

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Матюшкин Дмитрий Романович

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Организация изучения курса «Вероятность и статистика»
в 10 классе на основе технологий смешанного обучения**

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы:
Математика и Информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

16.05.2025

(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

Дата защиты

17.06.2025

Обучающийся

Д.Р. Матюшкин

Оценка отлично

Прописью

Красноярск 2025



Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические аспекты организации изучения курса «Вероятность и статистика» в 10 классе на основе технологий смешанного обучения	9
1.1. Современные тенденции развития математического образования в старшей школе.....	9
1.2. Вероятностно-статистическая линия в базовом и профильном курсе математики 10-11 классов	25
1.3. Технологии смешанного обучения и возможности их использования в математической подготовке обучающихся 10 класса.....	34
Выводы по первой главе.....	42
Глава 2. Методические аспекты организации изучения курса «Вероятность и статистика» в 10 классе на основе технологий смешанного обучения	43
2.1. Программа и содержание курса «Вероятность и статистика» в 10 классе	43
2.2. Методические рекомендации по организации курса «Вероятность и статистика» в 10 классе на основе технологий смешанного обучения	47
2.3. Апробация методических рекомендаций в образовательной практике	54
Выводы по второй главе	73
Заключение	74
Список использованных источников	76
Приложение А	85
Приложение Б	87

Введение

Современная система школьного образования ставит перед собой задачу не только передавать знания, но и формировать у обучающихся навыки критического мышления, анализа данных и решения практических задач. В этом контексте особое значение приобретает курс «Вероятность и статистика», который направлен на развитие математической грамотности и способности работать с информацией в условиях неопределенности. Включение этого курса в школьные программы отвечает требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) и вызовам времени, когда умение анализировать массивы данных становится необходимым в разных сферах жизни.

Однако изучение такого сложного курса, как «Вероятность и статистика», требует пересмотра традиционных подходов к преподаванию. Использование технологий смешанного обучения представляет собой перспективный путь к адаптации образовательного процесса под современные реалии и интересы старшеклассников. Смешанное обучение, объединяющее очное и дистанционное взаимодействие, позволяет сформировать индивидуальную траекторию обучения, повысить мотивацию и активизировать обучающихся. Данные технологии особенно актуальны при изучении курсов, требующих как теоретической подготовки, так и активной практической работы.

Тема организации обучения курсу «Вероятность и статистика» в школьной программе, а также использования технологий смешанного обучения для повышения его эффективности, обсуждается в научно-методической литературе и в сообществе учителей математики. Курс «Вероятность и статистика» сравнительно недавно стал обязательной частью школьной программы благодаря требованиям Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС), что делает его изучение особенно актуальным. Основное внимание в научно-методической литературе уделяется содержанию курса, его роли в формировании математической грамотности и навыков работы с

данными. Среди авторов, исследовавших вопросы преподавания теории вероятностей и статистики, можно отметить А.Н. Колмогорова, Б.В. Гнеденко, Ю.С. Решетняк и др. Также реализации стохастической линии в школьном курсе математики посвящен ряд публикаций С.В. Щербатых, А.Ю. Рогачевой. Из зарубежных авторов вопросы преподавания теории вероятностей и статистики рассматривали Г. Леддер – он представил прикладное введение в вероятностное мышление и моделирование, включая и дидактические аспекты, а также Дани Бен-Цви, который описывает дидактические подходы к обучению статистике и вероятности у школьников и будущих студентов. А.Н. Колмогоров в своём фундаментальном труде «Основные понятия теории вероятностей» заложил аксиоматический подход к теории вероятностей. Б.В. Гнеденко – автор одного из самых популярных учебников в России «Курс теории вероятностей». Ю.С. Решетняк разработал учебник для студентов математических и технических специальностей «Курс теории вероятностей и математической статистики». Это комплексное пособие, охватывающее как теоретические, так и практические аспекты двух ключевых разделов математики – теории вероятностей и математической статистики. В книге представлена систематизация основных понятий, методов и результатов, а также их применение в научных и практических задачах.

Работы в области преподавания курса «Вероятность и статистика» охватывают широкий спектр тем, начиная от методических аспектов преподавания и подходов к структурированию учебного материала до использования современных технологий для визуализации и моделирования. В.В. Краснощеков и Н.В. Семенова предложили инновационный подход к преподаванию теории вероятностей и математической статистики в вузах, особенно в условиях больших лекционных потоков. Д.М. Скрыльников разработал методику преподавания элементов теории вероятностей и математической статистики в профильных физико-математических классах. Е.А. Ерошева – российско-американский статистик, её исследования сосредоточены

на применении байесовского подхода и латентных переменных в социальных и поведенческих науках.

Исследователи подчеркивают важность того, чтобы данный курс был не только теоретическим, но и ориентированным на практическое применение. Это связано с актуальностью статистики и вероятности в различных профессиональных областях. Одной из ключевых идей является постепенное погружение обучающихся в основные концепции, такие как случайность, вероятность, распределения, и их практическое применение через анализ данных. Большое внимание уделяется использованию реальных данных для создания контекста, понятного и интересного обучающимся. Авторы отмечают, что абстрактные понятия, такие как законы больших чисел или гипотезы, становятся более доступными, если они представлены через примеры из повседневной жизни. Однако более детальные разработки, ориентированные на старшеклассников и современные требования, остаются недостаточно проработанными. Также можно отметить, что достаточно ограничено исследование межкультурных и междисциплинарных различий в преподавании курса. А именно, как культурный контекст или сфера профессионального интереса обучающихся влияет на восприятие материала. Особенно слабой областью является недостаток данных о влиянии новых технологий и подходов, таких как использование искусственного интеллекта, адаптивного обучения, геймификации, на изучение курса. Несмотря на активное внедрение технологий, результаты их применения редко анализируются на долгосрочной основе.

Технологии смешанного обучения являются активно развивающимся направлением в педагогике. М.В. Кларин и Е.С. Полат подробно описали суть и преимущества смешанного обучения, включая его адаптивность, гибкость и возможности повышения мотивации учащихся. Н.В. Андреева провела эксперимент по внедрению смешанного обучения в московских школах, показав положительное влияние на образовательные результаты обучающихся. В.И. Блинов и И.С. Сергеев разработали классификацию моделей смешанного обучения, адаптированную к российской образовательной системе. Из

иностранных исследователей особенно важной фигурой является К. Кристенсен. Он был одним из «пионеров» концепции смешанного обучения, разработал теорию гибридов, основанную на сочетании традиционных и инновационных образовательных технологий. Вместе с К. Кристенсеном исследовал модели смешанного обучения и его коллега и соавтор М. Хорн.

Исследования показывают, что смешанное обучение особенно эффективно в старших классах, где важно сочетание теории и практики. Однако применение данной технологии конкретно для курса «Вероятность и статистика» остается фрагментарным. Существующие работы сосредоточены в основном на математических дисциплинах в целом, без детального рассмотрения особенностей курса.

Несмотря на наличие разработок в области преподавания теории вероятностей, статистики и использования смешанного обучения, синтез этих направлений и адаптация к специфике курса в рамках 10 класса требует дальнейшего изучения. **Актуальность** данной темы обоснована потребностями современной школы и недостаточной степенью разработанности вопроса, что создает возможности для научного поиска и практических решений.

Проблема исследования: поиск эффективных методических решений использования технологий смешанного обучения при изучении курса «Вероятность и статистика» в 10 классе.

Целью данной работы является разработка и апробация методики организации курса «Вероятность и статистика» в 10 классе с использованием технологий смешанного обучения.

Объект исследования – процесс обучения старшеклассников курсу «Вероятность и статистика» в рамках школьной программы 10 класса.

Предмет исследования – методика организации изучения курса «Вероятность и статистика» в 10 классе с использованием технологий смешанного обучения.

Для достижения этой цели поставлены следующие **задачи**:

1. Охарактеризовать теоретические аспекты организации изучения курса «Вероятность и статистика» в школе.

2. Проанализировать содержание курса «Вероятность и статистика» в рамках действующей образовательной программы.

3. Описать виды технологий смешанного обучения.

4. Разработать поддерживающий электронный курс по вероятности и статистике для организации самостоятельной работы обучающихся 10 класса.

5. Разработать и апробировать методические рекомендации по организации изучения курса «Вероятность и статистика» в 10 классе на основе использования технологий смешанного обучения.

В рамках исследования использовались следующие **методы**. Теоретические: анализ и обобщение научной и методической литературы, нормативных документов, сравнительный анализ существующих методик преподавания и эмпирические: апробация разработанных учебно-методических материалов, наблюдение.

Практическая значимость работы заключается в разработке учебно-методического обеспечения для курса «Вероятность и статистика» в 10 классе с учетом современных образовательных требований и технологических возможностей.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложений. В первой главе рассматриваются теоретические аспекты организации изучения курса «Вероятность и статистика» в школе в 10 классе на основе технологий смешанного обучения, а именно, дано описание развития математического образования в России, а также тенденций к цифровизации развития математической грамотности. Также в рамках первой главы анализируется вероятностно-статистическая линия как в базовом, так и в профильном курсе математики 10-11 классов и изучаются модели смешанного обучения и цифровые инструменты, с помощью которых возможно внедрение данных технологий. Во второй главе рассматриваются методические аспекты

организации изучения курса «Вероятность и статистика» в 10 классе на основе технологий смешанного обучения. Вторая глава включает в себя описание нормативной базы, цели и задач курса, его логическое место в учебном плане. Также в рамках второй главы предлагаются методические рекомендации по структуре курса, организации урока и роли учителя. Приводятся результаты эксперимента, проведенного в рамках внедрения и апробации технологии смешанного обучения.

Глава 1. Теоретические аспекты организации изучения курса «Вероятность и статистика» в 10 классе на основе технологий смешанного обучения

1.1. Современные тенденции развития математического образования в старшей школе

Математическое образование в России занимает важное место в системе подготовки школьников, опираясь на глубокие традиции, высокий уровень преподавания и современные подходы. Оно направлено на формирование теоретических знаний, аналитического мышления, навыков решения прикладных задач и подготовки к профессиональной деятельности в различных областях. История математического образования в России уходит корнями в работы выдающихся учёных, таких как Леонард Эйлер, Михаил Остроградский и Софья Ковалевская. В XX веке значительным вкладом стало развитие методологии преподавания математики в школах, основанной на системном изучении алгебры, геометрии, анализа и логики. Программы, созданные под руководством таких учёных, как А.Н. Колмогоров, задали высокий стандарт математической подготовки, который сохраняется до сих пор [8, с. 20].

Математика изучается на всех уровнях образования. В школах ученики сначала знакомятся с основами арифметики и начальной геометрии, затем переходят к изучению алгебры, тригонометрии, теории вероятностей и элементов математического анализа. В старших классах углубляется изучение алгебры, математического анализа и других дисциплин.

Особое место занимает олимпиадное движение, которое является важной частью образовательной культуры в России [38, с. 185]. Обучающиеся, участвующие в олимпиадах, получают возможность развивать свои способности, и их успехи на международных соревнованиях подчеркивают высокий уровень подготовки. Также важную роль играют математические кружки и специализированные школы, такие как Физтех-лицей и школы при МГУ, а также онлайн-платформы, которые поддерживают и развивают интерес к математике.

Российское математическое образование характеризуется глубиной, системностью и сильной теоретической базой, позволяющей изучать сложные концепции математики. Практическая направленность обучения помогает применять знания в реальных задачах, а индивидуальный подход, реализуемый через олимпиады и специализированные школы, способствует раскрытию потенциала способных учеников. Несмотря на успехи, система сталкивается с вызовами. Существует дисбаланс уровней подготовки – достижения элиты контрастируют с низким уровнем знаний у многих школьников. Устаревшие методики преподавания нуждаются в обновлении, а нехватка квалифицированных учителей особенно заметна в небольших городах и сельской местности [46, с. 47]. Кроме того, сложность некоторых тем, таких как теория вероятностей, делает их трудными для восприятия у большинства учеников.

Будущее российского математического образования связано с внедрением цифровых технологий, разработкой адаптивных онлайн-курсов, усилением межпредметных связей и повышением квалификации учителей. Обладая мощными традициями и высокой эффективностью, система продолжает развиваться, оставаясь основой для подготовки специалистов в науке, технологиях и инженерии.

Математическое образование как часть всего образования в целом постоянно претерпевает различного рода преобразования. Также, безусловно, изменениям подвергаются и сами государственные программы, стремящиеся к единству и унификации, что должно благотворно сказаться на становлении единообразного общего образования. Всё это во многом обусловлено быстро меняющимися вызовами современности и требований к будущим выпускникам школ. Технологическое развитие движется очень быстрыми темпами, что приводит к тому, что современные инновационные технологии быстро становятся частью обычной жизни, притом частью неотъемлемой. Работа с такими технологиями и их дальнейшее развитие напрямую связано с математической составляющей инженерного образования будущих

специалистов такого общества. Согласно тексту «Концепции развития математического образования в Российской Федерации», которая была утверждена в 2013 г., основой фундаментальной подготовки современного инженера являются физико-математические дисциплины, составляющие, кроме того, базу для освоения всего нового, с чем специалисту придется сталкиваться в ходе его дальнейшей практической деятельности [26]. Однако, в настоящее время разрабатывается новая концепция, способная учесть все современные вызовы, стоящие перед математическим образованием в России.

Математическое образование находится в постоянном развитии, адаптируясь к современным вызовам, требованиям цифровой эпохи и меняющимся образовательным стандартам. Эти изменения направлены на повышение качества подготовки учащихся, развитие их математической грамотности и навыков решения прикладных задач [32, с. 63]. Современные тенденции можно рассмотреть с точки зрения глобальных изменений в подходах, технологиях и содержании обучения.

Ключевая тенденция в образовательном процессе в рамках математики является цифровизация. Цифровизация современного математического образования представляет собой не просто внедрение технических средств в учебный процесс, а фундаментальное изменение самой образовательной парадигмы. Она охватывает технологии, методики преподавания, содержание курсов и способы взаимодействия между участниками образовательного процесса.

Современное математическое образование всё чаще опирается на цифровые платформы, а именно, на интерактивные обучающие среды (например, Desmos), системы управления обучением (Сферум, Moodle, Google Classroom), а также адаптивные онлайн-курсы. Это позволяет масштабировать доступ к качественному контенту, проводить автоматическую проверку заданий, а также использовать визуализацию и симуляции, ранее невозможные в традиционном формате. Важно отметить, что в контексте математики визуализация абстрактных понятий играет особую роль – например,

динамическое представление графиков функций помогает учащимся лучше понять их поведение и свойства [54, с. 100; 54, с. 178].

Цифровая среда трансформирует педагогическую модель: учитель всё меньше выступает как источник информации и всё больше – как наставник, модератор, тьютор. Обучающийся получает больше самостоятельности и индивидуального контроля над процессом обучения. Цифровые технологии позволяют выстраивать индивидуальные траектории: платформы фиксируют уровень подготовки, темп усвоения материала, «слабые места» и предлагают соответствующий материал или упражнения. Таким образом, происходит переход от модели «один материал – для всех» к персонализированному обучению [19, с. 148].

Содержание математических курсов также претерпевает изменения. Цифровизация способствует расширению традиционной учебной программы за счёт включения актуальных тем, а именно, баз данных, алгоритмов, основ программирования, визуализации статистической информации, анализа данных. Формируются метапредметные связи с информатикой, физикой, экономикой. Это делает математику более жизненно значимой и востребованной, что особенно важно в контексте мотивации учеников.

Цифровизация требует не только знания математики, но и умения применять её в цифровой среде. Например, умение строить модели, использовать электронные таблицы, интерпретировать результаты компьютерных расчётов. Это – новый уровень математической грамотности, необходимый не только в профессиональной, но и в повседневной жизни. Образование начинает отвечать на вызовы «больших данных», машинного обучения и алгоритмизации [35, с. 90].

Однако цифровизация не лишена рисков. Один из них – поверхностное освоение материала. Например, при чрезмерной автоматизации теряется навык ручного счёта и логического вывода. Возникает опасность «геймификации без содержания», когда цифровые средства используются ради формы, а не ради понимания. Ещё один вызов – цифровое неравенство, которое отражается в том,

что доступ к качественным цифровым ресурсам остаётся неоднородным, особенно в сельских и отдалённых регионах. Также повышаются требования к цифровой компетентности самих учителей, и система образования не всегда успевает обеспечить соответствующую переподготовку.

Будущее цифровизации математического образования связано с развитием искусственного интеллекта, виртуальной и дополненной реальности, а также когнитивной аналитики. Возможно создание интеллектуальных репетиторов, автоматизированной диагностики математических затруднений, адаптивных игр, развивающих логическое мышление. Обучающиеся смогут проходить обучение в индивидуальном темпе, выполнять задачи, интегрированные с данными реального мира, и взаимодействовать в глобальных цифровых образовательных сообществах.

Можно говорить, что цифровизация – не просто инструмент, а трансформирующий фактор, меняющий суть математического образования. Она требует переосмысления целей, форм и содержания преподавания, новых компетенций от учеников и учителей. Успешная интеграция цифровых технологий в образовательный процесс возможна только системном подходе – сочетании технологий, педагогических практик и обновления содержания, при этом важно сохранить баланс между цифровыми средствами и развитием глубокого математического мышления.

Усиление практической составляющей в современном математическом образовании представляет собой не просто добавление задач из «реальной жизни» в учебные пособия. Это структурное переосмысление роли математики как инструмента для решения прикладных проблем, междисциплинарных задач и социально значимых кейсов.

Традиционно школьная и вузовская математика акцентировала внимание на формальных процедурах, строгом выводе, аксиоматике и теоретических аспектах. Усиление практической составляющей приводит к переориентации целей. Так, теперь ключевыми становятся развитие способности применять математические методы для анализа и интерпретации явлений окружающего

мира, решение комплексных задач, моделирование процессов и принятие обоснованных решений на основе количественной информации. Математика всё чаще рассматривается не как самоценная система знаний, а как универсальный язык описания реальности [5, с. 8].

Происходит пересмотр содержания учебных курсов. На первый план выходят темы, напрямую связанные с практикой, а именно, проценты, пропорции, графики, функции спроса и предложения, вероятности и статистика, анализ данных, элементы финансовой математики, математическое моделирование. Школьникам и студентам предлагаются задачи, приближённые к реальным ситуациям – расчёт процентов по вкладам, планирование бюджета, анализ тенденций на графиках, интерпретация статистических диаграмм, оценка рисков и погрешностей. Особенно важно, что решения таких задач часто требуют не единственного верного ответа, а осмысленного выбора стратегии и аргументации [5, с. 9].

Прикладная направленность изменяет и методику преподавания. Возрастают роль и значимость кейс-методов, когда обучающимся предлагаются реальные или приближённые к реальности ситуации, требующие математического анализа; проектной деятельности, где математика становится инструментом в рамках более широкой задачи – например, расчёта архитектурной конструкции, моделирования демографических изменений или анализа экологических данных, исследовательских заданий, где обучающиеся формулируют гипотезу, собирают данные, строят математическую модель, интерпретируют результаты. Такие подходы способствуют развитию критического мышления, навыков коммуникации и совместной работы, а также личной ответственности за результат.

Одна из причин отторжения математики у значительной части обучающихся – её кажущаяся оторванность от реальности. Усиление прикладного компонента напрямую влияет на мотивацию. Так, обучающиеся начинают видеть, как математика работает «в жизни», зачем нужны формулы, как они могут применяться в профессии или быту. Особенно эффективны в этом

плане задачи, связанные с интересами самих учащихся – анализ спортивной статистики, расчёт стоимости путешествий, моделирование роста подписчиков в соцсетях, оптимизация игрового процесса и т. д.

Современный рынок труда предъявляет спрос не столько на носителей формальных знаний, сколько на людей, умеющих применять знания в гибких, быстро меняющихся условиях. Математика в этом контексте – один из ключевых метапредметов. Усиление её практической направленности позволяет формировать компетенции, востребованные в самых разных областях: экономике, инженерии, экологии, социологии, IT. Возникают междисциплинарные образовательные продукты – например, курсы по математике для биологов, математике в урбанистике, математике в цифровом маркетинге и др. [11, с. 73].

Практическая составляющая невозможна без современных инструментов. Учащиеся осваивают электронные таблицы (Excel), математические пакеты (Mathematica, MATLAB), языки программирования (Python, R), калькуляторы, графопостроители. Таким образом, формируется навык инструментального применения математики, который особенно важен в профессиональной деятельности. Это ещё больше сближает математику с практикой и уменьшает «ручную рутину» в пользу аналитики и интерпретации.

С усилением прикладного подхода возникают и вызовы. Первый – риск снижения уровня формальной математической подготовки, что особенно критично для тех, кто планирует заниматься наукой или инженерией. Второй – сложность в подготовке педагогов, способных проектировать качественные прикладные задачи и управлять исследовательскими проектами учащихся. Третий – неравномерность развития. В некоторых школах практическая направленность реализуется лишь формально, без настоящей глубины и связи с реальностью. Важно также учитывать, что чрезмерная ориентация на «полезное» может обеднить математическую культуру и не дать ученикам почувствовать красоту и внутреннюю логику самой математики.

