

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики

(наименование института/факультета)

Кафедра-разработчик математики и методики обучения математике
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО

ОДОБРЕНО

На заседании кафедры
Протокол № 8 от «07» мая 2025
Шашкина Мария Борисовна
ФИО зав. кафедрой

На заседании научно-методического
совета специальности (направления
подготовки)
Протокол № 8 от 14 мая 2025

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся

по теории чисел

наименование дисциплины /практики/модуля

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
«математика» и «информатика»
реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию
«Ядра высшего педагогического образования»

Квалификация: бакалавр

Составитель: С.И. Калачева, доцент
(ФИО, должность)

ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ

ИТОГОВЫЙ ТЕСТ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ (зачёт)

1. Запишите число из промежутка $[-5; 1]$, сравнимое с 12 по модулю 6
_____.
2. Выберите верные сравнения:
 - 1) $13^4 \equiv 1(\text{mod } 5)$;
 - 2) $28^8 \equiv 1(\text{mod } 10)$;
 - 3) $28^8 \equiv 1(\text{mod } 5)$;
 - 4) $13^4 \equiv 1(\text{mod } 7)$.
3. Какие из записанных систем чисел являются полными системами вычетов по модулю 7?
 - 1) {1, 2, 3, 4, 5, 6};
 - 2) {0, 1, 9, 3, -3, 5, 20};
 - 3) {-2, 1, 2, 3, 4, 5, 6};
 - 4) {1, 2, 0, 10, 4, -5, 6}.
4. Какие из записанных систем чисел являются приведенными системами вычетов по модулю 8?
 - 1) {2, 4, 6};
 - 2) {1, -5, 3, -1};
 - 3) {1, 3, 5, 7};
 - 4) {-7, -3, 1, 13}.
5. Какие из записанных выражений не являются верными?
 - 1) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + c \equiv b + d(m)$
 - 2) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a - c \equiv b - d(m)$
 - 3) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow ac \equiv bd(m)$
 - 4) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + d \equiv b + c(m)$
6. Найдите две последние цифры числа 6^{123} _____.
7. По какому модулю приведенная система вычетов содержит 6 чисел?
8. Количество классов вычетов по модулю 60, взаимно простых с модулем, равно

9. Какую степень имеет сравнение $8x^{20} - 15x^{19} + 7x^{18} + 28x^{17} - 4x^{16} + 30x^{15} + 10x^6 - 4x^3 + 23x^2 - 21x - 11 \equiv 0(\text{mod } 13)$ _____
10. Найдите остаток от деления $3^{80} + 7^{80}$ на 11 _____
11. Решением сравнения $20x \equiv 15(\text{mod } 7)$ являются числа класса вычетов

12. Определите количество решений сравнения $12x - 9 \equiv 0(\text{mod } 6)$:
 - 1) 0;
 - 2) 1;
 - 3) 2;
 - 4) 3.
13. Вычислите $\varphi(600)$ _____.
14. Система сравнений $\begin{cases} x \equiv 6(\text{mod } 7) \\ x \equiv 27(\text{mod } 4) \\ x \equiv -13(\text{mod } 6) \end{cases}$
 - 1) Имеет одно решение;
 - 2) не имеет решения;
 - 3) имеет 2 решения;
 - 4) имеет 4 решения.
15. Число $1999 \cdot 2001 + 1$ по модулю 4 сравнимо с числом:
 - 1) 0;
 - 2) 1;
 - 3) 2;
 - 4) 3.
16. Все решения сравнения $9x \equiv 15(\text{mod } 12)$ исчерпываются следующими:

- 1) $x \equiv 3 \pmod{12}$ 2) $x \equiv 3 \pmod{12}$ 3)) $x \equiv 3 \pmod{12}$
 $x \equiv 6 \pmod{12}$ $x \equiv 7 \pmod{12}$ 4)) $x \equiv 6 \pmod{12}$
 $x \equiv 9 \pmod{12}$ $x \equiv 15 \pmod{12}$ $x \equiv 11 \pmod{12}$

17. Замените сравнение $15x^9 - 12x^5 + 23x - 11 \equiv 0 \pmod{5}$ более простым ему равносильным _____.

