ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»
Институт математики, физики и информатики
(наименование института/факультета)
Кафедра-разработчик Информатики и информационных технологий в образовании
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры Протокол № 9 от «07» мая 2025 г.
Заведующий кафедрой
информатики и информационных технологий в образовании
Пак Н.И.

ОДОБРЕНО
на заседании научно-методического совета направления подготовки Протокол № 8 от «14» мая 2025 г.
Председатель
Аёшина Е.А.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
По дисциплине «Дискретные модели в информатике»

Для профилей по направлениям подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию «Ядра высшего педагогического образования»
Квалификация: бакалавр

Составитель:
к.п.н, доцентом кафедры ИИТвО Бархатовой Д.А.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00BE888A562437DD0D6A077C2C7EE44514
Владелец: Холина Мария Валерьевна
Действителен: с 17.06.2024 до 10.09.2025

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО и профессиональным стандартам Педагог (профессиональная деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Минтруда России от 18.10.2013 N 544н.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию «Ядра высшего педагогического образования», квалификация (степень): бакалавр.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС. установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств **рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.**

Эксперт

учитель информатики высшей категории,
заместитель директора по учебно-воспитательной работе
МБОУ «СОШ № 10 с углубленным изучением отдельных
предметов имени академика Ю.А. Овчинникова»
г. Красноярска

МП

________ Г.С. Карпенко

Входное тестирование

(задания ОГЭ по Информатике и ИКТ, источник: https://inf-oge.sdamgia.ru/)

1. Напишите наибольшее целое число *x*, для которого истинно высказывание:

$(X > 5)$ **И НЕ** $(X > 15)$.

2. Напишите наибольшее целое число *x*, для которого истинно высказывание:

НЕ $(X <= 11)$ **И НЕ** $(X >= 17)$.

3. Напишите наибольшее целое число *x*, для которого истинно высказывание:

НЕ (*X* чётное) **И НЕ** $(X >= 11)$.

4. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
A		2	5	1	
B	2		3		
C	5	3		3	2
D	1		3		
E			2		

Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и E. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице.

5. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых в (километрах) приведена в таблице.

	A	B	C	D	E	F
A		3	5			15
B	3		1	4		
C	5	1		2		9
D		4	2		3	6
E				3		4
F	15		9	6	4	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и F, проходящего через пункт C. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице.

6. В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

Запрос	**Количество страниц (тыс.)**
фрегат & эсминец	500
фрегат | эсминец	4500
эсминец	2500

Сколько страниц **(в тысячах)** будет найдено по запросу **фрегат**?

7. В языке запросов поискового сервера для обозначения логических операций «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» — символ «&».

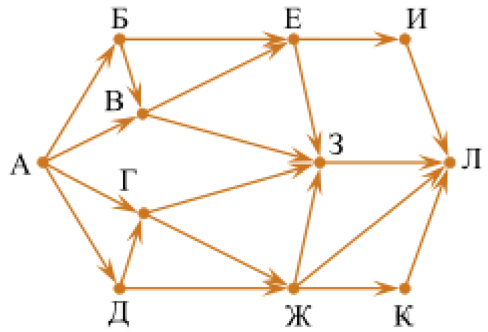
В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
Москва & Метро	980
Метро	4320
Москва	5430

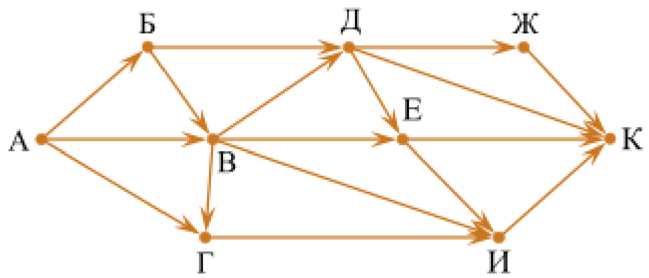
Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу *Москва* | *Метро*?

Считается, что все запросы выполнились практически одновременно, так что хранящаяся на поисковом сервере информация о наборе страниц, содержащих все искомые слова, не изменялась за время выполнения запросов.

8. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К и Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л?



9. На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из пункта А в пункт К, не проходящих через пункт Е?



Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

Решение задач по лабораторным работам: 5 балла выставляется, если обучающийся выполнил всю лабораторную работу, правильно изложил все варианты решения, аргументировав их в поставленные сроки.
4 балла выставляется, если обучающийся решил не менее 85% рекомендованных заданий, правильно изложил все варианты решения, аргументировав их в поставленные сроки.
3 балла выставляется, если обучающийся выполнил всю лабораторную работу, правильно изложил все варианты решения, аргументировав их, но сдал их не в установленные сроки.
2 балл выставляется, если обучающийся решил не менее 65% рекомендованных задач, правильно изложил все варианты их решения, или выполнил не менее 85%, но нарушил сроки исполнения.
1 балл выставляется, если обучающийся решил не менее 65% рекомендованных задач, правильно изложил все варианты их решения, но нарушил сроки исполнения.
0 баллов - если обучающийся выполнил менее 50% задания, и/или неверно указал варианты решения.