Усиление практической составляющей – это ответ математики на изменяющиеся запросы общества, технологий и экономики. Оно делает обучение более мотивирующим, полезным и связанным с реальностью, формирует у учащихся умения, необходимые как для повседневной жизни, так и для профессионального будущего. Однако для того, чтобы эта тенденция реализовывалась эффективно, необходимы продуманные методики, качественная подготовка учителей и сохранение баланса между прикладным и теоретическим содержанием. Только в этом случае практическая математика станет не упрощением, а обогащением образования.

Развитие математической грамотности – одна из ключевых и стратегически значимых тенденций в современном образовании, особенно на фоне трансформации общества в сторону цифровой, информационной и аналитической культуры. Математическая грамотность уже давно выходит за рамки узкого академического понимания как способности решать уравнения или выполнять вычисления – сегодня это комплексная компетенция, включающая мышление, интерпретацию, аргументацию и принятие решений в неопределённых условиях.

Под математической грамотностью понимается не столько знание математических фактов и процедур, сколько способность использовать их в реальных жизненных контекстах. Это включает умение читать, интерпретировать и анализировать числовую и графическую информацию (таблицы, диаграммы, графики), а также способность формулировать математические модели, делать выводы и оценивать обоснованность решений, критическое отношение к количественной информации, особенно в медиа, рекламе, экономике и политике, умение задавать вопросы, использовать различные стратегии, обосновывать и проверять рассуждения.

Таким образом, математическая грамотность является неотъемлемой частью функциональной грамотности, которая позволяет человеку быть самостоятельным, критичным и адаптивным в современном мире.

Импульс к развитию математической грамотности во многом задан международными исследованиями, особенно PISA, где математика рассматривается именно как способность решать реальные задачи. В этих исследованиях оценивается не количество формул, которые знает ученик, а его способность понять проблему, перевести её в математическую форму, решить и интерпретировать результат. Эти подходы повлияли на национальные образовательные стандарты, в том числе в России, где ФГОС также всё больше ориентирован на формирование метапредметных результатов, включающих математическую грамотность [18, с. 102].

Развитие математической грамотности требует отхода от традиционного, предметно-ориентированного подхода, в котором акцент делается на механическое выполнение алгоритмов. Вместо этого акцент смещается на решение нестандартных задач, в том числе с лишними или недостающими данными, контекстные задачи, приближённые к жизненным ситуациям, например, планирование бюджета, анализ информации из СМИ, прогнозирование тенденций, интерпретацию результатов, а не только получение численного ответа, групповую работу и обсуждение стратегий решения, развитие аргументации и коммуникативных умений. Это требует от учителя и ученика иного типа мышления – гибкого, связанного с жизнью и межпредметными связями [44, с. 44].

В условиях массовой цифровизации, обилия информации и роста манипулятивных практик в медиа математическая грамотность приобретает гражданское значение. Человек, не умеющий критически анализировать количественные утверждения («вакцина увеличивает риск на 30%», «инфляция составила 8%», «рост ВВП замедлился»), становится уязвимым перед дезинформацией. Таким образом, грамотность в математике становится не только образовательным, но и этическим, социальным и политическим ресурсом. Она необходима для осмысленного участия в жизни общества, принятия личных и общественно значимых решений.

Развитие математической грамотности тесно связано с другими важнейшими направлениями: цифровой грамотностью, финансовой грамотностью, научной грамотностью, критическим мышлением. Например, анализ банковских предложений требует одновременно математического и финансового мышления, понимание научных данных требует умения читать графики, понимать корреляции и вероятности, цифровые данные в интернете требуют способности оценить достоверность количественной информации.

Таким образом, математическая грамотность – это сквозная компетенция, формирующая основу для освоения всех других форм грамотности XXI века [24, с. 35].

На практике математическая грамотность развивается через контекстные и практико-ориентированные задания, открытые задачи с несколькими стратегиями решений, работу с информацией из открытых источников: таблиц, графиков, диаграмм, текстов, интегрированные уроки, связывающие математику с обществознанием, биологией, экономикой, участие в олимпиадах и проектах, ориентированных не только на теорию, но и на реальную интерпретацию данных. Особую роль играют ситуации неопределённости, где нет одного правильного ответа, а важны рассуждение, аргументация и осознанный выбор [29, с. 190].

Одним из главных вызовов остаётся низкая готовность учителей к переходу от традиционного стиля преподавания к формированию грамотности, так как это требует пересмотра целей урока, методик, оценивания, дидактических материалов. Кроме того, часть учащихся слабо мотивирована на решение задач вне «школьного формата», так как ранее не сталкивалась с потребностью применять математику за пределами учебника. Ещё один вызов – оценивание математической грамотности, которое должно учитывать не только правильность ответа, но и глубину понимания, аргументацию, связь с реальностью.

В ближайшем будущем математическая грамотность будет только усиливаться как приоритет. Это связано с ростом требований к функциональной

готовности выпускников, глобализацией образовательных стандартов, потребностью общества в гражданах, способных критически мыслить и действовать на основе данных. Возможен переход от оценки «успеваемости» по математике к оценке уровня математической готовности к жизни, в том числе с использованием цифровых платформ, интерактивных симуляций, адаптивных тестов [40, с. 124].

Тенденция развития математических олимпиад и исследовательской деятельности отражает важный сдвиг в образовательной политике: от усреднённого массового обучения – к поддержке интеллектуально одарённых и мотивированных учеников, стремящихся к более глубокому пониманию предмета. Эти формы деятельности выходят за рамки стандартной школьной программы и служат катализатором развития высших когнитивных способностей: логического мышления, абстракции, математической интуиции, а также самостоятельности и научного подхода. Математические олимпиады выполняют несколько функций. Во-первых, они выявляют и поддерживают талантливых школьников, формируя резерв научно-технической элиты. Во-вторых, они формируют особую культуру мышления – ориентированную не на шаблон, а на поиск, нестандартные ходы, доказательство. В-третьих, олимпиады становятся пространством профессионального самоопределения: через них учащиеся получают доступ к научным сообществам, вузовским программам, наставникам. Исследовательская деятельность в математике – это уже не просто решение задач, а формирование и проверка гипотез, построение моделей, сбор и анализ данных, сравнение подходов. Она сближает школьное образование с наукой и проектной культурой. Исследовательские работы развивают навыки постановки вопросов, формализации, логического анализа и презентации результатов – то есть те ключевые компетенции, которые необходимы в научной, инженерной и аналитической деятельности.

Эти формы особенно важны в эпоху, когда ценится не столько объём знаний, сколько способность к инновационному, продуктивному мышлению. Однако важно, чтобы они не превращались в элитарные практики, доступные

лишь узкому кругу. В перспективе математические олимпиады и исследовательские проекты могут стать моделью для развития нестандартного мышления у всех учащихся, если соответствующие подходы будут частично интегрированы в массовое образование [22, с. 170].

Олимпиады предоставляют возможность участия в специализированных учебных программах, таких как летние математические школы или курсы при ведущих университетах. Успехи на олимпиадах могут стать пропуском в престижные вузы и открыть перспективы для дальнейшей научной карьеры.

Исследовательская деятельность школьников является другой важной тенденцией. Она предполагает самостоятельное изучение учеником определённой темы, проведение исследований, анализ данных и представление результатов в виде научного доклада. Такие проекты стимулируют развитие навыков, необходимых для работы в научной среде: постановка проблемы, поиск решений, структурирование информации и её презентация. Исследовательская деятельность тесно связана с междисциплинарным подходом, позволяя школьникам применять математические методы в физике, биологии, экономике и других науках [7, с. 7].

Инклюзивность в математическом образовании – это глубокая педагогическая, социальная и культурная трансформация, предполагающая создание условий, при которых каждый ученик, независимо от физических, когнитивных, социальных или языковых особенностей, может полноценно овладевать математикой, чувствовать себя компетентным и значимым участником образовательного процесса. Эта тенденция становится особенно актуальной в контексте глобального поворота к равенству возможностей, гуманизации образования и расширения представлений о математике как универсальном языке мышления.

Инклюзия в математике – это не просто физическое присутствие ребёнка в классе. Это система, в которой каждому обеспечен доступ к содержанию, полноценное участие в учебной деятельности и возможность достижения личностного и познавательного прогресса. Это означает, что содержание

адаптируется под разные уровни абстрактного мышления, задания подбираются так, чтобы быть посильными и развивающими, учитываются особенности восприятия, внимания, моторики, речи, ошибки рассматриваются как этап мышления, а не как неуспех. Такой подход требует отхода от идеи «усреднённого ученика» и признания многообразия когнитивных и психофизических стилей обучения [43, с. 332].

Классическая модель обучения математике построена на абстрактной логике, чёткой структуре, символической и линейной последовательности. Она часто требует высокой скорости обработки информации, предъявляет жёсткие требования к памяти, вниманию, моторным навыкам (например, при записи формул), не учитывает визуально-пространственные или вербальные предпочтения учеников. Это создаёт барьеры для детей с нарушениями зрения, слуха, речи, ОВЗ, а также для билингвов, мигрантов и учащихся с низкой учебной мотивацией. В результате математика воспринимается как «отсекающий» предмет, усиливающий неравенство [33, с. 12].

Инклюзивная тенденция требует разноуровневой подачи материала, использования визуальных, тактильных, манипулятивных и цифровых средств:

- при обучении незрячих используются рельефно-графические материалы и речевые технологии;
- для слабослышащих – визуальные пояснения, письменные инструкции и ясная структура;
- для детей с интеллектуальными нарушениями – предметные модели, контекстные задачи из быта, игровая подача;
- для билингвальных учеников – параллельная языковая поддержка, упрощение формулировок, наглядность.

Методы обучения включают работу в парах, малых группах, использование ИКТ, множественные форматы обратной связи, а также акцент на практическую значимость математики [15, с. 192].

Реализация инклюзивного подхода невозможна без глубокого изменения роли учителя. Он должен:

- владеть знаниями об особенностях различных категорий учеников;
- уметь разрабатывать разноуровневые задания;
- сотрудничать с тьюторами, дефектологами, психологами;
- развивать у всех учеников чувство уверенности, принадлежности и академической идентичности;
- видеть ценность каждого результата, а не только «высоких достижений».

Это требует постоянного профессионального развития, междисциплинарного взаимодействия и педагогической рефлексии [27, с. 612].

Цифровые технологии становятся мощным ресурсом инклюзивной математики адаптивные платформы позволяют подбирать задания по уровню и темпу, экранные читалки, речевые синтезаторы, программное увеличение делают математику доступной для слабовидящих и незрячих, интерактивные манипулятивы и игры облегчают освоение базовых понятий, онлайн-курсы и ресурсы на родном языке помогают детям мигрантов и билингуам. Однако цифровая инклюзивность требует тщательного отбора и адаптации ресурсов – автоматизация без учета специфики ученика может только усилить изоляцию.

Эти изменения помогают создать образовательную систему, которая готовит учащихся к вызовам современного мира, одновременно развивая их интеллектуальный потенциал.

Обновленная версия ФГОС была создана для общеобразовательных школ на основании приказа Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 года № 287. Целью обновления ФГОС стало обеспечение современного уровня образования, соответствующего вызовам времени, в том числе развитие функциональной грамотности, математического мышления и навыков анализа данных, которые необходимы в условиях цифровизации и глобализации. в новом ФГОС усиливается внимание к изучению вероятности и статистики, так как эти темы приобретают всё большее значение для подготовки школьников к реальной жизни и профессиональной деятельности. Это, безусловно, связано с развитием цифровых технологий и науки о данных. Курс «Вероятность и статистика»

помогает развивать логическое мышление и умение принимать решения в условиях неопределенности.

Таким образом, в рамках новых ФГОС можно выделить несколько ключевых тенденций и трендов в развитии курса «Вероятность и статистика» в школьном образовании:

1. Укрепление прикладной направленности курса. ФГОС подчёркивает необходимость связать изучение вероятности и статистики с реальными жизненными ситуациями. Это отражается в анализе данных из окружающей среды, социальных и экономических сфер, а также в решении задач, связанных с повседневной жизнью, например, анализ опросов, вероятность наступления событий или интерпретации инфографики.

2. Интеграция с другими дисциплинами. Вероятностно-статистический материал тесно связывается с курсами информатики, географии, обществознания, биологии и физики, что способствует формированию междисциплинарных связей.

3. Использование цифровых технологий. Новый ФГОС ориентирован на включение цифровых инструментов в образовательный процесс. Это находит отражение в применении программ для обработки данных и использовании интерактивных ресурсов для моделирования вероятностных процессов и построения статистических диаграмм.

4. Развитие функциональной грамотности. Особое внимание уделяется обучению школьников интерпретации данных, работе с графиками, таблицами и вероятностными моделями.

5. Усиление роли вероятности и статистики в итоговой аттестации. В новых ФГОС курс вероятности и статистики занимает важное место в математическом образовании, что связано с включением соответствующих заданий в ОГЭ и ЕГЭ.

6. Организация проектно-исследовательской деятельности. Вероятность и статистика в новых ФГОС рассматриваются как инструмент для проведения исследований.

7. Адаптация курса под разные уровни подготовки. ФГОС предусматривает как базовый, так и углублённый уровень изучения вероятности и статистики. Это позволяет учитывать разные образовательные потребности школьников и создавать индивидуальные траектории обучения.

8. Формирование навыков критического мышления. В курс включаются задачи, развивающие умение критически анализировать статистические данные, выявлять манипуляции и проверять достоверность информации, что особенно важно в условиях информационного общества.

9. Подготовка к профессиям будущего. Обучение работе с данными и пониманию вероятностных процессов закладывает основы для профессий в области науки о данных, IT, экономики и других высокотехнологичных отраслей.

Введение элементов курса «Вероятность и статистика» с7 класса связано с задачами, поставленными в рамках новых ФГОС, а также с необходимостью постепенного формирования у школьников навыков работы с данными, анализа информации и критического мышления. Этот подход имеет ряд обоснований и преимуществ. Так, обучающиеся 7 класса уже обладают достаточным уровнем математической подготовки, чтобы воспринимать базовые понятия вероятности и статистики. В этом возрасте активно развиваются логическое мышление и способность к абстракции, что позволяет изучать такие темы, как частота событий, диаграммы и простейшие вероятностные модели. Также раннее введение курса позволяет плавно развивать компетенции, связанные с вероятностью и статистикой, начиная с основ и переходя к более сложным темам в 9-11 классах. Это способствует осмысленному освоению материала без перегрузки на старших ступенях. Стоит отметить и то, что работа с вероятностно-статистическим материалом уже в средней школе помогает формировать навыки анализа графиков, диаграмм, работы с таблицами и интерпретации данных, что важно для успешной сдачи ОГЭ и дальнейшего обучения.

Можно резюмировать, что введение элементов курса «Вероятность и статистика» с 7 класса является стратегически важным шагом, который направлен на подготовку школьников к современным требованиям общества, развитию их функциональной грамотности и формированию навыков работы с данными. Это также создаёт основу для успешного освоения курса в старших классах.

1.2. Вероятностно-статистическая линия в базовом и профильном курсе математики 10-11 классов

Развитие вероятностно-статистической линии в школьном образовании становится одним из ключевых трендов, отражающих современные требования к подготовке учащихся. В условиях цифрового общества, где данные играют центральную роль, навыки работы с вероятностями и статистикой становятся необходимыми для анализа информации, принятия решений и решения задач в условиях неопределенности. Это направление становится особенно актуальным в связи с ростом объемов данных, которые ежедневно обрабатываются в самых разных сферах, от экономики и медицины до инженерии и социальных наук [48, с. 87].

С ранних этапов школьного обучения вероятностно-статистические элементы вводятся постепенно. На уровне начальной школы дети знакомятся с интуитивными представлениями о случайности и вероятности через игровые примеры и задачи. В основной школе учащиеся начинают изучать базовые понятия, такие как частота, вероятность события, средние значения и диаграммы, что помогает им видеть закономерности в окружающем мире. В старших классах вводятся более сложные математические понятия, включая случайные величины, распределения и основы выборочного метода [36, с. 37].

Современные тенденции развития вероятностно-статистической линии связаны с её интеграцией в различные дисциплины. Методы анализа данных становятся частью естественно-научных предметов, таких как физика и биология, а также используются в гуманитарных дисциплинах, например в экономике и социологии. Практическая направленность обучения

подчеркивается использованием реальных данных и задач, что позволяет школьникам оценивать риски, анализировать тренды и интерпретировать результаты экспериментов [31, с. 73].

Внедрение вероятностно-статистической линии в школьный курс математики, особенно в 10 классе, представляет собой не просто добавление новой темы, а фундаментальный сдвиг в понимании роли математики в жизни современного человека. Это направление, включающее элементы теории вероятностей, статистики, анализа данных и интерпретации случайных процессов, отражает глубокую перестройку образовательных приоритетов в сторону функциональной и прикладной грамотности. Именно в 10 классе, на старшей ступени обучения, учащиеся способны не только механически усваивать методы, но и понимать их смысл, оценивать достоверность данных и выстраивать логико-вероятностные рассуждения, что делает этот этап особенно важным для введения такого содержания.

Современный мир – это пространство неопределённости, больших данных и вероятностных моделей. От прогнозов погоды до медицинских рисков, от социальных опросов до алгоритмов интернет-рекомендаций – почти все сферы жизни требуют способности понимать вероятность, оценивать выборку, интерпретировать корреляции и критически относиться к статистическим утверждениям. Внедрение этой линии формирует у школьников не просто математические знания, а культуру мышления, основанную на допущениях, интерпретации, оценке степени достоверности, различии между случайностью и закономерностью. Это принципиально отличается от традиционного курса математики, где доминируют точные, однозначные и алгоритмизируемые задачи.

С методической точки зрения, вероятностно-статистическая линия требует перестройки привычной дидактики. Это область, где важны не только вычисления, но и работа с текстами, диаграммами, реальными или смоделированными данными. Она требует от ученика умения формулировать гипотезу, интерпретировать распределения, оценивать вероятность события в

реальном контексте, делать выводы на основе частичных и неполных данных. Всё это сближает математику с естественнонаучным, гуманитарным и даже повседневным мышлением. Именно здесь возникает уникальная возможность междисциплинарной интеграции, а именно, статистика в биологии, обществознании, географии, экономике – всё это неотъемлемая часть одного когнитивного поля, которое формируется через вероятностно-статистическое мышление.

Однако внедрение этой линии сопряжено с рядом трудностей. Первая и, пожалуй, ключевая – недостаточная подготовленность педагогов. Многие учителя математики, сами обучавшиеся в иной образовательной парадигме, ощущают дискомфорт при преподавании вероятностей и статистики. Это области, где традиционная строгость уступает место контексту, допущениям, моделям, и это требует переосмысления всей методической позиции учителя. Отсюда проистекают частые случаи формального подхода: ограничение темы только задачами на классические вероятности или выборками из учебника, без обращения к реальным данным и живому смыслу [37, с. 102].

Вторая трудность – специфика мышления старшеклассников. Многие ученики, привыкшие к «жёсткой» математике, с трудом воспринимают неопределённость как норму. Им непривычно, что в задачах нет единственно верного ответа, что можно ошибиться в интерпретации, что важна аргументация, а не только формула. Кроме того, значительная доля школьников демонстрирует низкий уровень читательской и логико-понятийной грамотности, а вероятностно-статистическая линия требует именно таких навыков – чтения графиков, анализа текстов, сопоставления условий задачи и реального мира.

Третьей проблемой становится нехватка качественных учебных и методических материалов, особенно в доступной, междисциплинарной форме. Статистика и вероятность часто преподносятся либо как набор формул и таблиц, либо как избыточно теоретическая дисциплина, оторванная от интересов подростков. Между тем, потенциал этой линии – именно в её приближённости к жизни: оценка риска, принятие решений, интерпретация новостей, понимание фейков и манипуляций в информационном пространстве.

Тем не менее, значение вероятностно-статистической линии трудно переоценить. Она формирует у учащегося критически важную компетентность – мышление в условиях неопределённости, способность к рациональному выбору, аргументации интерпретации. Это не просто навык, а фундаментальная основа гражданской зрелости, научной осведомлённости и аналитического мышления. Именно эта линия может стать мостом между школой и реальностью – особенно в эпоху больших данных, искусственного интеллекта, общественных опросов, анализа рисков и прогнозирования трендов.

Таким образом, успешная реализация вероятностно-статистической линии в 10 классе требует не только корректной программы, но и методической переориентации педагогов, создания живых, жизненно-приближенных заданий, обновления образовательных ресурсов и, главное, осознания: мы больше не учим только формулы, мы учим думать о реальности через призму анализа, вероятности и логики. И именно эта способность отличает современного образованного человека от исполнителя алгоритмов прошлого.

Кроме того, такая подготовка формирует у учащихся умение оценивать вероятности рисков, что полезно для принятия обоснованных решений в личной и профессиональной жизни.

Вероятностно-статистическая линия в школьном образовании играет важную роль в формировании функциональной грамотности, развивает математическое мышление и готовит учащихся к жизни в современном обществе, где работа с данными и их анализ становятся неотъемлемой частью повседневной деятельности.

Вероятностно-статистическая линия в базовом и профильном курсе математики для 10–11 классов играет важную роль в подготовке обучающихся к современным задачам, связанных с анализом данных, прогнозированием и работой с неопределённостью. Эта линия включает изучение теории вероятностей, основ математической статистики и практического применения этих знаний для решения задач.

