

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.  
В.П. Астафьева (КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Кафедра математики и методики обучения математике

**Захарова Анна Геннадьевна**

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**Формирование критического мышления обучающихся  
6 класса на уроках математики**

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование  
Направленность (профиль) образовательной программы Математическое образование в  
условиях ФГОС

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой:

кандидат пед. наук, доцент М.Б.Шашкина

\_\_\_\_\_  
(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы

кандидат пед. наук, доцент М.Б.Шашкина

\_\_\_\_\_  
(дата, подпись)

Научный руководитель:

канд. пед. наук., доцент М.А. Кейв

\_\_\_\_\_  
(дата, подпись)

Дата защиты \_\_\_\_\_

Обучающийся: Захарова А.Г.

\_\_\_\_\_  
(дата, подпись)

Оценка \_\_\_\_\_

(прописью)

Красноярск 2024



## Реферат

В работе рассматриваются теоретические и практические аспекты формирования критического мышления у обучающихся 6 класса на уроках математики.

*Актуальность исследования.* Критическое мышление — одна из ключевых компетенций XXI века. Человек, обладающий развитым критическим мышлением, располагает множеством полезных навыков. Среди них - наблюдательность, способность обосновать собственную точку зрения, умение глубоко изучать информацию и применять аналитические методы в различных областях жизни. Формирование и развитие таких способностей является одной из приоритетных задач общего образования [ФГОС ООО, 2021].

Умение критически мыслить является результатом подготовки обучающихся в рамках образовательных программ. Каждая область знаний должна способствовать развитию этого навыка, учитывая свои уникальные возможности и обеспечивая основу для выполнения определенных мыслительных операций.

В связи с чем, возникает ряд вопросов: «Какие конкретные компоненты критического мышления существуют? Какие методы и приемы необходимо использовать на уроках математики для формирования критического мышления?»

Поиск ответов на эти вопросы и разработка специальных методических рекомендаций по формированию критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики, является одной из современных проблем школьного математического образования.

Актуальность данной проблемы и поиск путей решения этих противоречий привели к выбору темы исследования: формирование критического мышления обучающихся 6 класса на уроке математики.

*Объект исследования:* математическая подготовка обучающихся 6 класса.

*Предмет исследования:* дидактические условия формирования критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.

*Гипотеза исследования:* если в процессе обучения математике использовать комплекс специальных заданий, представленный в работе, то это способствует формированию критического мышления.

*Цель исследования:* обоснование и экспериментальная проверка результативности авторской методики формирования критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.

Для достижения поставленной цели и проверки выдвинутых гипотез необходимо решить следующие *задачи исследования:*

1) Уточнить цели обучения математике в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов.

2) Охарактеризовать понятие «критическое мышление».

3) Описать дидактические условия формирования критического мышления.

4) Разработать методические рекомендации по формированию критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.

5) Провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Для решения этих задач были использованы следующие *методы исследования:* теоретический анализ литературы по психологии, педагогике и методике; наблюдение; эксперимент.

Диссертация состоит из 105 страниц, 23 рисунков, 16 таблиц, введения, двух глав, заключения и библиографического списка (61 первоисточников информации).

Во введении: обоснована актуальность исследования; определены цель, объект, предмет, гипотеза и задачи; указана практическая значимость и методология исследования.

В первой главе на основе концептуальных и нормативных документов системы школьного образования, а также на основе изучения и обобщения

существующего педагогического опыта по теме исследования: охарактеризовано понятие «критическое мышление»; уточнены уровни и показатели сформированности критического мышления; проанализированы требования новых ФГОС ООО к образовательным результатам и установлена взаимосвязь между метапредметными результатами ФГОС и критическим мышлением; описаны методы, средства и формы организации обучения математике, которые позволяют создать условия для формирования и развития критического мышления.

Во второй главе представлены: методические рекомендации по формированию критического мышления обучающихся по математике; результаты эксперимента и их анализ.

*Научная новизна* данного исследования заключается в демонстрации и разъяснении сущности понятия «критическое мышление» при обучении математике.

*Практическая значимость* исследования заключается в разработке методических рекомендаций по формированию критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.

На базе МАОУ «Гимназия №13 «Академ» города Красноярск проведен педагогический эксперимент по формированию критического мышления обучающихся 6 класса в процессе обучения математике. Результаты педагогического эксперимента подтверждают гипотезу исследования.

По теме исследования опубликованы следующие работы:

- 1) Захарова А.Г., Кейв М.А. Критическое мышление как образовательный результат обучения школьников математике // Образование и наука в XXI веке: математика, физика, информатика и технология в смарт-мире. Красноярск, 21 – 22 мая 2024 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Красноярск. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2024
- 2) Архипова Т.В., Беркут О.А., Захарова А.Г. Возможности использования компьютерной среды Geogebra в процессе подготовки обучающихся 11

класса к итоговой государственной аттестации по математике // XII Всероссийская с международным участием научно-методическая конференция «Математика и математическое образование в эпоху цифровизации», 9-10 ноября 2023 г. / Красноярск. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2023 г.

## Содержание

Введение.....	7
Глава 1. Теоретические основы формирования критического мышления обучающихся 6 класса.....	10
1.1. Критическое мышление как результат освоения образовательной программы по математике.....	10
1.2. Дидактические условия формирования критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математике.....	18
Глава 2. Методика формирования критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.....	32
2.1. Методические рекомендации по формированию критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.....	32
2.2. Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты.....	70
Заключение.....	78
Библиографический список.....	81
Приложение 1.....	88
Приложение 2.....	90
Приложение 3.....	92
Приложение 4.....	97
Приложение А.....	102
Приложение Б.....	104

## Введение

Современный подход к образованию в России связан с развитием компетентностей у учеников, которые позволяют приобретать и использовать знания, адаптироваться к информационному пространству, а также решать возникающие задачи [35]. Критическое мышление, коммуникация и сотрудничество - вот ключевые навыки, необходимые для успешной адаптации в современном мире[45].

Умение критически мыслить зависит от образовательной программы и должно развиваться в каждой области знаний, учитывая их уникальные возможности.

Как с теоретической, так и с практической точек зрения, проблема формирования критического мышления остается недостаточно изученной. Анализ существующих исследований по этой теме демонстрирует, что изначально проблема критического мышления изучалась зарубежными психологами, среди которых: Д.Дьюи [17], Р. Пол [5], Д. Халперн [60] и др.

В свою очередь, ряд отечественных ученых (Л.С. Выготский, С.Л. Рубинштейн, А.А. Смирнов, Б.М. Теплов и др.) в своих работах рассматривают теоретические аспекты развития критического мышления через призму формирования личности [15,53]. В советское время практическим аспектам формирования критического мышления уделялось мало внимания, но сегодня теория проблемного обучения считается одной из образовательных основ для решения этой проблемы в современных условиях (М.И. Махмутова). Изучению некоторых аспектов развития критического мышления посвящены работы таких российских и зарубежных ученых как: Г. Линдсей, Е.С. Заир-Бек, Д. Джонсон, Д. Халперн, Р. Бустром, Ч. Темпл, Е.В. Мурикина [53, 55, 10].

Изменения в социально-экономических условиях и в сфере образования усилили неопределенность и требуют оценки и принятия решений, тем самым повышая роль личности как субъекта социальной эволюции. Важность его способности критически анализировать ситуацию и



выявлять эффективные решения той или иной проблемы значительно возросла.

Эффективная адаптация личности к постоянным изменениям в мире частично зависит от развития критического мышления во время обучения в школе. Это также тесно связано с необходимостью получения теоретических и методологических обоснований, а также формулирования научных рекомендаций для решения проблемы развития критического мышления на протяжении всего образовательного процесса и в процессе изучения определенных предметов.

В рамках изучения отдельных предметов недостаточная научно-методическая база для развития критического мышления обучающихся может привести к противоречию: между существующими социальными потребностями в развитии критического мышления участников общества, принимающими решения в условиях информационной перегрузки и отсутствием готовых методик формирования критического мышления в процессе предметной подготовки обучающихся.

Указанные противоречия определяют актуальность исследования и определяют *проблему школьного математического образования*: поиск и разработка специальных методических рекомендаций формирования критического мышления обучающихся в процессе обучения математике.

*Актуальность проблемы и поиск путей решения* названных противоречий обусловили выбор темы исследования: формирование критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.

*Объект исследования*: математическая подготовка обучающихся 6 класса.

*Предмет исследования*: дидактические условия формирования критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.

*Гипотеза исследования*: если в процессе обучения математике применять систему специальных заданий, представленных в работе, то это

будет способствовать формированию критического мышления обучающихся 6 класса.

*Цель исследования:* обоснование и экспериментальная проверка результативности авторской методики формирования критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.

Для реализации указанной цели и проверки выдвинутой гипотезы необходимо было решить *следующие задачи:*

1) Уточнить цели обучения математике в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов.

2) Охарактеризовать понятие «критическое мышление».

3) Описать дидактические условия формирования критического мышления.

4) Разработать методические рекомендации по формированию критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.

5) Провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Для решения поставленных задач используются следующие *методы исследования:* теоретический анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования, анализ учебной программы, нормативных документов, основных действующих учебников и учебных пособий по математике; изучение и обобщение педагогического опыта; наблюдение; проведение педагогического эксперимента по проверке основных положений исследования с последующей обработкой полученных данных.

# **Глава 1. Теоретические основы формирования критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики**

## **1.1. Критическое мышление как результат освоения образовательной программы по математике**

В психологии и педагогике существует множество подходов к определению понятия «критическое мышление», рассмотрим некоторые из них.

Критическое мышление – это мыслительный процесс целенаправленной оценки высказываний с пристальным вниманием к их обоснованности, точности, логичности, надежности и применимости [38]. Этот тип мышления основан на способности анализировать информацию, в том числе связи между различными элементами ситуации, аргументацию и логические связи между объяснениями, включая рассмотрение альтернативных точек зрения.

В педагогике Г.М. Коджаспирова определяет критическое мышление, как способность анализировать информацию с логической точки зрения, выносить обоснованные суждения и решения, применять полученные результаты к стандартным и нестандартным ситуациям, проблемам и задачам [29].

«Критическое мышление – это направленное мышление, характеризующееся обдуманностью, логикой и концентрацией, а также использованием когнитивных навыков и стратегий, которые повышают вероятность достижения желаемых результатов» [60] – так определяет критическое мышление Д. Халперн. Ученый также выделяет основные характеристики критически мыслящих людей: гибкость, настойчивость, готовность к планированию, готовность исправлять ошибки, самоанализ, поиск компромиссных решений [60].

По мнению Е.О. Божович: «Критическое мышление – это способность выбирать наиболее подходящее решение из ряда решений, опровергать

ошибочные решения с помощью аргументов и ставить под сомнения предлагаемые» [9].

С позиции системного подхода рассматривает понятие критического мышления И.А. Низовская, она определяет его как совокупность взаимосвязанных компонентов, таких как личностный потенциал, компетентность и готовность к социальной динамике, необходимых для успешного достижения поставленных целей и осмысленного восприятия окружающего мира [46]. Ученый утверждает, что критическое мышление включает в себя навыки и компетенции [46].

Отметим, что все подходы к понятию критического мышления в педагогике и психологии очень схожи по смыслу. Д. Дьюи предлагает определение данного понятия с учетом сути данного подхода: «Критическое мышление - это использование когнитивных методов и стратегий, которые повышают вероятность достижения желаемого результата» [17].

А.А. Кокина, И.Г. Жогова определяют критическое мышление как особую форму мышления, возникающую как индивидуальность и включающую такие мыслительные процессы, как анализ, обобщение, синтез, интерпретацию и умение оценивать, а также утверждают, что критическое мышление характеризуется оценочными суждениями, обоснованностью выводов, поиском альтернативных эффективных способов решения проблем [31, 22].

М.И. Махмутов выделяет творческое, логическое и критическое мышление как наиболее ценные виды мышления в педагогике, которые отражают высший уровень интеллектуальных способностей человека [40].

Творческое мышление характеризуется наличием спонтанных догадок, озарений и интуиции, результаты которых рассматриваются как новые продукты такие как: мысли и изобретения [54].

Логическое мышление - это мышление, подчиняющееся правилам мыслительных процессов таких как: анализ, сравнение, синтез и обобщение [14].

Критическое мышление определяется наличием следующих способностей: распознавать истинность или ложность определенных утверждений и позиций; признавать высказывания, мысли и действия других людей не соответствующими общепринятым взглядам, нормам поведения или собственным представлениям; различать ложь или ошибочность, истинность или правдивость; анализировать, доказывать, опровергать, оценивать высказывания, действия по теме или вопросы [38].

Таким образом, критическое мышление является важнейшей составляющей творческого и логического мышления, и как следствие его существование невозможно без связи с другими видами мышления.

В исследовании Т.Ю. Лифановой критическое мышление определяется, как процесс определения точности, достоверности и ценности информации, способность изменять свою позицию на основе фактов и аргументов, а также умение находить причины и альтернативные подходы [35]. Лифанова утверждает, что данное понятие может рассматриваться на трех уровнях: на образовательном уровне; на уровне обработки информации; на уровне ценностей.

Критическое мышление на образовательном уровне занимает самостоятельную, рефлексивную, вариативную и содержательную позицию, оно возникает как способность формировать базовое отношение к собственной личности и окружающему миру [35].

Так, на уровне обработки информации критическое мышление включает в себя способность применять различные способы понимания и оценки полученной информации, выявлять несоответствия в информационных сообщениях, а также строить обоснованные аргументы для выражения собственной точки зрения [35].

На уровне ценностей критическое мышление предполагает наличие способности продуктивно обрабатывать информацию с учетом ценностей, осознанно воспринимая многогранные аспекты общечеловеческих ценностей и признавая их многополярность [35].

А.Р. Ефорова классифицирует уровни сформированности критического мышления следующим образом (рис. 1) [21]:



Рис.1 Классификация уровней критического мышления А.Р. Ефоровой [21]

Уточним уровни и показатели сформированности критического мышления(таблица 1)[43].

Таблица 1.

Уровни и показатели сформированности критического мышления

Уровни сформированности КМ	Показатели сформированности КМ
Недостаточный	Характеризуется отсутствием знаний о критическом мышлении, сложностями в выдвижении гипотез, затруднениями в формулировке выводов и выделением главной и второстепенной информации, затруднениями в обнаружении логических ошибок, не самостоятельностью в формировании суждений, трудностями в нахождении компромиссных решений, трудностями в планировании

	собственной деятельности и ограниченной способностью к саморефлексии.
Базовый	Их отличает способность не зависеть от мнения окружающих, выявлять логические связи между событиями и явлениями, анализировать и отличать важные аспекты от второстепенных, определять недостатки и достоинства ситуации, составлять планы, но иногда допускают ошибки в последовательности действий. Не всегда удается рассмотреть ситуацию с различных точек зрения, их прогнозы могут быть недостаточно обоснованными.
Развитый	Характеризуются самостоятельностью, осознанностью, гибкостью мышления при принятии решений. Обладают способностью проводить основательный анализ поставленных вопросов, рассматривать ситуацию с различных точек зрения, предлагать компромиссные решения для преодоления проблемных ситуаций, а также предвидеть и обнаруживать логические ошибки.

В Приказе Министерства Просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 №287 “Об Утверждении федерального образовательного стандарта основного общего образования” прописаны требования к результатам освоения программ основного общего образования.

В личностных результатах говорится, что у обучающихся должны быть сформированы навыки рефлексии, признание своего права на ошибку и такого же права другого человека[52].

Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды, включают:

- способность обучающихся во взаимодействии в условиях неопределенности, открытость опыту и знаниям других;
- способность обучающихся во взаимодействии в условиях неопределенности, повышать уровень своей компетентности

через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, осознавать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции других;

- навык выявления и связывания образов, способность формирования новых знаний, в том числе способность формулировать идеи, понятия и гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, планировать свое развитие[52].

Таким образом, личностные результаты указывают на необходимость развития критического мышления у обучающихся.

Организация образовательного процесса, направленная на формирование критического мышления, соответствует новым требованиям ФГОС, это проявляется и через сопоставление метапредметных результатов с показателями сформированности критического мышления (таблица 2)[42].

Таблица 2.

Сопоставление метапредметных результатов ФГОС с показателями сформированности критического мышления

	Метапредметные результаты ФГОС	Показатели сформированности КМ
1	Формирование умения планировать, контролировать и оценивать учебные действия в соответствии с поставленной задачей и условиями ее реализации; определять наиболее эффективные способы достижения результата.	Способность решать проблемы в различных ситуациях, самостоятельно принимать решения.
2	Формирование умения понимать причины успеха/неуспеха учебной деятельности и способности конструктивно действовать даже в ситуациях неуспеха.	Способность рассматривать ситуацию с различных точек зрения.
3	Использование различных способов поиска (в справочных источниках и открытом учебном информационном пространстве сети Интернет),	Способность осуществлять поиск информации, осмысливать и выделять



	сбора, обработки, анализа, организации, передачи и интерпретации информации в соответствии с коммуникативными и познавательными задачами и технологиями учебного предмета; в том числе умение вводить текст с помощью клавиатуры, фиксировать (записывать) в цифровой форме измеряемые величины и анализировать изображения, звуки, готовить свое выступление и выступать с аудио-, видео- и графическим сопровождением; соблюдать нормы информационной избирательности, этики и этикета.	главное.
4	Овладение навыками смыслового чтения текстов различных стилей и жанров в соответствии с целями и задачами; осознанно строить речевое высказывание в соответствии с задачами коммуникации и составлять тексты в устной и письменной форме.	Способность анализировать текст.
5	Овладение логическими действиями сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации по родовидовым признакам, установления аналогий и причинно-следственных связей, построения рассуждений, отнесения к известным понятиям.	Способность осмысленно анализировать информацию, делать выводы, оценивать приведенные аргументы.
6	Готовность слушать собеседника и вести диалог; готовность признавать возможность существования различных точек зрения и права каждого иметь свою; излагать свое мнение и аргументировать свою точку зрения и оценку событий.	Способность эффективно коммуницировать, оценивать различные точки зрения, выстраивать логические аргументы.

По сравнению с другими явлениями человеческой психологии, например, эмоциями, мышление является наиболее скрытым и

труднодоступным для изучения. В структуре критического мышления психологи выделяют четыре компонента (см. рисунок 2) [24].



Рис 2. Компоненты критического мышления [24]

Основными целями математического образования являются:

- развитие личности обучаемых, охватывающее различные ее виды;
- формирование видов учебно-познавательной деятельности, которые с самого начала включают в себя заданную систему знаний и обеспечивают их применение в заранее установленных пределах;
- формирование таких качеств мышления, которые характерны для математической деятельности и необходимы человеку для полноценной жизни в обществе (гибкость, глубина, широта, критичность мышления);
- развитие речи обучающихся на уроках математики;

- формирование представлений о методах математики, и прежде всего о методе математического моделирования[56].

Обобщая результаты изучения целей математического образования с учетом развития критического мышления, можно сделать вывод о том, что развитие критического мышления на уроках математики способствует не только формированию определенных личностных качеств обучающихся, но и помогает в реализации целей математического воспитания.

В будущем основой для непрерывного образования людей должно стать критическое мышление, а учитель математики играет важную роль в этом процессе. В свете вышесказанного, можно предположить возможность того, что формирование критического мышления у обучающихся будет возможно в комплексе с развитием их математических способностей. Во второй главе будут представлены доказательства данного утверждения.

Учебный курс Математика обладает огромным потенциалом для формирования критического мышления. Предмет математики требует от учащихся логического мышления, аналитических способностей, поиска и решения проблем. Решение математических задач часто требует творческого подхода и позволяет обучающимся анализировать информацию, находить нестандартные решения и развивать способность принимать решения, основанные на фактах.

## **1.2. Дидактические условия формирования критического мышления у обучающихся 6 класса на уроках математики**

Образовательная стратегия государства задает новые требования для дидактических условий обучения, установленных Федеральным образовательным стандартом. Важно трансформировать дидактические условия таким образом, чтобы они соответствовали современным требованиям[42].

Под дидактическими условиями понимают специально разработанные обучающие процедуры, использование которых помогает решать некоторые образовательные задачи [51].

С другой стороны, дидактические условия рассматриваются как комплекс обстоятельств обучения, вытекающих из отбора, конструирования и применения различных элементов содержания, методов, форм и средств обучения, способствующих эффективному достижению поставленных целей [25].

Согласно Е. А. Ложаковой: «Дидактические условия – это особые условия педагогического процесса, в которых оптимально сочетаются процессуальные компоненты системы обучения» [37]. Таким образом, это свидетельствует об их значимости в образовательном процессе.

Система дидактических условий предполагает согласованное взаимодействие дидактических средств и методов. Современная дидактика обеспечивает взаимодействие различных методов, форм и средств обучения, что способствует активному взаимодействию между обучающимися и учителем. Педагог достигает успешных результатов обучения, прибегая к тщательному подбору содержания учебного материала и использованию эффективных методов обучения, которые должны быть направлены на повышение эффективности учебного процесса. Таким образом, создание дидактических условий для развития личности осуществляется за счет использования комплекса педагогических средств и технологий, применяемых учителем в учебном процессе.

Ч. Темпл, К. Мередит и Дж. Стил определили педагогические условия, выполнение которых будет способствовать развитию у школьников критического мышления [49]:

1. Важно предоставить возможность для приобретения опыта критического мышления, а также дать время на его приобретение;
2. Необходимо давать учащимся возможность размышлять;

3. Целесообразно способствовать активности учащихся в учебном процессе;
4. Важно принимать различные мнения и идеи;
5. Важно выражать веру в то, что каждый учащийся способен на критические суждения;
6. Необходимо убедить учащихся в том, что они не рискуют быть высмеянными;
7. Необходимо ценить проявления критического мышления.

