнение соответствует простейшему виду, можно сразу начать его решение, опираясь на ранее освоенные алгоритмы и методы. В противном случае наступает этап более детальной работы над уравнением, включая преобразования.

2. Выявление области допустимых значений (ОДЗ). При необходимости определяется область допустимых значений переменных, особое внимание уделяется таким типам уравнений, в которых на переменные накладываются естественные ограничения. Этот этап важен для гарантии корректности дальнейших шагов, и чтобы избежать попадания в ОДЗ значений, которые могут привести к математическим ошибкам.

3. Выбор последовательности преобразований. Здесь проводится тщательный анализ возможных преобразований. Первостепенно преобразуется уравнение, которое содержит скобки, затем приводятся подобные слагаемые, выполняется разложение на множители и приведение всех членов уравнения к наименьшему общему знаменателю.

4. Решение полученного уравнения. После осуществления всех возможных преобразований уравнение остается в удобном виде для решения учеником. На данном этапе производится применение различных методов: применение формул, алгоритмов для конкретного типа уравнения, подстановка значений.

5. Этап проверки. На данном этапе происходит проверка найденных решений относительно ОДЗ, корректно ли выполнены преобразования и соблюдены ли требования задачи. Проверка необходима для подтверждения

того, что данные корни уравнения на самом деле удовлетворяют условиям исходного уравнения.

6. Оформление ответа уравнения. Данный этап заключается в аккуратном оформлении решения с использованием нормативных методов записи. Обязательно проверяется корректность математических символов, полнота представленного решения, четкость и доступность излагаемого материала. Представленный ответ должен включать не только вычислительные операции, но и логические выкладки, которые объясняют каждый этап решения.

На основании перечисленных положений можно выделить последовательные этапы решения квадратного уравнения, не сводящегося к простейшему виду. Полученные результаты рационально представить в формате блок-схемы (см. рисунок 2), что способствует наглядному усвоению и структурированию алгоритма решения.

Рассмотрим потенциал применения уравнений как средства формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий. С этой целью проведем соотнесение этапов преобразования квадратного уравнения к простейшей форме с компонентами структуры познавательных УУД.

Каждый шаг алгоритма решения уравнения соотносится с определёнными элементами познавательных универсальных учебных действий, такими как анализ, сравнение, обобщение, классификация, поиск и применение информации, построение причинно-следственных связей и моделирование. Такое сопоставление позволяет более целенаправленно развивать у школьников познавательную компетентность в учебном процессе.

Результаты анализа целесообразно отразить в табличной форме (таблица 1), что обеспечивает наглядность и облегчает выявление взаимосвязей между этапами решения уравнения и элементами познавательных универсальных учебных действий.

Соотнесение этапов сведения квадратного уравнения к простейшему виду с компонентами познавательных универсальных учебных действий

Этапы решения квадратного уравнения к простейшему виду	Содержание деятельности обучающегося	Компоненты ПУУД
1. Проверка наличия скобок	Шаг 1. Анализ уравнения с целью выявления скобок; при их наличии переход к раскрытию; при отсутствии — к следующему этапу. Шаг 2. Раскрытие скобок. Шаг 3. Проверка правильности действий.	Знаково-символические, познавательная рефлексия, личностная рефлексия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности
2. Проверка наличия слагаемых в правой части уравнения	Шаг 1. Анализ правой части на предмет слагаемых; при необходимости — переход к равносильным преобразованиям. Шаг 2. Приведение правой части к нулю. Шаг 3. Проверка правильности действий.	Анализ объектов и признаков, знаково-символические, контроль и оценка, рефлексия способов и условий действий
3. Проверка наличия подобных членов	Шаг 1. Анализ наличия подобных членов. Шаг 2. Приведение подобных членов. Шаг 3. Проверка правильности действий.	Установление причинно-следственных связей, построение логической цепи, подведение под понятия, знаково-символические действия
4. Проверка наивысшей степени неизвестной	Шаг 1. Анализ уравнения с целью определения максимальной степени переменной; формулирование вывода о виде уравнения.	Установление причинно-следственных связей, построение логической цепи, подведение под понятия, знаково-символические действия
5. Проверка наличия неизвестной первой степени	Шаг 1. Анализ на присутствие переменной первой степени; выбор последующего алгоритма решения.	Знаково-символические действия, контроль и оценка, рефлексия способов и условий действий
6. Проверка наличия свободного члена	Шаг 1.1 Анализ наличия свободного члена; в зависимости от результата — выбор алгоритма решения. Шаг 1.2. Анализ при отсутствии неизвестной первой степени; выбор алгоритма.	Рефлексия способов, выбор эффективных средств, знаково-символические действия, контроль и оценка деятельности

	Шаг 2. Проверка правильности выполнения действий.	
--	---	--

Следует подчеркнуть, что по аналогии с процессом решения квадратных уравнений возможно провести дифференциацию и установить соответствие между этапами решения рациональных и дробно-рациональных уравнений и элементами структуры познавательных универсальных учебных действий. Анализ представленного соотношения позволяет прийти к выводу, что каждый этап работы с уравнением способствует развитию у обучающихся определённых компонентов познавательных универсальных учебных действий. Вместе с тем, решение уравнений, относящихся к нестандартным видам, ввиду их более сложной структуры и необходимости выполнения обучающимися разнообразных преобразующих действий, в отличие от стандартных (простейших) уравнений, в значительной степени усиливает формирование и развитие познавательных универсальных учебных действий.

Для иллюстрации теоретических положений, сформулированных в данном разделе, рассмотрим пример работы с квадратным уравнением, направленный на развитие познавательных универсальных учебных действий у обучающихся.

Пример задания

Рассмотрим задачу: решить уравнение $(x^2 - 1)(x^2 + 1) + (x - 1) = 2x(x - 1)$.

Рассмотрим возможную организацию учебной деятельности в процессе решения данной задачи, соответствующую этапам, выделенным в аналитической части работы.

Этап 1. Анализ структуры уравнения, в частности, проверка наличия скобок

На данном этапе учитель инициирует совместное обсуждение с обучающимися следующих вопросов:

– Определите, имеются ли скобки в выражении.

– Какой метод раскрытия скобок будет наиболее рациональным в данной ситуации?

В качестве примера верных ответов могут быть следующие утверждения: наличие скобок подтверждается; первые две скобки целесообразно раскрыть посредством формулы разности квадратов, а для оставшихся воспользоваться распределительным свойством умножения.

Далее обучающимся предоставляется возможность самостоятельно выполнить необходимые преобразования и проверить корректность полученного результата. После раскрытия скобок должно быть получено выражение: $x^4 - 1 + x - 1 = 2x^2 - 2x$.

На данном этапе формируются такие компоненты познавательных универсальных учебных действий, как умение выбирать наиболее эффективные способы решения с учетом условий задачи, а также знаково-символические действия.

Этап 2. Анализ слагаемых в правой части уравнения

Учитель организует групповое обсуждение следующих вопросов:

- Имеются ли слагаемые в правой части уравнения?
- Какие преобразования целесообразно выполнить, чтобы все слагаемые оказались в одной части уравнения?