В рамках базового курса вероятностно-статистическая линия изучается на уровне, необходимом для формирования общих математических компетенций, которые пригодятся в повседневной жизни и в большинстве профессий. Основной упор делается на интуитивное понимание вероятности и статистических методов, а также на развитие навыков анализа данных. Ключевые темы базового курса:

1. Основы теории вероятностей – понятие вероятности, вероятностные события, вычисление вероятностей в простейших ситуациях
2. Основные законы вероятности – классическое определение, правило суммы и произведения
3. Основы математической статистики – выборка, частота, относительная частота, среднее арифметическое, мода, медиана
4. Способы представления данных – диаграммы, таблицы, графики.

Ключевая цель вероятностно-статистической линии в рамках базового курса – позволить обучающимся овладеть важным инструментом для того, чтобы они могли анализировать данные, а также чтобы у них сформировалось критическое мышление.

В рамках профильного же курса изучение проходит на более глубоком уровне, и поэтому он ориентирован на тех обучающихся, кому полученные знания и сформированные навыки будут нужны в будущей профессиональной деятельности. Ключевые темы профильного курса:

1. Теория вероятностей – понятие случайной величины, законы распределения вероятностей.
2. Математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение как меры центральной тенденции и разброса данных.
3. Основы комбинаторики – размещения, перестановки, сочетания, их использование в вероятностных расчётах.
4. Законы больших чисел и предельные теоремы – применение для анализа случайных процессов.

5. Основы математической статистики – понятие генеральной совокупности и выборки, гипотезы, доверительные интервалы.

6. Применение статистических методов в реальных задачах – анализ трендов, корреляция и регрессия, прогнозирование.

В профильном курсе большое внимание уделяется задачам, требующим не только вычислений, но и интерпретации результатов. Например, учащиеся анализируют вероятности в сложных системах, прогнозируют исходы случайных событий или разрабатывают модели на основе реальных данных.

В преподавании вероятностно-статистической линии используются как традиционные, так и инновационные подходы [10, с. 45], например, решение задач, связанных с реальными ситуациями (например, анализ результатов опросов, изучение закономерностей в погодных данных), использование программного обеспечения, такого как Excel, Wolfram Mathematica, для работы с данными и визуализации, а также разных интерактивных инструментов и внедрение проектной деятельности.

В заданиях ОГЭ и ЕГЭ, связанных с курсом «Вероятность и статистика», особое внимание уделяется проверке умения обучающихся работать с данными, анализировать информацию и применять вероятностные модели. В рамках ОГЭ проверяются знания и умения, такие, как вычисление вероятности случайного события, работа с формулами вероятностей для независимых и несовместимых событий, также можно отметить задачи на подсчет возможных исходов (комбинаторика). Присутствуют элементы статистики – построение и анализ таблиц, вычисление средней арифметической, интерпретация статистических данных.

На ЕГЭ задания усложняются и включают углубленное использование вероятностно-статистических методов. Сюда можно отнести классическое определение вероятности, сложение и умножение вероятностей, задачи на независимые и зависимые события, формулы полной вероятности и условной вероятности. Также можно отметить решение задач на подсчет возможных

вариантов, применение комбинаторных формул в расчетах вероятностей и анализ распределения данных, включая построение гистограмм.

Безусловно, учителя сталкиваются с различными трудностями при подготовке обучающихся к сдаче ОГЭ и ЕГЭ, в том числе и с подготовкой к решению заданий в рамках вероятностно-статистической линии. Для анализа методических затруднений учителей математики, связанных с преподаванием курса вероятности и статистики. Было проведено анкетирование учителей математики МАОУ «Лицей № 3», а также МАОУ «Гимназия №11» и Общеобразовательная школа «Средняя школа №76», МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 2 им. Ю.А. Гагарина» и других образовательных организациях Красноярского края. Анкета представлена в приложении А. Общее количество респондентов – 100 человек.

Анализ результатов анкетирования учителей математики показывает определенную картину преподавания курса «Вероятность и статистика» в школе. Среди респондентов большинство (60%) имеют педагогический стаж более 10 лет, что придаёт их ответам высокую степень достоверности. 25% участников обладают стажем от 5 до 10 лет, а ещё 15% преподают менее 5 лет, что свидетельствует о присутствии разных поколений педагогов и позволяет увидеть разнообразие взглядов на преподавание вероятностно-статистической линии. Наибольшие трудности у обучающихся вызывают задачи, связанные с комбинаторикой (62%) и пониманием классического определения вероятности (58%). Немного меньше сложностей возникает при использовании формул сложения и умножения вероятностей (55%), а также при применении вероятностных моделей в практических задачах (48%). Анализ таблиц, графиков и диаграмм вызывает затруднения у 40% учеников, в то время как элементы теории графов отметили как сложные 35% учителей. Меньше всего проблем обучающиеся испытывают при вычислении средних значений, моды и медианы – лишь 22% респондентов отметили эту тему как проблемную (рис. 1).

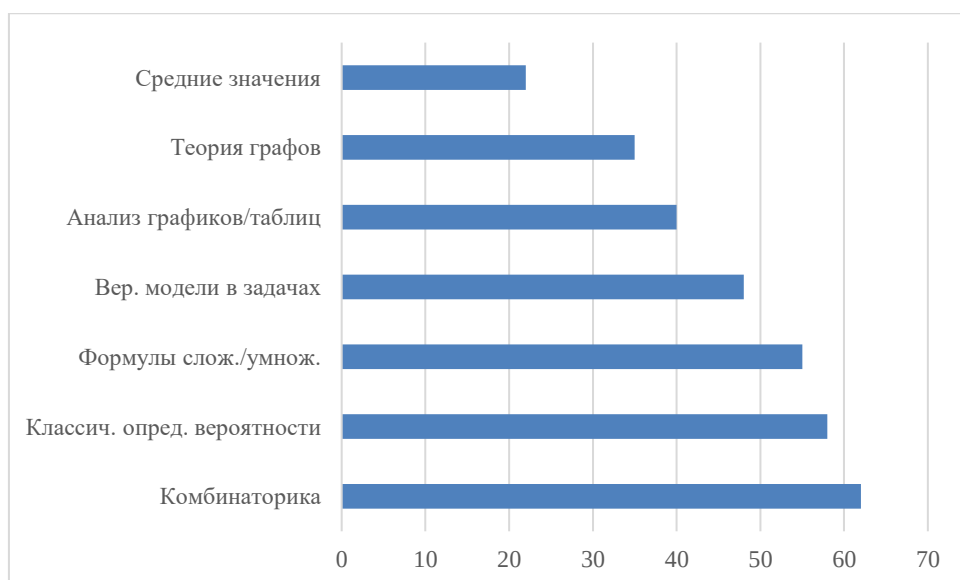


Рисунок 1 – Трудности, с которыми сталкиваются обучающиеся при изучении курса «Вероятность и статистика»

При анализе частых ошибок обучающихся выяснилось, что основная проблема заключается в непонимании условий задач, что указали 65% опрошенных. Неправильное применение формул и арифметические ошибки также распространены: их отметили соответственно 55% и 50% учителей. Невнимательность при анализе графиков и таблиц стала причиной ошибок в 35% случаев. Эти результаты свидетельствуют о том, что основные трудности связаны не только с вычислениями, но и с пониманием логики задач, а также с недостаточной внимательностью обучающихся.

Учителя также указали, что обучающиеся лучше всего справляются с заданиями на вычисление средних значений, моды и медианы, а также с простым анализом табличных данных и диаграмм. Эти типы задач имеют конкретный, наглядный характер, что облегчает их восприятие. В то же время наибольшие затруднения вызывают комбинаторные задачи и задания на применение формул сложения и умножения вероятностей. Основной причиной таких трудностей учителя называют сложность абстрактных понятий и недостаточное развитие логического мышления.

В своей практике 85% учителей активно используют решение типовых задач из банков ОГЭ и ЕГЭ. Работа с интерактивными приложениями, симуляциями вероятностей применяется значительно реже – её отметили 40%

респондентов. Игровые методы и групповая работа распространены среди 30% и 25% участников соответственно, тогда как проектная деятельность используется ещё реже – всего 20% учителей. Таким образом, в обучении по-прежнему доминируют традиционные методы, что, возможно, не в полной мере отвечает потребностям современных учеников (рис. 2).

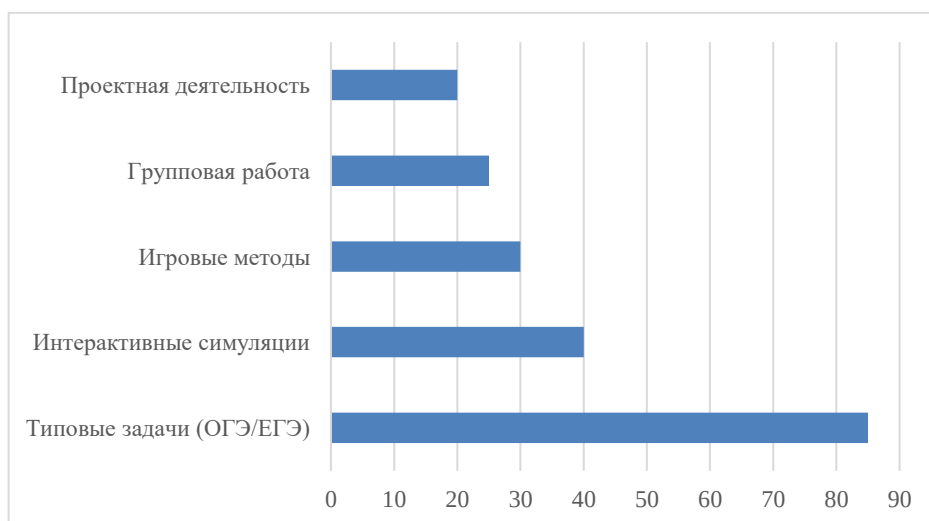


Рисунок 2 – Методы и средства, активно используемые педагогами

Учителя считают, что для повышения качества усвоения материала полезными были бы дополнительные ресурсы, такие как интерактивные тренажёры для проведения вероятностных экспериментов, подробные разборы типичных ошибок с примерами, а также видеоуроки по сложным темам. Эти материалы могли бы повысить интерес обучающихся и облегчить усвоение абстрактных тем.

Основными трудностями в преподавании курса «Вероятность и статистика» педагоги называют низкий уровень базовых знаний обучающихся (70%), сложность объяснения отдельных тем (55%) и недостаток качественных учебных материалов (30%). Это ещё раз подчёркивает необходимость укрепления общего уровня математической подготовки учащихся и использования более разнообразных методических средств.

В завершение опрошенные учителя дали ряд рекомендаций своим коллегам. Среди них наиболее часто упоминаются использование наглядных примеров и привязка задач к реальным жизненным ситуациям, регулярное

повторение базовых понятий арифметики и алгебры, применение игровых методов для вовлечения учеников в процесс обучения и развитие у них логического мышления. Учителя уверены, что именно комплексный подход, сочетающий традиционные и инновационные методы, позволит существенно повысить эффективность обучения по курсу «Вероятность и статистика».

1.3. Технологии смешанного обучения и возможности их использования в математической подготовке обучающихся 10 класса

Смешанное обучение, объединяющее традиционные очные занятия с цифровыми технологиями, активно внедряется в школьную практику. Многие исследователи посвятили свои работы различным аспектам внедрения смешанного обучения в школьную систему преподавания.

«Шаг школы в смешанное обучение» Н.В. Андреева, Л.В. Рождественская, Б.Б. Ярмахов [3, с. 20]. В этой книге авторы делятся опытом внедрения смешанного обучения в российских школах, предоставляя практические рекомендации и описывая реальные кейсы. Особое внимание уделяется моделям «перевернутый класс» и «ротация станций», а также вопросам подготовки учителей и адаптации учебных программ.

В статье «Педагогика эффективного смешанного обучения» Н.В. Андреева [2, с. 10] также анализирует современные подходы к смешанному обучению, выделяя ключевые факторы, влияющие на его эффективность. Она подчеркивает важность персонализации обучения, активного вовлечения учащихся и изменения системы оценивания. Автор предлагает модель, основанную на интеграции онлайн- и офлайн-компонентов, ориентированную на развитие самостоятельности обучающихся.

Авторы статьи «Использование смешанного обучения на уроках русского языка и литературы в средней школе» [42, с. 595]. рассматривают опыт применения смешанного обучения в преподавании русского языка и литературы. Авторы описывают методы и приемы, сочетающие традиционные и цифровые инструменты, такие как использование Web 2.0 технологий. Особое внимание

уделяется повышению мотивации учащихся и эффективности учебного процесса.

Г.Н. Гиматдинова [13] предлагает научно обоснованный подход к формированию универсальных учебных регулятивных действий (УУРД) обучающихся 7–9 классов через смешанное обучение математике. В работе автора уточняется структура регулятивных действий в контексте математического образования, раскрывается дидактический потенциал смешанного обучения (сочетание традиционных и цифровых методов), разрабатывается комплекс специальных задач, интегрированных с учебными пособиями и направленных на развитие навыков целеполагания, планирования, самоконтроля и коррекции, предлагается методическая модель и экспериментально проверенная система внедрения таких заданий в учебный процесс. Исследование демонстрирует, что целенаправленное использование интерактивных заданий, цифровых платформ и задач с регулятивной составляющей в условиях смешанного обучения повышает эффективность формирования УУРД у школьников.

М.А. Давлатова [16, с. 86] проводит анализ внедрения моделей смешанного обучения в российских школах, опираясь на интервью с учителями и опросы учащихся. Исследование выявляет изменения в профессиональной деятельности педагогов и их влияние на интерес учеников к обучению. Автор предлагает рекомендации по организации образовательного процесса с использованием моделей «перевернутый класс» и «ротация станций».

Авторы Г.И. Рубцов и Н.В. Панчин [41, с. 103] дают анализ различных определений и подходов к смешанному обучению. Авторы рассматривают эволюцию понятия, сравнивая трактовки отечественных и зарубежных исследователей, и предлагают классификацию форм обучения с применением дистанционных технологий. Г.Н. Гиматдинова [12, с. 35] рассматривает смешанное обучение как достаточно эффективную дидактическую модель, которая включает в себя традиционные очные форматы работы и дистанционные

и электронные средства. Также особенно она отмечает, что такой формат в значительной мере способствует индивидуализации обучения.

Технологии смешанного обучения представляют собой подход в образовании, сочетающий традиционные очные методы преподавания с использованием цифровых технологий и онлайн-обучения. Такой формат помогает объединить преимущества очного взаимодействия с преподавателем и самостоятельной работы обучающихся в цифровой среде [1, с. 6]. К основным особенностям смешанного обучения можно отнести следующее:

1. Интеграция онлайн-ресурсов. Использование видеолекций, интерактивных платформ, виртуальных лабораторий и других цифровых инструментов.

2. Самостоятельная работа обучающихся. Обучающиеся изучают часть материала самостоятельно через доступ к образовательным платформам и ресурсам.

3. Гибкость в обучении. Позволяет адаптировать темп обучения под каждого ученика, предоставляя доступ к материалам в удобное время.

4. Очно-дистанционное взаимодействие. Часть занятий проводится с преподавателем (в классе или онлайн), а часть – в формате самостоятельной или групповой работы.

К преимуществам технологий смешанного обучения, как правило, относят индивидуализацию образовательного процесса, более эффективное использование учебного времени, возможность обучаться из любого места, развитие навыков самостоятельного обучения, повышение вовлеченности обучающихся через интерактивные элементы [48, с. 97]. К сложностям же можно отнести необходимость обладания развитой цифровой инфраструктуры, необходимость обучения педагогов для работы с новыми технологиями, а также факт, что мотивация обучающихся без надлежащего контроля может снизиться. При этом всегда существует потенциальная проблема технического характера – доступ к интернету, работа платформ.

В целом, смешанное обучение – это современный подход, который сочетает лучшие практики традиционного и онлайн-обучения, что делает образовательный процесс более гибким, доступным и эффективным.

Для реализации смешанного обучения используются самые разные технологии, например, онлайн-платформы (Moodle, KhanAcademy), видеоконференции Сферум, интерактивные приложения (Quizlet, Kahoot), цифровые лаборатории и симуляции, а также индивидуальные образовательные трекеры (системы адаптивного обучения, например, SmartSparrow).

К основным форматам смешанного обучения чаще всего относят:

1. «Перевёрнутый класс». Обучающиеся изучают теоретический материал дома (по видео, например), а в классе выполняют практические задания и разбирают вопросы.

2. Линейное смешанное обучение. Последовательное чередование очных и онлайн-занятий.

3. Гибкое обучение. Основная работа происходит онлайн, а очные занятия проводятся для обсуждения сложных тем или консультаций.

4. Ротационная модель. Обучающиеся делятся на группы, которые чередуются между разными форматами обучения (очные занятия, онлайн-обучение, работа в группах) [21, с. 88].

5. Обогащённая виртуальная модель. Всё обучение происходит в онлайн режиме, однако проводятся очные консультации и контроль.

6. Проектно-ориентированная форма. Основная задача – работа команды над проектом, что включает в себя исследование онлайн, а также презентацию продукта.

Применение технологий смешанного обучения в России стало ответом на совокупность социальных, технологических, педагогических и организационных вызовов, усилившихся особенно в последние десять лет. Это решение возникло не стихийно, а как часть глобального тренда цифровой трансформации образования, но в российском контексте оно приобрело специфические причины и формы. Во-первых, важнейшим фактором стало

расширение доступа к цифровым технологиям: широкое распространение интернета, мобильных устройств, образовательных платформ и интерактивного контента сделало возможным частичную замену традиционного урока онлайн-элементами. При этом форматы, ориентированные только на электронное или только на очное обучение, показали свои ограничения – и смешанная модель оказалась наиболее гибкой и адаптивной.

Во-вторых, пандемия COVID-19 сыграла роль катализатора. В 2020 году миллионы школ, колледжей и вузов были вынуждены перейти в дистанционный режим. Это не только продемонстрировало уязвимость традиционной системы, но и дало мощный толчок к освоению цифровых инструментов – сначала вынужденно, а затем осознанно. После возвращения в офлайн стало очевидно, что интеграция онлайн-среды в традиционный урок даёт значительные преимущества, включая персонализацию обучения, гибкость темпа, возможность дополнительной поддержки [30, с. 190]. Третьей причиной стало усиление требований к индивидуализации и вариативности обучения. Современные образовательные стандарты, особенно в рамках ФГОС среднего общего образования, акцентируют внимание на формировании индивидуальных образовательных маршрутов. Смешанное обучение позволяет реализовать дифференцированные подходы, адаптировать задания, учитывать уровень подготовки, интересы и темп каждого ученика. Также важна педагогическая мотивация: учителя и методисты всё чаще ощущают, что традиционный урок с прямым изложением и фронтальной работой не соответствует задачам развития современных компетенций. Смешанные форматы дают возможность перенести часть информационной нагрузки за пределы класса (например, через видеоуроки или интерактивные курсы), а в очное время сконцентрироваться на обсуждении, практике, совместной деятельности.

Наконец, важным фактором стала поддержка со стороны государства и частного сектора. Министерство просвещения, региональные институты развития образования начали активно внедрять платформы вроде «Российской электронной школы», «МЭШ», «ЯКласс», «Учи.ру» и других, поддерживающих

смешанное обучение. Вузы и колледжи, в свою очередь, создают цифровые среды Moodle, Stepik, OpenEdu и локальные LMS.

Традиционная система образования также имела и свои недостатки – недостаток времени на практические задания, низкая вовлечённость обучающихся и ограниченность ресурсов. Технологии смешанного обучения помогли решить эти проблемы, предоставляя гибкость, возможность самостоятельной работы и доступ к разнообразным материалам. Кроме того, использование цифровых платформ оказалось экономически выгодным, так как позволяет снизить затраты на печатные материалы и организацию дополнительных занятий.

Исследования показали, что сочетание очного и онлайн-обучения улучшает результаты обучающихся, так как предоставляет больше возможностей для освоения материала. В условиях современных социальных изменений гибкость стала важным требованием к образовательным процессам. Многие обучающиеся совмещают обучение с другими занятиями, а цифровые технологии дают возможность адаптировать график [17, с. 35].

Таким образом, переход к смешанному обучению в России был вызван не одной, а сразу несколькими причинами – технологической зрелостью, педагогическим запросом, социальными изменениями, организационными вызовами и поддержкой цифровой инфраструктуры. Сегодня это уже не временное решение, а устойчивая образовательная модель, способная сочетать преимущества традиционного и цифрового обучения.

Использовать технологии смешанного обучения в рамках обучения математики в 10 классе предоставляет ранее недоступные возможности, которые позволяют расширить понимание обучающихся, а также учесть особенности индивидуального подхода, что отразится на мотивации. Так, благодаря усилению индивидуализации, каждый ученик будет обучаться в собственном темпе. Сервисы, такие как Яндекс. Учебник, позволяют проводить диагностику знаний, разбирать темы в интерактивной форме, решать задачи с автоматической проверкой и получать разъяснения ошибок. В рамках «перевернутого класса»

обучающиеся изучают теорию самостоятельно дома (с помощью видео-лекций, интерактивных презентаций или учебников), а на уроках решают задачи, проводят практику или обсуждают сложные вопросы. Это позволяет эффективнее использовать время на уроке. Развитие математической грамотности через проекты представляется особенно эффективным. Технологии смешанного обучения предоставляют возможность организовать работу над математическими проектами. Например, ученики могут исследовать реальные задачи (расчеты расходов в семейном бюджете, анализ данных, геометрические расчеты) с использованием цифровых инструментов.