Учащиеся при этом должны:

1. Развивать в себе уверенность и понимание ценности своих мнений и идей;
2. Активно участвовать в учебном процессе;
3. С уважением выслушивать различные мнения;
4. Быть готовыми как формулировать свои суждения, так и воздерживаться от них.

По мнению педагогов [23] формирование критического мышления происходит на трех стадиях :

- *Вызов;*
- *Осмысление;*
- *Рефлексия.*

Каждая стадия урока выполняет ряд определенных важных функций, их реализация способствует достижению поставленных целей обучения [23]. Функции, которые определяют три стадии развития критического мышления, представлены на рисунке 3.



Рисунок 3. Функции стадий технологии развития критического мышления [23]

В каждом конкретном случае, педагог должен использовать наиболее эффективные методические приемы для каждой из стадий.

Охарактеризуем каждую стадию более подробно.

*Стадия вызова:* На данной стадии обучающиеся сталкиваются с проблемой или вопросом, который вызывает у них интерес и стимулирует их познавательную деятельность. Некоторые ученые утверждают о необходимости давать обучающимся самим определять свои учебные цели и анализировать знания по теме [17, 1]. Поскольку понимание учебного материала укрепляется, благодаря связи новых знаний с уже имеющимися и представлению, как они соотносятся. Это является одной из ключевых задач данной стадии обучения.

Чтобы ученики почувствовали себя более вовлеченными и заинтересованными на уроке математики, можно предложить им провести информационный прогноз по выполнению заданий (в устной или письменной

форме). Начать можно с работы в парах, а затем перейти к обсуждению в группах. Такой метод позволит учащимся обмениваться знаниями, усваивать информацию через взаимодействие и разрешать возникающие вопросы. Этот процесс также способствует созданию внутреннего комфорта и стимулирует учеников к активной учебной деятельности.

Сочетание комбинации групповой, парной и индивидуальной работы на уроках математики имеет значительное и эффективное воздействие. Таким образом, понимание математического материала достигается через повторение вопроса в парах или в группе, а затем в ходе обсуждения с учителем, это позволит учащимся глубже изучить тему и лучше усвоить информацию.

Более мотивированными ученики становятся в том случае, когда они высказывают свои мысли, делятся своими знаниями и показывают их при помощи письменной или устной формы. Идеи, которые возникают в процессе индивидуальных высказываний учащихся, могут быть не всегда правильными и соответствовать действительности. Важна роль учителя, который совместно с классом обсуждает идеи, которые были предложены. Такой способ помогает ученикам понять, на чем они должны сосредоточить свое внимание, какая информация усвоена полностью и нуждается в дальнейшей проверке на соответствие.

В целях повышения эффективности процесса актуализации изучаемого материала, необходимо обеспечить учащимся возможность высказать свое мнение и участвовать в обсуждении вопросов, не боясь быть осмеянным или не услышанным другими. Также это позволит им формулировать цели обучения и определять их в будущем.

Понимание материала часто происходит через обмен мнениями и идеями, так как это способствует возникновению новых и неочевидных идей. В результате таких обсуждений обычно проявляется определенная структура или система мышления, которая помогает уточнять и развивать ранее усвоенные знания [50]:



Рисунок 4. Структура процесса работы над ранее приобретенными знаниями [7]

В качестве приемов, направленных на актуализацию имеющихся знаний, наиболее часто используют следующие [30]:

- Верные, неверные высказывания;
- Кластер;
- Корзина идей.

Педагогический прием *«Верно, неверно»* является хорошо знакомым учителям, поскольку его концепция и методика интегрировались в развивающуюся методику критического мышления. Этот прием оптимально применять на стадии вызова, в начале урока, когда проводится повторение пройденного материала и подготовка к восприятию новой информации.

Важно не только активизировать учащихся, обновлять в памяти знания по теме урока и подготавливать их к предстоящему учебному процессу, но и мотивировать и заинтересовать их. В то же время, через использование вопросов и предположений, ограничивается обсуждаемый круг вопросов на уроке. Учащиеся уже в начале занятия видят, что они должны узнать, что они уже знали или предполагали, и что неожиданно или противоречиво для них.



Важно обратить внимание на это, чтобы каждый ученик получил в ходе урока ответы на вопросы, которые возникли у него после использования приема «Верно, неверно».

Следующий прием «Корзина идей», по своей сути он напоминает устоявшиеся методики «Мозгового штурма» и «Кластерного анализа». В рамках каждого из этих приемов предполагаются разнообразные формы работы, включая как индивидуальную, так и групповую. Каждый прием позволяет участникам свободно высказывать свои идеи и мысли без их начального оценивания и анализа. Тем не менее, например, «Кластерный анализ» обычно направлен на выявление логических цепочек и взаимосвязей между идеями, в то время как «Корзина идей» скорее представляет собой «поле интересов», которое может стать объектом дальнейших обсуждений и анализа в процессе урока. Таким образом, «Корзина идей» может быть рассмотрена как своеобразное «облако тегов», которые станут предметом обсуждения и анализа в ходе урока.

«Корзина идей» – это прием, используемый для организации совместной работы на начальной стадии урока, когда происходит актуализация опыта и знаний по изучаемой теме [57]. Этот прием предназначен для выяснения уровня знаний учеников по обсуждаемой теме урока. На стенде или доске размещается символическая «корзина», в которую условно складываются все знания, которые необходимы для изучения темы.

Этапы работы с «Корзиной идей»:

1. При индивидуальной работе каждый ученик должен записать то, что он уже помнит и знает по теме. Индивидуальная работа занимает от 1 до 2 минут;
2. Обмен информацией в группах или парах;
3. Каждая группа выдвигает по одному факту, избегая повторений;
4. Все факты кратко записываются в «корзине идей», даже если они неполны или ошибочны.

5. Все ошибки в процессе обучения постепенно устраняются, когда ученик овладевает новой информацией, а его знания уточняются.

Приведем пример использования приема «Корзина идей» для обучения темы «Координатная плоскость» на уроке математики (рис. 5).

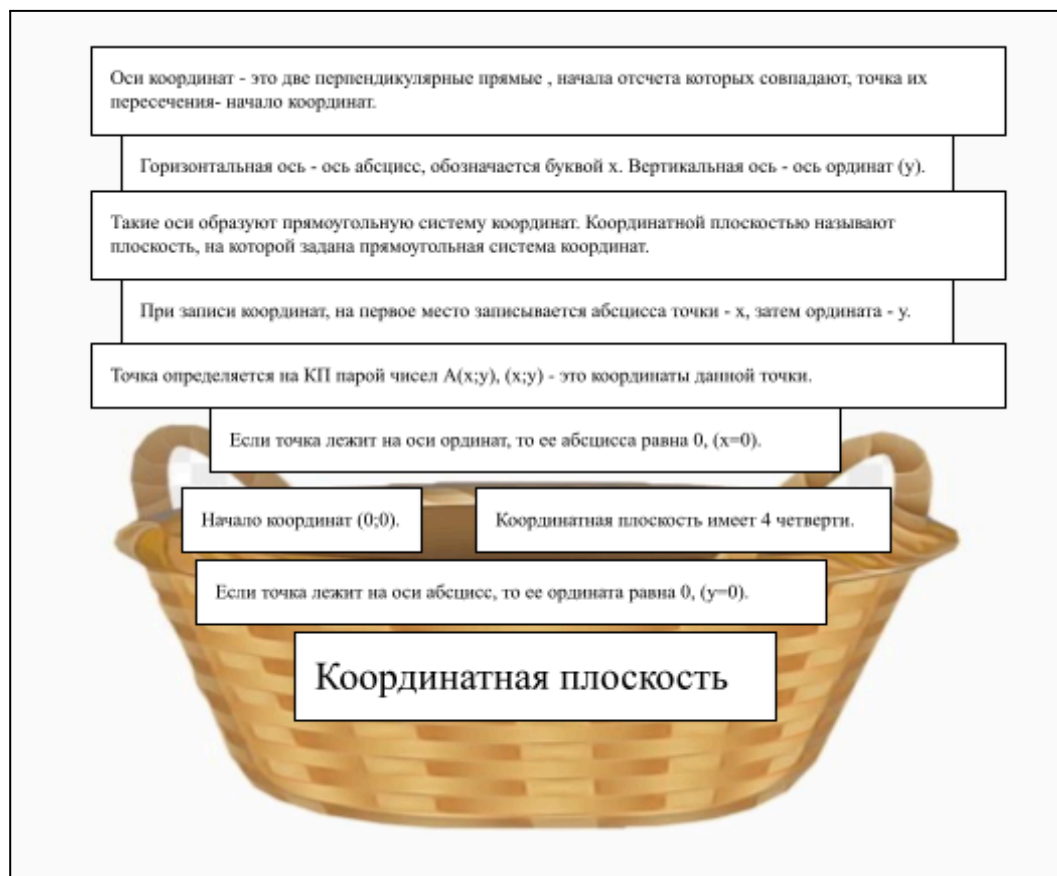


Рисунок 5. Пример использования приема «Корзине идей»

*Стадия осмысления:* На этой стадии обучающиеся анализируют проблему, ищут различные подходы к ее решению, проверяют гипотезы и разрабатывают стратегии [47]. В математическом контексте это может включать в себя использование различных методов решения, проведение логических рассуждений и проверку различных подходов к решению задач.

При обсуждении новой темы, учитель чаще всего представляет новую информацию для учеников. Тем не менее, это может привести к снижению интереса и активности со стороны учеников. Данная ситуация может вызвана недостаточным пониманием материала, особенно это касается математики. Мы обязаны обеспечить процесс усвоения новой информации не только

увлекательным, но и полезным для учащихся. С помощью чтения, решения конкретных задач в области математики можно это осуществить.

Одним из важных навыков, способствующих развитию личности, является умение работать с текстами, с информацией.

Исследователи И. Бек и Дж. Доул указывают, что простое воспроизведение текста не гарантирует понимание его смысла [49]. Они отмечают, что истинное понимание текста включает не только способность воспроизвести его содержание, но и умение воспринять идеи, представленные в тексте, и применить их на практике. Подобно другим областям обучения, изучение математики также включает работу с учебными текстами, и важно не только воспроизводить информацию, но и осознавать её.

Стоит также подчеркнуть важность развития навыков работы с математическими текстами в образовательном процессе. Учеников необходимо обучать навыкам критического чтения математических текстов, выделения главной информации и формирования собственной точки зрения на изучаемый материал. Предположительные выводы, которые можно сделать из представленных идей, говорят о важности отслеживания восприятия учебного материала для того, чтобы развивать критическое мышление у обучающихся на уроках математики.

Приемы, которые целесообразно использовать на данном этапе:

- Инсерт;
- Кейс метод;
- Мозговой штурм;
- Дидактическая игра;
- Проблемные задачи.

Прием «Инсерт» в процессе работы с текстом на уроке способствует развитию аналитического мышления у учащихся, а также помогает им в более глубоком и внимательном изучении темы. В рамках данного подхода учащимся предлагается самостоятельно ответить на несколько вопросов,

которые касаются их знаний и усвоения новой информации, а также выявления трудностей при усвоении материала. Для более качественной обработки информации учащимся предлагается использовать специальную маркировку: (+) для известной информации; (Н) для новой информации из текста; (?) – для информации, вызывающей затруднения. Маркировочные знаки ставятся в кавычках справа и слева от отмеченной информации. Этот подход обеспечивает учащимся организационный инструмент для работы с информацией из текста и стимулирует развитие их аналитических навыков.

Пример использования приема «Инсёрт» на уроке открытия нового знания в 6-м классе по теме «Коэффициент» (рис. 6).

Прием используется в три этапа:

1 этап. В процессе чтения учащиеся маркируют текст значками:

**40. Коэффициент**

**V** Переместительное и сочетательное свойства умножения позволяют упрощать выражения.

**Пример 1.** Упростим выражение  $0,3a \cdot (-0,7b)$ .

**Решение.** Это выражение является произведением четырёх множителей:  $0,3 \cdot a \cdot (-0,7) \cdot b$ . Сгруппировав отдельно числовые и отдельно буквенные множители, получим:

**V**  $0,3a \cdot (-0,7b) = 0,3 \cdot a \cdot (-0,7) \cdot b = (0,3 \cdot (-0,7)) \cdot (a \cdot b) = -0,21ab$ .

**+** Число  $-0,21$  называют коэффициентом в полученном выражении.

**+** Если выражение является произведением числа и одной или нескольких букв, то это число называют **числовым коэффициентом** (или просто **коэффициентом**).

**-** Коэффициент обычно пишут перед буквенными множителями.

**+** Коэффициентом такого выражения, как  $a$  или  $ab$ , считают  $1$ , так как  $a = 1 \cdot a$ ;  $ab = 1 \cdot ab$ .

**?** При умножении  $-1$  на любое число  $a$  получается число  $-a$ :  

$$-1 \cdot a = -a.$$

**+** Поэтому числовым коэффициентом выражения  $-a$  считают число  $-1$ .

**+** **Пример 2.** Найдём коэффициент выражения  $-a \cdot (-b)$ .

**Решение.** Так как  $-a \cdot (-b) = ab$ , то, значит, коэффициентом выражения  $-a \cdot (-b)$  является  $1$ .

Рисунок 6. Пример использования приема «Инсёрт» при работе с текстом

2 этап. Обучающиеся заполняют таблицу (таблица 3), количество граф которой соответствует числу значков маркировки.

Таблица 3.

### Пример использования приема «Инсёрт» при работе с текстом

V (уже знал)	+	-	? (есть вопросы)
<p>Переместительное и сочетательное свойства помогают упрощать выражения.</p> $0,3a \cdot (-0,7b) = 0,21ab$	<p>В выражении <math>-0,21ab</math>, <math>-0,21</math> является коэффициентом.</p> <p>Если выражение является произведением числа и одной или нескольких букв, то это число называют коэффициентом.</p> <p>Коэффициент выражения <math>-a</math>, является число <math>-1</math>.</p> <p>Коэффициент выражения <math>-a \cdot (-b)</math> равен <math>1</math>.</p>	<p>Коэффициент обычно пишут перед буквенными множителями.</p>	<p>При умножении <math>-1</math> на любое число <math>a</math> получается число <math>-a</math>.</p>

3 этап. Обсуждают записи, внесенные в таблицу.

Среди методов обучения, направленных на формирование критического мышления рассматривают *кейс-метод*. В основе кейса лежит рассмотрение реальных или вымышленных проблемных ситуаций. С помощью анализа, ученики могут найти решение проблемы, а также выработать стратегию его достижения. Это способствует развитию аналитических и критических способностей мышления. Помимо этого, данный метод способствует диалогу и обсуждению, что помогает учащимся совершенствовать навыки логического мышления, работать в команде и развивать способность к анализу и решению проблем.

Ещё одним методом, который способствует развитию критического мышления, является использование *проблемных задач*. Такие задачи

представляют собой сложные ситуации, которые требуют от учеников анализа и сопоставления различных вариантов, а также оценки возможных решений. Вероятно, у обучающихся будут возникать трудности при выполнении таких задач, но именно в условиях неопределенности они смогут развить свои навыки критического мышления.

*Стадия рефлексии.* На этой стадии обучающиеся оценивают результаты, делают выводы и обобщают полученные знания. В контексте математики, это может включать в себя анализ методов решения, обсуждение различных подходов и их эффективности, а также формулирование обобщенных правил и заключений.

С точки зрения Роберта Бустома, «рефлексивное мышление является процессом фокусирования внимания и требует тщательного обдумывания, оценки и выбора» [10]. По мере проведения рефлексии, новая информация становится доступной и трансформируется в личные знания по мере их накопления.

Результаты рефлексивного анализа, позволяют сделать выводы о глубине понимания изучаемого материала и разрабатывать планы дальнейшего обучения. Данный анализ имеет большую важность, особенно когда он представлен в письменном или устном виде. Исходя из мнения С.И. Заир-Бека, «вербализация хаоса мыслей, которые возникли в процессе размышления, способствует упорядочению этих мыслей, тем самым превращая их в новые знания» [24]. В некоторых случаях мнение учащегося может быть принято в качестве его собственного, а некоторые выводы могут быть объяснены. Важно отметить, что сложившиеся условия благоприятствуют развитию навыков критического мышления.

Большая часть психологов и педагогов считает, что письменная рефлексия является наиболее важной и значимой из всех видов деятельности [47]. Проводя рефлексии в письменном виде, учащиеся получают возможность более глубоко понять процесс усвоения информации, а также

структурировать свои мысли и представить их в письменной форме, что способствует более полному и углубленному усвоению материала.

Некоторые виды письменной рефлексии могут быть использованы на уроке математики:

- Решение математических задач с последующей самопроверкой;
- Рефлексивный дневник;
- Бортовой журнал;
- Стихотворные формы рефлексии, например синквейн, пятистишие.

Данные виды письменной рефлексии способствуют более углубленному изучению учебного материала, а также помогают учащимся отслеживать свой прогресс и лучше понимать математические концепции.

Идеи, которые были разработаны авторами педагогической технологии критического мышления, отмечают помимо того что письменная рефлексия имеет большое значение, но не менее важна устная рефлексия. Согласно их мнению: «в процессе диалогов на стадии рефлексии, преподаватель может помочь учащимся увидеть и услышать разные мнения по одной и той же проблеме» [49].

В процессе рефлексии рекомендуют применять следующие приемы [41]:

- Синквейн;
- Кластер;
- Незаконченные предложения;
- Шесть шляп мышления;
- Дискуссия;
- Нахождение и исправление ошибок.

Для повторения материала эффективно использовать метод, который называется «кластер». В основе кластера лежит графическая организация информации, которая представляет собой схему или же

таблицу, помогающие наглядно представить процесс мышления, который происходит в процессе изучения темы.

Применение методического приема «кластер» продемонстрировано на рисунке 6 при изучении темы «Рациональные числа», данный «кластер» является примером работы учащихся.

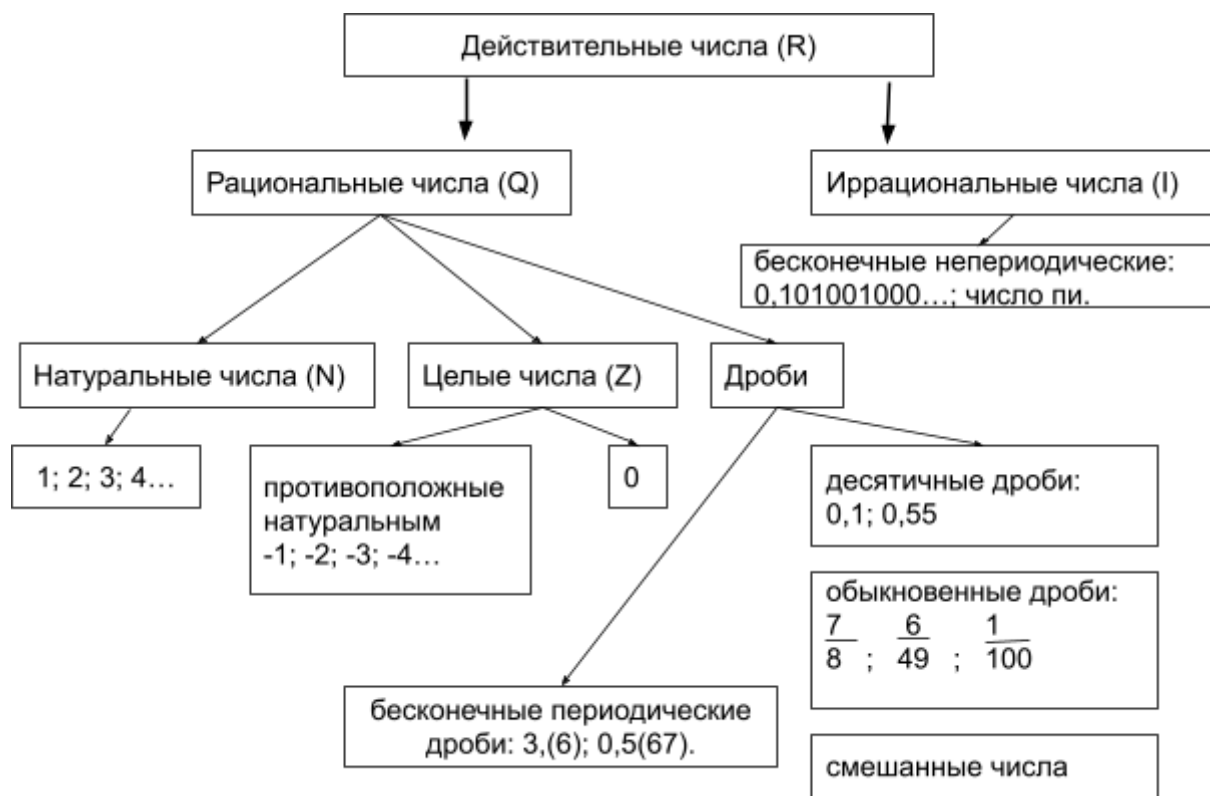


Рисунок 7. Пример использования приема «кластер»

Использование метода кластеров на этапе рефлексии не только повышает эффективность обучения математике, но и способствует развитию важнейших когнитивных и социальных навыков учащихся.

Таким образом, можно сделать вывод, что учебный предмет «математика» и комплекс специальных дидактических приемов и методов обладают потенциалом для развития критического мышления обучающихся.