В процессе обсуждения обучающиеся приходят к выводу о необходимости применения тождественных преобразований с целью переноса всех выражений в одну часть уравнения, чтобы в правой части осталась только нулевая константа. Итогом преобразований является уравнение: $x^4 - 1 + x - 1 - 2x^2 + 2x = 0$.

Завершающий элемент данного этапа — проверка правильности преобразований, что способствует развитию у обучающихся умений проводить логический анализ и осуществлять контроль промежуточных и итоговых результатов.

Анализ наличия подобных членов в уравнении

На данном этапе учитель инициирует коллективную деятельность, направленную на обсуждение возможностей дальнейшего упрощения полученного выражения. Обучающимся предлагается определить, возможно ли решить уравнение без дополнительных преобразований. Как правило, делается вывод, что для продолжения решения необходимо привести подобные слагаемые. С этой целью выделяются группы подобных членов: например, x^4 , x^2 , x , а также свободные члены. Для наглядности группы подобных членов могут быть отмечены разным способом, что способствует развитию умений классифицировать элементы алгебраических выражений.

После группировки выполняется непосредственно преобразование, приводящее уравнение к более простому виду: $x^4 - 1 + x - 1 - 2x^2 + 2x = 0$ превращается в $x^4 - 2x^2 + 2x + x - 2 = 0$, а далее — в $x^4 - 2x^2 + 3x - 2 = 0$ (если требуется проиллюстрировать этот процесс). В результате формируются важные для дальнейшего обучения умения: выявлять и объединять подобные члены, проводить знаково-символические преобразования.

Определение степени уравнения

Учитель обращает внимание на определение степени уравнения, организует обсуждение понятия квадратного уравнения как уравнения второй степени, имеющего форму $ax^2 + bx + c = 0$, где коэффициент a не равен нулю. Обучающиеся самостоятельно выделяют наивысший показатель степени при неизвестной, устанавливая, что полученное уравнение является квадратным. Далее обсуждается, приведён ли вид уравнения (то есть, равен ли коэффициент при x^2 единице). Указание на то, что в данном случае коэффициент не равен единице, формирует компетенции в классификации уравнений.

Анализ коэффициентов при неизвестной и свободного члена

Обучающиеся направляются на установление наличия и значения коэффициентов при x и свободного члена в уравнении. Это позволяет уточнить структуру уравнения и подготовить его к решению. Фиксируется,

что коэффициент при x равен 2, а свободный член равен -2 , что подтверждает полноту уравнения (в уравнении присутствуют все три слагаемых: ax^2 , $bх$, c).

Выбор способа решения квадратного уравнения

На данном этапе проводится работа по выявлению и обсуждению основных методов решения полных квадратных уравнений: с использованием дискриминанта, теоремы Виета, а также графического метода. Совместно определяются преимущества и ограничения каждого способа для конкретной задачи. В рассматриваемом случае отмечается, что определение корней уравнения удобно производить с помощью дискриминанта, поскольку применение прочих методов усложнено либо требует избыточных временных затрат.

Практическая реализация решения уравнения

Обучающиеся выполняют решение уравнения методом дискриминанта, получают необходимые формулы для вычисления корней, осуществляют подстановку значений, проводят вычисления и записывают найденные значения x (корни уравнения). Полученные корни оформляются в стандартном виде и располагаются в порядке возрастания:

$$x_1 = (-2 - 2\sqrt{7}) / 6$$

$$x_2 = (-2 + 2\sqrt{7}) / 6$$

Данная структура организации учебной деятельности обеспечивает формирование у обучающихся целого комплекса познавательных универсальных учебных действий: от умения анализировать и систематизировать информацию до выбора рациональных способов решения и осуществления подробного логического и арифметического контроля. Такой подход развивает навыки осознанного и самостоятельного освоения новых математических знаний и способствует формированию прочной концептуальной базы в области алгебры.

Формирование познавательных универсальных учебных действий осуществляется в строго определённой последовательности, где каждый этап служит основой для развития следующего уровня компетентности. Согласно

современным педагогическим подходам, данный процесс включает четыре взаимосвязанных шага.

Первый этап – освоение учебного действия на основе близких образцов и аналогий. На данной стадии учащийся выполняет задание, в котором требуется применение ещё неизвестного ему способа действия. В этом случае ученик ориентируется преимущественно на внешнюю форму предъявленного образца либо аналогичного решения, не обладая полноценным пониманием алгоритма или даже названия нового способа. Акцент делается на повторяющееся воспроизведение действия в рамках конкретной предметной ситуации, что способствует первичному ознакомлению с новым видом деятельности. Школьник не способен выделять значимые стороны выполняемого действия и полностью опирается на наглядный пример.

Второй этап – выполнение учебного действия с использованием учительских вопросов и направляющей помощи. На этой ступени обучающийся осуществляет задание, ориентируясь на наводящие вопросы педагога, которые структурируют деятельность и последовательно подводят ученика от одного элемента выполнения к другому. Здесь внимание сосредотачивается уже не на полном копировании образца, а на выделении содержательных, концептуальных элементов способа. В определённый момент учитель формализует изучаемый способ, вводит его терминологическое обозначение, разъясняет этапы выполнения и цели применения. Это позволяет обучающемуся перейти к осознанному восприятию новой познавательной деятельности.

Третий этап – самостоятельное применение освоенного способа действия при решении учебных задач. На этой стадии возникает способность анализировать суть предлагаемого способа вне зависимости от конкретного содержания учебного материала. Ученик уверенно различает его основные этапы, ориентируется на цели и признаки данного способа, способен воспроизвести его последовательность собственными словами и использовать при решении новых задач без прямого обращения к образцам. Таким образом,

происходит постепенное формирование обобщенного, универсального алгоритма познавательной деятельности.

Четвертый этап – свободное применение и выбор способов познавательной деятельности. На завершающем этапе школьник способен сознательно структурировать собственную учебную деятельность, определяя оптимальный способ достижения поставленной цели исходя из предоставленных условий. Он способен самостоятельно организовать выполнение работы, осознаёт структуру деятельности и обладает опытом построения этапов познавательной работы. Ребёнок не только свободно выбирает необходимый способ, но и гибко применяет его в новых ситуациях для успешного решения учебных и познавательных задач.

Таким образом, последовательное прохождение перечисленных этапов способствует формированию у обучающихся высокого уровня метапредметных умений, гибкой стратегии познания и освоения новых учебных способов, а также развитию самостоятельности и критического мышления в условиях образовательной деятельности.

В нами был разработан учебно-методический комплект упражнений по теме «Квадратные уравнения» для обучающихся 8-х классов, направленный на развитие познавательных универсальных учебных действий (ПУУД). Комплект включает задания, способствующие формированию у учащихся навыков осознанного и произвольного построения речевых высказываний в устной и письменной форме, установлению причинно-следственных связей и формированию логической последовательности рассуждений.

