

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Каледа Ульяна Олеговна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Диагностика математической грамотности
обучающихся 5 класса при изучении темы
«Обыкновенные дроби»**

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы:
Математика и информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

(дата, подпись)

Научный руководитель
канд. пед. наук, Е.А. Аёшина

Дата защиты

Обучающийся
У. О. Каледа

Оценка

Прописью

Красноярск 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические аспекты диагностики математической грамотности обучающихся в средней школе.....	8
1.1. Понятие математической грамотности и ее место в структуре функциональной грамотности.....	8
1.2. Современные подходы к диагностике математической грамотности на уроках математики.....	14
1.3. Обыкновенные дроби в курсе математики 5 класса и их роль в формировании математической грамотности.....	21
Выводы по главе 1.....	28
Глава 2. Методические аспекты диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби».....	30
2.1. Комплекс заданий для диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби».....	30
2.2. Анализ результатов апробации.....	37
2.3. Рекомендации по разработке диагностических заданий с учетом результатов апробации.....	44
Выводы по главе 2.....	49
Заключение.....	51
Список использованных источников.....	54
Приложение А. Комплекс практико-ориентированных заданий для диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби».....	61
Приложение Б. Данные диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса по результатам решения практико-ориентированных заданий.....	67

Введение

Актуальность темы исследования. Современное образование должно готовить обучающихся не только к получению знаний, но и к успешной адаптации в быстро меняющемся мире. Так же и требования федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования к качеству подготовки выпускников школ не ограничиваются теорией, а требуют практических приложений, то есть умения применять полученные знания на практике. Поэтому реформы, проводимые в последние десятилетия в среде российского образования направлены на повышение компетентностного уровня обучающихся.

В основе повышения компетентностного уровня – перевод форм обучения от классических к инновационным, обучение школьников умению учиться, развитие их способности к саморазвитию за счет активной познавательной деятельности.

Изложенное работает во всех предметных областях, в том числе и в математике. В этом процессе ключевую роль играет математическая грамотность, высокий уровень овладения которой становится неотъемлемым требованием к современному образованному человеку. Требования ФГОС к результатам обучения математике включают обязательное овладение предметными знаниями, которые играют большую роль в развитии познавательных способностей, в формировании определенного склада ума, в выработке привычки к систематической и методичной работе у обучающихся. Вместе с тем, математическая грамотность – это не статичное понятие. Она постоянно развивается и меняется в зависимости от новых технологий, научных открытий и социальных потребностей.

Введение понятия математической грамотности в современное образование и обязательного требования к ее формированию позволило расширить перечень используемых в процессе обучения образовательных

технологий, внедрять проектную деятельность, а также создавать условия для развития математической культуры обучающихся.

При переходе из младшего к среднему школьному возрасту, необходимо непрерывно формировать математическую грамотность: от начальной школы до старшей. Именно развитие математической грамотности способствует формированию у обучающихся умений рассуждать, формулировать, интерпретировать математические понятия для решения вопросов в разных контекстах реального мира, то есть готовность обучающихся к применению математики в повседневной жизни, к решению любых практических задач.

Процесс формирования математической грамотности обучающегося необходимо сопровождать диагностикой текущего ее состояния, чтобы проследивать достигаемый уровень обучающегося на каждом этапе обучения и понимать какие стратегические решения нужно принимать дальше. Вопросам формирования математической грамотности обучающихся посвящены работы отечественных и зарубежных исследователей: М.В. Егупова, Г.А. Крупник, В.В. Фирсов, Г. Фройденталь, П.И. Фролова, А.Х. Шoenфельд и др.

Методическим особенностям формирования математической грамотности уделяли большое внимание Е.Е. Алексеева, И.И. Валеев, Т.А. Трофимова и др. Л.О. Денищева в качестве основного этапа математической грамотности рассматривала математическое моделирование. Е.Н. Калинкина предложила сборник заданий для формирования и развития математической грамотности обучающихся, а Г.А. Ляхович разработала методы и приемы формирования и развития функциональной математической грамотности школьников. Г.А. Пожарова рассматривала практико-ориентированные задачи в качестве важнейших элементов формирования математической грамотности обучающихся. Т.В. Расташанская раскрыла вопросы предметного и межпредметного содержания исследуемого вопроса. Зарубежные ученые разрабатывали:

Р.А. Леш и Х.М. Доеерр – методы оценки математических знаний, М. Нисс – модель математической компетентности, Дж. Килпатрик, Дж. Своффорд и Б. Финделл – компоненты успешного обучения математике.

Вопросам диагностики математической грамотности уделяли большое внимание зарубежные ученые: Х.М. Доеерр, Р.А. Леш, М. Нисс, М. Скривен, Г. Фройденталь, А.Х. Шоенфельд. Среди отечественных исследователей, внесших вклад в решение проблемы математической грамотности, можно отметить: С.А. Аманжолова и Л.Н. Охотину, изучавших компьютерное тестирование по математике; М.В. Егупову, посвятившую свои работы оценке математической грамотности; Е.Ю. Богину, Г.С. Мкртичян, В.В. Липилину, предлагавших проектные технологии в контексте диагностики математической грамотности; А.М. Матюшкина, М.И. Махмутова, изучавших диагностику математической грамотности с точки зрения технологии проблемного обучения; Г.А. Пожарову, А.И. Мингулову, Т.И. Анисимову, А.Д. Нахман, исследовавших проблему с точки зрения применения в процессе обучения практико-ориентированных задач; М. А. Пинскую, И.С. Фишман и Г.Б. Голуб, применявших технологию формирующего оценивания для диагностики математической грамотности обучающихся; Е.Н. Калинкину, исследовавшую диагностику ключевых компонентов математической грамотности обучающихся.

При изучении математики в исследуемом нами возрасте наиболее сложной для восприятия является тема «Обыкновенные дроби». Однако, она очень важна для формирования математической грамотности, потому что дроби используются практически во всех сферах деятельности человека.

В то же время вопросы формирования, а особенно диагностики уровня сформированности математической грамотности при изучении темы «Обыкновенные дроби» в методической литературе конкретно не описаны, в связи с чем указанная тема является актуальной.

Объект исследования: математическая грамотность обучающихся 5 класса.

Предмет исследования: средства диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби».

Цель исследования: разработать и апробировать практико-ориентированные задания как средство диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби».

Задачи исследования:

1. Изучить теоретические аспекты формирования математической грамотности обучающихся, определить ее место в структуре функциональной грамотности.

2. Описать существующие средства и методы диагностики математической грамотности на уроках математики.

3. Выделить тему «Обыкновенные дроби» в курсе математики 5 класса и определить ее роль в формировании математической грамотности.

4. Разработать комплекс заданий для оценки уровня математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби», провести апробацию и проанализировать полученные результаты.

5. Разработать рекомендации по разработке диагностических заданий с учетом результатов оценки математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби».

Методы исследования: анализ научно-методической литературы по проблеме исследования, педагогический эксперимент, качественный и количественный анализ.

Теоретическая значимость работы заключается в описании понятия математической грамотности, определении ее места в структуре функциональной грамотности обучающихся; научно-методическом обосновании выбора средств диагностики математической грамотности обучающихся.

Практическая значимость работы заключается в разработке и апробации комплекса заданий, направленных на диагностику математической грамотности обучающихся 5 класса в процессе изучения темы «Обыкновенные дроби».

Структура работы включает введение, две главы, заключение и список использованных источников, содержащий 55 наименований, 2 приложения. Объем работы 60 страниц.

Глава 1. Теоретические аспекты диагностики математической грамотности обучающихся

1.1. Понятие математической грамотности и ее место в структуре функциональной грамотности

Согласно требованиям ФГОС ООО, изучение предмета «Математика» должно обеспечить «осознание значения математики в повседневной жизни человека, понимание роли математических процессов в современном мире, формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления мире» [42, с. 46].

В Государственной программе РФ «Развитие образования», указано, что одной из основных задач ФГОС является формирование функциональной грамотности [35, с. 1].

Собственно, сам термин «функциональная грамотность» возник в международной образовательной практике в конце XX века в ответ на глобальные вызовы современности, связанные с условиями перехода от индустриального общества к постиндустриальному [46, с. 180].

Разъяснение, что же такое функциональная грамотность, дает Н.Ю. Конасова: «функциональная грамотность рассматривается как метапредметный образовательный результат» [17, с. 95].

Э.Г. Азимов и А.Н. Щукин под функциональной грамотностью понимают уровень знаний, умений и навыков, обеспечивающий нормальное функционирование личности в системе социальных отношений [1, с. 342].

А.А. Леонтьев считает, что «функционально грамотный человек – это человек, способный использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности» [32, с. 35].

С.А. Крупник и В.В. Мацкевич считают, что понятие функциональной грамотности – это мера оценки качества жизни общества при сопоставлении социально-экономической эффективности разных стран [19, с. 100].

П.И. Фролова в качестве компонентов функциональной грамотности выделяет мотивационный, когнитивный, деятельностный, рефлексивный [47, с. 9].

В указанной выше программе «Развитие образования», также отмечается, что «в качестве основных составляющих функциональной грамотности выделена математическая грамотность» [35, с. 1].

Т.И. Самсонова и Т.Ю. Середа пишут, что в 21 веке М.А. Смирнов и А.А. Козлов подчеркивали важность математической грамотности как способности к осмыслению и интерпретации математических моделей и закономерностей, а также к их применению в различных сферах жизни. Ученые педагоги уже связывают понятие «функциональная грамотность» с повышением уровня владения письменного слова и общего образования, чтобы функционировать и эволюционировать в мире [40, с. 88].

В состав структуры функциональной грамотности входит математическая грамотность. И действительно, она представляет собой одну из шести составляющих и способствует формированию у обучающихся умений рассуждать, формулировать, применять, интерпретировать и решать проблемы в разных контекстах реального мира, то есть формирует готовность обучающихся к применению полученных в школе знаний в повседневной жизни, что является основным требованием ФГОС.

Рассматривая различные трактовки понятия «математическая грамотность», можно отметить, что к определению математической грамотности часто добавляется слово «функциональная». Например, Е.Н. Калинкина употребляет понятие «математическая функциональная грамотность» [16, с. 2].

Несмотря на то, что понятие математической грамотности исследователи стали определять лишь недавно, многие ключевые идеи появились еще в 19 веке, но не потеряли актуальности и сегодня (табл. 1).

Таблица 1

Математическая грамотность: авторы и ключевые идеи

Автор	Ключевые идеи	Временной период
В.А. Жуковский	Математическая грамотность как способность к решению задач, основанных на математических знаниях	19 век
И.П. Павлов	Математическая грамотность как способность к пониманию и применению математических методов в различных сферах жизни	20 век
А.А. Захаров	Математическая грамотность как способность к осмыслению и интерпретации математических моделей и закономерностей	20 век
В.И. Лебедев	Математическая грамотность как способность к самостоятельной работе с математическими знаниями и умение применять их в практических задачах	20 век
А.А. Зайцев	Математическая грамотность как способность к анализу и синтезу математических данных, а также к их интерпретации и обобщению	20 век
М.А. Смирнов	Математическая грамотность как способность к пониманию и применению математических методов в различных сферах жизни, включая науку, технологии и экономику	21 век
А.А. Козлов	Математическая грамотность как способность к осмыслению и интерпретации математических моделей и закономерностей, а также к их применению в различных сферах жизни	21 век

История изучения математической грамотности тесно связана с историей развития математики. Уже в 19 веке, В.А. Жуковский в своих работах подчеркивал важность математических знаний для решения практических задач [14]. Автор стремился стимулировать самостоятельное добывание знаний обучающимися через использование мнемонических таблиц, чтобы материал усваивался не механически, а в процессе умственной работы, чтобы обучающиеся активно включались в процесс обучения, размышляя и анализируя.

И.П. Павлов в 20 веке сфокусировался на том, что строил свои исследования в области физиологии человека и животных на фактах, разрабатывая собственные методы для снижения вероятности искажений результатов, основываясь на математически верных расчетах.

А.А. Захаров и Ю.А. Петров продолжили развивать концепцию математической грамотности, акцентируя внимание на анализе, синтезе и интерпретации математических данных. К примеру, А.А. Захаров в своей монографии называл практическую методологию наукой о практических способах мышления и описал способы преодоления трудностей, возникающих в процессе мыслительной деятельности обучаемых [15, с. 9].

Первое определение математической грамотности было сформулировано OECD (Organisation for Economic Cooperation and Development) для первого исследования PISA. На сегодняшний день оно звучит так: «математическая грамотность – это способность человека рассуждать математически и формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных контекстах реального мира» [54, р. 2].

Ряд авторов подтверждают, что данная формулировка помогает «осуществлять обоснованные суждения и решения, необходимые прогрессивным, заинтересованным в науке гражданам XXI века» [10, с. 63].

И.И. Валеев считает: «функциональная математическая грамотность – это способность человека выявлять и понимать роль математики в окружающем мире, высказывать математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворить потребности, свойственные созидательному и мыслящему гражданину» [7, с. 353].

Согласно мнению Л.О. Денищевой и К.А. Краснянской «функциональная математическая грамотность предполагает развитие математических навыков через решение специально подобранных задач. Эти задачи направлены на развитие вычислительных навыков, установление

связей и интеграцию знаний из различных областей математики, а также на создание математических моделей для решения задач» [11, с. 46].

