

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.
В.П. Астафьева (КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет/филиал математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета/филиала)
Выпускающая(ие) кафедра(ы) математика и методика обучения математике (полное
наименование кафедры)

Архипова Татьяна Викторовна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**Тема: Организация подготовки к единому государственному экзамену по разделу
«Стереометрия» на основе индивидуальных образовательных маршрутов**

Направление подготовки/специальность 44.04.01 Педагогическое образование
(код направления подготовки/код специальности)
Магистерская программа «Математическое образование в условиях ФГОС»
(наименование профиля программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой:

кандидат пед. наук, доцент М.Б.Шашкина

« » 2024 г. _____

(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы

кандидат пед. наук, доцент М.Б.Шашкина

« » 2024 г. _____

(дата, подпись)

Научный руководитель:

канд. пед. наук., доцент М.А. Кейв

« » 2024 г. _____

(дата, подпись)

Дата защиты _____

Обучающийся: Т.В. Архипова

« » 2024 г. _____

(дата, подпись)

Оценка _____

(прописью)

Красноярск 2024

Реферат

Диссертационное исследование состоит из 91 страниц, 10 рисунков, 3 таблицы, введения, двух глав, заключения и библиографического списка (51 первоисточников информации).

В данной работе рассматривается возможность организации подготовки к единому государственному экзамену на основе индивидуальных образовательных маршрутов, выявляются психолого-педагогические особенности обучения школьников стереометрии.

Актуальность исследования определяется необходимостью повышения качества подготовки обучающихся к стереометрическим задачам из ЕГЭ.

Проблемой исследования в рамках настоящей работы является поиск обоснованного ответа на вопрос о том, какие организационно-педагогические условия будут эффективны в освоении обучающимися 11 класса методов, способов, вариантов решения стереометрического задания при подготовки к профильному ЕГЭ.

Цель исследования: обоснование и экспериментальная проверка результативности авторской технологии подготовки выпускников к ЕГЭ по математике (раздел “стереометрия”).

Объект исследования: математическая подготовка обучающихся 11 класса.

Предмет исследования: организационно-педагогические условия подготовки к ЕГЭ по математике обучающихся 11 класса.

Гипотеза исследования: если процесс подготовки выпускников к ЕГЭ строить на основе индивидуальных образовательных маршрутов, то это будет способствовать повышению качества математической подготовки.

Задачи исследования:

1) Уточнить структуру и спецификацию контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по математике раздел “Стереометрия”.

2) Проанализировать ежегодные методические отчеты о результатах ЕГЭ по математике в Красноярском крае.

3) Описать психолого-педагогические особенности обучения школьников стереометрии.

4) Разработать методическое сопровождение подготовки обучающихся к единому государственному экзамену по математике раздел “Стереометрия”.

5) Провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Для решения поставленных задач использовались следующие методы исследования: изучение и анализ педагогической, психологической, методической и предметной литературы по теме исследования, анализ теоретических данных, изучение и обобщение педагогического опыта.

В первой главе проведен анализ результатов ЕГЭ 2023 года, указаны типичные ошибки при решении стереометрических задач, выделены рекомендации по организации процесса подготовки к ЕГЭ; выявлены психолого-педагогические особенности обучения школьников.

Во второй главе представлена методическая разработка в виде индивидуальных образовательных маршрутов и рекомендации к ним; описаны и проанализированы результаты апробации данной разработки.

Научная новизна исследования заключается в обосновании целесообразности подготовки обучающихся к ЕГЭ на основе индивидуальных образовательных маршрутов.

Практическая значимость исследования состоит в разработке индивидуальных образовательных маршрутов, на основании которых обучающиеся 11 класса смогут успешно подготовиться к ЕГЭ.

На базе учебного центра “Гармония семьи” проведен педагогический эксперимент по организации обучения стереометрии на основе индивидуальных образовательных маршрутов.

Апробация и внедрение результатов.

Материалы исследования были представлены: на XII Всероссийской научно-методической конференции с международным участием “Математика и математическое образование в эпоху цифровизации” (Красноярск, 9–10 ноября 2023 г.), на XV Всероссийской научно-методической конференции с международным участием студентов, аспирантов и молодых ученых «Образование и наука XXI века: математика, физика, информатика и технология в смарт-мире» (Красноярск, 21-22 мая 2024 г.).

По теме исследования опубликовано 2 работы, а именно:

1. Архипова Т.В., Беркут О.А., Захарова А. Г. Возможности использования компьютерной среды Geogebra в процессе подготовки обучающихся 11 класса к итоговой государственной аттестации по математике / «Математика и математическое образование в эпоху цифровизации»: материалы XII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 9–10 ноября 2023 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2023. - с.66-70.
2. Архипова Т.В., Кейв М.А. Психолого-педагогические особенности обучения школьников стереометрии / «Образование и наука XXI века: математика, физика, информатика и технология в смарт-мире»:

материалы XV Всероссийской научно-методической конференции с международным участием студентов, аспирантов и молодых ученых. Красноярск, 21-22 мая 2024 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2024.

Оглавление

Реферат	2
Введение	7
Глава 1. Теоретические основы организации подготовки к единому государственному экзамену по математике обучающихся 11 класса	10
1.1. ЕГЭ по математике: анализ содержания и результатов	10
В целом, анализ результатов ЕГЭ по математике и стереометрии предоставляет ценную информацию для учителей и образовательных учреждений, помогая выявить слабые места в обучении и разработать стратегии для повышения успеваемости учащихся.	24
1.2. Психолого-педагогические особенности обучения школьников стереометрии	24
Глава 2. Технология организации подготовки к единому государственному экзамену по математике обучающихся 11 класса на основе индивидуальных образовательных маршрутов	40
2.1. Методическое сопровождение подготовки обучающихся к единому государственному экзамену по математике раздел Стереометрия.	40
2.2. Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты	60
Заключение	73
Библиографический список	74
Приложение А.	81
Приложение Б.	85
Приложение В.	88
Приложение Г.	90
Приложение Д.	91
Приложение Е.	93
Приложение Ж.	96

Введение

*“Тот, кто учится самостоятельно, преуспевает
в семь раз больше, чем тот которому все объясняют”
(Артур Гитерман)*

Государственная итоговая аттестация по математике является обязательной для всех российских школьников и проводится по окончании девятилетнего курса основного общего образования в форме основного государственного экзамена и по завершении одиннадцатилетнего обучения в форме единого государственного экзамена (ЕГЭ) базового или профильного уровня. Такая форма итоговой аттестации выпускников в России введена около 20 лет назад. Однако до сих пор имеются трудности в системе подготовки школьников к экзамену. В ежегодных методических отчетах о результатах ЕГЭ по математике особо подчеркивается ряд недостатков математической подготовки обучающихся, среди которых - формализм в преподавании предмета. Вместо формирования осознанных математических знаний происходит механическое «натаскивание» на решение однотипных задач из открытого банка данных ФИПИ. Самые низкие результаты обучающиеся показывают при решении задач, которые труднее всего поддаются алгоритмизации: задачи по стереометрии, прикладные задачи и другие.

Одна из главных трудностей при решении геометрических задач заключается в отсутствии строгих алгоритмов. Сложность заключается в том, что геометрические задачи редко поддаются решению с применением стандартных формул. Для успешного решения таких задач необходимо

использовать разнообразные факты и доказательства теорий, которые справедливы только в конкретном контексте расположения элементов фигур.

Навык решения геометрических задач приобретается через практику и решение множества задач разной сложности, начиная с простых и постепенно переходя к более сложным. Важно овладеть различными методами решения задач и научиться находить неочевидные идеи для успешного решения. В стереометрии особенно важно освоить способы решения базовых задач, чтобы затем успешно справляться с более сложными задачами, включающими комбинации различных геометрических фигур.

Поиск и разработка результативных технологий подготовки выпускников к ЕГЭ по математике остается одной из актуальных проблем школьного математического образования.

Цель исследования: обоснование и экспериментальная проверка результативности авторской технологии подготовки выпускников к ЕГЭ по математике (раздел “стереометрия”).

Объект исследования: математическая подготовка обучающихся 11 класса.

Предмет исследования: организационно-педагогические условия подготовки к ЕГЭ по математике обучающихся 11 класса.

Гипотеза исследования: если процесс подготовки выпускников к ЕГЭ строить на основе индивидуальных образовательных маршрутов, то это будет способствовать повышению качества математической подготовки.

Задачи исследования:

6) Уточнить структуру и спецификацию контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по математике раздел “Стереометрия”.

7) Проанализировать ежегодные методические отчеты о результатах ЕГЭ по математике в Красноярском крае.

8) Описать психолого-педагогические особенности обучения школьников стереометрии.

9) Разработать методическое сопровождение подготовки обучающихся к единому государственному экзамену по математике раздел “Стереометрия”.

10) Провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Глава 1. Теоретические основы организации подготовки к единому государственному экзамену по математике обучающихся 11 класса

1.1. ЕГЭ по математике: анализ содержания и результатов

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) – это форма государственной итоговой аттестации (ГИА) по образовательным программам среднего общего образования [41]. Проведение данной процедуры направлено на оценку соответствия уровня достижений обучающихся заданным стандартам ФГОС в области среднего общего образования. Проведение данного экзамена осуществляется в централизованном порядке по всем регионам Российской Федерации, где выпускникам предоставляются стандартизированные задания одинаковой сложности. Данный экзамен объединяет в себе две важные формы аттестации: выпускной школьный экзамен и вступительный экзамен для поступления в ВУЗ. Обязательными предметами для сдачи ЕГЭ являются русский язык и математика, что подчеркивает их ключевое значение в оценке знаний и навыков обучающихся на данном этапе образования.

С начала 2015 года в рамках ЕГЭ по математике введена система проведения экзамена на двух уровнях: базовом и профильном. Этот дифференцированный подход способствует более точной оценке уровня подготовки и интересов учащихся, обеспечивая возможность выявления их академических способностей и потенциала в соответствии с индивидуальными образовательными целями. Такая многоуровневая структура экзамена способствует более глубокому анализу знаний и навыков участников, что позволяет им эффективнее продемонстрировать свою компетентность в математике в соответствии с их учебными планами и стремлениями.

В рамках нашего исследования мы проведем анализ заданий по стереометрии по результатам ЕГЭ 2023 года.

Стереометрия – раздел геометрии, изучающий свойства тел и фигур, взаимное положение линий, плоскостей, поверхностей и тел в трехмерном пространстве [28].

ЕГЭ **базового** уровня предназначен для проверки основных предметных результатов обучающихся. Суть его заключается в оценке уровня математической грамотности, достаточного для успешной адаптации в современном мире. Экзамен базового уровня не предполагает глубокого изучения математических тем и не требует высокого уровня абстрактного мышления. Большим преимуществом базового экзамена является наличие объемного справочного материала. Благодаря нему, можно решить большинство заданий. Но в свою очередь, наличие справочного материала не отменяет подготовку к экзамену.

Экзаменационная работа на базовом уровне ЕГЭ по математике включает 21 задание, которые охватывают различные типы задач, требующих кратких числовых ответов, выбора правильного варианта или установления соответствия между характеристиками процессов или объектов. Спецификация контрольно-измерительных материалов (КИМ) ЕГЭ по математике направлена на оценку достижения учащимися метапредметных и предметных результатов, соответствующих основной образовательной программе среднего общего образования [35].

В рамках заданий по стереометрии (задания 11 и 13) проверяется умение учащихся решать простейшие геометрические задачи, связанные с нахождением объемов и других геометрических величин. Эти задачи также требуют применения планиметрических фактов и методов для успешного решения стереометрических проблем. Такой подход способствует более

вслушанному анализу знаний и умений учащихся в области математики, что позволяет им продемонстрировать свою компетентность и понимание материала в соответствии с образовательными стандартами [35].

Пример задания 11 – наглядная стереометрия.

Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Числа на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах (рис.1).

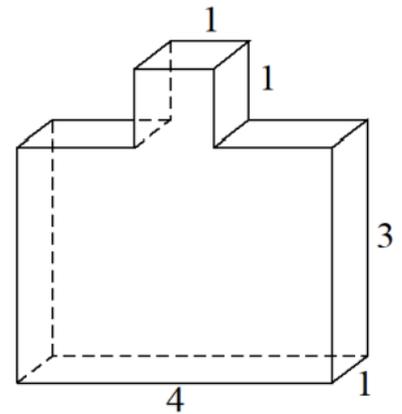


Рис. 1. Многогранник

С данной задачей в 2023 году справились 46,09% выпускников Красноярского края, что ниже показателей 2022 г. (46,82%) [23].

Показатели по России обстоят иначе. Только треть участников экзамена верно ответила на вопрос задачи, при этом пятая часть участников даже не приступала к решению [23]. Одной из возможных причин непопулярности подобных заданий среди обучающихся является низкий уровень пространственного воображения и математической грамотности. Обучающиеся не могут «увидеть» (представить) все грани поверхности многогранника или не могут разбить многогранник на прямоугольные параллелепипеды.

Пример задания 13 – геометрическая задача (наглядная стереометрия).

*Стороны основания
правильной треугольной пирамиды
равны 10, а боковые рёбра равны 13.
Найдите площадь боковой
поверхности этой пирамиды (рис.2).*

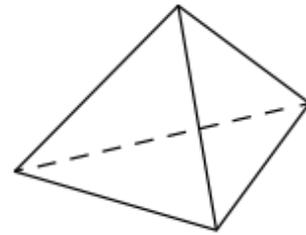


Рис. 2. Треугольная пирамида

Задание 13 направлено на оценку способности учащихся решать элементарные задачи стереометрии, связанные с определением площади поверхности пирамиды. В 2023 году с ее решением справились 19,02% выпускников Красноярского края (в 2022 г. – 63,57%). Необходимо отметить отрицательную динамику результатов выполнения заданий по стереометрии по сравнению с 2022 годом. Этот процент решаемости является самым низким среди всех заданий ЕГЭ базового уровня [23].

Результаты по России показали, что с заданием верно справилось 38,5% участников [22].

Подводя итоги по анализу результатов выполнения двух заданий по стереометрии, становится ясно, что требуется обратить особое внимание на методику обучения стереометрии, так как более половины школьников фактически не готовы к решению стереометрических задач базового уровня.

Экзамен ЕГЭ **профильного** уровня предполагает оценку знаний обучающихся по более обширному спектру математических знаний и навыков, включая более сложные концепции и методы. Данная форма экзамена направлена на проверку глубины понимания математических принципов и способностей к их применению. В отличие от базового уровня, экзамен профильного уровня требует от учащихся более широкого кругозора и умения решать сложные задачи, что позволяет более точно оценить их

математическую компетенцию и готовность к дальнейшему образованию [41].

Тест ЕГЭ (профильный уровень) состоит из двух частей. Первая часть направлена на проверку усвоения основных математических навыков и умений, необходимых для применения в повседневных ситуациях. Она предназначена для оценки математической грамотности выпускников школ, реализующих базовые программы среднего образования. Вторая часть теста, в свою очередь, ориентирована на проверку глубокого понимания математики на профильном уровне, который необходим для применения в профессиональной деятельности и развития творческих способностей. Ее целью является более точная дифференциация знаний и навыков абитуриентов, стремящихся поступить в ведущие высшие учебные заведения [22].