1. Пример задания

Рассмотрите следующие уравнения:

1) $2x + 2 = 0$

2) $3x - 3x^2 + 1 = 0$

3) $x^2 + 6x + 17 = 0$

Учащимся предлагается определить, какое из уравнений не имеет действительных корней, и обосновать свой ответ. В ходе обсуждения

обучающиеся выявляют, что уравнение под номером 3 не имеет действительных корней, так как его дискриминант отрицателен.

В рамках анализа второго уравнения обучающиеся производят упорядочение слагаемых по убыванию степени переменной x и записывают результат в тетрадь:

$$-3x^2 + 3x + 1 = 0$$

Данная деятельность направлена на развитие умений анализировать структуру уравнения, выделять отдельные слагаемые, а также определять их роль в общем выражении.

Для первого уравнения учащиеся осваивают выбор наиболее эффективных способов решения, анализируя возможности использования дискриминанта, графического метода и метода решения неполного квадратного уравнения (при $c = 0$). Обосновывается рациональность применения последнего метода применительно к данному заданию, что способствует развитию умений выбирать оптимальный способ решения задачи в зависимости от её структуры.

2. Примеры рассматриваемых уравнений:

1) $2x^2 + 5x - 4 = x^2 + 2x$;

2) $x^2 - 6x + 5 = x - 2$;

3) $(x - 2)^3 + 3 = 5$.

В рамках работы с этими заданиями учащиеся осуществляют преобразование уравнений, переносят все члены в одну часть равенства и приводят подобные слагаемые с целью получения формата $ax^2 + bx + c = 0$. В процессе анализа учащиеся выявляют, что уравнение под номером 3 не удаётся решить средствами, освоенными на данном этапе, поскольку его наивысшая степень переменной равна 3. Решение кубических уравнений выходит за пределы текущей темы, что отмечается обучающимися в ходе обсуждения.

Учащимся также предлагается определить тип каждого из представленных уравнений. В результате коллективного обсуждения

выводится, что второе из предложенных уравнений является линейным, так как максимальная степень переменной в нём равна 1. Формулируется соответствующее определение: линейное уравнение — это уравнение, в котором наивысшая степень переменной составляет 1. Далее обучающиеся определяют, что первое уравнение относится к квадратным, поскольку наивысшая степень переменной равна 2. На данной основе формируется научная дефиниция: квадратное уравнение — это уравнение, где наибольшая степень переменной составляет 2. Аналогично, на основании третьего примера учащиеся формулируют определение уравнения третьей степени — это уравнение, обладающее наивысшей степенью переменной 3.

В качестве иллюстрации задач, ориентированных на развитие познавательных универсальных учебных действий у учащихся 8-х классов при изучении темы «Квадратные уравнения», приведён следующий комплекс упражнений.

Комплекс заданий для формирования познавательных УУД

Задача 1 Изучите и решите следующие квадратные уравнения:

а) $7x^2 - 16x^2 + 2x^2 + 7 = 7(x + 1)$;

б) $x^2 + 2x = 50 + 2(x + 3)$;

в) $x^2 - 2 = 0$.

Задание 1 (Развитие аналитических навыков: умение структурировать выражение)

В каждом из представленных уравнений расположите слагаемые по убыванию степени переменной x . Представьте результаты в каноническом виде.

Задание 2 (Формирование умения выделять и анализировать части целого)

Проанализируйте каждое из уравнений и заполните таблицу коэффициентов (a , b , c) для каждого квадратного уравнения, отражая, каким образом распределяются коэффициенты при соответствующих степенях переменной.

Уравнение	a	b	c
Уравнение 1			
Уравнение 2			
Уравнение 3			

Задание 3 (Развитие навыка сопоставления: выделение признаков сходства и различия)

Выполните сравнительный анализ уравнений по таким спецификациям, как наличие коэффициентов b и c , наличие отрицательных коэффициентов, а также число слагаемых в каждом уравнении. Определите, какие из признаков встречаются только в одном уравнении, а какие — в двух. Сформулируйте дополнительный признак, общий для двух уравнений.

Задача 2 Решите следующие уравнения:

а) $(3/2)x^2 - 4x + 3 = (1/2)(x - 6)$;

б) $4x^2 - 3 = 2x$;

в) $8(x + 1) = 448$.

Задание 1 (Формирование навыков схематизации: визуализация решения)

Определите, с помощью каких математических преобразований можно упростить каждое из этих уравнений. Изобразите алгоритмы решения схемами, с указанием выполняемых шагов.

Задание 2 (Рефлексия, контроль и оценка учебной деятельности)

Проведите самопроверку решений: убедитесь в обоснованности каждого этапа вывода, выявите и устраните возможные ошибки.

Описанные выше задания демонстрируют, что целенаправленная организация работы с квадратными уравнениями способствует формированию у обучающихся комплекса познавательных универсальных учебных действий.

2.2 Методы, формы, средства формирования универсальных познавательных учебных действий обучающихся 8 класса при решении уравнений и неравенств

При формировании универсальных познавательных учебных действий (УПУД) у обучающихся 8 класса на уроках математики, особенно при изучении темы "уравнения и неравенства", особое внимание следует уделять методам, формам и средствам, которые способствуют развитию таких навыков, как анализ, синтез, постановка учебной задачи и работа с моделями.

Одним из эффективных методов является работа в группах сменного состава. Этот метод позволяет учащимся обмениваться мнениями и стратегиями решения задач, что развивает навык анализа и синтеза. Например, учащимся может быть предложено разобрать конкретное уравнение, выявить его основные компоненты и сформулировать возможные стратегии решения. В процессе обсуждения они учатся ставить учебные задачи: определить, какие уравнения требуют специальных методов решения, и разработать подходы для их решения.

Задание 1: Самостоятельное составление и исследование линейных уравнений обучающимися.

Цель: развить навыки анализа и синтеза при работе с линейными уравнениями у обучающихся.

Описание задания: Каждой группе предлагается составить определенное количество линейных уравнений (4-7 шт.) и исследовать их, сформулировав общие свойства и отличия. Обучающиеся действуют по предложенному плану:

1. Составьте список примеров линейных уравнений в количестве 4-7 шт.
2. Определите основные этапы решения линейных уравнений и запишите их в тетрадь.
3. Выявите общие закономерности решения линейных уравнений и представьте их в виде карточки-памятки.

Работа в группах: Обучающиеся работают в сменных группах, обсуждая и сравнивая свои результаты. В процессе работы участники новой группы обмениваются полученными результатами, обобщают и корректируют полученные выводы.

Задание 2: Моделирование реальных ситуаций с использованием неравенств.

Цель: сформировать умения применения неравенств для решения практических задач.

Описание задания: Обучающиеся должны смоделировать реальную жизненную ситуацию, при решении которой необходимо использовать неравенства. Примером может служить кейс, задача, проблемная ситуация, с которой сталкивается человек в реальной жизни. Обучающимся предлагается план действий:

1. Придумайте условие задачи.
2. Разработайте модель задачи (схема/чертеж/краткая запись/таблица).
3. Составьте неравенство и определите его тип, которое будет использоваться при решении задачи.
4. Проанализируйте полученный результат и сформулируйте ответ.