Т.Н. Волкова под математической грамотностью понимает «способность определять и понимать роль математики в мире, высказывать обоснованные математические суждения, умение применять математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» [8, с. 173].

В настоящее время мировым сообществом понятие трактуется следующим образом: «математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, методов, фактов и инструментов для того, чтобы описать, объяснить и предсказать явления, а также интерпретацию полученного решения математической задачи» [26].

Изложенное соответствует современным социально-экономическим условиям, которые требуют от каждого обучающегося не просто теоретических знаний, а умений применять полученные знания на практике.

Структура математической грамотности включает: контекст, содержание и когнитивные процессы. Первая предполагает любую деятельность или общественную жизнь. Вторая используется в тестовых заданиях и предполагает изменения и зависимости, пространство и форму, неопределенность и данные, а также количество. Третья – это составляющие интеллектуальной деятельности, к которым относятся компоненты математической грамотности. Это подтверждается исследователями.

Наивысший уровень овладения математической грамотностью подразумевает, что обучающиеся могут:

- концептуализировать, анализировать, обобщать и применять информацию, полученную в результате исследования и моделирования сложных проблем;
- использовать свои знания в нестандартных ситуациях;

- гибко соединять различные источники информации и представлений;
- быть способны к продвинутому математическому мышлению и рассуждениям;
- могут выполнять сложные математические операции с символами и формальными выражениями;
- разрабатывать новые подходы и стратегии для решения нестандартных задач;
- анализировать свои действия и обосновывать свои выводы [36, с. 12].

Е.Н. Калинкина указывает в качестве компонентов математической грамотности такие умения:

- выявление проблем, возникающих в окружающем мире, решаемых посредством математических знаний;
- обоснование принятых решений путем математических суждений;
- анализ использованных методов решения;
- решение задач, используя математические знания и методы;
- интерпретация полученных результатов [16, с. 4].

Данные умения будут рассматриваться нами в качестве основных компонентов математической грамотности.

Таким образом, формирование математической грамотности каждого человека – необходимое условие становления математически образованной личности. Для дальнейшего исследования мы берем за основу определение из исследований PISA: математическая грамотность – это *способность человека рассуждать математически и формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных контекстах реального мира. Математическая грамотность предполагает развитие математических навыков через решение специально подобранных задач. Структура математической грамотности включает контекст, содержание математических задач и мыслительную деятельность.* Отсюда, в данной работе, согласно Е.Н. Калинкиной мы определим в качестве ключевых компонентов математической грамотности: *применение математики для*

решения проблем повседневной жизни, формулирование исследуемой ситуации математически, анализ методов решения, решение задачи, умение интерпретировать математические результаты. Изложенное также соответствует исследованиям PISA.

1.2. Подходы к диагностике математической грамотности на уроках математики

Процесс формирования математической грамотности сопряжен с процессом диагностики текущего уровня ее сформированности на каждом этапе обучения. На основе полученных данных можно провести коррекцию и определить дальнейшие пути развития обучающегося.

В области диагностики математической грамотности важный вклад внесли Р.А. Леш и Х.М. Дюерр, которые в своей работе «За пределами конструктивизма. Модели и перспективы моделирования при решении математических задач, обучении и преподавании» представили разработку методов оценки математических знаний [50, р. 148].

Для диагностики уровня математической грамотности применяются разнообразные подходы, такие как тестирование (например, PISA), экзамены (ОГЭ и ЕГЭ), анализ портфолио, проектная работа, мониторинг процесса решения задач и многие другие.

Диагностика предполагает некоторые особенности. Это, прежде всего, задания, смоделированные на основе реальных жизненных ситуаций. Во-вторых, это задания разного уровня сложности. В-третьих – оценка выполнения задания. В-четвертых, определение уровня математической грамотности в целом.

Важную роль в формировании диагностического аппарата математической грамотности играют работы таких исследователей, как М. Нисс и В. Блум [51], разработавших модель математической компетентности, и авторов книги «Adding It Up: Helping Children Learn

Mathematics» (Дж. Килпатрик, Дж. Своффорд и Б. Финделл), описавших компоненты успешного обучения математике [49].

Относительно заданий, смоделированные на основе реальных жизненных ситуаций, известный голландский ученый Г. Фройденталь, автор концепции «математизации» пишет: «мы всегда рассматриваем в математике идеализированные модели реальной действительности. Ясно, что самый лучший анализ и синтез идеализированного мыслительного процесса не помогают, если этот процесс не укладывается в рамки реальности» [45, с. 161].

Данное мнение согласуется с современной концепцией практических приложений математики (ППМ) М.В. Егуповой, в которой указывается, что в оценке математической грамотности необходимо учитывать возрастающую роль умения «использовать математику для описания действительности и решения задач реального мира методом математического моделирования» [13, с. 208].

Ян де Ланге занимался разработкой заданий, связанных с моделированием реальных ситуаций, демонстрируя практическое применение математики. Он построил иерархию, где понятие «математическая грамотность» включает в себя и пространственную грамотность, и числовую грамотность, и количественную грамотность, к которой относятся также явления изменчивости и неопределенности [48, с. 15].

Профессор Калифорнийского университета в Беркли А.Х. Шоенфельд, исследователь в области решения математических задач, акцентировал внимание на развитии метакогнитивных навыков [52, р. 217].

Диагностика математической грамотности должна проводиться на основе определенных технологий, методов и средств. К таковым можно отнести:

- цифровые диагностические средства;
- ГИА (ОГЭ, ЕГЭ);

- проектные методы;
- средства проблемного обучения;
- практико-ориентированные задания;
- технологию формирующего оценивания и др.

Рассмотрим их более детально.

К цифровым диагностическим средствам можно отнести международные исследования PISA. Согласно данной концепции, задания должны быть связаны с личными, школьными или общественными вопросами обучающихся. Контекст, в рамках которого предложен вопрос, должен быть действительно жизненным, а не надуманным. Обучающимся предлагаются не учебные задачи, а контекстуальные, практические ситуации, разрешаемые средствами математики [29, с. 16].

Отличительная особенность исследования PISA – нестандартность задач и разнообразие их контекстов (личная жизнь, образование, общественная жизнь и научная деятельность).

К международным исследованиям математической грамотности относится также TIMSS. Если в рамках PISA оцениваются результаты обучающихся 15 лет, то в TIMSS – обучающихся 4 и 8 классов.

Также можно представить отечественный цифровой диагностический инструментарий НИКО (Национальное исследование качества образования). Это отечественная площадка оценки функциональной грамотности. В ее состав входит математическая грамотность, основная цель диагностики которой – оценить уровень развития математических навыков у обучающихся. Упражнения разделены на блоки (учебные ситуации). Обычно в каждой учебной ситуации семь заданий. Каждое задание начинается с введения, в котором описывается проблема. Все задания связаны общей темой.

В качестве цифровых диагностических технологий также можно назвать разного рода образовательные платформы. Так, например, «ЯКласс», «Учи.ру» и др. используют задания разного уровня сложности. Это позволяет

не просто диагностировать, а учитывать индивидуальные способности обучающихся.

С помощью динамических моделей GeoGebra и Desmos даются интерактивные задания. Здесь обучающиеся могут самостоятельно экспериментировать с параметрами уравнений и видеть, как меняются графики.

Платформы «Веселая математика» и «Математические приключения» способствуют повышению интереса к математике при помощи геймификации и игровых элементов.

Использование компьютерного тестирования для мониторинга, контроля и оценки знаний обучающихся по математическим дисциплинам рассматривали М.Г. Макаrenchенко, В.В. Сидорякина, А.В. Забеглов [22], Охотина Л. Н. [31], С.А. Аманжолов [3].

Цифровые технологии как автоматизированные системы тестирования позволяют облегчить процесс контроля и диагностики знаний. При этом учитель получает возможность оперативно выявлять дефициты в знаниях обучающихся и корректировать учебный процесс.

Среди средств диагностики математической грамотности можно выделить ГИА (ОГЭ и ЕГЭ). Здесь есть несколько ключевых аспектов, которые помогают развить необходимые навыки и умения математической грамотности.

Одним из таких аспектов является самостоятельное выполнение тестов и пробных экзаменов. Это позволяет обучающимся познакомиться с форматом экзаменационных заданий и привыкнуть к тому, что время на выполнение задач строго ограничено.

Предлагаемые «сюжетные» задания связаны общей темой и предполагают, что решение следующей задачи зависит от предыдущей. Такие задания используют межпредметные связи, развивают вариативность, помогают развивать умение анализировать информацию и делать правильный выбор.

Технология подготовки к ОГЭ и ЕГЭ включает в себя работу с заданиями, содержащими информацию в разных форматах: таблицы, диаграммы, графики и т.д. Кроме того, предлагает использование активных формы обучения, такие как: работа в группах, выполнение заданий в игровой форме, коммуникация и исследование. Это помогает развивать навыки командной работы и критического мышления. Наконец, данная технология предлагает также и интерактивные технологии. Они помогают развивать умение применять математические знания для решения реальных жизненных вопросов.

Проектные технологии в контексте диагностики математической грамотности исследовали Е.Ю. Богина [5], Г.С. Мкртчян [28], В.В. Липилина [20] и др.

Проектные технологии в качестве диагностики математической грамотности позволяют:

- использовать реальные ситуации в заданиях. Проекты могут быть представлены в личном, общественном, научном и профессиональном контекстах. Это способствует социализации обучающихся и обогащению их социального опыта;
- создавать математические модели и симуляции. Использование компьютерного инструментария, например встроенного калькулятора для вычислений и редактора формул для записи математических выражений;
- работать с различными формами представления информации. Это может быть знаковая (число, формула), текстовая, графическая (график, диаграмма, схема, изображение и др.) информация, а также структурирование данных и представление их в виде таблицы;
- использовать игровые технологии. К ним относятся ребусы, кроссворды, ролевые игры, задачи-шутки.

Технология проблемного обучения. Наличие математической грамотности можно определить, если обучающийся может распознать проблемы окружающей среды, решаемые при помощи математики;

сформулировать выявленную проблему на языке математики; выбрать или разработать наиболее подходящий алгоритм решения; решить указанную проблему при помощи математических способов и методов и проанализировать их; интерпретировать, сформулировать и записать окончательный результат решения выявленной проблемы.

Согласно исследованиям А.М. Матюшкина, проблемная ситуация – это состояние, в котором школьник оказывается при выполнении задания, требующего получения новых знаний о предмете, способе действия с ним или об условиях выполнения действия [24, с. 22].

М.И. Махмутов рассматривал проблемное обучение как целостную дидактическую систему и тип обучения. Он считал, что принцип проблемности «отражает внутреннюю логику движения мысли школьника от незнания к знанию, от знания неточного, неполного к знанию более точному и полному» [25, с. 49].

Проблемные задания развивают находчивость, сообразительность, способность к нестандартным решениям. Процесс формирования математической грамотности может быть организован в таких формах, как деловая или ролевая игра и др.

Технология практико-ориентированных задач – одна из технологий для диагностики математической грамотности. Данную технологию представляют Г.А. Пожарова [34], А.И. Мингулова [27, с. 70], Т.И. Анисимова [4, с. 153], А.Д. Нахман [30, с. 178].

Практико-ориентированные задачи требуют реализации всех этапов метода математического моделирования и связаны с ситуациями, которые встречаются в повседневной жизни.

Основными этапами решения практико-ориентированных задач могут быть следующие:

- анализ текста задачи;
- перевод текста на язык математики;
- установление отношений между данными и вопросом;

- составление плана решения задачи;
- осуществление плана решения;
- проверка и оценка решения задачи.

Примерами практико-ориентированных задач могут быть задачи о дачном участке, стоимости мобильной связи, теплице, форматах листов и др. Решение таких задач показывает прикладной характер математики, активизирует мыслительную деятельность и развивает интерес к предмету.

Следует также отметить технологию формирующего оценивания. Формирующее оценивание как понятие впервые ввел М. Скривен в работе «Методология оценивания» [53]. Формирующему оцениванию математической грамотности уделяли внимание М. А. Пинская [33], И.С. Фишман и Г.Б. Голуб [44] и др.

Формирующее оценивание иначе называется внутренним оцениванием, так как обучающиеся участвуют в процессе оценивания, благодаря чему они лучше понимают материал и развивают навыки самостоятельной оценки своих знаний. Формирующее оценивание – это процесс, в котором учитель и обучающийся вместе оценивают результаты обучения. Данный подход направлен на то, чтобы определить, насколько хорошо каждый обучающийся усвоил материал.

Технология формирующего оценивания может включать в себя и другие технологии, в частности, технологию критического мышления, основанную на развитии у обучающихся аналитического подхода к материалу, на творческом сотрудничестве обучающего и учителя. Именно формирующее оценивание помогает поддерживать обратную связь между ними. Учитель использует для этого разные техники: «Портфолио», «Планы ИОТ», «Недельные отчеты», «Дневники планирования», «Ментальные карты», «Листы самооценивания», «Составление тестов», «Сигнальные карточки», «Взаимопроверка», «Самопроверка» и др. Если они становятся частью ежедневной работы в классе, то обучение становится более результативным и эффективным.

Е.Н. Калинкина при формировании математической грамотности обучающихся предлагает контролирование процесса и результата решения задачи, проверку на соответствие исходным данным и правдоподобию, а также последующую коррекцию и оценку результата [16, с. 216].