С помощью онлайн-тестов и заданий обучающиеся могут сразу видеть результаты своей работы, что мотивирует их исправлять ошибки и совершенствоваться. Учитель, в свою очередь, может анализировать результаты и выявлять темы, которые вызывают наибольшие трудности.

Смешанный формат позволяет эффективно использовать время на уроке для работы в группах или со слабоуспевающими учениками, в то время как более подготовленные обучающиеся могут выполнять дополнительные задания онлайн. Онлайн-тренажёры и платформы с заданиями в формате ОГЭ и ЕГЭ помогают отрабатывать навыки выполнения заданий. Обучающиеся могут повторять теорию, решать задачи и анализировать свои ошибки в удобное время. Например, программы Desmos позволяют визуализировать сложные математические темы (графики, геометрические построения), что облегчает их понимание.

Так, можно привести пример реализации технологии смешанного обучения на теме «Производная функции». Дома обучающиеся смотрят видеолекцию с объяснениями теории и примеров, работают с интерактивной презентацией или проходят онлайн-тест для проверки базового понимания. На уроке решают задачи на нахождение производных, работают в группах над реальными приложениями производной (например, нахождение скорости по графику). После урока обучающиеся выполняют задания на образовательной

платформе с автоматической проверкой или участвуют в онлайн-квизе для повторения темы.

К преимуществам технологии смешанного обучения можно отнести то, что обучающиеся лучше понимают абстрактные математические темы за счёт визуализации и интерактивности, формируется ответственность и самостоятельность в обучении, улучшается подготовка к экзаменам за счет регулярной диагностики знаний и повторения материала. Учителя получают больше возможностей для анализа успеваемости и индивидуального подхода к обучающемуся.

В других странах данная технология в целом давно была признана важной стратегией модернизации образования. Она достаточно активно применяется в США, Канаде, Финляндии. Чаще всего такой метод используется в старших классах и в рамках STEM-дисциплин. Зарубежные исследования показывают, что смешанное обучение во многом обуславливает гибкую персонализацию, а также способствует повышению мотивации и вовлеченности обучающихся. Успеваемость также выше в сравнении с реализацией традиционных моделей обучения [54, с. 26; 55, с. 110].

Выводы по первой главе

Таким образом, технологии смешанного обучения позволяют интегрировать традиционные и современные подходы, делая процесс изучения математики более эффективным и увлекательным.

В рамках первой главы были изучены теоретические основы организация в школе курса «Вероятность и статистика» с применением технологий смешанного обучения. Были рассмотрены настоящие тенденции, которые направлены на совершенствование математического образования в России. Стало очевидным, что развитие математического образования в настоящее время находится в состоянии изменения, так как ему приходится адаптироваться под образующиеся новые вызовы в рамках новой цифровой среды. В рамках проведенного исследования было выявлены основные направления развития математического образования – цифровизация процесса, внедрение интерактивных элементов в процесс обучения, больший упор на прикладную составляющую обучения, развитие математической грамотности, развитие метапредметных связей, ориентация на индивидуальное образование. Большое внимание было уделено вероятностно-статистической линии в рамках как базового, так и профильного уровня. Было определено, что раздел вероятностно-статистической линии представляет собой достаточно важный компонент подготовки обучающихся к процессам, связанным с анализом и принятия решений в условиях неопределенности. Анкетирование учителей отразило существующие методические трудности, которые возникают при преподавании статистики и вероятности, – вопросы, связанные с комбинаторикой, вероятностными моделями и анализом графиков. Также, благодаря опросу, стало понятным, что доминирующим остаются традиционные формы обучения. В рамках анализа технологий смешанного обучения было выявлен их потенциал в математической подготовке – индивидуализация, повышение мотивации, доступ к цифровым ресурсам.

Глава 2. Методические аспекты организации изучения курса «Вероятность и статистика» в 10 классе на основе технологий смешанного обучения

2.1. Программа и содержание курса «Вероятность и статистика» в 10 классе

Курс «Вероятность и статистика» для 10-11 классов был введён в рамках обновлённых Федеральных государственных образовательных стандартов среднего общего образования (ФГОС СОО), утверждённых приказом Министерства образования и науки РФ от 27 декабря 2023 года № 1028. Эти стандарты определяют обязательность изучения элементов теории вероятностей и статистики в старших классах. Программа курса «Вероятность и статистика» включена в Федеральный перечень образовательных программ (ФОП) и является обязательной для реализации в образовательных организациях, обеспечивая единое содержание математического образования на уровне среднего общего образования [47].

Рабочая программа учебного курса «Вероятность и статистика» базового уровня для обучающихся 10-11 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования, в соответствии с Концепцией развития математического образования в РФ, на основании Федеральной рабочей программы учебного курса «Вероятность и статистика» (базовый уровень), а также с учетом рабочей программы воспитания [26]. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

Календарно-тематическое планирование (КТП) курса «Вероятность и статистика» разрабатывается на основе примерных рабочих программ, одобренных Федеральным учебно-методическим объединением. Согласно этим программам, на изучение курса отводится 1 учебный час в неделю в течение

каждого года обучения, всего 68 учебных часов. Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных в основной школе, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними. Основные содержательные линии включают:

1. Представление данных и описательная статистика.
2. Случайные события и вероятности.
3. Случайные величины и закон больших чисел.
4. Распределения случайных величин.

Курс «Вероятность и статистика» является обязательной частью учебного плана для 10-11 классов и реализуется в соответствии с ФГОС СОО и примерными рабочими программами, обеспечивая преемственность математического образования и подготовку учащихся к использованию статистических методов в различных сферах деятельности.

Учебный курс «Вероятность и статистика» базового уровня является продолжением и развитием одноимённого учебного курса базового уровня основной школы. Курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления учащихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения. Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса основной школы и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» средней школы на базовом уровне выделены следующие основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности», «Случайные величины и закон больших чисел». Важную часть курса занимает изучение геометрического и биномиального распределений и

знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями. Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин, а также эта линия необходима как база для изучения закона больших чисел – фундаментального закона, действующего в природе и обществе и имеющего математическую формализацию. Сам закон больших чисел предлагается в ознакомительной форме с минимальным использованием математического формализма. Темы, связанные с непрерывными случайными величинами, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям, при этом предполагается ознакомительное изучение материала без доказательств применяемых фактов.

Приоритетными целями обучения математике в 10-11 классах на базовом уровне являются:

- формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;
- подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, понимание математики как части общей культуры человечества;
- развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;
- формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для

решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Основными линиями содержания математики в 10-11 классах являются: «Числа и вычисления», «Алгебра» («Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства»), «Начала математического анализа», «Геометрия» («Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин»), «Вероятность и статистика». Данные линии развиваются параллельно, каждая в соответствии с собственной логикой, однако не независимо одна от другой, а в тесном контакте и взаимодействии. Кроме этого, их объединяет логическая составляющая, традиционно присущая математике и пронизывающая все математические курсы и содержательные линии.

Сформулированное в ФГОС СОО требование «владение методами доказательств, алгоритмами решения задач, умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач» относится ко всем учебным курсам, а формирование логических умений распределяется по всем годам обучения на уровне среднего общего образования. В соответствии с ФГОС СОО математика является обязательным предметом на данном уровне образования. Программой по математике предусматривается изучение учебного предмета «Математика» в рамках трёх учебных курсов: «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика». Формирование логических умений осуществляется на протяжении всех лет обучения на уровне среднего общего образования, а элементы логики включаются в содержание всех названных выше учебных курсов.

Вероятностно-статистическая линия начинает изучаться в 10 классе, потому что она требует достаточно высокого уровня абстрактного мышления и умения работать с математическими моделями. В основной школе обучающиеся постепенно осваивают базовые понятия математики, такие как арифметика, алгебра, геометрия и элементы комбинаторики, которые необходимы для понимания вероятностных процессов. Только к старшим классам они достигают

уровня, позволяющего анализировать случайные события, работать с распределениями вероятностей и применять статистические методы [49, с. 90].

Кроме того, теория вероятностей и статистика широко используются в науке, экономике, инженерии и других сферах, поэтому изучение этих тем в 10-11 классах даёт возможность не только подготовиться к экзаменам, но и освоить методы, которые пригодятся в будущей профессиональной деятельности. Также в этот период школьники уже владеют базовыми навыками работы с данными и графиками, что делает изучение статистики более осмысленным и прикладным.

Для профильного уровня также был разработан дистанционный курс, который отличается темами изучения, так как в рамках профильного уровня изучение материала происходит на более глубоком уровне, а также объем тем больше. Это следствие задач, стоящих перед обучающимися профильного уровня. Так, в рамках базового уровня курс имеет направление на формирование общей математической грамотности, тогда как профильный уровень подразумевает более углубленное изучение теории вероятностей и математической статистики. Как правило, он подходит для тех обучающихся, которые в будущем свяжут свою профессиональную деятельность с техническими, естественно-научными или экономическими направлениями. В рамках профильного дистанционного курса рассматриваются более сложные темы, например, классическое и геометрическое определение вероятностей, формулы Байеса и Бернулли, понятия независимости событий, дисперсии и т. д.

Можно сказать, что в рамках базового курса у обучающихся формируется представление о вероятности и статистике как части общей культуры, а в рамках профильного же закладывается основа для академической профессиональной подготовки.

2.2. Методические рекомендации по организации курса «Вероятность и статистика» в 10 классе на основе технологий смешанного обучения

Внедрение технологии смешанного обучения в образовательный процесс представляет собой непростую задачу, которая требует методически выверенной модели, что позволит апробировать разработанные рекомендации и наработки, а

также оценить успешность использования технологии. На основе изученной научной литературы и проведенного исследования, нами были разработаны методические рекомендации по организации курса «Вероятность и статистика» в 10 классе с использованием технологий смешанного обучения. Эти рекомендации могут способствовать интеграции традиционных методов с цифровыми ресурсами для повышения вовлечённости обучающихся, а также эффективности усвоения материала (табл. 1).

Таблица 1. Некоторые методические рекомендации по организации курса «Вероятность и статистика» в 10 классе

Элементы	Методические рекомендации
Цели и задачи курса	- Формирование базовых понятий. Освоение основных понятий теории вероятностей и статистики, таких как вероятность событий, случайные величины, распределения, выборка, оценки и гипотезы. - Развитие аналитических навыков. Умение применять статистические методы для анализа данных, решение практических задач, формирование навыков критического мышления. - Интеграция цифровых технологий. Использование онлайн-ресурсов, интерактивных стимуляторов и тестовых систем для самостоятельной работы обучающихся вне классной среды.
Структура курса с элементами смешанного обучения	- Перевернутый класс. Теоретический материал (видеолекции, презентации, интерактивные модули) обучающиеся изучают дома в удобном темпе. На уроке уделяется внимание практическим заданиям, решению задач, дискуссиям и групповым обсуждениям. - Групповая работа и ротация станций. Организация уроков по методике ротации станций, когда класс делится на группы, и каждая группа поочередно работает над разными аспектами курса: 1 станция. Работа с теорией – краткое повторение и обсуждение основных понятий. 2 станция. Практические задания – решения задач, анализ статистических данных. 3 станция. Использование цифровых инструментов – интерактивные стимуляции, онлайн-тестирование, работа с образовательными платформами.

	- Проектная деятельность. В течение курса рекомендуется включать мини-проекты, где обучающиеся собирают и анализируют реальные данные (результаты школьных опросов, демографическую статистику района) и представляют результаты в виде отчётов или презентаций.
Организация учебного процесса	Подготовка материалов: - разработка видеолекций и презентаций по ключевым темам курса; - подготовка интерактивных заданий и тестов для самостоятельной работы обучающихся на онлайн-платформах; - создание рабочих листов и практических заданий для занятий в классе. Планирование уроков: - четкое распределение времени на самостоятельное изучение теории (домашняя работа) и практическую работу на уроке; - введение регулярных контрольных точек (мини-тесты, квизы) для проверки усвоения материала. Мониторинг и оценка: - использование электронных дневников и аналитических панелей для отслеживания успеваемости каждого ученика; - проведение промежуточных и итоговых тестирований с обратной связью по результатам. Обратная связь и коррекция: - регулярные обсуждения результатов работы на уроке, корректировка темпов изучения в зависимости от успехов обучающихся; - организация групповых консультаций и дополнительных занятий для обучающихся, испытывающих трудности.
Роль учителя в модели смешанного обучения	- Куратор и наставник. Учитель не только передаёт знания, но и выступает в роли фасилитатора, помогая обучающимся самостоятельно осваивать сложные темы и проводить практический анализ. - Организатор дистанционной работы. Обеспечение доступа к цифровым ресурсам, организация онлайн-дискуссий, индивидуальное консультирование по электронной почте или через образовательные платформы. - Мотиватор. Внедрение игровых элементов (геймификация), конкурсов и поощрений за активное участие, что повышает вовлечённость и интерес к предмету.

Преимущества смешанного обучения для курса «Вероятность и статистика»	- Индивидуализация обучения. Каждый обучающийся может изучать теоретический материал в удобном для себя темпе, что особенно важно для сложных и абстрактных тем. - Практическая направленность. На уроках более времени уделяется решению задач, анализу данных и обсуждению реальных ситуаций, что помогает лучше закреплять теоретические знания. - Развитие цифровой компетентности. Использование онлайн-платформ способствует развитию навыков работы с информационными технологиями, что является важным аспектом современного образования.
---	---

Планирование уроков в рамках курса «Вероятность и статистика» проводилось с использованием предложенных рекомендаций. Рассмотрим на примере планов уроков по теме «Вероятность случайного события» (базовый уровень) и «Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности» (профильный уровень).

План урока по теме «Вероятность случайного события»

Цель урока: познакомить обучающихся с понятием случайного события и его вероятностью.

Задачи: развить навыки вычисления вероятности простых событий, применить теоретические знания на практике через решение задач и групповую работу, стимулировать критическое мышление и обсуждение применения вероятностных моделей в реальных ситуациях.

Оборудование и материалы: презентация по теме для домашнего изучения, рабочие листы с задачами и практическими заданиями, интерактивная доска для визуализации примеров, доска для групповой работы, онлайн-платформа для проведения квиза.

Структура урока

Подготовка (до урока, дома – перевёрнутый класс).

1. Обучающимся предлагается просмотреть презентацию с обзором понятия случайного события, правил вычисления вероятности, примерами из

повседневной жизни (презентация находится в облачном хранилище «Яндекс. Диск», обучающиеся получают ссылку для доступа).

2. Домашнее задание: просмотреть презентацию и заполнить короткий опрос по ключевым понятиям (определение случайного события, разница между достоверным, невозможным и случайным событием).

Введение (5 минут)

1. Краткое повторение просмотренного материала. Учитель задаёт несколько вопросов для проверки понимания («что такое случайное событие?»).

2. Обсуждение значимости вероятностных моделей в повседневной жизни (прогнозирование погоды, игры и спортивные ставки).

Основная часть (20-25 минут)

Теоретическая часть (10 минут):

1. Учитель объясняет понятие случайного события и приводит примеры.

2. Демонстрация на интерактивной доске – визуализация примеров случайных событий с графическим представлением (вероятность выпадения орла/решки, числовое распределение выпадения граней кубика).

3. Обсуждение формулы вероятности:

$$P(A) = \frac{\text{число благоприятных исходов}}{\text{число всех возможных исходов}}$$

Групповая работа о обсуждение (10 минут)

1. Деление класса на небольшие группы. Каждая группа получает рабочий лист с реальными задачами на вычисление вероятности (вероятность вытянуть красную карту из колоды, вероятность выпадения определённого числа на кубике).

2. Каждая группа обсуждает и решает предложенные задачи, после чего кратко представляет результаты классу.

3. Организация мини-дискуссии по вопросу «Какие ситуации из повседневной жизни можно описать с помощью вероятности случайного события?».

Интерактивное задание (5 минут)

1. Проведение квиза на платформе «Яндекс. Формы» для проверки понимания материала. Вопросы включают расчёт вероятностей по простым задачам и интерпретацию полученных результатов.

Заключительная часть (5 минут)

1. Обобщение ключевых понятий урока. Учитель резюмирует, что такое случайное событие, как вычисляется его вероятность и почему эти знания важны.

2. Ответы на вопросы обучающихся, разбор наиболее сложных моментов.

3. Подведение итогов групповой работы – выделение основных выводов, обсуждение практических примеров.

Роль учителя:

1. Фасилитатор. Учитель активно вовлекает обучающихся в обсуждение, помогает группам и отвечает на вопросы.

2. Контролёр. Проводит мониторинг самостоятельной работы обучающихся на уроке и через онлайн-платформы, анализирует результаты квиза.

3. Наставник. Предоставляет обратную связь и дополнительные пояснения к сложным вопросам, поощряет активное участие в дискуссии.

План урока по теме Условная вероятность. Формула умножения вероятностей

Цель: научить обучающихся понимать и применять формулу условной вероятности и формулу умножения вероятностей к решению задач.

Задачи: познакомить с определением условной вероятности и формулой умножения вероятностей, развивать логическое и критическое мышление через анализ вероятностных ситуаций, сформировать навыки применения формул в типовых и практических задачах, совершенствовать навыки самостоятельного и командного обучения в цифровой среде.

Оборудование и ресурсы: презентация и видеоурок в облачном хранилище, интерактивная доска, мобильные устройства / ПК для квиза, рабочие листы и карточки задач.

Структура урока (смешанное обучение)

Подготовительный этап (дома)

Формат: Перевернутый класс

Обучающимся предлагается:

Посмотреть видеоролик «Условная вероятность» (ссылка на образовательную платформу);

Ознакомиться с презентацией, где изложены:

– Определение условной вероятности;

– Формула $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

– Примеры применения формулы умножения:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A).$$

Пройти мини-тест (Яндекс.Формы) на 5 вопросов по теме (определения, вычисления по формуле).

Введение (5–7 минут)

Краткий опрос по результатам домашнего задания (опрос в классе или через платформу).

Уточнение целей урока.

Приведение жизненного примера: «Вероятность того, что студент опоздает на экзамен, если он вышел из дома позже обычного».

Основная часть (25–30 минут)

1. Теоретический блок (10 минут)

Объяснение через интерактивную доску:

Разбор примера: «Среди студентов, сдавших экзамен, 60% готовились заранее. Вероятность сдать экзамен при подготовке – 0.9, без подготовки – 0.4. Какова вероятность того, что случайный сдавший студент готовился заранее?»

Построение дерева вероятностей и пояснение умножения ветвей.

2. Групповая работа (15 минут)

Деление класса на 3–4 группы. Каждой группе – карточка с ситуацией:

Пример: «В мешке 3 белых и 2 чёрных шара. Первый шар вынимается без возвращения. Найти вероятность, что второй шар – белый при условии, что первый был чёрный».

Группы решают задачи и оформляют решения на флипчартах или в Яндекс.Формах.

Представление результатов. Обсуждение правильности рассуждений.

3. Интерактивное задание (5 минут)

Квиз на платформе Яндекс / Quizziz с вопросами:

На определение $P(A|B)$

На распознавание зависимости событий

На практическое применение формулы умножения

4. Заключительная часть (5 минут)

Обобщение: когда применяется формула $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$

Разбор типичных ошибок (например, неверное использование формулы при зависимых событиях).

Ответы на вопросы. Рефлексия: «Насколько уверенно вы чувствуете себя с этой темой?» (по шкале в Яндекс Форме).

Роль учителя:

1. Фасилитатор: направляет обсуждение, помогает группам.
2. Навигатор: комментирует ключевые шаги, указывает ошибки.
3. Мотиватор: подчёркивает прикладное значение темы.

Данные планы уроков интегрирует элементы перевёрнутого класса, групповой работы и интерактивного обучения, что способствует более глубокому усвоению темы и развитию практических навыков применения вероятностных моделей в реальных ситуациях.

2.3. Апробация методических рекомендаций в образовательной практике

Разработка и внедрение методических рекомендаций проводились на базе МАОУ «Лицей №3» г. Красноярска.

На основе внедрения методических рекомендаций по курсу «Вероятность и статистика» (базовый уровень) в 10 классе была проведена апробация в двух параллельных классах одной школы. В одном из классов применялись элементы

смешанного обучения, включая технологию перевёрнутого класса, ротацию станций и использование цифровых инструментов. Второй класс обучался по традиционной методике, без внедрения новых форматов.

Рассмотрим подробнее процесс апробации методических рекомендаций.

В экспериментальном классе обучающиеся предварительно познакомились с теоретическим материалом дома с помощью лекционного материала и интерактивных презентаций, представленных на платформе «Электронный университет КГПУ им. В.П. Астафьева» (рис. 4).

