**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА**

 (КГПУ им. В.П.Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики

Кафедра Математического анализа и МОМ в вузе

Специальность 050201 «Математика»

 ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав.кафедройМатематического анализа и МОМ в вузе

 (полное наименование кафедры)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Л.В.Шкеринащ

 (подпись) (И.О. Фамилия)

 «\_\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2015 г.

Выпускная квалификационная работа

**Изучение функциональной линии с позиций**

**системно-деятельностного подхода**

Выполнил студент группы 61

 (номер группы)

О.И.Киюцина \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (И.О. Фамилия) (подпись, дата)

Форма обучения заочнаян

Научный руководитель:

к.п.н. доцент кафедры математическогоанализа

и МОМ в вузе О.В.Тумашева \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (ученая степень, должность, И.О.Фамилия)) (подпись, дата)

Рецензент

к.ф.м.н, доцент кафедры алгебры, геометрии

и методики их преподавания С.И. Калачева \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 (ученая степень, должность, И.О.Фамилия)) (подпись, дата)

Дата защиты \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Оценка \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Красноярск

2015

Оглавление

[Глава I. Теоретические основы обучения математике в общеобразовательной школе 8](#_Toc438474343)

[§ 1. Концепция системно-деятельностного подхода к обучению в школе…… 8](#_Toc438474344)

[§ 2. Формирование системно-деятельностного подхода при обучении математике в условиях введения ФГОС второго поколения (на примере анализа учебных пособий) 15](#_Toc438474345)

[§ 3. Введение понятия функции по стандартам математического обучения в системно-деятельностном подходе 26](#_Toc438474346)

[Глава II. Основы изучения функциональной линии в курсе математики общеобразовательной школы 31](#_Toc438474347)

[§ 1.Понятие функциональной линии 31](#_Toc438474348)

[§ 2. Цели и методы изучения функциональной линии в условиях введения ФГОС 38](#_Toc438474349)

[§ 3. Типы уроков при реализации функциональной линии в рамках системно-деятельностного подхода 47](#_Toc438474350)

[Глава III. Практическая организация системы изучения функциональной линии в системно-деятельностном подходе 60](#_Toc438474351)

[§ 1. Изучение функциональной линии по различным учебным пособиям… 60](#_Toc438474352)

[§ 2. Рекомендации по организации процесса обучения функциональной линии с позиций системно-деятельностного подхода 67](#_Toc438474353)

[§ 3. Описание организации и результатов экспериментальной работы по изучению функциональной линии при обучении математике 84](#_Toc438474354)

[Список использованной литературы 96](#_Toc438474355)

**Введение**

Школьное образование формирует у человека способность и побуждение к созидательной деятельности в определённой сфере труда и творчества, создает предпосылки к общению с другими индивидами и коллективом посредством различных форм личностных и деловых контактов, основанных на общечеловеческих социальных и нравственных нормах.По сути своей, школьное образование выступает ключевым фактором социализации личности, последующие ступени образования, такие, как профессиональное или высшее, лишь формируют у человека ряд профессиональных качеств необходимых для реализации трудовой деятельности. В связи с этим, в последние несколько лет уделено столь существенное внимание именно системе образования в школах, и возможно, именно этот факт обусловил введение федеральных государственных образовательных стандартов нового поколения.Без школьного образования и воспитания невозможно обеспечить последующую профессиональную подготовку человека и дать ему навыки в отдельно взятойсфере трудовой деятельности.

Школа – одна из первых ступеней в образовательном процессе. Как и всякая образовательнаяорганизация,школа представляет собой целостную, открытую, то есть взаимодействующую с внешней средой систему.

Как составная единицалокального, регионального и федерального образовательного комплекса, школа входит в более широкие образовательные системы, также она является и неотъемлемой частью всей социума, причем связь школы с внешней средой биполярна.

При условии постоянной связи с внешней средой, каждая школа испытывает на себе влияние социального климата, а также, политических, экономических, правовых, культурных, экологических и иных воздействий. При этом любая образовательная организация, как относительно автономная система, может либо пассивно приспосабливаться к внешним изменениям среды, либо активно влиять на нее.

На современном этапепограничное состояние образовательной системы в Российской Федерацииособенно выделилось на фоне социально-экономических и политических перемен в нашей стране.

Снижение качества предоставляемых образовательных услуг российскими общеобразовательными школами отмечается многими высшими учебными заведениями при наборе абитуриентов на первый курс, также в первые годы обучения в вузах отмечено, что не все студенты отличаются высокой нравственностью, соблюдением норм общежития.

В настоящее время большое количество педагогов-практиков и ученых-обществоведов предлагают и реализуют различные новые технологии, приемы, методы в образовательной системе, проводят эксперименты, внедряют новые педагогические системы и условия протекания образовательного процесса, однако все эти меры лишь усугубляют проблему снижения качества школьного образования.

Вероятнее всего, причина кроется в том, что работа по совершенствованию обучения и воспитания не скоординирована должным образом, ведется разрозненно, не имеет целостной структуры и проходит на базе устаревших теоретических и методологических основ. Отсутствие единой концепции и единого толкования категорий образовательной сферы затрудняет взаимопонимание в педагогической среде. При этом, образуются многочисленные педагогические системы, зачастую противоречащие друг другу в методах, разрабатываются инновационные технологии, однако их результаты по прежнему, не соответствуют требованиям нового века.

На современном этапе в России прослеживаются такие признаки снижения качества образовательных услуг, как:

* Снижение уровня подготовки и переподготовки выпускаемых специалистов.
* Возрастание роли социального неравенства в обществе при получении качественного образования.
* Снижение количественной характеристики приема в высшие учебные заведения на бюджетной основе;
* Рост платного образования, возникновение платных образовательных услуг на уровне школ.
* Несовершенство управления, как в государственных, так и в негосударственных образовательных организациях всех уровней.

При этом следует отметить, что в сознании социума появилосьосознание того, что система образованияиграетфундаментальную роль в обеспечении перспективного развития личности, развития социальных институтов и общества в целом. Признанием этой главенствующей роли стало провозглашение сферы образования в России в качестве приоритетной на законодательном уровне.

Законодательное закрепление сферы образования в качестве основополагающей не могло не отразиться на педагогической деятельности и образовательных процессах во всех образовательных организациях нашей страны. В настоящее время на всех уровнях управления образованием осуществляется масштабная проработка теоретических и практических вопросов приведения системы образования в соответствие с требованиями нового времени. На основании некоторой разрозненности и отсутствия единства этих требований, а также, существенной разницы в подходах к образованию на уровне Министерства и региональных Комитетов и отдельно взятых образовательных организаций, реализация федерального государственного образовательного стандарта в школах выступает одной из ключевых проблем, которая и будет рассмотрена в данном исследовании.

В связи с вышеизложенным, исследование функциональной линии в системно-деятельностном подходе при изучении математики в современных условиях весьма актуально,а рассмотрение общеобразовательного стандарта школьного образования с позиции различных аспектов представляется весьма интересным.

Исходя из актуальности и проблематики, ***цель*** исследования - разработка методических рекомендаций по изучению функциональной линии с позиций системно-деятельностного подхода.

***Объектом*** исследования в представленной работе является процесс обучения математике в условиях реализации системно-деятельностного подхода.

***Предметом*** исследования выступает процесс изучения функциональной линии с позиций системно-деятельностного подхода.

***Гипотеза:*** если в процессе изучения функциональной линии:

а) формировать представление о функции как о межпредметном понятии;

б) обеспечить прикладной характер учебного материала;

в) формировать специальную терминологию, то это будет способствовать формированию у обучающихся метапредметных умений.

Для достижения поставленной цели необходимо решить ряд ***задач***:

1. На основе анализа научной и учебной литературы по проблеме исследования описать особенности обучения математике в условиях реализации системно-деятельностного подхода.
2. Выделить особенности изучения функциональной линии с позиций системно-деятельностного подхода.
3. Разработать рекомендации по организации процесса обучения функциональной линии с позиций системно-деятельностного подхода и экспериментально проверить их эффективность.

Основными методами исследования выступают анализ нормативных правовых актов и литературных источников.

Практическая значимость работы состоит в обработке и анализе педагогической литературы и разработке по итогам этого методических рекомендаций.

В работе планируется разработка методических рекомендаций по изучению функциональной линии на основании изучения методической и педагогической литературы и результатов эксперимента.

# Глава I. Теоретические основы обучения математике в общеобразовательной школе

## § 1. Концепция системно-деятельностного подхода к обучению в школе

Концепция системно-деятельностного подхода к обучению известна с начала XX века, с того момента, когда американский учёный Джон Дьюи предложил «учения через деятельность».

Основные принципы системы Джона Дьюи предполагали:

* Учет интересов обучающихся.
* Учение через обучение мысли и действию.
* Познание и знание являются следствием преодоления трудностей и препятствий.
* В обучении неотъемлемой частью выступают свободная творческая работа и сотрудничество.

Вроссийской педагогической науке фундаментальный вклад в развитие «концепции системно-деятельностногоподхода» в обучении внесли такие философы, как: Э.В.Ильенков, М.С.Каган, П.В.Копнин, В.А.Лекторский.Также теорией системно-деятельностного подхода в обучении занимались психологи:, в частности, Л.С.Выготский, В.В.Давыдов, Д.Б.Эльконин, Л.В.Занков, С.Л.Рубинштейн, А.Н. Леонтьев.

Применение любой педагогической технологии в обучении предполагает наличие системно-деятельностного подхода, в силу того, что при любой технологии обучения предусматривается какая-либо деятельность, организуемая и реализуемая путём применения той или иной системы.

Термин «система» (от древнегреческого«σύστημα») подразумевает некое целое, составленное из частей. На современном этапе система определяется, как множество элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом. Элементы и связи между ними образуют определённую целостность, единство.

Деятельность представляет собой специфическую форма активного отношения человека к окружающему миру. Содержание деятельности составляет целесообразное изменение и преобразование окружающего мира человеком[34].

Исходя из смысла термина, деятельность является одним из фундаментальных понятий классической философии.Понятие деятельностиобъединяет в своем содержании столкновение акта целеполагания субъективных и объективных закономерностей бытия. На основании этого в структуре понятия деятельности выделяются два основных вида деятельности, а именно: субъектную или целеполагающий субъект и объектную, как предмет, орудие и продукт деятельности. Помимо этого, в рамках объектной деятельности осмыслены связи, осуществляющие само превращение предмета деятельности в её продукт по законам функционирования и взаимозависимости природы и общества.

Рассматривая понятие деятельности целесообразно делать акцент на таких её составляющих, как цели, средства, процесс и результат. Кроме ключевых элементов деятельности выделяются и более дробные элементы, в частности, такие как результат дифференциации субъектной составляющей деятельности, представляющий собой потребности, интересы и мотивы.

Соотношение субъектной и объектной составляющей в той или иной деятельности определяет ее тип, примерами какового могут являться исследование, конструирование, проектирование, и вид. Ключевых вида деятельности выделяют три:

* Материальная деятельность – реализуемая в процедурах взаимодействия человека и природы в процессе производства материальных благ и услуг, также к данному виду деятельности применим термин«орудийная деятельность».
* Духовная деятельность –деятельность, организуемая в интеллектуальном или художественном творчестве.
* Социальная деятельность – деятельность, разворачивающаяся в ходе влияния человека на общественные процессы и организацию жизни социума.

Помимо вышеизложенного подхода к категории деятельности, ее также рассматривают, как единство процессов опредмечивания и распредмечивания.

Опредмечиваниепредставляет собой процесс перевода информации и научного знания в материальные формы, в так называемую «форму субъекта». В результате опредмечиваниялюбая вещь, будучи втянутой в орбиту конкретной деятельности, становится элементом человеческой активности.

Распредмечивание рассматривается, как процесс перевода свойства вещи из свойства объекта в свойство деятельности [7].

В.С.Стёпин рассматривал деятельность, как субъект-объектное отношение, при котором работа субъекта направлена на преобразование объекта и имеет конкретную цель этого преобразования.С данной позиции деятельность может быть рассмотрена как многокомпонентная, организованная система различных актов преобразования объектов. В ходе работы данной системы продукты одной деятельности переходят в другую и становятся её компонентом.В.С. Стёпин считал, что даже такие неоспоримые субъекты деятельности, как люди, осуществляющие преобразование объектов с конкретной целью, в свою очередь могут выступать результатом деятельности обучения и воспитания, то есть объектом.В данном случае, именно обучение и воспитание обеспечивает усвоение субъектом необходимых мотивов и образцов действий, знаний и навыков их применения[43].

Несмотря на столь раннее внедрение в педагогическую науку терминов «система» и «деятельность», понятие системно-деятельностного подхода в педагогической практике появилось только в 1985 году, обеспечив необходимый компромисс между системным и деятельностным подходами.Поначалу введением понятия «системно-деятельностный подход»снимали противоречиев понятиях отечественной психологической науки между понятием «системный подход», который разрабатывался в исследованиях таких классиков отечественной науки, как Б.Г.Ананьев и Б.Ф.Ломов, и понятием «деятельностный подход», который, в свою очередь являлся системным на основании разработок Л.С.Выготского, Л.В.Занкова и Д.Б.Эльконина[10].

Ключевым новшеством и особенностью системно-деятельностного подхода в обучении является положение о том, что психологические функции и способности выступают результатом преобразования предметной деятельности во внутреннюю психическую деятельность в процессе последовательных преобразований. Содержание образования при системно-деятельностном подходе проектирует определенный тип мышления ребенка – эмпирический или теоретический в зависимости от содержания обучения. В рамках того же подхода собственно содержание учебного предмета представляет собой систему научных понятий, формирующих определенную предметную область. Базой формирования системы научных понятий выступает организация системы учебных действий.

Вероятнее всего, данный факт и определил краеугольное положение системно-деятельностного подхода в системе федеральных государственных образовательных стандартов.В данном ключе системно-деятельностный подход предполагает ориентацию на результаты образования как системообразующий компонент ФГОС, в соответствии с которым, развитие личности обучающегося на основе овладения универсальными учебными действиями, в ходе познания и освоения окружающего мира составляет цель и результат образования индивида. Таким образом, системно-деятельностный подход концептуально базируется на обеспечении соответствия учебной деятельности обучающихся их возрастным и личностным особенностям, то есть предполагает и наличие индивидуального подхода к обучению.

Основным документом федеральных государственных образовательных стандартов является Программа развития универсальных учебных действий.Цель Программы – конкретизировать основные требования к результатам общего образования, а также, дополнить содержание учебно-воспитательных программ. В рамках данного подхода готовность детей к обучению на новой ступени образования оценивается не только на основе знаний, умений и навыков, но и посформированностиразличных универсальных учебных действий. Кроме того, система федеральных государственных образовательных стандартов делает акцент на преемственность в обучении на различных ступенях школьного образования.

Фактором преемственности выступает ориентация на стратегический приоритет непрерывного образования – формирование ключевого умения – умения учиться и становление «профессионального ученика» [37].В стандартах нового поколения усилено внимание к формированию общеучебных умений и навыков, а также, отдан приоритет использованию приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни. Данная тенденция положительно сказывается на развитии российского образования, в особенности это можно сказать об ориентации на новые образовательные результаты, отражающие как освоение предметного, так и овладение метапредметными умениями, применимыми в решении проблем в реальных жизненных ситуациях. Кроме того, в концепцию ФГОСвключены личностные результаты, объединяющие систему личностных ценностей и мотивационных ориентиров обучающихся[2].

Системно-деятельностный подход в рамках Программы формирования универсальных учебных действий приводит к пониманию сущности стандартов образования, при этом, не отрицая подхода с точки зрения формирования знаний, умений и навыков. Помимо этого в федеральных государственных образовательных стандартах учтена формула«компетенция – деятельность – компетентность». С точки зрения системно-деятельностного подхода, компетенция, как объективная характеристика реальности,проходит через деятельность, чтобы превратиться в компетентность, выступающую характеристикой личности. Таким образом, с точки зрения системного подхода, компетентность – это знание в действии, то естькомпетентностный подход не противостоит системно-деятельностному, а поддерживается им.

В свою очередь, системно-деятельностный подход к результатам образования предполагает изменение представления о содержании образования. В соответствии с ним, содержание образования определяется не только традиционной «ЗУНовской» составляющей, отражающей систему идей, теорий, понятий и методов базовых наук, но и дополняется «деятельностной» составляющей, формирующей представления о структуре учебной деятельности[2].

Таким образом, системно-деятельностный подход позволяет на каждой ступени общего образования решить следующие задачи:

* Представить цели образования в виде системы ключевых задач, отражающих фундаментальные тенденции становления качеств личности обучающегося.
* На основании этих целей обосновать способы действий, формируемые в учебном процессе, и содержание обучения в их взаимосвязи.
* Выделить основные результаты процессов обучения и воспитания, как ключевых методов достижения личностного, коммуникативного, социального и познавательного развития обучающихся.

Решение этих задач достигается за счет дидактических принципов системно-деятельностного подхода, в частности:

* Принципа деятельности, предполагающего, что обучающийся, добывая знания сам, то есть, являясь «профессиональным учеником», самостоятельно осознает содержание и формы своей учебной деятельности, принимает систему ее норм и участвует в их совершенствовании.Данный принцип способствует успешному формированию общекультурных и деятельностных способностей иобщеучебных умений ученика.
	+ - * Принципа непрерывности,включающего преемственность между всеми ступенями образования на уровне педагогических технологий, содержания и методик, учитывающих возрастные, личностные и психологические особенностиребенка.
			* Принципа целостности, подразумевающего формирование у обучающихсяцелостного и системного представления об окружающем мире, в частности, о природе, социуме, мире деятельности, о роли и месте каждой науки в системе наук.
			* Принципа минимакса, заключающегося в том, что школа должна предложить ученику возможность освоения содержания образования на максимальном для него уровне и при этом обеспечить усвоение этого содержания на уровне социально безопасного минимума.
			* Принципа психологической комфортности, предполагающего снятие большей частистрессообразующих факторов учебного процесса, создание доброжелательной атмосферы, реализацию идеи сотрудничества педагога и ученика, развитие диалоговых форм контакта.
			* Принципа вариативности, подразумевающего формирование обучающимися навыков рассмотрения возможных вариантов и адекватному принятию решений в случае необходимости выбора.
			* Принципа творчества, предполагающего концентрацию внимания на творческом начале в образовательном процессе, приобретение обучающимися собственного опыта творческой деятельности [36].