Таким образом, для того, чтобы сформировать у обучающихся математическую грамотность, следует изменить подход к организации учебной деятельности на уроках. Обучающийся может научиться действовать только в процессе самого действия. Поэтому выбор учителем образовательных технологий играет ключевую роль. Обучающиеся должны активно участвовать во всех этапах учебного процесса: ставить цели, выдвигать собственные гипотезы и вопросы, помогать друг другу, отслеживать результаты. Этому в большей степени способствует именно внутреннее или формирующее оценивание. При этом, в конечном счете, большую роль в формировании математической грамотности в 5 классе играет изучение темы «Обыкновенные дроби».

1.3. Обыкновенные дроби в курсе математики 5 класса и их роль в формировании математической грамотности

Важную роль в формировании математической грамотности играют повседневные потребности человека. Отсюда, можно утверждать, что математическая грамотность неразрывно связана с решением практико-ориентированных задач. При удовлетворении повседневных потребностей зачастую требуется навык работы с обыкновенными дробями. Возьмем насущную проблему, которая часто возникает у детей. Например, трем ребятам нужно разделить поровну 50 рублей. Им просто нужно представить, что каждый получит $\frac{50}{3}$. Целого числа не получается, значит придется обратиться к обыкновенным дробям и умение работать с ними поможет справиться с этой задачей. Или, при приготовлении пищи требуется умение работать с рецептами, а в них обычно указываются ингредиенты в дробных

величинах. Так, если рецепт требует $\frac{3}{4}$ чашки сахара, а у есть только мерный стакан на $\frac{1}{4}$, то нужно будет понять, что для выполнения рецепта нужно взять 3 таких стакана.

Одной из главных проблем в повседневной жизни является распределение бюджета. В вопросах его планирования, конечно, обязательно используются обыкновенные дроби. И чем раньше дети научатся планировать и распоряжаться деньгами, тем легче они войдут во взрослую жизнь. Так, например, глава семьи решил каждый месяц откладывать $\frac{1}{5}$ часть заработной платы. Зная, какова она в полном объеме, можно легко вычислить откладываемую долю.

Говоря об обыкновенных дробях, можно отметить, что они помогают лучше понять проценты и соотношения. Например, покупая товар со скидкой 25%, это можно представить в виде дроби $-\frac{1}{5}$ от общей стоимости. Так, умение преобразовывать проценты в дроби и обратно делает финансовые операции более понятными и доступными.

Такого рода практико-ориентированные задания, направленные на развитие математической грамотности, способствуют развитию мышления у обучающихся. Они учат анализировать информацию, сравнивать ее, делать выводы и решать задачи. Включение таких заданий в образовательный процесс будет очень полезно и поможет всестороннему развитию обучающихся, формированию их математической грамотности, а также разовьет умение пользоваться обыкновенными дробями в повседневной жизни, чего и требует ФГОС.

В.В. Фирсов определяет понятие практико-ориентированного обучения математике как «осуществление целенаправленной содержательной и методической связи школьного курса математики с практикой, что предполагает введение в школьную математику специфических моментов, характерных для исследования прикладных проблем математическими методами» [45, с. 32].

Т.А. Трофимова считает, что при конструировании заданий следует «учитывать аспекты, которые легли в основу разработки заданий в представленных кейсах: обучающимся следует предлагать не типичные учебные задачи, характерные для такого предмета, как математика, а близкие к реальности проблемные ситуации, представленные в определенном контексте и разрешаемые доступными обучающемуся средствами математики» [41, с. 65].

Особенности практико-ориентированных задач по Г.А. Пожарову:

- значимость – ценность получаемого результата с точки зрения общей культуры, познания, профессиональной деятельности и общества, что стимулирует познавательную мотивацию обучающегося;

- условие задачи представлено в виде сюжета, ситуации или проблемы, для решения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета – математики, из других предметов или из реальной жизни, о чем в тексте задачи может не быть явного упоминания;

- информация и данные в задаче могут быть представлены в разнообразных форматах – в виде рисунков, таблиц, схем, диаграмм, графиков и т. д., что потребует умения распознавать объекты;

- указание (явное или скрытое) на то, где можно применить результат решения задачи [34, с. 62].

Формирование математической грамотности в процессе освоения темы «Обыкновенные дроби» включает в себя способность формулировать математические концепции, объекты и закономерности на языке математики, а также создавать математические модели.

Также необходимо демонстрировать, как математика связана с реальными профессиями, предлагая обучающимся решать практико-ориентированные задачи, которые описывают проблемы, возникающие в различных сферах деятельности. Важно отметить, что в процессе изучения темы не требуется заучивать алгоритмы. Напротив, необходимо уметь

применять знания и навыки в новых ситуациях, а также переходить от прямого способа действия к обратному.

В учебно-методических комплексах для обучающихся 5 классов обычно имеются задания, которые помогают освоить математические навыки. Однако, в основном они направлены на применении теории при решении типовых, шаблонных задач. Задач, которые помогают развить математическую грамотность, практически нет. Обучающихся не учат строить математические модели, объяснять свой выбор и применять полученные знания в реальной жизни. С другой стороны, присутствует относительно немного заданий по работе с таблицами и графиками.

Рассмотрим деятельность обучающихся при изучении раздела «Обыкновенные дроби» (табл. 2).

Таблица 2

Деятельность обучающихся при изучении раздела «Обыкновенные дроби»

Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Обыкновенная дробь, основное свойство дроби, сокращение дробей	Работа с понятиями: понимать основные определения: числитель, знаменатель, обыкновенная дробь
Сравнение дробей	Анализ и сравнение дробей, поиск общего знаменателя и дополнительных множителей, правильное сокращение дробей
Арифметические действия с обыкновенными дробями	Выполнение арифметических действий с обыкновенными дробями
Решение задач, содержащих в себе дроби	Решение задач: умение решать задачи на сложение и вычитание, умножение и деление дробей, разбор, анализ, выводы относительно разных решений, корректная и грамотная запись решений текстовых задач
Построение моделей	Умение использовать графические средства: диаграммы, графики, нахождение информации и работа с ней
Обобщение и систематизация	Выводы из полученной информации, ее обработка

В процессе освоения темы «Обыкновенные дроби» можно применять компьютерные технологии и интерактивные инструменты. Эти средства помогут обучающимся лучше понять и закрепить материал, а также развить навыки работы с обыкновенными дробями.

После освоения представленного материала обучающимися, будет логично провести практические занятия, в которых могут использоваться материалы из других дисциплин. Для развития математической грамотности рекомендуется использовать задания, в которых действия легко распознаются.

В процессе обучения акцент делается не на том, чтобы объяснить обучающимся теорию, а на том, чтобы стимулировать их интерес к знаниям и помочь им систематизировать эти знания в процессе самостоятельной работы. Такой подход способствует эффективному усвоению материала.

В таблице 3 представлен сравнительный анализ формулировок заданий по теме «Обыкновенные дроби» в классическом подходе и практико-ориентированном.

Таблица 3

Задания по теме «Обыкновенные дроби» для 5 класса

№	Задание	Формулировка задачи по теме «Обыкновенные дроби»	Формулировка задачи по теме «Обыкновенные дроби» Построение задач для формирования функциональной математической грамотности обучающихся
1	Запись дробей	Запиши дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{8}$. Что можно о них сказать?	Соседка по площадке угостила женщину яблоком. Та дома разрежала яблоко пополам и отдала половинку сыну. Тот съел. Пришел с работы папа, увидел забытую половинку яблока на столе и спросил: «Кто еще не ел яблоко?». Мама сказала «Я». Папа разрежал яблоко еще пополам и поделился с мамой. Сын сказал «А я еще хочу!». Папа ответил ему: «Ты уже ел. Тебе и так больше всех досталось». Но мама пожалела сына и отрезала ему от своей части половину.
2	Сравнение дробей	Сравни, какая из дробей больше: $\frac{1}{5}$ или $\frac{1}{3}$? Обоснуй свой ответ	На столе стоят два куска пиццы: один – $\frac{2}{4}$ всего куска, другой – $\frac{3}{4}$. Какой кусок пиццы больше? Объясни, как ты это определил(а).
3	Сложение дробей	Сложи дроби: $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$. Какой результат ты	Ты с другом купили шоколадки. Ты отдал(а) $\frac{2}{4}$ шоколадки младшей сестре, а

		получил?	твой друг отдала ей $\frac{2}{4}$. Сколько шоколада у сестренки?
4	Вычитание дробей	Вычти дроби: $\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$. Объясни шаги решения	В бутылке было $\frac{1}{2}$ литра сока. Ты выпил $\frac{1}{2}$ литра. Сколько сока осталось в бутылке?
5	Упрощение дробей	Упорядочи дроби по возрастанию: $\frac{6}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$. Как ты это сделал?	Ты заказал пирог на праздник. Мальчишки сразу угостились и осталось $\frac{6}{8}$. Какая доля пирога осталась, если потом девочки съели еще $\frac{1}{2}$? Упорядочи по размеру.
6	Перевод дроби в смешанное число	Запиши смешанное число для дроби: $\frac{9}{4}$	Ты приготовил $\frac{9}{4}$ литра компота. Как можно выразить это количество в смешанном числе?
7	Перевод в обыкновенную дробь	Какое обыкновенное дробное число соответствует смешанному числу $2\frac{1}{3}$? Запиши его	Друзья принесли в класс $2\frac{1}{3}$ торта. Какое обыкновенное дробное число соответствует этому количеству?
8	Умножение дробей	Найди произведение дробей: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$. Что ты получишь в итоге?	Ты запланировал(а) испечь $\frac{2}{3}$ пирога. Для этого тебе нужно будет использовать $\frac{3}{5}$ от необходимого количества ингредиентов. Сколько ингредиентов ты будешь использовать?
9	Деление дробей	Реши задачу: $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$. Как ты пришел к решению?	У тебя есть $\frac{1}{2}$ килограмма орехов, и ты хочешь поделиться ими поровну с другом, который принес $\frac{3}{4}$ килограмма. Сколько орехов ты получишь на каждого?
10	Нахождение доли от числа	В классе 30 ребят, и $\frac{2}{5}$ из них – девочки. Сколько девочек в классе?	В классе 30 ребят, из них $\frac{2}{5}$ – девочки. Сколько девочек учится в твоём классе?
11	Построение задач	Придумай свою задачу, где нужно сложить или вычесть дроби, и реши ее	Придумай свою задачу из жизни с дробями, где нужно сложить или вычесть. Например, как ты распределяешь пирог между двумя друзьями. Реши ее

Представленные задания третьего столбца помогут обучающимся развить навыки работы с обыкновенными дробями, понять их применение, а задания четвертого столбца позволяют применять дроби в практических ситуациях, способствуют формированию математической грамотности обучающихся. Включая такие задачи в процесс обучения, педагог может их использовать на разных этапах урока: на этапе актуализации полученных знаний, на этапе изучения нового материала, а также при закреплении и обобщении.

Исследователи считают, что в результате включения в процесс обучения практико-ориентированных задач обучающиеся усваивают материал лучше, приобретают первичный опыт использования математических знаний в быту и повышают свой уровень математической грамотности.

Таким образом, обыкновенные дроби не только расширяют кругозор обучающихся, но и помогают ему в реальной жизни. Умение работать с дробями способствует развитию аналитических способностей, необходимых для успешного решения повседневных задач. Без этого базового понимания сложно будет ориентироваться в мире, наполненном числами и расчетами.

Для успешного изучения темы «Обыкновенные дроби» необходимо обеспечить обучающихся теоретическими знаниями (понятиями) и практическими навыками (решение задач, анализ, сравнение, обобщение). Также важно использовать современные технологии для достижения этой цели.

Выводы по главе 1

Функциональная грамотность представляет собой способность использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности. В ее структуре особое место занимает математическая грамотность, под которой будем понимать *способность человека рассуждать математически и формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных контекстах реального мира.*

В структуре математической грамотности в качестве ключевых компонентов выделяем:

- применение математики для решения проблем повседневной жизни;
- формулирование исследуемой ситуации математически;
- анализ методов решения;
- собственно решение математических задач;
- умение интерпретировать математические решения и результаты.

У обучающихся разный темперамент, ритм, мышление и т.д. Каждый по-разному воспринимает информацию. Кроме того, этап перехода из младшего в средний школьный возраст чреват психологическими кризисами. Поэтому важно в каждый момент времени определять, на каком уровне сформированности математической грамотности находится обучающийся.

Существует достаточно большой массив средств диагностики математической грамотности. На сегодняшний день к основным средствам и методам диагностики относят: цифровые диагностические средства; ГИА (ОГЭ, ЕГЭ); проектные методы; средства проблемного обучения; практико-ориентированные задания; технологию формирующего оценивания.

Мы считаем наиболее приемлемыми практико-ориентированные задания, так как они позволяют определять текущий уровень усвоения знаний и навыков обучающегося в процессе познавательной деятельности.

Вместе с тем, при их использовании, учителем могут применяться и другие методы и способы обучения в зависимости от изменения результатов обучения. Представленные средства и методы позволяют диагностировать математическую грамотность обучающихся на разных уровнях и в любой момент времени.

На уроках математики в 5 классе не только формировать, но и диагностировать математическую грамотность возможно в рамках изучения темы «Обыкновенные дроби». Прежде всего потому, что они встречаются в повседневной жизни на каждом шагу, позволяют математически сформулировать практическую ситуацию, проанализировать методы решения и интерпретировать математические решения и результаты.

И самое главное – сама тема мотивирует обучающихся к ее изучению.