## Глава 2. Методика формирования критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики

### 2.1. Методические рекомендации по формированию критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики

Дидактические приемы и методы развития критического мышления систематизированы и приведены по темам школьного курса математики в соответствии с учебно-тематическим планированием уроков математики 6 класса ( см. таблицу 4).

Таблица 4.

Учебно- тематическое планирование уроков математики 6 класса

№	Тема урока	Число учебных часов	Дидактические приемы и методы формирования КМ
Повторение (4ч)			
1	Повторение основных понятий математики из курса 5 класса	3	Кластер №1
2	Входная контрольная работа	1	
Вычисления и построения (15ч)			
3	Среднее арифметическое	2	
4	Проценты	2	Кейс №4
5	Округление чисел	2	Кейс №1
6	Представление числовой информации на круговых диаграммах	2	Кейс №2
7	Виды треугольников	3	

8	Понятие множества	2	
9	Повторение и систематизация учебного материала по теме	1	
10	Контрольная работа 2 по теме «Вычисления и построения»	1	
НОК и НОД(13ч)			
11	Разложение числа на простые множители	3	Прием «Дискуссия», пример №1; Проблемная задача №3; Прием «Мозговой штурм»; Проблемная задача №2
12	Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа	3	
13	Наименьшее общее кратное натуральных чисел	3	
14	Повторение и систематизация учебного материала по теме	3	
15	Контрольная работа 2 по теме «НОК и НОД чисел»	1	
Сложение и вычитание смешанных чисел (13ч)			
16	Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю	3	
17	Сравнение, сложение и вычитание обыкновенных дробей	4	
18	Действия сложения и вычитания смешанных чисел	3	
19	Повторение и систематизация	2	

	учебного материала по теме		
20	Контрольная работа 4 по теме «Сложение и вычитание смешанных чисел»	1	
Умножение смешанных чисел (13ч)			
21	Действие умножения смешанных чисел	3	
22	Нахождение дроби от числа	3	Кейс №5
23	Применение распределительного свойства умножения	3	
24	Повторение и систематизация учебного материала по теме	3	
25	Контрольная работа 5 по теме «Умножение смешанных чисел»	1	
Деление смешанных чисел (13ч)			
26	Действие деления смешанных чисел	3	
27	Нахождение числа по его дроби	3	Кейс №6
28	Дробные выражения	3	
29	Повторение и систематизация учебного материала по теме	3	Дидактическая игра №3
30	Контрольная работа 6 по теме «Деление смешанных чисел»	1	
Отношения и пропорции(21ч)			
31	Отношения	2	Задание №4 «Верно - неверно»

32	Пропорция	2	Дидактическая игра №1
33	Прямая и обратная пропорциональные зависимости	3	Задание №2 «Нахождение и исправление ошибок»
34	Масштаб	2	
35	Круговые диаграммы	2	Задание №3 «Верно - неверно»
36	Повторение и систематизация учебного материала по теме	2	Кейс №7
37	Контрольная работа 7 по теме «Отношения и пропорции»	1	
38	Симметрии	2	Кластер №2
39	Практическая работа «Симметрии»	1	
40	Длина окружности и площадь круга. Шар	3	
41	Практическая работа «Длина окружности и площадь круга»	1	
Противоположные числа и модуль (12ч)			
42	Положительные и отрицательные числа	2	Кейс №3
43	Противоположные числа	2	
44	Модуль числа	2	
45	Сравнение положительных и отрицательных чисел	3	
46	Повторение и систематизация учебного материала по теме	2	Задание №1 «Верно - неверно»

47	Контрольная работа 8 по теме «Противоположные числа и модуль»	1	
Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел (18ч)			
48	Измерение величин	2	
49	Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел с помощью координатной прямой	2	
50	Сложение отрицательных чисел	3	
51	Сложение чисел с разными знаками	3	
52	Действие вычитание	3	Прием «Найди ошибку», задание №1
53	Повторение и систематизация учебного материала по теме	2	Дидактическая игра №3; Задание №2 «Верно - неверно»
54	Контрольная работа 9 по теме «Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел»	1	
Умножение и деление рациональных чисел(14ч)			
55	Действия умножения и деления	1	
56	Действие умножения	2	Прием «Дискуссия», пример №2
57	Действие деления	2	
58	Рациональные числа	3	Прием «Кластер»
59	Свойства действий с	3	

	рациональными числами		
60	Повторение и систематизация учебного материала по теме	2	
61	Контрольная работа 10 по теме «Умножение и деление рациональных чисел»	1	
Решение уравнений (14ч)			
62	Раскрытие скобок	3	Задание №3, №4 «Нахождение и исправление ошибок»
63	Коэффициент	2	Прием «Инсерт»
64	Подобные слагаемые	3	
65	Решение уравнений	3	Дидактическая игра №2
66	Решение задач с помощью уравнений	3	Проблемная задача №1
67	Повторение и систематизация учебного материала по теме	2	
68	Контрольная работа 11 по теме «Решение уравнений»	1	
Координаты на плоскости (11ч)			
69	Перпендикулярные прямые	2	
70	Параллельные прямые	2	
71	Координатная плоскость	3	«Корзина идей»
72	Представление числовой информации на графиках	3	

73	Повторение и систематизация учебного материала по теме	3	
74	Контрольная работа 11 по теме «Координаты на плоскости»	1	
Повторение (10ч)			
75	Повторение основных понятий математики из курса 6 класса	8	Дидактическая игра №4
76	Итоговая контрольная работа 13	1	
77	Анализ контрольной работы	1	
	Всего:	170	

Дидактические приемы и методы формирования критического мышления у обучающихся 6 класса.

Прием: «Кейс»

*Кейс №1*

Тема: Округление чисел

*Методические рекомендации и комментарии к заданию:* цель данного задания заключается в развитии у учащихся критического мышления и умения анализировать рассуждения. Они должны уметь идентифицировать ошибки в рассуждениях, а также уметь применять математические методы в различных контекстах. Рекомендуется, чтобы учащиеся выполнили это задание индивидуально, поскольку это поможет им развить способность применять математику в реальной жизни. Описание конкретной ситуации в кейсе стимулирует учащихся продемонстрировать креативность и критическое мышление.

Ситуация: Саша с друзьями, Димой и Вовой, пошел в магазин, чтобы купить продукты: картошку, капусту и морковь. При этом вес оказался следующим: 1,8 кг; 0,75 кг; 0,495 кг. Саша попросил помощи у своих друзей Димы и Вовы, чтобы решить, какой именно объем пакета ему стоит выбрать:

трехкилограммовый или пятикилограммовый, для того чтобы продукты могли быть легко помещены в него. Дима сказал, что достаточно использовать пакет вместимостью 3 кг, тогда как Вова рекомендовал выбрать пакет на 5 кг. Дима обосновывал свое мнение так: если округлить массу свертков до целых чисел, то 0,475 кг приближается к 0 кг; 0,75 кг приближается к 1 кг и 1,8 кг приближается к 2 кг, и в сумме получится 3 кг, а значит, следует выбрать пакет на 3 кг. Вова же не согласился с Димой и оправдал свою точку зрения, отметив, что если округлить массу свертков до десятых, то 0,475 кг приближается к 0,5 кг; 0,75 кг приближается к 0,8 кг и 1,8 кг, а, следовательно, в сумме получится 3,1 кг, поэтому необходим пакет на 5 кг, чтобы избежать его разрыва. По мнению Саши, такие умозаключения были логичными и обоснованными. Ведь оба товарища правильно использовали правило округления десятичных дробей в своих рассуждениях.

Вопросы:

- 1) Помоги Коле разобраться, кто из ребят принял правильное решение в сложившейся ситуации.
- 2) Какой совет ты бы дал Коле по применению правила округления чисел в повседневной жизни?
- 3) При выборе способа округления в различных ситуациях, какие факторы следует учитывать?

*Кейс №2*

Тема: Представление числовой информации на круговых диаграммах

Вариант 1

Экономический анализ личных финансов:

Вы являетесь финансовым консультантом и вам поручено провести анализ бюджета семьи. Вам нужно понять структуру ежемесячных расходов семьи и подготовить круговую диаграмму, отражающую процентное соотношение различных категорий расходов.

Семья Ивановых – это образец трудолюбивой и ответственной семьи, которая ценит надежность и стабильность. Ее составляют Роман и Анна, оба



успешные профессионалы в области маркетинга и финансов. Вашему вниманию представлены их ежемесячные расходы, отражающие внимательное и рациональное обращение с семейным бюджетом:

– Жилье (ипотека) – 25,5 тыс. рублей: Роман и Анна ценят комфорт и стабильность, поэтому основная часть их расходов связана с ипотечными платежами за приобретенное жилье.

– Питание (продукты, рестораны) – 17 тыс. рублей: Семья Ивановых хорошо понимает важность здорового питания, поэтому тратят значительную сумму на покупку качественных продуктов и редкие посещения ресторанов.

– Транспорт (автомобиль) – 12,75 тыс. рублей: Роман и Анна предпочитают сохранять автомобиль в хорошем состоянии, что отражается в их расходах на транспортные нужды.

– Развлечения (кино, театр, кафе) – 8,5 тыс. рублей: Семья уделяет значительное внимание своему досугу, предпочитая культурные мероприятия и посещение кафе в кругу семьи.

– Здоровье (медицинские услуги, страховка) – 8,5 тыс. рублей: Роман и Анна всегда придерживаются здорового образа жизни и уделяют важное внимание своему здоровью, что отражается в их расходах на медицинские услуги и страховку.

– Образование (курсы, учебные материалы) – 4,25 тыс. рублей: Семья Ивановых ценит образование и личностное развитие, поэтому готова инвестировать в свое профессиональное и личное развитие.

– Сбережения и инвестиции – 4,25 тыс. рублей: Роман и Анна понимают важность финансовой устойчивости, поэтому активно откладывают средства на сбережения и инвестиции.

– Другие расходы (мобильная связь, интернет, одежда) – 4,25 тыс. рублей: Семья также внимательно управляет расходами на другие бытовые нужды, такие как мобильная связь, интернет и приобретение одежды.

Вопросы:

1. Какие категории расходов составляют наибольшую долю в общем бюджете и где возможно сократить расходы?
2. Какие финансовые планы и цели могут быть установлены для рационального использования средств и достижения цели накоплений в 50 тысяч рублей за следующие 6 месяцев?

### Вариант 2

Анализ структуры доходов и расходов населения г. Долгопрудный :

Вы являетесь финансовым аналитиком. Вам поручено провести анализ структуры доходов и расходов населения города Долгопрудный. Для этого вам нужно провести анализ данных о средних доходах и расходах жителей, а также подготовить круговые диаграммы, отражающие процентное соотношение различных категорий доходов и расходов.

Информация о средних доходах и расходах населения г. Долгопрудный представлена следующим образом:

- Средний доход семьи за месяц – 60 000 рублей: Медианная зарплата в районе, а также доход семей различного социального статуса.
- Расходы на жилье и коммунальные услуги – 18 000 рублей: Включает аренду/ипотеку, коммунальные платежи, ремонт, и другие связанные расходы.
- Расходы на питание – 15 000 рублей: Расходы на продукты питания, походы в рестораны, кафе и другие места общественного питания.
- Расходы на транспорт – 8 000 рублей: Расходы на топливо, общественный транспорт, ремонт автомобиля и другие транспортные нужды.
- Расходы на здоровье – 5 000 рублей: Медицинские услуги, лекарства, страховки и другие связанные расходы.
- Расходы на образование – 4 000 рублей: Курсы, учебные материалы, дополнительное образование.
- Расходы на развлечения и культуру – 6 000 рублей: Посещение мероприятий, культурные мероприятия, кино и другие развлечения.
- Расходы на сбережения и инвестиции – 4 000 рублей: Отложенные средства на сберегательные счета, инвестиции, страхование жизни.

– Прочие расходы – 5 000 рублей: Мобильная связь, интернет, одежда, различные бытовые нужды.

Вопросы:

1. Как распределены доходы и расходы в среднем по жителям города?
2. Есть ли возможности для оптимизации расходов и повышения уровня накоплений в среднем населения?
3. Какие тенденции наблюдаются в структуре доходов и расходов населения и как это может отразиться на местной экономике?

### Вариант 3

Анализ распределения времени школьников:

Ваша задача – провести анализ того, как школьники распределяют своё время в течение недели. Вам нужно подготовить круговую диаграмму, отражающую процентное соотношение различных занятий школьников в свободное время после учебы.

Информация о распределении времени школьников следующая:

- Учеба и уроки – 40%: Время, затрачиваемое на выполнение уроков, подготовку к урокам, делание домашних заданий.
- Спорт и физическая активность – 20%: Время, проводимое на занятиях по спорту, тренировках и активном отдыхе.
- Хобби и творчество – 15%: Занятия музыкой, рисованием, рукоделием, игра на музыкальных инструментах и другие творческие занятия.
- Общение с друзьями – 10%: Время, проводимое с друзьями, походы в кино, кафе, игры и другие социальные мероприятия.
- Игры и развлечения – 10%: Время, проведенное за компьютерными играми, просмотром фильмов, чтением книг, игрой на улице и другими развлечениями.
- Дополнительные учебные занятия – 5%: Время, затрачиваемое на учебу в дополнительных курсах, репетиторствах или самообразование.
- Волонтерская деятельность – 5%: Время, уделяемое волонтерской работе, участию в благотворительных проектах, помощи нуждающимся и другими

видами общественной работы.

Вопросы:

1. Как школьники распределяют своё свободное время в течение недели, и какие занятия составляют основную часть их времени?
2. Какие виды деятельности занимают наибольшую долю времени и какие виды деятельности требуют большего распределения времени?
3. Как можно оптимизировать время и балансировать между разными занятиями, чтобы обеспечить полноценное и разностороннее развитие школьников?

### *Кейс №3*

Тема: Положительные и отрицательные числа

*Методические рекомендации и комментарии.* Основная Цель данного кейса – показать степень читательской грамотности, способность анализировать информацию и понимать текст с помощью математических понятий. Задание подходит для индивидуального решения учащимися 6 класса, уделяя внимание критическому мышлению и аналитическим способностям. Длительность работы с кейсом составляет 10 минут.

Задание: Прочитайте и проанализируйте фрагмент из книги Валентина Раппа под названием «Путеводитель по Кунгуру и Ледяной пещере»:

«Площадь Кунгурской Ледяной пещеры достигает 106,5 гектаров, усыпанной множеством карстовых воронок, самые крупные из которых достигают впечатляющих 50-60 метров в диаметре и 10-12 метров в глубину.

В первом Бриллиантовом гроте пещеры зимой температура может опускаться до  $-15$ ,  $-20$  градусов, но в центральных участках пещеры всегда царит весна, и даже в зимнее время при 100% влажности температура составляет  $+5$  °С. В каменной нише Полярного грота находится массивная ледяная колонна, напоминающая застывший водопад. Это чудо природы впервые описал профессор М.Я. Киттара 165 лет назад. Большое подземное озеро, расположенное в гроте «Титанический», имеет площадь 1300 квадратных метров, ширину - 38 метров, а глубина достигает 3 метров,

температура воды в нем всегда остается стабильной и составляет +5°C. В гроте «Романтиков» посетители могут насладиться небольшим озером с так называемым сифоном – подводным проходом, который опускается ниже уровня озера на 4 – 5 метров».

Вопросы:

1. Сколько гротов описывается в упомянутом тексте?
2. Как вы определили значение слова «сифон» в данном контексте?
3. Какие различия между Полярным гротом и гротом «Титанический» вы заметили?
4. Как визуально представить глубины подземных озёр с использованием координатной прямой? Используя координатную прямую, покажите глубины подземных озёр.
5. Отметьте на координатной прямой значения температуры, о которых идет речь в тексте.
6. Можете ли переформулировать первое предложение второго абзаца текста так, чтобы избежать использования отрицательных чисел?

*Кейс №4*

Тема: Проценты

Задание №1: Ознакомиться с описанной ситуацией в кейсе и изучить связанные с ней документы, касающиеся взятия кредита.

Это произошло почти три года назад. Я взял в кредит ноутбук на сумму 30 тысяч рублей. Регулярно делал платежи по 2500 рублей каждый месяц в течение двух лет и трех месяцев, но затем потерял работу. У меня были отложены некоторые средства на чёрный день, однако, к сожалению, недолго до моего увольнения я потратил их на новый телефон. Как я смог выжить в такой ситуации – это отдельная тема. Родители не смогли оказать финансовую помощь. У меня не было друзей, готовых занять деньги на оплату квартиры и погашение кредита. Я нашел новую работу, но до получения первой зарплаты прошло около двух месяцев. В это время приходилось дополнительно зарабатывать, чтобы прокормиться. Когда

наконец получил свою зарплату, я рассчитывал, что двухмесячная задолженность по кредиту может быть погашена с небольшой задержкой, и это не повлечет за собой никаких серьезных последствий. Оказалось, что каждый день просрочки приводил к начислению штрафов, и долг неуклонно рос.

Фрагмент документа: «Сумма кредита составляет 30 000 рублей и предоставляется для оплаты ноутбука. Заемщик обязуется погасить кредит до 1 октября 2015 года. В случае невнесения средств в установленный срок, задолженность, включая проценты, будет зачислена на счет просроченных кредитов и списана со счета № номер счета в название банке.

За пользование кредитом заемщик обязан уплачивать проценты в размере 18 процентов годовых. Банк начисляет и взыскивает проценты инкассовым поручением с расчетного счета заемщика после 20 числа каждого месяца. Отсчет срока начисления процентов начинается с даты выдачи кредитных средств и завершается днем зачисления средств для погашения кредита на счет заемщика.

Если до 5 числа следующего месяца не поступят средства для погашения причитающихся заемщику процентов, они будут считаться несвоевременно оплаченными. В случае нарушения срока погашения кредита и процентов, банк взыскивает штраф в размере 5 процентов от неоплаченной суммы задолженности за каждый день просрочки».

Задание №2: Проанализировать представленную историю и документы, чтобы выяснить причины, по которым могла возникнуть данная ситуация.

Задание №3: Составить список всех непонятных терминов и определений, выяснить их значение и смысл.

Задание №4: Рассчитать общую задолженность по кредиту и предложить варианты решения данной ситуации. Проанализировать возможные последствия принятых решений и сформулировать рекомендации для людей, задумывающихся о взятии кредита.

Задание №5: Презентовать результаты проведенной работы перед остальными участниками и поделиться полученными выводами.

*Кейс №5*

Тема «Нахождение дроби от числа»

Контекст: Семья Петровых каждый выходной отдыхает в местном городском парке, где находится красивый павильон для отдыха. Площадь парка составляет 9 соток (1 сотка= 100м<sup>2</sup>). На территории парка также расположены декоративные цветники, футкорты с едой и небольшой пруд.

Задание 1. В таблице приведено разделение площади парка на части, занимаемые различными объектами. Запишите в третьем столбце площадь, которую занимает каждый из объектов.

Таблица 4.

Разделение площади парка на части, занимаемые различными объектами

Объект	Занимаемая часть	Площадь, м <sup>2</sup>
Павильон для отдыха	$\frac{1}{5}$	180
Футкорты	$\frac{1}{10}$	90
Пруд	$\frac{1}{9}$	100
Цветники	$\frac{5}{18}$	250
Пешеходные дорожки	$\frac{1}{9}$	100

Задание 2. Этой весной администрация города решила посадить в парке саженцы яблонь. Было решено, что под саженцы уйдет  $\frac{1}{4}$  часть оставшейся площади парка. Посчитайте, на какой площади планируется разместить саженцы. Выберите, какие из ответов в таблице верные, а какие - нет.

Таблица 5.

Ответы к заданию

Ответ	Верно/неверно
400 см <sup>2</sup>	
20 м <sup>2</sup>	
12 м <sup>2</sup>	
40 м <sup>2</sup>	

Решение:

Задание 1 Для начала необходимо перевести единицы измерения:

$$9 \text{ соток} = 900 \text{ м}^2$$

Таблица 6.

Ответы и решение к заданию 1

Объект	Занимаемая часть	Площадь, м <sup>2</sup>
Павильон для отдыха	$\frac{1}{5}$	$900 \cdot \frac{1}{5} = 180 \text{ м}^2$
Футкорты	$\frac{1}{10}$	$900 \cdot \frac{1}{10} = 90 \text{ м}^2$
Пруд	$\frac{1}{9}$	$900 \cdot \frac{1}{9} = 100 \text{ м}^2$
Цветники	$\frac{5}{18}$	$900 \cdot \frac{5}{18} = 250 \text{ м}^2$
Пешеходные дорожки	$\frac{2}{9}$	$900 \cdot \frac{2}{9} = 200 \text{ м}^2$

Задание 2.

- $900 - (180 + 90 + 100 + 250 + 200) = 80 (\text{м}^2)$  - площадь оставшейся части.
- $80 \cdot \frac{1}{4} = 20 (\text{м}^2)$  - площадь для саженцев.

Таблица 7.

Ответы и решения к заданию 2



Ответы	Верно/неверно
400 см <sup>2</sup>	Неверно
20 м <sup>2</sup>	Верно
12 м <sup>2</sup>	Неверно
40 м <sup>2</sup>	Неверно

*Кейс №6*

Тема: Нахождение части от целого

Формы организации деятельности обучающихся: индивидуальная или парная.

Контекст.

В семье Семёна щенок по имени Лорд появился, когда ему был месяц. Лорд быстро рос. За первый месяц, который он провёл в доме Семёна, вес щенка увеличился в два раза, в следующий месяц – в полтора раза по сравнению с предыдущим месяцем. К трем месяцам Лорд весил 12 кг.