Таким образом, концепция системно-деятельностного подхода в современной школе отвечает всем требованиям федерального государственного образовательного стандарта и при грамотном применении обеспечивает повышение качества образования на всех ступенях школьного обучения.

## § 2. Формирование системно-деятельностного подхода при обучении математике в условиях введения ФГОС второго поколения (на примере анализа учебных пособий)

Помимо предметных результатов обучения, таких как информация, касающаяся непосредственно учебных знаний, планируемые результаты освоения основной образовательной программы разграничивают на личностные и метапредметные. Эти две группы образовательных результатов являются определяющими в условиях системно-деятельностного подхода, в силу того, что формируют у индивида мотивацию к деятельности, образ деятельности, а также отвечают за целостный и системный взгляд на окружающий мир, социум и место личности в нем.

Личностные результаты освоения основной образовательной программы предполагают готовность и способность обучающихся к саморазвитию, сформированность мотивации к познанию, ценностно-смысловые установки,социальные компетентности и личностные качества.Формирование личностных результатовпроисходит за счет освоения программ собственно учебных предметов и программы духовно-нравственного развития и воспитания обучающихся, а также, программы формирования культуры здорового и безопасного образа жизни.

Метапредметные результаты подразумевают под собой освоенные обучающимися универсальные учебные действия, которые подразделяют на три группы: познавательные, регулятивные и коммуникативные.Формирование данного типа результатов идет за счет реализации программы

формирования универсальных учебных действий и программ всех учебных предметов.

Математика, как учебный предмет, позволяет наиболее полно сформировать оба типа образовательных результатов, за счет научности, логики построения материала и специфики информации, в частности, обилия формул, аксиом, теорем и иных знаний, требующих понимания и запоминания.

При отсутствии грамотно составленныхопределений различных терминов и понятий в школьных учебниках процесс понимания и запоминания их обучающимися может затягиваться или проходить менее успешно. Вместе с тем, системно-деятельностный подход, в первую очередь, предполагает то, что ребенок сам добывает знания, а не получает их в «готовом» виде, поэтому проблема наличия правильно и точно составленных определений, а также функционально составленных учебных заданий является весьма актуальной.

Так как изучение функциональной линии является определяющим разделом в изучении математики, на примере введения в учебный курс понятия функции целесообразно провести анализ школьных учебных пособий на предмет создания условий для системно-деятельностного подхода в обучении.

В учебниках для школы присутствуют различные подходы к определению понятия функции.Однако, несмотря на это, большинство практикующих педагогов отмечает неудовлетворенность результатами изучения функции обучающимися.Основными «слабыми сторонами» являются слабая ориентация в системе координат, отсутствие представления о графиках фундаментальных типов функций, отсутствие связи между изучаемыми функциями и решением уравнений и неравенств, недостаточная способность читать графики функций.

Как правило, неудовлетворительное состояние функциональной подготовки обучающихся вызвано недостаточно грамотными подходами к определению понятия функции в школьных учебниках, отсутствием четкости и однозначности в определении функции и несвоевременностью введения понятия функции.

В качестве примера подобного подхода к введению понятия функции можно привести определения из учебникаА.П. Киселева и учебникаЕ.С. Кочетковой: «Та из двух связанных между собой переменных величин, которой можно придавать произвольные значения, называется независимой переменной или аргументом. Та переменная величина, числовые значения которой изменяются в зависимости от числовых значений другой, называется зависимой переменной или функцией этой другой переменной величины». Следующее определение звучит, как: «Если каждому значению одной переменной величины х каким-либо образом поставлено в соответствие вполне определенное значение другой величины у, то говорят, что задана функция. Величину упри этом называют зависимой переменной величиной или функцией, а величину х - независимой переменной величиной или аргументом»[1].

Основными минусами первого определения являются расплывчатость опорного термина переменной величины, несоответствие объему этого термина, также в данном определении отсутствует однозначность. Второе определение составлено двусмысленно, в нем также отсутствует точность, так как из него неясно, что именно представляет собой функция: соответствие между переменными величинами, способ задания этого соответствия или сама переменная величина.Каки в первом определении, опорное понятие переменной величины остается нераскрытым [22].

Школьные учебники под авторством К.С. Муравина и Г.К. Муравина вводяттермин функции и графика функции на седьмом году обучения в школе. Введение терминов начинается с рассмотрения задач об объеме параллелепипеда и высоте прямоугольника,что в большей степени соответствует условиям системно-деятельностного подхода, в частности, наличию фактора самостоятельного поиска знаний обучающимися.

Однако в процессе решения задач выведено точное определение понятия функции и графика функции, что является преждевременным, в силу того, что обучающиесяна данном этапе не могут полностью понять глубину этих важных понятий.Ключевым минусом данного метода изложения материала является отсутствие равномерности, последовательности и блочности. Различные виды функцийданы в случайном порядке, не ранжированы по значению в реальных жизненных ситуациях, что также выступает отрицательным фактором системно-деятельностного подхода в обучении, призванного готовить обучающегося к жизни вне школы и учить применять полученные знания на практике.Также, в учебном пособии не показана взаимосвязь между функциями некоторых видов, функциями и уравнениями с двумя переменными. Определения и свойства функции введены в учебный курс достаточно рано, когда обучающиеся еще не проникли в суть самого понятия функции и ее графика, что также отрицательно сказывается на процессе усвоения материала, тем более, чтоопределения, данные в учебнике, достаточно тяжелы для запоминания.

Типы задач, представленные в вышеперечисленных учебных пособиях, направлены на овладение системой функциональных понятий ипонимание необходимости графических представлений данных для описания реальных зависимостей. Аналитический тип задач предполагает овладение пониманием термина функции, функциональным языком, использованиемматематического языка для описания и аналитической оценки реальных зависимостей, совершенствование интеллектуальных и речевых умений, что является положительной чертой в условиях системно-деятельностного подхода в обучении.

Следует отметить, что данные учебные пособия позволяют реализовать системно-деятельностный подход в обучении, в условиях введения федеральных государственных образовательных стандартов,в силу того, что они широко отражают связь с процессами происходящими в природе, однако не подходят для изучения темы функции в школе, так как материал учебников не позволяет в полной мере научиться читать графики функции и работать с ними. Некоторые, представленные в учебнике задачи достаточно трудны для уровня седьмого класса общеобразовательной школы. Также отрицательно сказывается тот факт, что при изучении понятия функции не введены ее свойства [30].

Аналогичный подход к введению понятия функции прослеживается в учебниках С.А. Теляковского, где термин функции также введен на седьмомгоду обучения, на основе рассматриваемых задач. В процессе решения задач также вводится определение графика функции и области определения функции.

Понятие линейной функции также введено из задач. Большая часть упражнений в разделе функций состоит из заданийна линейную функцию и заданий на построение графика функции. Таким образом, стоит отметить недостаток в разнообразии типов упражнений. Основные недостатки учебника под редакцией С.А. Теляковского состоят в том, что в материале отсутствует разделение функций на различные виды функций. Большая часть задач решаема механическим способом, при котором обучающимся необходимо просто подставить нужные значения в функции.Отсутствуют смысловые упражнения на свойства функций и связь между функциями и другими разделами алгебры, что не дает в полной мере реализовать системно-деятельностный подход в обучении.Определения, представленные в учебнике, достаточно громоздки для запоминания и понимания.Часть объяснений и свойств записываются словами, что является минусом в условиях того, что существует возможность записать их короткой общей формулой, что было бы более целесообразно для работы с математическим языком. Часть простейших свойств функции вводятся после изучения различных типов функций.

Задачи, представленные в данных учебных пособиях, направлены на использование и развитие графических представлений для описания и анализа реальных зависимостей, что выступает положительным фактором в условиях системно-деятельностного подхода. Примерами таких задач являются «Постройте график функции, используя найденные корни уравнения».

Также плюсом является возможность формирования при решении задач умения использовать графический язык математики, что в свою очередь, приводит к совершенствованию речевых умений. Помимо этого в учебниках представлены задачи, направленные на овладение системой функциональных понятий и формирование умения использовать язык математических символов. Аналитический тип задач в учебных пособиях предполагает овладение системой функциональных понятий, функциональным и символьным языком, также он формирует способность использовать функциональные представления для описания и оценки реальных зависимостей, что также предполагает наличие системно-деятельностного подхода в обучении [26].

В учебных пособияхШ.А. Алимова понятие функции введено в процессерешения конкретной задачи на скорость, время и расстояние. В учебниках присутствуют упражнения на построение графика и запись формулы зависимости. Кроме того, дано определение линейной функции и ее графика, однако не представлена связь между уравнениями и функциями.

В учебных пособиях Алимова определение понятия функции дается на девятом году обучения в общеобразовательной школе, в тот же период обучающимся предлагается изучить такие свойства функции, как: возрастание и убывание, четность и нечетность.

Материал в данных учебных пособиях представлен достаточно полно, однако отсутствует системность и последовательность в его изложении. Часть определений многократно повторена с добавлениями. В учебниках Алимова также не показана связь между уравнениями и функциями, что также говорит об отсутствии системности.Кроме того, в списке упражненийнедостаточное количество смысловых заданий, отсутствует системность изложения, что тоже не позволяет в полной мере реализовать системно-деятельностный подход.

Графические задачи, представленные в учебных пособиях Алимова направлены на овладение системой терминологии и формирование умения использовать символический язык математики, что является положительной характеристикой данного пособия, в силу того что в большей степени создает условия для «добывания» знаний обучающимися самостоятельно. Аналитические задачи в учебниках предполагают использование функциональных представлений для описания, анализа и оценки реальных зависимостей, в том числе и в реальной жизни, а также, формирование умения использовать словесный, символический языки математики как в условиях урока, так и в повседневной жизни или в рамках иных учебных предметов, что является положительным фактором в условиях системно-деятельностного подхода.

Также в учебниках существует ряд заданий на перевод информации из графической в текстовую, табличную и числовую, в различных вариантах данных комбинаций, что позволяет обучающимся в большей степени сформировать метапредметные знания, умения и навыки.

Кроме того, в учебнике присутствуют задания, направленные на нахождение области значений функции, обеспечивающие в процессе обучения расширение и систематизацию общих сведений о функциях, расширение и совершенствование математического аппарата в целом, совершенствование интеллектуальных и речевых умений обучающихся[4].

В учебных пособиях Г.В. Дорофеева на седьмом году обучения само понятие функции не введено.Однако в главе «Координаты и графики» рассматривается ряд вопросов, которые выступают системообразующими при изучении темы «Функции» на восьмом году обучения.В частности, это такие разделы, как «множество точек на координатной прямой» и «графики».

Данные темы изучается без введения в курс самого понятия функции, при этом оговорено, что абсцисса и ордината связываются каким-либо условием или зависимостью. Кроме того, в учебники рассмотрены наиболее часто встречаемые в реальной жизни графики функций.

Раздел с изучением функцийна восьмом году обучения начинается с чтения графиков, привязанных к вопросам возникающим в повседневной жизни, в частности, зависимости роста от возраста. Фактически рассмотрено свойство возрастания и убывания функции. Затем в ходе изложения материала по зависимой и независимой переменной, введено понятие функции и области определения функции. Следующие главы посвящены графикам более сложных функций, а также свойствам функций (значению, возрастанию, убывания, нулям функции). Таким образом, можно отметить некоторую нестандартность подхода к понятию функции в учебниках Г.В. Дорофеева.В данных учебных пособиях отсутствует система изложения функционального материала и важных элементов некоторыхразделов. Помимо этого, из недостатков можно отметить отсутствие единства в определении термина«функция», а также то, что системы упражнений не имеют конкретного направления и не в полной мере соответствуют принципу «от простого к сложному».

Ряд задач направлен на развитие навыков графического представления информациии анализа реальных зависимостей, используемых в том числе и в смежных с математикой предметах, формирование умения использовать графический язык математики и на совершенствование речевых умений, что достаточно важно в условиях системно-деятельностного подхода в обучении [17].

В условиях системно-деятельностного подхода в обучении учебные пособия Г.В. Дорофеевав большей степени, нежели другие, подходят для изучения темы «Функции» в общеобразовательной школе, в силу того, что в данном учебнике подобраны упражнения, указывающие на необходимость использования функций в реальной жизни.Большая часть материала учебников изложена на графическом, символическом и словесном языке, таким образом, обучающимся прививается грамотность его употребления.Также, данный факт позволяет развивать интеллектуальные и речевые навыки, совершенствоватьматематический аппарат, расширять и систематизировать его.Обучающиесямогут использовать функциональные представления для описания и анализа реальных зависимостей.

Учебные пособия А.Г. Мордковича вводят понятие функции во втором полугодие седьмого года обучения. При этом, вданных учебниках не введено формальное определение функции, оно дается только в девятом классе. Следует отметить, что это весьма грамотный подход, так как несвоевременное внедрение в учебный курс понятия функции, приводит к тому, что в понимании обучающихся функция отождествляется с формулой. В учебных пособиях А.Г. Мордковича свойства функции изложены в трех вариантах: наглядно-интуитивном, рабочем, формальном. Изложение тремя путями проходит с седьмого по десятый год обучения.

В учебниках А.Г. Мордковича достаточно грамотно подобрана система упражнений. Отмечается их разнообразие, многие задачи направлены на овладение системой функциональных понятий, формирование умения использовать язык символов и графический язык математики. Ряд упражнений позволяет сформировать навык использования полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей, расширение и совершенствование математического аппарата, совершенствование интеллектуальных и речевых умений, что является плюсом в условиях системно-деятельностного подхода[28].

Учебники А.Г. Мордковича, в условиях реализации системно-деятельностного подхода в обучении, позволяют в полной мере изучить раздел «функции» в общеобразовательной школе, и сформировать ряд метапредметных умений.

УМК под редакцией Г.К. Муравина и О.В. Муравиной позволяют полностью реализовать системно-деятельностный подход. Задания учебника развивают все виды универсальных учебных действий.

Регулятивные действия обеспечивают организацию учащимися своей учебной деятельности. Учебники под редакцией Г.К. Муравина и О.В. Муравиной позволяют сформировать следующие виды регулятивных действий:

* постановка и корректировка целей;
* план решения уравнения;
* план решения задачи;
* образцы решения задач, уравнений;
* контроль знаний;
* оценка и самооценка.

Из познавательных действий, формируемых данной линией учебников можно выделить:

* Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели;
* Выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
* Рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности;
* Постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера;
* Поиск и выделение необходимой информации; применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств;
* Структурирование знаний;
* Приемы работы с информацией.

Кроме того, учебники позволяют формировать логические действия, в частности, навык решения задач является составным логическим действием.

В учебниках применяются компоненты общего приема решения задачи:

1. Анализ текста задачи.

2. Перевод текста на язык математики с помощью вербальных и невербальных средств.

3. Установление отношений между данными и вопросом.

4. Составление плана решения задачи.

5. Осуществление плана решения.

6. Проверка и оценка решения задачи.

Знаково-символические действия, которым в линии учебников также уделено внимание, обеспечивают конкретные способы преобразования учебного материала.

Моделирование - преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта (пространственно-графическая или знаково-символическая);

Коммуникативные действия, формируемые при обучении по данной линии учебников, обеспечивают социальную компетентность и учет позиции других людей, партнера по общению или деятельности, умение слушать и вступать в диалог.

Учебник способствует сохранению устойчивого внимания, так как не скучен, не содержит однообразных формулировок в заданиях и предлагает поэтапное усвоение основных алгоритмов.

Структура учебника такова, что позволяла освоить материал основательно, избегая перегрузок учащихся.

Практического материала достаточно, плюс подбор упражнений в рабочей тетради позволял отследить пошаговое усвоение учащимися материала, также закрепить изученный материал, отработать навыки и проверить знания учащихся. Впервые дети освоили работу с тестами в формате ГИА.

Следует отметить, что системно-деятельностный подход в обучении применим при работе с любыми учебными пособиями, в том случае, если педагог не следует бездумно порядку разделов и тем, а привносит в процесс обучения творческое начало, а также грамотно и вдумчиво подходит к построению учебного материала. Системно-деятельностный подход, в условиях введения федеральных государственных образовательных стандартов обеспечивает достижение планируемых образовательных результатов, в особенности такого их важного типа, как метапредметные результаты. Помимо этого, он создает основу для самостоятельного успешного усвоения обучающимися новой информации, умений, компетенций, видов и способов деятельности.

## § 3. Введение понятия функции по стандартам математического обучения в системно-деятельностном подходе

Ключевой целью системно-деятельностного подхода в обучении является научение не знаниям, а работе и самостоятельному поиску информации, ее анализу и оценке.

Для того, чтобы осуществить системно-деятельностный подход в рамках урока, педагог ставить перед собой ряд основополагающих вопросов, в частности:

* Какой учебный материал отобрать?
* Каким образом его дидактически обработать?
* Какие методы и средства обучения выбрать?
* Как организовать свою деятельность и деятельность обучающихся?
* Как обеспечить взаимодействие всех этих компонентов, с целью приведения их к определенной системе знаний и ценностных ориентаций?

При этом структура урока с позиций системно-деятельностного подхода состоит в следующем:

* Создание педагогом проблемной ситуации, которая будет решена в процессе урока и получения новых знаний.
* Принятие учеником данной проблемной ситуации или непринятие и корректировка.
* Выявление проблемы.
* Управление поисковой деятельностью обучающихся, в частности, при помощи наводящих вопросов или технологий, например технологии диалогового взаимодействия.
* Осуществление обучающимся поиска решений проблемной ситуации.
* Обсуждение результатов поиска, их успеха или неуспеха.
* Рефлексивная деятельность [6].