Работа в группах: в результате работы групп сменного состава обучающиеся класса разберут и решат все созданные ими задачи.

Задание 3: Проведение творческой дискуссии на тему "Решение уравнений и неравенств в жизни".

Цель: развить у обучающихся навыки постановки учебной задачи и творческого мышления.

Описание задания: Обучающиеся делятся на группы, им предлагается сформулированная проблема, решением которой может являться нахождение решения уравнения или неравенства.

1. Составьте задачу на основе предложенной вам проблемы и запишите ее условие.
2. Составьте схему/краткую запись/таблицу для этой задачи.

3. Оформите решение наиболее рациональным способом.

Работа в группах: Обучающиеся проводят дискуссию, обсуждая разработанные задачи и пути их решения. Вносят корректировки и проводят совместный анализ проделанной работы.

Работа в парах также является полезной формой взаимодействия, стимулирующей постановку учебных задач и развитие критического мышления. Например, ученикам предлагается работать над моделированием различных математических ситуаций, связанных с решением неравенств. Один из пар хранителей может задать вопрос о значимости тех или иных шагов в процессе решения, подталкивая партнера к более глубокому анализу и синтезу полученной информации.

Задание 1: Решение линейных уравнений в парах.

Цель: сформировать навыки совместного анализа и решения линейных уравнений.

Описание задания: Обучающиеся делятся на пары, каждой паре необходимо решить предложенные линейных уравнений (5-8 шт.), ребята обсуждают процесс решения и совместно формулируют выводы.

1. Решите самостоятельно линейные уравнения.
2. Сравните полученные ответы с соседом по парте.
3. Обсудите в паре, как вы решали эти уравнения и сформулируйте единый алгоритм, создав карточку-памятку.

Работа в парах: при обсуждении обучающимися в парах стратегии решения уравнений, анализе возможных ошибок и совместном исправлении возникших расхождений происходит процесс формирования аналитических способностей.

Задание 2: Построение и анализ графиков.

Цель: овладеть способами графического представления уравнений и неравенств.

Описание задания: Каждой паре обучающихся необходимо построить графики для системы уравнений (2 шт.)/неравенств (2 шт.), интерпретировать результаты и обсудить их практическое применение.

1. Постройте самостоятельно графики для предложенных уравнений/неравенств.

2. Проанализируйте в паре пересечение данных графиков, какие выводы вы можете сделать?

3. Обсудите совместно с соседом по парте, как и где данные графики могут быть использованы в реальной жизни.

Работа в парах: Обучающихся необходимо распределить на пары по примерному уровню знаний, далее они совместно разрабатывают стратегии построения графиков уравнений и неравенств, обсуждая ход решения. Анализируют результаты проделанной работы и интерпретируют полученные результаты в реальную жизнь, формируя таким образом способность критически мыслить и применять математические модели на практике.

Кейс-метод представляет собой особый интерес в формировании УПУД. Предложив учащимся анализ кейсов, связанных с реальными ситуациями, требующими решения уравнений и неравенств, преподаватель способствует развитию навыка работы с моделями. Например, ученикам может быть предложен кейс, где необходимо рассчитать оптимальные условия для определенной задачи (финансовой, технической и др.), используя математические методы решения уравнений и неравенств. Это побуждает обучающихся активно применять теоретические знания в практике, развивая умение строить учебные задачи на примерах из реальной жизни.

Задание 1. Кейс по оптимизации расходов.

Целью данного кейс метода является применение уравнений и неравенств для оптимизации реальной задачи.

Обучающимся выдается кейс, который им необходимо решить.

Кейс: Родители планируют купить новые предметы интерьера для квартиры после ремонта. Но семьи ограничен бюджет, они могут потратить

только 5000 рублей. Кресло стоит 1400 рублей, стол стоит 2650 рублей, а лампа 700 рублей.

Определите максимальное количество предметов, которые семья может приобрести, не выходя за пределы бюджета. Используйте данный план для ответа:

1. Изучите условие задачи, выделите главное.
2. Составьте схему/таблицу/краткую запись для решения задачи.
3. Составьте уравнение, с помощью которого вы можете получить ответ на поставленный вопрос. Найдите все возможные варианты решения.

Задание 2: Кейс по сохранения природы края.

Целью этого кейс метода является исследование экологических проблем с использованием неравенств.

Обучающимся предоставляется кейс о загрязнении воздуха Красноярского края, им надо использовать неравенства, чтобы проанализировать данные о выбросах с заводов и предложить решения для сокращения загрязнений.

Кейс: В Красноярском крае выросли показатели загрязнения воздуха из-за увеличения выбросов существующих заводов. На данный момент уровень выбросов достиг 62 единиц, в то время как допустимый уровень не должен превышать 35 единиц. Как и на сколько процентов необходимо понизить уровень выбросов в воздух, чтобы в Красноярском крае вновь появился чистый воздух? Используйте данный план для ответа:

1. Изучите условие задачи, выделите главное.
2. Составьте схему/таблицу/краткую запись для решения задачи.
3. Составьте неравенство, с помощью которого вы можете получить ответ на поставленный вопрос. Найдите все возможные варианты решения. Предложите свою стратегию по улучшению ситуации.

Задание 3. Кейс по бизнес-моделированию

Целью данного кейс-метода является построение бизнес-модели с применением уравнений.

Обучающимся предлагается кейс, связанный с открытием небольшой компании. Требуется использовать уравнения для расчета предполагаемых доходов и расходов.

В компании ожидается ежедневная выручка 8000 рублей, причем расходы на аренду помещения составят 60000 рублей, а закупка продуктов составит 20000 рублей. Используйте уравнения для расчета предполагаемой прибыли, определить точку безубыточности.

1. Анализ кейса: изучить условия задачи, определить ключевые финансовые показатели.

2. Математическое моделирование: составить уравнения для расчета планируемых финансовых потоков.

3. Оценка и интерпретация: оценить результаты и предложить улучшения.

Также нами был разработан блок заданий, разработанные задания были собраны в таблицу 2 и распределены по темам, направленные на развитие ключевых познавательных УУД.