Контрольно-измерительные материалы (КИМ) ЕГЭ профильного уровня включают два задания по стереометрии: в первой части - задание 2, а во второй части - задание 13 (14 с 2024 года). Эти задания направлены на проверку умения оперировать базовыми геометрическими понятиями, такими как точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, углы различных видов, а также на способность находить площади и объемы различных фигур и многогранников, поверхности вращения, а также строить сечения и изображать геометрические объекты. Учащиеся должны уметь использовать геометрические отношения при решении задач, применять изученные формулы и методы для нахождения геометрических величин, а также применять факты и теоремы планиметрии для решения задач. Эти задания предназначены для более глубокой проверки знаний и навыков абитуриентов, стремящихся поступить в высшие учебные заведения [36].

Задание 2 представляет собой стереометрическую задачу, которую можно разделить на две категории: первая включает в себя традиционные

задачи на вычисление углов, расстояний, площадей поверхностей и объемов, в то время как вторая категория представляет собой задачи с практическим контекстом. В таких задачах обычно требуется рассмотреть изменения площади, объема или массы объекта при изменении его линейных размеров, а также найти площадь поверхности или объем невыпуклого многогранника, все двугранные углы которого прямые.

Пример задания 2 (2023 год на ЕГЭ по математике профильного уровня).

Цилиндр описан около шара. Объем шара равен 18. Найдите объем цилиндра (рис.3).

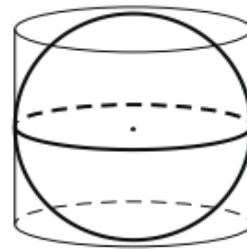


Рис. 3. Шар вписанный в цилиндр.

По Красноярскому краю средний процент выполнения задания 2 – 85,80% (в 2022 году – 73,27%) [24], а по России 71,5% [22].

Возрастающая успешность в решении геометрических задач первой части экзамена способствует благоприятным условиям для улучшения результатов в решении геометрических задач второй части, включая стереометрические задачи. Задание 13/14 представляет собой задачу повышенной сложности, требующую развернутого ответа, за который можно получить максимально 3 балла.

Пример задания 13 (2023 год на ЕГЭ по математике профильного уровня).

В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием BC . Точка D делит ребро CC_1 в отношении

$AB:BC = 1:3$, а точка M – середина ребра AA_1B_1 . Через середину M ребра AB провели плоскость α , перпендикулярную отрезку BC .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро AA_1 пополам.

б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит ребро AA_1 , считая от точки A_1 , если известно, что $AB = BC$, $AA_1 : BC = 2:5$.

В 2023 году именно эта задача вызвала наибольшие трудности у выпускников. Средний процент выполнения данного задания составил 0,62% [22], что немного выше показателей прошлого года – 0,45%. Строгое доказательство деления пополам ребра AA_1 плоскостью α вызвало затруднения. Вероятно, учащиеся плохо владеют навыками решения стереометрических задач. Допускались также и арифметические ошибки при выполнении пункта б).

Анализ контрольных работ учащихся и результатов вступительных экзаменов позволил выявить наиболее *типичные ошибки*, допускаемые при решении стереометрических задач. Укажем эти ошибки:

- учащиеся не знают формулировок теорем и не умеют их применять к решению задач;
- не знают, что является центром вписанной и описанной окружностей;
- не умеют выполнять дополнительные построения, особенно во внешней области фигуры;
- не умеют правильно изображать объемные фигуры на плоскости;
- не знают всех свойств многогранников;

- в основе большинства ошибок по стереометрии лежит незнание вопросов о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве (особенно вопрос об угле между прямой и плоскостью и вопрос об угле между плоскостями); не умеют применять знания из тригонометрии к решению стереометрических задач;
- не умеют строить сечения многогранников и тел вращения;
- отсутствуют навыки изображения видимых и невидимых элементов фигуры;
- часто производят ошибочный поиск точки пересечения скрещивающихся прямых;
- не сформировано умение правильно располагать фигуру на чертеже;
- при изображении геометрического тела стремятся подражать иллюстрациям учебника и чертежам, предложенным учителем, но испытывают большие трудности при изображении объемной фигуры в новых условиях;
- не умеют строить линию пересечения плоскостей, отыскать проекцию точки на прямую и плоскость, прямой на плоскость;
- слабо развиты пространственные представления, особенно в случае вписанных и описанных многогранников и тел вращения [10].

При выполнении стереометрических задач второй части профильного ЕГЭ и наблюдаемом высоком проценте не приступивших к их решению прослеживается проблема системного игнорирования в образовательном процессе формирования ключевых компетенций, включая умение анализировать и доказывать стереометрические утверждения. Особую сложность представляют логические конструкции, требующие доказательства методом от противного.

Разрыв в результатах выполнения стереометрических задач второй части и задач первой части свидетельствует о недостаточной глубине подготовки учащихся, ограничивающейся решением элементарных задач вычислительного и наглядного характера на уроках. Такой подход не способствует развитию аналитического мышления и навыков логического вывода, необходимых для успешного решения сложных стереометрических задач

Среди основных причин *низкой решаемости* стереометрической задачи №13 профильного ЕГЭ 2023 года можно указать следующие:

- 1) Низкий уровень владения основными понятиями планиметрии.
- 2) Неуверенное владение базовыми понятиями стереометрии, признаками и свойствами объектов в пространстве.
- 3) Низкий уровень сформированности пространственного воображения, которое обеспечивает создание образов в трехмерном пространстве, позволяет успешно оперировать ими, участвует в решении задач, связанных с ориентировкой в реальном и воображаемом пространстве.
- 4) Ошибки в построении правильного трехмерного чертежа, в построении сечений трехмерных тел.

5) Не умение выстраивать логическую цепочку рассуждений и обосновывать все шаги решения.

6) Низкий уровень читательской грамотности, недостаточно внимательный анализ входных данных и условия задачи.

7) Причины, связанные с психологическими факторами (ослабление психических функций: внимания, памяти, мышления).

8) Причины, обусловленные несовершенством организации учебного процесса [11, 13].

Следует отметить, что важной составляющей успешной подготовки к ЕГЭ является методика обучения математике. Основная проблема, связанная с преподаванием математики – формализм в обучении предмету. Вместо формирования осознанных знаний происходит механическое бессмысленное решение учащимися однотипных задач, причем речь идет о задачах, решение которых основано на простейших алгоритмах, преобладает решение задач по образцу.

Преподаватель, ориентирующийся лишь на минимальный порог предпочитает фокусироваться на решении простейших задач первой части экзамена, которые базируются на материале средних классов. Однако успешное выполнение таких заданий не дает объективной оценки математической подготовки учеников или их готовности к дальнейшему образованию. Это подходит для прохождения нижнего порога оценки, но не способствует развитию более сложных математических навыков, необходимых для успешного обучения и профессионального развития.

Относительно низкие результаты выполнения стереометрических задач могут свидетельствовать о низком уровне сформированности некоторых метапредметных навыков [32].

Решение геометрических задач, особенно тех, которые требуют доказательства, предполагает не только анализ текста и построение модели геометрических отношений, но и глубокое исследование данной конфигурации, разработку логически стройной цепочки рассуждений и ясное формулирование их на естественном и символическом языке [33]. В случае задач на нахождение метрических характеристик необходимо не только продумать вычислительный алгоритм, но и точно выполнить каждый шаг вычислений, обеспечивая последовательное решение подзадач.

Результаты анализа ЕГЭ 2023 года по математике проливают свет на проблему недостаточной готовности старшеклассников в области геометрии, что свидетельствует о слабой сформированности метапредметных навыков.

Анализ результатов ЕГЭ 2023 г. по математике позволяет сформулировать некоторые общие выводы и рекомендации учителям по улучшению процесса преподавания математики:

1. Акцентировать внимание на системности и последовательности обучения материалу. Это достигается через поэтапное углубление знаний и регулярное повторение изученного.

2. Важно также использовать разнообразные методы контроля знаний как во время уроков, так и во внеурочное время, а также поощрять самоконтроль в подготовке к экзамену. Формирование навыков самопроверки и самоконтроля при решении задач играет ключевую роль в повышении успеваемости учащихся.

3. На уроках большее внимание стоит уделять развитию навыков построения рассуждений, доказательных цепочек, а также практическому

применению теорий и методов школьной математики, решению практико-ориентированных задач.

4. Необходимо уделить особое внимание взаимосвязи организационных и психологических аспектов процесса подготовки учащихся к сдаче экзамена по математике, а также эффективному управлению временем и использованию простых методов самоконтроля, развитие умения удерживать внимание на математических задачах в течение продолжительного времени для профильного уровня составляет почти 4 часа, а для базового — 3 часа.

5. Программа обучения по математике для учеников 10-11 классов должна строго соответствовать утвержденным рабочим программам. Недопустимо тратить учебное время на повторение однотипных методов решения задач, характерных для учебных программ 5-8 классов.

6. Важно решать не только типовые задачи и задачи из открытого банка ФИПИ, но также стимулировать развитие логического и креативного мышления учащихся через предоставление задач, требующих нетривиального подхода к их решению.

7. При изучении теории математики необходимо активно применять полученные знания на практике, что способствует более глубокому усвоению материала.

8. Рассматривать различные методы решения одной и той же задачи, показывать в какой ситуации лучше применять тот или иной метод.

9. Развивать навыки смыслового чтения.

10. Для эффективного улучшения математической грамотности студентов следует акцентировать внимание на развитии метапредметных связей через осуществление разнообразных проектов и решение задач из различных областей.

11. При анализе задач из открытого банка заданий ФИПИ необходимо уделить пристальное внимание материалу, используемому для решения конкретных задач, а не ограничиваться лишь их механическим выполнением. Важно параллельно проводить повторение пройденного материала, демонстрируя обучающимся конкретные примеры его практического применения в будущем.

12. Создавать условия для самостоятельной работы школьников на уроке и дома.

13. Для стимуляции интереса школьников к математике необходимо активно внедрять инновационные образовательные методики, включая использование современных информационных технологий и онлайн-курсов.

14. Одновременно важно анализировать результаты ЕГЭ за предыдущие годы, выявлять распространенные ошибки и определять учебные разделы, требующие дополнительного изучения для их предотвращения. Следует учитывать, что механическое решение типовых вариантов ЕГЭ является менее эффективным подходом к подготовке.

15. Рекомендуется проводить полное решение типовых вариантов не чаще одного раза в месяц.

16. Дополнительно рекомендуется выделять время на индивидуальные тренинги по темам, вызывающим затруднения у конкретных учащихся, для более эффективного обучения.

17. Важно способствовать развитию самостоятельного мышления учащихся путем применения методов проблемного обучения и включения творческих заданий как на уроках, так и во внеурочной деятельности. Эти задачи направлены на стимулирование у обучающихся способности к аналитическому мышлению, логическим рассуждениям, а также на раскрытие и развитие их интеллектуального потенциала.

18. В процессе подготовки к экзамену необходимо формировать у обучающихся навыки анализа условия задачи, выделения информации из нее, сопоставления представленных данных, а также систематической отработки навыков поиска и обработки информации, представленной в различных форматах (текстовом, табличном, схематическом), проведения ее анализа и синтеза, сравнения и классификации.

Требуется улучшить уровень вычислительных навыков обучающихся, осуществлять грамотное математическое изложение решения задачи на основе анализа условия и постановки вопроса.

20. Использовать при подготовке динамические математические программы, такие как Geogebra, Живая Математика и пр. [22]

Часто учащиеся, сталкиваясь с задачей, похожей на уже решенную ими или на демонстрационный вариант, не обращают внимания на мелкие различия, что может привести к неверному решению и получению нулевой оценки. Школьники, чьи учителя уделяют больше времени задачам, требующим анализа условия, а не простому применению шаблонных алгоритмов, демонстрируют более высокие результаты на экзаменах и успешно справляются с учебой в вузе.

Акценты новых Федеральных государственных образовательных стандартов и Федеральной образовательной программы позволяют школам эффективно обновить методику преподавания математики, повысить уровень математической подготовки будущих абитуриентов и подготовить учащихся к принятию правильных решений, анализу ситуаций и постановке вопросов, что является ключевым навыком не только для поступления в вуз, но и для успешной адаптации в реальном мире [34].

Из проведенного анализа результатов ЕГЭ по математике, особенно в контексте выполнения заданий по стереометрии выпускниками

Красноярского края, можно сделать вывод о необходимости более глубокого и системного подхода к обучению математике. Выявленные тенденции в успеваемости учащихся указывают на важность улучшения методики преподавания, особенно в части стереометрии.

Анализ ошибок, допускаемых при выполнении заданий по стереометрии, подчеркивает необходимость более детального изучения концепций и практического применения математических знаний. Формализм в обучении математике может быть препятствием для полного понимания материала, поэтому важно стремиться к балансу между теорией и практикой.

Для улучшения успеваемости учащихся рекомендуется использовать более интерактивные методики обучения, индивидуальный подход к каждому ученику и больше практических задач для закрепления материала. Также важно проводить регулярный мониторинг результатов и анализировать ошибки, чтобы эффективно корректировать учебный процесс.

В целом, анализ результатов ЕГЭ по математике и стереометрии предоставляет ценную информацию для учителей и образовательных учреждений, помогая выявить слабые места в обучении и разработать стратегии для повышения успеваемости учащихся.

1.2. Психолого-педагогические особенности обучения школьников стереометрии

Геометрия является ключевым элементом образовательного процесса, необходимым для развития пространственного мышления и формирования практических навыков, которые важны в повседневной жизни. Она играет важную роль в создании языка описания окружающих нас объектов, способствует развитию математической культуры и эстетического восприятия у учащихся. Изучение геометрии также значительно развивает логическое мышление и формирует представление о доказательствах.

Школьный курс геометрии делится на две основные части: планиметрию и стереометрию. Стереометрия, в свою очередь, представляет собой один из самых значимых и увлекательных разделов геометрии. Именно через стереометрию обучающиеся знакомятся с разнообразием пространственных форм и законами их изображения. Этот раздел способствует не только развитию логического мышления, но и приобретению практических навыков измерения основных геометрических величин, таких как площади, объемы, длины и углы.

История стереометрии богата и связана с именами выдающихся ученых, таких как Пифагор, Евклид, Архимед и Н.И. Лобачевский.

В школьном курсе стереометрии ставятся следующие задачи:

- Развитие и закрепление содержательных линий, начатых в предыдущих классах, а также обобщение основных математических методов в контексте пространственных фигур.
- Изучение свойств и характеристик пространственных форм.
- Изображение пространственных фигур на плоскости с использованием параллельного проектирования.
- Развитие логического мышления учащихся через решение задач и доказательство теорем, включенных в курс стереометрии.

Советские психологи, такие как В.Н. Мясищев, А.Г. Ковалев, И.С. Якиманская [51] и другие, подчеркивают важность развития навыков как ключевого фактора формирования способностей. Приобретая определенные навыки, ученик не только развивает свой интеллект, но и формирует индивидуальные качества, в том числе любовь к труду, внимательность, упорство, и предприимчивость. Этот процесс не только готовит обучающихся к предстоящей профессиональной деятельности, но и способствует их личностному росту.

Несмотря на значительные успехи в теории и практике формирования навыков обучающихся для решения стереометрических задач, большое количество сталкивается с низкой степенью сформированности этих умений. Одной из причин этого является недостаточное внимание со стороны методических материалов и учительской практики к рекомендованным психологами и дидактами (С.Л. Рубинштейном [31], Н.А. Менчинской, Е.Н. Кабановой-Меллер, М.Н. Скаткиным, А.М. Даниловым, В.А. Онищуком и др.) теоретическим основам формирования умений и навыков.

Общие закономерности формирования умений часто не получают необходимой конкретизации при изучении разделов ШКМ, вызывающих особенные затруднения. Недостаточно работ, где подробно рассматриваются методики формирования умений решать задачи по стереометрии и организацию совместной работы учителя и ученика для развития необходимых навыков.