Для построения урока математики с позиции системно-деятельностного подходанеобходимо учесть ряд критериев результативности урока:

* Передача функций от учителя к ученику при постановке цели урока.
* Систематическое обучение рефлексивному действию, в частности, оценки своей готовности, обнаружению причин затруднений в усвоении материала.
* Использованиеразличных форм, методов и приемы обучения, с акцентом на методы и формы, повышающие степень активности обучающихся в учебном процессе.
* Использование технологии диалогового взаимодействия, обучение правильной постановке вопросов.
* Сочетание репродуктивной и проблемной форм обучения, привнесение творческого начала в работу и обучение.
* Задание четких критериев самоконтроля и самооценки, с целью формирования контрольно-оценочной деятельности обучающихся.
* Использование приемов, позволяющих достичь осмысления учебного материала всеми учениками.
* Оценка реального продвижения каждого ученика,внесение корректировок в обучение с учетом этой оценки.
* Планирование коммуникативныхзадач урока.
* Поощрение выражения учеником собственной позиции.
* Создание на уроке атмосферы сотрудничества, сотворчества и психологического комфорта.
* Реализация личностноговоздействия «учитель – ученик» в рамках урока [49].

Тема «функции» в учебный курс математики должна быть введена с учетом вышеперечисленных критериев, в этом случае достигается реализация системно-деятельностного подхода в обучении, что является определяющим фактором, в силу того, что изучение понятия функции – один из основополагающих разделов курса математики.

При изучении темы функций целесообразно в начале изучения задать обучающимся ряд проблемных вопросов, в частности: «Какие зависимости существуют вокруг нас?», «Как мы можем описать ту или иную зависимость?», «Что от чего зависит в приведенном примере?» (например, вес и рост человека при взрослении). Ответы на эти вопросы помогут ученикам сформулировать проблемную ситуацию на уроке, которую будет предложено разрешить в процессе изучения материала. После формулирования проблемы, которая может звучать, например: «Как именно описывать множество различных зависимостей, существующих в окружающем мире при помощи математического языка? Как вводить различия между разными зависимостями?», ученикам можно предложить сформулировать цель и задачи урока. В частности цель может быть: «Научиться описывать зависимости». После чего, можно предложить ученикам рассмотреть возможные затруднения на пути к достижению цели, реализовав таким образом «первую часть» рефлексии. «Вторая часть» рефлексии, как итог урока, может быть в виде опроса в конце занятия: «Что вызвало затруднения?» или «Так ли трудно описывать зависимости, как это представлялось вначале?».

В ходе изучения темы на уроке обучающимся может быть предложено задавать вопросы по исследуемому материалу, после чего оценить их активность в диалоге с педагогом. Активный диалог обучающихся с педагогом позволяет реализовать системно-деятельностный подход в обучении, что особенно важно при изучении столь фундаментальной темы, как «функции».

При подходе к теме функций можно использовать различные приемы, в частности, подходить к изучению материала раздела «функции» со стороны зависимости, графиков, формул и определений или систем уравнений. В целом, сочетание всех этих подходов на различных занятиях приведет к более успешному усвоению материала темы.

С целью привнесения творческого начала в учебный процесс обучающимся может быть предложено привести примеры использования функций и их графиков в реальной жизни.

Для достижения наилучших результатов обучения рефлексия может быть приведена не в конце занятия, а в середине. При этом, при ответе обучающихся на вопрос: «Что вызвало затруднения при изучении материала?», целесообразно попросить более сильных учеников объяснить те или иные моменты более слабым, что позволит в большей степени осмыслить изученный материал, повторив особо спорные и сложные вопросы.

Следует отметить, что наиболее продуктивным из возможных направлений повышения качества обучения обучающихся основной школы на уроках математики, в рамках внедрения федеральных государственных образовательных стандартов нового поколения, является системно-деятельностный подход.

Организация процесса обучения математике через деятельность служит основой для формирования у обучающихся творческого мышления, навыка работы с информацией, в частности навыков поиска информации, обработки, анализа оценки, применения в практической деятельности.

Повышение качества обучения математики способствует тот вид обучения, при котором на первый план выступает не сам процесс подачи материала педагогом, а овладение учениками общей структурой деятельности, в частности, теоретическим способом действия, состоящим из трех взаимосвязанных компонентов: планирования, анализа реализации плана и рефлексии.

# Глава II. Основы изучения функциональной линии в курсе математики общеобразовательной школы

## § 1.Понятие функциональной линии

Понятия функции, как такового,не существовало до семнадцатого века, когда первое его определение проложил Рене Декарт. Понятие функции Декартаизначально изложено на языке геометрии, и возникло в силу того, что для создания единого подхода к зависимостям величин друг от друга и их характеристикампоявилась необходимость внедрения нового, более общего понятия.

При этом стоит отметить, что задолго до Декарта ученые пользовались функциями для описания различных природных явлений и закономерностей в таких науках, как астрономия, алхимия или физика.

Термин «функция» (от латинского слова function – совершение, дело) впервые употребил знаменитый математик Г. Лейбниц, однако в то время ему придавали несовременное значение, понятие функции в смысле роли, то есть величины, выполняющей ту или иную функцию. В более современном значении, как термин выражение «функция от х» стало употребляться Г. Лейбницем и И. Бернулли в 1698 году, после чего Г. Лейбниц также ввел понятия «переменная» и «константа».

Полное определение функции, свободное от геометрического языка, было дано учеником Лейбница, швейцарским математиком Иоганном Бернулли в 1718 году. Функцией переменной величины И. Бернулли назвал количество, образованное каким угодно способом из этой переменной величины и нескольких постоянных величин. Данное определение функции предполагало опору не только на работы Лейбница, но и на труды Исаака Ньютона, исследовавшегоогромное количество разнообразных функциональных зависимостей.

В книге «Введение в анализ бесконечных», написанной в 1748 году,ее автор, Леонард Эйлер,пользуется определением И. Бернулли, однаконесколько корректирует его.Эйлер называет функцией переменного количества некоторое аналитическое выражение, составленное из данногопеременного количества и чисел (постоянных количеств). Таким же образом понимали функцию ученые-математики на протяжении всего восемнадцатого века, несмотря на то, что Эйлер постоянно трансформировал свое определение и развивал понятие функции.

В своей книге «Дифференциальное исчисление», изданной в 1755 году, Л. Эйлер дает новое определение функции: «Когда некоторые количества зависят от других, таким, образом, что при изменении последних и сами они подвергаются, изменению, то первые называются функциями вторых» [50].

Используя данное определение, французский математик С.Ф. Лакруа отметил тот факт, что любое количество, значение которого зависит от одного или многих количеств, может быть названо их функцией.

Таким образом, претерпев ряд преобразований, само понятие функции отошло от первоначальной геометрической составляющей и фактически отождествилось с аналитическим выражением.

Изучение функциональной линии является ведущим элементомв изучении школьного курса математики, и в современной педагогической науке главенствующее место функциональной линии не оспаривается.

Функциональная линия представляет собой одну из основных содержательных линий школьного курса математики. Изучение ее имеет и мировоззренческое и общекультурное значение для каждого обучающегося. Это обусловлено тем, что при помощи функции описывается большинство реальных процессов. Кроме того, в истории становления математики, как науки, появление новых видов функций или уточнения самого термина «функция», как правило, было связано с необходимостью изучения и описания вновь открытых человеком законов природы. В настоящее время, при изучении функций, также целесообразно устанавливать связь функции и реальных процессов, подобная практика согласуется с условиямисистемно-деятельностного подхода в обучении и может способствовать более целостному построению математических знаний обучающихся.

Несмотря на то, что изучение функциональной линии начинается на седьмом году обучения, сама по себе функциональная линия открывается детям еще в начальной школе, то есть, кседьмому классу ребёнок имеет достаточный опыт работы с различными зависимостями. В частности, каждый может рассчитать, быстро или медленно следует идти в школу, чтобы не опоздать к назначенному времени.

Функциональная линия является своего рода метапредметной категорией, так как ее признаки присутствуют во многих школьных курсах.В русском языке спряжение глагола зависит от того, какая буква стоит перед окончанием в неопределённой форме.В курсе обществознания оговаривается экономический закон зависимости величиныпеременных затрат от изменения объёма выпуска продукции[35].При изучении курса физики в учебнике описана зависимость веса тела от его массы[46]. В курсе географии рассматривается зависимость климата от широтного положения территории, близости океана, рельефа и преобладающих ветров [13].

Среди различных зависимостей, с которыми сталкивается ученик на уроках, есть как функциональные, так и те, чтоописываемы с помощью формулы. Математика, как интегрирующий предмет, своеобразная «линейка» природы, позволяет обобщить все эти зависимости и рассматривает множества окружающего мира.

Введение функциональной линии на уроках алгебры позволяет обучающимся обобщить представления о зависимостях, полученные в повседневной жизни и в ходе изучения других школьных курсов. Можно сказать, что изучение функциональной линии дает возможность обучающимся научиться мыслить в терминах переменных и зависимостей, и развиваету них представление о взаимной зависимости процессов и явлений в окружающем мире, что сыграет огромную роль в становлении у ребенка системного мышления.Помимо этого, подобный подход соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов второго поколения, гдесделан акцент на использовании обучающимися знанийна различных учебных предметах и в процессе жизни.

 Реализация данного подхода может быть проведена разнообразными путями, что обусловлено фундаментальностью и многообразием самого понятия функции.

Однако, при выборе какого бы то ни было подхода, необходимо учитывать основные принципы, которых следует придерживаться в ходе изучения функциональной линии в школе. Среди фундаментальных из них можно выделить следующие:

* Отражение явлений реальной действительности непосредственно и конкретно. Данная цель не реализуется со столь значительным успехом при изучении иного материала,кроме изучения функциональной зависимости. Изучение функциональной линии должно быть выстроено таким образом, чтобы обучающийся постоянно встречался с разными применениями функциональной зависимости, как в виде формул, так и в виде графиков и диаграмм, составление и интерпретация которых предполагает определённое функциональное мышление.
* Воплощение черт современного математического мышления. Понятие функциональной линии, как ни одно другое математическое понятие приучает детей к осмыслению величинв их изменяемости и взаимосвязи.Можно сказать, что изучение функциональной линии способствует усвоению обучающимися основ диалектического мировоззрения и системного мышления.
* Внедрение основополагающего понятия высшей математики – понятия функции.В силу того, что функциональная линия присутствует и на постшкольных этапах обучения, качество подготовки обучающихсяв школе к усвоению математики высшей школы во многом зависит от того, насколько твёрдо и полно изучена функциональная линия.
* Использование понятия функции в реальной жизни, а также при решении многих задач, непосредственно не связанных с понятием функции и не включенных в курс математики. Идея функции часто используется в геометрии, физике, химии и биологии.

Таким образом, изучение функциональной линии в школепредставляет собой не только одну из важнейших задач преподавания математики в школе, но и является средством, позволяющим связать единственной идеей или формулой различные курсы математики а также, установить связь с другими науками.

Традиционно, при изучении функциональной линии, выделяется две полярные методические трактовки понятия функции и функциональной линии:генетическая и логическая.

Генетическая интерпретация понятия функции предполагает освоение основных черт, вошедших в понятие функции до середины девятнадцатого века.Ключевыми понятиями, используемыми при генетической трактовке,являются переменная величина, формула, выражающая одну переменную через другие, функциональная зависимость переменных величин, декартова система координат на плоскости.

Основные достоинства генетической трактовки состоят в том, что в данном подходе подчеркнут динамический характер понятия функциональной зависимости, выявляется модельный аспект функции при изучении явлений природы. В силу того, что большинство функций при данном подходе выражаются таблично или аналитически, генетическая трактовка весьма логично увязана с иными элементами содержания курса алгебры.

Помимо перечисленных положительных черт генетическая трактовка понятия функции содержит ряд ограничительных элементов, отрицательно сказывающихся на процессе освоения функциональной линии обучающимися. Одним из существенных минусов генетической трактовкиявляется тот факт, что переменная при таком подходе,как правило, представляется величиной, пробегающей непрерывный ряд числовых значений. Это приводит к тому, что зачастую в значительной степени понятие функции при изучении связывается лишь с числовыми функциями одного числового аргумента.Для того чтобы нивелировать этот недостаток, в обучении необходимо постоянно выходить за пределы первоначального описания аргумента, используя и развивая функциональные представления[23].На современном этапе в большинстве образовательных организаций используется генетический подход.

Логическая трактовка в изучении понятия функции предполагает построение обучения функциональным представлениям на основе методического анализа понятия функции. Анализ понятия функции при логическом подходе проходит в рамках понятия алгебраической системы.

При логической трактовке функция выступает в виде специфического отношения между двумя множествами, удовлетворяющего условию функциональности. Начальным этапом изучения функциональной линии, при логическом подходе, становится вывод понятия функции из понятия отношения.

Положительной стороной данной трактовки является то, что при логическом подходе существует необходимость иллюстрировать понятие функции при помощи разнообразных средств, что в значительной степени обогащает язык школьной математики. Кроме таблиц и формул, в логическом подходе используется задание функции стрелками, перечислением пар, применяется не только числовой, но и геометрический материал. Геометрические преобразования различного рода при логическом подходе также возможно рассматривать как функцию. Основные достоинства логической трактовки при изучении функциональной линии – это обобщенность возникающего понятия функции и вытекающие из него возможности установления взаимосвязей в обучении математике.

При этом, при логической трактовке выработанное общее понятие функции оказывается связанным с числовыми функциями одного числового аргумента, то есть с той же самой областью, в которой оно формируется при генетическом подходе, но с приложением меньших усилий, нежели в логическом.

Независимо от выбранного подхода в изучениифункциональной линии следует учитывать многокомпонентность данного понятия, и формировать у обучающихся представление о системеэтих компонентов. В самом общем смысле в систему входят следующие компоненты:

* Комплекс представлений о функциональной зависимости переменных величин в явлениях и процессах реальной жизни и в точных науках.
* Понимание функции как соответствия.
* Понимание графиков функций, как основы графического представления зависимостей.
* Комплекс способов вычисления значений функций.

На основании вышеизложенного можно сказать, что при изучении понятия функциональной линии генетический подход оказывается недостаточным для освоения обучающимися функции как обобщенного понятия, а логическая трактовка обнаруживает некоторую избыточность. Однако эти различия не особенно влияют на процесс освоения функциональной линии и не меняют свойств ее понятия, так как в дальнейшем ее изучении они постепенно стираются. Исчезновение этих различий обусловлено тем, что в курсах алгебры и начал анализа изучается не само понятие функции, а конкретно заданные функции и классы функций, а также их приложения в метапредметной области.

##

## § 2. Цели и методы изучения функциональной линии в условиях введения ФГОС

В Федеральных государственных образовательных стандартах второго поколениясуществует указание на то, что в курсе математики содержание раздела «Функции» нацелено на получение обучающимися конкретных знаний о функции как фундаментальной математической модели для исследования и анализа различныхявлений и процессов.

Изучение материала раздела, посвященного функциям, способствует развитию у детей умения пользоватьсясловесным, графическим и символическим языками математики.Кроме того, изучение функциональной линии позволяет вносить вклад в формирование представлений о роли математики, как науки, в развитии других наук, цивилизации и культуры общества.

В федеральных государственных образовательных стандартахустановлены лишь самые общие требования к результатам изучения функциональной линии в курсе математики.Среди метапредметных результатов обучения при изучении функциональной линии у обучающихся должно быть сформировано умение читать и использовать для интерпретации и аргументации различные математические средства наглядности, такие как графики, таблицы, диаграммы, схемы.

Из предметных результатов при изучении функциональной линии должны быть достигнуты следующие:

* + Обучающиеся должны овладеть базовым понятийным аппаратом по всем разделам содержания функциональной линии.
	+ Обучающиеся должны иметь представление об основных понятиях, приуроченных к функциональной линии, таких, как число, уравнение, геометрическая фигура, вероятность, функция, в силу того, что данные категории являются важнейшими математическими моделями, позволяющимиисследовать и анализировать реальные процессы и явления.
	+ Обучающиеся должны овладеть системой функциональных понятий, языком и символикой.
	+ Обучающиеся должны уметь описывать и анализировать реальные зависимости, опираясь на функционально-графические представления.
	+ Обучающиеся должны уметь использовать функционально-графические представления для решения математических задач, исследования, описания и анализа реальных зависимостей [38].

Таким образом, исходя из планируемых результатов изучения функциональной линии, утвержденных федеральными государственными образовательными стандартами, можно сформулировать ряд целей изучения функциональной линии в контексте ФГОС:

* 1. Формирование у обучающихся целостного представления об окружающем мире и взаимосвязи его компонентов на основании исследования реальных зависимостей при помощи функций. При достижении данной цели ребенок научится понимать взаимосвязь явлений и процессов в мире, описывать их математическим языком, придет к осознанию того, что математика, как наука, является «линейкой» окружающего мира. Также у ребенка могут быть заложены основы навыков для продолжения образования на более высоких ступенях обучения – в высших учебных заведениях.
	2. Формирование навыков использования функций в повседневной жизни, как в бытовых аспектах, так и в специальных областях, например, научных исследованиях. При достижении данной цели ребенок овладеет навыками применения изученного материала функциональной линии для решения бытовых проблем и использования его при обучении другим учебным предметам. Также возможно формирование у ребенка основ умений и навыков учебно-исследовательской деятельности, имеющей значение для дальнейшего образования.
	3. Формирование у обучающихся знаний, умений и навыков использования понятийного аппарата, связанного с функциональной линией, в математике и других областях научных знаний. При достижении данной цели обучающийся сможет свободно использовать термины и понятия из раздела «функции», как в общенаучных, так и в бытовых аспектах жизни. В дальнейшем возможно формирование у ребенка навыков использования терминов и понятий в научных исследованиях.
	4. Формирование у обучающихся навыков перевода информации из одного вида в другой: из графической в текстовую, табличную, на язык формул. Достижение этого результата позволит более эффективно усваивать учебный материала и формировать знания, умения и навыки, как в курсе математики, так и в других школьных дисциплинах. Возможно формирование у ребенка ключевых навыков работы с информацией – поиска, получения, преобразования, необходимых в курсе дальнейшего обучения для обработки больших объемов научных знаний.

Следует отметить, что требования федеральных государственных образовательных стандартов и их концепция «профессионального ученика» - обучающегося, способного самостоятельно «добывать» знания, достаточно органично сочетаются с условиями системно-деятельностного подхода.