Таблица 2

Тема	Формируемое УУД	Примеры заданий
Неполные квадратные уравнения	Задание на анализ	Найди корни уравнения: $x^2 - 16 = 0$ Реши уравнение: $3x^2 - 27 = 0$ Реши уравнение $4x^2 - 36 = 0$, используя график
	Задание на синтез	Составь уравнение по корням 0 и 5; Найди уравнение, у которого один из корней – 0; Составь неполное уравнение по графической модели
	Задание на классификацию	Определи, к какому виду относится уравнение: $x^2 - 3x = 0$ Проанализируй случай $x^2 + x = 0$: когда корни равны нулю?
	Задание на моделирование	Составь уравнение по описанию: квадрат числа равен 16. Создай текстовую задачу, сводящуюся к неполному уравнению Создай модель движения тела, описываемую неполным уравнением

	Задание на преобразование информации	Преобразуй уравнение $x^2 = 81$ Преобразуй $x^2 = -16$ в уравнение без решений Преобразуй $x^2 - 4$ в каноническую форму
Формула корней квадратного уравнения	Задание на анализ	Разложите на составляющие элементы формулу корней квадратного уравнения. Рассмотрите формулу: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, - Что такое дискриминант? - Как его значение влияет на количество корней? - Почему знаменатель именно $2a$?
	Задание на синтез	Создайте уравнение, у которого корни равны $x_1=3$, $x_2 = -2$.
	Задание на классификацию	Классифицируйте уравнения по числу корней в зависимости от значения дискриминанта. Пример: Рассмотрите уравнения: $x^2 - 5x + 5 = 0$ $x^2 + 2x + 3 = 0$ $2x^2 - 3x + 1 = 0$ - Вычислите дискриминант - Определите, сколько корней у каждого уравнения - Сгруппируйте уравнения по этому признаку
	Задание на моделирование	Смоделируйте графическую зависимость между значением дискриминанта и числом корней уравнения, используя примеры. Пример: – Постройте таблицу значений дискриминанта (например: $D < 0$, $D = 0$, $D > 0$) – Нарисуйте схематичный график, показывающий количество пересечений параболы с осью X
	Задание на преобразование информации	Преобразуйте текстовое описание задачи в математическую модель, решите уравнение с помощью формулы корней. Пример: «Сумма двух чисел равна 7, а их произведение – 10. Найдите эти числа.» - Запишите математическую модель - Приведите уравнение к квадратному виду - Найдите корни по формуле
Теорема Виета	Задание на анализ	Рассмотрите квадратное уравнение и проверьте, выполняется ли для его корней теорема Виета. Пример: Дано уравнение: $x^2 - 7x + 8 = 0$ - Найдите корни уравнения - Вычислите сумму и произведение корней
	Задание на синтез	Составьте квадратное уравнение, зная сумму и произведение корней, используя теорему Виета. Пример:

		Пусть сумма корней равна 3, а произведение – 2. – Составьте уравнение, используя обратную теорему Виета – Найдите его корни и проверьте правильность составления
	Задание на классификацию	Классифицируйте квадратные уравнения по признаку соответствия теореме Виета. Пример: Из уравнений: $x^2 - 4x + 3 = 0$ $2x^2 + 5x + 2 = 0$ $x^2 + x + 1 = 0$ - Найдите корни - Проверьте, выполняется ли теорема Виета - Разделите уравнения на группы: «Выполняется», «Не выполняется»
	Задание на моделирование	Создайте схему (таблицу или блок-схему), отражающую взаимосвязь между коэффициентами квадратного уравнения и его корнями через теорему Виета. Пример: - Нарисуйте схему, где на вход подаются b и c - На выходе – сумма и произведение корней - Включите обратное направление: по заданной сумме и произведению – восстановление уравнения
	Задание на преобразование информации	Преобразуйте текстовую задачу в уравнение и решите её, применяя теорему Виета. Пример: «Произведение двух чисел равно 18, а их сумма – 9. Найдите эти числа.» - Запишите соответствующее уравнение: $x^2 - 9x + 18 = 0$ - Найдите корни, используя теорему Виета - Сделайте проверку
Сложение и умножение числовых неравенств	Задание на анализ	<i>Составьте пример, иллюстрирующий правило умножения числовых неравенств, и объясните, почему оно работает.</i>
	Задание на синтез	Пример: - Выберите два верных неравенства - Умножьте их - Сделайте обобщение на основе нескольких примеров
	Задание на классификацию	Классифицируйте действия над неравенствами по допустимости их выполнения. Пример: Даны операции: - сложение двух неравенств - умножение обеих частей неравенства на положительное число - возведение обеих частей в квадрат - деление обеих частей на отрицательное число - Разделите на группы: «разрешены всегда», «разрешены при условиях», «не разрешены»

	Задание на моделирование	<i>Постройте логическую схему действий при сложении и умножении неравенств.</i> Пример: Создайте блок-схему с проверками: знак чисел, допустимость действий, направление знака после действия
	Задание на преобразование информации	<i>Преобразуйте словесное утверждение в систему неравенств и решите её с применением операций сложения или умножения.</i> Пример: «У Пети меньше 450 рублей, у Васи меньше 200 рублей. Сколько максимум может быть у них вместе?» - Составьте неравенства - Примените операцию сложения - Запишите ответ
Решение систем неравенств с одной переменной	Задание на анализ	<i>Проанализируйте, какие участки числовой прямой входят в решение системы неравенств.</i> Пример: Решите и проанализируйте: $x > -2, x \leq 3$ - Какой промежуток удовлетворяет обеим частям?
	Задание на синтез	<i>Составьте систему неравенств с одним неизвестным, чтобы её решение было промежутком $(-1; 2]$ $(-1; 2]$.</i> - Проверьте, что ваш ответ корректен - Решите и сравните с исходным промежутком
	Задание на классификацию	<i>Разделите системы неравенств на те, которые имеют решение, и те, которые не имеют. Пример:</i> Рассмотрите: $x > 1, x < 5$ $x < -3, x > 2$ $x \geq 0, x \leq 0$ - Объясните свой выбор
	Задание на моделирование	<i>Постройте графическую модель решения системы неравенств на числовой прямой.</i> Пример: Решите: $x \geq -2, x < 4$ - Изобразите оба неравенства - Отметьте область пересечения
	Задание на преобразование информации	<i>Преобразуйте текстовую задачу в систему неравенств и найдите решение.</i> Пример: «Число больше -3 и меньше или равно 2. Найдите все возможные целые значения.» - Составьте систему - Решите - Перечислите подходящие целые числа

Нами была разработана таблица 3 для нахождения корней квадратных уравнений.

Таблица 3

Помощь в нахождении квадратных корней

Δ Дискриминант	Количество корней	Формула нахождения
$\Delta > 0$	2 корня	$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
$\Delta < 0$	Нет корней	Нет решений
$\Delta = 0$	1 корень	$x = \frac{-b}{2a}$

Также нами была разработана схема решения квадратных уравнений и неравенств. На схеме, в табличной форме представлен алгоритм решения, формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения, теорема Виета и алгоритм решения квадратного неравенства (Рис.2).

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА		
АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ		
1. Перенести все слагаемые в левую часть уравнения, упростить её, получить уравнение вида		
$ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$.		
2. Вычислить дискриминант D .		
3. Если $D \geq 0$, вычислить корни уравнения. Если $D < 0$, записать ответ: «корней нет».		
ФОРМУЛЫ ДИСКРИМИНАНТА И КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ		
В общем случае:	Если b – чётное, удобнее считать:	
$D = b^2 - 4ac, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	$\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac, \quad x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$	
РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ		
$ax^2 = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 - c = 0$
$x = 0$	$x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$	при $\frac{c}{a} \geq 0 \quad x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{c}{a}}$, при $\frac{c}{a} < 0$ корней нет
ТЕОРЕМА ВИЕТА		
x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$	$\Leftrightarrow$	$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a} \\ x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$
АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНОГО НЕРАВЕНСТВА		
1. Привести неравенство к виду $ax^2 + bx + c > 0$ или $ax^2 + bx + c < 0$.		Пример: $x^2 - 4x + 3 < 0$ $x_1 = 1, x_2 = 3$  Ответ: $x \in (1; 3)$
2. Найти нули функции $y = ax^2 + bx + c$ и схематично изобразить её график.		
3. На оси Ox найти промежутки, где $y > 0$ и где $y < 0$.		
4. Выбрать нужные промежутки.		