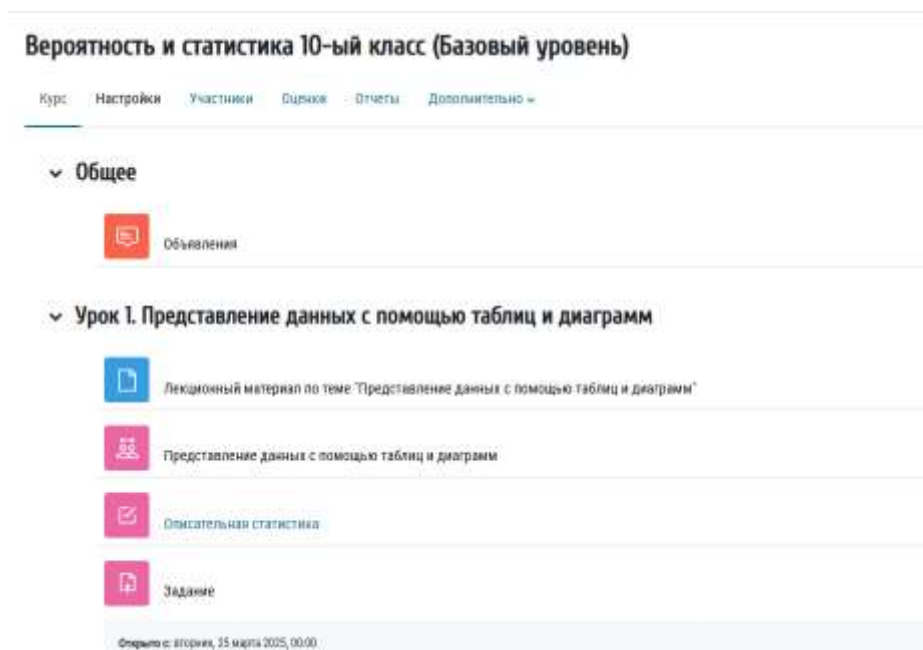


Рисунок 3 – Дистанционный курс «Вероятность и статистика в 10 классе» (базовый уровень)

Данный курс был разработан в соответствии с КТП и ФОП по курсу «Вероятность и статистика» на базовом и углубленном профиле. В рамках данного курса были прописаны все темы с использованием лекционного материала, интерактивных заданий, а также работ для самостоятельной подготовки в рамках смешанного обучения.

1. Структура курса

Курс включает:

1. Лекционные материалы – теоретические основы с примерами и визуализацией.

2. Интерактивные задания – задачи с автоматической проверкой, цифровые эксперименты.

3. Самостоятельные работы – задачи для закрепления материала вне аудитории.

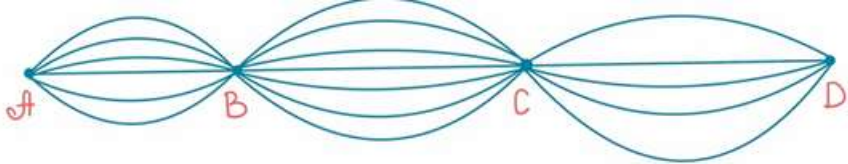
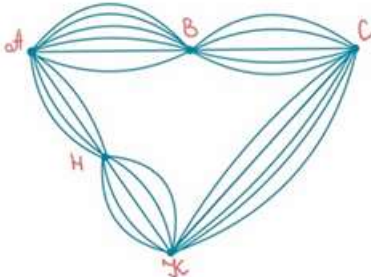
4. Практикумы – анализ реальных данных, работа с цифровыми инструментами.

Формат обучения – смешанный, сочетающий очные занятия и онлайн-активности.

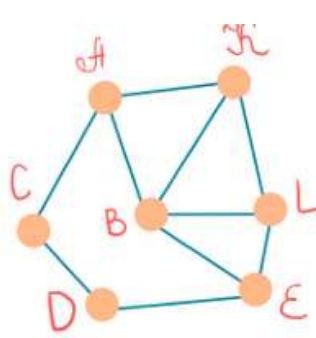
На уроках акцент делался на практическую работу – обучающиеся решали задачи, анализировали реальные данные и работали в группах. Ниже в таблице 2 представлены задания по повышению уровня сложности, использовавшиеся при изучении темы «Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал», «Формула Байеса»

Таблица 2 – Комплект заданий для некоторых тем курса

Уровень	Задачи
«Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал»	
Базовый	Сколько различных трехзначных чисел, в которых цифры могут повторяться, можно записать с помощью цифр: а) 1, 4, 6. б) 0, 9, 5. в) 8, 9, 5, 2, 0, так чтобы число было четным. г) 5, 7, 4, 6, 3, так чтобы число было нечетным.
	Сколько можно составить пар, выбирая: 1) первый предмет из 8, второй из 7; 2) первый предмет из 19, второй из 17.
	Сколько можно составить четырехзначных чисел из цифр 1, 3, 6, 8, 9 так, чтобы цифры в числе не повторялись?
	Сколько различных пятибуквенных слов, не обязательно имеющих смысл, можно составить из букв: а) Р, О, Д. б) Ф, И, Т, Ж. в) О, Р, Е, Ш, У, К.
	Сколькими способами можно выбрать 6 человек из 12-ти на 6 различных должностей, при условии, что один человек может занимать только одну должность?
	В соревнованиях по боксу участвуют 15 спортсменов. Сколькими способами могут распределиться первые три места?
	На рисунке изображена схема дорог в некоторой области. Сколькими различными путями, не проходящих дважды через одну точку, ведёт из А в D?
Повышенный	

	 На шести одинаковых карточках написаны буквы Ч, Й, И, Н, К, А. Карточки перемешиваются и наугад раскладываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово ЧАЙНИК? Дмитрий может попасть из села «Рокино» в село «Снулино», только через село «Клиново». Между «Рокино» и «Клиново» существует 8 различных дорог, а между селами «Снулино» и «Клиново» – 5 различных дорог. Сколько существует различных маршрутов между селами «Рокино» и «Снулино»? В классе, состоящем из 15 девочек и 10 мальчиков, среди которых есть друзья Оля и Жора, необходимо выбрать двух дежурных: в столовую и в гардероб. Учитывая, что один человек не может быть дежурным в двух местах сразу, найдите вероятность того, что: а) Оля и Жора будут дежурными. б) Оля и Жора будут дежурными, при условии, что в столовой Сколько существует различных пятизначных чисел, в которых на четных местах стоят различные цифры, который являются четными числами?
Высокий	 На рисунке изображена схема дорог в некоторой области. Сколько различных путей, не проходящих дважды через одну точку, ведёт из A в C? У Марины есть 7 книжек, которые она хочет расставить на полку в шкафу. Среди данных книжек есть три книги одного автора, Марина хочет поставить данные книги рядом. Сколькими способами можно это сделать? Сколько различных слов можно составить из букв – Т, К, О, Р, при условии, что словом считается любая последовательность из 4 букв без повторений? а) Чему равна вероятность того, что при случайном выборе слова из данных будет выбрано слово КРОТ? б) Чему равна вероятность того, что при случайном выборе слова из данных, будет выбрано слово, у которого первая буква Р? Перед игрой в баскетбол встретились две команды «Лорды» и «Драконы». Каждый игрок команды «Лорды» пожал руку каждому игроку команды «Драконы». Всего было 437 рукопожатий. Сколько игроков в каждой команде? Алина придумывает новый пароль для двух социальных сетей. Сколько существует вариантов составления паролей, если в каждой социальной сети свои правила составления пароля: 1) Пароль состоит из 7 знаков. Первые четыре знака – это цифры, пятый и шестой знаки – это буквы русского алфавита, последний знак – это цифра. 2) Пароль состоит из 10 знаков. На нечетных местах могут стоять только гласные буквы русского алфавита, а на четных местах – только цифры, которые являются нечетными числами.

	Сколько существует вариантов номерных знаков для машин с регионом 63? ГОСТом для использования на знаках разрешены буквы кириллицы, имеющие графические аналоги в латинском алфавите. Номер не может быть вида * 000**. к 567 ас 63 Пример номерного знака. Сколько существует способов переставить числа от 1 до 50 так, чтобы разность любых двух соседних чисел была не более, чем 1?
«Формула Байеса»	
Базовый	Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,08. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными. При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 85% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 95% случаев. Известно, что в среднем результат теста оказывается положительным у 15% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, результат которого оказался положительным. Какова вероятность, что пациент действительно имеет это заболевание? Вероятность того, что некоторое событие появится хотя бы один раз в трех независимых испытаниях, равна 0,973. Найдите вероятность появления некоторого события в одном испытании (предполагается, что во всех испытаниях вероятность появления некоторого события одна и та же). Производятся три выстрела по одной и той же мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах равны соответственно 0,8; 0,4; 0,6. Найдите вероятность того, что в результате этих трех выстрелов в мишень попадут ровно один раз. В команде из 12 человек нужно выбрать 3 человека для подготовки презентации, а затем назначить одного из них ответственным за соблюдение сроков. Сколько существует различных способов сделать это?
Повышенный	Группа из 20 стрелков включает в себя четыре мастера спорта, восемь кандидатов в мастера спорта и восемь перворазрядников. Мастер спорта может попасть в мишень с вероятностью 0,95, кандидат в мастера – с вероятностью 0,8, перворазрядник – с вероятностью 0,7. 1) Какова вероятность того, что наудачу выбранный стрелок, сделав выстрел, попал в мишень? 2) Наудачу выбранный стрелок сделал выстрел, мишень была поражена. Какова вероятность того, что стрелок является кандидатом в мастера спорта? В первой урне находятся 7 красных и 3 желтых шара, а во второй урне – 4 красных и 6 желтых шаров. 1) Наудачу из случайной урны достают шар. Какова вероятность того, что вынули желтый шар? 2) Из наудачу взятой урны достали один шар, который оказался желтым. Какова вероятность того, что этот шар был вынут из первой урны? Сколько различных четырехзначных чисел можно записать с помощью цифр 1) 1, 4, 6 при условии, что цифры могут повторяться; 2) 8, 9, 3, 2, 6 при условии, что цифры не могут повторяться; 3) 5, 0, 3, 9, 2, 6, 7, при условии, что цифры не могут повторяться и число должно делиться на 5.

	Назовите, что входит в множество элементарных событий при следующих случайных экспериментах: 1) Выбор одной из множества цифр. 2) Выбор одного из городских номеров телефона в городе Саратов (код города 8452). 3) Выбор случайной буквы из слова МАТЕМАТИКА. 4) Извлечение одного шара из мешка, в котором находится 8 белых шаров, 3 красных шара и один желтый.																																																																
Высокий	На рисунке схема дорог изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах. Так как таблицу и схему делали независимо друг от друга, то нумерация населенных пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину дороги KL. <table><tr><td></td><td>Г1</td><td>Г2</td><td>Г3</td><td>Г4</td><td>Г5</td><td>Г6</td><td>Г7</td></tr><tr><td>Г1</td><td></td><td></td><td></td><td>12</td><td></td><td></td><td>19</td></tr><tr><td>Г2</td><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td>9</td><td></td><td>7</td></tr><tr><td>Г3</td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td>10</td><td>6</td><td>10</td></tr><tr><td>Г4</td><td>12</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>5</td><td></td></tr><tr><td>Г5</td><td></td><td>9</td><td>10</td><td></td><td></td><td>11</td><td></td></tr><tr><td>Г6</td><td></td><td></td><td>6</td><td>5</td><td>11</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Г7</td><td>19</td><td>7</td><td>10</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>  На столе лежат 20 винтовок, 7 из которых с оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,99; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,73. 1) Найдите вероятность того, что при случайном выборе будет выбрана винтовка без оптического прицела и мишень будет поражена. 2) Найдите вероятность того, что мишень не будет поражена, если стрелок производит один выстрел из наудачу взятой винтовки. Два производства выпускают одинаковые шариковые ручки. Первое производство выпускает 15% этих ручек, второе – остальные ручки. Первое производство выпускает 10% бракованных ручек, а второе – 5%. 1) Найдите вероятность того, что случайно купленная ручка будет со второго производства и не бракованной. 2) Найдите вероятность того, что Симметричную игральную кость бросили 3 раза. Известно, что в сумме выпало 7 очков. Какова вероятность события «хотя бы один раз выпало 2 очка»? Вероятность того, что на зачете по математике вам попадет билет, который содержит вопрос по теме «Вероятность события», равна 0,7. Вероятность того, что вам попадет билет, который содержит вопрос по теме «Треугольники», равна 0,5. Вероятность того, что вам попадет билет, который содержит вопрос и по теме «Вероятность события», и по теме «Треугольники», равна 0,47. 1) Найдите вероятность того, что вам попадет билет, содержащий вопрос хотя бы по одной из этих тем. 2) Найдите вероятность того, что вам попадет билет, содержащий вопрос по теме «Треугольники», но не содержащий вопрос по теме «Вероятность события». 3) Найдите вероятность того, что вам попадет билет, который не содержит вопрос ни по одной из этих тем.		Г1	Г2	Г3	Г4	Г5	Г6	Г7	Г1				12			19	Г2			3		9		7	Г3		3			10	6	10	Г4	12					5		Г5		9	10			11		Г6			6	5	11			Г7	19	7	10				
	Г1	Г2	Г3	Г4	Г5	Г6	Г7																																																										
Г1				12			19																																																										
Г2			3		9		7																																																										
Г3		3			10	6	10																																																										
Г4	12					5																																																											
Г5		9	10			11																																																											
Г6			6	5	11																																																												
Г7	19	7	10																																																														

	При двукратном подбрасывании правильной игровой кости в сумме выпало не менее 10 очков. Какова вероятность того, что хотя бы один раз выпало 4 очка?								
«Распределения. Геометрическое и биномиальное»									
Базовый	Вероятность того, что в партии батареек окажется бракованной, равна 0,05. Случайным образом выбирают 4 батарейки. Постройте ряд распределения случайной величины X – количества бракованных батареек среди случайно выбранных. Постройте полигон распределения случайной величины X .								
	Одновременно бросают две игральные кости, опыт повторяют два раза. Составьте ряд распределения случайной величины X – числа выпадений нечетного числа очков на обоих кубиках одновременно.								
	Студент сдает тест, состоящий из 4 вопросов. На каждый вопрос предлагается 5 вариантов ответа, из которых только один правильный. Студент отвечает наугад. Пусть случайная величина X – количество правильных ответов. 1) Запишите закон распределения случайной величины X . 2) Найдите вероятность того, что студент ответит хотя бы на один вопрос правильно.								
	Дано биномиальное распределение случайной величины X с параметрами $n=6$, $p=0,4$. Найдите вероятность того, что случайная величина X примет значения 2, 3 или 4.								
	Докажите, что сумма вероятностей геометрического распределения равна 1.								
	На экзамене 50 билетов, из которых Степан выучил 40. На экзамене есть 3 попытки для вытягивания билета, но после каждой из них вытянутый билет возвращается обратно на стол и все билеты перемешиваются. Составьте закон распределения случайной величины X – количества попыток, потребовавшихся Степану для того, чтобы достать выученных билет. Постройте полигон распределения случайной величины X .								
	Ученик решает задачи до тех пор, пока не решит одну из них правильно. Вероятность решить задачу правильно равна $p=0,2$. 1) Какова вероятность того, что ученику потребуется ровно 4 попытки, чтобы впервые решить задачу правильно? 2) Какова вероятность того, что ученику понадобится больше 3 попыток?								
	Повышенный	Дано биномиальное распределение. Определите значение параметра p . <table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>p_i</td><td>0,49</td><td>0,42</td><td>0,09</td></tr></table>	x_i	0	1	2	p_i	0,49	0,42
x_i	0	1	2						
p_i	0,49	0,42	0,09						
	Даны некоторые значения геометрического распределения. Найдите возможные значения p и q . <table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>p_i</td><td>...</td><td>0,24</td><td>...</td></tr></table>	x_i	1	2	3	p_i	...	0,24	...
x_i	1	2	3						
p_i	...	0,24	...						
	Одновременно бросают два игровых кубика до тех пор, пока сумма очков на них не будет четным числом. Составьте ряд распределения случайной величины X – числа попыток необходимых для того, чтобы на кубиках впервые появились числа, сумма которых является четным числом.								
	На экзамене после ответа по билету преподаватель задает дополнительный вопрос до тех пор, пока студент на него не ответит. Студент, давший успешный ответ по билету, может не ответить на любой из дополнительных вопросов с вероятностью 0,3. Напишите закон распределения случайной величины X – количества дополнительных вопросов, которые получит студент после успешного								

	ответа на билет.					
Высокий	Даны некоторые значения геометрического распределения. Найдите значения p и q .					
	x_i	1	2	3	4	5
	p_i	...	...	0,081	...	0,06561
	Игрок бросает игральную кость до тех пор, пока впервые не выпадет 6 очков. Пусть случайная величина X – количество бросков, необходимых для первого выпадения шести очков. Во сколько раз вероятность того, что первый раз шесть очков выпадет на 3-м броске, больше вероятности того, что первый раз шесть очков выпадет на 5-м броске?					
	Одновременно бросают два игровых кубика до тех пор, пока сумма очков на них не будет равна 8 очков. Составьте ряд распределения случайной величины X – числа попыток, необходимых для того, чтобы на кубиках впервые появились значения, сумма которых равна 8. Найдите вероятность того, что потребуется меньше шести попыток для того, чтобы на двух кубиках выпало в сумме 8 очков.					

Уроки проходили в формате ротации станций, где обучающиеся группами поочерёдно выполняли задания на теорию, решали прикладные задачи и взаимодействовали с цифровыми симуляторами и онлайн-платформами.

Станция 1: Теория

Краткий разбор ключевых понятий (например, «Условная вероятность», «Дисперсия»). Работа с конспектами, видео-разборами, инфографикой.

Станция 2: Практика

Решение задач (разного уровня сложности)

Анализ реальных данных (например, статистика в спорте, экономике).

Станция 3: Цифровые инструменты

Работа с симуляторами или использование онлайн-платформ.

Классические объекты теории вероятностей – такие как монеты (рис. 5) и кости (рис. 4) – играют ключевую роль в освоении этой дисциплины. Они не только наглядно демонстрируют базовые понятия (равновозможные исходы, независимость событий, распределения), но и служат основой для моделирования более сложных реальных процессов:

1. Простота и наглядность. Монеты (с исходами «орёл» / «решка») и игральные кости (с равновероятными гранями) позволяют легко вычислять вероятности, так как все исходы заранее известны и симметричны. Эти модели помогают учащимся интуитивно понять ключевые концепции:

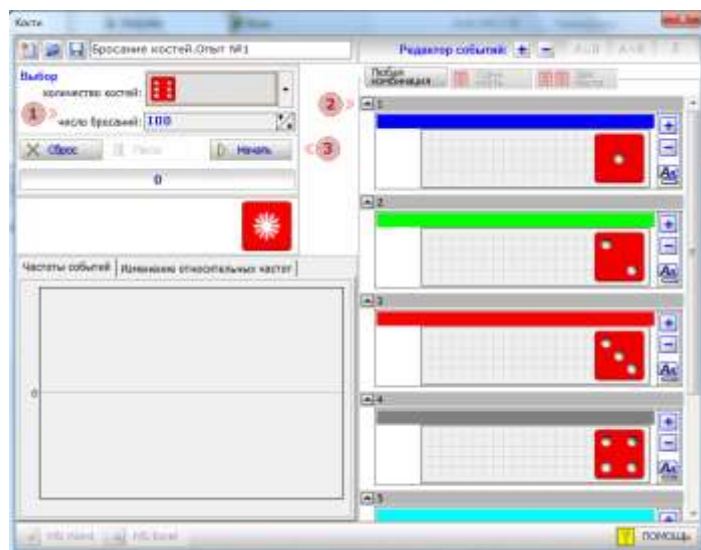


Рисунок 4 – Программа для бросания костей

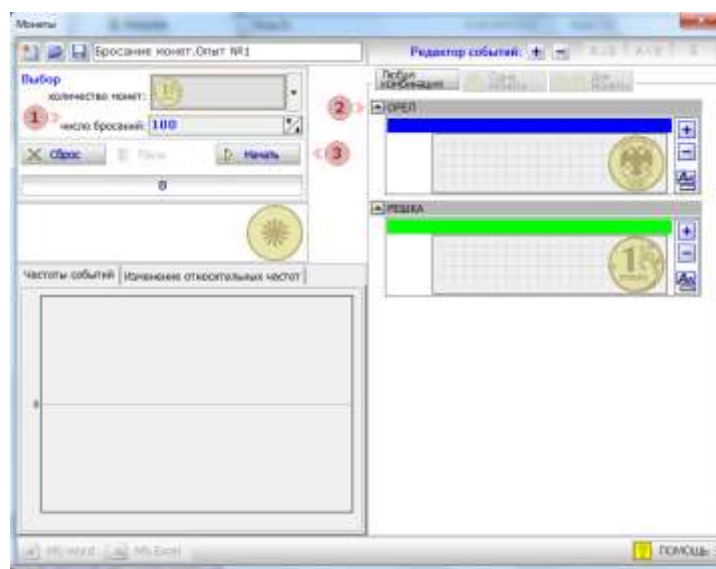


Рисунок 5 – Программа для бросания монет

Следующая используемая нами программа (рис.6) графически иллюстрирует разные средние числового набора. Может быть использована для расчета и для иллюстрации неравенства о средних. Дополнительно вычисляются размах, дисперсия, стандартное отклонение и коэффициент вариации (отношение отклонения к среднему арифметическому). Предназначена для использования на уроках по описательной статистике.

Введите значения через пробел или ";"

Рассчитать

СТЕПЕННЫЕ СРЕДНИЕ

- ✓ Ср. арифметическое
- ✓ Ср. геометрическое
- ✓ Ср. гармоническое
- ✓ Ср. квадратичное
- ✓ Ср. степенное: (0)

РАСРЕЩЕНИЕ

- ✓ Медиана
- ✓ Минимум
- ✓ Максимум
- ✓ Середина интервала
- ✓ Урез. среднее (0,25)

РАСРЕЩЕНИЕ

- Размах
- Полуразмах
- Дисперсия
- Ст. отклонение
- Коэф. вариации

Рисунок 6 – Программа для расчета и для иллюстрации средних значений

Рассмотрим структуру курса для профильного класса более подробно на примере выбранного раздела «Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события».