18. При каком условии система сравнений $\begin{cases} x \equiv \alpha \pmod{m_1} \\ x \equiv \beta \pmod{m_2} \end{cases}$ имеет единственное решение? _____

19. Какой системой сравнений может быть заменено сравнение $3x^3 - 4x^2 + 5 \equiv 0 \pmod{15}$

20. Понизьте степень сравнения $39x^{151} + 573x^{101} + x^{111} - 3x^5 + 9x^2 + 10x - 5 \equiv 0 \pmod{11}$ и уменьшите коэффициенты _____.

ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ

Самостоятельная работа №1

Цепные дроби.

Вариант 1

1. Найдите значения цепной дроби:
(a) [1,2,3]; (b) [3,2,2]; (c) [3,1,2].
 2. Разложите в цепную дробь:
(a) $\frac{3}{5}$; (b) $\frac{11}{13}$; (c) $\frac{9}{7}$; (d) $\frac{17}{5}$.

Самостоятельная работа №2

Теория сравнений.

Вариант 1

1. Какому классу вычетов по модулю n принадлежит

число a , если: (a) $a = 23, n = 4$; (b) $a =$

(c) $a = -12, n = 5$; (d) $a = 14, n = 6$?

2. Выпишите полную систему вычетов по модулю n , содержащую

число a , если: (a) $a = 22, n = 4$; (b) $a = -11, n = 5$;

(c) $a = 12, n = 6$.

3. Выпишите приведенную систему вычетов по модулю n , содержащую

число a , если: (a) $a = 21, n = 4$; (b) $a = -11, n = 5$; (c)

$a = 13, n = 6$.

4. Найдите остаток от деления a на n , если:

(a) $a = 3^{147}, n = 5$; (b) $a = 2^{188}, n = 7$; (c) $a = 4^{123}, n = 11$.

5. Решите сравнение:

(a) $2x \equiv 3 \pmod{5}$; (c) $-2x \equiv 1 \pmod{3}$; (e) $-5x \equiv 3 \pmod{6}$;

(b) $3x \equiv 2 \pmod{4}$; (d) $-3x \equiv 2 \pmod{5}$; (f) $2x \equiv 4 \pmod{7}$.

6. Решите систему сравнений

$$(a) \begin{cases} x \equiv 3 \pmod{8} \\ x \equiv 11 \pmod{20} \end{cases} (b) \begin{cases} 5x \equiv 8 \pmod{14} \\ 3x \equiv 72 \pmod{15} \end{cases} (c) \begin{cases} 6x \equiv 2 \pmod{20} \\ x \equiv -2 \pmod{5} \\ 4x \equiv 11 \pmod{29} \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 10x \equiv 20 \pmod{30} \\ 4x \equiv 2 \pmod{10} \\ 8x \equiv 16 \pmod{4} \end{cases}$$

7. Решите сравнение

(a) $x^5 - 2x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{3}$;

(b) $x^7 + 4x - 3 \equiv 0 \pmod{5}$;

(c) $x^8 - 6x^2 + 2 \equiv 0 \pmod{7}$;

(d) $x^6 + 6x - 2 \equiv 0 \pmod{3}$;

(e) $x^6 - 11x^2 + 3 \equiv 0 \pmod{5}$;

(f) $x^7 + 4x + 5 \equiv 0 \pmod{7}$.

8. Выясните, сколько решений имеет сравнение:

(a) $x^2 \equiv 12 \pmod{5}$; (b) $x^2 \equiv 13 \pmod{7}$; (c) $x^2 \equiv 14 \pmod{11}$.

Самостоятельная работа №3

Показатели, первообразные корни и индексы.

Вариант 1

1. Вычислите показатель $P(a)$ числа a по модулю m :

- (a) $P_5(3)$; (b) $P_6(5)$; (c) $P_7(2)$; (d) $P_8(3)$; (e) $P_9(4)$; (f) $P_{11}(3)$.

2. Решите сравнение:

- (a) $31x^6 \equiv 20 \pmod{7}$; (b) $32x^8 \equiv 10 \pmod{11}$; (c) $3x^3 \equiv 2 \pmod{5}$;
 (d) $x^{17} \equiv 2 \pmod{7}$; (e) $31x^6 \equiv 20 \pmod{13}$.