Таким образом, применение практико-ориентированных заданий при изучении темы «Обыкновенные дроби» в курсе математики 5 класса позволит диагностировать математическую грамотность обучающихся на каждом этапе ее формирования.

Глава 2. Методические аспекты диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби»

2.1. Комплекс заданий для диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби»

В настоящем исследовании в качестве основного средства диагностики математической грамотности обучающихся выступают *практико-ориентированные задания с перечнем специальным образом разработанных вопросов к ним.*

При этом решение каждой отдельной задачи и поиск ответов на поставленные вопросы к ним позволяет обнаружить дефициты обучающегося в области математической грамотности.

Специфика содержания практико-ориентированных задач и вопросов к ним заключается в том, что с их помощью отслеживается уровень математической грамотности покомпонентно – через перечень основных умений, входящих в ее структуру. А именно:

- умение применять математику для решения проблем повседневной жизни (обучающийся должен уметь осмыслить текст задачи, понять суть задания, применить имеющиеся теоретические знания к решению практической проблемы);
- умение создавать математическую модель задачи (обучающийся должен уметь строить математическую модель задачи – ввести переменные, найти связи между ними, установить ограничения, записать уравнение, обосновать принятые решения путем математических суждений);
- умение анализировать методы решения (обучающийся должен уметь осуществлять анализ различных методов решения задачи и осуществлять выбор наиболее оптимального к текущей проблеме);

- умение решать задачи, используя математические знания и методы (обучающийся должен уметь решать задачу по известному алгоритму, если он известен, и самостоятельно составить алгоритм решения, если он заранее не дан);

- умение интерпретировать математические решения и результаты (обучающийся должен уметь делать вывод).

Практико-ориентированное задание предполагает описание реальной ситуации, несколько уровней сложности, варианты ответов, критерии оценивания и самооценивания.

Технология разработки практико-ориентированного задания предполагает следующие шаги:

- определить ключевые понятия, навыки и знания, которые должны быть освоены в процессе изучения темы;

- сформулировать общие цели изучения темы;

- установить связи между понятиями и фактами в рамках темы;

- изучить взаимосвязи изучаемой темы с другими темами;

- определить типы учебных занятий, необходимых для раскрытия темы, и адаптировать их к количеству часов, выделенных на изучение темы;

- сформулировать конкретные цели занятия и определить понятия, факты и навыки, которые должны быть освоены на каждом из них;

- включить в общую формулировку задачи «контекст задачи» (дополнительную информацию, которая поможет объяснить условие задачи).

При этом перечень вопросов к практико-ориентированному заданию должен быть разноуровневым.

При изучении темы «Обыкновенные дроби» в 5 классе должны быть освоены ключевые понятия: «числитель», «знаменатель», «дробь», «основное свойство дроби», «обыкновенная дробь», «смешанная дробь», «правильная дробь», «неправильная дробь».

В результате изучения темы «Обыкновенные дроби» пятиклассники осваивают навыки сравнения дробей, их сложения, вычитания, умножения и деления, нахождения части от целого и целого от его части.

Опишем на конкретных примерах технологию разработки практико-ориентированных заданий для диагностики математической грамотности в процессе изучения темы «Обыкновенные дроби» в 5 классе.

Для того, чтобы продиагностировать математическую грамотность обучающихся, необходимо создать к задаче серию вопросов.

Диагностика проходит поэтапно, задавая вопросы из разной группы. Обучающемуся может быть задан один вопрос или все три, но учитель должен определить, понял ли обучающийся условие задачи, может ли решить ее и какой вывод сделал.

Вопросы к практико-ориентированному заданию разбиты на 5 групп и направлены на диагностику всех пяти компонентов математической грамотности.

Первая группа вопросов направлена на диагностику умения обучающегося связать задачу с реальной жизнью, понять ее смысл и необходимость применения к ее решению математических знаний.

Вторая группа вопросов направлена на диагностику умения обучающегося создать математическую модель задачи, определить необходимые величины и представить действия в виде операций над дробями.

Третья группа вопросов направлена на диагностику умения обучающегося выбирать и обосновывать способы решения, понимать последовательность действий и различие между методами решения.

Четвертая группа вопросов направлена на диагностику умения решать задачу с заранее известным или разработанным алгоритмом.

Пятая группа вопросов диагностирует способность обучающегося проверять верность решения задачи, осознавать важность применения математических знаний в реальной жизненной ситуации.

В листе оценки соотнесены группы вопросов с оцениваемым компонентом математической грамотности обучающихся, а также критерии выполнения задания по этим группам (табл. 4).

Таблица 4

Лист оценки математической грамотности обучающихся в процессе решения практико-ориентированной задачи

Группа вопросов	Диагностируемый компонент математической грамотности	Критерии оценки	Баллы	Шкала оценки
1	Применение для жизни	Связь задачи с жизненной ситуацией	0-2	2 – четкое понимание условия задачи и вопросов к ней 1 – частичное понимание условия задачи и вопросов к ней, либо понимание условия задачи при дополнительном уточнении от учителя 0 – понимание отсутствует
2	Создание математической модели задачи	Правильное определение долей, перевод задачи на математический язык, выполнение математических операций с данными	0-2	2 – математическая модель задачи создана самим обучающимся 1 – математическая модель задачи создана обучающимся с помощью учителя 0 – математическая модель задачи не создана
3	Анализ и выбор методов решения	Обоснование выбора метода и операций	0-2	2 – самостоятельный обоснованный выбор методов решения 1 – поиск методов решения с подсказкой учителя 0 – методы решения не найдены
4	Решение задачи	Корректность вычисления долей	0-2	2 – задача решена самостоятельно 1 – задача решена с помощью учителя 0 – обучающийся не может решить задачу даже с разъяснениями учителя
5	Интерпретация результатов	Логическое объяснение и проверка суммы частей	0-2	2 – обучающийся может обосновать правильность решения задачи, сделать вывод 1 – обучающийся частично обосновывает правильность

				решения задачи посредством проверки, делает вывод с помощью учителя 0 – обучающийся не может обосновать правильность решения задачи
--	--	--	--	--

Согласно разработанным листам оценки решения практико-ориентированного задания, баллы, полученные обучающимся по каждой группе вопросов, суммируются и отражают уровень математической грамотности в текущий момент времени:

8-10 баллов – высокий уровень

5-7 баллов – средний уровень

0-4 – низкий уровень.

Далее представлены примеры практико-ориентированных задач, перечень вопросов к ним и листы оценки математической грамотности обучающихся.

Практико-ориентированное задание 1. Знакомство с дробями.

Сравним типовую задачу из учебника с примером практико-ориентированного задания.

Прежде представим типовую задачу.

Задача: Запиши дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{8}$. Что можно о них сказать?

Практико-ориентированное задание.

Текст задачи.

Соседка по площадке угостила женщину яблоком. Та дома разрежала яблоко пополам и отдала половинку сыну. Тот съел. Пришел с работы папа, увидел на столе половинку яблока и спросил: «Кто еще не ел яблоко?». Мама сказала «Я». Папа разрежал яблоко еще пополам и поделился с мамой. Сын сказал «А я еще хочу!». Папа ответил ему: «Ты уже ел. Тебе и так больше всех досталось». Но мама пожалела сына и отрезала ему от своей части половину.

Ответь на вопросы к задаче:

Группа вопросов	Перечень вопросов
1	- Сколько частей яблока было, когда мама пришла домой? - До прихода папы кто уже ел яблоко? - В каких ситуациях из жизни может пригодиться умение делить яблоко и его части?
2	- На какие доли было разделено яблоко? - Какие дроби используются для описания частей яблока? - Смоделируй условие задачи при помощи рисунка, диаграммы. Подпиши все данные.
3	- Как можно записать обыкновенную дробь? - Какие методы решения задачи можно предложить? - Какие математические операции можно использовать для решения задачи, чтобы узнать, сколько частей яблока у каждого в конце?
4	- Произведи необходимые вычисления с имеющимися данными из условия задачи? - Реши задачу двумя разными способами. - Какова итоговая доля яблока у сына, отца и у мамы после всех действий?
5	- На сколько частей было разделено яблоко? - Объясни, где чья доля? - Докажи, что суммы частей равны целому яблоку.

После выполнения обучающимся практико-ориентированного задания учитель задает вопросы:

- На какие вопросы ты не смог дать ответ и почему?

Затем можно протестировать их знания на какой-либо интерактивной платформе, например, тестовые задания в Академии Хана, блок 4 «Обыкновенные дроби» [55].

Данное практико-ориентированное задание с перечнем специально разработанных вопросов к ней позволяет обучающимся понять, что такое целое, части и доли.

Практико-ориентированное задание 2. Сравнение дробей.

Текст задачи.

На столе стоят два куска пиццы: один – $\frac{3}{4}$ всего куска, другой – $\frac{2}{3}$. Нужно больший кусок оставить родителям, а меньший можно съесть. Какой кусок пиццы больше? Объясни, как ты это определил(а).

Ответь на вопросы к задаче:

Группа вопросов	Перечень вопросов
1	- О чем нам говорит условие задачи? - Что нужно определить? - Как задача связана с тем, что происходит в жизни?
2	- Почему дроби нужно сравнивать? - Какие действия надо выполнить, чтобы сравнить эти дроби? - Смоделируй условие задачи на прямом отрезке.
3	- Сравни числители. - Что нужно сделать со знаменателем? - Можно ли решить задачу разными методами?
4	- Получится ли сравнить дроби с разными знаменателями? - Есть еще способы решения задачи? - Реши задачу.
5	- Что означает результат, который ты получил? - Можно ли сравнить дроби без приведения к общему знаменателю? - Почему важно приводить дроби к общему знаменателю для сравнения?

Итак, на каждом этапе решения данной задачи педагог направляет обучающегося на осмысление задачи и ее решение, диагностируя ключевые компоненты математической грамотности.

Практико-ориентированное задание 3. Сложение дробей.

Текст задачи: Ты с другом купили шоколадки. Ты отдал(а) $\frac{1}{4}$ своей шоколадки младшей сестре, а твой друг отдал ей $\frac{2}{4}$. Сколько шоколадки у твоей сестренки?

Ответь на вопросы к задаче:

Группа вопросов	Перечень вопросов
1	- Сколько у тебя было частей шоколадки? - Сколько у твоего друга было частей шоколадки? - Как ты понимаешь, что именно нужно узнать?
2	- Как ты поделил шоколадку? - Сколько частей шоколадки отдал сестре? - Как визуально объяснить процесс сложения дробей на примере шоколадки?
3	- Как сложить дроби с одинаковым знаменателем? - Можно ли решить эту задачу разными способами? - Как найти общую сумму двух дробей с одинаковым знаменателем?
4	- Какую часть шоколадки получила сестра всего? - Каким способом можно решить задачу? - Реши задачу.
5	- Сколько шоколадки у каждого? - Почему знаменатели у дробей не меняются при сложении? - Что можно сказать про количество шоколадки, которую получила сестра?

Данное задание позволяет развить у обучающихся глубокое понимание математических понятий и механизмов их применения в жизни.

В Приложении А представлен комплекс практико-ориентированных заданий по теме «Обыкновенные дроби», которые можно применять на любом этапе урока для диагностики математической грамотности обучающихся.

При выполнении практико-ориентированных заданий педагог может направить обучающихся на осмысление задачи и ее решение, диагностируя ключевые компоненты математической грамотности на каждом этапе разбора и решения задачи.

Таким образом, представленный комплекс практико-ориентированных заданий позволяет диагностировать математическую грамотность обучающихся через систему вопросов к задаче.

2.2. Анализ результатов апробации

Апробация комплекса практико-ориентированных заданий для диагностики математической грамотности обучающихся при изучении темы «Обыкновенные дроби» проводилось в общеобразовательной школе МАОУ СШ «Комплекс Покровский» с 3 марта по 25 апреля 2025 г.

В апробации участвовали 20 обучающихся 5АРТ класса.

Предмет «Математика» обучающиеся изучают по учебнику под ред. Н.Я. Виленкина, часть 2.

Апробация проводилась в рамках урочных занятий по нескольким темам главы «Обыкновенные дроби» с включением в процесс изучения материала разработанных практико-ориентированных заданий. С помощью перечня вопросов к этим заданиям фиксировался текущий уровень математической грамотности обучающихся.

Диагностика математической грамотности обучающихся осуществлялась следующим образом: обучающимся было предложено

выполнить задание, ответить на вопросы и внести ответы в специальные бланки (табл. 5-7). Обучающиеся в течение марта-апреля 2025 г. решали по 2 практико-ориентированных задания в неделю.

Учителем проводилось наблюдение за деятельностью обучающихся в процессе решения практико-ориентированных заданий. Отдельно отмечалось, как каждый обучающийся проводит математические операции, использует ли математические стратегии, тактики. Большое внимание уделялось составлению математической модели задачи.

При необходимости обучающемуся задаются вопросы и отмечается, насколько ответы аргументированы и грамотны, как обучающийся интерпретирует свои решения и выводы. Все эти нюансы влияли на количество полученных баллов обучающимися.

После заполнения бланка ответов обучающийся сдает его учителю, который, согласно своим наблюдениям и отметкам, а также по ответу обучающегося ставит балл по каждой группе вопросов. Затем баллы по группам вопросов суммируются и выводится общий балл по заданию.

По совокупности выполнения заданий отслеживается уровень сформированности математической грамотности обучающихся.