Деятельностный подход, предложенный А.Р. Черняевой, акцентирует внимание на активности учащихся как ключевом факторе успешного обучения [45].

Системно-деятельностный подход в образовательном процессе является методологической основой реализации ФГОС [40, 42]. Его идея представляет собой учение, которое подразумевает совместную деятельность обучающихся и педагога. Учитель перестает быть главным субъектом по передаче знаний ученикам. Ученики избавляются от пассивной роли в образовательном процессе и становятся активными его участниками. Главная цель системно-деятельностного подхода - разносторонне развитая и сформированная личность. Перед педагогом стоит задача по организации и созданию условий, которые инициируют действия школьников. Учитель сопровождает учебный процесс и больше задает вопросы, чем дает ответы. А

обучающиеся в процессе цель системно-деятельностного подхода познают мир.

Выделим основные принципы системно-деятельностного подхода [15]:

1. Приобретение новых знаний осуществляется посредством самостоятельной деятельности обучающихся, которые открывают, а также обдумывают учебные материалы. При этом основой является имеющиеся ранее знания школьников.

2. Обучение представляет собой совместную деятельность педагога и обучающихся, которая основана на сотрудничестве и согласии. Педагог стимулирует самостоятельное мышление обучающихся, помогая им самим прийти к решениям и объяснить свои выводы.

3. Продуманный педагогом план обучения, состоящий из последовательных и логичных действий, позволяет развернуть эффективную систему, в которой ученики самостоятельно дойдут до проблемы урока и его целей.

4. Использование разных источников информации и организация сотрудничества на разных уровнях (индивидуальная, групповая, парная работа) способствуют более глубокому усвоению материала.

Разнообразие источников информации и организация совместной работы на различных уровнях (индивидуальном, групповом, парном) содействуют более глубокому усвоению учебного материала.

5. Формирование у учащихся мотивации к обучению на протяжении всей жизни, развитие навыков работы в команде, способности к самооценке и самоанализу.

6. Системно-деятельностный подход предполагает стойкий познавательный интерес у учащихся, интеграцию содержания обучения в их

жизненный опыт, а также перенос материала на обыденные задачи и интересы школьников.

Очевидно, что при таком подходе открываются большие возможности для формирования и развития пространственного мышления на уроках стереометрии.

Вне зависимости от выбранного метода обучения стереометрии всегда нужно учитывать возрастные особенности обучающихся.

В период подросткового возраста происходит значительное формирование личности и самостоятельности, что оказывает существенное влияние на процесс обучения.

Для эффективного обучения подростков необходимо учитывать их психологические особенности и адаптировать методы воздействия соответственно.

Индивидуальный подход, ориентированный на индивидуальные потребности и интересы каждого подростка, является ключевым элементом успешного обучения.

Поощрение самостоятельности в постановке целей и решении задач способствует развитию у подростков внутренней мотивации и ответственности за свои действия [8]. Важно также учитывать эмоциональное состояние подростков и создавать благоприятную атмосферу обучения, способствующую эмоциональному комфорту.

В процессе обучения подростков возникают разнообразные проблемы и вызовы, требующие внимательного анализа и решения. Среди них следует выделить следующие аспекты:

1. Снижение уровня мотивации: Подростки могут потерять интерес к учебе по причине отсутствия вызовов, неинтересного учебного материала или конфликтов с педагогами.

2. Проблемы с концентрацией внимания: Гормональные изменения, эмоциональная неустойчивость и другие факторы могут затруднять подросткам сосредоточение на учебных задачах.

3. Проблемы с саморегуляцией: Недостаточное умение организовать свою деятельность и контролировать собственные действия может привести к трудностям в выполнении домашних заданий и низкой успеваемости в учебе.

В процессе обучения стереометрии необходимо руководствоваться принципом **преемственности**. Новый материал следует вводить постепенно, начинать с более простого и постепенно переходить к более сложному [28]. Каждые введенные в геометрии определения, теоремы или леммы базируются на понятиях и материалах, изученных ранее. Следовательно, решение стереометрических задач требует не только понимания стереометрии, но и уверенного владения планиметрией.

Основной причиной трудностей при решении стереометрических задач у школьников является постепенное забывание некоторых аспектов планиметрии.

Анализируя учебники по геометрии 10-11 класса, мы обнаружили различный подход к повторению материала планиметрии.

В учебнике А. Д. Александрова [1] в первой главе в начале приведены основные аксиомы стереометрии: аксиома плоскости; аксиома пересечения плоскостей и их взаимное расположение; аксиома о прямой и плоскости; аксиома расстояния и пр. А в конце первой главы приведены основные теоремы о треугольниках: сумма углов треугольника, теоремы Пифагора, теорема синусов, и косинусов, формулы площадей треугольника, свойство медиан, высот и биссектрис, теорема Чевы и др.

А в некоторых учебниках повторение построено иначе. Так, например, в учебнике для 10-11 классов по геометрии Л. С. Атанасяна и А. В.

Погорелова [21] изучение стереометрии сразу начинается со знакомства с понятиями, аксиомами и теоремами стереометрии, без предварительного повторения планиметрии. Это означает, что времени на повторении ранее изученного материала не выделяется. Соответственно, некоторые ученики, изучающие геометрию именно по этой программе, могут забыть многие теоремы и свойства, изученные ранее в планиметрии. В результате при решении задач по стереометрии может возникнуть затруднение в применении элементарных теорем планиметрии.

Целостность преемственности обучения геометрии от начальной до старшей школы нарушена, что приводит к затруднениям в усвоении материала по стереометрии. Для решения этой проблемы необходимо уделить больше внимания повторению основ геометрии перед переходом к новым темам. Дополнительные занятия могут помочь создать единую систему обучения геометрии, обеспечивая более глубокое понимание материала и повышая успеваемость учащихся в этом предмете.

Изучение стереометрии у старшеклассников требует развитого пространственного мышления, поэтому важно начинать формировать эту способность заранее. Исследования показывают, что младший подростковый возраст является оптимальным для развития умения работать с пространственными образами [7]. Поэтому особое внимание уделяется пропедевтическому этапу обучения геометрии с целью развития пространственного мышления. Программа по математике для обучающихся 5-6 классов предоставляет отличные возможности для этого. В исследованиях, которые проводили в 1950-1970 годах Н.Ф. Четверухин, А.И. Фетисов и Г.Г. Маслова, уделялось особое внимание проблеме развития пространственного мышления у младших школьников при обучении математике [16, 20, 43, 46].

Пространственное воображение представляет собой вид умственной деятельности, позволяющий создавать и оперировать пространственными образами без непосредственного визуального восприятия [39].

Изучение пространственного воображения играет ключевую роль в различных областях деятельности, таких как изобразительное и конструкторское искусство, а также техническая сфера. При изучении геометрии в старшей школе, умение анализировать проекционные чертежи и видеть стереометрические объекты из разных ракурсов играет важную роль.

Использование **инновационных технологий** с целью стимулирования интереса и мотивации подростков к обучению представляет собой перспективный подход. Внедрение видеоматериалов, игровых элементов и интерактивных заданий способствует созданию динамичной и привлекательной учебной среды, способствуя активизации когнитивных процессов и повышению эффективности обучения [4,6].

Использование **визуальных пособий, моделей и компьютерных программ** может значительно облегчить процесс обучения стереометрии, помогая школьникам лучше представить трехмерные объекты. В этом могут помочь виртуальные математические лаборатории или ряд образовательных программ, таких как *Geogebra* и Живая Математика [3]. Данные программы позволяют строить геометрические объекты и проводить различные манипуляции с ними [12]. Сечения многогранников (рис.4), которые вызывают особые трудности у обучающихся, в *Geogebra* можно построить буквально за несколько щелчков мыши.

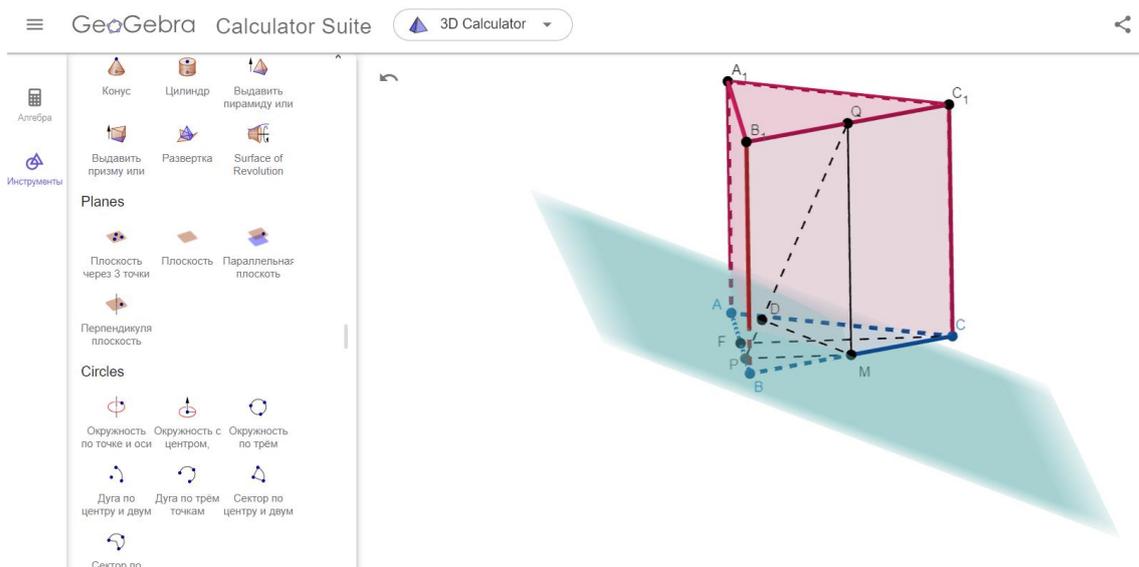


Рис.4. Трехмерная модель треугольной призмы, построенной в Geogebra

А благодаря возможности вращения трехмерных тел и изменение их величин, обучающиеся могут лучше разобраться в изучаемой теме, увидеть взаимосвязи между объектами. Комплексное использование интерактивных моделей значительно активизирует процесс объяснения учебного материала и повышает его качество. Образы и понятия лучше усваиваются, если демонстрируются с помощью моделей и анимации. Программное обеспечение Geogebra позволяет оптимизировать образовательный процесс, рационально расходовать урочное время, способствует формированию пространственного воображения.

По мнению В. Р. Майера использование компьютерных технологий в процессе обучения геометрии позволяет формировать умения систематического наблюдения, анализа информации, ее классификации, прогнозирования и проверки гипотез [19]. Экспериментирование с использованием систем динамической геометрии способствует развитию критического мышления, стимулирует обучающихся к взаимному обсуждению результатов исследований, разделению ответственности за выполнение задач и последующему объединению усилий, а также к

осознанию процесса формулирования гипотез и их проверки [48]. Процесс обучения через эксперимент и исследование строится на индивидуальных особенностях учащихся, учитывая их уникальность; он основан на глубоком уважении к каждому обучающемуся как к личности и направлен на развитие их сильных сторон, а не на исправление слабостей.

Возможность открыть новые геометрические закономерности с помощью динамической математической среды, выдвинуть гипотезу и обосновать ее, мотивирует обучающихся к самостоятельному поиску знаний, что полностью соответствует принципам деятельностного подхода в образовании.

Для успешной помощи учащимся в решении геометрических задач необходимо оценить их уровень навыков. Знание этого помогает планировать индивидуальные подходы, выбирать подходящие задачи и формы поддержки для разных групп учеников, учитывая их потенциал для развития.

При обучении решению задач, включая стереометрические, важно учитывать **формы и уровни познания** учеников (рис.5).

Уровни (стороны) познания	
1) Чувственное познание — вид познания, который осуществляется органами чувств (зрением, слухом, обонянием, осязанием, вкусом)	2) Рациональное познание — вид познания, который осуществляется посредством мышления. <i>Присуще только человеку</i>
Формы:	
а) ощущение — отражение отдельных свойств объекта познания в сознании, возникающее в результате его воздействия на органы чувств человека; б) восприятие — отражение образа объекта познания в сознании, возникающее в результате его воздействия на органы чувств человека; в) представление — обобщённый ОБРАЗ объекта познания, сохраняемый и воспроизводимый в сознании без его непосредственного воздействия на органы чувств человека	а) понятие — отражение существенных признаков предметов, явлений и процессов; б) суждение — отдельная мысль о чём-либо; в) умозаключение (вывод) — вывод из нескольких суждений, дающий новое знание (индуктивное, дедуктивное, по аналогии)
3) Интуитивное познание — вид познания, в котором проявляется способность непосредственного постижения истины в результате «озарения», «наития», «прозрения» без опоры на логические обоснования и доказательства.	

Рис. 4. Уровни познания [38]

В процессе обучения следует отталкиваться от одних чувственных образов к другим; от одних понятий к другим; от образов к понятиям и от понятий к образам.

Отметим, что помимо чувственного и рационального познания, при обучении стереометрии важно также и интуитивное познание. Этот вид познания стимулирует формирование логического и пространственного мышления и, что немаловажно, побуждает интуитивные процессы.

В методических рекомендациях для учителей математики А.Д. Александров отмечал важность сочетания **наглядности** и строгой формулировки в геометрии [1]. Он отмечал, что в каждом геометрическом утверждении (аксиоме, теореме или определении) необходимо присутствие

двух компонентов: наглядной картины и строгой логической последовательности выводов. Отсутствие одного из этих элементов может привести к недостаточной ясности и полноте математического рассмотрения [5].

При обучении геометрии, особенно стереометрии, важно не только запоминать определения и теоремы, но и представлять их содержание наглядно. Это поможет лучше понять материал и применять его на практике [11].

Российский математик В.И. Арнольд критикует формализованный подход к математике, отмечая, что избыток непонятных определений и доказательств лишен мотивации и понятности [2]. Он подчеркивает важность примеров, анализа рисунков и мотивировок в обучении математике.

Поэтому мы можем заключить, что в основу методики обучения стереометрии должен быть положен **наглядно-конструктивный подход**, поскольку она объединяет в себе наглядность, строгую формулировку и модель. Наглядно-конструктивный метод обучения стереометрии заключается в создании учениками моделей объектов, что помогает им лучше понять теоретические знания через чувственный опыт. А.Н. Леонтьев подчеркивает, что для усвоения материала необходимо активно взаимодействовать с ним, проводя деятельность, соответствующую предмету изучения [17]. Такой подход способствует более глубокому и понятному усвоению математических понятий [30].

Основной идеей наглядно-конструктивного подхода к изучению стереометрии является внедрение изучения многогранников с самого начала уроков геометрии в 10 классе с целью развития пространственного мышления учащихся. Этот процесс направлен на формирование базовых представлений об ОГК, которые затем используются в качестве наглядного примера для

изучения основ стереометрии. Теория разбирается на примерах конструкций, которые затем служат основой для дальнейшего изучения. Алгоритмы и методы решения задач, обсуждаемые на этих конструкциях, помогают учащимся успешно решать стереометрические задачи определенного типа.

Данный подход предполагает, что обучение будет построено с использованием **опорных геометрических конструкций (ОГК)**. Под ОГК следует понимать трехмерную модель, которую создают сами обучающиеся под руководством преподавателя. Впоследствии данные конструкции используются на уроках, как в ходе освоения теоретического материала, так и для разбора условий стереометрических практических задач.