Вопрос 1. Сколько весил щенок, когда ему был один месяц?

Вопрос 2. Какую часть пятикилограммового пакета корма расходовали в день, когда Лорду было три с половиной месяца, если разовый объем корма составлял приблизительно 400 граммов? В таблице 8 представлен режим питания для щенков крупных пород.

Таблица 8

Режим питания для щенков крупных пород

Возраст	Количество кормлений в день	Разовый объем пищи (примерный)
от 1 до 2 мес.	7	100 – 200 г
от 2 до 3 мес.	6	150 – 200 г
от 3 до 4 мес.	5	250 – 450 г

от 4 до 5 мес.	4	500 – 800 г
----------------	---	-------------

Выберите верные ответы и запишите их номера.

1.  $\frac{20}{25}$       2.  $\frac{20}{50}$       3.  $\frac{2}{5}$       4.  $\frac{21}{100}$

Вопрос 3. Почти каждую среду после прогулки с Лордом Семён с родителями ходил в магазин, чтобы купить для щенка корм на неделю. Сколько пятикилограммовых пакетов корма нужно было купить Семёну, когда Лорду исполнилось три с половиной месяца, если корм закончился? Для ответа на вопрос используйте таблицу 18.

Решение:

Вопрос 1.

1)  $12 : 1\frac{1}{2} = 8$  (кг) – вес щенка в возрасте двух месяцев.

2)  $8 : 2 = 4$  (кг) – вес щенка в возрасте одного месяца.

Ответ: 4 кг.

Вопрос 2.

1)  $400 \cdot 5 = 2000$  (г) или 2 кг – на один день.

2)  $\frac{2000}{5000} = \frac{2}{5}$  или  $\frac{20}{50}$

Ответ: 2; 3.

Вопрос 3.

$2 \text{ кг} \cdot 7 = 14$  (кг) – масса корма на неделю.

Ответ: 3 пакета.

*Кейс №7*

Тема: Наглядная геометрия. Золотое сечение.

Рекомендуемая форма организации деятельности обучающихся: работа в парах и индивидуальная.

Контекст

На уроке учитель математики попросил нас проделать опыт с листом бумаги: вырезать из бумаги прямоугольник со сторонами 10 см и 16 см, затем отрезать от него квадрат со стороной 10 см, измерить стороны (получили 6 см

и 10 см, т. е. одна больше другой тоже примерно в 1,6 раза). И от этого прямоугольника отрезать квадрат со стороной 6 см и измерить стороны (оказалось, что останется прямоугольник, одна сторона которого тоже примерно в 1,6 раза больше другой). Учитель объявил, что такое деление целого отрезка на неравные части, одна из которых в 1,6 раза больше другой, называется «золотым сечением». Число 1,6 приблизительно представляет величину «золотого сечения». Нам предложили дома измерить предметы и составить задачи на «золотое сечение». У Нины были самые интересные задачи.

Вопрос 1. Прodelайте опыт с листом бумаги, следуя инструкции от учителя математики. Действительно ли получается всякий раз число приблизительно 1,6? Найдите закономерность в алгоритме выполнения задания и добавьте к этому опыту ещё один шаг, чтобы утвердительный ответ был более убедительным?



Вопрос 2. Нина учится в музыкальной школе, играет на скрипке. Нина утверждает, что скрипка сделана по закону «золотого сечения». Она измерила длину скрипки, получив 58,5 см, и длину деки – 36 см.

Проверьте утверждение Нины.



Вопрос 3. У Нины дома есть ящерица. Хвост у ящерицы фиолетовый и равен 16 см, а тело красное и короче хвоста. Нине никак не удалось измерить ящерицу целиком. Если предположить, что и ящерица соответствует «золотому

сечению» (на неё так приятно смотреть), то какой размер у ящерицы?

Решение:

Вопрос 1. Можно начать работать с листом бумаги размерами 26 см и 16 см, отрезать от него квадрат со стороной в 16 см, получим прямоугольник с размерами, предлагаемыми учителем. Проверим, во сколько раз 26 см больше 16 см действием деления. Получим:  $26 : 16 \approx 1,6$ .

Ответ: да

Вопрос 2.

$$58,5 \text{ см} : 36 \text{ см} = 1,625 \approx 1,6$$

Ответ: верно.

Вопрос 3.

$$16 \text{ см} \cdot 1,6 = 25,6 \text{ см} \approx 26 \text{ см}.$$

Ответ: 26 см

*Прием: Дидактическая игра*

### *Дидактическая игра №1*

Тема: Пропорции

Методические рекомендации и комментарии: данная игра предназначена для повторения темы «Пропорции». На игру отводится 25 минут. Ученики в рабочих тетрадях выполняют проверку, а затем вместе с учителем обсуждают какие утверждения и пропорции оказались верными.

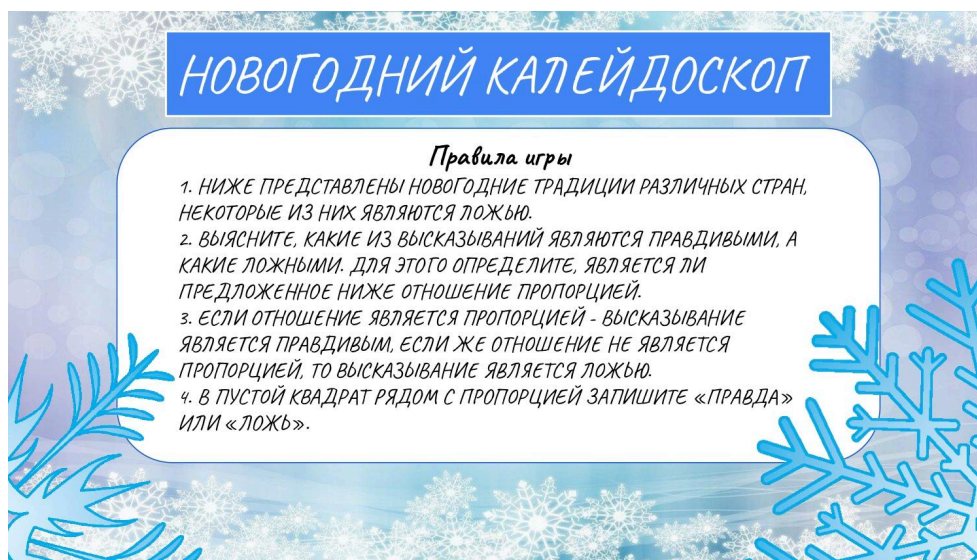


Рис. 8. Правила игры «Новогодний калейдоскоп»

В ИСПАНИИ ПОД БОЙ КУРАНТОВ НУЖНО УСПЕТЬ СЪЕСТЬ 12 ВИНОГРАДИН - ТОГДА ИСПОЛНЯТСЯ ЗАВЕТНЫЕ ЖЕЛАНИЯ.  
 $0,61:18 = 1:30$

В МИКРОНЕЗИИ КАЖДЫЙ ГОД ПЕРВОГО ЯНВАРЯ ЛЮДИ БЕРУТ СЕБЕ НОВОЕ ИМЯ.  
 $\frac{5}{7} : 0,7 = 50:49$

ВО ФРАНЦИИ ЕЛЬ ВЕШАЮТ ВВЕРХ ТОРМАШКАМИ ПОД ПОТОЛКОМ.  
 $10,2:0,66 = 85:0,55$

В ЯПОНИИ ПРИНЯТО УКРАШАТЬ ПРАЗДНИЧНОЕ ДЕРЕВО ЯИЧНЫМИ СКОРЛУПКАМИ, ЧТО СИМВОЛИЗИРУЕТ НАСТУПЛЕНИЕ НОВОГО ГОДА.  
 $\frac{0,48}{0,06} = \frac{24}{3}$

ЭКВАДОРЦЫ ДОЛЖНЫ ОБЕЖАТЬ ВОКРУГ ДОМА С ЧЕМОДАНОМ В РУКАХ, ПОКА ЧАСЫ НЕ ПРОБИЛИ 12 РАЗ  
 $3\frac{6}{7} : 12\frac{3}{8} = 24:77$

Рис. 9. Задания для игры «Новогодний калейдоскоп» часть 1

ОДНОЙ ИЗ НЕОБЫЧНЫХ ТРАДИЦИЙ ПРАЗДНОВАНИЯ НОВОГО ГОДА В БЕЛЬГИИ ЯВЛЯЕТСЯ ПОЗДРАВЛЕНИЕ КОРОВ. ФЕРМЕРЫ РАНО УТРОМ 1-ГО ЯНВАРЯ ИДУТ К СВОИМ КОРОВАМ И ПОЗДРАВЛЯЮТ ИХ С НОВЫМ ГОДОМ, ЖЕЛЯ ЖИВОТНЫМ СЧАСТЛИВОГО НОВОГО ГОДА.  
 $2\frac{2}{3} : 3\frac{3}{4} = \frac{32}{12} : \frac{30}{8}$

В ГЕРМАНИИ С ПЕРВЫМ УДАРОМ КУРАНТОВ СЛЕДУЕТ ВСТАТЬ НА СТУЛ ИЛИ СТОЛ, А С ПОСЛЕДНИМ УДАРОМ СПРЫГНУТЬ НА ПОЛ, ПРИ ЭТОМ РАДОСТНО ПРИВЕТСТВОВАТЬ НАСТУПЛЕНИЕ НОВОГО ГОДА.  
 $5:2\frac{2}{3} = 3:1\frac{3}{5}$

В ЧЕХИИ И СЛОВАКИИ РАЗРЕШАЕТСЯ ВЫБРОСИТЬ В ОКНО НОВОГОДНИЙ ПОДАРОК, ЕСЛИ ОН ПРИШЕЛСЯ НЕ ПО ДУШЕ ЕГО ВЛАДЕЛЬЦУ.  
 $\frac{20}{7} = \frac{14}{5}$

ШВЕДЫ В НОВОГОДНЮЮ НОЧЬ РАЗБИВАЮТ ТАРЕЛКИ ОБ ДВЕРИ СОСЕДЕЙ И ДРУЗЕЙ.  
 $0,1:0,01 = 0,2:0,02$

ТАЙЦЫ ВЫХОДЯТ НА УЛИЦЫ, ЧТОБЫ ПОЖЕЛАТЬ ДРУГ ДРУГУ СЧАСТЬЯ И ОБЛИТЬ ВОДОЙ С ГОЛОВЫ ДО НОГ. СЧИТАЕТСЯ, ЧТО ЧЕМ БОЛЬШЕ ТЫ ПРОМОКНЕШЬ, ТЕМ БОЛЬШЕ СЧАСТЬЯ ПРИДЕТ В НОВЫЙ ГОД.  
 $\frac{63}{56} = \frac{81}{72}$

Рис. 10. Задания для игры «Новогодний калейдоскоп» часть 2

## Дидактическая игра №2

Тема: Решение уравнений



Перед вами схема расположения планет солнечной системы. Решите уравнения. Корни всех данных уравнений являются натуральными числами от 1 до 9 и соответствуют порядковым номерам удаления планет от Солнца. Запишите названия планет в зависимости от их порядкового номера, как показано в примере.

**МАРС**  

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{2}$$

**ВЕНЕРА**  

$$\frac{7x+18,5}{5} = \frac{3x+7}{2}$$

**НЕПТУН**  

$$4,5x-1 = -5+5x$$

2(x-1)=x+2  
 2x-2=x+2  
 2x-x=2+2  
 x=4  
 Ответ: 4.

Ответ.

Ответ.

Рис. 11. Игра «Солнечная система» часть 1

**УРАН**  

$$15(2x-5)+2x=5(5x-15)+49$$

**САТУРН**  

$$\frac{3x-2}{0,2} = \frac{14-x}{0,1}$$

**ЮПИТЕР**  

$$\frac{5x+25}{0,25} = \frac{x-3}{0,01}$$

**ПЛУТОН**  

$$\frac{1}{3}x+6=x$$

**МЕРКУРИЙ**  

$$\frac{-3x-4}{4x+1} = \frac{7}{-5}$$

**ЗЕМЛЯ**  

$$2x+3=4x-3$$

Ответ.

Ответ.

Ответ.

Ответ.

Ответ.

Ответ.

Рис. 12. Игра «Солнечная система» часть 2

### Дидактическая игра №3

Тема: Сложение и вычитание рациональных чисел

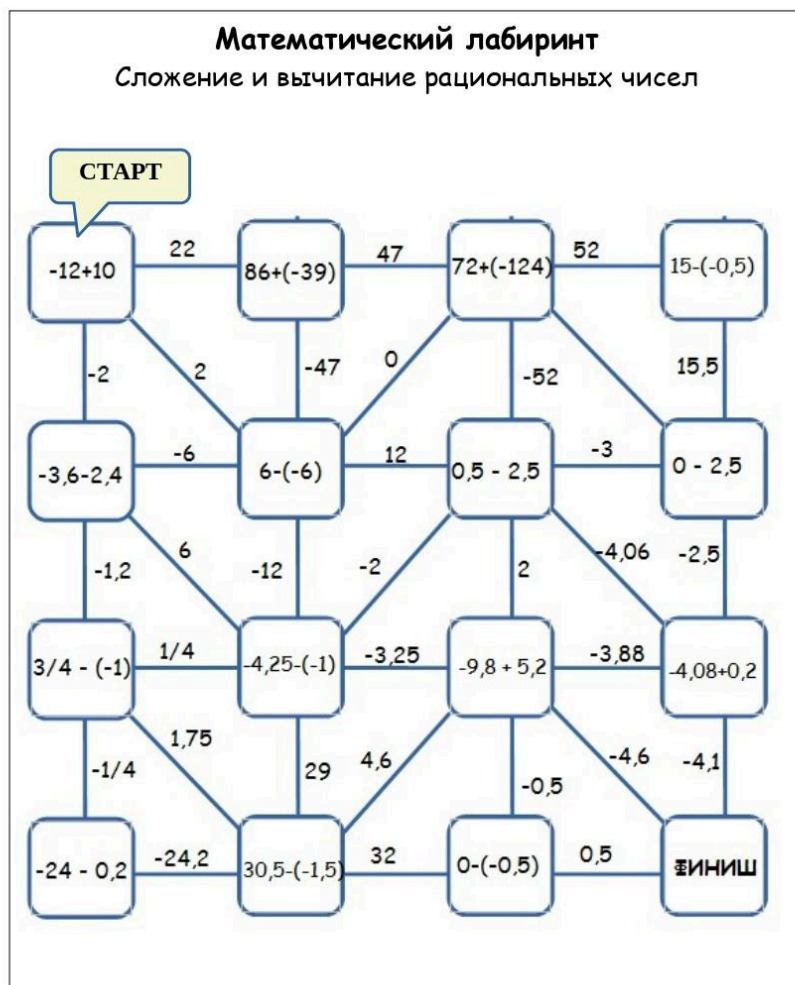


Рис. 13. Игра «Математический лабиринт»

### Дидактическая игра №4

Тема: Повторение основных понятий математики из курса 6 класса.

#### Дидактическая игра «Математическое домино».

В основе «Математического домино» лежит командная игра, в процессе которой участники должны решать задачи. Задачи напечатаны на карточках-домино. Первоначально все карточки находятся на столе жюри задачами вниз, то есть участники могут видеть только изображения костей домино, но не текст задач в приложениях 1 и 2 находятся разработанные задания и ответы для игры, а также готовые карточки с заданиями.

В начале занятия учитель-ведущий игры делит класс на команды по 3 – 4 человека, затем объясняет правила, которые регламентируют проведение

учебного мероприятия.

Показатель, который считается зачетным в «Математическом домино», это общее количество очков, которые были получены.

**Правила игры «Математическое домино»:**

В игре 28 карт. Каждая карта имеет стоимость согласно распределению баллов на карточках( 0:0 (10 баллов); 0:1 (1 балл); 0:2 (2 балла); 3:6 (9 баллов) и т. д.).

Капитан каждой команды выбирает две карты из банка. Стоимость выбранных карт не должна превышать 8 баллов. После того, как команда ответит на задачу, капитан выбирает следующую карту.

На каждое задание команда может дать ответ не более 2-х раз (исключение карточка 0:0). При этом баллы суммируются следующим образом:

- если верный ответ дан с первой попытки-баллы карточки складываются;
- если верный ответ дан со второй попытки - засчитывается наибольшее количество баллов карточки;
- если дан неверный ответ - выписывается штраф, равный меньшему количеству баллов карточки.

Рис. 14. Правила игры «Математическое домино»

Следует также объяснить ребятам, что команды являются соперниками, поэтому подсказывать друг другу запрещено. Обсуждения внутри команды должны проходить без выкриков. За нарушение правил поведения из общего количества баллов команды будет вычитаться балл.

При раздаче карточек: Убедитесь, что у каждой команды есть две карточки общей стоимостью не более 8 баллов. Преимущество двух карточек:

1. Каждый участник команды будет вовлечен в игру и сможет работать в собственном темпе.
2. Члены команды могут сотрудничать над одной задачей или разделиться и работать над разными задачами, проверяя друг друга.

Для наглядности баллы каждой команды записываются на доске. Благодаря этому команды могут отслеживать свой прогресс и следить за соперниками.

Также учитель заполняет лист оценки(прил. 3). Используя лист оценки, учитель может:

- Отслеживать успехи команд по решению конкретных задач;
- Выявлять разделы темы, требующие дополнительного внимания;
- Корректировать учебный процесс, уделяя больше времени проблемным областям.



Подведение итогов:

Учитель подсчитывает баллы и обсуждает вместе с обучающимися решенные задачи, что позволяет выявить возможные ошибки, затем выставляет оценки за работу на уроке, а также награждает команду победителя поощрительными карточками-бонусами (+1 балл к оценке; право на подсказку от учителя на контрольной или самостоятельной работе).

Карточки для игры «Математическое домино», а также задания и ответы приведены в приложениях 3 и 4.

### Дидактическая игра №5

Тема: Действия с обыкновенными дробями.

Методические рекомендации: класс делится на группы по 3 – 4 человека. Каждой группе выдается задание, состоящее из 6 задач. Цель каждой группы - успеть решить верно как можно больше задач. На выполнение задания у команд 20 минут. После чего команды обмениваются ответами и происходит взаимопроверка.

**ПОДВИГИ ГЕРАКЛА**

Помогите Гераклу совершить подвиги, решив задачи.

**НЕМЕЙСКИЙ ЛЕВ**  
Лев ел всех крош в окрестностях города Немки.  
В первый день он съел  $\frac{3}{11}$  всего скота.  
Во второй день -  $\frac{7}{20}$  остатка, в третий день -  $\frac{5}{11}$  остатка.  
В четвертый день 320 крош.  
Сколько всего крош съел лев?

**ЛЕРНЕЙСКАЯ ГИДРА**  
Гидра была чудовищем с телом змеи и девятью головами дракона.  
Масса всех голов 107 кг. Масса трех голов -  $35\frac{2}{3}$  кг.  
Первая голова больше второй на  $5\frac{1}{3}$  кг и больше третьей на  $3\frac{5}{6}$  кг.  
Найдите массу каждой головы, если гидра имела по три одинаковые головы.

**СТИМФАЛИЙСКИЕ ПТИЦЫ**  
Две стимфалийские птицы в день могли сбросить на город Стимфалу 10 перьев.  
Сколько перьев в день сбрасывала каждая из двух птиц, если  $\frac{1}{3}$  от количества сбрасываемых перьев второй птицы равно  $\frac{1}{5}$  от количества сбрасываемых перьев первой птицы?

**КРИНЕЙСКАЯ ЛАМЬ**  
Долго Геракл преследовал Ламю.  
Но вот однажды выскочила она из горного ущелья ...  
Через  $4\frac{1}{2}$  ч за ней отправился Геракл, со скоростью в  $2\frac{1}{2}$  раза больше.  
Через какое время Геракл догнал Ламю?

**ЭРИМАНФСКИЙ ВСПРЬ**  
Загнал Геракл Кабана на вершину снежной горы. Если к  $\frac{1}{2}$  высоты горы прибавить  $10\frac{1}{2}$  км, то получится  $13\frac{1}{2}$  км.  
Найдите высоту горы.

**АВГИЕВЫ КОНЮШНИ**  
У Авгия - царя Элиды были несметные стада.  
В первом стаде было  $\frac{2}{5}$  быков всего количества, во втором -  $\frac{3}{4}$  раза больше, чем в первом.  
Сколько быков было в третьем стаде, если в трех стадах было 500 быков?

Рис. 15. Игра «Подвиги Геракла»

### Прием “Мозговой штурм”

Тема: Простые и составные числа

Методические рекомендации: В начале учитель старается заинтересовать и вдохновить своих учеников, объяснить им суть урока и сам метод «Мозгового штурма», а также предлагает выполнить задание. Класс делится на малые группы по 3 – 4 человека. Каждая группа занимает место за одним столом.

Назовите все делители чисел: 10; 17; 1; 12; 5; 28; 13; 24. Сколько делителей имеет каждое число. Исходя из своих данных заполните таблицу:

Таблица 9.

Задание для «Мозгового штурма»

Число	Делители числа	Количество делителей числа
10	1, 2, 5, 10	4
17	1, 17	2
1	1	1
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	6
5	1, 5	2
28	1, 2, 4, 7, 14, 28	6
13	1, 13	2
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8

Разделите данные числа на 3 группы по количеству делителей.

Объясните своё решение.