Таблица 5

Бланк ответа на практико-ориентированное задание 1

<i>Практико-ориентированное задание 1. Знакомство с дробями</i>			
Текст задачи. Соседка по площадке угостила женщину яблоком. Та дома разрезала яблоко пополам и отдала половинку сыну. Тот съел. Пришел с работы папа, увидел на столе половинку яблока и спросил: «Кто еще не ел яблоко?». Мама сказала «Я». Папа разрезал яблоко еще пополам и поделился с мамой. Сын сказал: «А я еще хочу!». Папа ответил ему: «Ты уже ел. Тебе и так больше всех досталось». Но мама пожалела сына и отрезала ему от своей части половину			
Ответ на вопросы к задаче:			
№	Вопросы	Ответ	Баллы
1	- Сколько частей яблока было, когда мама пришла домой? - До прихода папы кто уже ел яблоко? - В каких ситуациях из жизни может пригодиться умение делить яблоко и его части?		
2	- На какие доли было разделено яблоко? - Какие дроби используются для описания частей		

	яблока? - Смоделируй условие задачи при помощи рисунка, диаграммы. Подпиши все данные.		
3	- Как можно записать обыкновенную дробь? - Какие методы решения задачи можно предложить? - Какие математические операции можно использовать для решения задачи, чтобы узнать, сколько частей яблока у каждого в конце?		
4	- Произведи необходимые вычисления с имеющимися данными из условия задачи? - Реши задачу двумя разными способами. - Какова итоговая доля яблока у сына, отца и у мамы после всех действий?		
5	- На сколько частей было разделено яблоко? - Объясни, где чья доля? - Докажи, что суммы частей равны целому яблоку.		
Общий балл по заданию 1			

Таблица 6

Бланк ответа на практико-ориентированное задание 2

Практико-ориентированное задание 2. Решение задач на нахождение доли от числа.			
Текст задачи. В классе 30 обучающихся, из них $\frac{2}{5}$ – девочки. Сколько девочек учится в твоём классе? Ответь на вопросы к задаче:			
№	Вопросы	Ответ	Баллы
1	- Прочитай условие задачи. О чем она? - Как ты понял, что нужно вычислить? - С какой реальной ситуацией ты можешь связать эту задачу?		
2	- Можно ли обозначить количество ребят буквами? - Сможешь записать задачу на математическом языке? - Создай математическую модель задачи.		
3	- Что нужно сделать, чтобы определить количество девочек в классе? - Подумай, какими способами можно решить задачу. - Будешь ли ты использовать умножение?		
4	- Выдели отдельные числа, которые ты будешь использовать при решении. - Реши задачу двумя разными способами. - Будешь ли ты упрощать полученный результат?		
5	- Какие числа или дроби ты использовал при решении? - Проверь полученный результат. - Сделай выводы и объясни свой ответ.		
Общий балл по заданию 1			

Бланк ответа на практико-ориентированное задание 3

Практико-ориентированное задание 3. Сравнение дробей.			
Текст задачи. На столе стоят два куска пиццы: один $-\frac{3}{4}$ всего куска, другой $-\frac{2}{3}$. Нужно больший кусок оставить родителям, а меньший можно съесть. Какой кусок пиццы больше? Объясни, как ты это определил(а).			
Ответь на вопросы к задаче:			
№	Вопросы	Ответ	Баллы
1	- О чем нам говорит условие задачи? - Что нужно определить? - Как задача связана с тем, что происходит в жизни?		
2	- Почему дроби нужно сравнивать? - Какие действия надо выполнить, чтобы сравнить эти дроби? - Смоделируй условие задачи на прямом отрезке.		
3	- Сравни числители. - Что нужно сделать со знаменателем? - Можно ли решить задачу разными методами?		
4	- Получится ли сравнить дроби с разными знаменателями? - Есть еще способы решения задачи? - Реши задачу.		
5	- Что означает результат, который ты получил? - Можно ли сравнить дроби без приведения к общему знаменателю? - Почему важно приводить дроби к общему знаменателю для сравнения?		
Общий балл по заданию 1			

Данные диагностики математической грамотности обучающихся по результатам выполнения практико-ориентированных заданий представлены в Приложении Б.

Анализируя данные, можно отметить, что первая группа вопросов к заданию, которая определяет способность обучающихся связать задачу с реальной жизнью и понять ее смысл, труда не составила. Обучающиеся отвечали быстро и в основном правильно.

Вторая группа вопросов, относящаяся к способности обучающихся перевести условие задания на математический язык, представить действия в виде операций над дробями, а самое важное – построить математическую

модель задачи – давалась обучающимися с трудом. Даже несмотря на то, что по мере решения заданий, обучающиеся начинали больше вникать в суть, вопросы данной группы решались дольше, приходилось задавать много наводящих вопросов.

На третью группу вопросов – сопоставление, выбор и обоснование выбранных способов решения и понимание последовательности действий – обучающиеся отвечали сначала скованно. По мере выполнения заданий они начинали сопоставлять содержательную и математическую модель объекта и стали отвечать более полно.

Четвертая группа вопросов проверяла умение решать задачу по алгоритму. Наиболее успешно обучающиеся справились с теми заданиями, которые можно было решить по готовому шаблону. Хуже справились и с заданиями, где необходимо было прийти к новому алгоритму.

Пятая группа вопросов, касающаяся проверки правильности решения задачи и осознание важности проверки суммы составляющих, была самой результативной. С самого начала большинство обучающихся давали правильные ответы, а по мере решения задач ответы становились более четкими и верными.

В ходе решения практико-ориентированных заданий, обучающимися были получены баллы по каждой группе вопросов (от 0 до 2 баллов за одну группу). Затем баллы, полученные по группам вопросов, суммировались.

Обработанные показатели апробации представлены в таблице 8.

Таблица 8

Баллы, набранные обучающимися за решение практико-ориентированных заданий

№	Имя, Ф.	Общий балл по заданию											
		1 задание	2 задание	3 задание	4 задание	5 задание	6 задание	7 задание	8 задание	9 задание	10 задание	11 задание	12 задание
1	Вера И.	4	3	4	4	5	4	5	5	5	6	5	6
2	Витя Д.	8	8	8	9	8	9	9	8	8	9	9	9

3	Даня Г.	5	4	6	5	5	6	7	5	6	6	6	6
4	Даша И.	4	4	5	5	5	6	5	4	5	5	5	5
5	Женя Г.	8	9	8	8	9	9	9	8	9	8	9	8
6	Илья М.	10	9	8	9	10	10	9	9	9	10	10	9
7	Ильяс Б.	4	4	4	4	5	4	5	4	5	6	5	5
8	Ира А.	7	6	7	6	7	7	6	6	7	8	7	8
9	Катя Т.	6	5	5	5	6	6	6	5	5	5	7	6
10	Лена Б.	4	3	3	3	4	3	3	3	5	4	4	4
11	Лена И.	10	10	10	9	9	9	10	9	10	10	9	10
12	Максим И.	6	5	6	5	6	5	6	6	6	7	6	7
13	Маша М.	3	3	3	2	3	3	4	3	3	5	4	4
14	Нарис У.	7	8	7	8	7	7	7	8	8	9	8	8
15	Наташа Л.	3	3	3	4	3	3	3	4	3	5	5	5
16	Петя Ц.	8	7	7	8	7	7	7	8	8	7	9	8
17	Сережа Р.	7	7	6	7	6	6	7	8	7	7	8	8
18	Тимур М.	4	4	6	4	5	5	4	7	6	6	5	6
19	Уля П.	7	6	6	8	7	6	7	8	8	7	7	8
20	Яша В.	3	4	3	5	3	4	4	6	7	7	6	6

В таблице 9 представлены итоговые результаты по уровню сформированности математической грамотности обучающихся.

Таблица 9

Фиксация уровня сформированности математической грамотности обучающихся по результатам выполнения практико-ориентированных заданий

№	Имя, Ф.	Динамика уровня математической грамотности											
		1 задание	2 задание	3 задание	4 задание	5 задание	6 задание	7 задание	8 задание	9 задание	10 задание	11 задание	12 задание
1	Вера И.	Н	Н	Н	Н	С	Н	С	С	С	С	С	С
2	Витя Д.	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В
3	Даня Г.	С	Н	С	С	С	С	С	С	С	С	С	С
4	Даша И.	Н	Н	С	С	С	С	С	Н	С	С	С	С
5	Женя Г.	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В
6	Илья М.	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В
7	Ильяс Б.	Н	Н	Н	Н	С	Н	С	Н	С	С	С	С
8	Ира А.	С	С	С	С	С	С	С	С	С	В	С	В
9	Катя Т.	С	С	С	С	С	С	С	С	С	С	С	С
10	Лена Б.	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	С	Н	Н	Н
11	Лена И.	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В	В

12	Максим И.	С	С	С	С	С	С	С	С	С	С	С	С
13	Маша М.	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	С	Н	Н
14	Нарис У.	С	В	С	В	С	С	С	В	В	В	В	В
15	Наташа Л.	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	С	С	С
16	Петя Ц.	В	С	С	В	С	С	С	В	В	С	В	В
17	Серёжа Р.	С	С	С	С	С	С	С	В	С	С	В	В
18	Тимур М.	Н	Н	С	Н	С	С	Н	С	С	С	С	С
19	Уля П.	С	С	С	В	С	С	С	В	В	С	С	В
20	Яша В.	Н	Н	Н	С	Н	Н	Н	С	С	С	С	С

Результаты апробации показали, что уровень сформированности математической грамотности обучающихся до начала работы с практико-ориентированными заданиями был средний и низкий, а к концу – высокий и средний.

Наглядно это можно наблюдать на рисунке 1.

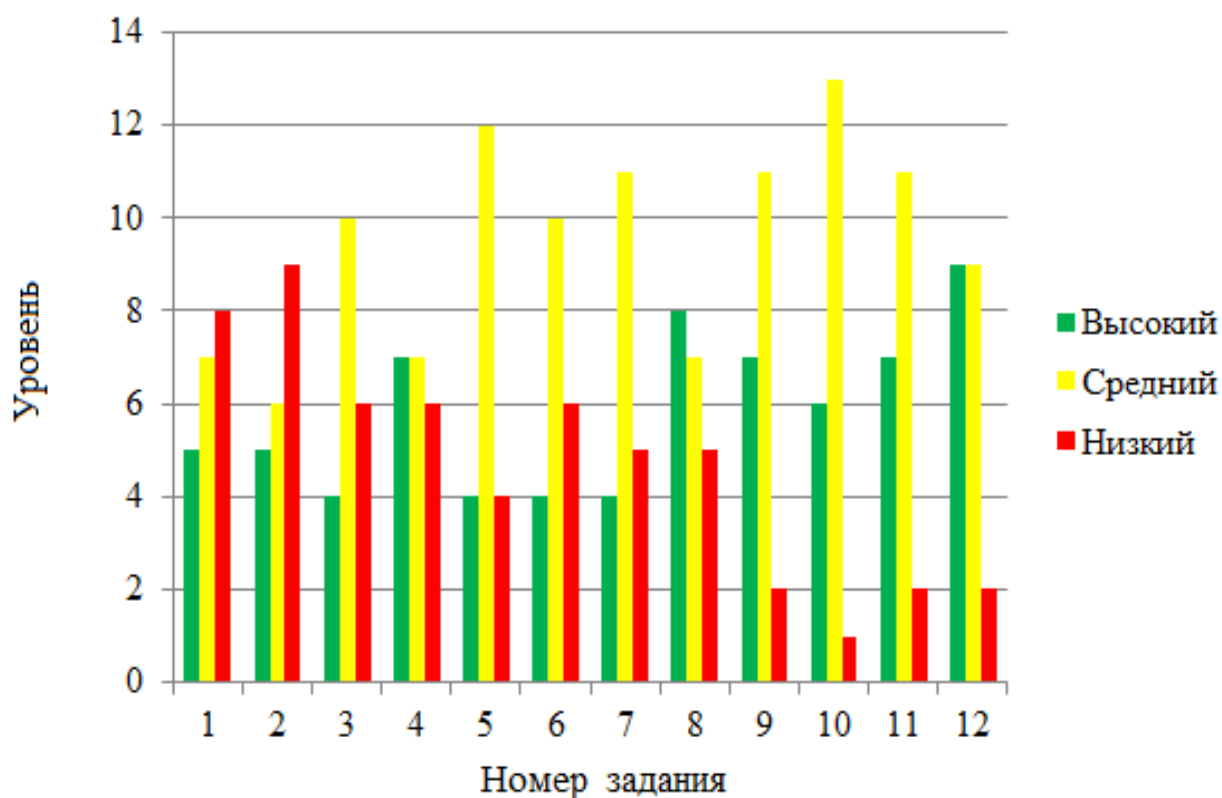


Рисунок 1 – Динамика развития уровня математической грамотности обучающихся

На диаграмме отмечена положительная динамика, то есть по мере выполнения обучающимися практико-ориентированных заданий, уровень сформированности компонентов математической грамотности у них повышается.

Таким образом, практико-ориентированные задания с системой специально разработанных вопросов для диагностики математической грамотности, апробированные при изучении темы «Обыкновенные дроби», позволили диагностировать и оценить результаты обучения в каждый момент времени и, вместе с этим, формировать у обучающихся компоненты математической грамотности.

2.3. Рекомендации по разработке диагностических заданий с учетом результатов апробации

При разработке практико-ориентированных заданий с системой вопросов для диагностики математической грамотности обучающихся при изучении темы «Обыкновенные дроби», стоит придерживаться следующих рекомендаций.