Известные математики, такие как И.Г. Габович, Г.В. Гришина, Г.Д. Зайцева [14], Ю.А. Розка, М.Е. Тимощук, А.Я. Цукарь и другие, подчеркивают важность использования ОГК для успешного освоения навыка решения задач по геометрии [50].

И. Ф. Шарыгин подчеркивает, что ключевыми элементами для эффективного решения геометрических задач являются умение быстро и верно выполнять чертежи, использование методов решения (в основном аналитических) и наличие опорных задач, помогающих связать теорию с практикой [47].

По мнению Орлова В. В., использование ОГК в обучении позволяет ученикам обратить особое внимание на те знания, которые необходимы для решения целых блоков задач, обращает внимание на взаимосвязи между ними в процессе поиска решений [26].

Всякая ОГК формируется в процессе решения конкретной задачи, которую называют порождающей.

Выбор фигуры для использования в качестве ОГК или специальное построение фигуры и составление порождающей задачи зависит от следующих критериев:

- специфика теоретического материала, применяемого при решении задачи;
- ранее изученных теоретических аспектов и методов решения задач, нуждающихся в дальнейшем развитии и упорядочивании;
- основных геометрических объектов данной темы, с взаимосвязями их элементов, возникающими при работе с теорией и решением задач;
- основных математических методов решения задач и алгоритмов, которые требуют формирования;
- информативной наполненности выбранной фигуры (количество различных факторов, которые могут быть продемонстрированы на одной фигуре);
- цели и результатов образования.

Следует отметить, что количество использованных опорных геометрических конструкций должно быть строго ограничено.

Переходя от опорных геометрических конструкций, следует отметить, что ученик является субъектом учебной предметно-практической деятельности, а объектом является модель, создаваемая им.

Модель в научных исследованиях представляет собой объект, аналогичный оригиналу, но отличающийся от него, используемый для получения новых знаний. В соответствии с Л.М. Фридманом, модель может выполнять различные функции, такие как замена объекта в определенном действии, создание представления об объекте, интерпретация объекта или использование модели для исследовательских целей [44].

Примеры различных типов моделей включают модель-заместитель, где для удобства решения задач плоскостное изображение заменяет комбинацию пространственных тел, например, вместо цилиндра вписанного в шар изображают прямоугольник и окружность; модель-представление, где чертеж используется для демонстрации теоремы; модель-интерпретация, где объект заменяется уравнением для лучшего понимания; модель-исследование, где изучение объекта происходит через изучение части самого объекта.

Говоря про модели, следует упомянуть их разнообразие. Моделью тетраэдра может выступать его устное определение, трехмерная модель тетраэдра из бумаги, изображение тетраэдра или его развертка, компьютерная модель тетраэдра и т.п.

Систематизируем модели, с которыми сталкиваются обучающиеся во время обучения стереометрии (рис.6).

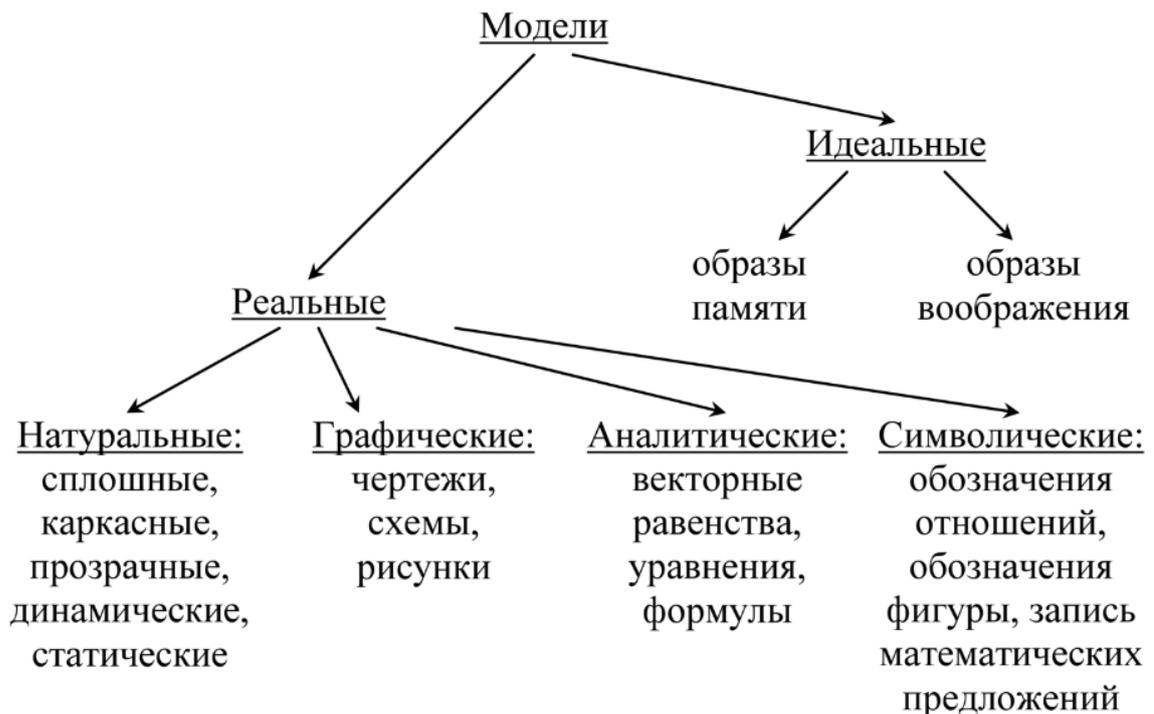


Рис. 6 Классификация моделей

Процесс моделирования представляет собой интеллектуальную деятельность, направленную на создание или выбор модели в соответствии с поставленными целями познания [10].

Выводы. Изучение стереометрии в школьном курсе геометрии играет важную роль в развитии у школьников пространственного мышления и творческого потенциала. В процессе обучения стереометрии необходимо учитывать индивидуальные особенности учеников, их возрастные особенности, формы и уровни познания. Применение наглядно-конструктивного подхода с использованием опорных геометрических конструкций и деятельностного подхода способствует эффективному усвоению материала.

Важно помнить о принципе преемственности при обучении стереометрии, чтобы создать последовательную систему знаний и навыков. Использование визуальных пособий, моделей и компьютерных программ значительно облегчает процесс обучения и помогает учащимся лучше понять и применять знания стереометрии в реальной жизни.

Таким образом, разнообразные методики обучения стереометрии, включая активное использование практических примеров, способствуют не только усвоению материала, но и развитию креативного мышления, что является важным элементом образования современных школьников.

Выводы по главе 1. В первой главе диссертационного исследования проведен анализ результатов решения стереометрических задач из ЕГЭ профильного и базового уровня по Красноярскому краю и по России. Проведен анализ типичных ошибок и указаны причины их появления, даны методические рекомендации для учителей по организации процесса обучения стереометрии. Выделены психолого-педагогические особенности обучения школьников стереометрии. В качестве опорного подхода в обучении

стереометрии рассмотрен системно-деятельностный подход. Указана важность развития пространственного воображения.

Глава 2. Технология организации подготовки к единому государственному экзамену по математике обучающихся 11 класса на основе индивидуальных образовательных маршрутов

2.1. Методическое сопровождение подготовки обучающихся к единому государственному экзамену по математике раздел Стереометрия.

Организация подготовки к ЕГЭ на основе индивидуального образовательного маршрута позволяет систематизировать, мониторить и корректировать работу по ликвидации пробелов в знаниях обучающихся, способствует успешной подготовке к сдаче экзамена.

Индивидуальный образовательный маршрут (ИОМ) – это целенаправленно проектируемая дифференцированная образовательная программа, обеспечивающая учащемуся позиции субъекта выбора, разработки и реализации образовательной программы при осуществлении преподавателями педагогической поддержки его самоопределения и самореализации, это учет образовательных запросов, склонностей, личных и предпрофессиональных интересов, способностей и познавательных возможностей учащихся [18, 27].

В данной работе мы разработали ИОМ, позволяющие ученикам разных уровней знаний подготовиться к стереометрическим заданиям ЕГЭ. Приведем некоторые *рекомендации для педагогов*, способствующие корректной работе с данными маршрутами.

1. Составление индивидуальных маршрутов должно быть основано на целях самих обучающихся. В таблице 1 представлен **базовый** ИОМ для учеников, сдающих базовый ЕГЭ по математике. В таблице 2 **достаточный** ИОМ для обучающихся, сдающих только первую часть профильного ЕГЭ по

математике. В таблице 3 **продвинутый** ИОМ разработанный для выпускников, готовящихся ко второй части профильного ЕГЭ по математике.

2. Перед составлением ИОМ необходимо провести входное тестирование. Примерные варианты тестирования приведены в приложениях данной исследовательской работы. В Приложении А входное тестирование для учеников базового уровня, в Приложении Б для достаточного и в Приложении В для продвинутого уровня.

3. Содержание представленных ИОМ намеренно полное и избыточное. Педагог, на основе входного тестирования, самостоятельно выбирает убрать или оставить ту или иную тему для каждого конкретного ученика. Такой подход, как раз таки, позволяет индивидуализировать обучение.

4. Структура в каждом ИОМ идентична. В первом столбце указывается изучаемая тема. Во втором столбце теоретическая часть, изучаемая учениками самостоятельно во внеурочное время.

В третьем столбце указаны практические номера для самостоятельного выполнения. Количество номеров регулирует учитель, исходя из имеющихся пробелов конкретных учеников.

Сроки изучения теоретической части и выполнения практической устанавливает педагог. Эту информацию следует занести четвертый столбец.

После каждого самостоятельного изучения темы ученики, занимающиеся на одном и том же уровне (базовом, достаточном или продвинутом), приходят на практическое занятие. В начале происходит анализ и разбор типичных ошибок, допущенных учениками. Затем, по усмотрению педагога, проводится “Мастерская стереометрии”.

“Мастерская стереометрии” - прием развития пространственного воображения. Основная идея заключается в построении стереометрических

тел с помощью подручного материала для дальнейшего использования при решении стереометрических задач. Такая форма организации обучения стереометрии позволяет более эффективно развивать навыки работы с трехмерными объектами и формировать у учеников глубокое понимание условий и способов решения стереометрических задач [ссылка на мою статью].

В конце совместной деятельности проводится тестирование по изученной теме.

В последнем столбце следует отметить о выполнении или невыполнении установленного плана.

5. В качестве дополнительного источника информации учитель может предоставить обучающимся видеоматериалы, например на Youtube-каналах: Профильная математика, ЕГЭ, Умскул, Борис Трушин и др.

6. Успехи учеников следует заносить в карту мониторинга выполнения ИОМ каждым учеником (Приложение Г).

7. После прохождения всего образовательного маршрута проводится итоговое тестирование.

Таблица 1

Индивидуальный образовательный маршрут для подготовки к заданиям по стереометрии базового ЕГЭ по математике.

Ф.И.О. обучающегося:					
Входное тестирование Приложение А					
Актуализация знаний планиметрии					
Тема	Теоретическая часть	Практическая часть	Сроки выполнения	Содержание совместной деятельности	Отметка о выполнении

Треугольники	<p>Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. [21].</p> <p><i>Темы для повторения и конспектирования:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Классификация треугольников стр 34, 35, 36, 70, 71, 128. 2. Признаки равенства и подобия треугольников стр 29-31, 38, 39, 164, 165, 167-169. 3. Соотношения между сторонами и углами треугольника стр 69-78. 4. Прямая и обратная теорема Пифагора стр 152, 154. 5. Формулы площади треугольника 147-149, 155, 276. 6. Тригонометрия стр 181. 	<p>Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.</p> <p><i>Номера для самостоятельного выполнения:</i></p> <p>344, 346, 349, 352, 371. 740, 742, 746, 749, 751.</p>		<p>Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	
Четыреугольники	<p>Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.</p> <p><i>Повторяемые темы:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определение понятия трапеции, её свойства и признаки стр 126. 2. Определение понятия параллелограмма, его свойства и признаки стр. 124-126. 3. Определение 	<p>Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.</p> <p><i>Номера для самостоятельного выполнения:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 490, 493, 534, 535. 2. 474, 475, 476, 522. 		<p>Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	

	<p>понятия ромба, его свойства и признаки стр. 132, 133.</p> <p>4. Определение понятия прямоугольника, его свойства и признаки стр 131, 132.</p> <p>5. Определение понятия квадрата, его свойства и признаки стр. 133.</p> <p>6. Формулы для вычисления площадей четырёхугольников стр.141,144, 146, 149.</p>	<p>3. 507, 508, 529.</p> <p>4. 504, 506,524.</p> <p>5. 513, 514, 532.</p> <p>6. 545, 548, 561, 562, 578.</p>			
Окружность	<p>Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.</p> <p>Повторяемые темы:</p> <p>1. Свойства касательных к окружности, свойства общих касательных двух окружностей, свойства секущих стр. 98, 99.</p> <p>2. Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей стр. 189-194.</p> <p>3. Центральные и вписанные углы стр. 199 - 204.</p> <p>4. Понятия вписанной и описанной окружности, свойства вписанных и описанных многоугольников стр. 207, 208.</p>	<p>Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.</p> <p><i>Номера для самостоятельного выполнения:</i></p> <p>1. 344, 346, 349, 352, 371.</p> <p>2. 740, 742, 746, 749, 751.</p> <p>3. 762, 763, 766, 769, 777.</p> <p>4. 784, 787, 788, 805</p>		<p>Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	

Примечания учителя:					
Стереометрия					
Тема	Теоретическая часть	Практическая часть	Сроки выполнения	Содержание совместной деятельности	Отметка о выполнении
Призма и ее элементы.	Методический сборник по стереометрии “Профматрики” разделы 4-7 [37].	Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь [49]. Тренировочная работа 1. Вариант 1.		Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	
Параллелепипед, его элементы. Прямоугольный параллелепипед. Куб	Методический сборник по стереометрии “Профматрики” раздел 1-3.	Тренировочная работа 2. Вариант 1.			
Площадь поверхности призмы	Методический сборник по стереометрии “Профматрики” раздел 4-7.	Тренировочная работа 3. Вариант 1.			
Произвольные	Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика.	Шестаков С. А. ЕГЭ 2020.		Мастерская стереометрии.	

<p>многогранники, площади их поверхностей</p>	<p>Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь. Раздел 4.</p> <p>Методический сборник по стереометрии от “Профматтики” раздел 4-7.</p>	<p>Математика. Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь. Тренировочная работа 4. Вариант 1.</p> <p>Тренировочная работа 5. Вариант 1.</p>		<p>Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	
<p>Пирамида, её элементы. Правильная треугольная пирамида.</p> <p>Правильная четырёхугольная пирамида.</p> <p>Правильная</p>	<p>Методический сборник по стереометрии от “Профматтики” раздел 8-9.</p> <p>Методический сборник по стереометрии от “Профматтики” раздел 12-13.</p>	<p>Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь. Тренировочная работа 6. Вариант 1.</p> <p>Тренировочная работа 7. Вариант 1.</p>		<p>Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	

<p>шестиугольная пирамида</p> <p>Площадь поверхности пирамиды</p> <p>Объём пирамиды</p>	<p>Методический сборник по стереометрии от “Профиматики” раздел 8-13.</p>	<p>Тренировочная работа 8. Вариант 1.</p> <p>Тренировочная работа 9. Вариант 1.</p>			
<p>Цилиндр, его элементы.</p> <p>Площадь поверхности цилиндра</p>	<p>Методический сборник по стереометрии от “Профиматики” раздел 14.</p>	<p>Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь. Тренировочная работа 10. Вариант 1.</p>		<p>Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	
<p>Конус, его элементы.</p> <p>Площадь поверхности конуса</p> <p>Объём цилиндра и объём конуса</p>	<p>Методический сборник по стереометрии от “Профиматики” раздел 15.</p>	<p>Тренировочная работа 11. Вариант 1.</p> <p>Тренировочная работа 12. Вариант 1.</p>			

Сфера и шар, их элементы. Площадь сферы и объём шара	Методический сборник по стереометрии от “Профиматики” раздел 16.	Тренировочная работа 13. Вариант 1.			
Комбинации тел вращения и многогранников	Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь. Раздел 14.	Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь. Тренировочная работа 14. Вариант 1.		Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	
Изменение площади и поверхности и объёма фигуры при изменении её линейных размеров	Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь. Раздел 15.	Шестаков С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь. Тренировочная работа 15. Вариант 1.		Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	
Итоговое тестирование Приложение Г					
Примечания учителя					

Таблица 2.