Рисунок 2 – Алгоритм решения квадратных уравнений и неравенств

Также неотъемлемой частью образовательного процесса является этап рефлексии. Для наиболее эффективной оценки уровня знаний и сформированности конкретных умений по теме предлагается данная таблица, которая заполняется и учеником, и учителем. Если ребенок считает, что он освоил навык – ставиться – «+», если же навык не освоен и требует еще

времени для отработки – ставиться – «-». Учитель также со своей стороны заполняет таблицу и выстраивает дальнейшую индивидуальную работу с учеником.

Таблица 4

Умение	Ученик		Учитель	
	В классе	Дома	В классе	Дома
1. Умею определять к какому виду относиться кв. уравнение				
2. Умею раскладывать кв. уравнение на множители				
3. Умею применять формулы корней кв. уравнения				
4. Умею применять Теорему Виета				

Все эти задания требуют от учащихся активного применения познавательных действий: анализа данных, синтеза информации, формулирования задачи и поиска способов ее решения.

2.3 Описание опытно-экспериментальной работы и анализ её результатов.

Экспериментальная часть данного исследования проводилась на базе МАОУ СШ №152 им. А. Д. Березина г. Красноярск. Исследование проводилось в естественных условиях учебного процесса по алгебре. В эксперименте приняли участие 57 учащихся школы: 27 учащихся из 8 «А» класса и 30 учащихся из 8 «Б» класса. Эти классы не имели профильной специализации.

Цель педагогического эксперимента заключалась в оценке влияния специальной методики на формирование познавательных универсальных учебных действий (УУД) у учеников восьмых классов на занятиях по алгебре. На первом этапе эксперимента главной задачей было определить исходный уровень развития этих УУД у восьмиклассников.

Разработанная классификация состояла из трех уровней развития познавательных УУД: низкого, среднего и высокого. Низкий уровень характеризовался фрагментарными знаниями и владением только отдельными

умениями в разных аспектах учебной деятельности. Учащийся, действуя по образцу, не вносил изменений в свои действия и справлялся лишь с хорошо знакомыми задачами. Средний уровень означал, что учащийся владеет базовыми умениями и навыками для работы по известным алгоритмам и способен самостоятельно корректировать свои действия при небольших изменениях условий задачи. Высокий уровень характеризовался умением применять полученные знания к новым и нестандартным ситуациям, переносить закономерности на неизвестные явления, самостоятельно анализировать условия, систематизировать методы, разрабатывать подходы к решению задач, определять их тип и вносить изменения в учебные действия.

Эти уровни создания позволили детально проанализировать и оценить результативность разработанной методики по отношению к развитию познавательных УУД.

На данном этапе проведения эксперимента перед обучающимися была поставлена задача выполнения трех заданий.

(Рис. 3)

1. Выберите уравнение, которое не имеет корней (анализ и синтез информации)
 - а) $-8x = 3$; б) $12x = 0$; в) $0 \cdot x = -4$; г) $0 \cdot x = 0$.
2. Решите уравнение несколькими способами (выбор метода решения математической задачи)
 - а) $(x+4)^2 = x(x+4) - 1$
 - б) $(x+2)^2 - (x-2)^2 = 8$
 - в) $(x+2)^2 = 36$
3. Решите задачу с помощью уравнения (анализ условия задачи, работа с моделями и схемами, выбор метода решения математической задачи)
 - а) Петя и Васа разделили между собой 36 конфет в отношении 2:1. Сколько конфет получил каждый?
 - б) Два велосипедиста выехали из одного пункта одновременно на встречу друг другу. Скорость первого велосипедиста 15 км/ч, второго 10 км/ч. Через сколько часов они встретятся, если расстояние между пунктами их отправления и прибытия равно 50 км?

Оценивание работы осуществлялось согласно следующим критериям:

- от 10 до 11 баллов соответствовали высокому уровню,
- от 7 до 9 баллов указывали на средний уровень,
- от 0 до 6 баллов свидетельствовали о низком уровне.

Наглядное распределение испытуемых по уровням представлено на рисунке 4.

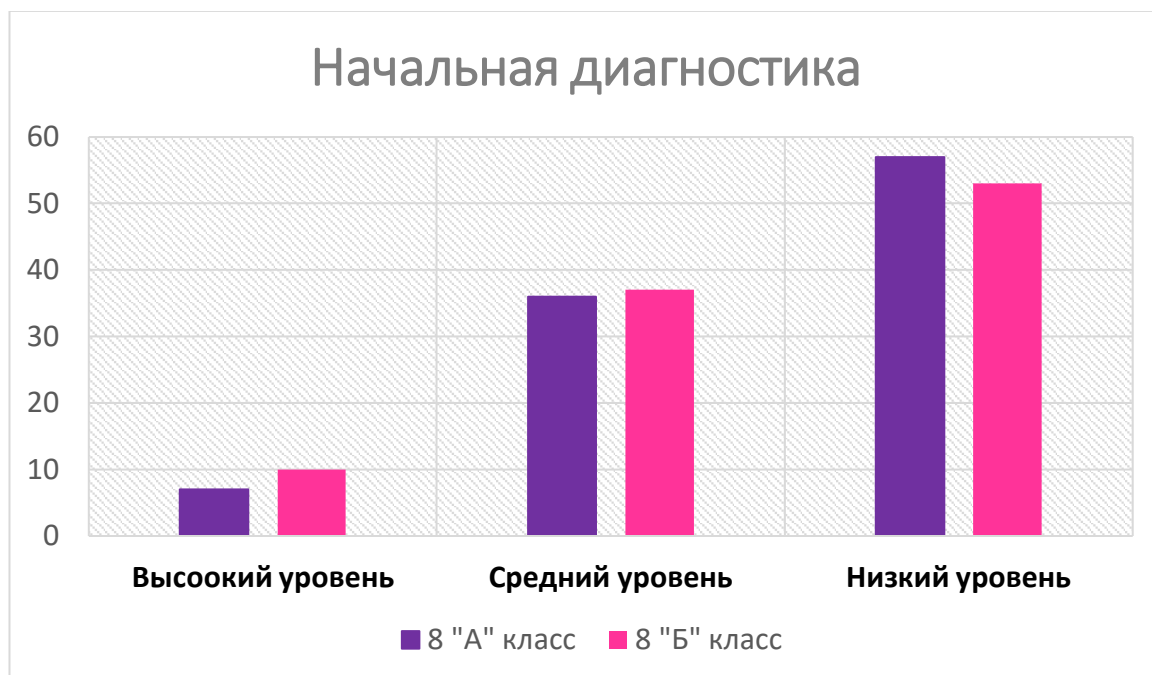


Рисунок 4. Распределение испытуемых по уровням на констатирующем этапе эксперимента

Анализ результатов диагностических работ выявил, что большинству обучающихся недостает навыков обобщения, систематизации, классификации, формулирования выводов, доказательства и установления причинно-следственных связей. Данные наблюдения указывают на недостаточный уровень сформированности познавательных универсальных учебных действий у учащихся восьмого класса. В рамках эксперимента класс 8 «А» был назначен в качестве экспериментального, а класс 8 «Б» — как контрольный.