Основная общая цель: познакомить обучающихся с понятием дроби в объеме, достаточном для введения десятичных дробей.

При этом подразумевается, что последуют такие образовательные результаты:

- предметные – систематическое развитие понятия числа, выработка умения выполнять устно и письменно арифметические действия с числами.
- метапредметные – создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования, формирование общих способов интеллектуальной деятельности.
- личностного развития – развитие логического мышления, воспитание качеств личности, обеспечивающих социальную мобильность, развитие интереса к математическому творчеству.

При этом, важно определять конкретные цели при изучении темы «Обыкновенные дроби». В учебнике представлены следующие используемые нами в работе блоки: «Доли. Обыкновенных дробей», «Сравнение дробей», «Сложение и вычитание дробей», «Правильные и неправильные дроби», «Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями», «Деление и дроби», «Смешанные числа», «Сложение и вычитание смешанных чисел» и др.

Для примера рассмотрим два блока.

Для первого блока – это определение долей и обыкновенных дробей, их сравнение, а также правильные и неправильные дроби. В данном блоке также следует ввести понятия окружность и круг.

В качестве конкретных целей можно определить следующие:

- научить обучающихся понимать, что такое доля, половина, треть, четверть, уметь записывать дроби, изображать дроби на координатном луче;
- научить сравнивать дроби, выработать навык сравнения дробей;
- научить определять правильные и неправильные дроби, сравнивать их.

Для третьего блока разрабатываются задания на сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, изучаются примеры на деление и дробление, вводится понятие смешанные числа.

В качестве конкретных целей можно определить следующие:

- научить обучающихся «открывать» правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями и применять это правило при выполнении действий;
- научить записывать результат деления в виде дроби, натуральное число в виде дроби, делить сумму на число;
- научить определять, что такое смешанное число, выделять целую часть из неправильной дроби, смешанное число представлять в виде неправильной дроби;

- научить «открывать» правило сложения и вычитания смешанных чисел

При этом важно донести до обучающихся ключевые понятия и правила действия с ними:

- обыкновенная дробь – это число, представляющее часть целого. Состоит из двух чисел: числитель (число сверху) – показывает, сколько частей есть, знаменатель (число снизу) – показывает, на сколько частей разделено целое;

- десятичная дробь – это способ записывать числа, которые находятся между целыми числами. В отличие от обыкновенных дробей, где целое число делится на несколько частей, десятичные дроби используют десятичную запятую, чтобы показать, как дробные части относятся к целому числу;

- свойства дробей. Дробь не имеет значения, если знаменатель равен нулю, дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель – нет, если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится дробь, равная данной.

Для того, чтобы наглядно продемонстрировать связь между понятиями и фактами, можно использовать различные мультимедийные ресурсы. Они позволяют создавать динамические иллюстрации, которые помогают лучше понять и усвоить учебный материал.

Для темы «Обыкновенные дроби» в целом можно использовать:

- мультимедийные презентации для уроков;
- интерактивные плакаты;
- карточки с печатной основой для проверки теоретических знаний;
- электронные интерактивные уроки.

Для того, чтобы продемонстрировать взаимосвязь с другими дисциплинами, можно применять материалы из различных областей знаний для составления математических заданий, которые решаются с использованием дробей. Например, можно использовать сведения из истории, географии или биологии и на их основе разработать такие задачи.

Это позволит обучающимся увидеть, как математика связана с другими предметами и окружающим миром.

Также при изучении темы «Обыкновенные дроби» можно использовать элементы искусственного интеллекта. Интеллектуальная составляющая чат-бота заключается в технологии определения уровня понимания обучающимся нового материала. Например, бот может задавать дополнительные вопросы для уточнения понимания, предлагать интерактивные задания или тесты, адаптированные под уровень каждого обучающегося. Это поможет учителю более эффективно оценивать прогресс обучающихся и адаптировать методы обучения под их индивидуальные потребности.

Методические рекомендации по созданию практико-ориентированных заданий:

1. Посмотреть содержание, которое предполагается внедрить в задание. Здесь следует отобрать сюжеты, подходящие для понимания обучающихся и соответствующие их возрастным особенностям, интересные для них.
2. Посмотреть типовые задачи в учебниках и сформулировать их как практико-ориентированные, то есть относящиеся к жизненным ситуациям.
3. Выявить разные ситуации, определить их суть, выделить акценты, возможности, а также ограничения для разрешения обозначенных проблем.
4. Описать ситуацию, подобрать по возможности иллюстрации, графический материал.
5. Сформировать перечень вопросов. Можно исходить из принципа дифференциации по уровням. То есть для того, чтобы стимулировать всех обучающихся к решению задачи, можно разработать задачи легкие и сложные, чтобы решить задачу интересно было и слабым, и сильным обучающимся.
6. По каждому вопросу конкретизировать и уточнить проверяемые умения, ведущие обучающегося к математической грамотности.
7. Отредактировать содержание задания и наглядного материала.

Далее необходимо разработать шкалу оценки практико-ориентированного задания, для чего определяются первичные баллы, которые переводятся на соответствующие уровни математической грамотности.

Предложенные рекомендации помогут разработать диагностические практико-ориентированные задания с перечнем вопросов к ним для любого предмета, темы и класса основной школы.

Выводы по главе 2

Теоретический анализ научной литературы определил математическую грамотность как основную цель образования. Математическая грамотность – это способность личности грамотно использовать математические знания в повседневной жизни. Она включает навыки проведения математических расчетов, анализа, моделирования, умения логически рассуждать, правильно применять формулы, интерпретировать, делать выводы и т.д.

Формирование математической грамотности основывается, прежде всего, на мотивации самих обучающихся. Для этого следует перенести способы решения задач на реальные ситуации, формировать у обучающихся опыт поиска путей решения житейских задач, применять математическое моделирование реальных ситуаций.

Именно интерес к теме позволяет лучше воспринимать новый материал. Все это позволяет формировать базовые предметные компетенции, что соответствует требованиям ФГОС.

Реализовать изложенное позволяют практико-ориентированные задачи – задачи, тесно связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни. Их особенности заключаются в том, что условие задачи представляется как сюжет или проблема из жизненной ситуации, информация представляется в разной форме (рисунок, график, таблица, схема, диаграмма и т.д.), а также в значимости для обучающегося получаемого результата.

В настоящем исследовании осуществлена диагностика математической грамотности обучающихся 5 класса через решение практико-ориентированных заданий. Такого рода задания сопровождаются системой вопросов к ним, соотнесенные с компонентами математической грамотности:

- применение математики для решения жизненных проблем;
- создание математической модели задачи;
- анализ методов решения;

- решение задачи;
- интерпретация результатов.

Для диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса по теме «Обыкновенные дроби» разработаны практико-ориентированные задания, которые сформулированы на основе реальной жизненной ситуации, имеют критерии оценки.

При изучении темы «Обыкновенные дроби» пятиклассники должны освоить ключевые понятия, навыки сравнения, сложения, вычитания, умножения и деления дробей, а также знания о сравнении и операциях с дробями с равными знаменателями.

Анализ результатов апробации позволил сделать следующие выводы.

1. Практико-ориентированные задания с системой специально разработанных вопросов позволяют диагностировать математическую грамотность обучающихся в каждый момент времени.

2. Практико-ориентированные задания позволяют отследить дефициты не только в усвоении темы, но и в формировании компонентов математической грамотности.

3. По мере выполнения практико-ориентированных заданий у обучающихся вырабатывается более глубокое понимание темы, способов и методов решения и т.д.

4. При решении задач практико-ориентированных заданий у обучающихся формируются компоненты математической грамотности

Стоит отметить, что затруднения в большинстве случаев разрешались сразу при разборе практико-ориентированного задания, что позволило повысить математическую грамотность обучающихся, о чем свидетельствуют результаты апробации.

Заключение

Актуальность темы исследования заключается в необходимости подготовить обучающихся к успешной адаптации в быстро меняющемся мире. Согласно требованиям ФГОС ООО, необходимо повышение компетентностного уровня обучающихся, умений применять полученные знания на практике. Этому способствует математическая грамотность, высокий уровень овладения которой становится неотъемлемым требованием к современному образованному человеку. Ее необходимо формировать в школе и в каждый момент времени отслеживать уровень ее сформированности.

В ходе исследования были получены следующие результаты:

1. Математическая грамотность – одна из составляющих функциональной грамотности, формирование которой продиктовано требованиями федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования. Математическая грамотность определяется исследователями по-разному, но все определения указывают на способность человека рассуждать математически, а также формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных контекстах реального мира.

2. К средствам и методам диагностики математической грамотности относятся цифровые диагностические средства, ГИА (ОГЭ, ЕГЭ), проектные методы, средства проблемного обучения, практико-ориентированные задания, технология формирующего оценивания и др. Наиболее приемлемыми являются практико-ориентированные задания, так как они позволяют определять текущий уровень усвоения знаний и навыков обучающегося в процессе повседневной работы в классе.

3. Сформулированы основные компоненты математической грамотности – это умение осмыслить текст задачи, создать математическую модель, проанализировать методы решения, решить задачу и сделать выводы.

4. Определена роль темы «Обыкновенные дроби» в курсе математики 5 класса в формировании математической грамотности. Данная тема позволяет математически сформулировать практическую ситуацию, проанализировать методы решения и интерпретировать математические решения и результаты. Важно и то, что дроби часто встречаются в повседневной жизни.

5. Разработаны практико-ориентированные задания с перечнем вопросов к ним для оценки уровня сформированности компонентов математической грамотности обучающихся 5 класса. Такого рода задания позволяют диагностировать актуальный уровень математической грамотности, оценить результаты обучения в каждый момент времени, и в то же время определить дефициты и осуществить их корректировку.

6. Апробация показала положительную динамику уровня развития компонентов математической грамотности у обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби» по мере выполнения практико-ориентированных заданий.

Кроме того, практико-ориентированные задания проникают вглубь реальных житейских процессов, что позволяет обучающимся правильно ориентироваться в окружающем мире.

7. Предложены рекомендации по разработке практико-ориентированных заданий, нацеленных на диагностику математической грамотности обучающихся 5 класса при изучении темы «Обыкновенные дроби».

Таким образом, изучив теоретическую сущность понятия математической грамотности и определив ее место в структуре функциональной грамотности, исследовав существующие средства и методы диагностики математической грамотности на уроках математики, выделив тему «Обыкновенные дроби» в курсе математики 5 класса, разработав практико-ориентированные задания, проведя апробацию и представив рекомендации по разработке диагностических заданий, можно говорить о том, что применение практико-ориентированных заданий с системой

специальным образом разработанных вопросов к ним позволяет отследить уровень математической грамотности обучающихся, выявить типичные затруднения и скорректировать их в процессе усвоения темы «Обыкновенные дроби».

Задачи исследования выполнены. Цель достигнута.

Список использованных источников

1. Азимов Э.Г. Новый словарь методических терминов и понятий (теория и практика обучения языкам) / Э.Г. Азимов, А.Н. Щукин. – М.: Икар, 2009. – 448 с.
2. Алексеева Е.Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности / Е.Е. Алексеева // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – № 4 (83). – С. 214-218.
3. Аманжолов С.А. Средства и методы контроля знаний студентов в цифровой образовательной среде вуза при изучении инженерно-графических дисциплин / С.А. Аманжолов // Общество: социология, психология, педагогика. 2019. - № 1(57). – С. 58-62.
4. Анисимова Т.И. От разработки проектов к формированию математической грамотности / Т.И. Анисимова, А.Р. Ганеева // Перспективы развития высшей школы: материалы I Международной научно-практической конференции. – Тюмень: Тюменский индустриальный университет, 2020. – С. 153-156.
5. Богина Е.Ю. Роль проектной деятельности в формировании математической грамотности и культуры студентов в процессе освоения ими образовательной программы по дисциплине «Математика» / Е.Ю. Богина // Молодой ученый. – 2018. – № 35(221). – С. 90-92.
6. Боровских А. В. Деятельностная педагогика. Схемы педагогического мышления. – М.: МАКС Пресс, 2020. – 352 с.
7. Валеев И.И. Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции / И.И. Валеев // Бизнес. Образование. Право. – 2020. – № 4 (53). – С. 353-360.
8. Волкова Т.Н. Использование практико-ориентированных задач в обучении математике учащихся основной школы / Т.Н. Волкова // Математика и математическое образование: современные тенденции и

перспективы развития. Сборник научных трудов по материалам II заочной Всероссийской научно-практической конференции. – 2017. – С.173-176.

9. Гамезо М.В. Атлас по психологии. Информационно методическое пособие / М.В. Гамезо, И.А. Домашенко. – М.: Педагогическое общество России, 2012. – 276 с.

10. Денищева Л.О. Математическое моделирование – важнейший этап формирования математической грамотности в условиях запросов современного общества / Л.О. Денищева, И.С. Сафуанов, Ю.А. Семеняченко, А.В. Ушаков, В.А. Чугунов // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». – 2021. – С. 60-83.

11. Денищева Л.О. Оценка учебных достижений учащихся 8 класса по математике в рамках международного сравнительного исследования TIMSS 2015 / Л.О. Денищева, К.А. Краснянская // Педагогические измерения. – 2017. – № 2. – С. 46-55.

12. Дубровина И.В. Руководство практического психолога: психологические программы развития личности в подростковом и старшем школьном возрасте / И.В. Дубровина. – М.: Астрель, 2015. – 268 с.

13. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике в школе: дис. ... д-ра пед. наук / М.В. Егупова. – М.: МПГУ, 2014. – 452 с.

14. Жуковский В.А. Таблицы для практического курса первоначального обучения / В.А. Жуковский // Российская национальная библиотека. Ф. 286. Оп. 1. – № 1326.

15. Захаров А.А. Практическая методология / А.А. Захаров, Ю.А. Петров. – Озерск: ОТИ МИФИ, 2001. – 107 с.

16. Калинкина Е.Н. Сборник заданий по развитию функциональной математической грамотности обучающихся 5-9 классов / Е.Н. Калинкина. – Новокуйбышевск, 2019. – 22 с.

17. Конасова Н.Ю. Ситуационные задачи по оценке функциональной грамотности учащихся: методическое пособие / Н.Ю. Конасова. – СПб.: Питер, 2012. – 138 с.
18. Кочурова Е.Э. Педагогическая диагностика и формирование математической грамотности школьников // Нижегородское образование. 2018. № 2. – С. 68-74.
19. Крупник С.А. Функциональная грамотность в системе образования Беларуси / С.А. Крупник, В.В. Мацкевич. – Мн.: АПО, 2003. – 125 с.
20. Липилина В.В. Формирование исследовательских и проектных компетентностей школьников в области математики // Сборник трудов по материалам VI международной научной конференции «Математика. Образование. Культура». – 2013. – С. 157-160.
21. Ляхович Г.А. Методы и приемы формирования и развития функциональной математической грамотности школьников / Г.А. Ляхович // Технологии образования. – 2021. – № 2(12). – С. 102-107.
22. Макаrenchенко М.Г. Диагностика знаний студентов в цифровой образовательной среде вуза при изучении математических дисциплин / М.Г. Макаrenchенко, В.В. Сидорякина, А.В. Забеглов. // Международный научно-исследовательский журнал. – 2021. – № 10-3 (112). – С. 56-59
23. Математика. 5 класс: учебник в 2 ч. Ч. 2 / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 2023. – 174 с.
24. Матюшкин А.М. Психология мышления. Мышление как разрешение проблемных ситуаций: учеб. пособие / А.М. Матюшкин. – М.: КДУ, 2017. – 190 с.
25. Махмутов М.И. Избранные труды в 7 т. Т. 4. Современный урок и педагогические технологии развития мышления / М.И. Махмутов / Под ред. Д.М. Шакирова. – Казань: Магариф-Вакыт, 2016. – 375 с.
26. Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://gtmarket.ru/research/pisa> (дата обращения: 22.02.2025)

27. Мингулова А.И. Применение практико-ориентированных заданий на уроках математики как средство формирования функциональной грамотности обучающихся / А.И. Мингулова // Актуальные исследования. – 2022. – № 30(109). – С. 70-72.

28. Мкртчян Г.С. Проектная и исследовательская деятельность как условие формирования функциональной грамотности на уроках математики / Г.С. Мкртчян. – Кисловодск, 2024 [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://solncesvet.ru/tv/439925/?ysclid=m9y02j30px53089347> (дата обращения: 10.03.2025)

29. Мониторинг формирования и оценки функциональной грамотности. Математическая грамотность // Всероссийский форум экспертов по функциональной грамотности: Минпросвещения РФ. Институт стратегии образования РАО – М.: 2019. – 60 с.

30. Нахман А.Д. Практико-ориентированные математические задачи / А.Д. Нахман // Вопросы педагогики. – 2020. – № 11-1. – С. 178-182.

31. Охотина Л.Н. Компьютерное тестирование знаний студентов по математике / Л.Н. Охотина // Педагогическая информатика. – 2007. – № 3. – С. 46-51

32. Педагогика здравого смысла. Образовательная система «Школа 2100» / Под ред. А.А. Леонтьева. М.: Баласс, 2013. – 124 с.

33. Пинская М. А. Оценивание в условиях введения требований нового Федерального государственного образовательного стандарта / М. А. Пинская – М.: Первое сентября, 2013. – 264 с.

34. Пожарова Г.А. Практико-ориентированные задачи как один из важнейших элементов формирования математической грамотности учащихся / Г.А. Пожарова // Молодой ученый. 2021. № 1 (343). С. 62-64.

35. Постановление Правительства РФ «Об утверждении государственной программы Российской Федерации «Развитие образования» от 26.12.2017 г. № 1642 (ред. от 26.09.2022) // КонсультантПлюс.

[Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.consultant.ru> (дата обращения: 05.03.2025)

36. Развитие функциональной грамотности обучающихся основной школы: методическое пособие для педагогов / Под ред. Л.Ю. Панариной, И.В. Сорокиной, О.А. Смагиной, Е.А. Зайцевой. – Самара: СИПКРО, 2019. – 114 с.

37. Расташанская Т.В. Развитие математической грамотности на основе предметного и межпредметного содержания: методическое пособие для учителя / Т.В. Расташанская, Т.Ф. Сергеева, М.В. Шабанова, М.С. Попов. – М.: Академия, 2021. – 50 с.

38. Результаты международного исследования PISA 2018. Публикации [Электронный ресурс] Режим доступа: http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_ml.html (дата обращения 23.02.2025)

39. Рудик Г.А. Функциональная грамотность – императив времени / Г.А. Рудик, А.А. Жайтапова, С.Г. Стог // Образование через всю жизнь: непрерывное образование в интересах устойчивого развития. 2014. № 1. Т. 12. С. 263-269.

40. Самсонова Т.И. Исторический аспект развития функциональной грамотности / Т.И. Самсонова, Т.Ю. Середа // Наука в условиях пандемии: трансформации, коммуникации, стратегии : сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 11 февраля 2021г. Белгород : ООО Агентство перспективных научных исследований (АПНИ), 2021. С. 87-90.

41. Трофимова Т.А. Математическая грамотность : пособие по развитию функциональной грамотности старшеклассников / Т.А. Трофимова, И.Е. Барсуков, А.А. Бурдакова / Под ред. Р.Ш. Мошнина. – М.: Академия Минпросвещения России, 2021. – 68 с.

42. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования Приказ Минобрнауки России № 287 от

31.05.2021 [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://fgos.ru> (дата обращения: 05.03.2025)

43. Фирсов В.В. Дифференциация обучения на основе обязательных результатов обучения / В.В. Фирсов. – М.: Просвещение, 1994. – 312 с.

44. Фишман И.С. Формирующая оценка образовательных результатов учащихся: Методическое пособие. / И.С. Фишман, Г.Б. Голуб. – Самара: АНО ЛМОР, 2007. – 194 с.

45. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача: Книга для учителя / Г. Фройденталь / Под ред. Н. Я. Виленкина / Пер. с нем. А.Я. Халамайзера. – М.: Просвещение, 1983. – 192 с.

46. Фролова П.И. К вопросу об историческом развитии понятия «функциональная грамотность» в педагогической теории и практике / П.И. Фролова // Наука о человеке: гуманитарные исследования. – 2016. – №1(23). – С. 179-185

47. Фролова П.И. Формирование функциональной грамотности как основа развития учебно-познавательной компетентности студентов технического вуза в процессе изучения гуманитарных дисциплин: автореферат дисс. на соискание уч. степ. канд. пед. наук / П.И. Фролова. – Омск: ОмГУ, 2008. – 23 с.

48. De Lange J. Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective / J. De Lange // Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics. 2006. Vol. 25. P. 13-35.

49. Kilpatrick J. Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics / J. Kilpatrick, J. Swafford, B. Findell. – Washington, DC: National Academy Press. – 2001. – 471 p.

50. Lesh R.A. Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching / R.A. Lesh, H.M. Doerr. – New York: Routledge, 2003. – 607 p.

51. Niss M.A. The Learning and Teaching of Mathematical Modelling / M.A. Niss, W. Blum. – Milton-Park: Routledge, 2020. – 301 p.

52. Schoenfeld A.X. Mathematical Thinking and Problem Solving / A.X. Schoenfeld, A.H. Sloane. – New York: Routledge, 2016. – 360 p.

53. Scriven M. The methodology of evaluation / M. Scriven. – New York: Social Science Education Consortium, 1967. – 70 c.

54. Steen L.A. The Case for Quantitative Literacy / L.A. Steen // In Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy. Washington, DC: Woodrow Wilson National Fellowship Foundation, 2001. – P. 1-22.

55. <https://rutube.ru/video/229982375592913b5acc2ffcbbd37bcc/>

Комплекс практико-ориентированных заданий для диагностики
математической грамотности обучающихся 5 класса
при изучении темы «Обыкновенные дроби»

Тема: Доли. Обыкновенные дроби.

Практико-ориентированное задание 1. Знакомство с дробями

Текст задачи.

Соседка по площадке угостила женщину яблоком. Та дома разрежала яблоко пополам и отдала половинку сыну. Тот съел. Пришел с работы папа, увидел забытую половинку яблока на столе и спросил: «Кто еще не ел яблоко?». Мама сказала «Я». Папа разрежал яблоко еще пополам и поделился с мамой. Сын сказал «А я еще хочу!». Папа ответил ему: «Ты уже ел. Тебе и так больше всех досталось». Но мама пожалела сына и отрезала ему от своей части половину.

Вопросы к задаче:

1	- Сколько частей яблока было, когда мама пришла домой? - До прихода папы кто уже ел яблоко? - В каких ситуациях из жизни может пригодиться умение делить яблоко и его части?
2	- На какие доли было разделено яблоко? - Какие дроби используются для описания частей яблока? - Смоделируй условие задачи при помощи рисунка, диаграммы. Подпиши все данные.
3	- Как можно записать обыкновенную дробь? - Какие методы решения задачи можно предложить? - Какие математические операции можно использовать для решения задачи, чтобы узнать, сколько частей яблока у каждого в конце?
4	- Произведи необходимые вычисления с имеющимися данными из условия задачи? - Реши задачу двумя разными способами. - Какова итоговая доля яблока у сына, отца и у мамы после всех действий?
5	- На сколько частей было разделено яблоко? - Объясни, где чья доля? - Докажи, что суммы частей равны целому яблоку.

Практико-ориентированное задание 2. Решение задач на нахождение доли от числа.

Текст задачи.

В классе 30 обучающихся, из них $\frac{2}{5}$ – девочки. Сколько девочек учится в твоём классе?

Вопросы к задаче:

1	- Прочитай условие задачи. О чем она? - Как ты понял, что нужно вычислить? - С какой реальной ситуацией ты можешь связать эту задачу?
2	- Можно ли обозначить количество ребят буквами? - Сможешь записать задачу на математическом языке? - Создай математическую модель задачи.
3	- Что нужно сделать, чтобы определить количество девочек в классе? - Подумай, какими способами можно решить задачу. - Будешь ли ты использовать умножение?
4	- Выдели отдельные числа, которые ты будешь использовать при решении. - Реши задачу двумя разными способами. - Будешь ли ты упрощать полученный результат?

5	- Какие числа или дроби ты использовал при решении? - Проверь полученный результат. - Сделай выводы и объясни свой ответ.
---	---

Тема: Сравнение дробей

Практико-ориентированное задание 3. Сравнение дробей.

Текст задачи.

На столе стоят два куска пиццы: один – $\frac{3}{4}$ всего куска, другой – $\frac{2}{3}$. Нужно больший кусок оставить родителям, а меньший можно съесть. Какой кусок пиццы больше? Объясни, как ты это определил(а).

Вопросы к задаче:

1	- О чем нам говорит условие задачи? - Что нужно определить? - Как задача связана с тем, что происходит в жизни?
2	- Почему дроби нужно сравнивать? - Какие действия надо выполнить, чтобы сравнить эти дроби? - Смоделируй условие задачи на прямом отрезке и подпиши точки А и Б.
3	- Сравни числители. - Что нужно сделать со знаменателем? - Можно ли решить задачу разными методами?
4	- Получится ли сравнить дроби с разными знаменателями? - Есть еще способы решения задачи? - Реши задачу.
5	- Что означает результат, который ты получил? - Можно ли сравнить дроби без приведения к общему знаменателю? - Почему важно приводить дроби к общему знаменателю для сравнения?

Тема: Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

Практико-ориентированное задание 4. Сложение дробей.

Текст задачи.

Ты с другом купили шоколадки. Ты отдал(а) $\frac{1}{4}$ своей шоколадки младшей сестре, а твой друг отдал ей $\frac{2}{4}$. Сколько шоколадки у твоей сестрелки?

Вопросы к задаче:

1	- Сколько у тебя было частей шоколадки? - Сколько у твоего друга было частей шоколадки? - Как ты понимаешь, что именно нужно узнать?
2	- Как ты поделил шоколадку? - Сколько частей шоколадки отдал сестре? - Как визуальнo объяснить процесс сложения дробей в контексте части шоколадки?
3	- Как сложить дроби с одинаковым знаменателем? - Можно ли решить эту задачу разными способами? - Как найти общую сумму двух дробей с одинаковым знаменателем?
4	- Какую часть шоколадки получила сестра всего? - Каким способом можно решить задачу? - Реши задачу.
5	- Сколько шоколадки у каждого? - Почему знаменатели у дробей не меняются при сложении? - Что можно сказать про количество шоколадки, которую получила сестра?

Практико-ориентированное задание 5. Вычитание дробей.

Текст задачи.

В твоей бутылке было $\frac{5}{6}$ литра сока. Ты выпил $\frac{1}{2}$ литра. Сколько сока осталось в бутылке?