№ лабораторной	Содержание	Баллы
Лабораторная работа 1	Решение задач по темам: 1. Основные операции над множествами. 2. Алгебра множеств.	0-5
Лабораторная работа 2	Решение задач по темам: 1. Основные правила комбинаторики. 2. Размещения, перестановки, сочетания без повторений и с повторениями. 3. Свойства сочетаний. Треугольник Паскаля. 4. Бином Ньютона.	0-5
Лабораторная работа 3	Решение задач по темам: 1. Принцип включения и исключения. 2. Рекуррентные соотношения и их решение. 3. Производящие функции. Числа Фибоначчи. 4. Биномиальная формула	0-5
Лабораторная работа 4	Решение задач по темам: 1. Определение графа. Изоморфизм графов, обобщения понятия графа. 2. Представление графа в памяти компьютера. 3. Операции над графами. Подграфы графа. 4. Маршруты, цепи, циклы. Степени вершин, лемма о рукопожатиях. 5. Поиск в графе в глубину и ширину.	0-5

	6. Связные графы и их свойства Работа в среде https://graphonline.ru/	
Лабораторная работа 5	Решение задач по темам: 1. Определение и свойства деревьев. 2. Определение остова графа. Циклический ранг графа. 3. Взвешенные графы и их представление в памяти ЭВМ. 5. Построение остова минимального веса связного графа методами Краскала и Прима Работа в среде https://graphonline.ru/	0-5
Лабораторная работа 6	Решение задач по темам: 1. Определение двудольного графа. Теорема Кенига. 2. Алгоритм проверки двудольности графа. 3. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера и следствия из нее. 4. Алгоритм обхода эйлеровых графов. 5. Гамильтоновы графы. 6. Кратчайш ие пути на графах Работа в среде https://graphonline.ru/	0-5
Лабораторная работа 7	Решение задач по темам: 1. Высказывания, операции логики высказываний. 2. Понятие формулы. 3. Интерпретация формул в логике высказываний. 4. Булева алгебра	0-5
Лабораторная работа 8	Решение задач по теме: Представление формул в конъюнктивной и дизъюнктивной нормальных формах	0-5
Лабораторная работа 9	Решение задач по темам: Логическое следствие. Критерии. Идея метода резолюции. Понятие терма и предиката. Построение формул в логике предикатов первого порядка.	0-5

	Интерпретация формул в логике предикатов первого порядка. Представление формул в предваренной нормальной форме	

Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

Контрольные работы оцениваются от 0 до 10 баллов.

Контрольная работа 1
Множества и операции над ними

Вариант 1

Задание 1. Изобразите следующие множества геометрически:
а) $A \cup B$, б) $A \cap B$, в) $A \setminus B$, г) $B \setminus A$, д) $\overline{A \cup B}$, е) $\overline{A \cap B}$, ж) $A \cup \overline{B}$, з) $\overline{A} \cap B$,
если А=$[1;3)$, В=$(-1;2]$.

Задание 2. Проверьте равенства множеств, используя круги Эйлера:
$A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$.

Задание 3. Из 1000 студентов, занимающихся естественными науками, 630 посещают спецкурс по биологии, 390 – по химии и 720 – по математике. 440 посещают и математику, и биологию, 250 – и математику, и химию, и 200 – и биологию, и химию. 130 студентов посещают лекции по всем предметам. Сколько из 1000 студентов не посещают ни математики, ни биологии, ни химии?

Вариант 2

Задание 1. Изобразите следующие множества геометрически:
а) $A \cup B$, б) $A \cap B$, в) $A \setminus B$, г) $B \setminus A$, д) $\overline{A \cup B}$, е) $\overline{A \cap B}$, ж) $A \cup \overline{B}$, з) $\overline{A} \cap B$,
если А=$(0;5)$, В=$[-2;1]$.

Задание 2. Проверьте равенства множеств, используя круги Эйлера:
$A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$.

Задание 3. Из 170 спортсменов 70 занимаются футболом, 95 – хоккеем и 80 – теннисом. 30 занимаются и футболом, и хоккеем, 35 – и футболом, и теннисом, 15 – и хоккеем, и теннисом. 5 занимаются всеми 3 видами спорта. Сколько занимаются ровно 2 видами спорта?