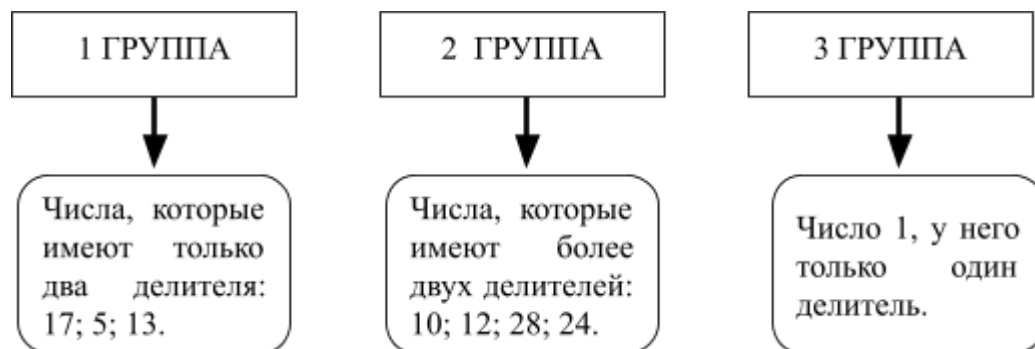


Рис. 16. Пример разделения чисел по группам

Такие числа как 10; 12; 28; 24 называют составными числами, а 17; 13 и 5 простыми.

Попробуйте самостоятельно в группах сформулировать определения простых и составных чисел и привести примеры простых и составных чисел (приведите примеры и оформите свой ответ в виде ромашки).

Определение 1. Натуральное число называют составным, если оно имеет более двух делителей.

Определение 2. Натуральное число называется простым, если оно имеет только два делителя: единицу и само это число.

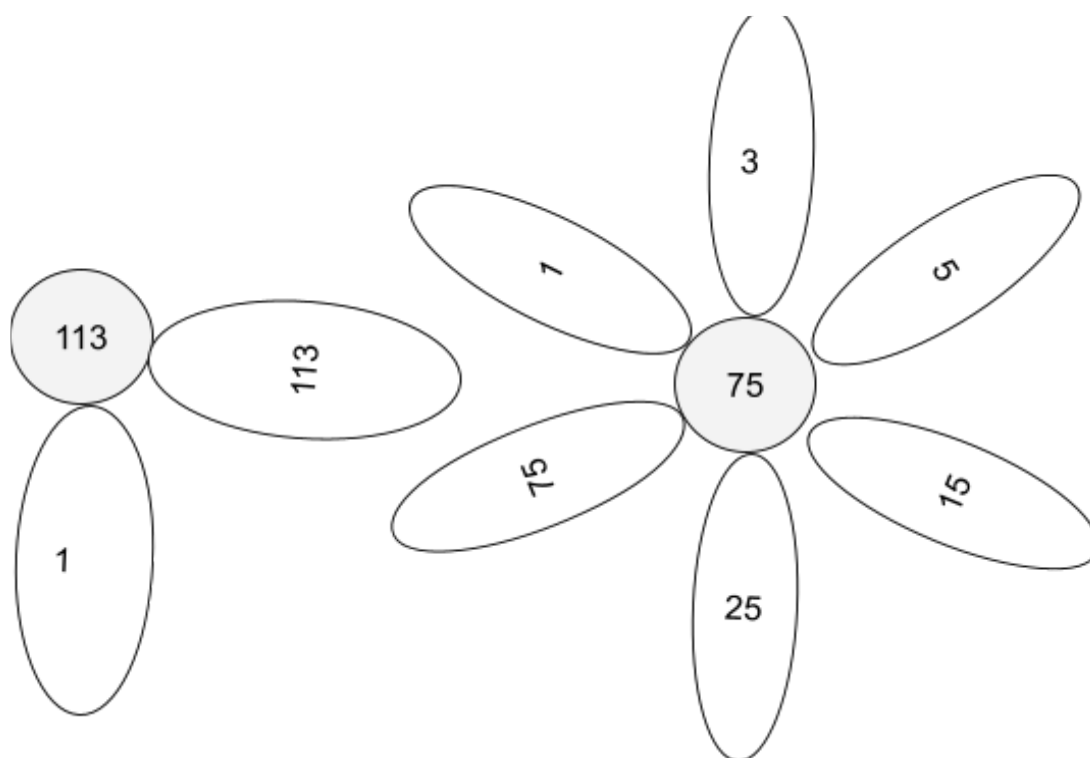


Рис. 17. Пример выполнения задания

По каждому понятию группы должны представить свое определение с примерами, а также примеры и представить свой ответ для обсуждения другим группам. В процессе обучения учитель должен предупреждать участников о том, что их ответы могут быть подвергнуты критике или вовсе отвергнуты.

Следом начинается выступление групп. На доске появляется представление одного из членов малой группы, в котором он приводит свои определения и примеры.

С учетом этого, можно сделать вывод о том, что метод «Мозгового штурма» является эффективным способом для организации коллективной творческой деятельности.

*Прием «Нахождение и исправление ошибок»*

*Задание №1 «Нахождение и исправление ошибок»*

Тема: Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел

На уроке математики у Вовы возникла ситуация, когда он не успел выучить правила сложения и вычитания положительных и отрицательных чисел. Когда его вызвали к доске для решения примеров, у него получились следующие ответы:

1)  $- 5 + 3 = 2$

2)  $(- 2) + (- 7) = 9$

3)  $6 - 10 = 4$

4)  $- 2 - 7 = - 5$

Прокомментируйте решенные примеры, согласны ли вы с ответами? Какие ошибки допустил Вова? Знание каких правил помогло бы Вове успешно справиться с примерами?

*Методические рекомендации и комментарии.*

1)  $- 5 + 3 = 2$ : Ответ неверен, правильный ответ:  $- 5 + 3 = - 2$

2)  $(- 2) + (- 7) = 9$ : Ответ неверен, правильный ответ:  
 $(- 2) + (- 7) = - 9$

3)  $6 - 10 = 4$ : Ответ неверен, правильный ответ:  $6 - 10 = - 4$

4)  $- 2 - 7 = - 5$ : Ответ неверен, правильный ответ:  $- 2 - 7 = - 9$

Таким образом, Вова допустил ошибки в решении все примеров. Для правильного выполнения задания ему необходимо было выучить правила сложения и вычитания положительных и отрицательных чисел.

В дальнейшем обучающиеся проговаривают правила сложения и вычитания положительных и отрицательных чисел, чтобы не совершать ошибок в будущем.

*Задание №2 «Нахождение и исправление ошибок»*

Тема: Отношения и пропорции. Повторение и систематизация учебного материала по теме.

На уроке математики Катя и Вика решали задачу на обратную пропорциональность. Они договорились сначала попытаться решить задачу самостоятельно, а затем сверить свои ответы. Однако, когда они сравнили свои ответы, то обнаружили, что у них они оказались разными.

Помоги девочкам понять чье решение верное, а также укажите неверное решение и объясните на каком этапе допущена ошибка.

Таблица 10.

Решение Кати

	Трубы	Минуты
1 ситуация	3	24
2 ситуация	9	x

- 1) Составим пропорцию:  $\frac{3}{9} = \frac{24}{x}$
- 2) Найдем x:  $x = \frac{24 \cdot 9}{3} = 72$  (мин.)
- 3) Ответ: 72 мин.

Таблица 11.

Решение Вики

	Трубы	Минуты
1 ситуация	3	24
2 ситуация	9	x

- 1) Составим пропорцию:  $\frac{3}{9} = \frac{x}{24}$
- 2) Найдем x:  $x = \frac{24 \cdot 3}{9} = 8$  (мин.)
- 3) Ответ: 8 мин.

*Методические рекомендации и комментарии.* Исходя из представленных решений, решение Кати оказалось неверным. Была допущена ошибка при составлении пропорции, т.к. пропорциональность в

задаче была обратной, девочке необходимо было это учесть и перевернуть вторую дробь.

*Задание №3 «Нахождение и исправление ошибок»*

Тема: Раскрытие скобок

На уроке математике Коля выполнял задание на раскрытие скобок. Проверьте, правильно ли выполнено задание. Если скобки раскрыты неправильно, запишите верное выражение.

1)  $5 - (x - 2) = 5 + x - 2$

2)  $-a + (m - n) = -a + m - n$

3)  $c - (-2 + x) = c - 2 - x$

4)  $c + (-5 - b) = c + 5 - b$

5)  $a - (b - 5 - c) = a - b + 5 + c$

6)  $-(a - b + c) = -a + b - c$

7)  $(m - n) - (-5 - k) = m - n - 5 - k$

8)  $-(a + b) + (-c + d) = -a - b - c + d$

*Методические рекомендации и комментарии к решению:*

1) Неверно, правильный ответ:  $5 - (x - 2) = 5 - x + 2$ ;

2) Верно;

3) Неверно, правильный ответ:  $c - (-2 + x) = c + 2 - x$ ;

4) Неверно, правильный ответ:  $c + (-5 - b) = c - 5 - b$ ;

5) Верно;

6) Верно;

7)  $(m - n) - (-5 - k) = m - n + 5 + k$ ;

8) Верно.

*Задание №4 «Нахождение и исправление ошибок»*

Тема: раскрытие скобок

Учитель записал примеры на доске. На перемене в кабинет математики зашли пятиклассники и стерли знаки. Помогите учителю восстановить запись и впишите в квадрат знак, который стоял перед скобкой.

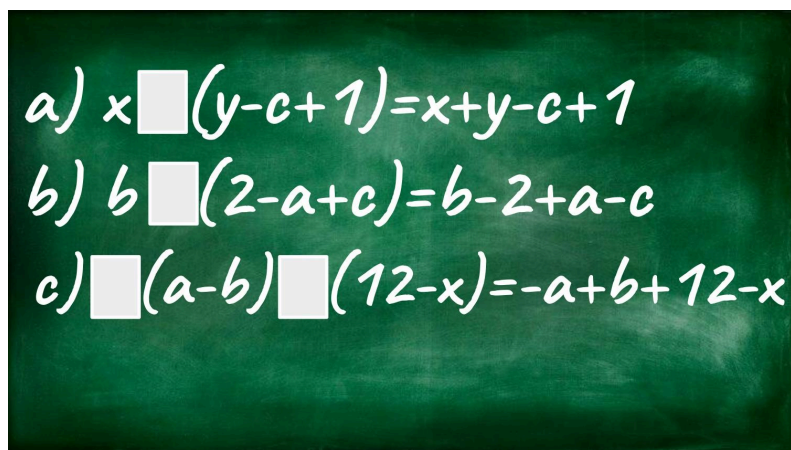


Рис. 18. Задание «Нахождение и исправление ошибок»

Прием «Верно-неверно»

Задание №1 «Верно-неверно»

Тема: Повторение и систематизация учебного материала по теме «Противоположные числа и модуль».

Верно ли данное высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

1. Точка с координатой «минус восемь» на горизонтальной координатной прямой находится правее начала координат. (нет)
2. Точка с координатой «минус восемь» на вертикальной прямой находится ниже начала координат. (да.)
3. Если температура изменилась на четыре градуса, значит она понизилась на четыре градуса. (нет)
4. На координатной прямой между числами минус два и три расположены целые числа: минус один, один и два. (нет)
5. Для любого числа можно указать противоположное ему число. (да)
6. Положительные, отрицательные числа и нуль называют отрицательными числами. (нет)
7. Уравнение  $|x| = 0$  имеет два корня. (нет)
8. На координатной прямой число минус пятнадцать расположено левее числа минус пять. (да)
9. Если число «бэ» отрицательное, то число минус «бэ» положительное. (да)

10. Модуль числа «бэ» равен расстоянию (в единичных отрезках) от начала отсчета до точки с координатой «бэ». (да)
11. Любое отрицательное число меньше нуля. (да)
12. Равенство  $|-m| = m$  верно при любых значениях «эм». (да)
13. Модуль любого числа - число положительное. (нет)
14. Точка М ( - 3) при перемещении на минус 4 перейдет в точку с координатой минус - 7. (да)

*Методические рекомендации и комментарии.* Это задание рекомендуется использовать при повторении тем «Противоположные числа и модуль». Можно провести письменный диктант, а можно выполнить проверку всем классом: если ответ верный, ученики поднимают большой палец вверх, если неверный – вниз.

*Задание №2 «Верно-неверно»*

Тема: Повторение и систематизация учебного материала по теме «Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел».

Верно ли данное высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

1. Если к любому числу прибавить отрицательное число, то оно увеличится. (нет)
2. Сумма двух отрицательных чисел имеет знак «плюс». (нет)
3. Модуль суммы минус девяти и минус одного равен десяти. (да)
4. Если сложить два отрицательных слагаемых, то полученная сумма будет меньше любого из слагаемых. (да)
5. Сумма двух положительных чисел имеет знак «плюс». (да)
6. Сумма двух чисел с разными знаками имеет знак «плюс», если больший модуль у отрицательного числа. (нет)
7. Разность двух чисел может быть больше суммы этих же чисел. (да)

Методические рекомендации и комментарии: после выполнения данного задания необходимо, попросить обучающихся объяснить, почему они приняли тот или иной вариант ответа. Поддерживайте обсуждение, чтобы



обучающиеся смогли лучше понять принципы сложения и вычитания положительных и отрицательных чисел.

*Задание №3 «Верно-неверно»*

Тема: Круговые диаграммы

Задание: В семье Ивановых два сына. Степан является самым старшим ребенком, зачастую он помогает младшему брату Семену выполнять домашние задания. Один раз на уроке математики Семену было поручено выполнить задание по составлению круговой диаграммы и составить к ней утверждения. Семен решил, что хочет составить диаграмму на тему «Машины нашего двора».

После обеда мальчики пошли во двор и собрали информацию о машинах разных марок. Придя домой, они составили круговую диаграмму.

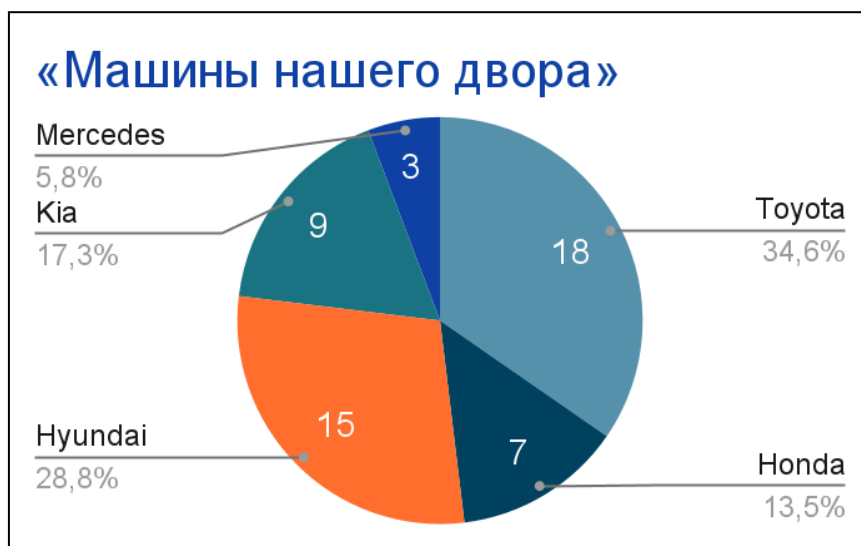


Рис. 19. Диаграмма «Машины нашего двора»

По результатам диаграммы Семен составил утверждения. По словам Степана, некоторые из этих утверждений были ошибочными.

Определите какие из утверждений верные.

Таблица 12.

Утверждения к заданию №3 «Верно-неверно»

Утверждение	Верно ли?
1. Во дворе машин марки «Hyundai» в два раза больше, чем	

«Mercedes».	
2. Машин марки «Kia» больше, чем «Honda» и «Mercedes» вместе.	
3. Во дворе всего 65 машин разных марок.	
4. Машин «Honda» и «Kia» на 2% больше, чем «Hyundai»	
5. Процентное отношение машин марки «Toyota» ко всему количеству машин равно 0,346.	

*Задание №4 «Верно-неверно»*

Тема: Пропорции

Задание: В компании «Longboard Market» разрабатываются и производятся скейтборды для детей разного возраста.



На данный момент производится 500 скейтбордов для детей от 7 до 9 лет и 1300 скейтбордов для детей от 10 до 12 лет.

Большая часть производимого товара была реализована через магазины, расположенные в разных районах города. Эти данные можно найти в таблице.

Таблица 13.

Таблица данных к заданию №4 «Верно-неверно»

Товар	Магазин		
	«Детский мир»	«Спортмастер»	«Все для спорта»
Скейтборды для детей от 7 до 9 лет	300	50	150
Скейтборды для детей от 10 до 12 лет	645	400	255

Вопрос №1 Какая часть всех скейтбордов была реализована в магазине «Спортмастер», для детей 10-12 лет? Выберите верный ответ.

1.  $\frac{2}{9}$ ;
2. 400;
3.  $\frac{1}{4}$ ;
4. 1800.

Вопрос №2 Какая часть всех скейтбордов для детей 7-9 лет скейтбордов была реализована в магазине «Все для спорта» ?

1. 150;
2. 500;
3.  $\frac{1}{12}$ ;
4.  $\frac{3}{10}$

Вопрос №3 Какая часть всех скейтбордов была реализована в магазине «Детский мир», для детей 7-10 лет?

1. 945;
2.  $\frac{21}{40}$ ;
3.  $\frac{23}{90}$ ;
4.  $\frac{1}{3}$ .

### *Прием «Проблемная задача»*

#### *Проблемная задача №1*

Тема: Решение задач с помощью уравнений

Варя и Маша пошли в магазин, чтобы купить конфеты. Варя взвесила свои конфеты и увидела, что они весят 300 г, затем свои конфеты взвесила Маша и она весила 200 г. После этого они поставили свои покупки на весы вместе, и весы показали 600 г.

– Неправильно что-то получается, – воскликнула Маша. – Триста плюс двести не равняется шестисот!

– Ты что, не заметила? – ответила Варя. – У весов сбился калибр.

Так сколько же на самом деле весят покупки девочек?

*Методические рекомендации и комментарии.* Данная задача повышенного уровня сложности. В этой задаче три неизвестных: настоящий вес Вариных конфет  $x$ , настоящий вес Машинных конфет  $y$  и постоянная ошибка весов  $z$ .

Для решения данной задачи необходимо составить уравнения:

- 1)  $x+z=300$  (результат взвешивания Вариных конфет).
- 2)  $y+z=200$  (результат взвешивания Машинных конфет).
- 3)  $x+y+z=600$  (результат взвешивания двух портфелей вместе).

Если сложить первые два уравнение, то получим следующее:  
 $x+y+2z=500$ .

Если учесть, что  $x+y+z=600$ , мы получим  $z=-100$ .

Получаем из первого уравнения  $x=300 - (-100)=400$  (г) на самом деле весили Варины конфеты.

Из второго уравнения  $y=200-(-100)=300$  (г) на самом деле весили Машинны конфеты.

Ответ: 400 г, 300 г.

### *Проблемная задача №2*

Тема: Простые и составные числа

Вы являетесь архитектором, который планирует строительство различных зданий с привлекательным дизайном. Ваша задача – построить все возможные прямоугольники с площадью равной от 1 до 10 квадратных метров, чтобы удовлетворить разнообразные требования заказчиков. Проанализируйте результаты, проведите классификацию чисел от 1 до 10, укажите критерий по которому проводили классификацию.

### *Проблемная задача №3*

Тема: Признаки делимости

Николай работает в автосервисе. Он решил заказать у поставщика 3 комплекта новых шин по цене 3 доллара за комплект, 6 масляных фильтров по 6 долларов за штуку, 9 банок моторного масла, цена которых ему не была

известна. Поставщик запросил за заказ 10 долларов и 70 центов, на что Николай возмутился.

Как мастер догадался, что его пытались обмануть?

*Прием «Кластер»*

*Кластер №1*

Тема: Треугольники

Задание: Составьте кластер к слову «Треугольник»

*Методические рекомендации:* начала ребята самостоятельно составляют кластер, основываясь на своих знаниях, затем вместе с учителем обсуждают и дополняют работу.