Однако необходимо учитывать, что реализация данных целей возможна лишь при грамотном методологическом подходе к введению функциональной линии в курс математики. В связи с этим, встает актуальный вопрос о методах изучения функциональной линии в контексте федеральных государственных образовательных стандартов.

Введение функциональной линии в школьный курсалгебрыобусловило возникновение четырехметодических проблем, вокруг которых сформировались расхождения во мнениях методистов, а именно:

* + 1. Какова цель и значение изучения понятия функции обучающимися?
		2. Какие подходы в наибольшей степени соответствуют грамотному освоению материала раздела«функции»?
		3. В каком виде, и в какой момент необходимо вводить функциональную пропедевтику (преддверие понятия функции)?
		4. Какое место, и в каком объеме должен занимать функциональный материал в курсе школьной математики?

В связи с большим объемом и многокомпонентностью понятия функции, простейшие элементы функциональной линии изучаются, начиная со средних классов школы. Как правило, с седьмого года обучения идет постепенное изучение свойств функций и функциональных зависимостей. Помимо этого, изучаются различные классы функций по возрастанию сложности: с линейных функций и их графиков к квадратичным функциям и функциям обратной пропорциональности, завершая ряд дробно-линейными функциями. Позднее, в старших классах изучают тригонометрические, показательные и логарифмические функции. Различные классы функций рассматриваются как функции одной переменной, и сами переменные не выходят за рамки множества вещественных чисел.

Изучение функциональной линии представляет собой достаточно длительный процесс, который логически должен завершиться формированием представлений обо всех компонентах понятия функции, их взаимосвязи и роли в математической науке. Для достижения наилучших результатов, процесс изучения функциональной линии ведется по трем основным направлениям:

* Упорядочение основных представлений о функции, введение системы понятий, приуроченных к функциональной линии, в частности, способы задания и свойства функций, графическое чтение области определения и значений функции, возрастания и убывания.
* Подробное изучение отдельных функций и их классов.
* Расширение области применения функциональной линиипри помощи включения в нее идеи функции и системы действий с функцией [16].

Первоначальнымнаправлением в курсе школьной алгебры выступает упорядочение представлений о функции. При осуществлении данного направления ключевое место отводится освоению однозначности соответствия аргумента и определенного по нему значения функции. Для закрепления данного материаларассматриваются различные способы задания функции.

В большинстве случаев функция задается формулой, а иные способы задания функции играют второстепенную роль. На основании этого после знакомства с несколькими способами задания функции основное внимание в обучении уделяется функциям, имеющим стандартную алгебраическую форму их выражения. При этом необходимо учитывать тот факт, что в процессе введении понятия функции сопоставление разных способов ее задания выполняет важную роль. Главным образом, это обусловленопрактической потребностью, так как таблицы и графики служат для удобного представления функции, в тех или иных обстоятельствах. Кроме того, для усвоения всего многообразия аспектов понятия функции также необходимо знать и понимать различные способы задания функции. Выражение функции формулойвозможно только в тех случаях, когда функциявключена в соответствующую систему представлений и операций, однако эта система сама по себе подразумевает, что различные компоненты понятия функции могут быть отображены наиболее естественно иными средствами.

В данном ключе использование заданий по переводу задания функции из одной формы представления в другую является достаточно эффективным методическим приемом при изучении функциональной линии.

Осуществлениеданного приема предполагает использование системы заданий, где представлены все случаи такого перевода. На современном этапе при изучении понятия функции преобладающими являются два исторически сложившихся подхода: индуктивный и дедуктивный.

Приобретаемые в ходе изучения функциональной линии навыки работы с формулой и исследования элементарных функций необходимы для изучения в дальнейшем электродинамики и оптики. Кроме того, навыки построения графиков функции играют существенную роль при изучении всего курса физики.

На основе знаний, полученных в процессе изучения функциональной линии у обучающихся формируются метапредметные расчетно-измерительные умения и навыки. Изучение материала функциональной линии опирается на метапредметные связи с курсами физики, черчения, химии, физической географии.

При изучении любого класса функций выделяют общее инвариантное ядро, необходимое для полного освоения обучающимися материала и состоящее из шести основных направлений:

* Графический способ решения уравнений
* Поиск наибольшего и наименьшего значений функции на конкретном промежутке.
* Преобразование графиков функций.
* Символика, касающаяся функций.
* Кусочные функции.
* Чтение графиков функций [24].

В каждом из направлений существуют методические особенности, позволяющие поле полно изучить функциональную линию, а также, достоинства и недостатки.

Для метода графического решения уравнений основным неудобством является его нестандартность для восприятия обучающимися. При использовании данного метода при решении уравнений, создается проблемная ситуация, приводящая к необходимости поискааналитических алгоритмов решения уравнения.

При изученииконкретного класса функций метод графического решения уравнений приводит ученика к ситуации, при которой график функции строится для решения другой задачи(поиска решений уравнения), а не ради графика функции [14].Таким образом, построение графика функции выступает не целью, а средством, помогающим решить уравнение, что в большей степени соответствует условиям системно-деятельностного подхода, так как, по сути, при таком методе обучающемуся дается инструмент для решения задач, а не просто рассматривается очередной тип упражнений.

Поиск наибольшего и наименьшего значений функции на заданном промежутке, как вид работы, предлагается, начиная с седьмого года обучения.Методическая ценность такого задания состоит в том, что обучающимся предлагается новая «игра» с функцией, при которой, как и в первом случае, график строится не в рамках цели задания, а выступает инструментом для ответа на вопрос задачи. Кроме того, в процессе использования этого инструмента,обучающиеся привыкают к оперированию достаточно сложным математическим понятием, восприятие которого при других условиях требует определенной подготовки.

Преобразование графиков, как метод работыиспользуется на восьмом году обучения, когда в теоретическом аспекте изучаются два преобразования: параллельный перенос и растяжение графика [3].В некоторых учебных пособиях материал с заданиями на растяжение графика функций представлен только на девятом году обучения. Задания на преобразование графиков функций более сложны, нежели вышеперечисленные, в связи с чем, прежде чем приступить к их выполнению, у обучающегося необходимо сформировать часть понятийного аппарата и дать понимание самого смысла функции, как математической категории. При соблюдении данных условий задания на преобразование графиков усиливают познавательную активность обучающихся, что отвечает как требованиям федеральных государственных образовательных стандартов, так и условиям системно-деятельностного подхода.

Использование функциональной символикицелесообразно начинать с седьмого года обученияпосле начала изучения функций. Для наилучшего овладения функциональной символикой необходимо предлагать обучающимся примеры, нацеленные на осознание смысла символьной записи функции. Педагогический опыт показывает, что недостаточное владение функциональной символикой вызывает ряд существенных затруднений у обучающихся. В частности, школьники, как правило, не могут исследовать функцию на четность не вследствие того, что не знают определений четной или нечетной функции, а потому, что не понимают значения записи f(-x). Зачастую обучающиеся испытывают затруднения с нахождением производной в силу лишь технических трудностей и недостаточного понимания смысла записи f(x + ∆х), в связи с чем, они не могут составить выражение для приращения функции даже в элементарных случаях. Данный факт означает, что соответствующая работа по изучению функциональной символики была в недостаточной степени проведена в седьмом, восьмом и девятом классах.

Кусочные функции, во многих случаях являются математическими моделями реальных жизненных ситуаций. Использование кусочных функций при изучении функциональной линии способствует преодолению заблуждения обучающихся, отождествляющих функцию лишь с ее аналитическим заданием в виде формулы [31].

Введениекусочных функций готовит и в пропедевтическом и в мотивационном ключе понятие непрерывности, кроме того, применение на уроках заданий на кусочные функциипозволяет педагогуразнообразить систему упражнений, что позитивно отражается на поддержании интереса обучающихся к предмету, а также формирует творческуюактивность при решении задач. Не следует отбрасывать и воспитательный момент, так как нестандартные задания воспитывают умение принять решение, зависящее от правильной ориентировки в тех или иных условиях, что также отвечает требованиям федеральных государственных образовательных стандартов по формированию личности «профессионального ученика» и является положительным фактором при системно-деятельностном подходе.

Чтение графика функции выступает наиболее фундаментальным методом изучения функциональной линии.Обучение описанию по графику свойств функции и переходу от заданной геометрической модели к вербальной, табличной или аналитическойформирует у обучающихся навыки работы с информацией и ее преобразования.

На седьмом году обучения перевод из одних видов информации в другие достаточно беден, но по мере появления новых свойств функций и углубления знаний о ней он становится богаче, что обуславливает понимание обучающимисяповышение собственного уровня знаний, что соответствует принципу осознанности в теории развивающего обучения.

Уже на девятом году обучения наличие в курсе алгебры достаточно большого числа свойств функций позволяет сделать процесс чтения графика разнообразным, интересным и многоплановым. У обучающихся появляется возможность составить довольно четкий «словесный портрет» функции по ее графику. В заключение следует отметить, что для достижения наилучшего результата в изучении функциональной линии необходимо использование на уроках всех шести перечисленных направлений инвариантного ядра понятия функции. При этом степень использования того или иного направления следует соотносить с личностными и возрастными особенностями обучающихся.

Подобная система обучения позволит реализовать индивидуальный подход к ученикам, что также предусмотрено требованиями федеральных государственных образовательных стандартов, отвечает условиям системно-деятельностного подхода в обучении и необходимо при изучении такого основополагающего раздела математики, как раздел «функции».

## § 3. Типы уроков при реализации функциональной линии в рамках системно-деятельностного подхода

Системно-деятельностный подход выступает методологической основой федеральных государственных образовательных стандартов в силу того, что он нацелен на развитие личности и формирование гражданской идентичности ребенка. В связи с тем, что основной формой организации обучения является урок, то для реализации системно-деятельностного подхода педагогу необходимо учесть принципы построения урока в рамках данного подхода, типологию уроков и критерии их оценивания.

Системно-деятельностный подход в корне меняет содержание образования, его методы и форм. Планируемый результат образования, в отличие от прежнего, традиционного его толкования, формулируется в виде конкретных задач:

* Зачем учить? Данная задача предполагает постановку цели изучения того или иного материала.В рамках изучения функциональной линии ответ на данный вопрос предполагает, что цель обучения – формирование у обучающегося целостного представления о зависимостях в мире и навыков метапредметных действий.
* Чему учить? При ответе на этот вопрос подразумевается раскрытие содержания образования. Содержание материала функциональной линии в контексте системно-деятельностного подхода подразумевает, выявление обучающимся общих закономерностей функций, развитие навыков оперирования ими, владение понятийным аппаратом, умение применять полученные знания на практике.
* Как учить? Задача, определяющая выбор методики, при помощи которой будет происходить изучение материала.Среди многообразия методов изучения функции в системно-деятельностном подходе необходимо отдавать предпочтение тем, которые нацелены на формирование навыков у обучающегося и достижение метапредметных результатов.

Системно-деятельностный подход, таким образом, меняет цели и содержание образования, а также, обуславливает появление новых средств и технологий обучения. В частности, для реализации системно-деятельностного подхода формулировка учебных заданий должна быть построена качественно новым образом.

Задания в условиях системно-деятельностного подхода должны быть направлены на формирование следующих навыков:

* Навык мнемонического воспроизведения.
* Навык извлечения и описания информации;
* Навык структурирования и переработки информации;
* Навык осмысления, оценки и интерпретации информации;
* Навык творческого применения информации [5].

В таблице 1 представлены примерные формулировки заданий, исходя их необходимости формирования учебных навыков обучающегося в рамках системно-деятельностного подхода:

Таблица 1

Формулировки учебных заданий, позволяющих сформировать учебные навыки обучающихся в рамках системно-деятельностного подхода

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Навык мнемонического воспроизведения | Навык извлечения и описания информации | Навык структурирования и переработки информации | Навык осмысления, оценки и интерпретации информации | Навык творческого применения информации |
| 1. Дайте определение линейной функции;
2. Сформулируйте отличия линейной функции от других видов функций;
3. Перескажите основные признаки графика параболической функции;

Сделайте по образцу перенос графика функции; | 1. Опишите процесс построения графика функции по формуле;
2. Перечислите факторы, влияющие на форму графика функции;
3. Дайте характеристику основных видов функций;

Понаблюдайте за превращением графика функции при изменении значения переменной; | 1. Составьте план исследования функции; Выполните исследование функции;
2. Подготовьте доклад о свойствах гиперболической функции;
3. Укажите главное свойство линейной функции;
 | 1. Проанализируйте график линейной функции;
2. Укажите сходство и различия гиперболической и параболической функций;
3. Сопоставьте минимальные и максимальные значения функции;
4. Найдите закономерности изменения положения графика функции при изменении значения переменной;

Объясните, чем обусловлены свойства линейной функции; | 1. Выскажите своё мнение о свойствах параболической функции;
2. Предложите способ решения трансцендентного уравнения при помощи графика;
3. Исследуйте график функции;
4. Предложите объяснение свойствам параболы;
 |

В рамках системно-деятельностного подхода, организация деятельности обучающихся на уроке осуществляется путем постановки цели деятельности, планированиядействий для реализации поставленной цели, собственно деятельности и рефлексии полученных результатов.

В условиях системно-деятельностного подхода уроки по целеполаганию подразделяют на четыре основные группы:

* Урок открытия нового знания;
* Урок общеметодологической направленности;
* Уроки рефлексии;
* Урок развивающего контроля [47].

Деятельностная задача урока открытия нового знания представляет собой формирование способности обучающихся к новому способу действия, что согласуется с условиями системно-деятельностного подхода, предполагающего собственно обучение конкретному действию. Образовательная задача урока открытия нового знания – это расширение понятийной базы обучающегося при помощи включения в нее новых элементов. При изучении функциональной линии основной деятельностной задачей является формирование навыка преобразования информации из текстовой в аналитическую, графическую, табличную. На уроках данного типа целесообразно давать задания на чтение графика функций, составление таблиц значений функции, построение графика по формуле. При помощи подобных заданий достигается и формирование понятийного аппарата обучающегося. На уроках данного типа, с целью закрепления понятийного аппарата целесообразно включить задания следующего типа: «Объясните, чем обусловлены свойства линейной функции?», «Выявите отличия линейной функции от других видов функций на основании ее графика?». Также полезно предложить задания на сравнение, например: «Сравните два графика функции, в чем их основные отличия, каким функциям они принадлежат?».

Деятельностнаязадача урока рефлексии предполагает становление у обучающихся способностей к рефлексии коррекционно-контрольного типа, а также, фиксирование собственных затруднений в деятельности, выявление их причин, построение и осуществление плана выхода из затруднения. Образовательная задача урока рефлексии подразумевает коррекцию и тренинг изученных понятий, фактов и алгоритмов. На уроках рефлексии в рамках изучения функциональной линии необходимо организовывать взаимодействие обучающихся между собой по поиску затруднений, возникших при изучении материала раздела «функции». Для организации следует давать задания в парах по взаимопроверке, и также использовать методики групповой работы. Данный подход не только позволит грамотно провести рефлексию, но и сформирует ряд коммуникативных универсальных учебных действий, что отвечает требованиям ФГОС второго поколения. Для урока рефлексии задания должны быть сформулированы с целью формирования познавательной активности обучающихся, например: «Почему описание графика параболы вызвало у вас трудности и как можно их преодолеть?», «Какой тип функции вызывает наибольшие сложности при запоминании ее свойств и почему?», «Как можно ускорить процесс нахождения минимума и максимума функции?». Также полезно задавать стандартные для процесса рефлексии вопросы: «Что понравилось?», «Что вызвало сложности?», «Что осталось непонятным?».

Деятельностная задача урока общеметодологической направленности предполагает формирование способности обучающихся к новому способу действия, приуроченному к построению структуры изученных понятий, фактов и алгоритмов. Образовательная задача такого урока – это выявление теоретических основ построения содержательно-методических линий. При изучении функциональной линии данный тип урока является одним из самых важных, в силу того, что он позволяет обучающимся систематизировать полученную информацию. Задания на уроках общеметодологической направленности должны показывать взаимосвязь различных элементов материала. Одним из примеров подобного упражнения может являться отображение одной функции в разных видах – в виде графика, формулы, таблицы, теоретического описания, таким образом, у ученика формируется целостное представление о функции и возможности ее отображения в различных вариантах. Наиболее продуктивными вариантами контроля полученных знаний обучающихся является самоконтроль и взаимоконтроль. При изучении функции на уроках такого типа также целесообразно организовать работу в парах, когда обучающиеся проверяют контрольные работы друг друга, после чего они отдаются на проверку педагогу. Выставление оценки может быть и по результатам контрольной работы и по результатом поиска ошибок у соученика. Педагогический опыт показывает, что обучающиеся проверяют ошибки друг у друга строже, нежели сам учитель. Заданиями для урока общеметодологической направленности могут быть следующие: «Сгруппируйте виды функций по их основным свойствам?», «Проанализируйте виды функций?», «Объясните данное свойство функции». Также целесообразны упражнения на повторение материала.

Деятельностнаязадача урока развивающего контроля – это становление способности обучающихся к реализации контрольной функции, а образовательная задача подразумевает собственно контроль и самоконтроль изученных понятий, фактов и алгоритмов.

Механизм деятельности по контролю в рамках уроков развивающего контроля предполагает четыре этапа работы:

1. Предъявление контролируемого материала.
2. Подбор понятийно обоснованного эталона для контроля, а не его субъективной версии.
3. Сопоставление проверяемого материала с эталоном по определенным критериям.
4. Анализ результата сопоставления попредварительно обоснованным критериям.

На основании этого, уроки развивающего контроля предполагают организацию деятельности обучающегося по следующей структуре:

* Написание обучающимися контрольной работы.
* Сопоставление результатов контрольной работы с объективно обоснованным эталоном выполнения этой работы.
* Оценка обучающимися результата сопоставления на основании ранее определенных критериев[48].