Вариант 3

Задание 1. Изобразите следующие множества геометрически:
а) $A \cup B$, б) $A \cap B$, в) $A \setminus B$, г) $B \setminus A$, д) $\overline{A \cup B}$, е) $\overline{A \cap B}$, ж) $A \cup \overline{B}$, з) $\overline{A} \cap B$,
если A=$[-2;3]$, B=$(-1;5)$.

Задание 2. Проверьте равенства множеств, используя круги Эйлера:
$B \setminus A = (A \cup B) \setminus A$

Задание 3. Из 100 студентов изучают языки: испанский – 28, немецкий – 30, французский – 42, испанский и немецкий – 8, испанский и французский – 10, немецкий и французский – 5, все 3 языка – 3. Сколько студентов не изучает ни одного языка?

Контрольная работа 2
Задачи комбинаторики
Вариант 1

1. В профком избрано 9 человек. Сколькими способами можно из них выбрать председателя, заместителя, секретаря и культорга?
2. Из группы, состоящей из 7 мужчин и 4 женщин, надо выбрать 6 человек так, чтобы среди них было не менее 2 женщин. Сколькими способами это можно сделать?
3. Сколько существует натуральных чисел, не больших 1000 и не делящихся на числа 3, 5, 7, 11?
4. Доказать тождество $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = 0$.
5. Найти решение рекуррентного соотношения $f_{n+2} = 7 \cdot f_{n+1} - 12 \cdot f_n$, соответствующее начальным членам последовательности $a_0 = 0$, $a_1 = 1$.

Вариант 2

1. Пять девушек и трое юношей играют в городки. Сколькими способами они могут разбиться на 2 команды по 4 человека, если в каждой команде должны быть хотя бы один юноша?
2. Автомобильные номера состоят из 1,2 или 3 букв и 4 цифр. Найти число всех различных номеров, если используются 32 буквы русского алфавита.
3. Сколькими способами можно переставить буквы в слове «тик-так» так, чтобы, не учитывая дефиса, одинаковые буквы не шли друг за другом?
4. Доказать тождество $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k \cdot (k+1) \cdot C_n^k = 0$.
5. Найти решение рекуррентного соотношения $f_{n+2} = -3 \cdot f_{n+1} + 10 \cdot f_n$, соответствующее начальным членам последовательности $a_0 = 1$, $a_1 = 2$.

Вариант 3

1. Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове «парабола»?
2. Сколько различных натуральных четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 123153?
3. Сколько неотрицательных целых чисел, не больших миллиона, содержат все цифры 1, 2, 3, 4?

4. Доказать тождество $C_n^1 - 2\cdot C_n^2 + 3\cdot C_n^3 - ... + (-1)^{n-1}\cdot n\cdot C_n^n = 0$, при n>1.
5. Найти решение рекуррентного соотношения $a_{n+2} = 5\cdot a_{n-1} - 6\cdot a_n$, соответствующее начальным членам последовательности, $a_0 = 1,\ a_1 = -7$.

Контрольная работа 3
Алгоритмы на графах

Вариант 1

1. Построить девять неизоморфных графов порядка 6 с тремя компонентами.

2. Граф задан матрицей смежности. Изобразить граф и два его подграфа, получаемые обходом его вершин поиском в ширину и глубину

$$\begin{pmatrix} 0&0&1&1&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\ 1&1&0&0&0&1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&1&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&1&0&0&1&1&0&1&1&0\\ 0&0&0&0&1&0&1&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&0 \end{pmatrix}$$

3. Доказать, что в связном графе любые две максимальные простые цепи имеют общую вершину.

4. Используя алгоритм Краскала, найти остов минимального веса для графа G(8,13), заданного списком ребер: (1,2,9), (1,3,3), (1,6,8), (1,8,6), (2,3,4), (3,4,6), (3,5,8), (4,5,4), (4,6,5), (5,7,1),(6,7,3), (6,8,4), (7,8,4).

5. Граф задан матрицей смежности.
Если граф эйлеров, найти эйлеров цикл, применяя алгоритм Флери.

$$\begin{vmatrix} 0&1&1&0&0&1&1\\ 1&0&1&0&0&1&1\\ 1&1&0&1&0&0&1\\ 0&0&1&0&1&1&1\\ 0&0&0&1&0&0&1\\ 1&1&0&1&0&0&1\\ 1&1&1&1&1&1&0 \end{vmatrix}$$

6. Используя алгоритм Дейкстры, найти кратчайшие пути из вершины 1 ко всем остальным для орграфа G(6,9), заданного списком дуг: (1,2,3), (1,4,2), (2,4,12), (2,5,6), (3,4,7), (3,2,15), (5,4,13), (5,6,4), (6,3 10).

Вариант 2

1. Построить восемь неизоморфных графов порядка 6 с 5 ребрами.