Данный раздел содержит такие уроки как:

Урок 7. Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей

Урок 8-9. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности.

Урок 10. Формула полной вероятности

Урок 11. Формула Байеса. Независимые события.

В каждой теме содержится несколько типов материалов, таких как:

Лекционные материалы, представленные в двух видах – файл с конспектом урока (тип элемента Файл) и интерактивные презентации, содержащие тестирования внутри материала (тип элемента Пакет SCORM);

Самостоятельные работы, практические задания для ротации станций (тип элемента Задание);

Опросы (тип элемента Быстрый опрос) (рис. 7).

Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события

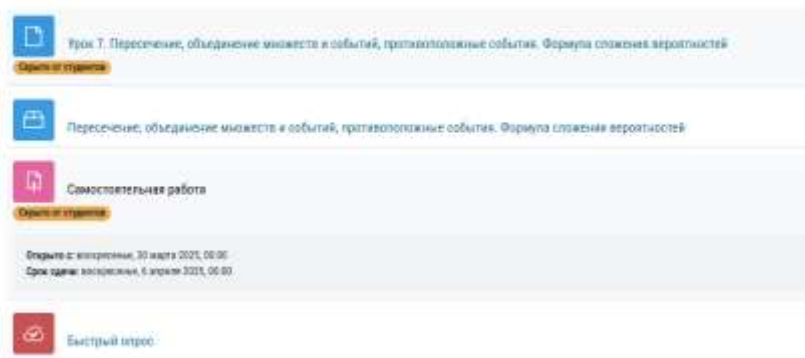
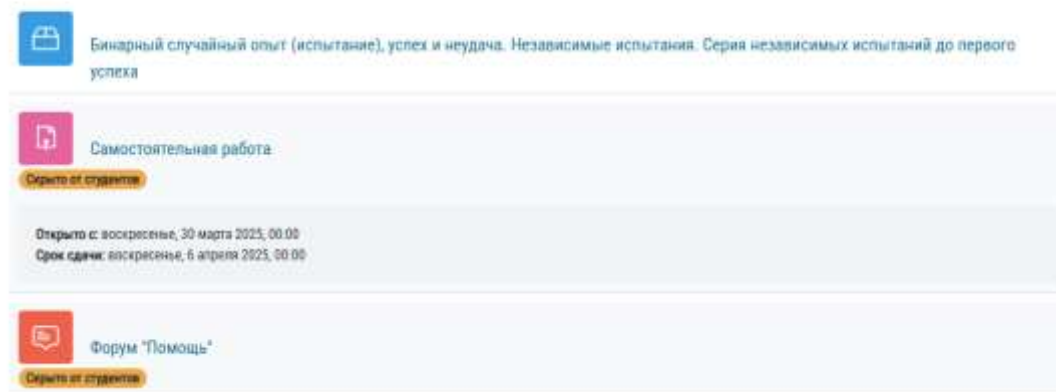


Рисунок 7 – Элементы разделов курса (конспекты, задания, опросы)

Также в других разделах используются такие форматы как Рефлексия, Форум «Помощь» (тип элемента Форум), чаты «Сложности и трудности» (тип элемента Чат) (рис.8).

Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности



Случайные величины и распределения

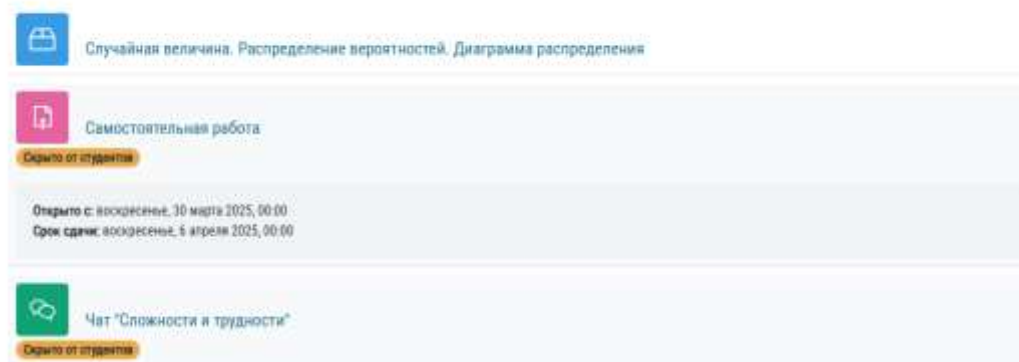


Рисунок 8 – Элементы разделов курса (форум и чат)

В контрольном классе обучение проводилось в традиционной форме – объяснение учителем нового материала, коллективное и индивидуальное

решение задач на уроке, домашнее задание по учебнику. В использовании цифровых средств и проектной деятельности обучающиеся участия не принимали.

Теперь рассмотрим результаты апробации.

По итогам изучения раздела «Случайные события и вероятности» было проведено контрольное тестирование, включающее задания на знание теории, умение решать задачи, а также краткий опрос по самооценке вовлечённости и интереса к предмету. Результаты продемонстрировали следующие различия:

1. Успеваемость – в экспериментальном классе средний балл за тест составил 4,3, в то время как в контрольном – 3,7. Количество обучающихся, допустивших критические ошибки, было значительно меньше в экспериментальной группе.

2. Понимание прикладного значения вероятности – 70% учеников экспериментального класса смогли привести реальный пример использования вероятностных моделей в повседневной жизни (спорт, прогноз погоды, игры), против 35% в контрольном.

3. Вовлечённость – по результатам опроса, 80% учеников экспериментального класса отметили, что изучение темы в формате смешанного обучения было для них интересным и понятным. В контрольном классе аналогичный показатель составил лишь 45%.

4. Навыки самоорганизации – благодаря перевёрнутому классу, обучающиеся экспериментальной группы чаще готовились к урокам заранее и активнее участвовали в обсуждениях и групповом решении задач.

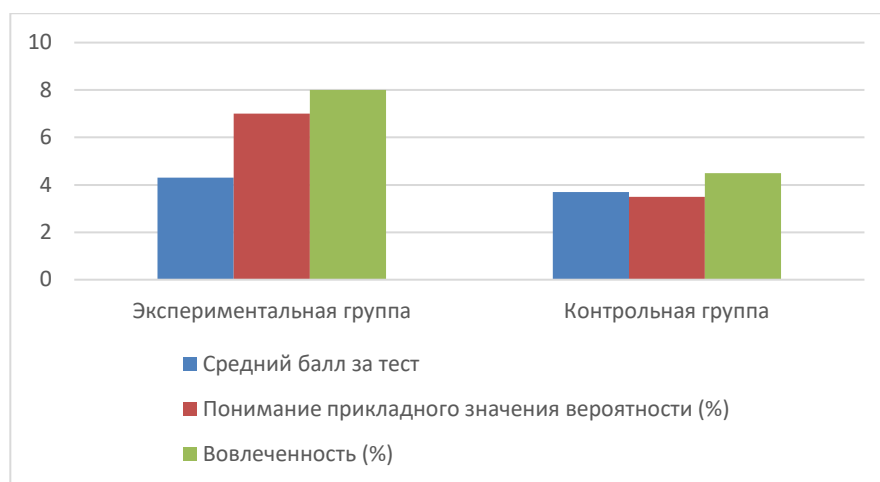


Рисунок 9 – Результаты тестирования и опроса по самооценке вовлеченности и интереса к предмету

Так, апробация показала, что внедрение методических разработок с элементами смешанного обучения способствует не только повышению уровня знаний, но и улучшает мотивацию обучающихся, помогает связать абстрактные вероятностные понятия с реальной жизнью. Особенно эффективными оказались форматы, в которых использовались видеоматериалы, наглядные примеры и интерактивные задания, а также организация уроков по принципу ротации станций. Это позволяет рекомендовать внедрение подобных подходов в широкую педагогическую практику.

Апробация методических разработок по курсу «Вероятность и статистика» с использованием технологий смешанного обучения также была проведена в 10 классе с углублённым изучением, где обучающиеся обладали более высоким уровнем математической подготовки и были готовы к работе с абстрактными понятиями и сложными задачами. В силу отсутствия параллельного класса для сравнения, процесс апробации и анализ её результатов были организованы по-другому.

Весь курс по разделу «Случайные события и вероятности» был реализован на основе перевёрнутого класса и ротации станций. Обучающиеся предварительно изучали теоретический материал дома с помощью специально подготовленных материалов, интерактивных презентаций и рабочих тетрадей с опорными схемами (рис. 7).

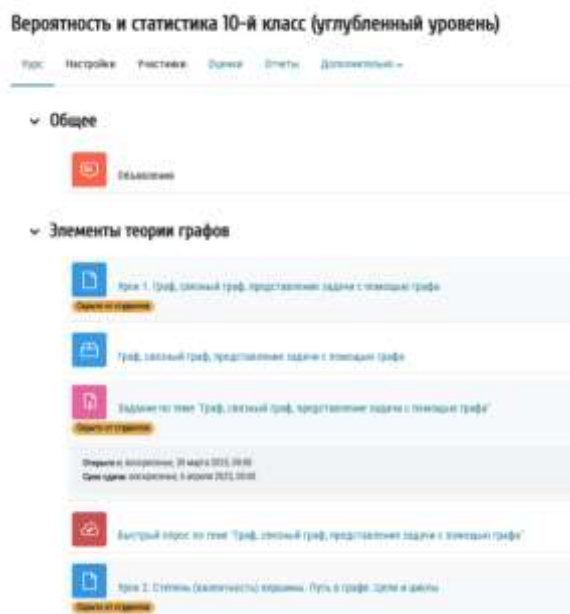


Рисунок 10 – Дистанционный курс «Вероятность и статистика в 10 классе» (углубленный уровень)

На самих уроках основное внимание уделялось решению задач прикладного характера (в том числе с элементами моделирования), обсуждению и критическому анализу различных вероятностных сценариев, работе с цифровыми инструментами (симуляторы, онлайн-платформы), мини-проектам (например, анализ вероятностных ситуаций в спортивной статистике, биологии, демографии).

Ключевыми методами проведения уроков стали ротация станций, работа в парах, мини-дискуссии и самостоятельная работа с обратной связью от учителя.

Чтобы объективно оценить эффективность внедряемой методики в условиях отсутствия контрольной группы, использовались альтернативные способы мониторинга результатов:

1. Диагностическое тестирование до и после изучения темы. Сначала проводился входной контроль знаний по ключевым понятиям (например, «случайное событие», «частота», «достоверность»). По завершении раздела – итоговый тест, аналогичный по структуре и сложности. Рост среднего балла составил 1,4 балла (рис. 11, 12).

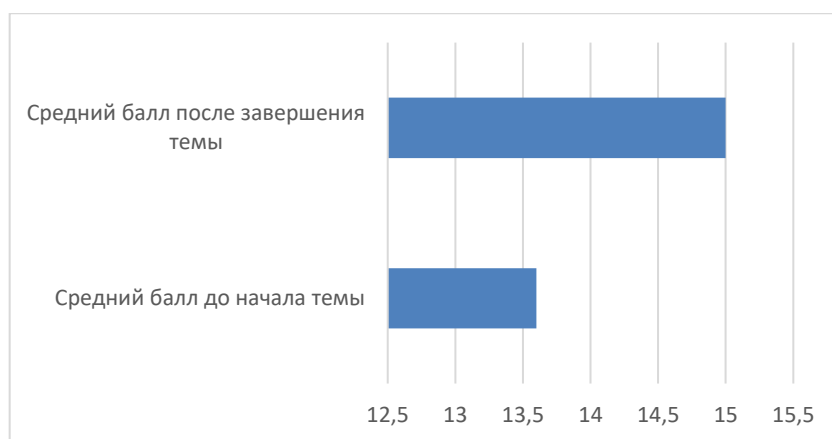


Рисунок 11 – Средние баллы первичного и повторного тестирования

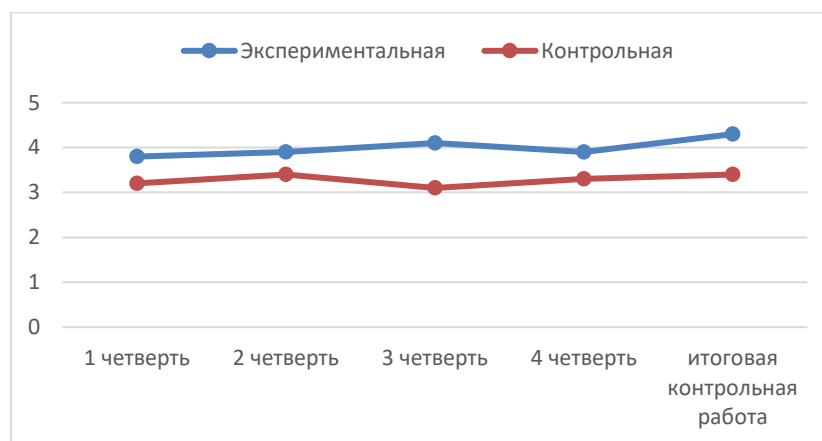


Рисунок 12 – Средние баллы контрольных работ в двух группах

2. Анализ динамики выполнения заданий различного уровня сложности. Фиксировались успехи в задачах базового, повышенного и высокого уровня, представленных в работе ранее. В начале раздела 60% учащихся решали только базовые задачи, к завершению курса доля тех, кто успешно решал повышенный и высокий уровень, выросла до 85% (рис. 13).

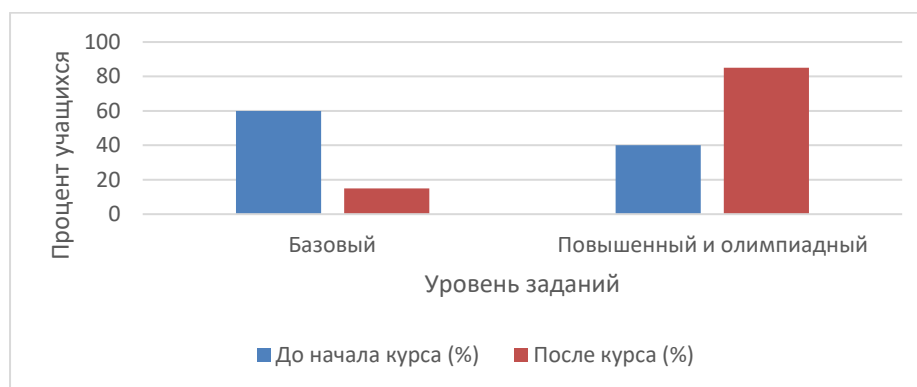


Рисунок 13 – Динамика выполнения заданий по уровню сложности

3. Эссе и мини-опросы о восприятии темы. Обучающимся предлагалось написать небольшое эссе: «Где и как может пригодиться теория вероятностей в жизни и профессии?».

Темы, наиболее часто упоминавшиеся в ответах (в % от числа учеников):

- Медицина и тестирование (COVID, диагностика) – 72%;
- Страхование / банк – 44%;
- Судебная экспертиза и правовые вероятности – 36%;
- Спорт и прогнозы матчей – 32%.

Был проведён анонимный опрос через платформу «Электронный университет КГПУ им. В.П. Астафьева». 87% обучающихся отметили, что использование цифровых ресурсов и перевёрнутого формата помогло лучше понять материал и самостоятельно работать с ним (рис. 14).

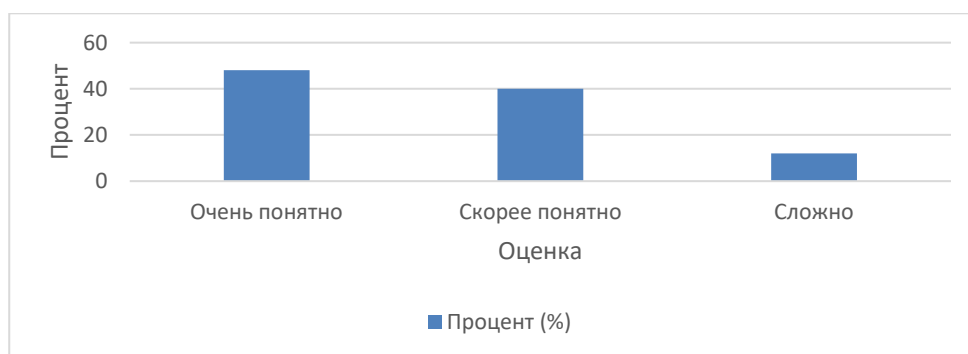


Рисунок 14 – Результаты анонимного опроса «Понятность темы»

4. Наблюдение за работой в группах и на станциях. Учитель фиксировал активность учащихся, вовлечённость, умение аргументировать свои решения и помогать одноклассникам. Было отмечено увеличение активности – большинство учеников стали проявлять инициативу в обсуждениях и анализе задач, чего раньше не наблюдалось даже в углублённой группе.

5. Рефлексия и самооценка. После каждого занятия обучающиеся заполняли мини-форму: «Что понял? Что вызвало трудности? Что хотел бы узнать ещё?». Эта информация использовалась для гибкой корректировки хода уроков и дополнительной поддержки.

Внедрение элементов смешанного обучения в классе с углублённым уровнем показало высокую эффективность. Обучающиеся не только

продемонстрировали значительный рост в знаниях и навыках, но и проявили более высокий уровень познавательной самостоятельности, умение работать с информацией, а также заинтересованность в применении вероятностных моделей в разных областях (рис.15).

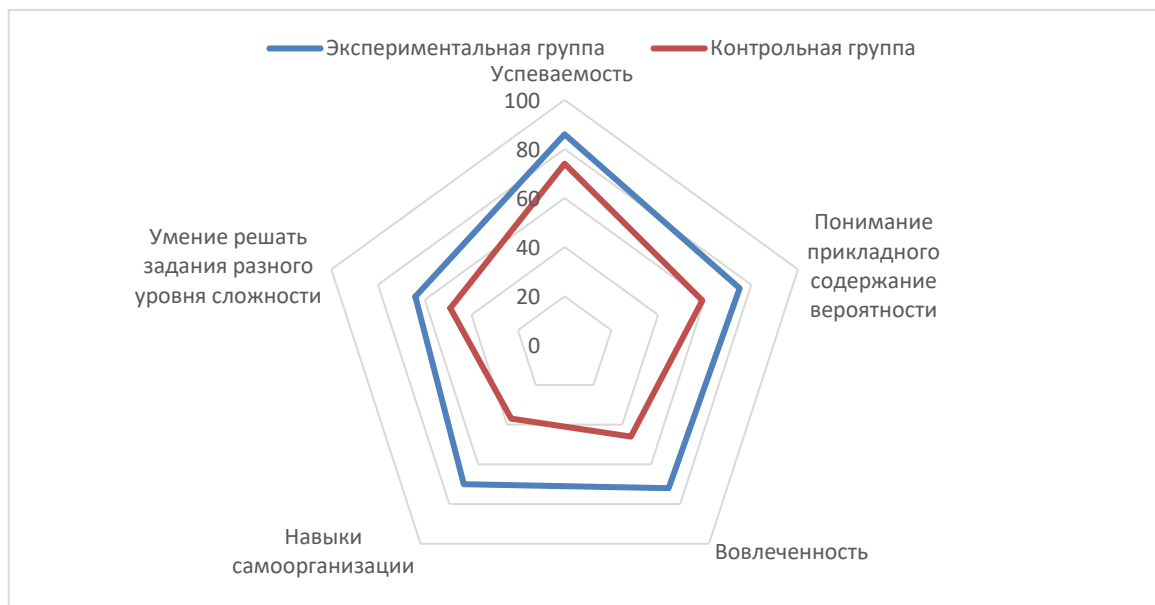


Рисунок 15 – Результаты апробации

В условиях одного класса для фиксации положительного эффекта было достаточно сравнения с исходным уровнем подготовки, регулярного мониторинга прогресса и рефлексивной аналитики. Такой подход может быть рекомендован и другим школам, где невозможно организовать полноценную контрольную группу, но при этом важна оценка качества внедрения новых методик.

Апробация показала высокую эффективность применения смешанного обучения в освоении сложной темы «Условная вероятность». Применение моделей перевёрнутого класса, цифровых ресурсов и групповых форм работы:

- увеличило глубину понимания темы;
- сократило долю критических ошибок;
- повысило мотивацию и рефлекссию;
- позволило учащимся увидеть прикладную значимость материала.

Такие результаты позволяют рекомендовать методику как для базового, так и углублённого уровня в старшей школе.

Проведённое исследование выявило значительный потенциал применения технологий смешанного обучения в преподавании курса «Вероятность и статистика» в старшей школе. Однако, полученные результаты открывают и новые направления для последующей научно-педагогической работы.

Расширение методической базы для других разделов курса. Настоящая работа в основном сосредоточена на разделе «Случайные события и вероятности». В перспективе необходимо разработать и апробировать аналогичные методические подходы для таких тем, как «Случайные величины», «Распределения вероятностей», «Закон больших чисел», «Графики и анализ данных»

Разработка цифровых инструментов адаптивного обучения. Следующим шагом может стать создание персонализированных цифровых сред, адаптирующих уровень заданий под успеваемость обучающегося. Это особенно актуально для тем, вызывающих наибольшие трудности (комбинаторика, условная вероятность и т.д.).