3. Найдите длину периода десятичной записи дроби:

$$(a) \frac{2}{3}; (b) \frac{1}{3}; (c) \frac{1}{7}; (d) \frac{5}{9}; (e) \frac{4}{9}; (f) \frac{7}{9}; (g) \frac{5}{11}.$$

ИТОГОВЫЙ ТЕСТ ПО АЛГЕБРЕ (Зачет)

21. Запишите число из промежутка $[-5; 1]$, сравнимое с 12 по модулю 6 _____.
22. Выберите верные сравнения:
- 1) $13^4 \equiv 1 \pmod{5}$; 2) $28^8 \equiv 1 \pmod{10}$;
 3) $28^8 \equiv 1 \pmod{5}$; 4) $13^4 \equiv 1 \pmod{7}$.
23. Какие из записанных систем чисел являются полными системами вычетов по модулю 7?
- 1) {1, 2, 3, 4, 5, 6}; 2) {0, 1, 9, 3, -3, 5, 20};
 3) {-2, 1, 2, 3, 4, 5, 6}; 4) {1, 2, 0, 10, 4, -5, 6}.
24. Какие из записанных систем чисел являются приведенными системами вычетов по модулю 8?
- 1) {2, 4, 6}; 2) {1, -5, 3, -1}; 3) {1, 3, 5, 7}; 4) {-7, -3, 1, 13}.
25. Какие из записанных выражений не являются верными?
- 1) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + c \equiv b + d(m)$
 2) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a - c \equiv b - d(m)$
 3) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow ac \equiv bd(m)$
 4) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + d \equiv b + c(m)$
26. Найдите две последние цифры числа 6^{123} _____.
27. По какому модулю приведенная система вычетов содержит 6 чисел?
28. Количество классов вычетов по модулю 60, взаимно простых с модулем, равно _____
29. Какую степень имеет сравнение $8x^{20} - 15x^{19} + 7x^{18} + 28x^{17} - 4x^{16} + 30x^{15} + 10x^6 - 4x^3 + 23x^2 - 21x - 11 \equiv 0 \pmod{13}$ _____
30. Найдите остаток от деления $3^{80} + 7^{80}$ на 11 _____
31. Решением сравнения $20x \equiv 15 \pmod{7}$ являются числа класса вычетов _____
32. Определите количество решений сравнения $12x - 9 \equiv 0 \pmod{6}$:
 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.
33. Вычислите $\varphi(600)$ _____.

34. Система сравнений $\begin{cases} x \equiv 6 \pmod{7} \\ x \equiv 27 \pmod{4} \\ x \equiv -13 \pmod{6} \end{cases}$

- 2) Имеет одно решение; 2) не имеет решения;
 3) имеет 2 решения; 4) имеет 4 решения.

35. Число $1999 \cdot 2001 + 1$ по модулю 4 сравнимо с числом:

- 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.

36. Все решения сравнения $9x \equiv 15 \pmod{12}$ исчерпываются следующими:

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{matrix} x \equiv 3 \pmod{12} \\ x \equiv 6 \pmod{12} \\ x \equiv 9 \pmod{12} \end{matrix} & 2) \begin{matrix} x \equiv 3 \pmod{12} \\ x \equiv 3 \pmod{12} \end{matrix} & 3) \begin{matrix} x \equiv 3 \pmod{12} \\ x \equiv 7 \pmod{12} \\ x \equiv 15 \pmod{12} \end{matrix} \\ & & 4) \begin{matrix} x \equiv 3 \pmod{12} \\ x \equiv 6 \pmod{12} \\ x \equiv 11 \pmod{12} \end{matrix} \end{array}$$

37. Замените сравнение $15x^9 - 12x^5 + 23x - 11 \equiv 0 \pmod{5}$ более простым ему равносильным _____.

38. При каком условии система сравнений $\begin{cases} x \equiv \alpha \pmod{m_1} \\ x \equiv \beta \pmod{m_2} \end{cases}$ имеет единственное решение? _____

39. Какой системой сравнений может быть заменено сравнение $3x^3 - 4x^2 + 5 \equiv 0 \pmod{15}$

40. Понизьте степень сравнения $39x^{151} + 573x^{101} + x^{111} - 3x^5 + 9x^2 + 10x - 5 \equiv 0 \pmod{11}$ и уменьшите коэффициенты _____.