2. Граф задан матрицей смежности Изобразить граф и два его подграфа, получаемые обходом его вершин поиском в ширину и глубину

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Существует ли самодополнительный граф порядка 10 ?

4. Используя алгоритм Прима, найти остов минимального веса для графа G(8,13), заданного списком ребер: (1,2,5), (1,3,2), (1,6,9), (1,8,6), (2,3,4), (3,4,2), (3,5,8), (4,5,4), (4,6,5), (5,7,1), (6,7,10), (6,8,4), (7,8,7).

5. Граф задан матрицей смежности. Если граф эйлеров, найти эйлеров цикл , применяя алгоритм Флери.

0 1 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 1 1
0 1 0 1 1 0 1
0 0 1 0 1 0 0
0 0 1 1 0 1 1
1 1 0 0 1 0 1
0 1 1 0 1 1 0

6. Используя алгоритм Дейкстры, найти кратчайшие пути из вершины 1 ко всем остальным для орграфа G(6,9), заданного списком дуг: (1,2,3), (1,4,2), (2,4,12), (2,5,6), (3,4,7), (3,2,15), (5,4,13), (5,6,4), (6,3 10).

Вариант 3

1. Построить восемь неизоморфных графов порядка 6 с 5 ребрами.

2. Граф задан матрицей смежности. Изобразить граф и два его подграфа, получаемые обходом его вершин поиском в ширину и глубину.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Существует ли самодополнительный граф порядка 18 ?

4. Используя алгоритм Краскала, найти остов минимального веса для графа G(7,12), заданного списком ребер: (1,2,8), (1,3,3), (1,6,9), (1,5,3), (2,3,4), (3,7,12), (3,5,8), (3,4,1), (4,6,5), (4,7,1), (4,5,10), (5,6,2)).

5. Граф задан матрицей смежности. Найти эйлеров путь в графе, применяя алгоритм Флери.

$$
\begin{matrix}
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0
\end{matrix}
$$

6. Используя алгоритм Дейкстры, найти кратчайший путь из вершины 1 в вершину 6 для орграфа G(6,9), заданного списком дуг: (1,2,3), (1,4,9) , (2,4,2), (2,5,1), (4,3,7), (5,3,3), (3,6,13), (5,6,4), (2,6,10).

Контрольная работа 4
Математическая логика
(задания для вариантов)

1. Докажите равносильности:

1) $(x \vee y) \wedge (x \vee \overline{y}) \equiv x$; 2) $x \vee (\overline{x} \wedge y) \equiv x \vee y$;

3) $x \leftrightarrow y \equiv \overline{x} \leftrightarrow \overline{y}$; 4) $x \wedge y \vee \overline{x} \wedge y \vee \overline{x} \wedge \overline{y} \equiv x \to y$;

5) $x \to \overline{y} \equiv y \to \overline{x}$; 6) $x \to (y \to z) \equiv x \wedge y \to z$;

2. Докажите тождественную истинность или тождественную ложность формул:

1) $x \wedge y \to x$; 2) $(x \to y) \to (\overline{y} \to \overline{x})$;

3) $x \to (x \vee y)$; 4) $(\overline{y} \to \overline{x}) \to (x \to y)$;

5) $(x \to y) \wedge (x \to \overline{y}) \to \overline{x}$; 6) $x \wedge (x \to y) \wedge (x \to \overline{y})$;

3. Используя основные равносильности, упростите следующие формулы

1) $\overline{x \to y} \wedge \overline{x \wedge y} \vee y$; 2) $(x \to y) \wedge (x \vee y \wedge z) \wedge (x \to z) \vee \overline{z}$;

3) $x \wedge y \vee \overline{y \wedge z} \vee y$; 4) $\overline{x \wedge y \wedge z} \vee x \wedge \overline{y \wedge z} \vee x \wedge y \wedge z$;

5) $\overline{z \to \overline{y}} \vee \overline{y \wedge x} \vee (y \wedge \overline{z} \to \overline{y})$; 6) $\overline{x \to y} \vee \overline{z \to y} \vee y$;

7) $(x \to y) \to \overline{y}$; 8) $x \wedge y \vee x \wedge \overline{z} \vee (\overline{x} \to y) \vee x \vee y \wedge \overline{z}$.

4. Для следующих формул найдите СДНФ и СКНФ, каждую двумя способами (путем преобразований и используя таблицы истинности):

1) $x \wedge (x \to y)$; 2) $(\overline{x \wedge y} \to \overline{x}) \wedge \overline{x \wedge y \to \overline{y}}$;

3) $(x \to y) \to (y \to x)$; 4) $(x \vee \overline{z}) \to y \wedge z$;

5) $(\overline{a} \to c) \to \overline{\overline{b} \to \overline{a}}$; 6) $(x \vee \overline{y} \to x \wedge z) \to \overline{x \to \overline{x}} \vee y \wedge \overline{z}$;

5. Выясните, являются ли логически правильными следующие рассуждения:

1) Если 3 и 5 – простые числа, то они простые числа – близнецы. Числа 7 и 11 простые. Следовательно, 7 и 11 – простые числа-близнецы.