Анализ эффективности смешанного обучения в разрезе профилей обучения. Перспективным является проведение сравнительного анализа результатов внедрения данной методики в классах с разными профилями (естественнонаучный, гуманитарный, технический), что позволит точнее адаптировать курс под контингент обучающихся.

Продолжение мониторинга на более долгосрочном горизонте. Эффекты от внедрения инновационных методик могут проявляться и в отложенной перспективе. Планомерное наблюдение за успешностью сдачи ОГЭ/ЕГЭ, поступлением в вузы, осознанным выбором профессий, связанных с анализом данных, может дать дополнительные аргументы в пользу устойчивости и результативности предложенной модели.

Исследование межпредметных интеграций. Стохастическая линия может эффективно интегрироваться с курсами информатики, биологии, географии и обществознания. Разработка межпредметных проектов на основе смешанного обучения станет новым этапом в развитии функциональной грамотности.

Разработка курсов повышения квалификации для учителей. Для эффективного распространения методики требуется подготовка педагогов. Создание курсов и тренингов по смешанному обучению в математическом образовании, ориентированных на работу с вероятностью и статистикой, позволит масштабировать опыт.

Таким образом, полученные результаты не только подтверждают целесообразность предложенной методики, но и задают вектор дальнейшего совершенствования учебного процесса, отвечающего требованиям современного общества и цифровой эпохи.

Выводы по второй главе

В рамках второй главы рассматривались методические аспекты преподавания курса «Вероятность и статистика» в 10 классе с применением технологии смешанного обучения. В рамках проведенного анализа стало возможным резюмировать, что введенный в соответствии с ФГОС курс имеет важную роль в формировании функциональной грамотности обучающихся, а также способствует развитию логического мышления и понимания вероятностно-статистических моделей, которые наиболее актуальны в рамках современного общества.

Непосредственно само смешанное обучение способствует тому, что в рамках образовательного процесса согласуются и самостоятельное изучение теории, и практическая активность на уроке. Это во многом обеспечивает более высокую включенность обучающихся, что позволяет лучше усваивать материал.

Особенно важным является использование цифровых платформ и интерактивных инструментов, что обеспечивает гибкость образовательному процессу.

В ходе апробации внедрения технологии смешанного обучения в изучение курса «Вероятность и статистика» в 10 классе стало понятно, что использование данного формата показало положительные результаты по сравнению с традиционными методами, а именно, повысилась успеваемость, усилилась мотивация, а также повысился уровень владения прикладными навыками и способность к самоорганизации.

Так, в рамках главы было доказано, что внедрение технологии смешанного обучения в курс 10 класса «Вероятность и статистика» способствует более эффективному обучению.

Заключение

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы была достигнута поставленная цель – разработка методики организации курса «Вероятность и статистика» в 10 классе с использованием технологий смешанного обучения. Для её реализации были решены все поставленные задачи.

Охарактеризованы теоретические аспекты организации курса «Вероятность и статистика» в школе. Было выявлено, что развитие математического образования в современной России ориентировано на цифровизацию, формирование функциональной грамотности, усиление прикладной направленности обучения. Вероятностно-статистическая линия признана важным компонентом, способствующим подготовке обучающихся к жизни в условиях неопределённости и анализа данных.

Проведён анализ содержания курса в рамках образовательной программы, что позволило определить ключевые содержательные линии и их логическую взаимосвязь с другими компонентами математической подготовки. Установлено, что курс реализуется в соответствии с требованиями обновлённых ФГОС и играет важную роль в формировании критического мышления, умений работы с информацией и математического моделирования.

Рассмотрены технологии смешанного обучения, включая модели «перевернутый класс», «ротация станций», «гибкое обучение». Были обоснованы их преимущества в контексте школьного математического образования: персонализация учебного процесса, повышение мотивации, развитие самостоятельности и возможности для интеграции цифровых инструментов в урок.

Разработан поддерживающий электронный курс по теме «Вероятность и статистика» для самостоятельной работы обучающихся, включающий видеолекции, интерактивные задания, презентации, квизы и рабочие листы. Электронный курс был внедрён с опорой на платформу дистанционного обучения и успешно использовался в рамках экспериментального обучения.

Разработаны и апробированы методические рекомендации по организации курса на основе технологий смешанного обучения. В ходе апробации в двух параллельных классах показано, что смешанное обучение способствует более глубокому усвоению материала, росту интереса и вовлечённости, развитию метапредметных компетенций. Ученики экспериментального класса показали лучшие результаты по всем показателям тестирования и самооценки.

Таким образом, проведённое исследование подтвердило, что внедрение технологий смешанного обучения в курс «Вероятность и статистика» существенно повышает эффективность учебного процесса, делает обучение более осознанным, наглядным и мотивирующим. Разработанные методические материалы и электронные ресурсы могут быть рекомендованы для широкого применения в педагогической практике, особенно в условиях реализации обновлённых ФГОС и цифровизации школьного образования.

Список использованных источников

1. Алексеева, А.З. Цифровизация образования: технология смешанного обучения / А.З. Алексеева // Вестник Северо-восточного федерального университета им. М.К. Аммосова. Серия: Педагогика. Психология. Философия. – 2020. – № 3(19). – С. 5-9.
2. Андреева, Н.В. Педагогика эффективного смешанного обучения / Н.В. Андреева // Современная зарубежная психология. – 2020. – Т. 9, № 3. – С. 8-20.
3. Андреева, Н.В. Практика смешанного обучения: история одного эксперимента / Н.В. Андреева // Психологическая наука и образование. – 2018. – Т. 23, № 3. – С. 20-28.
4. Андреева, Н.В. Шаг школы в смешанное обучение / Н.В. Андреева, Л.В. Рождественская, Б.Б. Ярмахов. – Москва, 2016. – 282 с.
5. Афанасьева, М.Ю. Метод проектов на уроках математики / М.Ю. Афанасьева // Актуальные проблемы модернизации математического и естественно-научного образования : Материалы Всероссийской научно-методической конференции, Балашов, 03 июня 2016 года / Под редакцией М.А. Ляшко. – Балашов: Издательство «Саратовский источник», 2019. – С. 8-9.
6. Афанасьева, А.С. Практико-ориентированные задания при изучении простых и сложных процентов / А.С. Афанасьева, Р.А. Сидоров // Актуальные вопросы гуманитарных наук : Сборник научных статей бакалавров, магистрантов и аспирантов / Под научной редакцией А.А. Сорокина, Г.В. Калабуховой. – Том Выпуск 6. – Москва : Общество с ограниченной ответственностью «Книгодел», 2023. – С. 291-295.
7. Базуева, А.В. Проектно-исследовательская деятельность обучающихся на уроке математики / А.В. Базуева // Актуальные вопросы математического образования: состояние, проблемы и перспективы развития : Материалы Всероссийской научно-практической конференции, Сургут, 27

февраля – 02. 2019 года / Ответственный редактор Н.В. Суханова. – Сургут: Сургутский государственный педагогический университет, 2019. – С. 7-9.

8. Безрукова, М.В. Факторы и условия, оказывающие влияние на развитие математического образования в России во второй половине XIX начало XX вв / М. В. Безрукова // EurasiaScience : Сборник статей XXVI международной научно-практической конференции, Москва, 30 декабря 2019 года. Том Часть II. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью «Актуальность.РФ», 2019. – С. 20-21.

9. Блинов, В.И. Методика преподавания в высшей школе : учебно-практическое пособие / В.И. Блинов, В.Г. Виненко, И.С. Сергеев. — Москва : Издательство Юрайт, 2024.— 315 с.

10. Гаджиев, М.А. Методы обучения теории вероятностей и математической статистике в соответствии с курсом «мастерство преподавателя» / М.А. Гаджиев, К.И. Мазаева, Р.К. Рабаданова // Современные вопросы взаимодействия образования, науки и общества : Материалы VIII научно-практической конференции, Махачкала, 16–18 марта 2022 года. – Махачкала: Государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Дагестанский государственный университет народного хозяйства», 2022. – С. 43-46.

11. Гайдукова, Н.Н. Формирование межпредметных связей на курсах по подготовке к ЕГЭ по математике / Н.Н. Гайдукова // Наука XXI века: новый подход : Материалы XIV молодёжной международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных, Санкт-Петербург, 10–11 сентября 2015 года / Научно-издательский центр «Открытие». – Санкт-Петербург: CreateSpace, 2020. – Р. 72-76.

12. Гиматдинова, Г. Н. Смешанное обучение как инновационная образовательная технология / Г. Н. Гиматдинова // Современные проблемы науки и образования. –2019. – С. 35-37.

13. Гиматдинова Г. Н. Формирование универсальных учебных регулятивных действий обучающихся 7–9 классов в условиях смешанного

обучения математике : специальность 5.8.2. «Теория и методика обучения и воспитания (математика и информатика, уровни начального общего, основного общего, среднего общего и среднего профессионального образования)» : Автореферат на соискание кандидата педагогических наук / Гиматдинова Г. Н. ; Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева. — г. Красноярск, 2024. — 24 с.

14. Гнеденко, Б.В. Курс теории вероятностей. – Москва: Наука, 1986. – 352 с.

15. Гурина, Р.В. Развитие математических функций в условиях инклюзивного образования / Р.В. Гурина, К.Ю. Солдатенко // Студенческая наука Подмосквью : Сборник материалов Международной научной конференции молодых ученых, Орехово-Зуево, 13 апреля 2022 года. – Орехово-Зуево: Государственный гуманитарно-технологический университет, 2022. – С. 192-195.

16. Давлатова, М.А. О мотивации учеников к обучению в условиях смешанного обучения в современной российской школе / М.А. Давлатова // Мир психологии. – 2023. – № 1(112). – С. 86-100.

17. Давлатова, М.А. Смешанное обучение в российской школе: как меняется проектирование образовательного процесса / М.А. Давлатова // Педагогика и психология образования. – 2022. – № 3. – С. 34-54.

18. Додосова, Т.И. Формирование математической грамотности как составляющей функциональной грамотности в контексте обновления школьного математического образования / Т.И. Додосова, Э.А. Егошина // Математическое образование в школе и вузе: опыт, проблемы, перспективы : Материалы XI Международной научно-практической конференции в рамках III Международного форума по математическому образованию (IFME'2022), Казань, 28 марта – 02 2022 года / Отв. редактор Л.Р. Шакирова. – Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2022. – С. 102-106.

19. Дронова, Н.А. Геймификация в образовании как способ улучшения качества образования в старшей школе / Н.А. Дронова // Образование и

глобальные вызовы современности: научно-педагогический контекст : сборник материалов II Международной интернет-конференции, Ставрополь, 01–30 июня 2020 года. – Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2020. – С. 148-151.

20. Ерошева, Е.А. Байесовская ранговая кластеризация / Е.А. Ерошева, М. Пирс. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/381850794_Bayesian_Rank-Clustering (дата обращения 20.02.2025).

21. Звягин, К.А. Использование информационно-коммуникационных технологий при реализации форматов смешанного обучения / К.А. Звягин, С.В. Крайнева // Цифровизация образования: поиск и выбор инновационных решений : Материалы международной научно-практической конференции, Челябинск, 24–26 марта 2022 года. – Челябинск: Издательство ЗАО «Библиотека А. Миллера», 2022. – С. 87-89.

22. Келдибекова, А.О. Математическая компетентность участников олимпиад как показатель качества уровневой математической подготовки / А.О. Келдибекова // Перспективы науки и образования. – 2021. – № 3(51). – С. 169-187.

23. Кларин, М.В. Инновационные модели обучения / М.В. Кларин. – Москва, 2016. – 178 с.

24. Кленина, Л.И. Математическое образование и математическая грамотность абитуриентов / Л.И. Кленина // Развитие математического образования: от содержимого к содержанию : Сборник статей II Международного форума для педагогов и исследователей в области математики «Градиент», Москва, 25–26 января 2024 года. – Москва: Издательство «Интеллект-Центр», 2024. – С. 34-45.

25. Колмогоров, А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А.М. Колмогоров. – Москва, 1974. – 120 с.

26. Концепция развития математического образования в Российской Федерации: утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации

от 24 декабря 2013 г. № 2506-р. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа. – URL: https://lic1-kansk-r04.gosweb.gosuslugi.ru/netcat_files/30/50/Kontseptsiya_matematicheskogo_obrazo_vaniya_Konsul_tant.pdf (дата обращения 10.12.2024).

27. Краева, Е.В. Особенности обучения математике в рамках инклюзивного образования / Е.В. Краева, Л.М. Кожевникова // Вестник науки. – 2023. – Т. 3, № 11(68). – С. 612-618.

28. Краснощеков, В.В. Задания по теории вероятностей на нестандартную вузовскую тематику / В.В. Краснощеков, Н.В. Семенова, А.В. Краснощеков // Инновационная наука. – 2015. – Т. 1, № 6(6). – С. 216-220.

29. Кретов, А.С. Совершенствование математических умений через приемы формирования математической грамотности на уроках географии / А.С. Кретов // Тренды современной географии и географического образования : Материалы V Международной научно-практической конференции посвященной 90-летию Курского государственного университета и десятилетию науки и технологий, Курск, 19 апреля 2024 года. – Курск: Курский государственный университет, 2024. – С. 187-190.

30. Луен, Ф.Л. Онлайн-школа: состояние, проблемы и перспективы / Ф.Л. Луен // Цифровизация общества: состояние, проблемы, перспективы : материалы X Ежегодной Всероссийской научно-практической конференции, Москва, 06 июня 2023 года. – Москва: Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова, 2023. – С. 190-196.

31. Макарова, Я. Е. Особенности изучения вероятностно-статистической линии школьного курса алгебры / Я. Е. Макарова // Молодой исследователь: вызовы и перспективы : сборник статей по материалам CCXLIX международной научно-практической конференции, Москва, 28 февраля 2022 года. Том 7 (249). – Москва: Общество с ограниченной ответственностью «Интернаука», 2022. – С. 73-79.

32. Медянкина, Е.Л. цифровизация в образовательном процессе / Е.Л. Медянкина // Прогрессивная педагогика. – 2021. – № 1. – С. 60-69.

33. Методика организации инклюзивного физико-математического образования учащихся средней школы посредством дистанционных технологий обучения / Е.И. Абдрахманова, Т.В. Клеветова, С.А. Комиссарова, А.Р. Ромащенко // Грани познания. – 2019. – № 2(61). – С. 11-16.

34. Новак, Е.В. Методические приёмы обучения математике в условиях инклюзивного образования в организациях среднего профессионального образования / Е.В. Новак, Г.А. Загитова // Актуальные вопросы математического образования: состояние, проблемы и перспективы развития : Материалы Всероссийской научно-практической конференции, Сургут, 27 февраля – 02 2019 года / Ответственный редактор Н.В. Суханова. – Сургут: Сургутский государственный педагогический университет, 2019. – С. 304-316..

35. Платоновский, Н.Г. Адаптивное обучение в системе современного образования в условиях цифровой трансформации / Н.Г. Платоновский, Н.Д. Хабарова // Цифровые технологии в образовании, науке и сельском хозяйстве : материалы национального форума с международным участием, Иркутск, 26–29 сентября 2023 года. – Молодежный: Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, 2023. – С. 89-95.

36. Полякова, А.Ю. Непрерывное обучение математике в школе: пути реализации (на примере обучения элементам вероятностно-статистической линии) / А.Ю. Полякова // Вестник ГОУ ДПО ТО «ИПК и ППРО ТО». Тульское образовательное пространство. – 2019. – № 2. – С. 37-41.

37. Полякова, А.Ю. Преемственное формирование стохастической культуры школьников в условиях цифровой трансформации общего образования / А.Ю. Полякова : ООО «Научно-издательский центр Инфра-М», 2023. – 212 с.

38. Ретюнских, И.В. История математических олимпиад в России / И.В. Ретюнских, Д.А. Волоткович // Гуманитарные проблемы военного дела. – 2020. – № 3(24). – С. 183-187.

39. Решетняк, Ю.С. Курс теории вероятностей и математической статистики / Ю.С. Решетняк. – М.: Наука, 2008. — 400 с.

40. Рослова, Л.О. Основные нововведения при оценке математической грамотности в рамках международного исследования PISA 2021-2022, проводимого в форме компьютерного тестирования / Л.О. Рослова, Е.С. Квитко // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2021. – Т. 2, № 5(79). – С. 124-142.

41. Рубцов, Г.И. Смешанное обучение: анализ трактовок понятия / Г.И. Рубцов, Н.В. Панич // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2016. – № 5(32). – С. 102-108.

42. Сакадынец, О.В. Использование смешанного обучения на уроках русского языка и литературы в средней школе / О.В. Сакадынец, С.В. Купряшова, Л.В. Зайцева // Образовательные технологии и общество. – 2016. – Т. 19, № 3. – С. 595-606.

43. Сафронова, А.И. Стратегии обучения математике детей с ограниченными возможностями здоровья в условиях инклюзивного образования / А.И. Сафронова // Психолого-педагогическое сопровождение участников образовательных отношений в условиях реализации технологии смешанного обучения : материалы международной научно-практической конференции, Челябинск, 14–15 декабря 2023 года. – Челябинск: ЗАО «Библиотека А. Миллера», 2024. – С. 331-336.

44. Семенова, Е.С. Математическая компетентность. Основы формирования и оценки математической грамотности / Е.С. Семенова // Студенческий вестник. – 2022. – № 20-3(212). – С. 44-47.

45. Скрыльников, Д.М. Методика преподавания элементов теории вероятностей и математической статистики в профильных физико-математических классах: автореф. дис. ... канд. пед. наук. — Ставрополь, 2006. – 212 с.

46. Ситкин, Е.Л. Современное школьное математическое образование в России / Е.Л. Ситкин // VI Международная конференция «Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования» : Тезисы докладов VI Международной конференции, посвящённой 100-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН, академика Европейской

академии наук Л.Д. Кудрявцева, Москва, 14–19 ноября 2023 года. – Москва: Российский университет дружбы народов (РУДН), 2023. – С. 78.

47. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: Приказ Мин. образования и науки РФ от 31.05.2021 г. № 287. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ntf-iro.ru/wp-content/uploads/2023/04/FGOS-OOO-na-17.02.2023.pdf>. – Последнее обновление 17.02.2023 (дата обращения 10.02.2025).

48. Чернякова, Ю.С. Из практики применения технологии смешанного обучения в высшей школе / Ю.С. Чернякова // Актуальные проблемы германо-романской филологии, синологии и методики преподавания иностранных языков по итогам научно-исследовательской работы ГОУ ВО МО "ГСГУ" за 2022 г. : Сборник статей научно-практической конференции, посвященной итогам научно-исследовательской работы ГОУ ВО МО "ГСГУ" за 2022 г, Коломна, 17 февраля 2023 года / Под общей редакцией Н.И. Хомутской. Том Выпуск 5. – Коломна: Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области "Государственный социально-гуманитарный университет", 2023. – С. 96-102.

49. Шахмуратова, К.Р. Развитие вероятностно-статистической линии как современный тренд школьного образования / К.Р. Шахмуратова // Актуальные проблемы современного образования. – 2023. – № 9(34). – С. 87-94.

50. Щербатых, С.В. Теория и практика формирования стохастической культуры учащихся общеобразовательной школы средствами новых инфокоммуникационных технологий / С.В. Щербатых, А.Ю. Рогачева, К.Г. Лыкова. – Москва, 2019. – 184 с.

51. Christensen, C.M. Blended learning disruptive? An introduction to the theory of hybrids / C.M. Christensen, M/ B/ Horn. – 2013. – 124 p.

52. Ben-Zvi, D. The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking / D. Ben-Zvi, J.B. Garfield. – 2004. – 163 p.

53. Ladder, G. Mathematics for the life sciences: calculus, modeling, probability, and dynamical system / G. Ladder. – 2012. – 177 p.

54. Horn, M.B. *Blended: Using Disruptive Innovation to Improve Schools*. – San Francisco: Jossey-Bass. – 2015. – 125 p.
55. Tucker, C.R. *Blended Learning in Grades 4–12: Leveraging the Power of Technology to Create Student-Centered Classrooms*. – Corwin Press. – 2012. – 201 p.

Анкета для учителей

«Выявление трудностей при решении обучающимися заданий ОГЭ и ЕГЭ по
вероятностно-статистической линии»

1. Ваш стаж преподавания математики:

- ☐ менее 5 лет
- ☐ 5-10 лет
- ☐ более 10 лет

2. Какие элементы содержания вероятностно-статистической линии вызывают наибольшие трудности у обучающихся (можно выбрать несколько вариантов):

- ☐ понимание классического определения вероятности
- ☐ решение задач на подсчет исходов (комбинаторика)
- ☐ использование формул сложения и умножения вероятностей
- ☐ анализ таблиц, графиков, диаграмм
- ☐ элементы теории графов
- ☐ вычисление средних значений, моды, медианы
- ☐ применение вероятностных моделей в практических задачах
- ☐ другие (укажите)

5. Какие ошибки обучающиеся допускают чаще всего при решении задач курса «Вероятность и статистика»?

- ☐ непонимание условия задачи
- ☐ ошибки в расчетах (арифметика)
- ☐ неправильное применение формул
- ☐ невнимательность при анализе графиков/таблиц
- ☐ другие (укажите)

6. С какими типами заданий из курса вероятности и статистики обучающиеся справляются лучше всего?

7. Какие типы заданий из курса вероятности и статистики кажутся наиболее сложными и почему?

8. Какие методы/приёмы Вы используете на уроках при изучении курса вероятности и статистики?