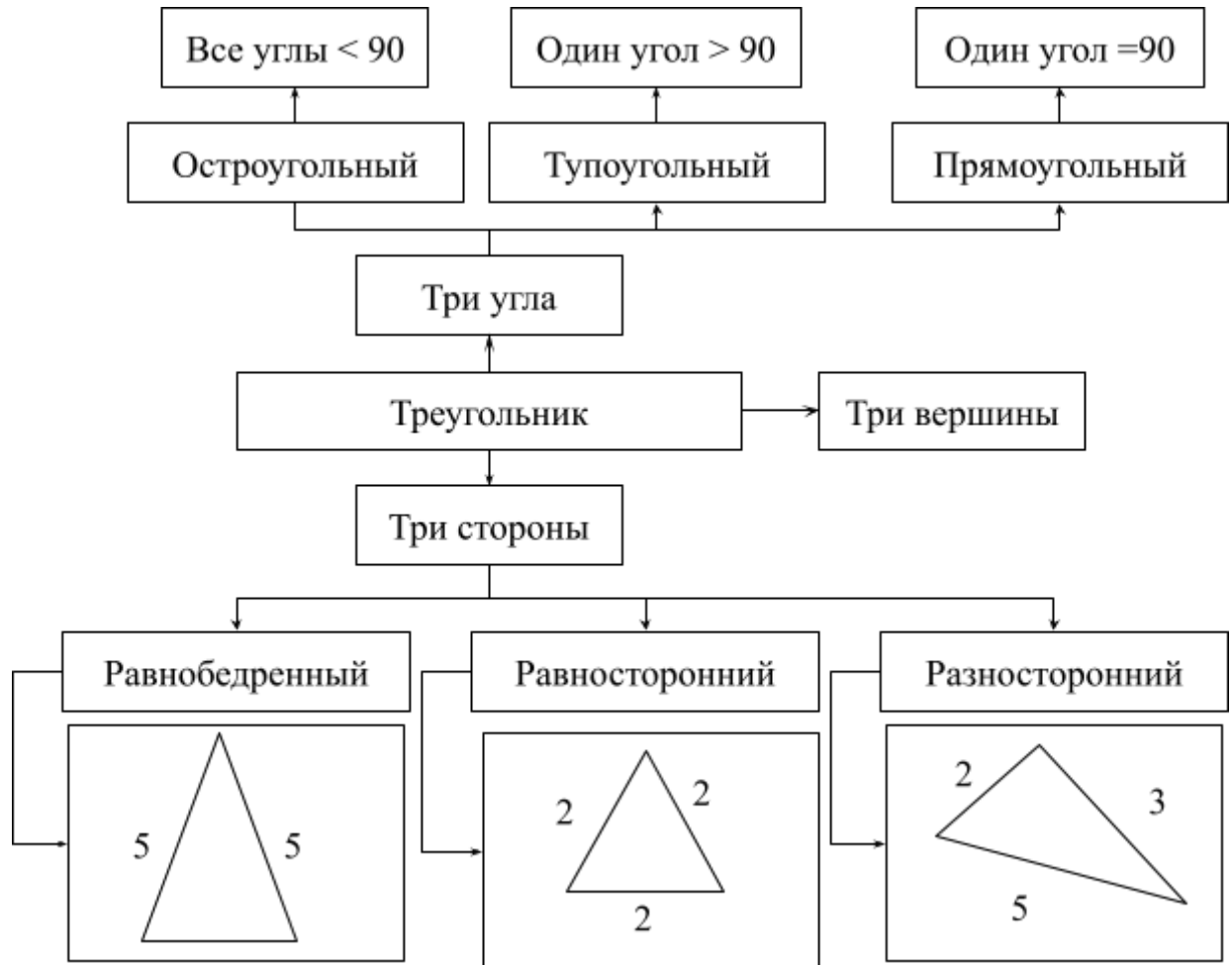


Рис. 20. Кластер к слову «Треугольник»

*Кластер №2*

Тема: Треугольники

Задание: Составьте кластер к слову «Симметрия»

Пример выполнения:

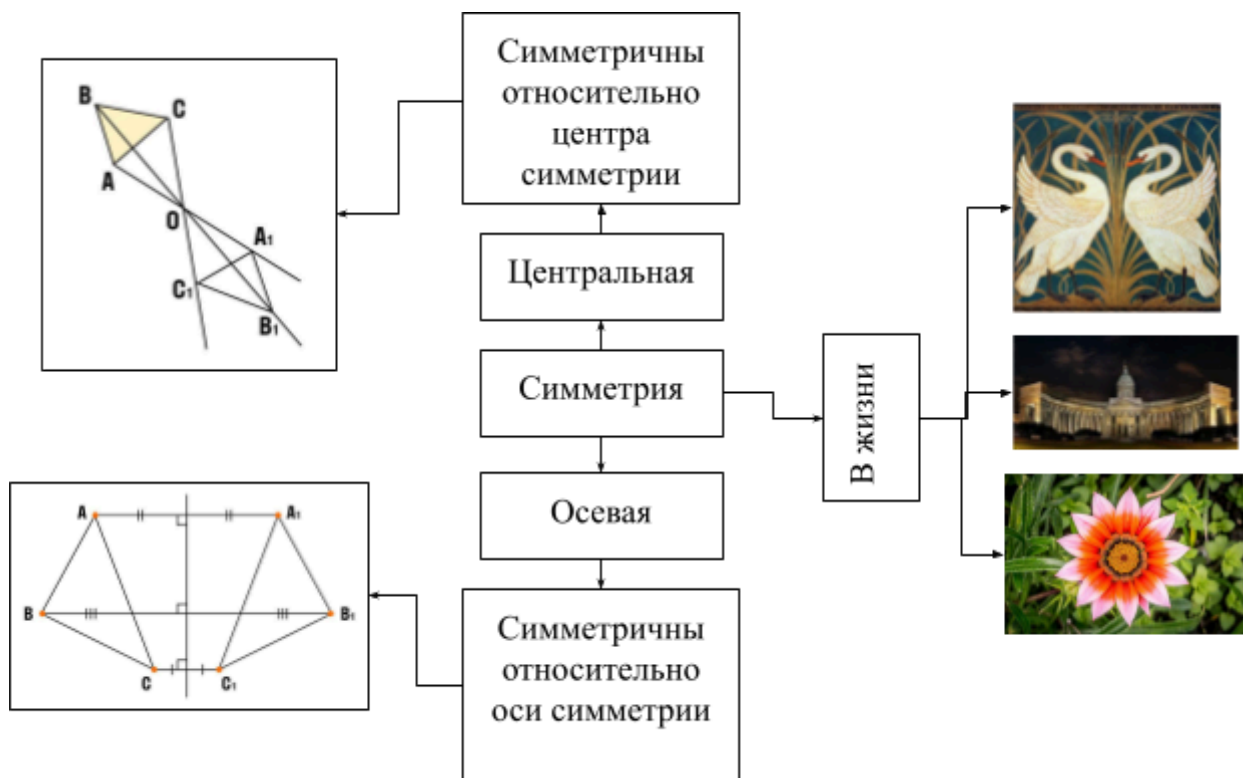


Рис. 21. Кластер к слову «Симметрия»

*Прием «Дискуссия»*

*Пример №1*

Тема: Признаки делимости на 2, на 5, на 10

Задание: Перепишите числа в тетрадь 7165; 2290; 1078; 6575; 5934; 1230; 9995; 5638; 3456 и подчеркните карандашом(зеленым; синим; желтым).

- делятся на 2 – зелёным;
- делятся на 5 – синим;
- делятся на 10 – желтым.

Вопросы для дискуссии:

- 1) Каким образом вы определили какие числа подчеркнуть зеленым цветом? Синим? Желтым?
- 2) В каких случаях числа делятся на два, на пять, на десять?

*Пример №2*

Тема: Умножение и деление рациональных чисел

Задание: А) Опишите план выполнения следующего задания:

Найдите значение выражения:

- 1)  $23 - c^4$ , если  $c=-3$ ;
- 2)  $x^2 - x^3$ , если  $x=-0,2$ .

Б) Опишите шаги необходимые для решения уравнения:  $-\frac{7}{12} \cdot x = 0$ .

В) Что необходимо учитывать при решении уравнения:  $17,9 \cdot |x| = 0$ .

## 2.2. Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты

В период с 2022 по 2024 годы на базе МАОУ «Гимназия №13 «Академ» города Красноярска проводилась опытно-экспериментальная часть исследования, которая была направлена на изучение методов и приемов обучения математике в естественных условиях. В эксперименте приняли участие 51 человек. В ходе эксперимента были проведены три этапа: констатирующий (2022 г.), поисково-формирующий (2022 – 2023 гг.), контрольно-обобщающий (2023 – 2024 гг.).

Эксперимент был проведен с целью выявления эффективности методических рекомендаций, направленных на развитие критического мышления у обучающихся 6 классов в процессе обучения математике.

На констатирующем этапе эксперимента был проведен анализ текущего уровня критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики, используя современные методики и диагностические инструменты [61]. Прежде всего, на начальном этапе исследования, был проведен сравнительный анализ однородности контрольной и экспериментальной групп относительно того, насколько сформированы компоненты критического мышления.

Объективность результатов эксперимента обусловлена выбором экспериментальных и контрольных групп (таблица 14).

Таблица 14.

Структура экспериментальных и контрольных групп

Класс	Экспериментальная группа	Контрольная группа
-------	--------------------------	--------------------

6	6 «Д» – 26 человек	6 «А» – 25 человек
---	--------------------	--------------------

Критерии сформированности некоторых компонентов критического мышления у обучающихся 6 классов были определены благодаря анализу психолого-педагогической литературы. Нами были разработаны четыре основных уровня их сформированности, которые представлены ниже.

1. Недостаточный уровень: Учащиеся этого уровня имеют проблемы с пониманием логической взаимосвязи при решении задач, они не могут провести анализ информации и обосновать свои выводы.
2. Низкий уровень: На данном этапе обучения ученики имеют ограниченное представление о том, как нужно проводить анализ информации, а также не имеют навыков создания логических цепочек и критической оценки.
3. Средний уровень: Учащиеся этого уровня проявляют способность к построению логических цепочек при решении задач, а также обладают способностью к критическому анализу информации и поиску альтернативных решений.
4. Высокий уровень: На данном уровне ученики проявляют исключительную скорость, точность проведения анализа и критической оценки, а также обладают способностью генерировать новые идеи и решения.

Для измерения уровня развития критического мышления у обучающихся использовалась входная комплексная работа по математике. Входная комплексная работа рассчитана на 40 минут и содержит 6 заданий, каждое из которых направлено на выявление сформированности определённого уровня критического мышления (Приложение 1). Первые три задачи были взяты из сборника Д. Халперн «Психология критического мышления», следующие две - из сборника В.А. Смирнов, И.М. Смирнова «Геометрические задачи на развитие критического мышления».



Результаты входной комплексной работы показали, что в начале эксперимента обе группы находились примерно в одинаковой начальной стадии обучения, средние баллы представлены на диаграмме.

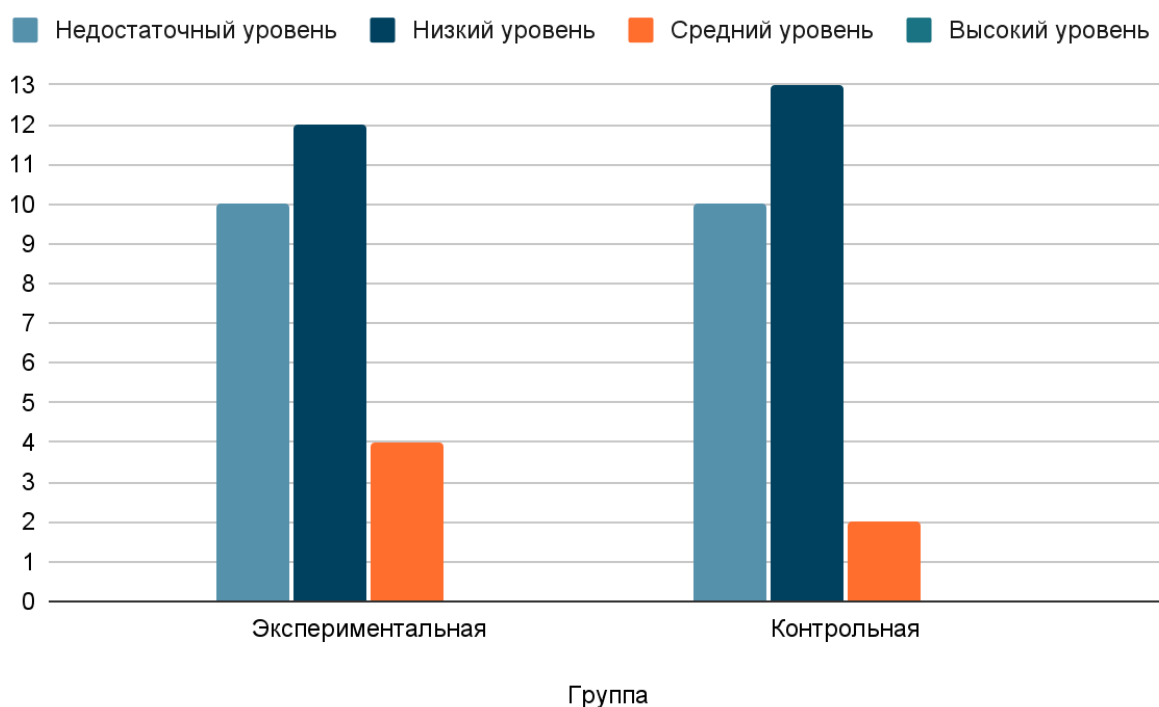


Рис. 22. Диаграмма уровня сформированности критического мышления обучающихся 6 класса(констатирующий этап эксперимента).

Результаты входной комплексной работы показывают, что большинство обучающихся имеют недостаточный и низкий уровни сформированности критического мышления, повышенный уровень имеют лишь 6 человек из 51, высокий уровень не имеет ни один из обучающихся.

Предполагаемые ошибки, допущенные обучающимися 6 классов в ходе выполнения входной комплексной работы:

- неумение критически оценивать ситуацию описанную в задаче и интерпритировать результат;
- пробелы в знаниях школьного курса математики 5 класса;
- отсутствие навыков планирования решения задачи;
- в осознании мыслительных операций в процессе поиска ошибки в доказательстве.

Результаты диагностики уровня сформированности критического мышления обучающихся 6 классов обосновывают актуальность темы исследования и целесообразность проведения поисково-формирующего этапа эксперимента

*Поисково-формирующий этап эксперимента* включал в себя разработку методических рекомендаций и реализацию педагогических мероприятий, направленных на изучение критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики. С учебными группами проводились различные методы работы: в экспериментальной группе применялись специальные приемы и задания, которые стимулировали критическое мышление в процессе изучения математики, а в контрольной группе использовались традиционные методы обучения. В экспериментальной группе велась интенсивная педагогическая работа с учащимися, направленная на развитие и совершенствование их критического мышления.

Для того чтобы оценить эффективность применяемых методов и их влияние на развитие критического мышления у обучающихся необходимо было проводить системный мониторинг, фиксировать результаты и собирать обратную связь от учеников.

В ходе контрольного этапа эксперимента осуществлялось повторное измерение уровня критического мышления.

В мае 2024 г. был проведен очередной контрольный срез уровня сформированности критического мышления среди учеников контрольных и экспериментальных групп.

Итоговая комплексная работа проводилась после применения методов и заданий, направленных на формирование компонентов критического мышления экспериментальной группы обучающихся 6 классов. Данная работа содержит 3 задания, каждое из которых помогает проверить уровень сформированности критического мышления (Приложение Б).

Важно понять степень изменения в уровне критического мышления, которые произошли у учащихся в период проведения эксперимента. Для начала перечислим номера заданий и сопоставим их с показателями развития критического мышления.

Таблица 14.

Показатели сформированности критического мышления в заданиях  
итоговой комплексной работы

	Показатели сформированности критического мышления	№ заданий итоговой контрольной работы
1	Готовность планировать	1.1; 1.2; 3
2	Поиск компромиссных решений	2; 3.
3	Настойчивость	1.1; 1.2; 1.3; 2; 3.
4	Готовность исправлять свои ошибки	1.1; 1.2; 1.3; 2; 3.
5	Осознание	1.1; 1.2; 1.3; 2; 3.
6	Гибкость	1.1; 1.2; 1.3; 2; 3.

Результаты итоговой комплексной работы по числу и процентному соотношению верных ответов в задании представлены в таблице 15.

Таблица 15.

Количество и процент правильно выполненных заданий итоговой  
комплексной работы

	Экспериментальная		Контрольная	
	Число верных ответов	% верных ответов	Число верных ответов	% верных ответов
Задание № 1.1	18	69	13	52
Задание № 1.2	19	73	14	56
Задание № 1.3	25	96	21	84

Задание № 2	17	65	12	48
Задание № 3	22	85	17	68

Для оценки уровня сформированности критического мышления на основе итоговой комплексной работы применялись следующие критерии:

Таблица 16.

**Критерии для оценки уровней сформированности критического мышления**

Критерии для оценки	Баллы	Уровень критического мышления
Верно выполнены все задания работы.	5	высокий
Выполнены все задания работы, но допущены неточности, или решение одной задачи недостаточно обосновано, или решение одной из задач не доведено до конца, но имеется верная идея решения. Верно выполнено три или четыре задания.	3, 4	средний
Верно выполнено одно или два задания работы.	1, 2	низкий
Решение не отвечает ни одному из критериев, перечисленных выше.	0	недостаточный
Максимальный балл	5	

Результаты итоговой работы, продемонстрированные на диаграмме (рис.23), говорят о характерных изменениях относительно уровней сформированности критического мышления.

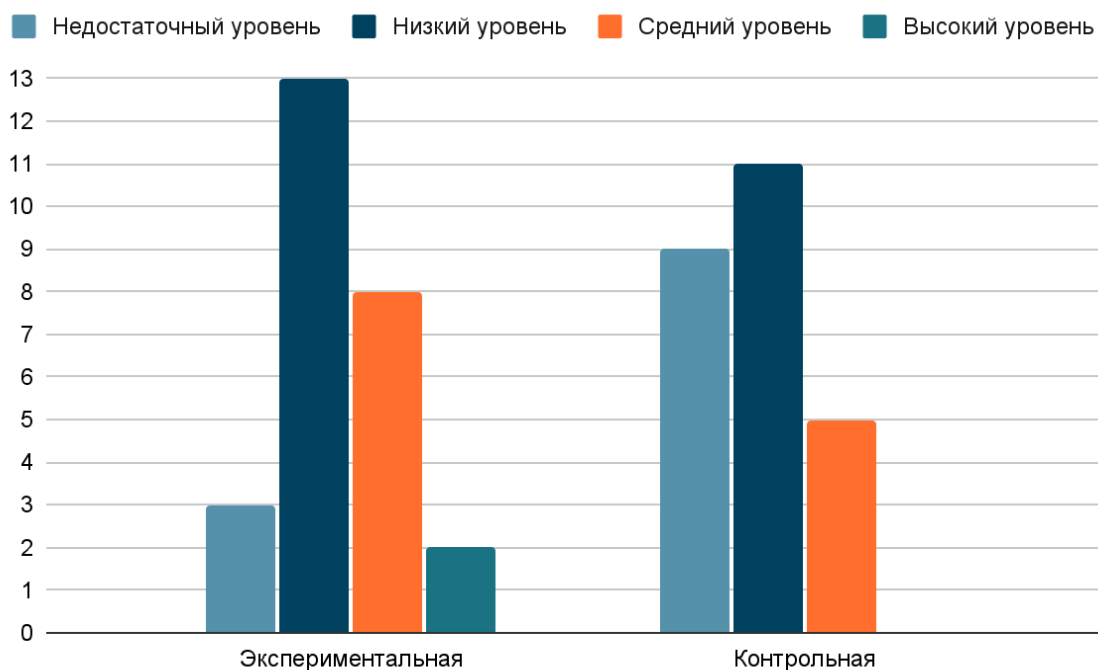


Рис. 23 . Диаграмма уровня сформированности критического мышления обучающихся 6 класса(контрольный этап эксперимента).

Представим полученные результаты сформированности уровня критического мышления на констатирующем и контрольном этапах в виде диаграммы, выразив их для наглядности в процентах.

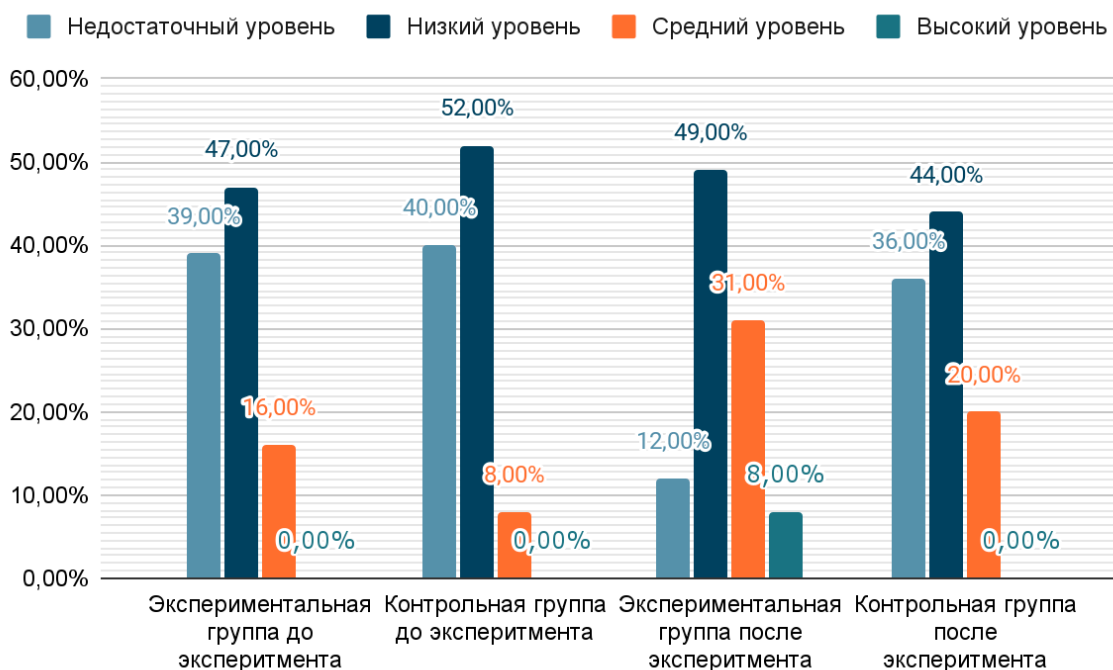


Рис. 24. Диаграмма уровня сформированности критического мышления обучающихся 6 классов(до и после эксперимента).