2) Если 8 – составное число, то 16 – составное число. Если 16 – составное число, то существуют простые числа. Если существуют простые числа, то число 16 – составное. Простые числа существуют. Следовательно, число 8 – составное.

3) Если функция f и g непрерывны на [a,b], то их сумма непрерывна на [a,b]. Их сумма не является непрерывной. Первая функция непрерывна. Следовательно, вторая функция не является непрерывной.
4) Или Петр и Иван братья, или они однокурсники. Если Петр и Иван братья, то Сергей и Иван не братья. Если Петр и Иван однокурсники, то Иван и Михаил также однокурсники. Следовательно, или Сергей и Иван не братья, или Иван и Михаил однокурсники.
5) Если Петр не встречал Ивана, то либо Иван не был на лекциях, либо Петр лжет. Если Иван был на лекциях, то Петр встречал Ивана, и Сергей был в читальном зале после лекций. Если Сергей был в читальном зале после лекций, то либо Иван не был на лекциях, либо Петр лжет. Следовательно, Иван не был на лекциях.
6. Решите логическую задачу
1. В школе, перешедшей на самообслуживание, четырем старшеклассникам: Андрееву, Костину, Савельеву и Давыдову поручили убрать 7-ой, 8-ой, 9-ый и 10-ый классы. При проверке оказалось, что 10-ый класс убран плохо. Не ушедшие домой ученики сообщили о следующем: 1) Андреев: "Я убирал 9-ый класс, а Савельев – 7-ой". 2) Костин: "Я убирал 9-ый класс, а Андреев – 8-ой". 3) Савельев: "Я убирал 8-ой класс, а Костин – 10-ый". Давыдов уже ушел из школы домой. В дальнейшем выяснилось, что каждый ученик в одном из двух высказываний говорил правду, а во втором ложь. Какой класс убирал каждый ученик?
2. Пять школьников из пяти различных городов Брянской области прибыли для участия в областной олимпиаде по математике. На вопрос: "Откуда Вы?" каждый дал ответ: Иванов: "Я приехал из Клинцов, а Дмитриев – из Новозыбкова". Сидоров: "Я приехал из Клинцов, а Петров – из Трубчевска". Петров: "Я приехал из Клинцов, а Дмитриев – из Дятькова". Дмитриев: "Я приехал из Новозыбкова, а Ефимов – из Жуковки". Ефимов: "Я приехал из Жуковки, а Иванов живет в Дятькове". Откуда приехал каждый из школьников, если одно его утверждение верно, а другое ложно?
3. Семья, состоящая из отца A, матери B и трех дочерей C, D, E купила телевизор. Условились, что в первый вечер будут смотреть передачи в таком порядке: 1) Когда отец A смотрит передачу, то мать B делает то же. 2) Дочери D и E, обе или одна из них, смотрят передачу. 3) Из двух членов семьи – мать B и дочь C – смотрят передачу одна и только одна. 4) Дочери C и D обе смотрят, или обе не смотрят. 5) Если дочь E смотрит передачу, то отец A и дочь D делают то же. Кто из членов семьи в этот вечер смотрит передачу?

Итоговое тестирование

Вариант 1

1. В трёх седьмых классах 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько ребят заняты только спортом?
2. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10 - в Италии, 6 - в Англии; в Англии и Италии - 5; в Англии и Франции - 6; во всех трех странах - 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?
3. Пусть A={x ; x^2 + x - 20 =0}, B={-5;3;5;7}.Найдите A ∩ B.
4. Укажите пустые множества среди следующих

а) множество целых корней уравнения x^2 - 9=0;

б) множество целых корней уравнения x^2 + 9=0 ;

в) множество натуральных чисел ,меньших 1;

г) множество действительных корней уравнения $\frac{1}{x}$ = 0

5. Сколькими способами из слова *алгоритм* можно выбрать две буквы, одна из которых гласная, а другая согласная ?

А) 30; Б) 8; В) 15; Г)16;

6. Найти число способов, которыми можно выписать в один ряд девять семерок и шесть четверок, так, чтобы две четверки не стояли рядом.

А) 28; Б) 210; В) 45; Г)56;

7. Комбинации из n элементов, отличающиеся порядком элементов и содержащие все элементы n –элементного множества называются

А)перестановками; Б) сочетаниями; В) разбиениями; Г)перестановками с повторениями;

8. Вычислить $(1 - \sqrt{5})^4$.