В качестве примера материала для урока развивающего контроля можно привести процесс контроля усвоения материала в теме линейной функции. Результатом изучения линейной функции является формирование у обучающихся следующих навыков:

* Навык построения графиков линейной функции;
* Навык поиска по значению аргумента соответствующего значения функции и производство обратного действия;
* Навык определения расположения графика на оси координат в зависимости от коэффициента;
* Навык описания расположения графика по формуле, задающей функцию, и производство обратного действия.

При вынесении на контроль материала по линейной функции целесообразно включить разнородные задания.

Для устной работы полезно задать ряд таких вопросов, как: «Какой вид имеет формула, задающая линейную функцию?», «Из данных функций выделите линейные: у=-2,4х-4; 2. у=4х 3. у=3х-4; 4. у=0,2х-4», «Что представляет график линейной функции?», «Сколько точек необходимо для построения графика линейной функции?»

Для письменной работы целесообразно включить следующие упражнения: «Постройте график функции у=4х-6 и по графикунайдите значение у, при котором х=2; 1; 0,5 и значение х, при котором у= -1; 1; -3», «Постройте графики функций у=3х-4 и у=3х+2,5 в одной системе координат, чем обусловлено их взаиморасположение?», «Выясните, проходит ли график функции у=-3х+8 через точки: А (2;2) и В (11;15)».

Также полезно включить ряд заданий на обобщение, используя их в процессе фронтального опроса по линейной функции, в частности: «Среди указанных функций назовите те, графики которых: проходят через начало координат, пересекают ось ординат в точке с положительной (отрицательной) ординатой, параллельны оси абсцисс», «Выделите функции, графики которых составляют с осью абсцисс острый угол и тупой угол».

При выполнении вышеуказанных заданий полезно использовать процесс взаимопроверки и взаимооценки обучающимися друг друга, так как при таком подходе более эффективно проходит процесс запоминания и обобщения основных моментов изученного материала и его систематизации, что, в свою очередь, и является целью урока контроля.

В отличие от урока контроля, урок открытия нового знания на основе системно-деятельностного подхода обладает более сложной структурой, также включающей несколько этапов.

Первый этап – мотивирование обучающихся к учебной деятельности предполагает осознанное вхождение ученика в пространство и сферу учебной деятельности на уроке. Мотивирование к учебной деятельности состоит из трех компонентов: актуалация требования к ученику со стороны учебной деятельности, так называемый, компонент «надо», создание условий для становления внутренней потребности ученика включиться в учебную деятельность – компонент «хочу» и установление тематических рамок, компонент «могу». При изучении функциональной линии на данном этапе целесообразно показать практическое применение функций в жизни: в быту, профессиях, науке и технике.

В процессе мотивации к учебной деятельности происходят процессы адекватного самоопределения ученика в учебной деятельности и самополагания в ней. Данные процессы предполагают сопоставление и сравнение обучающимся своего реального «Я» с образом «Я –идеальный ученик», и осознанное подчинение системе нормативных требований учебной деятельности, на основе этого сопоставления, а также, выработку внутренней готовности к обучению.

Второй этап, предполагающий актуализацию и фиксирование индивидуального затруднения в пробном учебном действии, организует подготовку и мотивацию обучающихся к самостоятельному выполнению пробного учебного действия, его реализации и фиксации индивидуального затруднения.

Таким образом, этап актуализации предполагает:

* Актуализацию освоенных способов действий, необходимых для построения нового знания, а также, их обобщение, анализ и фиксацию.
* Актуализацию мыслительных операций и познавательных процессов, необходимых для данных способов действий.
* Мотивацию к пробному учебному действию и его самостоятельное осуществление
* Фиксацию индивидуальных трудностей и проблемпри выполнении пробного учебного действия или его обосновании.

На этапе актуализации следует напомнить обучающимся, когда ранее в школьном курсе математики они сталкивались с различными зависимостями, например, при решении задач на скорость, время, расстояние, и насколько простым и логичным был тот давний материал.

Третий этап подразумевает работу по выявлению места и причины затруднения. Для решения данной задачи обучающиеся должны осуществить следующие действия:

* Восстановить выполненные операции и зафиксировать место возникновения затруднения.
* Соотнести и сравнить собственные действия с используемым способом действий, на основе чего выявить и зафиксировать причину затруднения(конкретные знания, умения инавыки, которых недостает для решения задачи и задач такого класса).

На данном этапе следует выявить, какие свойства, виды отображения или типы функций (в зависимости от содержания урока) вызвали наибольшее затруднение и по какой причине. Основной причиной, как правило, является новизна и «непривычность» материала, так как тема функции является первой в школьном курсе математики, совмещающей элементы алгебры, геометрии и математического анализа.

Четвертый этап работы подразумевает построение плана или проекта выхода из выявленного затруднения. Обязательными компонентами подобного проекта являются тема, цель, способ, план и средство.

На этапе проекта выхода из затруднения обучающиеся в коммуникативной форме обдумывают проект будущих учебных действий.Они ставят цель, каковой в большинстве случаев выступает устранение возникшего затруднения, согласовывают тему урока и способ, строят план реализации цели и определяют средства ее достижения. Педагог должен всецело руководить данным процессом, вначале с помощью подводящего диалога, впоследствии, путем побуждающего и исследовательского методов. Наилучшим выходом на данном этапе представляется предложение ученикам ряда заданий на исследование функций и продолжение решения упражнений такого типа на пятом этапе, однако, уже с подведением итогов.

Пятый этап включает в себя реализацию построенного проекта, подразумевающую обсуждение разнообразных вариантов, предложенных обучающимися, и выбор оптимального из них. Построенный на этапе проектирования способ действий используется для решения задачи, вызвавшей затруднение. В завершение этапа уточняется характер вновь полученного знания и фиксируется преодоление возникшего затруднения.

На шестом этапе осуществляется первичное закрепление с проговариванием во внешней речи, при котором обучающиеся в форме коммуникации, фронтально, в парах или группах, решают типовые задания на новый способ действий с проговариванием хода решения вслух.

Седьмой этап включает в себя самостоятельную работу с самопроверкой по эталону. При проведении седьмого этапа предпочитается индивидуальная форма работы, при которой обучающиеся самостоятельно выполняют задания нового типа и реализуют самопроверку, пошагово сравнивая полученный результат с эталоном. В завершение седьмого этапа существует необходимость организации исполнительской рефлексиипроцесса реализации построенного проекта учебных действий и контрольных процедур.

Эмоциональная направленность седьмого этапа состоит в организации для каждого обучающегося ситуации успеха, мотивирующей его к включению в дальнейшую познавательную деятельность. Шестой и седьмой этапы наилучшим образом организуются при работе и взаимопроверке знаний в парах самими обучающимися друг у друга.

Восьмой этап подразумевает включение в систему знаний и повторение пройденного материала.На восьмом этапе выявляются практическая значимость нового знания и границы его применимости, а также, выполняются задания, в которых новый способ действий предусматривается как промежуточный шаг.

При организации восьмого этапа педагог подбирает задания, в которых тренируется использование изученного материала, имеющего методическую ценность для введения в дальнейшем новых способов действий. На восьмом этапе происходит как автоматизация умственных действий по изученным нормам, так и подготовка к введению в будущем новых норм. При изучении функций на данном этапе необходимо выработать автоматизированный навык построения графиков, определения их свойств, переведения графиков в формулы. Для достижения автоматизма необходимо дать ряд разнородных заданий из каждой ранее изученной темы раздела «функции» [42].

Девятый и итоговый этап включает рефлексию учебной деятельности на уроке.На данном этапе фиксируется новый материал, изученный на уроке, и организуется самооценка учениками своей учебной деятельности. В завершение этапа рефлексии соотносятся ее цель и результаты, устанавливается степень их соответствия, и намечаются дальнейшие цели деятельности [39].

Существуют иные варианты типологии урока в рамках системно-деятельностного подхода, но все они, так или иначе, согласуются с приведенной выше классификацией.

Типология урока для работы может быть выбрана любая, отвечающая условиям системно-деятельностного подхода, однако при построении урока в рамках системно-деятельностного подходаследует иметь ввиду критерии результативности урока, вне зависимости от того, какая типология выбрана.

Таким образом, независимо от цели и вида урока, а также, форм его проведения для реализации системно-деятельностного подхода следует придерживаться следующих правил:

* Цели урока необходимо задавать с тенденцией передачи функции от педагога к обучающемуся.
* Педагог должен систематически обучать детей осуществлять рефлексивное действие, в частности, оценивать собственную готовность, обнаруживать пробелы в знаниях, находить причины затруднений и проблем.
* Следует использовать разнообразные формы, методы и приемы обучения, повышающие степень познавательной активности обучающихся в учебном процессе.
* Педагог должен владеть технологией диалогового взаимодействия и учить обучающихся грамотнозадавать и адресовать вопросы.
* Педагог должен продуктивно и адекватно цели урока сочетать репродуктивную и проблемную формы обучения, а также обучать детей работать как по утвержденному алгоритму или правилу, так и творчески.
* Необходимо четко ставить перед обучающимися учебные задачи и заранее определять критерии самоконтроля и самооценки, с целью становления у детей специальной контрольно-оценочной деятельности.
* Необходимо добиваться осмысления учебного материала всеми обучающимися, используя для этого специальные технологии, методы и приемы.
* Педагог должен оценивать реальное продвижение каждого обучающегося, максимально создавать для каждого ситуации успеха, поощрять и поддерживать минимальные достижения.
* Педагог должен заранее планировать коммуникативные задачи урока.
* Педагог должен принимать и поощрять, выражаемую учеником, собственную позицию или мнение, а также, обучать корректным формам их выражения.
* Стиль и тон отношений, задаваемый на уроке, а также обстановка урока должны создавать атмосферу сотрудничества, сотворчества и психологического комфорта.

На основании вышеизложенного, следует отметить, что поиск идеальной формы урока, соответствующей условиям системно-деятельностного подхода, является одной их основных целей научных и методических поисков как ученых-педагогов, так и педагогов-практиков.

Повышение продуктивности урока и реализация системно-деятельностного подхода предполагает решение качественно новых задач:

* Целеполагание с учетом личностных и возрастных особенностей обучающихся, а также, их способностей, возможностей и интересов.
* Конструирование содержания образования таким образом, чтобы оно способствовало «обучению действию».
* Совершенствование форм, технологий и методов обучения.
* Постоянное психолого-педагогическое сопровождение образовательного процесса.

# Глава III. Практическая организация системы изучения функциональной линии в системно-деятельностном подходе

## § 1. Изучение функциональной линии по различным учебным пособиям

На основании анализа различных учебных пособий, сделанного выше, можно заключить, что в большинстве учебниковдля введения функции в школьный курс математики используется конкретно-индуктивный путь.

В связи с этим, для наиболее полного усвоения функциональной линии обучающимися полезно использовать метод проблемного изложения при введении понятия функции, в частности, разобрать ряд задач и упражнений с подчёркиванием характерных признаков функции, например, зависимости одной переменной от другой или однозначностиэтой зависимости. При рассмотрении признаков функции примеры должны быть представлены разнообразно, несущественные признаки должны варьироваться по содержанию. В частности, к несущественным признакам можно отнести способ задания функции: формула, график, таблица.

Подобный подход в том или ином элементе прослеживается в большинстве исследованных учебных пособий, исключением из них является линия учебников Л.В. Кузнецовой, где прослеживается противоположный подход – повышенный акцент сделан именно на способе задания функциональной зависимости, и способ задания функции и его вариативность отнесены к числу характерных и основных признаков функции.

При этом, несмотря на сравнительное единообразие подходов к введению понятия функции в различных учебных пособиях, в большинстве из них будет целесообразно подобрать несколько контрпримеров для различных способов задания функции, и помимо этого, выделить критерииопределенияфункциональности каждой зависимости при различных способах задания функции.К числу таких критериев можно отнести следующие:

* В тех вариантах упражнений и работы, когда функция задана графически, любая прямая, параллельная оси ординат, должна пересекать график не более чем в одной точке.
* В тех случаях, когдафункция задана таблицей, в первой строчке не должно присутствовать двух одинаковых чисел.
* При варианте задания, когда функция задана аналитически, необходимо предусмотреть единственность значений соответствующих зависимости.

В учебных пособиях Л.В. Кузнецовойпри введении понятия «функция» сделан акцент на переход от одного способа задания функции к другому. При этом в других линиях учебников данный переход осуществляется по схеме: «аналитическая модель-таблица-график». Однако только в учебниках под редакцией С.А. Теляковского для введения конкретных функций использована более эффективная схема подачи материала:«словесная модель-таблица-график-аналитическая модель».

Следует отметить, что отнюдь не во всех линиях учебников созданы условия, позволяющиеобучающимся понять, что одна и та же функция может быть задана и формулой, и таблицей, и графиком. Кроме того, не в одном из исследованных учебных пособий не конкретизировано, что не всякая функция, заданная графически, может быть задана в виде формулы, в частности, к таковым относятся кардиограммы.

Следует отметить, что среди всех исследованных учебников, только в учебных пособиях линии А.Г. Мордковича при введении конкретизирован смысл и значение буквы «f», означающей закон соответствия.

Немаловажным фактором при освоении обучающимися материала функциональной линии является наличие разливных способов исследования функций. В данном разделе необходимо средствами, которыми владеют обучающиеся, устанавливать все свойства функции.

В большинстве учебных пособий, исследованных ранее, выделяют три основных способа исследования функции, а именно: аналитический, подразумевающий исследование функции элементарными средствами и исследование с помощью производной, графический и комбинированный.

Продуктом аналитического метода выступает построение графика функции, зачастую, при исследовании используются уравнения и неравенства. В случае графического метода по точкам строится график, с которого, в свою очередь, считываются свойства.

В случае комбинированного методавозможно его использование в двух вариантах. В первом случае часть свойств функции обосновывается аналитически, а часть – графически. Во втором случае первоначально выстраивается график по точкам, после чего считываются свойства функции, затем они доказывается без опоры на график.

Следует отметить, что ни в одном из учебных пособий нет чёткого разграничения языков, на которых рассматриваются свойства функций: словесный, графический, аналитический. Предпосылки к этому просматриваются в учебных пособиях А.Г. Мордковича и учебниках К.С. Муравина и Г.К. Муравина.

Для всех проанализированных учебников характерна единая схема для чтения свойств функции.

Область определения функции при аналитическом методе определена как значения, которые может принимать переменная «х» в формуле.При графическом методе область определения представляет собой множество абсцисс.

Область значений функции при аналитическом методе определена, как переменная «у» в формуле, принимающая значения. При графическом методе область значений представляет собой множество ординат точек графика.

Нули функции определены корнями уравнения, значением «х», в случае графического метода нули функции представляют собой абсциссы точек пересечения графика с осью абсцисс. Нули функции конкретизированы далеко не во всех учебных пособиях. Относительно точно они определены в учебниках под редакцией С.А. Теляковского.

Значения, которые принимает функция при различных значениях функции определяются по значению «х», а также по положению графика относительно осей координат.

Возрастание и убывание функции также определено и аналитическим и графическим способом.

При этом далеко не во всех учебных пособиях установлены схемы изучения для отдельно взятых функций. Более детальный подход к анализу и исследованию отдельных типов функций прослеживается в учебниках К.С. Муравина и Г.К. Муравина, Г.В. Дорофеева (в большей степени) и С.А. Теляковского (в меньшей степени).

Схема в двух этих линиях учебных пособий достаточно сходна, и осуществляется в несколько этапов:

* Первым этапом рассматривают конкретные ситуации или задачи, приводящие к данному типу функции. Первый этап изучения характерен тем, что обучающиеся должны убедиться в целесообразности изучения данной функции, исходя из условий реальной жизни, практики или необходимости дальнейшего развития теории.
* Второй этап представляет собой формулировку определения данной функции и запись функции формулой, провести исследование входящих в эту формулу параметров.На втором этапе изучения обучающиеся получают общее и целостное представление о данной функции, о её характеристических свойствах, выделяющих данную функцию из множества других.
* Третий этап предполагает ознакомлениеобучающихся с графиком данной функции. Третий этап предполагает то, что обучающиеся учатся изображать изучаемую функцию графически, а также, отличать по графику данную функцию от других, устанавливать влияние параметров и свойств функции на характер графического изображения функции.
* Четвертый этап предполагает исследование функции на основные свойства, такие, как области определения и значений функции, ее возрастание и убывание, промежутки постоянства, нули функции, экстремумы функции, чётность или нечётность, периодичность, ограниченность, непрерывность.
* Пятый этап предполагает использование изученных свойств функций при решении различных задач, например, уравнений и неравенств.

Пятый этап является заключительным этапом закрепления основных понятий и теоретических положений функциональной линии, связанных с изучаемой функцией, а также этапом формирования функциональных знаний, умений и навыков.

Данная методическая схема может быть своеобразным планом – программой для изучения любой функции, которую можно рекомендовать для включения во все линии учебников математики. Однако следует учитывать тот факт, что содержание материала и практика обучения вносят в данный план-схему соответствующие коррективы, и кроме того, они подходят не для всех типов функций.

Также необходимо отметить, что для целостного и системного изучения функциональной линии следует уже на этапе пятого и шестого годов обучения проводить функциональную пропедевтику. При этом придерживаться подхода, при котором введение понятия «функция» вводится конкретно-индуктивным путём в случае генетического подхода, а исследование конкретных функций проводить комбинированным методом.

В наибольшей степени данным требованиям, позволяющим полно и целостным образом изучить функциональную линию, отвечают учебники Дорофеева.

УчебникиГ.В. Дорофеева, а также учебникиК.С. Муравина и Г.К. Муравинаначинают и продолжают линию учебных комплектов и развивают идеи, которые заложены в общей концепции курса математики. Переход к учебникам для средней и старшей школы можно осуществить, как после учебников Г.В. Дорофеева для начальной школы, так и после других учебников по математике, в силу того, что содержание алгебраического и арифметического блоков совпадают с содержанием других учебников для седьмого, восьмого и девятого классов.

В учебниках под авторствомК.С. Муравина и Г.К. Муравина, а также, Г.В. Дорофеева теоретический материал курса математики изложен достаточно полно и интересно, в учебниках содержится достаточное количество фактов из истории математики, что делает его ещё более интересным и позволяет реализовать элементы системно-деятельностного подхода, в частности, сформировать ряд метапредметных результатов. Минусом в изучении функциональной линии является то, что в учебниках Г.В. Дорофеева содержится много сведений приведенных без доказательств, но есть и много задач на доказательство.