Индивидуальный образовательный маршрут для подготовки к заданию 3 профильного ЕГЭ по математике

Ф.И.О. обучающегося:					
Входное тестирование Приложение Б					
Актуализация знаний планиметрии					
Тема	Теоретическая часть	Практическая часть	Сроки выполнения	Содержание совместной деятельности	Отметка о выполнении
Треугольники	Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. <i>Темы для повторения и конспектирования:</i> 1. Классификация треугольников стр 34, 35, 36, 70, 71, 128. 2. Признаки равенства и подобия треугольников стр 29-31, 38, 39, 164, 165, 167-169. 3. Соотношения между сторонами и углами треугольника стр 69-78. 4. Прямая и обратная теорема Пифагора стр 152, 154. 5. Формулы площади треугольника 147-149, 155, 276. 6. Тригонометрия стр	Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. <i>Номера для самостоятельного выполнения:</i> 1. 111 б), 114, 124, 239, 254. 2. 141, 145, 649, 662, 667. 3. 257, 263, 265, 276. 4. 582, 586, 597 5. 565, 567, 570, 590, 600, 1111. 6. 697, 699, 702. 7. 1114, 1115.		Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	

	181. 7. Теорема синусов и косинусов стр 277.				
Четырехугольники	Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Повторяемые темы: 1. Определение понятия трапеции, её свойства и признаки стр 126. 2. Определение понятия параллелограмма, его свойства и признаки стр. 124-126. 3. Определение понятия ромба, его свойства и признаки стр. 132, 133. 4. Определение понятия прямоугольника, его свойства и признаки стр 131, 132. 5. Определение понятия квадрата, его свойства и признаки стр. 133. 6. Формулы для вычисления площадей четырёхугольников стр.141,144, 146, 149.	Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. <i>Номера для самостоятельного выполнения:</i> 1. 490, 493, 534, 535. 2. 474, 475, 476, 522. 3. 507, 508, 529. 4. 504, 506,524. 5. 513, 514, 532. 6. 545, 548, 561, 562, 578.		Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	
Окружность	Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Повторяемые темы: 1. Свойства касательных к	Используемый учебник: Геометрия. 7-9 класс. Учебник - Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.		Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	

	<p>окружности, свойства общих касательных двух окружностей, свойства секущих стр. 98, 99.</p> <p>2. Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей стр. 189-194.</p> <p>3. Центральные и вписанные углы стр. 199 - 204.</p> <p>4. Понятия вписанной и описанной окружности, свойства вписанных и описанных многоугольников стр. 207, 208.</p>	<p><i>Номера для самостоятельного выполнения:</i></p> <p>1. 344, 346, 349, 352, 371.</p> <p>2. 740, 742, 746, 749, 751.</p> <p>3. 762, 763, 766, 769, 777.</p> <p>4. 784, 787, 788, 805</p>			
Примечания учителя:					
Стереометрия					
Тема	Теоретическая часть	Практическая часть	Сроки выполнения	Содержание совместной деятельности	Отметка о выполнении
Основные теоремы стереометрии	Методический сборник по стереометрии “Профиматики” раздел 17-19.	устный экзамен		Тренировочное тестирование.	
Куб и прямой параллелепипед	Методический сборник по стереометрии “Профиматики” раздел 1-3.	Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” [25] https://math100.ru/prof-ege-2023-2-1/		Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное	

				тестирование.	
Элементы составных многогранников	Методический сборник стереометрии “Профиматики” раздел 1-3.	по от	Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/prof-ege-2023-2-2/	Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование.	
Площадь поверхности и объем составного многогранника	Методический сборник стереометрии “Профиматики” раздел 1-3.	по от	Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/prof-ege-2023-2-4/	Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	
Призма	Методический сборник стереометрии “Профиматики” разделы 4-7.	по от	Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/prof-ege-2023-2-4/	Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование.	
Пирамида	Методический сборник стереометрии “Профиматики” разделы 8-13.	по от	Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/prof-ege-2023-2-5/	Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование.	

Цилиндр, конус, шар	Методический сборник стереометрии “Профиматики” разделы 14-16.	по от	Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/prof-ege_2023_2-6		Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование.	
Комбинация тел			Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/prof-ege_2023_2-7/		Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование.	
Итоговое тестирование Приложение Е						
Примечания учителя:						

Таблица 3.

Индивидуальный образовательный маршрут для подготовки к заданию 13 профильного ЕГЭ по математике

Ф.И.О. обучающегося:					
Входное тестирование Приложение Г					
Актуализация основных понятий стереометрии					
Тема	Теоретическая часть	Практическая часть	Сроки выполнения	Содержание совместной деятельности	Отметка о выполнении

<p>Важнейшие аксиомы стереометрии. Способы задать плоскость.</p> <p>Взаимное расположение объектов в пространстве. Параллельность</p>	<p>Прикладной справочник по стереометрии. Школково [29]. Раздел 1 и 2.</p> <p>Геометрия. Учебник для 10-11 классов - Атанасян Л.С. и др. Введение, глава I.</p>	<p>Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ .</p> <p>Математика Геометрия. Стереометрия</p> <p>Задача (профильный уровень) [9].</p> <p>Построение прямой пересечения двух плоскостей. 1-10 стр. 5-6</p> <p>Построение точки пересечения прямой с плоскостью. 1-10 стр.7.</p> <p>Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/prof-ege-2022-13-1/</p> <p>Задания Уровня А.</p>		<p>Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	
<p>Перпендикулярность. Расстояние между объектами</p>	<p>Прикладной справочник по стереометрии. Школково. Раздел 3 и 4.</p> <p>Геометрия. Учебник для 10-11 классов - Атанасян Л.С. и др. Глава II §1.</p>	<p>Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/prof-ege-2022-13-2/ , https://math100.ru/prof-ege-2022-13-5/</p> <p>Задания Уровня А.</p>		<p>Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	

<p>Углы между объектами.</p> <p>Построение сечений с примерами</p>	<p>Прикладной справочник по стереометрии. Школково. Раздел 5 и 6. Геометрия. Учебник для 10-11 классов - Атанасян Л.С. и др. Глава II §2, §3.</p>	<p>Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения:</i></p> <p>1. 1-6 стр. 8-10.</p>		<p>Мастерская стереометрии. Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	
<p>Примечания учителя:</p>					
<p style="text-align: center;">Основная часть подготовки</p>					
<p>Тема</p>	<p>Теоретическая часть</p>	<p>Практическая часть</p>	<p>Сроки выполнения</p>	<p>Содержание совместной деятельности</p>	<p>Отметка о выполнении</p>
<p>Построения на проекционном чертеже (параллельная проекция)</p>	<p>Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §1. Самостоятельный разбор примеров.</p>	<p>Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения:</i></p> <p>1.1-1.24</p>		<p>Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	

<p>Угол между прямыми</p>	<p>Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §2. Самостоятельный разбор примеров.</p>	<p>Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения:</i> 2.1-2.24</p> <p>Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/pr of-ege 2022 13-3/</p>		<p>Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	
<p>Угол между плоскостями</p>	<p>Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §3. Самостоятельный разбор примеров.</p>	<p>Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения:</i> 3.1-3.20</p> <p>Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/pr of-ege 2022 13-6/</p>		<p>Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	

<p>Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости</p>	<p>Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §4. Самостоятельный разбор примеров.</p>	<p>Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения: 4.1-4.24</i></p> <p>Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/pr-of-ege-2022-13-2/</p>		<p>Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	
<p>Угол между прямой и плоскостью</p>	<p>Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §5. Самостоятельный разбор примеров.</p>	<p>Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения: 5.1-5.20</i></p> <p>Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/pr-of-ege-2022-13-2/</p>		<p>Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы.</p> <p>Тренировочное тестирование</p>	

Расстояние между скрещивающимися прямыми	Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §6. Самостоятельный разбор примеров.	Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения: 6.1-6.24</i> Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/pr of-ege 2022 13-5/		Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	
Площадь сечения	Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §7. Самостоятельный разбор примеров.	Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения: 7.1-7.24</i> Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/pr of-ege 2022 13-4/		Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	

Объем многогранника	Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §8. Самостоятельный разбор примеров.	Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения: 8.1-8.22</i> Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/pr of-ege 2022 13-9/		Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	
Фигуры вращения	Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §9. Самостоятельный разбор примеров.	Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения: 9.1-9.20</i> Сайт math100.ru раздел: “ЕГЭ Профиль 2024” https://math100.ru/pr of-ege 2022 13-8/		Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	
Элементы правильных пирамид	Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). §10. Самостоятельный разбор примеров.	Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). <i>Номера для самостоятельного выполнения: тренировочные задачи 1-10 стр. 95-97</i>		Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельной работы. Тренировочное тестирование	

Метод координат	Учебно-методическое пособие Р. К. Гордин ЕГЭ . Математика Геометрия. Стереометрия Задача (профильный уровень). Приложение 1. Самостоятельный разбор примеров. Геометрия. Учебник для 10-11 классов - Атанасян Л.С. и др. Глава VII.	Геометрия. Учебник для 10-11 классов - Атанасян Л.С. и др. Глава VII. Задачи повышенной трудности стр. 190-193.		Анализ и разбор типичных ошибок самостоятельно работы. Разбор заданий из реальных вариантов ЕГЭ прошлых лет Тренировочное тестирование	
Итоговое тестирование Приложение Ж					
Примечания учителя:					

Нами были составлены три индивидуальных образовательных маршрута для организации подготовке к ЕГЭ по математике, каждый из которых полон и может меняться от целей и знаний обучающихся. Такой подход позволяет учитывать потребности каждого ученика, что способствует более глубокому усвоению материала. Описанные нами рекомендации в будущем могут помочь учителям пользоваться разработанными ИОМ.

2.2. Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты

Экспериментальная часть исследования проводилась в период с 2023 по 2024 год на базе “Центра гармонии семьи” на дополнительных

занятиях по подготовке к единому государственному экзамену профильного и базового уровней. В эксперименте приняли участие 15 человек.

Экспериментальная работа проводилась в несколько этапов:

1. На первом – констатирующем этапе проведено диагностическое тестирование у обучающихся 11 класса, позволившее определить первоначальный уровень умений решать стереометрические задачи из ЕГЭ базового и профильного уровней.

2. На втором – формирующем этапе, опираясь на уровень знаний каждого обучающегося, были составлены индивидуальные образовательные маршруты, на основе которых был организован дальнейший процесс обучения математике.

3. На заключительном – контролирующем этапе была осуществлена оценка знаний, изменившихся в ходе реализации обучения с помощью образовательных маршрутов.

В ходе научно-исследовательской деятельности, мы предположили, что если процесс подготовки выпускников к ЕГЭ строить на основе индивидуальных образовательных маршрутов, то это будет способствовать повышению качества математической подготовки.

Основной целью педагогического эксперимента являлась оценка влияния индивидуальных образовательных маршрутов на процесс формирования умений выпускников решать стереометрические задачи ЕГЭ.

Организация и проведение констатирующего этапа эксперимента.

Содержание опытно-экспериментальной работы на констатирующем этапе: основной целью педагогического эксперимента на данном этапе являлось как практическое, так и теоретическое обоснование актуальности темы исследования. Установление фактического исходного уровня стереометрических знаний одиннадцатиклассников, а также их умение

решать базовые и задания повышенного уровня сложности по стереометрии. Для этого мы провели диагностическую работу.

Определение и описание показателей измеряемых результатов обучения на констатирующем этапе:

- Умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин, используя при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

- Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объём фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии.

- Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, поверхность вращения,

площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии [35? 36].

Описание используемых методов, методик, средств диагностики

Ключевыми методами исследования выступали: аналитический, сравнительный и тестирование.

На констатирующем этапе эксперимента мы разбили обучающихся на следующие группы: **базовая группа** - ученики, сдающие базовый ЕГЭ по математике; **достаточная группа** - обучающиеся, сдающие только первую часть профильного ЕГЭ по математике; **продвинутая группа** - обучающиеся, готовящиеся ко второй части профильного ЕГЭ по математике.

Для учеников каждой группы мы провели входное тестирование, позволяющее выявить первоначальный уровень знаний и умений по стереометрии. Для базовой группы тест в Приложении А, для достаточной в Приложении Б, для продвинутой группы в Приложении В.

Входное тестирование для базовой и достаточной групп включает в себя 10 теоретических заданий с кратким ответом и 10 практических заданий с развернутым ответом. Во входной диагностике для продвинутой группе 16 теоретических заданий с кратким ответом и 7 практических заданий с развернутым ответом. Теоретические задания оценивались одним баллом, а практические двумя. Максимальный балл для всех тестов - 30.

Шкала для оценки и измерения уровня математических знаний по стереометрии:

- высокий – 23-30 баллов;
- средний – 16-22 баллов;
- низкий – 0-15 баллов (Приложение 3).

Результаты, полученные после проведения тестирования, отображены в диаграмме (рис.7).

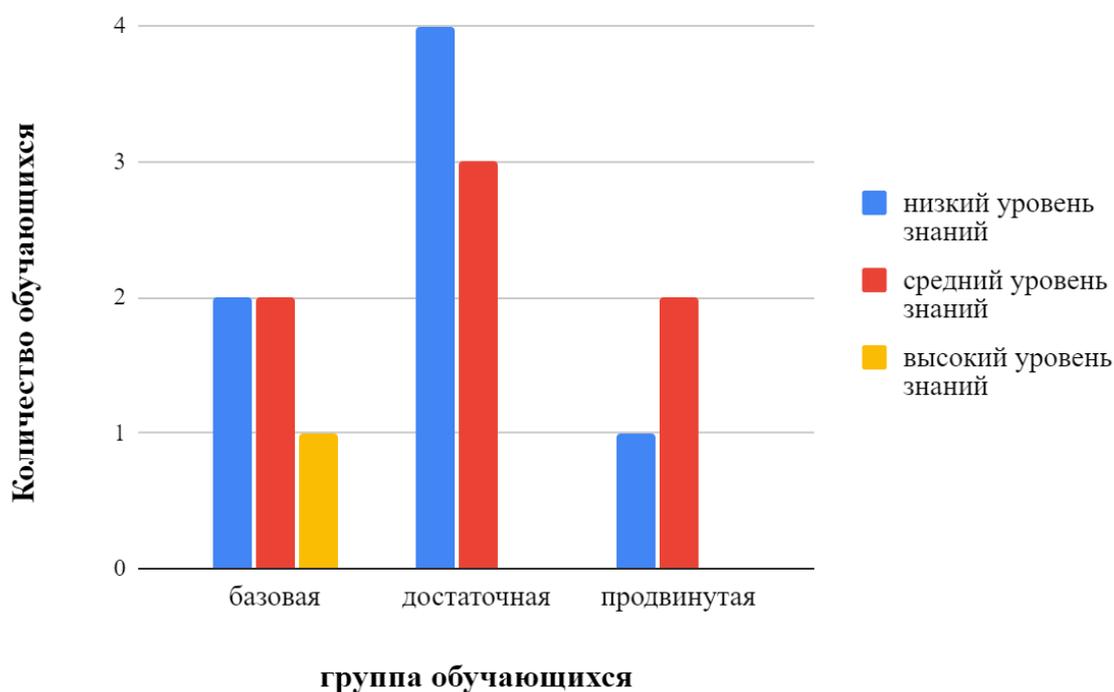


Рис. 7. Диаграмма результатов входного тестирования по стереометрии на констатирующий этапе эксперимента

На основании проведенной диагностики мы можем сделать следующие выводы.