А) $46 - 24\sqrt{5}$; Б) $36 - 24\sqrt{5}$; В) $36 - 9\sqrt{5}$; Г) $56 - 24\sqrt{5}$;

9. Найти решение рекуррентного соотношения $a_{n+2} = 7 \cdot a_{n-1} - 12 \cdot a_n$, $a_o = 0$, $a_1 = 1$.

А) $-5^n + 6^n$; Б) $7^n - 6^n$; В) $-3^n + 4^n$; Г) $5^n - 4^n$;

10. Граф, у которого каждому ребру поставлено в соответствие вещественное число, называется

А) орграфом; Б) двудольным; В) эйлеровым; Г) взвешенным;

12. Взвешенный Граф G(5,7) задан списком ребер: (1,2,1), (1,3,2), (2,4,2), (2,3,2), (3,4,1), (4,5,4), (3,5,5). Вес остова минимального веса равен:

А) 8; Б) 6; В) 7; Г) 9;

13. Пара конечных множеств G = <V,E>, где $V \neq \varnothing$, а E содержит одинаковые пары элементов из V, называется

А) орграфом; Б) псевдографом; В) мультиграфом; Г) гиперграфом;

14. Взвешенный орграф G(5,8) задан списком дуг: (1,2,2), (2,3,1), (1,4,11), (2,4,7), (3,4,4), (3,5,2), (5,4,1), (1,5,6). Кратчайший путь из вершины 1 в вершину 4 состоит из

А) одной дуги; Б) двух дуг; В) трех дуг; Г) четырех дуг;

18. В названии дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ) термин "нормальная" означает

А) в формуле, выражающей функцию, используется только операция дизъюнкции
Б) в выражении отсутствует общий знак инверсии над несколькими переменными сразу
В) в элементарных дизъюнкциях одинаковое число переменных
Г) в элементарных дизъюнкциях разное число переменных

19. Продолжите рассуждения: «Если число рациональное, то оно представимо в виде отношения двух целых чисел»

А) нет правильного варианта
Б) Если число не представимо в виде отношения двух целых чисел, то оно не является рациональным

В) Если число не представимо в виде отношения двух целых чисел, то оно является рациональным
Г) Если число представимо в виде отношения двух целых чисел, то оно не является рациональным

20. Верно ли, что для любой формулы алгебры логики путем равносильных преобразований можно получить дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ)?
А) Да
Б) Нет
21. Какие операции применимы к предикатам?

А) все операции алгебры высказываний
Б) все, кроме исключающего "или"
В) только инверсия, конъюнкция, дизъюнкция
Г) только инверсия, дизъюнкция и импликация

Вопросы к экзамену

1. Основные операции над множествами.
2. Множества, подмножества. Формула включений и исключений.
3. Перестановки. Число перестановок.
4. Разбиения. Число разбиений.
5. Сочетания. Число сочетаний.
6. Понятие графа. Степень вершины, количество ребер. Полный граф, дополнение графа.
7. Реализация графа на плоскости и в пространстве. Представления графов в памяти компьютера.
9. Алгоритм поиска в глубину. Алгоритм поиска в ширину.
11. Выделение компонент связности в графе.
12. Понятие об эйлеровых путях и циклах. Критерии их существования. Алгоритм поиска эйлерова цикла.
14. Остовное дерево. Поиск остовного дерева.
15. Взвешенные графы. Постановка оптимизационных задач. Поиск минимального остовного дерева.
17. Поиск кратчайших путей в графе.
18. Высказывания, операции логики высказываний.
19. Понятие формулы. Интерпретация формул в логике высказываний.
21. Булева алгебра.
22. Представление формул в конъюнктивной и дизъюнктивной нормальных формах.
23. Представление формул в совершенной конъюнктивной и дизъюнктивной нормальных формах.

Задачи

1. В трёх седьмых классах 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько ребят не поют в хоре, не увлекаются спортом и не занимаются в драмкружке? Сколько ребят заняты только спортом?

2. Из сотрудников фирмы 16 побывали во Франции, 10 - в Италии, 6 - в Англии; в Англии и Италии - 5; в Англии и Франции - 6; во всех трех странах - 5 сотрудников. Сколько человек посетили и Италию, и Францию, если всего в фирме

работают 19 человек, и каждый из них побывал хотя бы в одной из названных стран?

3. Пусть A={x ; x^2 + x - 20 =0}, B={-5;3;5;7}.Найдите A ∩ B.

4. Укажите пустые множества среди следующих
   а) множество целых корней уравнения x^2 - 9=0;
   б) множество целых корней уравнения x^2 + 9=0 ;
   в) множество натуральных чисел ,меньших 1;
   г) множество действительных корней уравнения $\frac{1}{x}$ = 0

5. Сколькими способами из слова *алгоритм* можно выбрать две буквы, одна из которых гласная, а другая согласная ?