Отличительной чертой учебных пособий как Г.В. Дорофеева, так и К.С. Муравина является наличие системы задач, разделенной на две части по уровню сложности. В первой части помещены упражнения, которые требуют от учеников лишь умений решать по алгоритму, а во второй части даны упражнения, при решении которых требуется умение мыслить и анализировать. В каждой из второй групп (более сложные задачи) содержится задача-исследование. Такой подход позволяет использовать проблемный и исследовательский методы в изучении функциональной линии.

Необходимо отметить, что в учебниках Г.В. Дорофеева, А.Г. Мордковича и С.А. Теляковского формулировки упражнений достаточно интересны, многообразны кроме того, в них прослеживается практическая направленность и связь с другими науками, в частности, физикой и геометрией. Эти три автора много внимания уделяют вычислительной культуре обучающихся и обеспечивают уровневую дифференциацию в обучении.

В линиях учебниках С.А. Теляковского, Г.В. Дорофеева,К.С. Муравина и Г.К. Муравинаполучают дальнейшее развитие арифметическая, алгебраическая и вероятностно-статистическая линии курса математики. Данные учебные пособия содержат большое количество разнообразных упражнений и дополнительный материал в рубрике «Для тех, кому интересно» (учебники Г.В. Дорофеева).

В учебниках Г.В. Дорофееваи С.А. Теляковскогосодержание полностью соответствует современным образовательным стандартам, учтены многолетние результаты опыта преподавания математики, а также отражены современные методические и педагогические тенденции, в частности, усилено внимание к формированию вычислительной культуры и математических компетенций в современном понимании. Кроме того, впособиях уделено внимание обучению логическим приёмам решения задач.

Кроме того, особенностью учебников Г.В. Дорофеева является то, что часть материала, в частности, функция, тождество, равносильность уравнений, перенесена из седьмого года обучения в восьмой и девятый. Это сделано с учетом того факта, что в старших классах основной школы уровень абстрактного мышления обучающихся гораздо выше, нежели в седьмом классе.

В учебниках Г.В. Дорофеева и С.А. Теляковского присутствует содержательная линия «Анализ данных».Ее введение обусловлено тем,что вероятностный характер многих явлений действительности во многом определяет поведение человека.

На основании этого можно заключить, что школьный курс математики должен формировать соответствующие практические ориентиры, а также формировать у детей вероятностную интуицию, конкретные способы оценки данных.

Для наиболее системно и целостно построенных учебных пособий, таких как учебники Г.В. Дорофеева, С.А. Теляковского, А.Г. Мордковича, необходимо ввести следующие методические особенности, представленные на данном этапе разрозненными элементами:

* Уровневая дифференциация.
* Организация материала таким образом, чтобы происходило неоднократное возвращение ко всем принципиальным вопросам, причём на каждом следующем этапе обучающиеся должны подниматься на более высокий уровень.
* Опора на наглядно-образное мышление.
* Развитие навыков логического рассуждения.

В настоящий момент можно сказать, что исследованные линии учебных пособий в части изучения функциональной линии в целом отличаются усиленным вниманием к формированию вычислительной культуры, арифметическим действиям. Учебники развивают у обучающихся навыки прикидки и оценки результатов действий, проверки их на правдоподобие.

В проанализированных пособиях для изучения курса математики особое внимание при изучении функциональной линии уделяется обучению арифметическим и логическим приёмам решения текстовых задач.

## § 2. Рекомендации по организации процесса обучения функциональной линии с позиций системно-деятельностного подхода

Знакомство обучающихся с понятием функции в комплексном варианте начинаетсяна восьмом году обучения. Предварительно на седьмом году обучения большинство авторов учебных пособий рассматривают такие виды функции, как линейная, степенные функции типа у = х2, у = х3. Кроме того, изучается функции и их графики, а также, вводятся названия этих графиков.

Изучение функциональной линии определяется зависимостью или связью абсциссы и ординаты точки (понятия абсциссы и ординаты даются перед рассмотрением данных функций) [11].

Помимо этого, в большинстве учебных пособий приведены некоторые свойства графиков функций, в частности, такие, как, симметричность, расположение параболы относительно оси абсцисс (ординат), касание графика оси абсцисс (ординат). В этот же период введены понятия ветвей и вершины параболы.

Следует отметить, что при таком подходе, прослеживающемся во всех учебных пособиях, рассмотренных в данной работе, при введении функциональной линии, роль функции в курсе математики ослаблена. Это выражается в том, что разрозненно рассматриваются некоторые частные виды функций, такие, как линейная, функция обратной пропорциональности, однако не показана связь между формулами и видами функций.

Таким образом, в ходе изучения функции на седьмом году обучения можно предложить следующие методические рекомендации для педагога:

* + - Подчеркивать связь между формулой и видом функции.
		- Соотносить формулу функции с ее графиком, с целью создания между ними связи, очевидной для обучающихся.
		- Сделать акцент на практическое применение функции в жизни, так как обучающимся необходимо сформировать для себя цель изучения функциональной линии.
		- Более тщательно отслеживать освоение и закрепление материала обучающимися, в силу того, что материал седьмого года обучения в функциональной линии является начальным и основополагающим, то есть большинство ошибок обучающихся проистекает из недостаточного усвоения материала седьмого года обучения.

Проиллюстрируем план изучения функций на основе инвариантных заданий на примере линейной функции (7-й класс).

На восьмом году обученияпродолжается изучение раздела «Функции», в частности, в этот период в большинстве учебных пособий рассматриваются следующие элементы функциональной линии:

1. Что такое функция?
2. Чтение графиков функции.
3. График функции.
4. Линейная функция.
5. Свойства функций.
6. Функция и её график.

 При изучении первого пункта, введение математического понятия «функция» целесообразно начать с функций бытовых приборов, так как большинство учащихся на вопрос: «Что такое функция?» в качестве ответа приводили примеры функций мобильного телефона или других бытовых приборов. Для формирования у учащихся обобщенного представления о межпредметном понятии, целесообразно предложить задачи такого типа:

1. На доске в произвольном порядке представлены картинки моделей телефонов с названиями и годами выпуска и также. В произвольном порядке, записаны функции, которые появились с выпуском той или иной модели телефона. Учащимся предлагается разделить объекты, изображенные на две группы; записать в тетради элементы этих групп в два столбика; соединить стрелками каждую модель телефона с функцией, которая появилась впервые вместе с выпуском данной модели. На основании выполненных заданий учащимся предлагается заполнить пропуски,выбрав нужные слова в скобках: с помощью стрелок мы установили … между … моделей телефонов и … их функций (взаимопонимание, ответственность, соответствие; сообществом, множеством, коллективом)
2. Учащимся предлагается с помощью стрелок показать зависимость основных характеристик климата территории (температура, количество осадков, влажность) от природных условий и характеристики территорий (рельеф, широтное положение, влияние океана, преобладающие ветры).

Такая работа подводит учащихся к выделению свойств, существенных для межпредметных понятий «функция», а именно наличие двух множеств и связи между ними.

При изучении второго пункта надо дать учащимся возможность активно поработать с графиками, так как для них график является опорным образом при усвоении понятий (таких, например, как свойства функций). В ходе анализа графиков разобрать все свойства функций, которые будут изучаться в следующих пунктах. В большинстве учебниках дана система упражнений, в которых по известным графикам нужно ответить на серию вопросов. Также здесь приведены упражнения, где по данной таблице требуется построить график и проанализировать его (например, строится график температуры, а проанализировать необходимо изменение температуры в течение месяца). Кроме того, есть задания, в которых описана конкретная ситуация и дано несколько графиков, ученикам необходимо выбрать, на каком из графиков описана эта ситуация.

При выполнении отдельных упражнений (по выбору учителя) полезно предлагать учащимся самим придумывать вопросы по графикам или же рассказывать, какую дополнительную информацию можно извлечь из этого графика.

*Комментарии к некоторым упражнениям:*

1. Турист в течение 30 *мин* дошёл от лагеря до озера, расположенного в 2 *км* от лагеря, и, пробыв там 40 *мин*, вернулся обратно. На всю прогулку он затратил полтора часа. На каком из графиков изображена описанная ситуация?

Это упражнение нужно обязательно разобрать с учениками, так как именно при решении таких упражнений у учащиеся формируется умение сопоставлять функцию и её график.

1. Олег и Пётр соревновались на дистанции 200 *м* в 50-метровом бассейне. Графики их заплывов показаны на рисунке 2. По горизонтальной оси отложено время, а по вертикальной – соответствующее расстояние пловца от старта.
2. Используя графики, ответьте на вопросы:

**а)** Сколько времени затратил каждый спортсмен на первые 50 *м*; на всю дистанцию?

**б)** Кто выиграл соревнование? На сколько секунд он обогнал соперника?

**в)** На сколько метров отстал проигравший от победителя к моменту финиша?

1. Прокомментируйте подробно весь ход соревнований.

В этом упражнении можно посоветовать учащимся перед ответом на поставленные вопросы рассмотреть графики. Целесообразно спросить их, что обозначает каждое звено изображённых на рисунке ломаных (отрезок ломаной описывает движение спортсмена на 50-метровке). Можно предложить аккуратно карандашом обозначить вершины ломаных буквами, что поможет не запутаться при ответе на вопросы.

Дополнительно, например, можно спросить, за сколько метров от финиша Пётр обогнал Олега; за сколько секунд каждый спортсмен проплыл половину дистанции; на сколько секунд быстрее Олег проплыл первую 50-метровку и др. Полезно предложить учащимся самим придумать вопросы по графику.

Выполнение задания 2 можно обыграть в форме соревнования комментаторов спортивного состязания.

1. Используя графики, изображённые на рисунке, постройте в одной системе координат графики движения этих же спортсменов, отложив по горизонтальной оси время движения, а по вертикальной – расстояние, которое проплыл спортсмен с начала заплыва.
2. Определите по графику:

**а)** среднюю скорость движения каждого спортсмена на первой 100-метровке;

**б)** среднюю скорость движения каждого спортсмена на всей дистанции.

1. Объясните, что, с точки зрения содержания задач, означают точки пересечения графиков на вашем рисунке.

Здесь нужно посоветовать учащимся, что прежде чем строить новый график, целесообразно, используя предложенный график, составить таблицу значений новой зависимости.

Изучение функциональной линии на восьмом году обучения посвящено введению самого понятия функции и сопутствующих ему терминов, формированию представлений обучающихся о свойствах функций, а также изучению линейной функции и графика функции, как формы ее отображения.

В большинстве исследованных учебниках изложение вопроса о функциях строится на базе опыта, приобретённого обучающимися при изучении многообразных зависимостей между величинами. Кроме того, исследуетсябольшое количество графиков (и представлено множество упражнений на график функции), знакомых восьмиклассникам к этому моменту.

В процессе изучения функциональной линии на восьмом году обучения акцент делается не столько на определение понятия функции, сколько на овладение обучающимися новой терминологией и символикой, своеобразное введение нового языка.

В данном ключе для педагога можно порекомендовать при формировании нового языка, приуроченного к функциональной линии,постоянно сопоставлять его с уже освоенным языком. Также можно дать рекомендацию предлагать обучающимсянеоднократно переформулировать задачу или вопрос с языка функций на язык графиков или уравнений и наоборот. Такой подход позволил бы в ходе изучения материала функциональной линии научить детей понимать эквивалентность таких формулировок, как: «определите, в каких точках график функции пересекает ось х», «найдите нули функций », «найдите корни уравнения», воспринимать их спокойно и понимать требование преподавателя.

Дополнительно при преподавании функциональной линии в восьмом классе можно рекомендовать при изложении материала сделать акцентна графики реальных зависимостей, отвести особое место практическим работам, вопросам и задачам прикладного и практического характера. Это не только позволит обучающимся более полно освоить материал функциональной линии на восьмом году обучения, но и соотносится с условиями системно-деятельностного подхода и требованиями федеральных государственных образовательных стандартов.

Кроме того, обучающиеся в восьмом классе получают общие представления о скорости возрастания или убывания функции.

При изучении возрастания и убывания функции можно порекомендовать усилить прикладную направленность при изучении материала. В частности, в случае изучения линейной функции, которой уделяется особое внимание на восьмом году обучения,необходимо четко формулировать мысль о том, что с помощью этой функции описываются процессы, протекающие с постоянной скоростью. Кроме того, при таком подходе, в процессе решения задач обучающиеся получат возможность моделировать с помощью изучаемых функций самые разнообразные реальные ситуации.

Изучение функций можно осуществить на основе инвариантных заданий.

* *Рассмотрение реальных ситуаций, которые описываются математиче­скими моделями* - *линейными функциями*
1. На складе было 500 т угля. Ежедневно стали подвозить по 30 т угля. Сколько угля будет на складе через 2, 4,10 дней?
2. Турист проехал на автобусе 15 км от пункта Л до пункта В. Затем в том же на­правлении; но уже пешком, продолжил путь со скоростью 4 км/ч. На каком расстоянии от А будет турист через 2 ч, через 4 ч, через 5 ч ходьбы?
* *Определение линейной функции, сочетание различных способов ее задания*
1. Что называется линейной функцией?
2. Укажите линейные функции среди заданных: а) формулой; б) таблицей; в) графиком; г) словесно.
3. Запишите формулу, задающую линейную функцию,  график которой проходит через  точки А (-3,3) и В (3, -3), постройте эту прямую.
4. Некоторая линейная функция задана таблицей. Задайте ее формулой, если известно, что одно из значений функции записано неверно. Например,

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| у | -8 | -4 | -2 | 1 | 4 |

1. На рисунке изображены прямые. Найдите формулы, задающие каждую из них.
2. Задачи, содержащие реальные ситуации.
3. Приведите пример реальной ситуации. Модель которой является линейная функция.
* *График линейной функции. Построение и чтение графика линейной функции*
1. Постройте график функции, заданной формулой (у = - 2х - 4; у = - 3х + 6, у= 1,5х - 2 и т.д) на всей области определения или на отрезке. Определите по графи­ку: а) принадлежит ли прямой точка *С* (-7; 6); б) значение *х(у)* по известному зна­чению *у (х)*; в) координаты точек пересечения с осями координат; г) наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке [-3; 1,2];д) при каких значения *х* значе­ния функции положительны (отрицательны). С помощью графика запишите: а) несколько значений *х*,при которых значение функции положительно (отрица­тельно); б) координаты двух точек, одна из которых принадлежит графику данной функции, а другая - не принадлежит.
2. Изобразите схематично графики функций, заданных формулой, таблицей, сло­весно. (Выясните с помощью графиков, являются ли таблицы таблицами значений ли­нейных функций. Если являются, то задайте линейные функции формулами.
3. По изображению графика линейной функции*у = к х+ b*определите знаки коэф­фициентов *к* и *b.*
4. По знакам коэффициентов *к* и *b*определите примерное расположение прямой *у = к х+ b*
5. Объясните: может ли график линейной функции располагаться только в I и II (во II и IV; в Ш и IV; в I и III; в I и IV; во II и III) координатных четвертях?
6. Задайте число *к* так, чтобы график функции *у = к х+* 2 был расположен в I и II (в I, II и III; в I, II и IV) четвертях.
* *Функциональная символика*
1. Дана функция *у =f (х),* где *f (х)= 2х+1(f (х)= -х).*  Найдите:*f (0), f (-1), f (0,2), f (-1/4), f (а), f (3а), f (х-3), f (х) +1, f (х) - а, f (х +2) -1, f (х+т) -п, f (2х) +4.*
2. При каких значениях аргумента выполняется равенство *f (х+1) =f (х+4)* и др.
* *Преобразование графиков функций*

 В данной теме это направление изучения функций рассматривается в пропедев­тическом плане.

1. Дан график линейной функции *у = f(x).* В этой же системе координат изобра­зите графики функций *у = -f(x),y*= *f (х -2), у* = *f (х) +3.*
* *Исследование функций, заданных несколькими формулами на разных промежутках*
1. По графику функции (рис. справа) запишите ее аналитическое выражение
2. Дана функция *у =f (х),* где$f\left(х\right)= \left\{\begin{array}{c}2х, если 0<х<1\\5-3х, если х\geq 1\end{array}\right.$

Постройте график функции и по нему найдите, если это возможно,*f (1/2), f (3), f (-3).*

* *Задания на применение свойств функций к решению уравнений, неравенств*
1. Найдите точку пересечения графиков функций: *у =2х -1, у = 5 - х*
2. Решите графически систему уравнений:$\left\{\begin{array}{c}3х-у-5=0\\2х+у-7=0\end{array}\right.$
3. С помощью графика линейной функции *у=f(х),*

решите уравнения и неравенства:*f (х)=3, f (х)*$>0$*, f (х)*$\geq 0$*, f (х)*$<1 $

* *Частный случай линейной функции  - прямая пропорциональность* рассматривается  в ходе изучения линейной функции.

В восьмом классе обучающимся на изучение функциональной линии отведено от четырнадцати до шестнадцати часов, за данный период вполне возможно усилить практическую направленность изучаемого материала. Это также соотносится с условиями системно-деятельностного подхода, так как целью изучения функциональной линии является не заучивание свойств функции, а вооружение обучающихся инструментами ее изучения и общематематическими навыками.

На девятом году обученияподводится общий итог изучения функциональной линии, а также, исследуется квадратичная функция.

Раздел, посвященный изучению квадратичной функции разделен на пять пунктов, четыре из которых посвящены собственно функциональной линии:

1. График и свойства функции.
2. Какую функцию называют квадратичной?
3. График функции.
4. Сдвиг графика функции вдоль осей координат.
5. Квадратные неравенства.

Цель раздела, посвященного квадратичной функции, – познакомить обучающихся с квадратичной функцией как с математической моделью, описывающей многие зависимости между величинами, научить строить график квадратичной функции и читать по нему свойства этой функции. Также, сделан акцент на необходимость сформировать умение использовать данные графика для решения квадратных неравенств [12].