Вопросы к задаче:

1	- Что можно узнать из условия задачи? - Встречалась ли тебе такая ситуация? - Вспомни подобную ситуацию из жизни.
2	- Как можно записать исходные данные в виде дробей? - Что означает каждая дробь? - Расположи дроби на координатном луче.
3	- Будешь ли ты использовать вычитание дробей? - Что нужно сделать со знаменателями и числителями, чтобы вычесть одну дробь из другой? - Какими методами можно решить задачу?
4	- Запиши дроби, которыми ты будешь пользоваться при решении задачи. - Какое действие нужно сделать с дробями? - Реши задачу.
5	- Что означает получившаяся дробь? - Как ты понимаешь число одна треть литра? - Объясни получившийся результат.

Тема: Деление и дроби

Практико-ориентированное задание 6 Упрощение дробей

Текст задачи.

Ты заказал пиццу на праздник. Когда пиццу привезли, мальчишки сразу угостились и осталось $\frac{6}{8}$ частей. Какая доля пиццы осталась, если потом девочки съели еще половину из оставшегося? Упорядочи по размеру.

Вопросы к задаче:

1	- О чем эта задача? - Может ли такое случиться в жизни? - Что нужно сделать?
2	- На сколько частей была разделена пицца? - Нарисуй пирог и его части. - Обведи кусочки, которые съели мальчики.
3	- Что тебе известно про общие знаменатели? - Как записать искомые дроби? - Какие ты видишь способы решения задачи?
4	- Какие дроби ты нашел при обсуждении? - Что нужно сделать с дробями, чтобы решить задачу? - Реши задачу.
5	- Какие дроби встречались тебе при решении задачи? - Как их упорядочить? - Проверь свой ответ.

Практико-ориентированное задание 7. Деление дробей

Текст задачи.

У тебя есть $\frac{1}{2}$ килограмма орехов, и ты хочешь поделиться ими поровну с другом, который принес $\frac{3}{4}$ килограмма. Сколько орехов ты получишь на каждого?

Вопросы к задаче:

1	- Что нужно понять в этой задаче? - Какие параметры в задаче уже известны? - Сколько орехов всего?
2	- Сначала обозначь свои орехи через переменную. - Как ты обозначишь орехи друга? - Составь уравнение.
3	- Можно ли решить задачу при помощи сложения дробей? - Можно ли решить задачу при помощи перевода в десятичные числа? - Выбери способ решения.
4	- Подумай, можно ли решить задачу в уме? - Будешь ли ты при решении использовать составленную ранее формулу? - Реши задачу.
5	- Кто получит больше орехов, если поделить их пополам? - Как ты это понял? - Проинтерпретируй свой результат.

Практико-ориентированное задание 8. Умножение дробей

Текст задачи.

Ты запланировал(а) испечь $\frac{2}{3}$ пирога. Для этого тебе нужно будет использовать $\frac{4}{5}$ от необходимого количества ингредиентов. Сколько ингредиентов ты будешь использовать?

Вопросы к задаче:

1	- Используется ли в задаче ситуация из повседневной жизни? - Почему рецепт пирога используется не полностью? - Как в целом ты понимаешь условие задачи?
2	- Как обозначить полное количество ингредиентов? - Как ты запишешь математически количество используемых ингредиентов для доли пирога и для доли ингредиентов? - Представь и покажи схему готовки пирога.
3	- Как найти используемое количество ингредиентов? - Можно ли решить задачу разными способами? - Расскажи о выбранном способе решения задачи.
4	- Найди отдельные данные. - Подумай, как можно решить задачу при помощи выбранного способа. - Реши задачу.
5	- Каково используемое количество ингредиентов для пирога? - Объясни свой ответ. - Как можно проверить правильность решения?

Тема: Смешанные числа

Практико-ориентированное задание 9 Перевод несовершенной дроби в смешанное число

Текст задачи.

Ты приготовил $\frac{9}{4}$ литра компота. Как выразить это количество?

Вопросы к задаче:

1	- Расскажи, как ты понял условие задачи.
---	--

	- Что ты можешь сказать о количестве компота? - Можно ли встретить такую ситуацию в реальной жизни?
2	- Посмотри, что больше: числитель или знаменатель? - Как называется такая дробь? - Нарисуй, как ты себе представляешь условие задачи.
3	- Запиши дробь в виде смешанного числа. - Что можно понять по виду смешанного числа? - Как смешанное число отражает количество компота?
4	- Выполни деления с остатком. - Каким способом можно решить задачу? - Реши задачу.
5	- В каких случаях удобнее записывать смешанное число? - В каких случаях удобнее записывать дробь? - Как легче представить литры?

Практико-ориентированное задание 10. Перевод смешанного числа в обыкновенную дробь
Текст задачи.

Друзья принесли в класс 2 и еще треть торта. Какое обыкновенное дробное число соответствует этому количеству?

Вопросы к задаче:

1	- Объясни, как ты понял условие задачи. - Можно ли неправильную дробь использовать в житейской ситуации? - Приведи пример.
2	- Можно ли применить способы моделирования, чтобы описать задачу математически? - Смоделируй условие задачи устно. - Нарисуй модель задачи.
3	- Что нужно сделать, чтобы перевести смешанное число в дробь? - Останется ли прежним знаменатель? - Какая сумма получится?
4	- Выдели перевод смешанного числа в дробь. - Объясни, почему ты так сделал. - Реши задачу.
5	- Выпиши четко ответ и объясни его. - Проверь, что дробь соответствует исходному количеству торта. - Сделай вывод.

Тема: Сложение и вычитание смешанных чисел

Практико-ориентированное задание 11. Перевод натурального числа в смешанное число.

Ведро вмещает 12 литров воды. На полив одного куста рассады нужно пол-литра воды, всего на полив одной грядки ушло $\frac{3}{4}$ ведра воды. Сколько литров воды использовано для полива?

Вопросы к задаче:

1	- Связана ли задача с ситуацией в повседневной жизни? - В какой еще жизненной ситуации можно рассчитывать количество воды? - Зачем нужно рассчитывать количество используемой воды?
2	- Что нужно сделать, чтобы выделить часть из целого? - Как можно записать информацию из задачи математически? - Создай модель задачи в виде схемы.
3	- Какие методы решения дробей ты знаешь? - Какие методы решения можно применить к данной задаче? - Какой метод подойдет лучше для решения данной задачи?

4	- Какая часть из всего объема воды использована для полива? - Реши задачу выбранным тобой методом. - Можно ли было решить другим способом?
5	- Устно Расскажи цепочку своих рассуждений для вычисления результата. - Сколько литров использовано на полив грядки? - Какие выводы ты можешь сделать?

Практико-ориентированное задание 12. Придумать задачу.

Задача.

Придумай задачу со смешанными числами.

Вопросы к задаче:

1	- Связана ли задача с ситуацией повседневной жизни? - Как складываются смешанные числа? - Как вычитаются смешанные числа?
2	- Какие способы моделирования ты можешь применить, чтобы описать задачу математически? - Составь модель на координатном луче. - Назови натуральные числа, между которыми расположены смешанные числа.
3	- Назови все методы решения данной задачи. - Какой метод более приемлем? - Какой метод выберешь?
4	- Прочитай все получившиеся при размышлении дроби. - Как ты запишешь решение задачи? - Реши задачу.
5	- Восстанови цепочку вычислений - Проверь свои результаты. - Какой вывод можно сделать в целом по задаче?

Данные диагностики математической грамотности обучающихся 5 класса по результатам решения практико-ориентированных заданий

№ задания	Группа вопросов к заданию	Вера И.	Витя Д.	Даня Г.	Даша И.	Женя Г.	Илья М.	Ильяс Б.	Ира А.	Катя Т.	Лена Б.	Лена И.	Максим И.	Маша М.	Нарис У.	Наташа Л.	Петя Ц.	Серёжа Р.	Тимур М.	Уля П.	Яша В.
1	1)	1	2	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1	1
	2)	0	2	0	1	2	2	0	1	1	1	2	1	0	1	0	1	1	1	1	1
	3)	1	2	1	0	0	2	1	1	1	0	2	1	0	1	0	1	1	0	1	0
	4)	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	2	0
	5)	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	1
<i>Общий балл по заданию 1</i>		4	8	5	4	8	10	4	7	6	4	10	6	3	7	3	8	7	4	7	3
2	1)	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	2	1	1	1	1
	2)	1	1	0	1	1	2	1	1	1	1	2	1	0	1	1	0	1	1	1	0
	3)	0	2	1	1	2	1	0	1	1	1	2	0	1	1	0	1	1	0	1	1
	4)	0	1	1	0	2	2	1	1	1	0	2	0	0	2	0	2	1	1	1	1
	5)	1	2	1	1	2	2	1	1	1	0	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
<i>Общий балл по заданию 2</i>		3	8	4	4	9	9	4	6	5	3	10	5	3	8	3	7	7	4	6	4
3	1)	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	2	2	1	2	0
	2)	1	2	1	1	0	1	0	1	0	0	2	1	1	1	1	2	1	2	1	1
	3)	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	0	1	0	1	1	1	1	0
	4)	0	2	1	1	2	2	1	1	2	0	2	1	1	2	0	1	1	1	1	1
	5)	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1
<i>Общий балл по заданию 3</i>		4	8	6	5	8	8	4	7	5	3	10	6	3	7	3	7	6	6	6	3
4	1)	0	2	2	1	2	2	1	1	2	0	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
	2)	1	1	0	0	0	2	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1
	3)	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	0	1	1	1	1	0	2	1
	4)	1	2	1	2	2	2	1	1	1	0	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1
	5)	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	0	2	0	2	2	1	2	1
<i>Общий балл по заданию 4</i>		4	9	5	5	8	9	4	6	5	3	9	5	2	8	4	8	7	4	8	5

Продолжение приложения Б

5	1)	1	2	2	1	2	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	2	1	2	2	0
	2)	0	1	0	1	1	2	0	1	1	0	1	1	0	2	1	1	2	0	1	0
	3)	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	0	1	1	1	1	1	1	1
	4)	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	5)	2	2	1	1	2	2	1	2	21	1	2	2	1	1	1	2	1	1	2	1
<i>Общий балл по заданию 5</i>		5	8	5	5	9	10	5	7	6	4	9	6	3	7	3	7	6	5	7	3
6	1)	1	2	2	2	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1
	2)	0	0	1	0	1	2	1	1	0	0	1	1	0	1	0	2	1	1	2	0
	3)	1	2	1	1	2	2	0	1	1	0	2	1	0	1	0	1	1	1	1	1
	4)	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	1	0	1	1	1	1	1	1	1
	5)	1	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1
<i>Общий балл по заданию 6</i>		4	9	6	6	9	10	4	7	6	3	9	5	3	7	3	7	6	5	6	4
7	1)	1	2	2	1	2	2	2	1	1	0	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1
	2)	1	1	2	1	1	2	0	1	0	0	2	0	0	2	0	1	0	1	1	0
	3)	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	0	1	1	0	2	1
	4)	1	2	1	1	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1
	5)	1	2	1	1	2	2	2	2	2	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	1
<i>Общий балл по заданию 7</i>		5	9	7	5	9	9	5	6	6	3	10	6	4	7	3	7	7	4	7	4
8	1)	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	2	2	2
	2)	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
	3)	1	1	0	1	2	2	1	1	1	0	2	1	1	2	1	2	1	1	1	1
	4)	1	2	1	1	2	2	0	1	1	1	2	2	0	2	1	2	2	1	2	1
	5)	1	2	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	2	2	2	2	2
<i>Общий балл по заданию 8</i>		5	8	5	4	8	9	4	6	5	3	9	6	3	8	4	8	8	7	8	6
9	1)	2	1	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	1	1	2	2
	2)	0	1	1	1	2	1	0	0	0	2	2	1	0	1	0	1	2	1	1	2
	3)	1	2	1	1	2	2	0	1	1	0	2	1	0	2	0	2	1	1	1	1
	4)	1	2	1	1	1	2	2	2	2	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1
	5)	1	2	2	1	2	2	2	2	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1
<i>Общий балл по заданию 9</i>		5	8	6	5	9	9	5	7	5	5	10	6	3	8	3	8	7	6	8	7

Окончание приложения Б

10	1)	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1
	2)	1	1	1	1	1	2	1	2	1	0	2	2	0	1	0	1	2	1	0	2
	3)	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	2	0	1	2	1	2	2
	4)	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1
	5)	1	2	2	1	2	2	2	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
<i>Общий балл по заданию 10</i>		6	9	6	5	8	10	6	8	5	4	10	7	5	9	5	7	7	6	7	7
11	1)	1	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2	1	1
	2)	0	2	1	0	1	2	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	2	1
	3)	1	2	1	0	2	2	1	1	1	1	2	1	0	2	1	2	1	1	1	1
	4)	1	1	1	1	2	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
	5)	1	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	1	2
<i>Общий балл по заданию 11</i>		5	9	6	5	9	10	5	7	7	4	9	6	4	8	5	9	8	5	7	6
12	1)	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	2
	2)	1	2	1	1	2	1	0	0	1	0	2	2	1	0	1	0	2	1	0	1
	3)	1	2	1	1	2	2	1	2	0	1	2	1	0	2	1	2	2	1	2	1
	4)	1	1	1	1	1	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
	5)	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	2	2	1
<i>Общий балл по заданию 12</i>		6	9	6	5	8	9	5	8	6	4	10	7	4	8	5	8	8	6	8	6