6. Логическая функция F задаётся выражением $(\neg y \rightarrow (z \equiv w)) \wedge ((z \rightarrow x) \equiv w)$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
1	1	0	1	1
0	1	1	1	1
0			0	1

7. Логическая функция F задаётся выражением $(x \equiv (y \rightarrow z)) \wedge (\neg w \rightarrow (x \equiv y))$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
0		0		1

8. Миша заполнял таблицу истинности логической функции F

$$\neg (y \rightarrow x) \vee (z \rightarrow w) \vee \neg z,$$

но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z.

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция

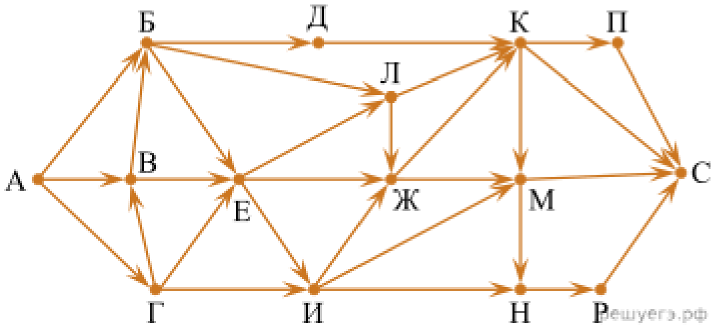
	0			0
0	1			0
1			0	0

9. Определите количество пятизначных чисел, записанных в восьмеричной системе счисления, в записи которых только одна цифра 6, при этом никакая нечётная цифра не стоит рядом с цифрой 6.

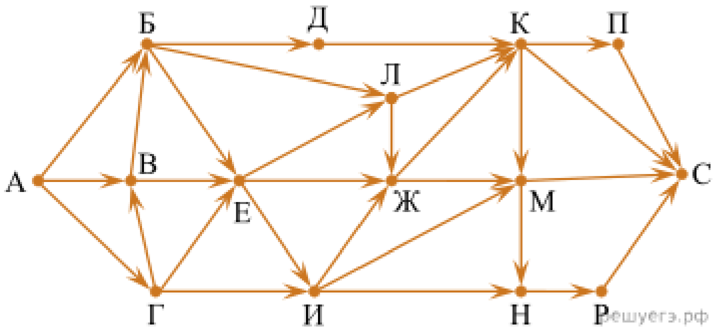
10. Светлана составляет коды из букв слова ПАРАБОЛА. Код должен состоять из 8 букв, и каждая буква в нём должна встречаться столько же раз, сколько в заданном слове. Кроме того, в коде не должны стоять рядом две гласные и две согласные буквы. Сколько кодов может составить Светлана?

11. Светлана составляет коды из букв слова РОСОМАХА. Код должен состоять из 8 букв, и каждая буква в нём должна встречаться столько же раз, сколько в заданном слове. Кроме того, в коде не должны стоять рядом две гласные и две согласные буквы. Сколько кодов может составить Светлана?

12. На рисунке представлена схема дорог, связывающих пункты А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л, М, Н, П, Р, С. По каждой дороге можно передвигаться только в направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из пункта А в пункт С, проходящих через пункт Е и при этом не проходящих через пункт М?



13. На рисунке представлена схема дорог, связывающих пункты А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л, М, Н, П, Р, С. По каждой дороге можно передвигаться только в направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из пункта А в пункт С, проходящих через пункт В и при этом не проходящих через пункт Ж?



14. Докажите равносильности:

1) $(x \vee y) \wedge (x \vee \overline{y}) \equiv x$; 2) $x \vee (\overline{x} \wedge y) \equiv x \vee y$;

3) $x \leftrightarrow y \equiv \overline{x} \leftrightarrow \overline{y}$; 4) $x \wedge y \vee \overline{x} \wedge y \vee \overline{x} \wedge \overline{y} \equiv x \to y$;

5) $x \to \overline{y} \equiv y \to \overline{x}$; 6) $x \to (y \to z) \equiv x \wedge y \to z$;

15. Докажите тождественную истинность или тождественную ложность формул:

1) $x \wedge y \to x$; 2) $(x \to y) \to (\overline{y} \to \overline{x})$;

3) $x \to (x \vee y)$; 4) $(\overline{y} \to \overline{x}) \to (x \to y)$;

5) $(x \to y) \wedge (x \to \overline{y}) \to \overline{x}$; 6) $x \wedge (x \to y) \wedge (x \to \overline{y})$;

16. Используя основные равносильности, упростите следующие формулы

1) $\overline{x \to y} \wedge \overline{x \wedge y} \vee y$; 2) $(x \to y) \wedge (x \vee y \wedge z) \wedge (x \to z) \vee \overline{z}$;

3) $x \wedge y \vee \overline{y \wedge z} \vee y$; 4) $\overline{x \wedge y \wedge z} \vee x \wedge \overline{y \wedge z} \vee x \wedge y \wedge z$;

5) $\overline{z \to \overline{y}} \vee \overline{y \wedge x} \vee (y \wedge \overline{z} \to \overline{y})$; 6) $\overline{x \to y} \vee \overline{z \to y} \vee y$;

7) $(x \to y) \to \overline{y}$; 8) $x \wedge y \vee x \wedge \overline{z} \vee (\overline{x} \to y) \vee x \vee y \wedge \overline{z}$.