В базовой группе обучающихся 40 % владеют низким уровнем знаний, столько же владеют и средним уровнем, и только 20% учеников обладают высоким уровнем стереометрических знаний и умений.

В достаточной группе обучающихся около 57 % владеют низким уровнем знаний, 43% учеников владеют средним уровнем. Высоким уровнем стереометрических знаний и умений в данной группе по итогам входной диагностики никто не обладает.

В продвинутой группе 33% обучающихся владеют низким уровнем знаний, 67% учеников владеют средним уровнем. Высоким уровнем стереометрических знаний и умений в данной группе по итогам входной диагностики никто не обладает.

Низкий уровень подразумевает, что ученик может решать простейшие стереометрические задачи на нахождение объемов тел и площадей поверхностей, используя минимальное количество планиметрических фактов и методов. У них зачастую отсутствует пространственное воображение.

На среднем уровне ученик умеет работать с базовыми стереометрическими понятиями, такими как точка, прямая, плоскость, угол, площадь, объем. Он умеет применять геометрические отношения при решении задач и вычислять геометрические величины с помощью изученных формул и методов. Также ученик может использовать изученные факты и теоремы планиметрии для решения задач.

Высокий уровень подразумевает, что ученик знает как находить плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые; разбирается в параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей; знает как находить угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние

между прямыми, расстояние между плоскостями; а также владеет всеми теми же навыками, прописанными для низкого и среднего уровня.

На основе результатов входной диагностики и их обсуждения с обучающимися, мы смогли определить предметные дефициты и перспективы для развития.

Данная диагностика позволила подтвердить необходимость проведения нашего эксперимента.

Организация и проведение формирующего этапа эксперимента.

Цель данного этапа заключалась в разработке и апробации модели и методики подготовки обучающихся 11 класса к единому государственному экзамену по математике в рамках изучения стереометрии.

На основании полученных результатов входной диагностики нами были разработаны индивидуальные образовательные маршрутные листы для обучающихся 11 класса в «Центре гармонии семьи». Эти листы включают в себя проработку имеющихся пробелов как в стереометрии, так и планиметрии. Маршрутный лист представляет собой систему блоков, которые обучающиеся проходят самостоятельно. Каждый блок включает теоретические знания и практические задания.

Изначально были разработаны максимально полные и подробные три образовательных маршрута для трех групп обучающихся: базового, достаточного и продвинутого уровня. Чтобы маршрутный лист был актуальным для конкретно взятого ученика, мы убрали из максимально подробного листа те темы, которыми обучающийся уже владеет. Тем самым мы индивидуализировали обучение.

Для организации экспериментального обучения была выбрана методика смешанного обучения, а именно «перевернутый класс». Учащиеся дома работали в учебной онлайн-среде с использованием собственных

электронных устройств с доступом в интернет, знакомились с новым материалом или закрепляли изученный. На уроке происходило закрепление изученного и актуализация полученных знаний, которая может проходить в различных форматах.

Первый маршрутный лист был создан для обучающихся, которые будут сдавать базовый ЕГЭ по математике. Этим обучающимся важно ориентироваться в формулах площади многоугольников, уметь находить объем многогранников, а также уметь работать с формулами. Всего для каждого ученика по данному маршруту обучение рассчитано на 9 блоков. Первые три блока созданы для повторения знаний планиметрии, затем 6 блоков по стереометрии (табл.1).

Второй маршрутный лист рассчитан на обучающихся, которые будут сдавать профильный ЕГЭ, но ограничатся первой частью экзамена. Главная цель обучающихся научиться решать задания следующего типа: задания на нахождение объема или площади поверхности стандартной фигуры; задания на нахождение объема или площади поверхности преобразованной фигуры (например, уменьшается высота исходной пирамиды в 2 раза); прикладные задачи на переливание жидкости (решаются так же, как предыдущий тип заданий через формулы объема); задания, в которых дана стандартная фигура, но с «вырезанной» или достроенной частью (нестандартный многогранник). В начале ИОМ ученики актуализировали знания по планиметрии, затем закрепили знания по стереометрии. Количество блоков в этих образовательных маршрутах – 12 (табл. 2).

Третий маршрутный лист разработан для особо мотивированных обучающихся, которые нацелены на решение стереометрической задачи второй части профильного ЕГЭ. Такие листы были предложены тем ученикам, которые уже в 10 классе освоили стереометрическую задачу из первой части.

Типы заданий, которые вошли в третий образовательный маршрут можно разделить в зависимости от искомого элемента. Количество блоков в образовательных маршрутах третьего вида – 14 (табл. 3).

Мы разделили обучающихся на три учебные группы в зависимости от их целей. И, соответственно, раздали индивидуальные маршрутные листы.

Важно сформировать у обучающихся пространственное мышление. Поэтому первым блоком для всех обучающихся являлась самостоятельная разработка собственных макетов в «Мастерской стереометрии». Макеты были как виртуальные (сконструированные в динамической математической программе Geogebra), так и физические (например, из коктейльных трубочек и пластилина). Данные макеты позволяли быстро интерпретировать условия задачи на реальный объект. Эта технология особенно помогла обучающимся из третьей группы, так как позволила им наглядно понять принцип построения сечений.

Работа со следующими блоками маршрутного листа строилась следующим образом. Дома обучающиеся изучали необходимую для них теорию из учебников по геометрии 10 и 11 классов или из учебных пособий.

Современные подростки во многом воспринимают информацию визуально и фрагментарно. Поэтому часть теории и решение практических заданий ученики изучали из видеоматериалов, например на Youtube-каналах: Профильная математика, ЕГЭ, Умскул, Борис Трушин и др. Также мы самостоятельно записали несколько видеороликов в формате клипов для восприятия особо трудных тем.

В ИОМ прописаны практические номера для самостоятельного выполнения.

Очные занятия для каждой группы были 1 раз в неделю по 2 часа и были организованы следующим образом: в начале занятия разбирали задачи,

которые вызывали особые трудности у большинства учеников. Если задание не поняли 1-2 ученика, то учитель работал с ними индивидуально. В оставшееся время обучающиеся поочередно у доски решали и разбирали типовые задачи ЕГЭ соответствующего уровня сложности.

На уроках нередко был использован прием взаимообучения, где в пары ставились более сильные ученики с более слабыми и им давалось задание: сильному необходимо было объяснять и направлять менее успевающего. Преподаватель в свою очередь контролировали процесс, проверяя то, как проводится взаимообучение и выполняется само задание.

Для систематизации знаний ученики вели конспекты со всеми формулами и свойствами, изучаемыми на занятиях и самостоятельно.

По прошествии всех блоков отслеживалась динамика уровня подготовки к ЕГЭ по математике базового и профильного уровней у обучающихся 11 класса.

С целью анализа эффективности проделанной работы, нами был проведен контрольный этап эксперимента.

Организация и проведение контрольного этапа эксперимента.

На данном этапе анализировались, интерпретировались и обобщались результаты эксперимента и проведено измерение достигнутого уровня подготовки к предстоящему экзамену.

После прохождения всех блоков каждый ученики прошли теста включающих проверку теоретических знаний и практических умений. Итоговый тест был аналогичен входному тестированию (приложение Д, приложение Е, приложение Ж). Максимальный балл - 30.

Шкала для оценки и измерения уровня математических знаний по стереометрии:

- высокий – 23-30 баллов;

- средний – 16-22 баллов;
- низкий – 0-15 баллов

На основе таблицы результатов (приложение 3), мы составили диаграмму (рис. 8).

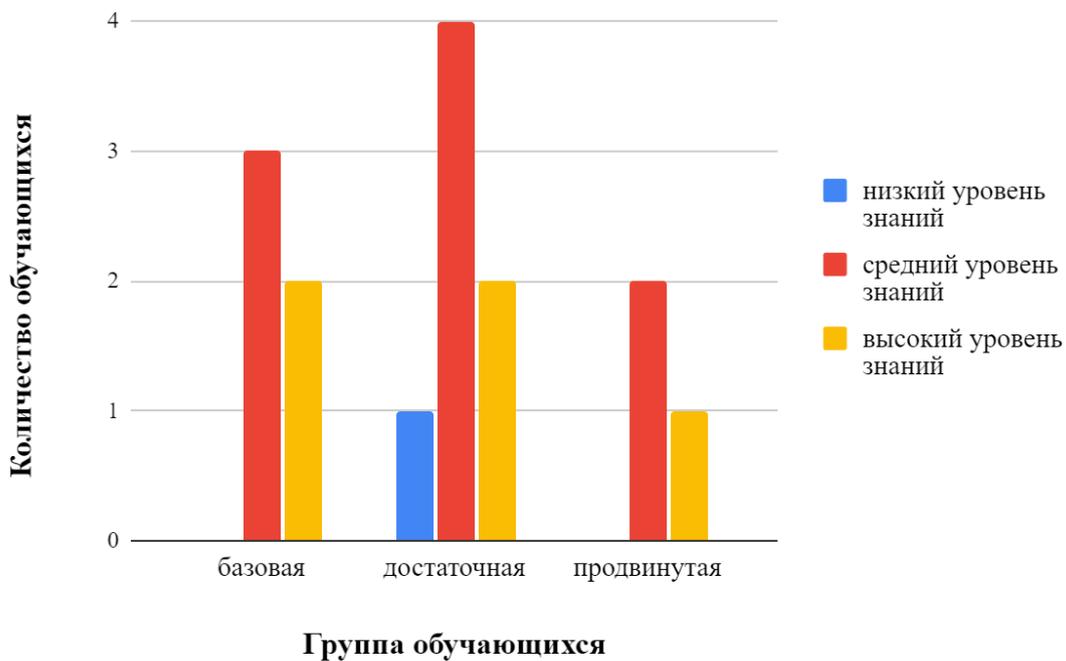


Рис. 8. Диаграмма результатов выполнения итогового теста по стереометрии на контрольном этапе эксперимента

По данной диаграмме видно, что средний уровень знаний стал доминирующим.

Сравним результаты входного и итогового тестирования по изменению количества человек в каждом уровня (рис.9).

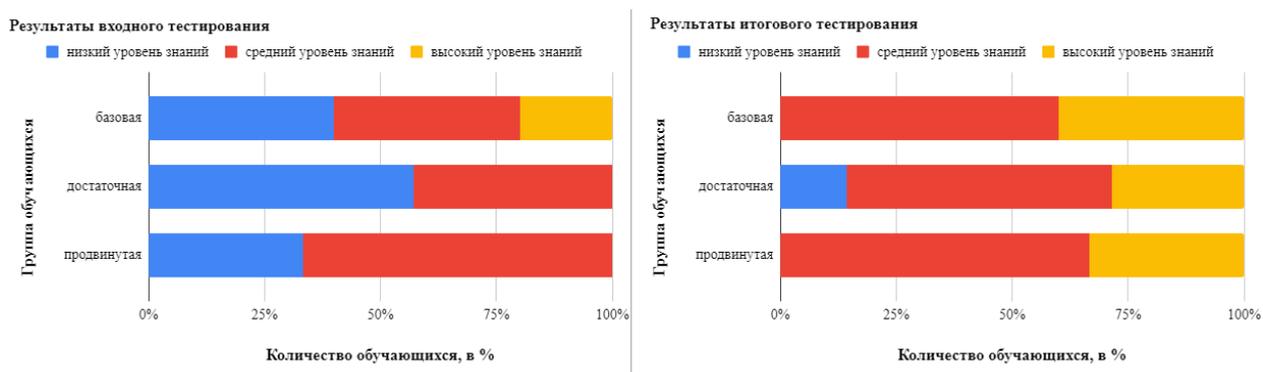


Рис 9. Сравнительная диаграмма результатов теста по стереометрии на констатирующем и контрольном этапах эксперимента

По данной сравнительной диаграмме заметен рост уровня знаний обучающихся каждой группы.

Посмотрим на изменения результатов каждого ученика (рис.10).

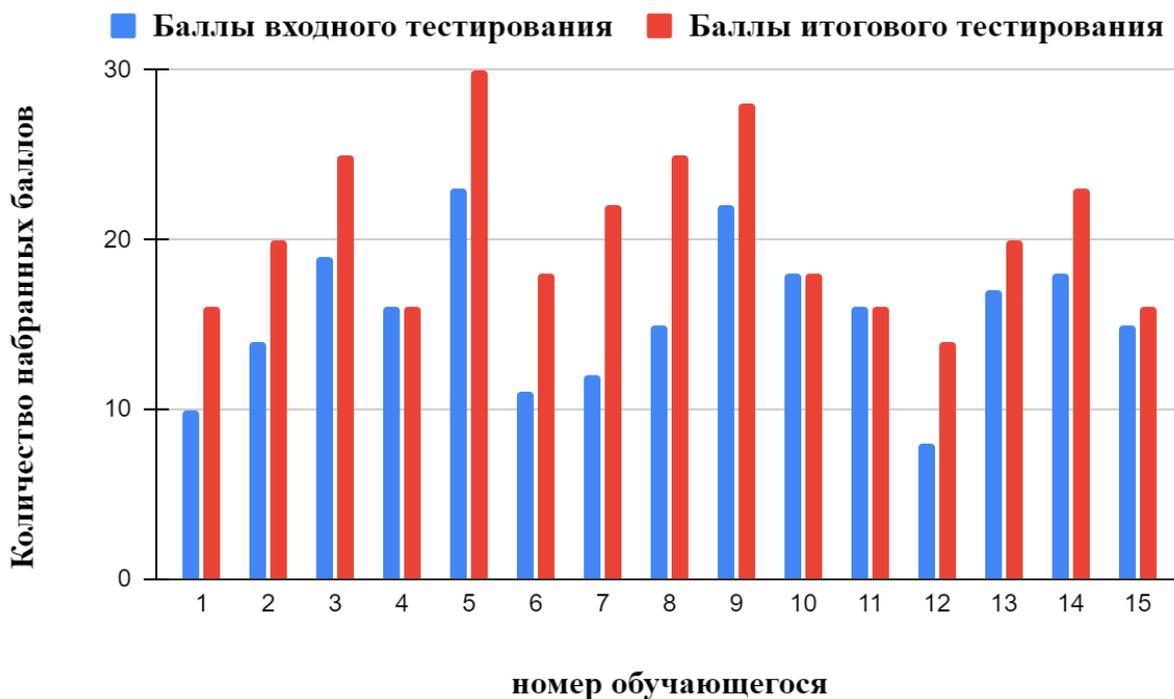


Рис. 10. Сравнительная диаграмма изменения набранных учениками баллов на входном и итоговом тестированиях.

На данной диаграмме видна положительная динамика результатов.

Многие обучающиеся заметно улучшили свои результаты относительно входного тестирования. Отметим, что есть ученики, чьи результаты не изменились.

В процессе эксперимента вы смогли выделить преимущества и недостатки использования индивидуальных образовательных маршрутов при подготовке к единому государственному экзамену.