При повторной диагностике критического мышления доля обучающихся в экспериментальной группе с высоким уровнем сформированности критического мышления увеличилась на 4%, со средним уровнем – на 15%; доля обучающихся с низким уровнем увеличилась на 2%; доля обучающихся с недостаточным уровнем уменьшилась на 27%. Таким образом, сравнительный анализ входной и итоговой комплексных работ выявил положительную динамику показателей уровня сформированности критического мышления 6 классов у экспериментальной группы.

При анализе полученных данных можно сделать вывод, что результаты педагогического эксперимента подтвердили гипотезу о том, что если в процессе обучения математике применять систему специальных заданий, представленных в работе, то это будет способствовать формированию критического мышления у обучающихся 6 класса.

## Заключение

Целью выполнения выпускной квалификационной работы являлось обоснование и экспериментальная проверка результативности авторской методики формирования критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики.

Анализ нормативных документов и педагогической литературы позволил уточнить цели обучения математике в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов.

В работе уточняются следующие приоритетные цели математического образования:

- развитие личности обучаемых, охватывающее различные ее виды;
- формирование видов учебно-познавательной деятельности, которые с самого начала имеют в себе заданную систему знаний и обеспечивают их применение в заранее определенных пределах;
- формирование таких качеств мышления, которые характерны для математической деятельности и необходимы человеку для полноценной жизни в обществе (глубина, гибкость, широта, критичность мышления);
- развитие речи обучающихся на уроках математики;
- формирование представлений о методах математики, и прежде всего о методе математического моделирования.

Придерживаясь точки зрения Г.М. Коджаспировой критическое мышление можно определить как «способность анализировать информацию с позиции логики, умение выносить обоснованные суждения, решения и применять полученные результаты как к стандартным, так и не к стандартным ситуациям, вопросам и проблемам. Этому процессу присущи открытость новым идеям».

В работе определен ряд дидактических условий, которые необходимо соблюдать при формировании критического мышления у обучающихся:

- соответствие содержания предлагаемых заданий, приемов и методов целям и задачам урока;
- систематическое и запланированное включение в содержание урока математики различных заданий, приемов и методов, направленных на формирование критического мышления;
- наличие методического сопровождения (методические рекомендации и указания; ресурсы – дополнительная и справочная информация и т.п.)

Практическую значимость работы составляет система специальных заданий по формированию критического мышления обучающихся 6 класса на уроках математики. Представленный в работе комплекс заданий содержит 31 задание. Задания систематизированы и распределены по темам школьного курса математики 6 класса.

Педагогический эксперимент по включению системы специальных заданий, направленных на формирование критического мышления, в образовательный процесс проводился на базе МАОУ «Гимназия №13 «Академ» города Красноярска.

В ходе эксперимента удалось обосновать и подтвердить гипотезу исследования о том, если в процессе обучения математике применять систему специальных заданий, представленных в работе, то это будет способствовать формированию критического мышления обучающихся 6 класса. Таким образом, эти задачи способствуют не только повышению уровня мотивации и активности в познавательной сфере, но и формированию более высокого уровня самооценки, а также умений и навыков совместной и индивидуальной работы, взаимного контроля. В ходе работы обучающиеся приобретают те качества критически мыслящего человека, которые были определены Д. Халпером: гибкость, настойчивость и осознание того, что они должны делать; способность к планированию и поиску компромиссов; способность исправлять свои ошибки и находить компромиссные решения.



Находящаяся в данной работе система знаний не имеет статус «завершен», может быть дополнена и рекомендована к использованию в ходе преподавания математики 6 класса.

Цель была достигнута, все поставленные задачи были выполнены в полном объеме.

### Библиографический список

1. Anderson J. W, Krathwhol D. R., Airasia P. W. A Taxonomy for learning, teaching and assessing: a revision of Bloom's taxonomy of education. New York: Person Education, 2003. 336 p.
2. Chatfield, T. Critical thinking: analyze, doubt, form your opinion / T. Chatfield. - M: Alpina Publisher, 2019. - 328 p.
3. Cottrell, S. The art of thinking and success in study, career, life. 500 exercises for brain development / S. Cottrell. - M: EKSMO, 2016. - 288 p.
4. Filippova, A. A. Development of critical thinking within the framework of the discipline "foreign language» / A. A. Filippova // Eurasian Humanitarian Journal. - 2017. - No. 2. - P. 109-113.
5. Paul R., Elder L. Critical Thinking: Tools for Taking Charge of Your Learning and Your Life. Rowman & Littlefield; Copyright: 2021
6. Shcheglova, I. A. On the role of critical thinking in foreign educational systems / I. A. Shcheglova // Science and school. - 2018. - No. 6. - P. 193-200.
7. Андропова, О. В. Некоторые приемы развития критического мышления учащихся на уроках математики [Текст] / О. В. Андропова // Математика, физика, экономика и физико-математическое образование: материалы конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. - Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2005.
8. Артемьев, А.В. Системное и критическое мышление в профессиональной деятельности педагога-психолога / А.В. Артемьев // Научные труды Московского гуманитарного университета. - 2018. - №4. - С. 80-90.
9. Божович Е.Д. К определению понятия «позиция субъекта учения» // От истоков к современности - 130 лет организации психологического общества при Московском университете: Сборник материалов юбилейной конференции в 5 томах. 2015 С. 23-25.

10. Бустром Р. Развитие творческого и критического мышления. - М.: Ин-т «Открытое общество», 2000.
11. Быкова, А. С., Сахарова, Н. С., Кириллова, И. К. СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ В ТРАКТОВКЕ ПОНЯТИЯ «КРИТИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ» [Текст] / А. С. Быкова, Н. С. Сахарова, И. К. Кириллова // Вестник Оренбургского государственного университета. — 2021. — № №3(231). — С. 6-10.
12. Ваганова, О.И. Формирование критического мышления у обучающихся высших учебных заведений / О.И. Ваганова, М.П. Прохорова, Д.А. Лошкарева // АНИ: педагогика и психология. - 2019. - №1 (26). - С. 44-46.
13. Волкова С.В. Дидактические условия реализации учащимися личностных смыслов в процессе обучения. - Автореф. дисс. к.п.н. - Петрозаводск, 2002.
14. Воронина Л. В., Карпова М. В. Понятие логического мышления в психолого-педагогической литературе // Традиции и инновации в педагогическом образовании : сб. науч. тр. V Междунар. конф. — Екатеринбург : Изд-во Урал. гос. пед. ун-та, 2019 — С. 18–21.
15. Выготский, Л.С. Педагогическая психология [Текст] / Под ред. В.В. Давыдова. - М.: «Педагогика», 1991. - 480 с.
16. Гущин Ю. Ф., Смирнова Н. В. Оценка уровня развития критического мышления учащихся [Электронный ресурс] // Психология и методология образовани. - URL:<https://psyhoinfo.ru/ocenka-urovnya-razvitiya-kriticheskogo-myshleniya-uchashchih-sya> (дата обращения: 17.05.2024).
17. Дьюи, Д. Психология и педагогика мышления [Текст]. — М.. 1909.
18. Евстигнеева, И.А. Развитие критического мышления студентов языкового вуза в процессе обучения аудированию на английском языке / И.А. Евстигнеева, В.В. Порошин // Вестник ТГУ. - 2021. - №191. - С. 24-31.

- 19.Егорина В.С. Формирование логического мышления младших школьников в процессе обучения. - Автореф. дисс. к.п.н. - Брянск, 2001.
- 20.Егорина В.С. Формирование логического мышления младших школьников в процессе обучения. - Автореф. дисс. к.п.н. - Брянск, 2001.
- 21.Ефорова А. Р. Педагогические условия формирования критического мышления студентов в образовательном процессе технического вуза: диссертация ... кандидата педагогических наук / А. Р. Ефорова. Астрахань, 2010. 211 с.
- 22.Жогова, И.Г. Развитие критического мышления в контексте профессионально-ориентированного обучения студентов высшей школы / И.Г. Жогова, Е.В. Кузина // Язык и культура. - 2017. - №38. - С. 227-239.
- 23.Загашев И.О. Критическое мышление: технология развития. / И.О. Загашев, С.И. Заир-Бек / СПб.: Альянс «Дельта», 2003. 284 с.
- 24.Заир-Бек, СИ. Развитие критического мышления на уроке [Текст]: Пособие для учителя / СИ. Заир-Бек, И.В. Муштавинская. - М.:Просвещение, 2004. - 175 с : ил.].
- 25.Зверева М.В. О понятии «дидактические условия» / М.В. Зверева // Новые исследования в педагогических науках. М.: Педагогика, 1987. № 1. С. 29-32.
- 26.Иванова, О.Э. Оценка стратегий критического мышления человека новой генерации / О.Э. Иванова // Социодинамика. -2019. - № 6. - С. 35-48.
- 27.Иванова, О.Э. Оценка стратегий критического мышления человека новой генерации / О.Э. Иванова // Социодинамика. -2019. - № 6. - С. 35-48.
- 28.Кириллова, И. К. Система активных методов в преподавании иностранного языка в техническом вузе / И. К. Кириллова, О. Н. Солуянова // Казанская наука. - 2015. - № 4. - С. 205-207.

- 29.Коджаспирова Г. М. Коджаспиров А. Ю. Педагогический словарь: Для студ. высш. и средн. пед. учеб. заведений. — М.: Издательский центр «Академия», 2005. — 176 с.
- 30.Козырь Е.А. Характеристика приемов технологии РКМЧП. // газ. «Русский язык». - 2009. - № 7.
- 31.Кокина, А.А. Исследование критического мышления студентов в процессе обучения в вузе / А.А. Кокина, Ю.В. Кузнецова // КПЖ. - 2019. - №3 (134). - С. 143-147.
- 32.Комплект кейсов по формированию математической грамотности / [Электронный ресурс] // ФГАОУ ДПО Академия Минпросвещения России : [сайт]. — URL: <https://apkprou.ru/upload/docs/.pdf> (дата обращения: 20.06.2023).
- 33.Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.edu.gov.ru/document/b18bcc453a2a1f7e855416b198e5e276/> (дата обращения: 31.05.2024 г.)
- 34.Копцева, Н.П. Исследование инновационного потенциала личности современных студентов (на примере Сибирского федерального университета) / Н.П. Копцева, А.А. Ситникова, М.А. Колесник // Перспективы науки и образования. - 2021. - №1 (49). - С. 141-158.
- 35.Лифанова, Т.Ю. Критическое мышление: учеб. пособие / Т.Ю. Лифанова. - Алматы: Казах. ун-т, 2015. - 176 с.
- 36.Ложакова Е.А. Педагогические условия и принципы обеспечения эффективности процесса формирования информационной компетентности студентов музыкальных специальностей в ходе обучения информатики // Вестник РУДН. - 2011. - № 3. - С. 3-6.
- 37.Ложакова Е.А. Педагогические условия и принципы обеспечения эффективности процесса формирования информационной компетентности студентов музыкальных специальностей в ходе обучения информатики // Вестник РУДН. - 2011. - № 3. - С. 3-6.

38. Маслов Е.С., Тихонов О.В. Когнитивные искажения и критическое мышление: учебно-методическое пособие / Е.С. Маслов, О.В. Тихонов. – Казань: Казан. ун-т, 2022. – 28 с.
39. Математика : 6-й класс : базовый уровень : учебник : в 2 частях / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков [и др.]. - 3-е изд., перераб. - Москва : Просвещение, 2023.
40. Махмутов М.И. Интеллектуальный потенциал россиян: причины ослабления // Педагогика. 2001 №10. С. 92
41. Медникова, О. Н. Технология развития критического мышления через чтение и письмо как средство развития рефлексивной деятельности учащихся [Текст] / О. Н. Медникова // Вестник Томского государственного педагогического университета. — 2015. — № №6(159). — С. 17-19.
42. Министерство просвещения Российской Федерации. М., 2022. [Электронный ресурс]. URL: <https://edu.gov.ru/> (дата обращения 14. 04. 2024).
43. Мироненко, С. Н., Тихонова, Л. П., Сиротина, Н. П. ПОКАЗАТЕЛИ И УРОВНИ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ [Текст] / С. Н. Мироненко, Л. П. Тихонова, Н. П. Сиротина // Вестник Череповецкого государственного университета. — 2020. — № №1. — С. 185-195.
44. Мороз, В.В. Обучение студентов университета навыкам критического и креативного мышления [Электронный ресурс] /В.В. Мороз // Глобальный научный потенциал. - 2015. - № 1 (46). - С. 30-33.
45. Навыки 21 века: упоминаются во ФГОС, но учат и им в реальности? // [skillbox.ru](https://skillbox.ru) [Электронный ресурс] / URL: <https://skillbox.ru/media/education/navyki-xxi-veka-upominayutsya-vo-fgos-akhno-uchat-li-im-v-realnosti/> (дата обращения 15.05.2024).

46. Низовская И.А. Словарь программы «Развитие критического мышления через чтение и письмо»: Учебно-методическое пособие. – Бишкек: ОФЦИР, 2003 – 148 с.
47. Овчаренко, В. А., Репина, И. А. Технология развития критического мышления [Текст] / В. А. Овчаренко, И. А. Репина // Проблемы и перспективы развития образования в России. — 2014. — № №1. — С. 1-5.
48. Одинцова, С. А., Сапрыкина, Е. Ю. Рефлексия как основа учебной деятельности младших школьников [Текст] / С. А. Одинцова, Е. Ю. Сапрыкина // Вестник Омского государственного педагогического университета. Гуманитарные исследования. — 2021. — № №3(32). — С. 143-146.
49. Основы критического мышления [Текст]: Междисциплинарная программа: Пособие I / Сост. Дж. Стил, К. Мередит, Ч. Темпл, С. Уолтер.-М., 1997.
50. Основы критического мышления [Текст]: Междисциплинарная программа: Пособие I / Сост. Дж. Стил, К. Мередит, Ч. Темпл, С. Уолтер.-М., 1997.
51. Пидкасистый П. И. Педагогика/ П. И. Пидкасистый. - М.: 2004.-332 с.
52. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования».
53. Рожкова, А. В. Обзор научных теорий формирования критического мышления в исследованиях российских и западных учёных / А. В. Рожкова // Мир науки. Педагогика и психология. — 2023. — Т. 11. — № 5. — URL: <https://mir-nauki.com/PDF/68PSMN523.pdf>
54. Ручкова, Н. А. Определение понятия «Творческое мышление» в научной литературе по психологии [Текст] / Н. А. Ручкова // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. — 2010. — № №3. — С. 310-316.

55. Творческое и критическое мышление / Г. Линдсей, К.С. Халл, Р.Ф. Томпсон. – Москва // Общая психология : хрестоматия : учебное пособие / сост. Л.Б. Бровина, Т.А. Сергеева. – 2-е издание, исправленное. – Москва : Флинта : Московский психолого-социальный институт, 2008. – С. 115-121. – (Библиотека психолога) .
56. Токарева, Л. И. Содержание современного школьного математического образования [Текст] / Л. И. Токарева // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. — 2008. — № 3. — С. 45-51.
57. Умарова, У. У., Отамуродов, Ф. Р. Алгоритм работы с приемом «Корзина идей» и применение к теме «Полином Жегалкина» [Текст] / У. У. Умарова, Ф. Р. Отамуродов // Наука, техника и образование. — 2021. — № №1. — С. 42-45.
58. ФГОС ООО: формирование метапредметных умений на уроках математики : сборник задач практической направленности : 6 класс / авт.-сост.: В.В. Русанова, А.А. Коваленко, О.В. Михайлова, О.А. Вегержинская, И.С. Обухова ; отв. ред. А. В. Шохина ; Упр. образования адм. ПКГО. — Петропавловск-Камчатский : Камч. ИРО, 2020. — 64 с.
59. Фоменко, Т.М. Критическое мышление как основа обучения критическому чтению студентов языковых факультетов / Т.М. Фоменко // Проблемы современного образования. - 2017. - №6. - С. 248-255.
60. Халперн, Д. Психология критического мышления [Текст] / Д. Халперн - СПб.: Питер, 2000.
61. Якунина, Н.А. Критическое мышление: аналитическое осмысление понятия / Н.А. Якунина // Гаудеамус. - 2019. - №4 (42). - С. 21-26.



## Приложение 1

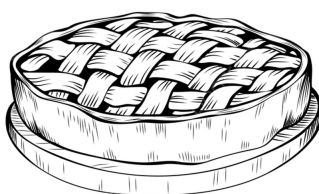
*Входная комплексная работа, для проверки сформированности критического мышления.*

**Задача 1.** Имея сосуд А объемом 9 литров, сосуд Б объемом 42 литра и сосуд В, вмещающий 6 литров, нужно отмерить ровно 21 литр. Каким образом это можно сделать? Решите задачу и составьте план решения (их может быть несколько).

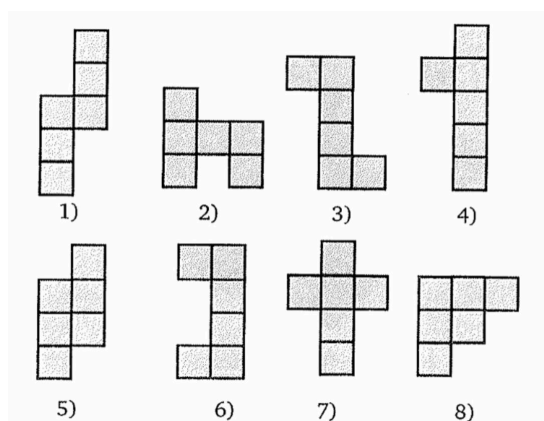
**Задача 2.** Соедините все девять точек, проведя не более четырех отрезков и не отрывая карандаш от бумаги.



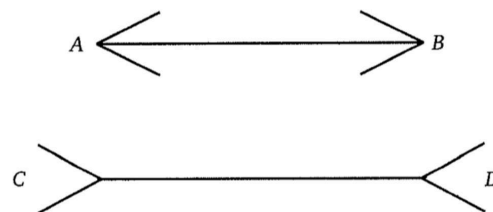
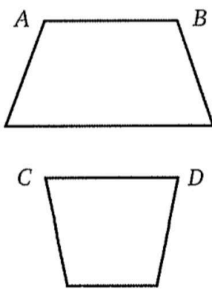
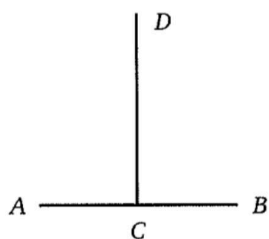
**Задача 3.** Ваша подруга Анна пригласила вас на вечеринку по случаю своего дня рождения. Она испекла пирог и хочет разделить его поровну между семью гостями и оставить себе один кусочек. Иван поспорил, что сможет разделить его всего тремя надрезами ножом. Как ему это удастся, при условии, что пирог должен быть разделен равномерно?



**Задача 4.** На рисунке укажите номера разверток куба:



**Задача 5.** Сравните длины отрезков АВ и CD изображенных на рисунках.



**Задача 6.** Найдите ошибку в доказательстве софизма и обоснуйте.

Софизм « $5=6$ ». Определите, на каком шаге допущена ошибка в следующих действиях и поясните, в чём она состоит:

- 1) Рассмотрим равенство:  $35+10-45=42+12-54$ .
- 2) В каждой части этого равенства вынесем за скобки общий множитель:  $5 \cdot (7+2-9)=6 \cdot (7+2-9)$ .
- 3) Разделим обе части полученного равенства на их общий множитель  $(7+2-9)$ .
- 4) Получим:  $5=6$ .

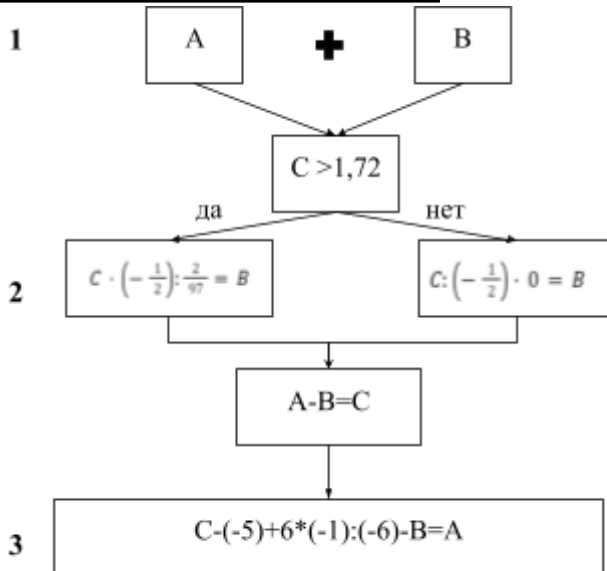
## Приложение 2

*Итоговая комплексная работа, для проверки сформированности критического мышления.*

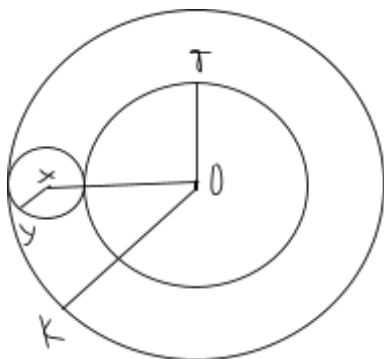
### Вариант 1

**Задание №1** Выполните действия и заполните пустые ячейки таблицы.

	1	2	3
А	-3,5	$-\frac{3}{17}$	
В	5,2		28
С			-5



**Задание №2** 8,2 кг ореховой смеси нужно упаковать маленькие и большие в коробки. В каждой маленькой коробке находится примерно 0,4 кг конфет и примерно в каждой большой – 0,74 кг. Какое количество маленьких коробок необходимо взять, если в 5 больших уже есть конфеты?