17. Для следующих формул найдите СДНФ и СКНФ, каждую двумя способами (путем преобразований и используя таблицы истинности):

1) $x \wedge (x \to y)$; 2) $(\overline{x \wedge y} \to \overline{x}) \wedge \overline{x \wedge y \to \overline{y}}$;

3) $(x \to y) \to (y \to x)$; 4) $(x \vee \overline{z}) \to y \wedge z$;

5) $(\overline{a} \to c) \to \overline{\overline{b} \to \overline{a}}$; 6) $(x \vee \overline{y} \to x \wedge z) \to \overline{x \to \overline{x}} \vee y \wedge \overline{z}$;

18. Выясните, являются ли логически правильными следующие рассуждения:

1) Если 3 и 5 – простые числа, то они простые числа – близнецы. Числа 7 и 11 простые. Следовательно, 7 и 11 – простые числа-близнецы.

2) Если 8 – составное число, то 16 – составное число. Если 16 – составное число, то существуют простые числа. Если существуют простые числа, то число 16 – составное. Простые числа существуют. Следовательно, число 8 – составное.

3) Если функция f и g непрерывны на [a,b], то их сумма непрерывна на [a,b]. Их сумма не является непрерывной. Первая функция непрерывна. Следовательно, вторая функция не является непрерывной.

4) Или Петр и Иван братья, или они однокурсники. Если Петр и Иван братья, то Сергей и Иван не братья. Если Петр и Иван однокурсники, то Иван и Михаил также однокурсники. Следовательно, или Сергей и Иван не братья, или Иван и Михаил однокурсники.

5) Если Петр не встречал Ивана, то либо Иван не был на лекциях, либо Петр лжет. Если Иван был на лекциях, то Петр встречал Ивана, и Сергей был в читальном зале после лекций. Если Сергей был в читальном зале после лекций, то либо Иван не был на лекциях, либо Петр лжет. Следовательно, Иван не был на лекциях.

19. Решите логическую задачу

1. В школе, перешедшей на самообслуживание, четырем старшеклассникам: Андрееву, Костину, Савельеву и Давыдову поручили убрать 7-ой, 8-ой, 9-ый и 10-ый классы. При

проверке оказалось, что 10-ый класс убран плохо. Не ушедшие домой ученики сообщили о следующем: 1) Андреев: "Я убирал 9-ый класс, а Савельев – 7-ой". 2) Костин: "Я убирал 9-ый класс, а Андреев – 8-ой". 3) Савельев: "Я убирал 8-ой класс, а Костин – 10-ый". Давыдов уже ушел из школы домой. В дальнейшем выяснилось, что каждый ученик в одном из двух высказываний говорил правду, а во втором ложь. Какой класс убирал каждый ученик?

2. Пять школьников из пяти различных городов Брянской области прибыли для участия в областной олимпиаде по математике. На вопрос: "Откуда Вы?" каждый дал ответ: Иванов: "Я приехал из Клинцов, а Дмитриев – из Новозыбкова". Сидоров: "Я приехал из Клинцов, а Петров – из Трубчевска". Петров: "Я приехал из Клинцов, а Дмитриев – из Дятькова". Дмитриев: "Я приехал из Новозыбкова, а Ефимов – из Жуковки". Ефимов: "Я приехал из Жуковки, а Иванов живет в Дятькове". Откуда приехал каждый из школьников, если одно его утверждение верно, а другое ложно?

3. Семья, состоящая из отца A, матери B и трех дочерей C, D, E купила телевизор. Условились, что в первый вечер будут смотреть передачи в таком порядке: 1) Когда отец A смотрит передачу, то мать B делает то же. 2) Дочери D и E, обе или одна из них, смотрят передачу. 3) Из двух членов семьи – мать B и дочь C – смотрят передачу одна и только одна. 4) Дочери C и D обе смотрят, или обе не смотрят. 5) Если дочь E смотрит передачу, то отец A и дочь D делают то же. Кто из членов семьи в этот вечер смотрит передачу?

20. Найдите кратчайший путь на графе.

21. Найдите остов минимального веса.