Сам раздел «квадратичная функция» изучается в девятом классе с общего знакомства с функцией у = ах2 + bх + с. В процессе небольшого исторического экскурса устанавливается геометрическое «происхождение» параболы и приводятся примеры использования её свойств в проектировании и технике. Подобный фрагмент, дающий начало изучению функциональной линии на девятом году обучения и сопровождаемый серией разнообразных заданий, делает дальнейшее изучение темы осознанным и целенаправленным.

После вводного экскурса изложение материала осуществляется следующим образом: первоначально рассматриваются свойства и график функции у = ах2. После чего изучается вопрос о графиках функций у = ах2 + q, у = а(х + р)2, у = а(х + р)2 + q, строящихсяпосредством сдвига вдоль осей координат «стандартной» параболы у = ах2.

Заключительным этапом выступает доказательство теоремы о том, что график любой функции вида у = ах2 + bх + с, может быть получен путем сдвигов вдоль координатных осей параболы у = ах2.

Обучающимся предлагается по коэффициентам квадратного трехчлена ах2 + bх + с представить общий вид соответствующей параболы и вычислить координаты её вершины.

На девятом году обучения в системе упражнений значительное место отводится задачам прикладного характера. В заключение темы вводится рассмотрение вопроса о решении квадратных неравенств, и, используемый при этом прием основан на использовании графиков.

В качестве общих рекомендаций по совершенствованию системы изучения функциональной линии на девятом году обучения можно предложить следующие:

* + - Уделять внимание практической стороне изучаемого материала, путем формулирования практической значимости функциональной линии для дальнейшей жизни вне школы.
		- Соотносить график квадратичной функции с системой графиков функций других видов.
		- Более тщательно исследовать совместно с обучающимися моменты сдвига графика параболы относительно разных осей координат.
		- Предложить большее количество аналитических задач и упражнений, формирующих логику и последовательность рассуждений.

Ряд общих методических рекомендаций по изучению функциональной линии можно предложить исходя из требований к подготовке обучающихся после изучения данного раздела.

Обучающиеся седьмых-девятых классов должны владеть следующими умениями и навыками:

* + - Употребление функциональной терминологии (значение функции, аргумент, область определения, график функции, возрастание убывание).
		- Понимание терминологии при чтение текста, в речи педагога, в формулировке задач.
		- Узнавание содержательного смысла важнейших свойств функции.
		- Умение по графику функции отвечать на вопросы, касающиеся ее свойств: указывать нули, промежутки возрастания и убывания, знакопостоянства.
		- Навык поиска значения функций, заданных формулой, таблицей, графиком, решать обратную задачу.
		- Построение графика функций (линейной, прямой и обратной пропорциональности, квадратичной функции).
		- Интерпретация в несложных случаях графиков реальных зависимостей между величинами, отвечая на поставленные вопросы.

Для реализации данных результатов освоения функциональной линии и формирования целостного и системного понимания значения понятия функции необходимо не только в полной мере освоить материал функциональной линии, но и спланировать результаты обучения исходя из системно-деятельностного подхода.

Понимание терминологии достигается обучающимися при постоянном обращении к терминам, сопутствующим функциональной линии. В этой связи можно порекомендовать предлагать обучающимся больше заданий на перевод одного типа информации в другой: из графической в текстовую, аналитическую, табличную, а также производить обратные действия. Также необходимо разработать систему оценивания обучающихся.

Конкретизируя вышесказанное, можно порекомендовать при введении понятия функции необходимо отказаться от четкой формулировки определения. Учитывая тот факт, что в действующих учебниках нет единства в вопросе определения функции, целесообразно вводить сам термин и его определение в девятом классе, и до этого периода обучения строить теорию при отсутствии определения функции.

Само определение функции наиболее целесообразно вводить через понятие соответствия, после того, как обучающиеся накопят значительныйопыт в работе с этим понятием и вполне осмыслят его как на интуитивном, так и на рабочем уровне.

Введение определения целесообразно начинать с рассмотрения объема понятия, что позволяет не только сделать доступным учебный материал для учащихся с преобладанием образного стиля мышления, но и подвести учащихся к самостоятельному выделению свойств, существенных для понятия. А значит, подготовить к формулировке определения, что будет работать на формирование такого УУД, как умение определять понятие. Такая организация деятельности позволит реализовать и системно – деятельностный подход. Кроме того, необходимо учитывать, что в алгебре рассматривается четыре способа задания функции: аналитический, графический, табличный и словесный. Поэтому формируя объем понятия, предложить учащимся задачи, в которых рассматриваются все эти способы. К примеру, задачи на соответствие числа людей определенному моменту времени, зависимость уровня воды в емкости от времени, зависимость энергии от времени. В ходе решения задач, учащиеся отвечают на вопросы и заполняют таблицу, анализируя которую, сами могут подойти к формулировке определения «числовой функции числового аргумента».

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Множество 1 | Множество 2 | Правило (соответствие, закон) | Единственность  |
| Время (ч) | Число покупателей (чел) | Каждому моменту времени соответствует определенное число людей | Каждому моменту времени соответствует определенное число людей |
| Порядковый номер дня недели | Уровень воды в поилке (см) | Каждому дню недели соответствует определенный уровень воды в емкости | Каждому моменту времени соответствует определенное число людей |
| Время (ч) | Потребляемая энергия ( кВтч) | Каждому моменту времени соответствует определенное количество израсходованной электроэнергии | Каждому моменту времени соответствует определенное число людей |
| Число  | Число  |  |  |

Вопросы к каждой задаче должны быть направлены на выделение двух множеств и связи между ними (общие свойства соподчиненных понятий) и на выявление природы выделенных множеств и особенность связи между ними6единственное значение зависимой переменной для каждого определенного значения независимой переменной. Результатом такой работы является запись определения понятия «функции» в алгоритмическом виде:

Функция –$\left.\begin{array}{c}1) соответствие \left( правило, закон\right) у=f\left(х\right)между\\2) элементами и двух множеств (Х и У)\\3)каждому элементу множества Х \\соответствует единственный элемент множества У \end{array}\right\}$

Работа с такой формой определения способствует формированию у учащихся таких УУД как, выделение свойств, существенных для понятия, определение понятия и отнесения объекта к понятию.

С целью более грамотного формирования понятия функции у обучающихся полезно в ходе изучения функциональной линии рассматривать кусочные функции, в силу того, что они во многих случаях являются математическими моделями реальных ситуаций. Изучение кусочных функций помогает легче понять сам термин функции и препятствует отождествлению функций с их аналитической записью.

На основании вышеизложенного предлагается вводить понятие функции и ее свойств на девятом году обучения по следующему плану:

* + 1. Определение числовой функции.
		2. Область определения функции.
		3. Область значения функции.
		4. Способы задания функций и чтение графиков.

При введении критериев оценок необходимо учитывать, что для получения отметки «3» обучающимся необходимо уметь решать задачи на прямое воспроизведение теории. Отметка «4» выставляется в случае, когда обучающийся, решать задачи на прямое воспроизведение теории, кроме этого,обучающийся должен уметь решать задачи, используя перенос знаний, и задачи простого уровня имеющие нестандартный вид.Для получения отличной отметки необходимо уметь решать задачи на применение знаний в незнакомой ситуации, использовать при этом творческий перенос знаний. Также обучающийся должен решать задачи среднего и сложного уровня имеющие нестандартный вид, должен уметь решать задачи на применение не только математического аппарата, но и логического.

Обучающиеся старшей школы должны владеть следующими умениями и навыками:

* + - Понимание значения и содержания основных свойств числовых функций (монотонность, экстремумы, сохранение знака, наибольшее и наименьшее значение, ограниченность, периодичность) и их графическую интерпретацию.
		- Определение значения функции по значению аргумента при любом способе задания функции, применяя в случае необходимости вычислительную технику.
		- Узнавание геометрического и механического смысла производной.
		- Умение находить производные элементарных функций, пользуясь таблицей производных и правилами дифференцирования суммы и произведения.
		- Навык изображать графики основных элементарных функций, описывать свойства этих функций, опираясь на график.
		- Навык поиска в простейших случаях первообразных функций.
		- Применение производной для исследования функций в несложных ситуациях на монотонность и экстремумы.
		- Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений функций.
		- Вычисление в простейших случаях значения интегралов, применять интегралы для нахождения площадей криволинейных трапеций[21].
		- Исходя из требований к обучающимся старшей школы, можно дать общие рекомендации по преподаванию функциональной линии в старшей школе:
		- Использовать кусочные функции при изучении функциональной линии.
		- Повышать степень сложности заданий по мере изучения функциональной линии.
		- Связывать упражнения с вариантами применения знаний из раздела функциональной линии в реальной жизни.
		- Предлагать задания на использование логических рассуждений.

Из общих рекомендаций, подходящих для любого возрастного уровня, можно сформулировать такие, как введение вариативности в обучение и учет индивидуальных и возрастных особенностей обучающихся. Также необходимо сделать акцент на развитие у обучающихся метапредметных знаний, умений и навыков и тренировку навыков вычисления. Кроме этого, следует предлагать обучающимся задания, отражающие зависимости из реальной жизни. Следование подобным рекомендациям позволят обучающимся сформировать метапредметные знания, умения и навыки, что согласуется с условиями системно-деятельностного подхода, а также отвечает концепции «профессионального ученика», разработанной в рамках федеральных государственных образовательных стандартов.

## § 3. Описание организации и результатов экспериментальной работы по изучению функциональной линии при обучении математике

В целях организации экспериментальной работы было проведено опытное преподавание пробных уроков из раздела функциональной линии, организованное по данным математической и методической литературы.

По методическим материалам были разработаны и проведены факультативные занятия в общеобразовательной школе по разделу функциональной линии.Занятия проводились под руководством преподавателя математики, ведущего часы в классах, на базе которых проводился эксперимент. Факультативные занятия были разработаны для седьмого, восьмого и девятого классов по три занятия для каждого класса.

Занятия представляют собой подбор упражнений на функции повышенной сложности из различных учебных пособий и методических рекомендаций. Занятия для каждого класса соответствовали материалу, изучаемому на конкретном году обучения. Старшие классы не были включены в эксперимент, поскольку интенсивное изучение функциональной линии предусмотрено только в седьмом, восьмом и девятом классах.

Сама опытно-экспериментальная работа представляла собой замер времени решения математических задач обучающимися из раздела функциональной линии. Для замера времени каждому обучающемуся были предложены три задачи – по одной из задач простого, среднего и сложного уровня. Каждый обучающийся решал на скорость все три задачи, после чего высчитывалось среднеарифметическое время решения одной (суммирование времени, ушедшего на решение трех задач и деление на три).

Обучающиеся каждого класса были разделены на три группы – базовую, куда вошли обучающиеся, имеющие среднюю оценку за первую четверть 2015-2016 учебного года по математике «3», среднюю и группу повышенного уровня, имеющие соответственно оценки «4» и «5».

По каждой группе было рассчитано среднее время решения задачи обучающимся до прохождения трех факультативных занятий и после. Время рассчитывалось как среднее арифметическое (сумма времени потраченного каждым учеником в группе, разделенное на количество учеников в группе).

При ошибке ученика в какой-либо из задач, к среднему времени прибавлялось пять минут, это позволяло условно корректировать результат и усилить чистоту эксперимента.

Данный эксперимент был организован во всех классах параллели седьмого, восьмого и девятого года обучения.

По итогам эксперимента были построены диаграммы, отражающие динамику времени, затраченного каждым обучающимся на решение задач. Результаты эксперимента в параллели седьмых классов показаны на рисунке 1.

Рис. 1 Динамика времени, затраченного на решение задач обучающимися седьмых классов.

На рисунке 1 можно проследить, что среднее время, которое обучающиеся затратили на решение задач снизилось на шесть-семь минут. Причем данная динамика отмечена не только в группе обучающихся, более способных к математике и имеющих оценку «отлично» по предмету, но и в средней и базовой группах.

Подобная же картина прослеживается для параллели восьмых классов, показанная на рисунке 2.

Рис. 2 Динамика времени, затраченного на решение задач обучающимися восьмых классов.

Причем, по рисунку 2 следует отметить, что особо положительная динамика (существенное сокращение времени, затраченного на решение задач) отмечено для базовой группы обучающихся (имеющих оценку «3» по математике), где наблюдается наиболее существенная разница между показателями времени до и после эксперимента.

В параллели девятых классов также отмечено сокращение времени на решение задач, однако в данной параллели исследовано только два класса, так как в школе, на базе которой проводился эксперимент имеется только два девятых класса, вследствие сокращения числа обучающихся (по причине ухода учеников в колледжи или профильные школы после восьми лет обучения). Динамика отражена на рисунке 3.

Кроме того, можно отметить по трем диаграммам (рисунки 1, 2, 3) общее сокращение времени на решение задач. То есть, обучающиеся седьмого года обучения в целом тратят на решение задач больше времени, нежели обучающиеся восьмого года обучения. Наиболее короткий временной период для решения задач требуется для обучающихся девятого класса, что также отражено на рисунке 3.

Рис. 2 Динамика времени, затраченного на решение задач обучающимися седьмых классов.

Таким образом, можно отметить, что проведенный эксперимент положительно повлиял на навык решения задач обучающимися на всех исследованных параллелях. Общее время, которое обучающиеся тратили на решение задач, существенно сократилось.

Необходимо отметить, что данный эффект был достигнут после проведения трех факультативных занятий, для достижения более высоких результатов необходимо вводить подобные занятия в систему.

Помимо выработки навыка решения задач, в том числе и задач повышенной сложности, в рамках факультативных занятий такого типа достигается реализация ряда условий системно-деятельностного подхода, в частности – формирование ряда метапредметных навыков, навыка логического рассуждения, навыка быстрой обработки информации (получения задания, осознания требования этого задания и его решения). Кроме того, подобные факультативные занятия тренируют память и внимание обучающихся, и позволяют лучше подготовиться к освоению курса математики в старшей школе, прохождению государственной итоговой аттестации и поступлению в высшие учебные заведения.

#

**Заключение**

По итогам исследования можно сделать следующие выводы:

1. На основании анализа учебных пособий можно заключить, что основными недостатками исследованных линий учебников является отсутствие целостности и системности изложения материала, что отрицательно сказывается на реализации системно-деятельностного подхода. Кроме того, в большинстве линий учебных пособий, за исключением учебников Г.В. Дорофеева, не прослеживается предварительной подготовки к введению понятия функции в учебный курс математики, что отрицательно сказывается на освоении материал функциональной линии. Во всех исследованных учебниках изложение материала происходит «по спирали», то есть с последовательным возвратом к основным и наиболее главным моментам и с «подъемом на ступеньку» после каждого возврата.
2. Во всех исследованных учебных пособиях существуют разрозненные элементы системно-деятельностного подхода, характерно отсутствие целостности и системности. Это также является отрицательным фактором реализации системно-деятельностного подхода в силу того, что материал раздела функциональной линии является наилучшим инструментом реализации системно-деятельностного подхода в силу своей специфики. Кроме того, функциональная линии и ее изучение является базой для формирования метапредметных знаний, умений и навыков, и при отсутствии системно-деятельностного подхода при изложении данного материала возникают трудности при формировании метапредметных знаний обучающихся. В наибольшей степени системно-деятельностный подход представлен в учебных пособиях под редакцией Г.К. Муравина О.В. Муравиной. Данный факт выражается в том, что данная линия учебников делает максимальный акцент на формирование универсальных учебных действий.
3. Основными особенностями системно-деятельностного подхода к обучению в условиях введения федерального государственного образовательного стандарта является его согласование с концепцией «профессионального ученика». Кроме того, как в условиях системно-деятельностного подхода, так и в условиях федеральных государственных образовательных стандартов сделан единый акцент – не на освоение обучающимся как можно большего количества материала, а на формирование у него навыков самостоятельного обучения и работы с информацией.
4. Следует отметить, что на современном этапе, большинство исследованных учебных пособий не приспособлено к реализации системно-деятельностного подхода, несмотря на то, что они составлены с учетом требований ФГОС. В связи с этим, целесообразным можно считать введение дополнительных факультативных занятий по математике, на которых будет происходить не изучение дополнительного материала учебного курса и изучение методов работы с материалом, в частности методов решения функциональных задач и навыков работы с функциями и их графиками.
5. Ключевыми основами изучения функциональной линии в общеобразовательной школе в курсе математики является целостность и системность этого процесса, подразумевающие, что материал должен быть изложен последовательно, во взаимосвязи его отдельных элементов, и кроме того, должен иметь опору на реальные жизненные ситуации.
6. Основная цель изучения функциональной линии в условиях системно-деятельностного подхода – это не запоминание обучающимся всех нюансов учебного материала, а понимание им взаимосвязи природных и жизненных процессов, навык их описания и логического объяснения при помощи функции.
7. Изучение функциональной линии в общеобразовательной школе при успешном ее проведении, позволяет сформировать большую часть метапредметных навыков, которыми вооружен будущий выпускник. Косвенным образом это подтверждают результаты проведенного эксперимента, показавшего, что обучающиеся затрачивают намного меньше времени на решение задач после прохождения факультативных занятий по материалу «функции», так как приобретают навык логических рассуждений.
8. Основные методические рекомендации по изучению функциональной линии при обучении математике в условиях системно-деятельностного подхода можно выделить следующие:
	* + Предлагать обучающимся больше творческих заданий по разделу «функции» и рассматривать ряд вопросов на реальных жизненных ситуациях.
		+ Делать акцент не на выполнение обучающимися большого количества упражнений, а на вооружение их навыками логического и математического рассуждения. С этой целью необходимо производить поиск нетипичных заданий на функции, которые не могут быть решены «по трафарету», и позволяющих вырабатывать и задействовать навыки логического рассуждения.
		+ Предлагать обучающимся самостоятельно придумывать задания по разделу «функции».
		+ Использовать приемы рефлексии и взаимопроверки обучающихся.
		+ Отдавать предпочтение активным методам обучения, таким как проблемное обучение, проблемно-исследовательский метод, учебно-исследовательская деятельность.
		+ Менять педагогические технологии при преподавании функциональной линии, что позволит разнообразить способы восприятия материала обучающимися, и как следствие, повысить их интерес к предмету и общую познавательную активность.
		+ Сочетать при преподавании функциональной линии инновационных и традиционных методов обучения.
		+ Комбинировать различные педагогические технологии.
		+ Использовать различные типы и методы рефлексии, позволяющие контролировать и корректировать результаты изучения функциональной линии.
		+ Соблюдать типологию уроков, пригодных для использования в условиях системно-деятельностного подхода.
		+ Учитывать требования ФГОС при преподавании функциональной линии и факторы, обеспечивающие реализацию системно-деятельностного подхода.