Самое очевидное преимущество - это индивидуализация обучения.

Далее отметим, что на практические занятия обучающиеся приходили с уже изученной теорией и решенной практической работой. Это значительно ускорило процесс обучения и позволяло останавливаться только на моментах, вызывающих наибольшие затруднения.

Преподаватель может адаптировать методику обучения под конкретные потребности и стиль обучения ученика, что повышает эффективность обучения.

Индивидуальный маршрут позволяет уделить больше внимания слабым сторонам знаний ученика и работать над их улучшением. А персонализированный подход может увеличить мотивацию ученика, поскольку он видит прогресс и успехи в обучении.

В качестве недостатка мы можем выделить избыточное количество домашней работы. Не всегда все ученики успевали полностью подготовиться перед занятиями. Такие случаи замедляли процесс обучения.

В целом обучающимся понравился такой формат подготовки к ЕГЭ, так как он позволил им готовиться к экзамену в удобное для них время, а также помогал привыкать к ответственности и дисциплине.

Таким образом, мы провели экспериментальную работу, где организовали подготовку обучающихся 11 класса к ЕГЭ по математике в

рамках изучения стереометрии по индивидуальным образовательным маршрутам.

Анализ результатов всех этапов педагогического эксперимента позволил сделать объективные выводы о результативности разработанной нами модели организации подготовки к ЕГЭ, что подтверждает гипотезу исследования.

Заключение

Исследование, проведенное на основе анализа результатов ЕГЭ по математике в Красноярском крае, выявило ряд проблем, связанных с подготовкой учащихся к сдаче экзамена. Формализм в преподавании математики и механическое "натаскивание" на решение типовых задач приводят к недостаточному пониманию материала и слабым результатам, особенно при решении задач стереометрии и прикладных задач.

Мы уточнили структуру стереометрических задач из ЕГЭ базового и профильного уровня и выделили ожидаемые математические умения, которыми должны обладать выпускники. На основе методического отчета о результатах ЕГЭ по математике по Красноярскому краю, мы выделили типичные ошибки, допускаемые при подготовке к экзамену, а также сформулировали некоторые общие выводы и рекомендации учителям по улучшению процесса преподавания математики.

Выделены психолого-педагогические особенности обучения школьников стереометрии. В данной работе особый акцент ставится на развитие пространственного воображения.

На основании проведенного анализа педагогической и методической литературы разработаны три полных индивидуальных образовательных маршрута, которые адаптируются под обучающихся.

Проведен эксперимент, в ходе которого была показана эффективность выбранной методики.

В работе теоретически и экспериментально обосновано, что если процесс подготовки выпускников к ЕГЭ строить на основе индивидуальных образовательных маршрутов, то это будет способствовать повышению качества математической подготовки

Библиографический список

1. Александров А. Д. и др. Геометрия: Учеб. для учащихся 10 кл. с углубл. изуч. математики/А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик.— М.: Просвещение, 1999.— 238 с.:

2. Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире //Математическое образование. 1997. Вып. 2. С. 109 – 112.

3. Архипова Т.В., Беркут О.А., Захарова А. Г. Возможности использования компьютерной среды Geogebra в процессе подготовки обучающихся 11 класса к итоговой государственной аттестации по математике / «Математика и математическое образование в эпоху цифровизации»: материалы XII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 9–10 ноября 2023 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2023. - с.66-70.

4. Архипова Т.В., Кейв М.А. Психолого-педагогические особенности обучения школьников стереометрии / «Образование и наука XXI века: математика, физика, информатика и технология в смарт-мире»: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции с международным участием студентов, аспирантов и молодых ученых. Красноярск, 21-22 мая 2024 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2024.

5. Балькина Ю.Ю. Преемственность в изучении стереометрии на примере тетраэдра // E-Scio. 2021.№1 (52).

6. Безгодова О.С. Формирование и развитие ИКТ-компетентности при использовании образовательной среды «Живая математика» // Теория и практика образования в современном мире: материалы VI Междунар. науч.

конф. СПб.: Заневская площадь, 2014. С. 177-179.

7. Белоусова А.Г. Формирование пространственного мышления младших подростков (на примере обучения математике): дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01, 13.00.02. - Воронеж, 2005.

8. Выготский Л. С. Педагогическая психология / под ред. В. В. Давыдова. М. : АСТ : Астрель, 2008. 670 с.

9. Гордин Р. К. ЕГЭ . Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача (профильный уровень) / Под ред. И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, . — с.

10. Далингер, В. А. Методика обучения стереометрии посредством решения задач : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 370 с.

11. Далингер В.А. Познавательный интерес учащихся и его развитие в процессе обучения математике // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. 2011. 3-1. С. 131-137.

12. Епифанцева В.А. Особенности использования системы Geogebra в процессе обучения // Общество: социология, психология, педагогика. 2020. №12

13. Журавлева Н.А., Шашкина М.Б. Стереометрия в школе: пора бить тревогу? (по результатам профильного ЕГЭ 2015–2019 гг.) // Математика в школе. 2020. №1. С. 3–12.

14. Зайцева В. В. Методика преподавания высшей математики с применением новых информационных технологий. Елабуга, 2005. 140 с

15. Котова С. К. Системно-деятельностный подход в реализации ФГОС НОО // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – Т. 19. – С. 37–41. – URL: <http://e-koncept.ru/2016/56247.htm>.

16. Лемкина Юлия Андреевна. Методики, направленные на изучение сформированности пространственных представлений у детей дошкольного возраста. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа:<https://goo.su/W5TS> , свободный. – (дата обращения: 11.05.2024).

17. Леонтьев, Д.А. Понятие мотива у А. Н. Леонтьева и проблема качества мотивации / Д.А. Леонтьев // Вестник Моск. ун-та. Серия 14. Психология. - 2016. - № 2. -С. 3-18.

18. Львов, Л. В. Индивидуальный образовательный маршрут и индивидуальная образовательная траектория / Л. В. Львов // Интеграционные процессы в современном образовании : Материалы Международной научно-практической конференции, Челябинск, 15–16 ноября 2018 года. – Челябинск: Частное образовательное учреждение высшего образования «Международный Институт Дизайна и Сервиса», 2018. – С. 33-37.

19. Майер В.Р. Компьютерные исследования и эксперименты при обучении геометрии // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева. 2012 № 4. С.22-27

20. Маслова Г.Г. Методика обучения решению задач на построение в восьмилетней школе, 1961.

21. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10—11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [Л. С. Атанасян и др.]. — 7-е изд., перераб. и доп. — М. : Просвещение, 2019. — 287 с.

22. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по МАТЕМАТИКЕ / под ред. И.В. Ященко, И.Р. Высоцкого, А.В. Семенова. М.: ФГБНУ «ФИПИ», 2023. 43 с.

23. Методический анализ результатов ЕГЭ по Красноярскому

краю по предмету Математика базовая [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://coko24.ru/wp-content/uploads/2023/09/Методический-анализ-результатов-ЕГЭ-2023-по-МАТЕМАТИКЕ-БАЗОВОЙ.pdf> дата обращения: 21.02.2024).

24. Методический анализ результатов ЕГЭ по Красноярскому краю по предмету Математика профильная [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://coko24.ru/wp-content/uploads/2023/09/Методический-анализ-результатов-ЕГЭ-2023-по-МАТЕМАТИКЕ-ПРОФИЛЬНОЙ.pdf> дата обращения: 21.02.2024).

25. Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Math100». URL: <https://math100.ru/ege-profil2024/>

26. Орлова Л.Н. Особенности форм самоконтроля и самооценки учебных действий младших школьников при обучении естествознанию / Л.Н. Орлова, Л.В. Ижойкина // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 3. – С. 65-67.

27. Педагогические подходы к проектированию индивидуального образовательного маршрута одаренного ребенка. Методические рекомендации – СПб.: СПб АППО, 2017 –48 с.

28. Пособие по геометрии для подготовительных курсов (стереометрия) / под ред. А.А. Прокофьева. М.: МИЭТ, 2004, 240 стр.

29. Прикладной справочник по стереометрии от Школково [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://3.shkolково.online/public-storage/d5245fc3-4d75-4ae2-b6ba-b0f9700390af>

30. Решетова З. А. Психика и деятельность. Психический механизм усвоения // Национальный психологический журнал. 2017. № 3 (27). С. 40-55

31. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. СПб. : Питер

Ком, 1998. 688 с.

32. Санина Е.И. Развитие пространственного мышления в процессе обучения стереометрии /Е.И. Санина, О.А. Гришина // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Психология и педагогика. - 2013. - №4. - С. 99-102.

33. Семушин А.Д. Методика обучения геометрическим построениям в курсе стереометрии. — М.: Изд-во АПН РСФСР, 1952.

34. Система оценки предметных результатов обучения по учебному предмету «Математика» : методические рекомендации для учителя / О. А. Рыдзе ; под ред. Н. Ф. Виноградовой. – М. : ФГБНУ «Институт стратегии развития образования», 2023. – 67 с.: ил

35. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ Базовый уровень : Рособрнадзор - М. : ФИПИ, 2024. 10 с.

36. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ Профильный уровень : Рособрнадзор - М. : ФИПИ, 2024. 17 с.

37. Справочник от Профматерики [Электронный ресурс]. – Режим доступа:
https://vk.com/doc270873619_651530214?hash=lqLAKr3FiAfV9qLFQhIEtP6uGmYnxpyXpanhWmi7YIH&dl=W2XfW4U1WbBCJdfmnmj8rzfnCYb3vBOZtf7vwAFknKX

38. Теория познания : учеб. пособие / Д. В. Анкин ; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2019. – 192 с.

39. Тихоненко А.В. Основные проблемы методики

преподавания геометрического материала в начальной школе / А.В. Тихоненко, Ю.В. Трофименко // Проблемы и перспективы развития науки в России и мире: международная научно-практическая конференция. - Екатеринбург : Аэтерна, 2017. - С. 34-39.

40. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода: монография; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2016. 280 с.

41. Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://fipi.ru> свободный (дата обращения: 21.02.2023).

42. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. – Москва : Просвещение, 2022. – 86с.

43. Фетисов, А.И. Методика преподавания геометрии в старших классах средней школы / под ред. А.И. Фетисова: пособие для учителя – М.: Просвещение, 1967 – 272 с.

44. Фридман Л.М. Наглядность и моделирование в обучении - М.: Знание, 1984. - 80 с.

45. Черняева А.Р. Особенности реализации технологии деятельностного метода в обучении стереометрии: Методическое пособие. — Омск: Изд-во ОГИС. — 2003. -32 с.

46. Четверухин, Н.Ф. Изображение фигур в курсе геометрии: пособие для учителей и студентов – М.: УЧПЕД ГИЗ, 1958.

47. Шарыгин. И.Ф. Рассуждения о концепции школьной геометрии. - М.: Изд-во Московского центра непрерывного математического образования, 2000. - 56 с.

48. Шевелева О.Е. Развитие пространственного воображения у

подростков с использованием технологии 3D моделирования// Мировая наука. 2018. №3(12). С. 132-134.

49. Шестаков С.А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи по стереометрии. Задача 8 (профильный уровень). Задачи 13 и 16 (базовый уровень). Рабочая тетрадь / Под ред. И.В. Яценко. - М.: МЦНМО. 2020. - 96 с.

50. Щепин Олег Николаевич. Наглядно-конструктивный подход к изучению стереометрии в старших классах средней школы : Дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 : Москва, 1999 139 с. РГБ ОД, 61:99-13/57-8

51. Якиманская И. С. Развитие пространственного мышления школьников. — М.: Педагогика, 1980.

Входное тестирование базового уровня

1. Что относится к правильным выпуклым многогранникам?
 - икосаэдр
 - Куб
 - Октаэдр
 - Тетраэдр
 - Шар
2. Сколько вершин у куба?
 - 8
 - 12
 - 6
 - 19
3. Какие фигуры являются телами вращения?
 - куб
 - цилиндр
 - шар
 - тетраэдр
 - конус
 - параллелепипед
4. Свойства основания цилиндра:
 - они параллельны
 - они равны
 - они перпендикулярны
5. У четырехугольника, вписанного в окружность, сумма противоположных углов равна
 - 90 градусов
 - 180 градусов
 - 270 градусов
 - 360 градусов

6. Тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не большем данного, от данной точки называется:

- призма
- конус
- шар
- цилиндр

7. Две прямые в пространстве называются параллельными, если...*

- они не лежат в одной плоскости
- они лежат в одной плоскости и не пересекаются
- они лежат в одной плоскости и пересекаются

8. Сколько плоскостей можно провести через две скрещивающиеся прямые?

- Ни одной
- Одну
- Две
- Бесконечное множество

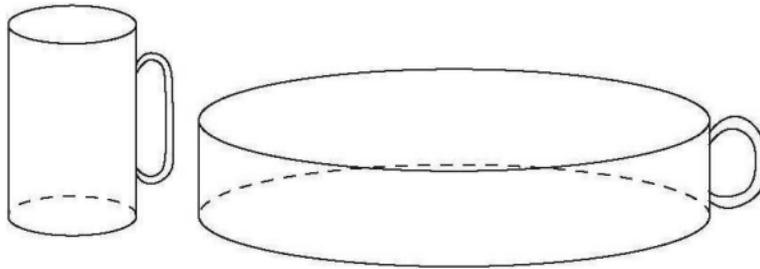
9. Апофема - это...

- Высота пирамиды
- Любая высота боковой грани
- Высота, проведенная из вершины к основанию
- Высота боковой грани, проведенная из вершины

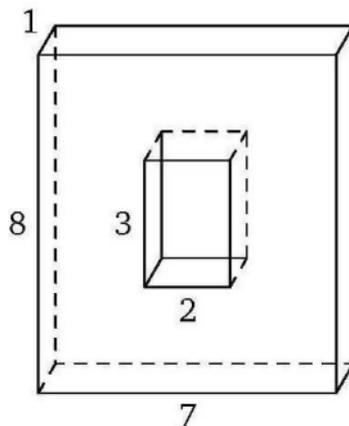
10. Пирамида это -

- Многогранник, который состоит из соединенных вместе треугольников
- Многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, совмещаемых параллельным переносом, а также всех отрезков соединяющих соответствующие точки
- Многогранник, который состоит из плоского многоугольника, точки, не лежащей в плоскости многоугольника, и всех отрезков, соединяющих точку с точками многоугольника.
- Многогранник, который состоит из плоского многоугольника, точки, не лежащей в плоскости многоугольника, и всех отрезков, соединяющих точку с вершинами многоугольника

1. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро AA_1 равно 8, а диагональ AC_1 равна 17. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точки B , B_1 и D .
2. Все рёбра тетраэдра равны 2. Найдите площадь сечения, проходящего через середины четырёх его рёбер.
3. Первая цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в четыре раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



4. Конус вписан в правильную четырёхугольную призму. Основание конуса вписано в основание призмы, а вершина конуса лежит на другом основании призмы. Найдите сторону основания призмы, если образующая конуса равна 17, а высота равна 15.
5. Бетонный шар весит 1,3 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?
6. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке, если все двугранные углы прямые, а числа на рисунке означают длины соответствующих рёбер.