На втором этапе с учащимися экспериментального класса был проведен комплекс заданий, представленный в параграфе 2.2.

Третий этап, который получил название контрольно-обобщающего, подтвердил действенность предложенной методики. На данном этапе обобщены результаты эксперимента и проведено оценивание достигнутого уровня познавательных универсальных учебных действий у 8 классов. По

завершении эксперимента была проведена повторная диагностика уровня развития познавательных учебных действий в обеих группах.

(Рис. 5)

1. Определите количество корней уравнения (анализ и синтез информации)
 - а) $x^2 + 5x = 0$
 - б) $x^2 + 4x + 4 = 0$
 - в) $7a^2 + 2 = 7a$
 - г) $9 + x^2 = x$
2. Решите уравнение несколькими способами (выбор метода решения математической задачи)
 - а) $x^2 - 3x + 2 = 0$
 - б) $x^2 + 9x + 20 = 0$
- 3.- Составьте задачу, которую необходимо решить с помощью уравнения
 - Оформите все этапы ее решения (понимание задачи, работа с моделями и схемами, выбор метода решения математической задачи)

Наглядно результаты представлены на рисунке 6.

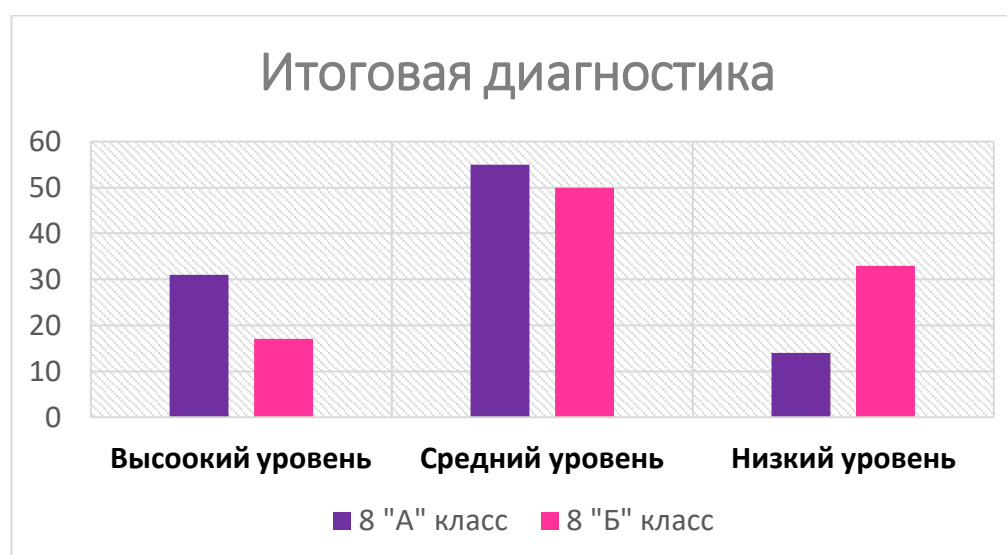


Рисунок 6. Распределение испытуемых по уровням на контрольном этапе эксперимента

В результате эксперимента в классе, где применялась инновационная методика, наблюдалось значительное улучшение уровня развития познавательных универсальных учебных действий (УУД). Доля учащихся с низким уровнем снизилась с 57 % до 14 %. В контрольных группах изменений было значительно меньше. Количество учеников с низким уровнем познавательных УУД уменьшилось на 13,34 % (с 46,67 % до 33,33 %), в то

время как число с высоким уровнем увеличилось на 6,67 %. Эти данные свидетельствуют о том, что традиционный метод обучения математике оказывает ограниченное влияние на развитие познавательных УУД. Цель эксперимента заключалась в демонстрации того, что обучение математике можно организовать так, чтобы способствовать формированию познавательных навыков у каждого ученика. Итоги эксперимента показали достижение поставленной задачи, подтверждая, что разработанная методика формирования познавательных УУД для учащихся 8 классов на уроках алгебры оказалась более эффективной по сравнению с традиционными подходами.

В параграфе 2.3. описана экспериментальная работа, проведенная в три этапа. Эксперимент осуществлялся в классах 8 «А» и 8 «Б», один из которых служил контрольной группой, а другой — экспериментальной. В экспериментальном классе применялась разработанная методика в течение года, нацеленная на развитие познавательных УУД учащихся 8-9 классов. В контрольном классе использовались традиционные методы обучения. Диагностические тестирования проводились в начале и в конце эксперимента. Эти тесты продемонстрировали, что предложенные задания, ориентированные на развитие познавательных УУД на уроках алгебры учащихся 8 классов, были успешно внедрены.

Выводы по главе 2

Цель преподавания математики на этапе основной школы заключается не только в формировании предметных знаний и умений, но и в развитии у обучающихся познавательных универсальных учебных действий (УУД), обеспечивающих успешное усвоение новой информации, формирование навыков организации самостоятельной деятельности, а также развитие логического мышления. Содержание программы по математике для 8 класса отбирается с учётом необходимости формирования и развития познавательных УУД. В учебный материал включаются задания, которые

требуют осуществления анализа, сравнения, классификации, синтеза математической информации, а также применения полученных знаний в нестандартных ситуациях.

Заключение

В условиях модернизации современной образовательной системы особую значимость приобретает формирование универсальных познавательных учебных действий, выступающих фундаментом для дальнейшего развития обучающихся, их самообразования и успешной социализации. Актуальность рассматриваемой темы обусловлена необходимостью повышения качества подготовки учащихся, их готовности к решению разнообразных учебных и жизненных задач, а также формированием у них критического и самостоятельного мышления.

В ходе проведённого исследования выявлены теоретические основания понятия универсальных познавательных учебных действий, определена их структура, а также предложена модель формирования данных умений у восьмиклассников в процессе изучения темы "уравнения и неравенства". Анализ содержания и целей обучения математике в данном контексте позволил выявить эффективные методы, формы и средства, способствующие развитию у учащихся системного, аналитического и рефлексивного стиля мышления.

Проведенное исследование подтверждает важность и актуальность формирования универсальных познавательных учебных действий (УПУД) у обучающихся 8 класса, особенно в контексте изучения математической темы "уравнения и неравенства". В современных образовательных условиях стратегическое развитие УПУД оказывается необходимым как для успешного освоения курсов средней школы, так и в дальнейшем обучении и профессиональной деятельности.

Ключевыми элементами методики стали разнообразные по формулировке задания, которые не только развивают способность анализировать и сравнивать математические выражения, но и побуждают к выявлению закономерностей, структурированию знаний и обобщению.