Залогом освоения материала функциональной линии являетсяработа в три этапа – планирование и постановка цели изучения конкретного материала, планомерное достижение цели, выводы и коррекция результатов (путем сопоставления цели и достигнутых результатов).

В заключение следует сказать, что поставленная цель работы достигнута, в частности, проведено рассмотрение теоретических основ обучения математике в общеобразовательной школе на примере анализа учебных пособий. Наиболее полно реализовать системно-деятельностныйподход позволяют учебники под редакцией Г.К. Муравина О.В. Муравиной.

В работе также выделены основные особенности реализации системно-деятельностного подхода к обучению в условиях введения федерального государственного образовательного стандарта, в частности, такие, как акцент на формирование универсальных учебных действий, становление метапредметных навыков, в частности, навыков преобразования информации.

Также в работе проведено рассмотрение основ изучения функциональной линии в общеобразовательной школе в курсе математики. В частности, можно сделать вывод о том, что изучение функциональной линии является наилучшим инструментом и материалом для реализации системно-деятельностного подхода.

Практическая значимость данной работы состоит в том, что по результатам исследования проведена разработка методических рекомендаций по изучению функциональной линии при обучении математике в условиях системно-деятельностного подхода.

Значение и место изучения функциональной линии в курсе математики седьмого, восьмого и девятого классов различно. В учебных пособиях, исследованных в данной работе, функциональная линия не является ведущей, за исключением учебного комплекта А.Г. Мордковича. В учебниках А.Г. Мордковича этой линии отводится ключевая роль. Реализация системно-деятельностного подхода представляет собой ряд разрозненных элементов.

Во всех исследованных учебных комплектах введение понятия «функция» осуществляется конкретно-индуктивным путем, при использовании генетического подхода.

Что касается метода исследования функций, то с этой целью в большинстве учебников применяется комбинированный метод.

В линии учебных пособийГ.В. Дорофеева теоретический материал изложен достаточно интересно, наличествует много фактов из истории математики. Минусом данной линии учебников является то, что в этих учебниках большая часть сведений приведены без доказательств, хотя есть и много задач на доказательство.

Необходимо отметить, что в большинстве проанализированных учебников формулировки упражнений и задач интересны, разнообразны и в них прослеживается практическая направленность и связь с другими науками,в частности, с физикой и геометрией. Сделан акцент на становление вычислительной культурыобучающихся, кроме того, обеспечена уровневая дифференциация в обучении.

В большинстве учебников исследование конкретных функций происходит графически, аналитический и табличный методы исследования являются вспомогательными.

Обновление методов преподавания функциональной линии в школе возможно только через научно обоснованное совершенствование педагогической технологии. Любая педагогическая технология учитывает уровень и особенности развития учащихся, требования к структурированию содержания и организации предметного материала; организационные формы и методы обеспечения учебного процесса; критерии оценки эффективности педагогической технологии.

Педагогическая технология – это определенная система, реализуемая на практике. Системно-деятельностный подход является методологической основой изучения, конструирования и применения педагогической технологии.

Технологический подход имеет воплощение в построении систем обучения в прошлом и настоящем.

Каждая педагогическая технология имеет свои преимущества и недостатки. При наличии определенных условий реализация этой техники дает самые эффективные результаты, в других же условиях она может быть малоэффективной и ее целесообразно заменить другой технологией. Вопросы взаимосвязи технологий обучения, выработки критериев отбора технологий обучения являются на сегодняшний день одним из сложнейших проблем дидактики.

Выбор конкретных нетрадиционных педагогических технологий обусловливается целевой ориентацией, содержательной спецификой, индивидуализацией обучения, технической оснащенностью образовательного учреждения.

Формирование и профессиональное становление личности обучающегося в образовательном процессе рассматривается как становление личностных качеств будущих специалистов в единстве с усвоением профессиональных знаний, умений, навыков. Согласно современным подходам – формирование профессиональных компетенций, что является одним из факторов системно-деятельностного подхода. Такие технологии, как деловая игра, социальное проектирование являются одними их интерактивных форм образовательных технологий, способствующих формированию компетентного специалиста.

По итогам работы можно заключить, что основная цель, с которой проводилось исследование, достигнута.Кроме того, проанализирована функциональная линия в курсе алгебры с седьмого по девятый класс и разработаны методические рекомендации по изучению данной темы.

В ходе исследования проведен эксперимент, показывающий эффективность влияния различных упражнений по разделу «функции» на общие навыки решения задач у обучающихся. Также разработаны рекомендации по изучению функциональной линии, учитывающие возрастные особенности обучающихся.

# Список использованной литературы

1. Абрамов А.М. Отзыв о проекте образовательного стандарта по математике//Математика в школе.- 2002. - № 10.- C.15.
2. Аксенова Н. И. Системно-деятельностный подход как основа формирования метапредметных результатов [Текст] / Н. И. Аксенова // Теория и практика образования в современном мире: материалы междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, февраль 2012 г.). — СПб.: Реноме, - 2012. — С. 140-142.
3. Алгебра 8 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович и др.; под ред. А. Г. Мордковича. М.: Мнемозина, - 2010.- 255 с.
4. Алимов, Ткачева, Колягин: Математика. Алгебра и начала мат. анализа, геометрия. 10-11 кл. Учебник. Баз.иуглубл. уровни ФГОС, М: Просвещение, - 2015 г.- 463 с.
5. Андреев А. Знания или компетенции?// Высшее образование в России.- 2005.- №2.-С.3-11.
6. Асмолов А.Г. Системно-деятельностный подход к разработке стандартов нового поколения // Педагогика, - № 4, Апрель - 2009, C. 18-22.
7. Бажанов В.А. Деятельностный подход //Энциклопедия эпистемологии и философии науки. – М.: Канон+, - 2009. – С. 177.
8. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. - М.: Просвещение, - 2009. – 388 с.
9. Брайтерман М.Д., Соколов А.С., Архипов В.В. Коллективный способ обучения. – СПб.: Нева,- 2001. – 264 с.
10. Боровских А.В., Розов Н.Х. Деятельностные принципы в педагогике и педагогическая логика: Пособие для системы профессионального педагогического образования, переподготовки и повышения квалификации научно-педагогических кадров. - М.: МАКС Пресс, - 2010. - 80 с.
11. Гайдуков И.И. «Абсолютная величина». – М.: Просвещение,-2008 г.- 98 с.
12. Герасимова Т.С. Психолого-педагогический минимум для внештатных преподавателей // Методист. - 2007 год - №2 . - С.38-43.
13. География: Материки и океаны: в 2 ч. Ч.1. Планета, на которой мы живём. Африка. Австралия: учебник для 7 класса общеобразовательных учреждений / Е. М. Домогацких, Н. И. Алексеевский. — М.: ООО «Русское слово — учебник», - 2012. – 69 с.
14. ГИА: 3000 задач с ответами по математике. Все задания части 1/ А.Л. Семенов, И.В. Ященко, Л.О. Рослова, Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, А.С. Трепалин, П.И. Захаров, В.А. Смирнов, И.Р. Высоцкий; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО,- 2013.- 463 с.
15. Днепров Э. Д. Новейшая политическая история российского образования: опыт и уроки. — Издание 2-е, дополненное. — М.: Мариос,- 2011. — 456 с.
16. Дорофеев Г.В. и др. Об учебнике «Алгебра и начала анализа» для профильного курса математики в X классе//Математика в школе.- 2013. - № 10. – С. 38–43.
17. Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др. Алгебра 7 класс, 2-е издание/М: Просвещение, - 2014 г.-287 с.
18. Иванова Е.О. Компетентностный подход в соотношении со знаниево-ориентированным и культурологическим // Интернет-журнал "Эйдос". - 2007. - 30 сентября. http://www.eidos.ru/journal/2007/0930-23.htm.
19. Карп А.П. Евстафьева Л.П. Дидактические материалы к учебнику «Алгебра 7» под ред. Г.В. Дорофеева. – М.: Просвещение,- 2012.- 159 с.
20. Карп А.П. Евстафьева Л.П., Математика: 7 класс: Рабочая тетрадь к учебнику «Математика 7. Арифметика. Алгебра. Анализ данных» под ред. Г.В. Дорофеева. – М.: Дрофа, - 2002- 172с.
21. Козлова Г.М. Из опыта преподавания по учебному комплекту «Математика 5»//Математика в школе. – 2002.- № 3. – с. 49 – 52.
22. Киселев А.П. Геометрия//М: ФИЗМАТЛИТ, - 2014.-328 с.
23. Кузнецова Л.В., Ковалёва Г.И. Методические указания к теме «Функции»//Математика в школе. – 2002 - №3.– с. 31 – 41.
24. Кузнецова Л.В. и др. Методические материалы к новому учебнику для IX класса//Математика в школе.- 2010.- № 6. – с. 27–33.
25. Лобок А.М. «Школа нового поколения» //Вестник практической психологии образования.- 2010. - №3(24) июль—сентябрь. – с.11-20.
26. Макарычев, Миндюк, Суворова: Алгебра. 7 класс. Учебник. ФГОС, под ред. Теляковского, М: Просвещение, - 2015 г.- 256 с.
27. Минаева С.С., Рослова Л.О. Математика. 8: Рабочая тетрадь к учебнику под ред. Г.В. Дорофеева и И.В. Шарыгина «Математика 8. Алгебра. Функции. Анализ данных». – М.: Дрофа,- 2000.- 112 с.
28. Моторина Л.И. Урок по теме «Функция и её график» //Математика в школе. – 2008. – № 5. – с. 24–27.
29. Мордкович А.Г. Алгебра. 7 класс. Учебник 17-е издание, исправленное//М: АСТ, 2014г.
30. Муравин Г.К., Муравина О.В., Алгебра. 7 класс. Учебник. Вертикаль. ФГОС, М: Дрофа, - 2014 г.- 288 с.
31. Математика 9-й класс. Подготовка к ГИА-2012: учебно-методическое пособие/ Под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион – М, 2011. -272 с.
32. Методологические и теоретические подходы к решению проблем практики образования [Текст]: сборник статей. — Красноярск, 2004. — 112с.
33. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования /Под ред. Е.С. Полат. – М.,Издательский центр «Академия»,- 2001. — 272 с.
34. Новая философская энциклопедия, М: Эксмо, 2003 г.[dictionary/879](http://www.yandex.ru/clck/jsredir?from=www.yandex.ru%3Bsearch%2F%3Bweb%3B%3B&text=&etext=905.MZqh5mXU8q7spIUE8w7-YQoqcJ4wv5et7iu79tq6ynX2ZxUZYa0lSRKlZ54R5rVYSjyC7aYrNTkEPAdB-mSG9fwWmJidVBBolV47d6GeaLjpUlnxiKGzVs3qZqGGQhQEqCghdGCVh6-HFMMjosxXyQ.7aa3dfde57391a7e0a3b6e1f6a59aeae6076e5cb&uuid=&state=PEtFfuTeVD4jaxywoSUvtNlVVIL6S3yQ0eL-KRksnRFetzHgl8sU5j2YHOwDjr8h&data=UlNrNmk5WktYejR0eWJFYk1LdmtxdWdBOWx1dEZxZVUxM3JablF1bE9VZzZvZHFXbkxJNVF0TW45Z1dmck9iY1Q0SE9tOElSOWNHQUEzRDZLOEtXSURTLXpaY0FnU0lWT0FEUFBxZTVVVHo0OVpXaEtqR2ZvQQ&b64e=2&sign=3c6f37c7bfade37327ccb3734285ee6a&keyno=0&cst=AiuY0DBWFJ7q0qcCggtsKQ8zwoAVellbaQttVV2gSnAPDgKV_oKmrSI_huM1p2sWIZkg6LT0fI7aNRJpfEoQi8VGsN7MSXdPo45NhTav3koYcMSxt8Ol8AvsFCGvljtd2xAUIPghmThyp1BuOWQ2RmWwKsIzYCSfd1pAbUkh_mVgahrFynsyfXiKTbWCe43Yt-JzQWp1bdI&ref=orjY4mGPRjlSKyJlbRuxUg7kv3-HD3rXiQ-DH1jvD7ff1yPs9kDRi_IKLnUAd_gGcITPN4IqmH4Jyz4yRkrOOHRL1VDlRccLSuiRb8fu8cZT8GTKQGb2pYV7YRJjEhR8-QiYwdfPDen-dQFB7sEZ7CSCGMppKIekoFU0jW77_qOkXol-Calonbm4-sOvKF4EeWFsWvTBzwjLMg8U6musvlMgvwa1IIFLE-sFBwQifCH0jh6b6ELt0UHrR5qZUqfNv1woJ_B473BhPvjCBFjQ1RLWIAXglUU4fC6RM2JF-KwmQ1UZXVGnEw_5BQWH97ay_R8Iq5C-uf-dzy8rVeZ5RhmyXBrP-ZrfF0-M7x1sHHFDIx9AEiC98fQKpwqeQD36qaWWdE-gPZo7dxIT1PDecC0Vp71yU-KWOboG9LTczlzdnNpLTja6wrhAWFtXY_0zXD6Hk6JXCQViP1bJP60lKlYkX7kP2La7qo4RafZcE3eDPLkAPiprG6upJ_r5UQWHB-4ZXlOefFC3fOJWtgLuNm-DyTf2DgPCeZd7W1V6UNvPjFzwF2fODaiKw3ssB9M0OqrnhaQjx6RGeKflGre0BEOaoToa3Qqnt2V9pSrv-4xVvnSYnunmMgzsSiVlehwlTPm9ZonzsKZIPmdxFBVgm4IvXD9PzS_mrVk-iPzs29rLmHHLGIJcToCIAcfBnYK1zyW-V0sgBLfra6B6B9xRLnrPAvOvp-ocwwNKCmwcRuln-nhxMQlHDYEkjgsp0s4UgmCzqA0Srrh7xCTXFFZ9YCdPXhgQd_5AQYE7YVtSedl7UZj9j3ScZnmF6iWmGBCYSgo1PssQcFDxa-njSvc1xU89MkdPXZBscjhsaLce-TXJerOzwXRGRfHhXApg6TR_66DukHq4sAoaDVavPsuc7mpSkJCV0xWw5jUp0l3NEKqdBXXQCWNRWR4MXR-k2YN44rXKgfFwkFPTV5D_wR3ADBSZVSBoBWftghgqeX-XI6ZH49jpEiXo85HOguitlCZ0EyjjixQrXxDYTwqQugW0Ph5aSZwJ4q1j3FxEgrcTpfSg7q_sZvgEp8tb4G5vmQGghVC__OK6fy2qXDDXqW-Y725hb0zqDN7UVYTLPfqj35s&l10n=ru&cts=1450377221168&mc=6.402003569295067" \t "_blank)
35. Обществознание: человек, право, экономика: учеб.для 7 кл. общеобразоват. учреждений /под ред. Л. Н. Боголюбова, Л.Ф, Ивановой. — 4-е изд. — М.: Просвещение,- 2008,- C. 111.
36. Петерсон Л.Г., Кубышева М.А., Кудряшова Т.Г. Требование к составлению плана урока по дидактической системе деятельностного метода. – Москва,- 2006 г.- 24 с.
37. Приказ Министерства образования и науки № 1897 от 17.11.2010 «Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта начальногообщего образования», со списком документов. -<http://минобрнауки.рф/>
38. Приказ Минобрнауки России № 1897 от 17.12.2010 «Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» со списком документов.- http://минобрнауки.рф/
39. Программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев: Математика. 5–11 кл. / Сост. Г.М. Кузнецова, Н.Г. Миндюк. – М.: Дрофа, -2012. - 320с.
40. Суворова С.Б., Кузнецова Л.В., Минаев С.С. Методические материалы к новому учебнику//Математика в школе. – 1998. – № 4. – С. 28 – 37.
41. Суворова С.Б., Тернопол А.Н. Методические указания к теме «Квадратичная функция»//Математика в школе. – 2002. – № 9. – С. 12–28.
42. Сухов В.П. Системно деятельностный подход в развивающем обучении школьников [Текст]: моногр. / ВП. Сухов; РГПУ им. А.И. Герцена. - СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, - 2004. - 155 с.
43. Степин В.С. Наука и философия //Вопросы философии, - 2010. – № 8. – С. 58-75.
44. Факультативные занятия по математике в школе: Методические рекомендации / Сост. М.Г. Лускина, В.И. Зубарева. – Киров: ВГПУ, - 2005.- 38c.
45. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ (ред. от 13.07.2015) «Об образовании в Российской Федерации» (с изм. и доп., вступ. в силу с 24.07.2015).http://base.garant.ru/
46. Физика. 7кл.: учеб.для общеобразоват. учреждений /А. В. Перышкин. — М.: Дрофа, - 2012.- С. 78.
47. Филатова Л.О. Компетентностный подход к построению содержания обучения как фактор развития преемственности школьного и вузовского образования//Дополнительное образование.-2005.-№7.-С.9-11.
48. Хуторской А.В. Определение общепредметного содержания и ключевых компетенций как характеристика нового подхода к конструированию образовательных стандартов". - http://www.eidos.ru/journal/2002/0423.htm
49. Цыганова Е.Н. Образовательные стандарты второго поколения. Беседа с А.М. Кондаковым// Справочник руководителя образовательного учреждения, - №1, - 2009.- С.8-12
50. Эйлер. Л. Дифференциальное исчисление. О конечных разностях. Применение разностей в учении о рядах. Бесконечных и бесконечно малых. Природе дифференциалов любого порядка. Дифференцирование алгебраических функций, содержащих одно переменное, и т. д. О преобразовании рядов. Разыскание суммирующих рядов. Нахождение конечных разностей. О максимумах и минимумах, и т. д. М. Наука: 1949 г.- 176 с.