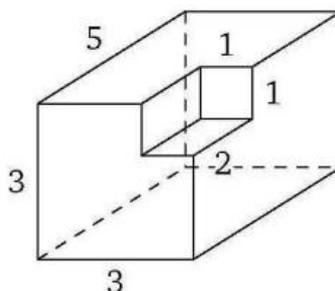
7. Диагональ основания правильной четырёхугольной пирамиды в два раза больше её апофемы. Найдите угол между плоскостями несмежных боковых граней пирамиды. Ответ дайте в градусах.
8. На окружностях обоих оснований цилиндра выбрано по точке, расстояние между которыми равно 13. Найдите расстояние от прямой, проходящей через эти точки, до оси цилиндра, если высота цилиндра равна 5, а радиус основания равен 10.
9. Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна 12?
10. Шар, объём которого равен 7π , вписан в куб. Найдите объём куба.

Приложение Б.

Входное тестирование достаточного уровня

1. Что относится к правильным выпуклым многогранникам?
 - икосаэдр
 - Куб
 - Октаэдр
 - Тетраэдр
 - Шар
2. Сколько вершин у куба?
3. Какие фигуры являются телами вращения?
 - куб
 - цилиндр
 - шар
 - тетраэдр
 - конус
 - параллелепипед
4. Свойства основания цилиндра:
 - они параллельны
 - они равны
 - они перпендикулярны
5. У четырехугольника, вписанного в окружность, сумма противоположных углов равна
6. Тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не большем данного, от данной точки называется:
7. Две прямые в пространстве называются параллельными, если...*
8. Сколько плоскостей можно провести через две скрещивающиеся прямые?
9. Апофема - это...
10. Пирамида это -
 - Многогранник, который состоит из соединенных вместе треугольников
 - Многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, совмещаемых параллельным переносом, а также всех отрезков соединяющих соответствующие точки
 - Многогранник, который состоит из плоского многоугольника, точки, не лежащей в плоскости многоугольника, и всех отрезков, соединяющих точку с точками многоугольника.
 - Многогранник, который состоит из плоского многоугольника, точки, не лежащей в плоскости многоугольника, и всех отрезков, соединяющих точку с вершинами многоугольника

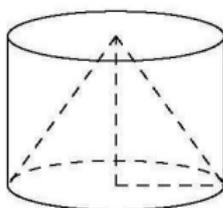
1. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке, если все двугранные углы прямые, а числа на рисунке означают длины соответствующих рёбер.



2. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно $4\sqrt{13}$, а высота основания равна 18. Найдите высоту пирамиды.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 35π , а площадь основания равна 25π . Найдите высоту цилиндра.

4. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $12\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



5. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 2. Найдите его объём.

6. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны $\sqrt{96}$. Найдите расстояние от точки C_1 до прямой BA_1 .

7. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды равно 9, а высота пирамиды равна $3\sqrt{7}$. Найдите сторону основания пирамиды.

- 8.** Металлический пожарный конус наполнен песком (так, что песок занимает в точности весь объём конуса). Сколько таких конусов с песком потребуется, чтобы наполнить цилиндрическое ведро, если известно, что оно имеет ту же высоту, что и конус, а радиус основания ведра вдвое больше радиуса основания конуса?
- 9.** Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём конуса, если объём цилиндра равен 144.
- 10.** Сколько нужно взять металлических шариков радиуса 5, чтобы, расплавив их, отлить шар радиуса 20?

Входное тестирование продвинутого уровня

1. Две прямые в пространстве называются скрещивающимися, если...
2. Напишите теорему о трех перпендикулярах
3. Площадь усеченной пирамиды находится по формуле...
4. Какое наибольшее количество сторон может иметь сечение куба произвольной плоскостью?
5. Напишите теорему синусов и теорему косинусов
6. Что такое усеченный конус?
7. Объем усеченного конуса находится по формуле...
8. Напишите признак параллельности плоскостей
9. Напишите признак перпендикулярности прямых
10. Напишите признак скрещивающихся прямых
11. Как найти расстояние от точки до плоскости?
12. Как найти угол между скрещивающимися прямыми?
13. Как найти расстояние между параллельными плоскостями?

1. Основание треугольной пирамиды $ABCD$ — равносторонний треугольник ABC . Боковое ребро DA перпендикулярно плоскости основания, M — середина ребра BC .

а) Докажите, что высота AH треугольника ADM перпендикулярна плоскости BDC .

б) Найдите угол между прямой DM и плоскостью ADB , если $AB : AD = 4 : \sqrt{3}$.

2. Точка M — середина ребра BB_1 треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$.

а) Постройте прямую пересечения плоскостей A_1MC_1 и ABC .

б) В каком отношении плоскость A_1MC_1 делит отрезок, соединяющий точку B_1 с серединой ребра AC ?

3. Основание пирамиды $SABCDEF$ — правильный шестиугольник $ABCDEF$. Высота пирамиды проходит через точку пересечения прямых BC и DE .

а) Докажите, что $SC \perp BF$.

б) Найдите угол между прямыми AF и SB , если наибольшее боковое ребро пирамиды втрое больше стороны основания.

4. Точка P лежит на ребре AD правильного тетраэдра $ABCD$, причём $AP : PD = 1 : 2$. Плоскость, проходящая через точку P перпендикулярно ребру CD , пересекает это ребро в точке M , а ребро BD — в точке Q .

а) Докажите, что плоскость PMQ делит высоту пирамиды пополам.

б) Найдите объём треугольной пирамиды $QABC$, если объём пирамиды $DPMQ$ равен V .

5. Шар вписан в прямую четырёхугольную призму.

а) Докажите, что суммы площадей противоположных боковых граней призмы равны.

б) Найдите отношение объёмов шара и призмы, если периметр основания призмы в четыре раза больше диаметра шара.

6. Основания шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ — правильные шестиугольники. Точка K — середина ребра CC_1 .

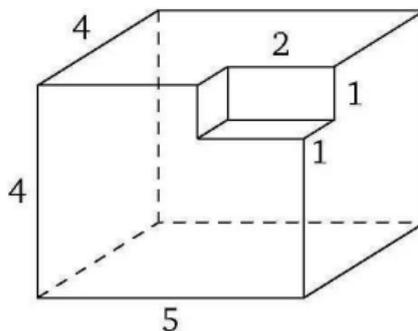
а) Докажите, что плоскость ED_1K делит ребро BC в отношении $2 : 1$, считая от точки B .

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью ED_1K , если призма правильная, сторона её основания равна $2\sqrt{21}$, а высота равна 6.

Итоговое тестирование базового уровня

1. Чему равен объем прямоугольного параллелепипеда, если его длина, ширина и высота равны 4 см, 6 см и 8 см соответственно?
2. Какова формула для вычисления объема цилиндра?
3. Как называется пространственная фигура, у которой все грани — равные правильные многоугольники, а все вершины — одинаковые?
4. Чему равна площадь поверхности шара радиусом 5 см?
5. Сколько граней у правильной четырехугольной пирамиды?
6. Как называется пространственная фигура, у которой все грани — равные правильные треугольники?
7. Как называется отрезок, соединяющий вершины пирамиды или конуса с центром основания?
8. Чему равен объем конуса с радиусом основания 3 см и высотой 4 см?
9. Как называется пространственная фигура, у которой все грани — квадраты?
10. Чему равен объем правильной четырехугольной пирамиды с высотой 10 см и стороной основания 6 см?

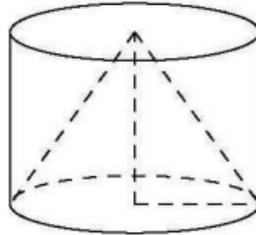
1. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке, если все двугранные углы прямые, а числа на рисунке означают длины соответствующих рёбер.



2. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно $2\sqrt{13}$, а сторона основания равна $6\sqrt{3}$. Найдите высоту пирамиды.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 24π , а площадь основания равна 16π . Найдите высоту цилиндра.

4. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $36\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



5. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 3. Найдите его объём.

6. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны $\sqrt{54}$. Найдите расстояние от точки D до прямой $A_1 C_1$.

7. Диагональ основания правильной четырёхугольной пирамиды равна $\sqrt{8}$, а высота пирамиды равна $\sqrt{7}$. Найдите боковое ребро пирамиды.

8. Металлический пожарный конус наполнен песком (так, что песок занимает в точности весь объём конуса). Сколько таких конусов с песком потребуется, чтобы наполнить цилиндрическое ведро, если известно, что радиусы оснований ведра и конуса одинаковы, а высота ведра вдвое больше высоты конуса?

9. Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 18.

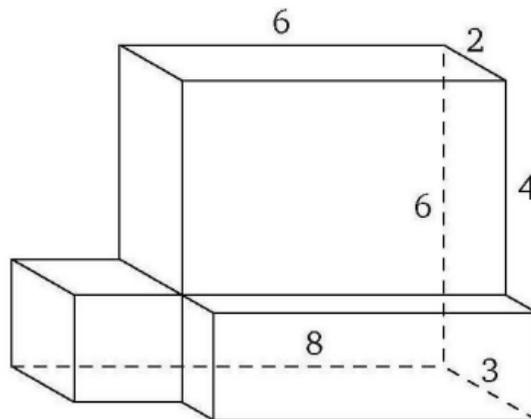
10. Сколько нужно взять металлических шариков радиуса 7, чтобы, расплавив их, отлить шар радиуса 21?

Приложение Е.

Итоговое тестирование достаточного уровня

1. Чему равен объем прямоугольного параллелепипеда, если его длина, ширина и высота равны 4 см, 6 см и 8 см соответственно?
2. Какова формула для вычисления объема цилиндра?
3. Как называется пространственная фигура, у которой все грани — равные правильные многоугольники, а все вершины — одинаковые?
4. Чему равна площадь поверхности шара радиусом 5 см?
5. Сколько граней у правильной четырехугольной пирамиды?
6. Как называется пространственная фигура, у которой все грани — равные правильные треугольники?
7. Как называется отрезок, соединяющий вершины пирамиды или конуса с центром основания?
8. Чему равен объем конуса с радиусом основания 3 см и высотой 4 см?
9. Как называется пространственная фигура, у которой все грани — квадраты?
10. Чему равен объем правильной четырехугольной пирамиды с высотой 10 см и стороной основания 6 см?

1. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке, если все двугранные углы прямые, а числа на рисунке означают длины соответствующих рёбер.



2. Высота правильной четырёхугольной пирамиды в два раза меньше диагонали основания. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды. Ответ дайте в градусах.
3. Площадь полной поверхности цилиндра равна 8π , а высота равна 3. Найдите радиус основания цилиндра.

4. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $13\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
5. В шар вписан куб. Найдите радиус шара, если ребро куба равно $10\sqrt{3}$.
6. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро AA_1 равно $\sqrt{6}$, а стороны основания равны 4. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точки B , D и середину ребра $B_1 C_1$.
7. Площадь поверхности тетраэдра равна 18. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.

Приложение Ж.

Итоговое тестирование продвинутого уровня

1. Две прямые в пространстве называются скрещивающимися, если...
2. Напишите теорему о трех перпендикулярах
3. Площадь усеченной пирамиды находится по формуле...
4. Какое наибольшее количество сторон может иметь сечение куба произвольной плоскостью?
5. Напишите теорему синусов и теорему косинусов
6. Что такое усеченный конус?
7. Объем усеченного конуса находится по формуле...
8. Напишите признак параллельности плоскостей
9. Напишите признак перпендикулярности прямых
10. Напишите признак скрещивающихся прямых
11. Как найти расстояние от точки до плоскости?
12. Как найти угол между скрещивающимися прямыми?
13. Как найти расстояние между параллельными плоскостями?

1. Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ с основаниями $ABCDEF$ и $A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, P — точка пересечения прямой CB_1 с плоскостью $AA_1 F_1$.

а) Докажите, что B_1 — середина отрезка CP .

б) Найдите угол между прямыми BA_1 и CB_1 , если боковое ребро призмы вдвое больше стороны основания.

2. Основание пирамиды $SABCD$ — трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC .

а) Постройте прямую пересечения плоскостей ASB и CSD .

б) Найдите угол между плоскостями ASD и BSC , если высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания, $AD = 3BC$, а двугранный угол при ребре AD пирамиды равен 30° .

3. Точки M и N лежат на рёбрах соответственно AB и $A_1 B_1$ параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, причём $AM : MB = B_1 N : NA_1 = 2 : 1$; точка K — середина ребра CC_1 .

а) Постройте точку пересечения плоскости KMN с прямой $B_1 C_1$.

б) Найдите угол между прямой BB_1 и плоскостью KMN , если параллелепипед прямоугольный, $AB = 3$, $BC = 2$, $AA_1 = 4$.

4. Точки M и N — середины рёбер AD и CD треугольной пирамиды $DABC$.

а) Постройте прямую пересечения плоскостей MBN и ABC .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью MBN , если ABC — равносторонний треугольник со стороной $4\sqrt{2}$, а высота DH пирамиды равна $3\sqrt{2}$ и проходит через середину ребра BC .

5. Дана треугольная призма $ABCA_1 B_1 C_1$. Плоскость α проходит че-

рез вершины A_1 и C параллельно прямой BC_1 .

а) Постройте точку пересечения плоскости α с прямой $B_1 C_1$.

б) В каком отношении плоскость α делит ребро AB ?

6. Точка P лежит на диаметре AB сферы. При этом $AP : PB = 3 : 1$. Через прямую AB проведена плоскость α , а через точку P — плоскость β , перпендикулярная AB и пересекающая сферу по окружности S . Отрезок CD — общая хорда окружностей сечений сферы этими плоскостями, M — точка на окружности S .

а) Докажите, что $AM = CD$.

б) Найдите объём пирамиды с вершиной M и основанием $ACBD$, если диаметр сферы равен 12, а M — наиболее удалённая от плоскости α точка окружности S .

Приложение 3

Первоначальный уровень знаний и умений по стереометрии на констатирующем этапе эксперимента

Ученик	1 (Б)	2 (Б)	3 (Б)	4 (Б)	5 (Б)	6 (Д)	7 (Д)	8 (Д)	9 (Д)	10 (Д)	11 (Д)	12 (Д)	13 (П)	14 (П)	15 (П)
Баллы	10	14	19	16	23	11	12	15	22	18	16	8	17	18	15
Уровень	Н	Н	С	С	В	Н	Н	Н	С	С	С	Н	С	С	Н

Б (базовый)- ученики, которые сдают базовый ЕГЭ по математике. Д (достаточный) - ученики, которые сдают только первую часть ЕГЭ по математике. П (продвинутой) -ученики, готовящиеся сдавать вторую часть профильного ЕГЭ по математике.

В - высокий уровень сформированности стереометрических знаний и умений.

С- средний уровень сформированности стереометрических знаний и умений.

Н - низкий уровень сформированности стереометрических знаний и умений.

ПРИЛОЖЕНИЕ И

Итоговый уровень знаний и умений по стереометрии на контрольном этапе эксперимента

Ученик	1 (Б)	2 (Б)	3 (Б)	4 (Б)	5 (Б)	6 (Д)	7 (Д)	8 (Д)	9 (Д)	10 (Д)	11 (Д)	12 (Д)	13 (П)	14 (П)	15 (П)
Баллы	16	20	25	16	30	18	22	25	28	18	16	14	20	23	16
Уровень	С	С	В	С	В	С	С	В	В	С	С	Н	С	В	С

Б (базовый)- ученики, которые сдают базовый ЕГЭ по математике. Д (достаточный) - ученики, которые сдают только первую часть ЕГЭ по математике. П (продвинутой) -ученики, готовящиеся сдавать вторую часть профильного ЕГЭ по математике.

В - высокий уровень сформированности стереометрических знаний и умений.

С- средний уровень сформированности стереометрических знаний и умений.

Н - низкий уровень сформированности стереометрических знаний и умений.