- ☐ работа с интерактивными приложениями (например, симуляции вероятностей)

- ☐ решение типовых задач из банков заданий ОГЭ, ЕГЭ
 - ☐ игровые методы (например, задания с элементами реальных ситуаций)
 - ☐ работа в группах
 - ☐ проекты
 - ☐ другие (укажите)
-

9. Какие дополнительные материалы или ресурсы Вы считаете полезными для улучшения понимания материала курса обучающимися?

10. С какими основными трудностями вы сталкиваетесь на уроках по курсу «Вероятность и статистика»

- ☐ недостаток учебных материалов
 - ☐ низкий уровень базовых знаний обучающихся
 - ☐ сложность объяснения отдельных тем
 - ☐ другое
-

11. Какие рекомендации Вы могли бы дать коллегам для работы с обучающимися?

Спасибо за участие в опросе!

Технологическая карта урока

Общая информация		
Тема урока:	Представление данных с помощью таблиц	
Тип урока:	Изучение нового материала	
УМК (автор, класс, год)	Бунимович, Е. А. Математика: Вероятность и статистика / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев. Москва, 2023.	
Цели урока:	Сформировать представление о способах представления статистических данных в табличной форме, научить составлять и анализировать статистические таблицы.	
Задачи урока:	Образовательные: -познакомить обучающихся с основами представления данных в таблицах; -научить выделять главные элементы статистической таблицы; -практиковаться в создании таблиц на основе исходных данных. Развивающие: -развивать навыки анализа, сравнения и обобщения информации; -развивать умения работы с данными в цифровой среде. Воспитательные: -формировать аккуратность, внимание к деталям; -воспитывать самостоятельность при выполнении заданий.	
Планируемые результаты		
Предметные УУД	Личностные УУД	Метапредметные УУД
Пр1 -Уметь формулировать назначение статистической таблицы Пр2 -Уметь строить таблицы по заданным данным	Л1- Осознавать значение представления информации в структурированном виде Л2- Формировать интерес к прикладному использованию математики	Познавательные УУД П1 – Анализировать информацию П2 – Строить логические суждения Регулятивные УУД Р1- Планировать действия при решении учебной задачи Р2 – Осуществлять самоконтроль и коррекцию Коммуникативные УУД К1-Умение работать в группе К2 – Умение выражать и аргументировать свою точку зрения
Элементы содержания урока		
Основное содержание урока (что изучаем?)	Таблица как способ представления статистических данных; Элементы таблицы: заголовки, строки, столбцы; Одномерные и двумерные таблицы.	
Основные термины и понятия (новые)	Статистика, варианта, частота, абсолютная и относительная частота	

Организация пространства урока (учебно-методическое обеспечение урока)			
Методы обучения	Объяснительно-иллюстративный, частично-поисковый, проблемный		
Средства обучения	Электронные таблицы, лекционный материал, интерактивные упражнения		
Межпредметные связи	Формы организации работы	Ресурсы	Оборудование и ПО
Информатика (работа с таблицами), обществознание (статистика как элемент социологических исследований)	Ф И Г Р	ПК и проектор.	Интернет, платформа Moodle
Контроль и оценка результатов деятельности			
Формы контроля	Диагностические задания:	Оценка результатов деятельности на уроке	
ФК1 – самостоятельная работа ФК2 – онлайн-упражнение ФК3 – самооценка с чек-листом ФК4 – взаимооценка	Д31 – создание таблицы по данным Д32 – вывод на основе таблицы	Самооценка: Оценка своих знаний через задание	Взаимооценка: Через семинарское задание

План урока:

1.	Организационный этап	3 мин
2.	Актуализация	3 мин
3.	Постановка цели и задач урока	7 мин
4.	Первичное усвоение новых знаний	8 мин
5.	Первичная проверка понимания	5 мин
6.	Первичное закрепление	12 мин
7.	Информация о домашнем задании, инструктаж	2 мин
8.	Рефлексия	5 мин

Ход урока

Методы и формы обучения	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Доска	Средства обучения, ресурсы	Формы контроля. Способы оценки	Формируемые УУД
<i>Организационный этап</i>						
Фронтальная работа,	Приветствует класс, проверяет готовность на работу, фиксирует тему	Настраиваются на работу, слушают, записывают тему	Тема урока	Проектор, журнал	–	Р1 П1

словесный метод						
<i>Постановка цели и задач урока</i>						
Проблемный вопрос, словесный метод, мини-дискуссия	Формулирует цель и задачи урока, приводит примеры практического значения темы: - «Посмотрите на таблицу с вашими оценками в дневнике. Это пример двумерной таблицы: по строкам – предметы, по столбцам – даты или темы. С помощью таблицы вы можете быстро понять, по какому предмету у вас проблемы или успехи».	Слушают, обсуждают, приводят жизненные примеры	Цели и задачи урока	Презентация, примеры ситуаций	–	Л1, К1
<i>Актуализация знаний</i>						
ИКТ, частично-поисковый, викторина	Задаёт вопросы в формате мини-теста, активизирует ранее изученные знания 1. Что такое статистика? А) раздел химии Б) раздел математики, изучающий массовые составления таблиц В) искусство составления таблиц Г) наука о формах живых организмов 2. Какие данные называются числовыми? А) только текстовые ответы Б) только данные в виде рисунка В) данные, представленные в виде чисел Г) лишь данные о цветах 3. Для чего чаще всего используется таблица? А) для украшения текста Б) для случайного размещения данных В) для структурированного представления информации Г) для разгадывания шифров 4. Установите соответствие между элементом таблицы и его описанием 1. заголовок а) перечень строк табл. 2. столбец б) название таблицы	Отвечают на вопросы, обсуждают ответы с соседом по парте	Ключевые понятия	Карточки, мини-тест, компьютер	ФК1	П1 Р1

	3. строка в) вертикал. располож. данных 1-б 2-в 3-а 5. Назовите две ситуации из жизни, где вы видели таблицы. Что в них было удобно?					
<i>Первичное усвоение новых знаний</i>						
Объяснительно-иллюстративный, видеолекция, визуализация	Показывает видео, объясняет понятия: таблица, строка, столбец, заголовок	Смотрят, задают вопросы, делают краткие записи	Схемы таблиц, термины	Видео, раздаточный материал	ФК2	Пр1 П2
<i>Первичная проверка понимания</i>						
Устный опрос, самостоятельная работа, задания на соответствие	Задаёт простые задания на определение структуры таблицы 1 Что обозначает заголовок таблицы? 2. Как располагаются данные в столбце таблицы? 3. Какой элемент таблицы используется для обозначения разных категорий данных? 4. Сколько столбцов в таблице, если в ней три разных показателя: фамилия, оценка и количество пропусков?	Выполняют задания, сверяются с образцом, обсуждают ошибки	Формулировка задания	Карточки с заданиями	ФК3	Р2, П2
<i>Первичное закрепление</i>						
Групповая работа, кейс-метод, семинар, работа с Moodle	Делит класс на группы, выдает задания, сопровождает работу, координирует действия через платформу Задание по теме размещено в дистанционном курсе на платформе Moodle.	Составляют таблицы, проводят анализ, заполняют формы, обсуждают в группе	Инструкции к заданию, формат отчета	Компьютеры, платформа, шаблоны заданий	ФК2	Пр2 К2
<i>Информация о домашнем задании, инструктаж</i>						
Фронтальное объяснение, ИКТ	Объясняет содержание и структуру домашнего задания «Соберите небольшие данные по одной из предложенных тем или по своей и представьте их в виде таблицы,	Записывают задание, уточняют непонятные моменты	Запись ДЗ	Журнал, доска	—	Р1

	соблюдая правила оформления. Сделайте 1-2 вывода по полученным данным. Инструкция: Выберите тему Соберите 5-10 единиц данных Оформите таблицу (заголовок, столбцы и строки, подпишите каждый столбец) Сделайте выводы					
<i>Рефлексия</i>						
Рефлексивный опрос, мини-анкетирование, словесный метод	Задаёт вопросы о ходе урока, организует анкетирование, подводит итоги 1. Мне было интересно (да/нет/не очень) 2. Тему я понял (полностью/частично/остались вопросы) 3. Работа в группе была для меня (полезной/сложной/неинтересной) 4. Я научился	Заполняют анкету или отвечают устно, оценивают свою работу	Вопросы для самооценки	Чек-листы, ЯндексФорма	ФКЗ	Л1 Р2

Технологическая карта урока

Общая информация		
Тема урока:	Вероятность случайного события	
Тип урока:	Изучение нового материала	
УМК (автор, класс, год)	Бунимович, Е. А. Математика: Вероятность и статистика / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев. Москва, 2023.	
Цели урока:	Познакомить учащихся с понятием вероятности случайного события и основными методами её вычисления.	
Задачи урока:	Образовательные: - Ввести понятие вероятности случайного события - Научить применять классическое определение вероятности	
	Развивающие: - Развивать логическое мышление, умение строить рассуждения - Развивать математическую речь. Воспитательные: - Формировать ответственное отношение к выполнению заданий - Воспитывать интерес к изучению математики	
Планируемые результаты		
Предметные УУД	Личностные УУД	Метапредметные УУД
Пр1 – Понимать и использовать понятие вероятности Пр2 – Решать задачи на нахождение вероятностей	Л1 – Развивать интерес к предмету Л2 – Формировать представление о роли вероятности в жизни	Познавательные УУД П1 – Анализировать вероятностные ситуации Регулятивные УУД Р1 – Планировать действия и оценивать результат Коммуникативные УУД К1 – Обсуждать идеи в парах и группах
Элементы содержания урока		
Основное содержание урока (что изучаем?)	Таблица как способ представления статистических данных; Элементы таблицы: заголовки, строки, столбцы; Одномерные и двумерные таблицы.	
Основные термины и понятия (новые)	Статистика, варианта, частота, абсолютная и относительная частота	
Организация пространства урока (учебно-методическое обеспечение урока)		
Методы обучения	- Случайные события - Классическое определение вероятности - Простые примеры вычисления вероятностей	

Средства обучения	- Случайное событие - Пространство элементарных исходов - Вероятность события			
	Межпредметные связи	Формы организации работы	Ресурсы	Оборудование и ПО
Информатика, физика (статистика и вероятностные эксперименты)	Ф – фронтальная И – индивидуальная Г – групповая Р – работа в цифровой среде	ПК и проектор.	Интернет, платформа Moodle, раздаточные материалы	
Контроль и оценка результатов деятельности				
Формы контроля	Диагностические задания:	Оценка результатов деятельности на уроке		
ФК1 – самостоятельная работа ФК2 – онлайн-упражнение ФК3 – самооценка с чек-листом ФК4 - взаимооценка	ДЗ1 – создание таблицы по данным ДЗ2 – вывод на основе таблицы	Самооценка: Оценка своих знаний через задание	Взаимооценка: Через семинарское задание	

План урока:

1.	Организационный этап	3 мин
2.	Актуализация	3 мин
3.	Постановка цели и задач урока	7 мин
4.	Первичное усвоение новых знаний	8 мин
5.	Первичная проверка понимания	5 мин
6.	Первичное закрепление	12 мин
7.	Информация о домашнем задании, инструктаж	2 мин
8.	Рефлексия	5 мин

Ход урока

Методы и формы обучения	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Доска	Средства обучения, ресурсы	Формы контроля. Способы оценки	Формируемые УУД
Организационный этап						

Фронтальная форма, словесный метод	Приветствует класс, проверяет готовность на работу, фиксирует тему	Настраиваются на работу, слушают, записывают тему	Тема урока	Проектор, журнал	–	Р1 П1
<i>Постановка цели и задач урока</i>						
Проблемный вопрос, мини-дискуссия, наглядность	Задаёт вопрос «Где в жизни мы сталкиваемся с неопределенностью?», формулирует цель	Обсуждают жизненные ситуации, делают выводы	Цель «Научиться определять виды событий и находить вероятность»	Примеры жизненных ситуаций, проектор	–	Л1, К1
<i>Актуализация знаний</i>						
Блиц-опрос, устная работа, ИКТ	Проводит блиц-опрос: исход, событие эксперимент	Отвечают, вспоминают определения	Термины: событие, исход, пространство исходов	Карточки с понятиями, ИКТ	ФК1	П1 Р1
<i>Первичное усвоение новых знаний</i>						
Объяснительно-иллюстративный, визуализация, примеры	Объясняет понятия, демонстрирует примеры: монета, кубик Задача: какова вероятность того, что при подбрасывании монеты выпадет орел? Решение: всего два исхода: орел или решка. Один благоприятный. Ответ: $P(\text{орел}) = \frac{1}{2}$ Задача: найдите вероятность того, что при броске кубика выпадет четное число. Исходы: 1,2,3,4,5,6 Четные: 2,4,6 = 3 исхода Ответ $P(\text{четное}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	Слушают, задают вопросы, записывают определения	Определения: событие, вероятность, примеры событий	Презентация, рисунки, учебник	ФК2	Пр1 П2
<i>Первичная проверка понимания</i>						
Тест, работа по образцу, устный опрос	Даёт мини-тест на определение типов событий 1. При бросании кубика выпадает число больше 6: -достоверное -недостоверное - невозможное -случайное 2. Солнце взойдет завтра утром -случайное	Решают, сверяют с ответом	Вопрос «Какой это тип событий?»	Раздаточные листы с заданиями, проектор	ФК3	Р2, П2

	-невозможное -достоверное Вытянуть даму и туза из одной карты -совместные -несовместные -противоположные					
<i>Первичное закрепление</i>						
Работа в парах, карточки, моделирование событий	Раздает карточки, направляет обсуждение Задания: 1. «Монета и кубик» Проведи опыт: 1 раз подбрось монету и 1 раз брось игральный кубик. Зафиксируй результат. Опиши все возможные исходы. Сформулируй 3 разных события (достоверное, невозможное, случайное). Объясни, почему каждое событие относится к выбранному типу. 2. «Урна с шариками» В урне находятся 3 белых, 2 черных и 1 красный шар. Смоделируй процесс извлечения одного шара. Запиши пространство элементарных исходов Придумай по одному примеру несовместных, противоположных, совместных событий. Рассчитай вероятность каждого события 3. Выбор имени. В шапке 5 бумажек с именами: Аня, Миша, Дима, Аня, Лена. Определи, случайным ли является выбор имени Запиши все элементарные исходы Какова вероятность, что -имя начинается на А -выпадет имя Лена -выпадет имя, которое встречается больше одного раза	Классифицируют события, обсуждают в парах	Таблица классификации событий (достоверное, невозможное, случайное)	Карточки, таблицы	ФК2	Пр2 К2

<i>Информация о домашнем задании, инструктаж</i>						
Фронтальное объяснение, запись под диктовку	Диктует задание, отвечает на вопросы «Составить список из 5 событий из жизни. Определить для каждого: достоверное, невозможное, случайное.	Записывают, задают уточняющие вопросы	Задание на дом	Доска, тетради	–	P1
<i>Рефлексия</i>						
Рефлексивный опрос, мини-анкетирование, словесный метод	Задаёт вопросы о ходе урока, организует анкетирование, подводит итоги Просит оценить урок по шкале от 1 до 5 баллов. Ответить: что нового узнал? Что вызвало затруднения?	Заполняют, делятся мнением	Что понял? Что было трудно? Что запомнилось?	Маркеры, доска	ФКЗ	Л1 P2

Технологическая карта урока

<i>Общая информация</i>	
Тема урока:	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента
Тип урока:	Комбинированный (обобщение и систематизация знаний)
УМК (автор, класс, год)	Бунимович, Е. А. Математика: Вероятность и статистика / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев. Москва, 2023.
Цели урока:	Познакомить учащихся с понятием вероятности случайного события и основными методами её вычисления.
Задачи урока:	Образовательные: - Закрепить понятие условной вероятности и правила умножения вероятностей - Научить использовать дерево событий для расчета вероятностей Развивающие: - Развивать логическое мышление, математическую интуицию - Развивать навыки визуализации вероятностных ситуаций Воспитательные: - Формировать навыки самостоятельной и ответственной подготовки - Развивать умения самоорганизации
<i>Планируемые результаты</i>	
<i>Предметные УУД</i>	<i>Личностные УУД</i>
Пр1 – Уметь применять условную вероятность и правило умножения Пр2 – Уметь строить дерево вероятностей	Л1 – Осознание значимости вероятностных моделей Л2 – Осознание важности предварительной самостоятельной подготовки
<i>Метапредметные УУД</i>	
Познавательные УУД П1 – Сравнивать и анализировать вероятностные ситуации Регулятивные УУД Р1 – Планировать действия, исходя из структуры задачи Коммуникативные УУД	

		К1 – Умение вести аргументированный диалог		
Элементы содержания урока				
Основное содержание урока (что изучаем?)	Условная вероятность Правило умножения вероятностей Дерево вероятностей			
Основные термины и понятия (новые)	Условная вероятность Совместные и несовместные события Дерево событий Ветви и узлы			
Организация пространства урока (учебно-методическое обеспечение урока)				
Методы обучения	- Смешанное обучение (изучение теории дома) - Работа в парах, ротация станций - Частично-поисковый, исследовательский			
Средства обучения	- Раздаточный материал - Маркеры, ватманы для дерева событий - Цифровые ресурсы (видео, интерактивные задания)			
Межпредметные связи		Формы организации работы	Ресурсы	Оборудование и ПО
Информатика (деревья, логика), биология (вероятностные генетические модели)		Ф – фронтальная И – индивидуальная Г – групповая Р – работа в цифровой среде	ПК и проектор	Интернет, платформа Moodle, раздаточные материалы
Контроль и оценка результатов деятельности				
Формы контроля		Диагностические задания:	Оценка результатов деятельности на уроке	
ФК1 – самостоятельная работа ФК2 – онлайн-упражнение ФК3 – самооценка с чек-листом ФК4 - взаимооценка		ДЗ1 – создание таблицы по данным ДЗ2 – вывод на основе таблицы	Самооценка: Оценка своих знаний через задание	Взаимооценка: Через семинарское задание

План урока:

1	Организационный этап	3 мин
2	Актуализация	3 мин
3	Постановка цели и задач урока	7 мин
4	Первичное усвоение новых знаний	8 мин
5.	Первичная проверка понимания	5 мин
6.	Первичное закрепление	12 мин
7.	Информация о домашнем задании, инструктаж	2 мин
8.	Рефлексия	5 мин

Методы и формы обучения	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Доска	Средства обучения, ресурсы	Формы контроля. Способы оценки	Формируемые УУД
<i>Организационный этап</i>						
Фронтальная беседа, самонастрой	Приветствует учеников, проверяет присутствующих, организует внимание, создает позитивный эмоциональный настрой	Приветствуют учителя, настраиваются на урок, готовят тетради	Тема урока, дата	Журнал, доска/маркер	–	Р1 П1
<i>Постановка цели и задач урока</i>						
Эвристическая беседа, постановка проблемы, демонстрация кейса	Задает вопрос «Как определить вероятность, если известен какой-то факт?». Озвучивает тему и цель	Высказывают предположения, обсуждают проблемную ситуацию	Формулировка темы	Слайд с кейсом «Какова вероятность, что из вытянутой карты будет пиковый туз, если известно, что карта черная?»	–	Л1, К1
<i>Актуализация знаний</i>						
Устный опрос, мини-тест, работа с карточками	Предлагает вспомнить понятия: элементарное событие, вероятность, классическое определение вероятности, независимые события Дает задание «Вероятность выпадения орла при подбрасывании монеты?»	Отвечают на вопросы, выполняют небольшое задание	Краткие определения, формула классической вероятности	Презентация, карточки с заданиями	ФК1	П1 Р1
<i>Первичное усвоение новых знаний</i>						
Объяснение с примерами, моделирование ситуации, наглядность, работа с деревьями	Объясняет определение условной вероятности, формулу $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ Затем правило умножения $P(A \cap B) = P(B) * P(A B)$ Показывает, как строить дерево вероятностей	Записывают определения, задают вопросы, наблюдают за построением дерева	Формулы, дерево случайного эксперимента	Доска, маркеры	ФК2	Пр1 П2
<i>Первичная проверка понимания</i>						
Практическое задание,	Предлагает задачу на условную вероятность и построение дерева событий, контролирует работу	Решают задачу, строят дерево, объясняют логику	Структура дерева событий с пустыми ветвями	Рабочие листы, маркеры	ФК3	Р2, П2

работа в парах						
<i>Первичное закрепление</i>						
Групповая работа, взаимопроверка	Делит класс на 3-4 группы, каждая получает задачу на применение формулы умножения вероятностей	Решают задачу, представляют решение у доски	Правильные решения, схема дерева	Карточки, с задачами	ФК4	Пр2 К2
<i>Информация о домашнем задании, инструктаж</i>						
Объяснение, инструктаж	Объясняет суть задания: Задачи на построение дерева и вычисление вероятности В Moodle- интерактивное задание с выбором пути по дереву событий	Записывают домашнее задание, задают уточняющие вопросы	Пример формата задачи - «Из двух коробок случайно выбирается одна	Учебник, тетрадь, платформа Moodle	—	P1
<i>Рефлексия</i>						
Устная рефлексия, «Светофор», мини-анкетирование	Просит учеников оценить, насколько понятен материал, что понравилось, что осталось неясным	Высказываются, поднимают карточки Красная – не понял Желтая – есть вопросы Зеленая – все понятно	Что ты узнал сегодня?	Маркеры, доска	ФК3	Л1 Р2