Список использованных источников

1. Андреева Д.В. Формирование познавательных ум на уроках математики // Материалы IX Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум» URL: <https://scienceforum.ru/2017/article/2017039902>
2. Асмолов А. Г., Бурменская Г. В., Володарская И. А. и др. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя /под ред. А. Г. Асмолова. М.: Просвещение, 2010. 159 с
3. Гадельшина, А. А. Формирование познавательных УУД на уроках математики в начальной школе / А. А. Гадельшина, Н. Л. Гребенникова, С. А. Косцова // Chronos. – 2021. – Т. 6, № 12(62). – С. 24-25. – EDN PAAEUD.
4. Гуцко А. А. Формирование познавательных учебных действий младших школьников // Вестник науки. 2020. №2 (23). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-poznavatelnyh-uchebnyh-deystviy-mladshih-shkolnikov> (дата обращения: 25.05.2025).
5. Дёмина О. О. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики в 5 классе // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015. – Т. 17. – С. 21–25. – URL: <http://e-koncept.ru/2015/45005.htm>.
6. Дьяченко И.В. Методическая система формирования универсальных учебных действий в процессе географического обучения // Современное педагогическое образование. 2021. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskaya-sistema-formirovaniya-universalnyh-uchebnyh-deystviy-v-protssesse-geograficheskogo-obucheniya>
7. Егорова, А. А. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики / А. А. Егорова, Е. В. Эйсер. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2016. — № 29 (133). — С. 1-4. — URL: <https://moluch.ru/archive/133/37343/>

8. Егорова Л. А., Миннуллина Р. Ф. Теоретические аспекты формирования познавательных универсальных учебных действий в младшем школьном возрасте // Электрон. науч. журн. «Дневник науки». – 2022. – № 3. – УДК 37.015.3.

9. Константинова В.В. Проектная деятельность как средство формирования универсальных учебных действий младших школьников // Фундаментальные исследования. 2015. № 2-4. С. 783-786; URL: <https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=36933>

10. Коротич, С. И. Формирование познавательных универсальных учебных действий на уроках математики в 1 классе / С. И. Коротич // Актуальные вопросы современной науки и образования : Материалы Научной сессии 2022 Борисоглебского филиала ФГБОУ ВО "ВГУ", Борисоглебск, 01–30 апреля 2022 года. – Москва: Издательство "Перо", 2022. – С. 163-167. – EDN KSPNYK.

11. Майер, Е. И. Формирование познавательных универсальных учебных действий у учащихся на уроках математики / Е. И. Майер. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2018. — № 22 (208). — С. 336-337. — URL: <https://moluch.ru/archive/208/50966/>

12. Мельников, Д. Н. Методы формирования познавательных универсальных учебных действий у учащихся основной школы в процессе обучения / Д. Н. Мельников. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2023. — № 25 (472). — С. 333-337.

13. Микерова Г.Ж. Система формирования общеучебных познавательных универсальных учебных действий младших школьников в процессе обучения // Международный журнал экспериментального образования. 2017. № 10. С. 16-24; URL: <https://expeducation.ru/ru/article/view?id=11766>

14. Морозова Ю.В., Мишанина В.И. Технология формирования универсальных учебных действий у обучающихся начальных классов //

Международный студенческий научный вестник. 2016. № 5-2. ; URL: <https://eduherald.ru/ru/article/view?id=15659>

15. Овчарук Л.П. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики // Евразийский научный журнал. 2018. №10. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-universalnyh-uchebnyh-deystviy-na-urokah-matematiki-1>

16. Перевощикова Елена Николаевна Специфика формирования универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе // ИТС. 2015. №2 (79). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/spetsifika-formirovaniya-universalnyh-uchebnyh-deystviy-pri-obuchenii-matematike-v-osnovnoy-shkole> (дата обращения: 25.05.2025).

17. Петрова, И. В. Формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в образовательном пространстве начальной школы : дис. канд. пед. наук : 13.00.01 / И. В. Петрова. – Казань : ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», 2017.

18. Полежаева, В. О. Формирование познавательных универсальных учебных действий младших школьников / В. О. Полежаева, Л. П. Ильченко // Традиции и инновации в педагогике начальной школы : Материалы XIII Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, Симферополь, 21 апреля 2022 года. Том Выпуск 13. – Симферополь: Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Республики Крым "Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова", 2022. – С. 294-298. – EDN ZVINPW.

19. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 "Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования" (Зарегистрирован 12.07.2023 № 74223) / Официальное опубликование правовых актов <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202307140040>

20. Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 “Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования”

21. Пушкина З.В. Развитие познавательных ууд на уроках математики // Проблемы педагогики. 2024. №4 (68). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/razvitie-poznavatelnyh-uud-na-urokah-matematiki>

22. Семененко, Н. М. Активные методы и формы обучения и их роль в развитии УУД / Н. М. Семененко // Научно-методический электронный журнал "Концепт". – 2015. – № Т13. – С. 786-790. – EDN TWCGXH.

23. Смирнова В.А. Теоретические основы формирования познавательных универсальных учебных действий у школьников // Ярославский педагогический вестник. 2015. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/teoreticheskie-osnovy-formirovaniya-poznavatelnyh-universalnyh-uchebnyh-deystviy-u-shkolnikov>

24. Сорокоумова Е.А., Мамонова Е.Б., Суворова О.В., Персонова А.А., Петрова О.А. Особенности приёмов развития ууд (универсальных учебных действий) в учебной деятельности // Современные проблемы науки и образования. 2017. № 4. ; URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=26565>

25. Стоянова Д. А. Средства формирования универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе // Вестник науки. 2023. №6 (63). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sredstva-formirovaniya-universalnyh-uchebnyh-deystviy-pri-obuchenii-matematike-v-osnovnoy-shkole>

26. Степанова О. В. Развитие познавательных универсальных учебных действий как педагогическая проблема // Молодой ученый. 2016. №2. – С. 851-853.

27. Талызина Н. Ф. Деятельностная теория учения / Н. Ф. Талызина. М.: Издательство Московского университета, 2018. 440 с.

28. Талызина Н. Ф. Усвоение научных понятий в школе: учебное пособие для вузов / Н.Ф.Талызина, И.А. Володарская, Г. А. Буткин. 2-е изд., испр. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2021. 87 с.

29. Чуланова, Н. А. Формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в урочной и внеурочной деятельности: дис. канд. пед. наук: 13.00.01 / Н. А. Чуланова. – Саратов, 2017.

30. Чуланова Н.А., Черняева Т.Н. Нормативный контекст определения «Познавательные универсальные учебные действия» // Научное обозрение. Педагогические науки. 2015. – 234 с.

31. Шуршаев А. -м Р., Шуршаева М. Р. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики // Вестник магистратуры. 2022. №10-3 (133). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-universalnyh-uchebnyh-deystviy-na-urokah-matematiki-2>

32. Яковлева Е.Н., Захарова Т.В., Зайцева Н.Ю. Формирование познавательных учебных действий у школьников на уроках математики // Научное обозрение. Педагогические науки. 2017. № 6-2. С. 324-333; URL: <https://science-pedagogy.ru/ru/article/view?id=1732>