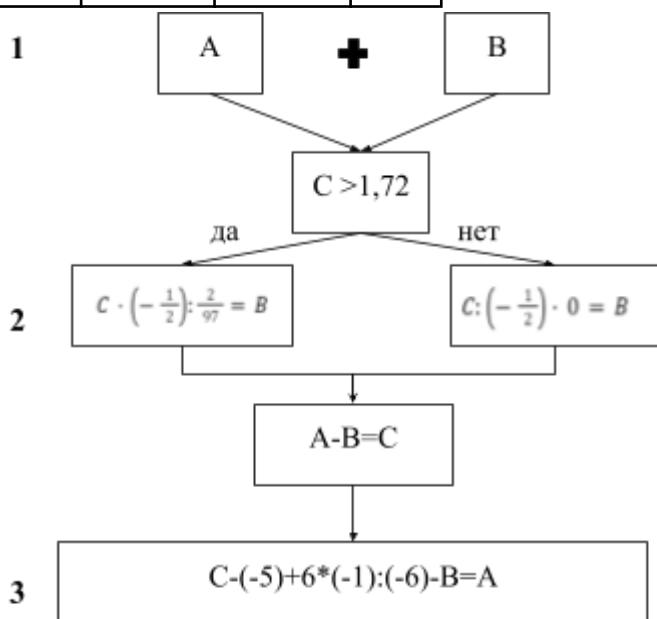


**Задание №3** Укажите величины отрезков OT и ОК, если OX=5см, XY=2см.

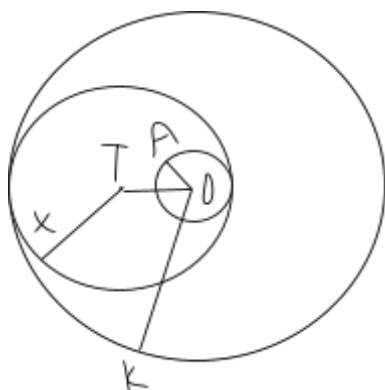
## Вариант 2

**Задание №1** Выполните действия и заполните пустые ячейки таблицы.

	1	2	3
A	7,14	$-\frac{13}{22}$	
B	-6,24		21
C			-7



**Задание №2** 9,6 кг мармелада нужно упаковать маленькие и большие в коробки. В каждой маленькой коробке находится примерно 0,4 кг конфет и примерно в каждой большой – 0,25 кг. Какое количество больших коробок необходимо взять, если в 10 маленьких уже есть конфеты?



**Задание №3** Укажите величины отрезков OA и OK, если TX=4см, TO=3см.

### Приложение 3

*Задания и ответы для игры «Математическое домино» для обучающихся 6-го класса направленные на обобщение и систематизацию учебного материала в конце года*

**0:0**

Олег и Аня не умеют сокращать дроби. Они делают это неправильно. Олег думает, что нужно от числителя отнять 4, а от знаменателя отнять 3. Олег делает это так:  $\frac{8}{6} = \frac{8-4}{6-3} = \frac{4}{3}$ .

Аня считает, что нужно отнять 3, а от знаменателя отнять 2.

Аня делает так:  $\frac{6}{4} = \frac{6-3}{4-2} = \frac{3}{2}$ .

Олег и Аня (не обязательно по очереди) тридцать раз сократили дробь  $\frac{2018}{2019}$  по своим правилам и получили дробь со знаменателем 1952. Найдите числитель получившейся дроби. Запишите решение и ответ.

Ответ: 1921

**0:1**

Решите пример:  $12\frac{3}{8} + 8\frac{1}{6}$

Ответ:  $20\frac{13}{24}$

**0:2**

Найдите значение выражения:  $|-7,2| - |-3,4|$

Ответ: 3,8

**0:3**

Решите пример и представьте ответ в виде десятичной дроби:

$\left(4\frac{5}{9} - 3\frac{7}{12}\right) : \left(-1\frac{8}{27}\right)$

Ответ: -0,75

**0:4**

Решите пример и представьте ответ в виде десятичной дроби:

$$(-1,56 - 1,24) \cdot \left(-1\frac{5}{14}\right)$$

Ответ: 3,8

**0:5**

Запишите какие-либо три числа, наибольший общий делитель которых равен 8

Ответ: Например 16; 24; 32.

**0:6**

Первые 105 км автомобиль ехал со скоростью 35 км/ч, следующие 120 км - со скоростью 60 км/ч, а последующие 500 км - со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Ответ: 72,5 км/ч

**1:1**

Запишите все делители чисел: а) 30; б) 13.

Ответ: а) 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30. б) 1; 13.

**1:2**

Решите уравнение:  $9x - 7 = 6x + 14$

Ответ: 7

**1:3**

Найдите значение выражения:  $13 \cdot |x - 4| + |-x - 4|$  при  $x = 6$ .

Ответ: 36

**1:4**

Решите уравнение с помощью основного свойства пропорции:  $\frac{1,2}{z-2} = \frac{2,1}{1,4}$

Ответ 2,8

**1:5**

Велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч и на путь от одного поселка до другого затратили 45 минут. С какой скоростью он должен был ехать, чтобы преодолеть этот путь за 30 минут?

Ответ: 18 км/ч

**1:6**

Варя и Миша купили подарок своему другу Владу на день рождения. Подарок стоил 290 рублей. При покупке Миша заплатил 30% этой суммы, остальные заплатила Варя. На следующий день Миша отдал Варе 30 рублей. Сколько ещё рублей Миша должен отдать Варе, чтобы их затраты на подарок были равными?

Ответ: 28

**2:2**

Найдите НОК и НОД чисел 27 и 45.

Ответ: НОД(27;45)=9, НОК(27;45)=135

**2:3**

Собственная скорость каяка равна  $4\frac{3}{8}$  км/ч, а скорость течения реки -  $2\frac{5}{6}$  км/ч. Найдите скорость каяка по течению реки и его скорость против течения.

Ответ:  $V_{\text{по течению}} = 7\frac{5}{24}$  км/ч;  $V_{\text{пр течения}} = 1\frac{13}{24}$  км/ч.

**2:4**

Нужно изготовить 90 деталей. Первый рабочий за один час вытачивает 5 деталей, второй - 7, третий - 6. Каким образом следует распределить между ними работу, чтобы все трое завершили работу.

Ответ: 1 рабочий - 25 деталей, 2 рабочий - 35 деталей, 3 рабочий - 30 деталей.

**2:5**

Выполни действия:  $(1,3 - 3\frac{7}{15}) : 0,7 + 2,4 \cdot (-4\frac{1}{6})$

Ответ:  $-13\frac{2}{21}$

**2:6**

Найдите неизвестный член пропорции, ответ представьте в виде десятичной дроби:  $7,6 : x = 2\frac{1}{9} : 2\frac{4}{9}$

Ответ: 8,8

**3:3**

Расстояние между селами на местности равно 150 км. Найдите расстояние между селами на карте, если масштаб карты 1:1 000 000.

Ответ 15 см

**3:4**

Отметьте на координатной плоскости точки  $A(1;4)$  и  $B(-4;-1)$ . Проведите отрезок  $AB$ . Найдите координаты точки пересечения отрезка  $AB$  с осью абсцисс.

Ответ:  $(-3;0)$

**3:5**

В парке растет 40 берез. Количество каштанов, растущих в этом парке, составляет 45% количества растущих в нем берез и  $\frac{6}{11}$  количества растущих в нем дубов. Сколько каштанов и сколько дубов растет в парке?

Ответ: 18 каштанов и 33 дуба

**3:6**

Решите уравнение:  $10x - 2(4x - 5) = 2x + 10$

Ответ:  $x$  любое число.

**4:4**

В первом вагоне электропоезда ехало в 3 раза больше пассажиров, чем во втором. Когда из первого вагона вышло 28 пассажиров, а из второго - 4 пассажира, то в обоих вагонах пассажиров осталось поровну. Сколько пассажиров было в каждом вагоне вначале?

Ответ: в первом - 36 пассажиров и во втором - 12 пассажиров

**4:5**

Решите уравнение:  $0,5(8x + 1) = 1,5 - (2 - 4x)$

Ответ:  $x$  не существует

**4:6**

Найдите радиус окружности и площадь круга, если диаметр равен 30 см.

Ответ: 15 см;  $706,5 \text{ см}^2$

**5:5**



Найдите неизвестный член пропорции, ответ представьте в виде десятичной дроби:  $-2,7 : y = 3\frac{3}{5} : 1,2$

Ответ: -0,9

**5:6**

Решите уравнение  $||x| - 1| = 6$

Ответ: -7; 7

**6:6**

Автомобиль проезжает расстояние между двумя городами за 4,2 ч с некоторой постоянной скоростью. За какое время проедет это же расстояние автомобиль, если уменьшить свою скорость в 1,2 раза?

Ответ: 5,04

## Приложение 4


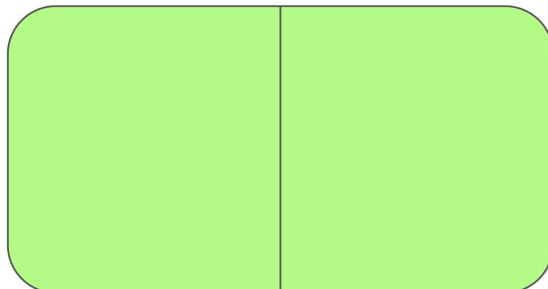
### Карточки для игры «Математическое домино»

**0:0**

Олег и Аня не умеют сокращать дроби. Они делают это неправильно. Олег думает, что нужно от числителя отнять 4, а от знаменателя отнять 3. Олег делает это так:  $\frac{8}{6} = \frac{8-4}{6-3} = \frac{4}{3}$ .

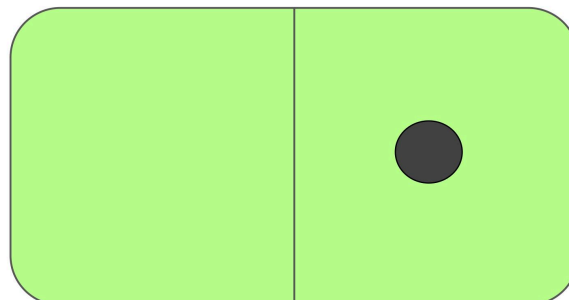
Аня считает, что нужно отнять 3, а от знаменателя отнять 2. Аня делает так:  $\frac{6}{4} = \frac{6-3}{4-2} = \frac{3}{2}$ .

Олег и Аня (не обязательно по очереди) тридцать раз сократили дробь  $\frac{2018}{2019}$  по своим правилам и получили дробь со знаменателем 1952. Найдите числитель получившейся дроби. Запишите решение и ответ.


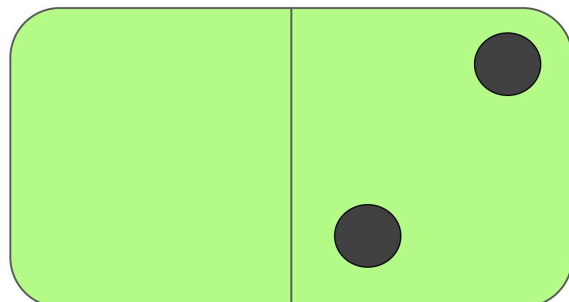
**0:1**

Решите пример:  $12\frac{3}{8} + 8\frac{1}{6}$


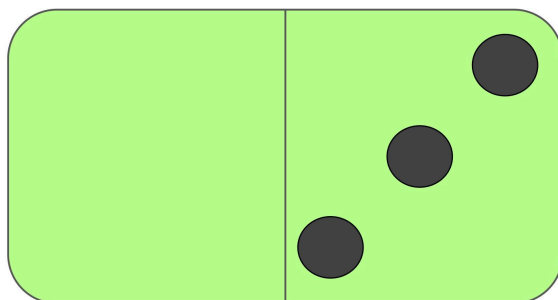
**0:2**

Найдите значение выражения:  
 $|-7, 2| - |-3, 4|$

**0:3**

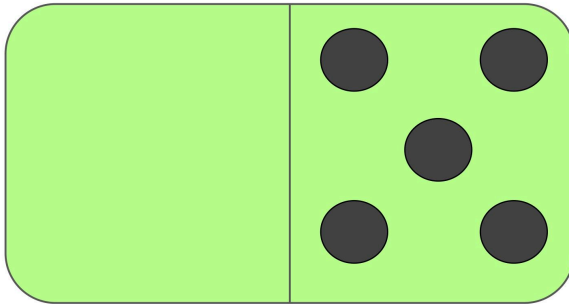
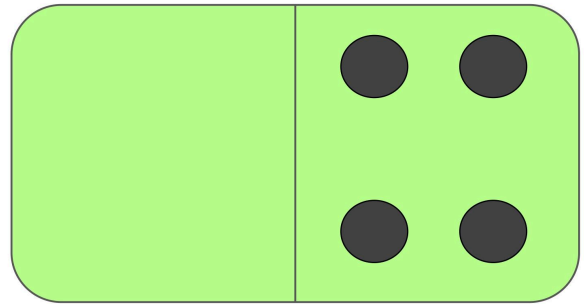
Решите пример и представьте ответ в виде десятичной дроби:  
 $(4\frac{5}{9} - 3\frac{7}{12}) : (-1\frac{8}{27})$

0:4

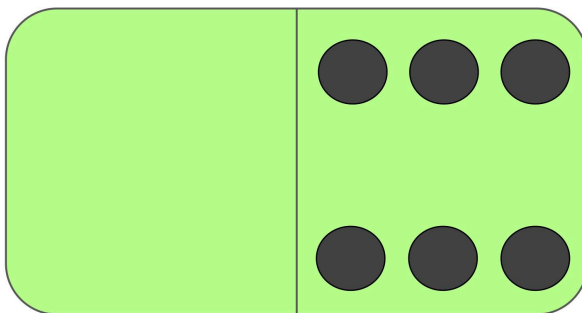
Решите пример и представьте ответ в виде десятичной дроби:

$$(-1,56 - 1,24) \cdot \left(-1\frac{5}{14}\right)$$



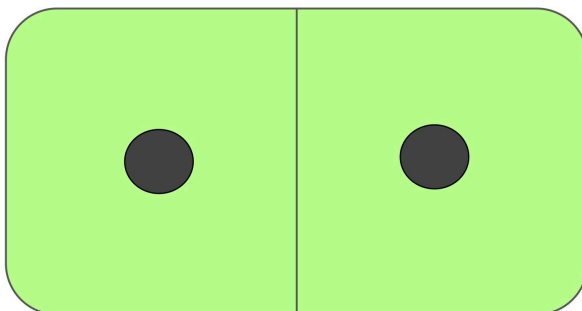
0:5

Запишите какие-либо три числа, наибольший общий делитель которых равен 8



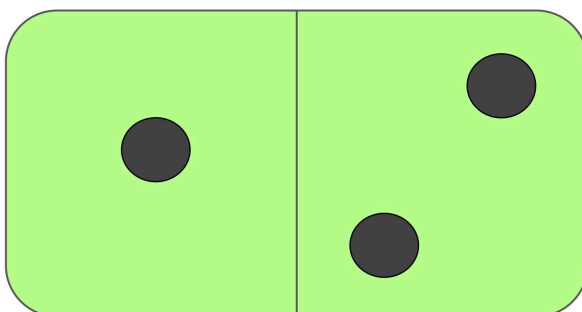
0:6

Первые 105 км автомобиль ехал со скоростью 35 км/ч, следующие 120 км - со скоростью 60 км/ч, а последующие 500 км - со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.



1:1

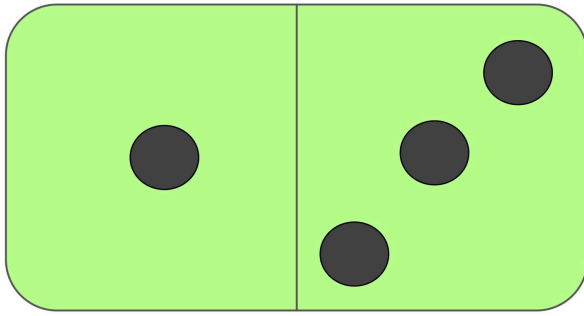
Запишите все делители чисел: а) 30; б) 13.



1:2

Решите уравнение:  $9x - 7 = 6x + 14$

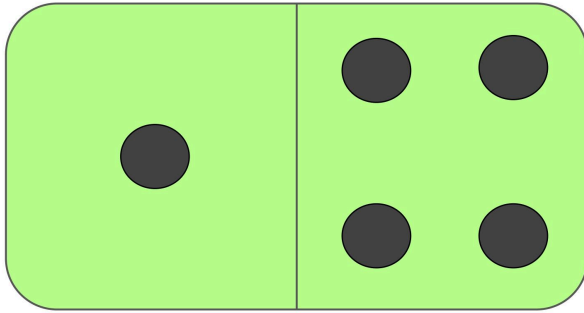




1:3

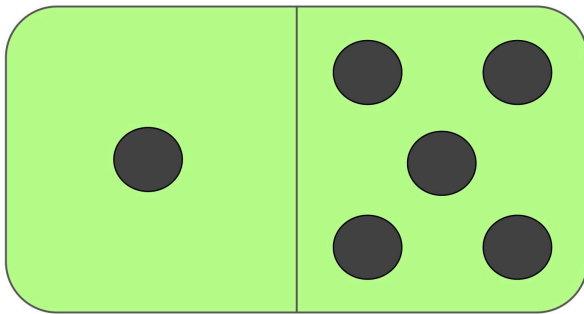
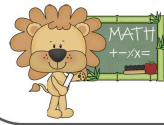


Найдите значение выражения:  
 $13 \cdot |x - 4| + |-x - 4|$  при  $x = 6$ .



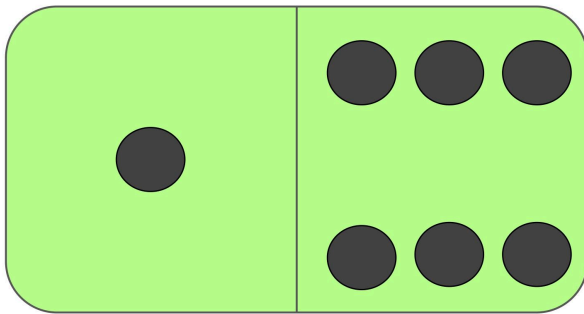
1:4

Реши уравнение с помощью основного свойства пропорции:  $\frac{1,2}{z-2} = \frac{2,1}{1,4}$



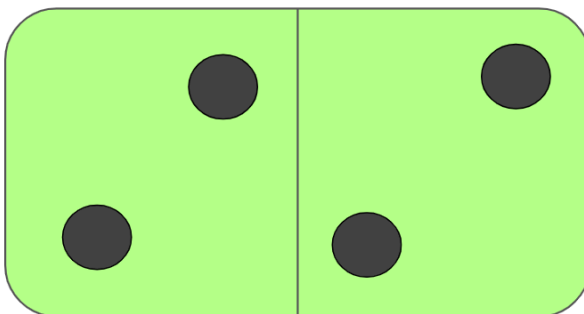
1:5

Велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч и на путь от одного поселка до другого затратил 45 минут. С какой скоростью он должен был ехать, чтобы преодолеть этот путь за 30 минут?



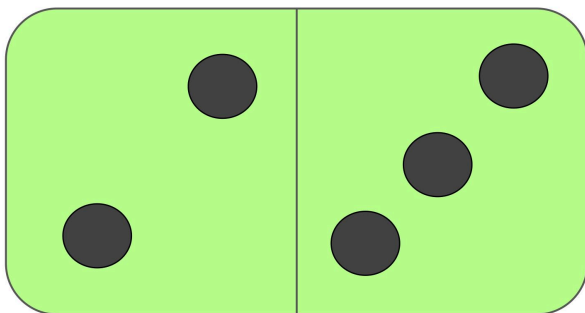
1:6

Варя и Миша купили подарок своему другу Владу на день рождения. Подарок стоил 290 рублей. При покупке Миша заплатил 30% этой суммы, остальные заплатила Варя. На следующий день Миша отдал Варе 30 рублей. Сколько ещё рублей Миша должен отдать Варе, чтобы их затраты на подарок были равными?



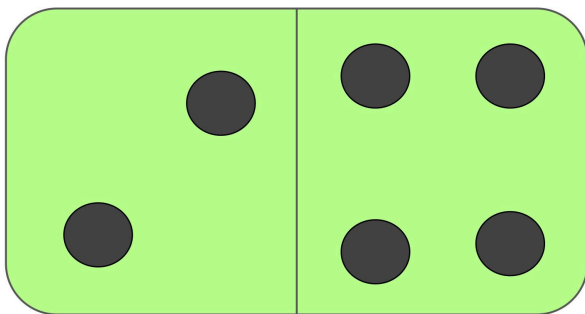
2:2

Найдите НОК и НОД чисел 27 и 45.



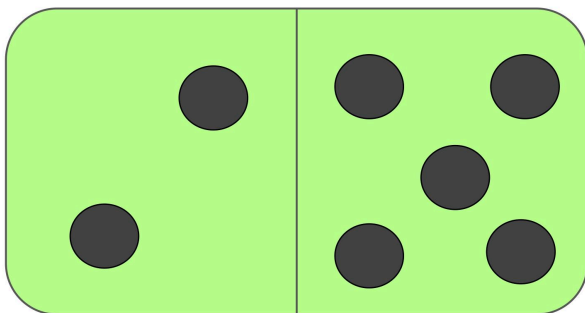
2:3

Собственная скорость каяка равна  $4\frac{3}{8}$  км/ч, а скорость течения реки -  $2\frac{5}{6}$  км/ч. Найдите скорость каяка по течению реки и его скорость против течения.



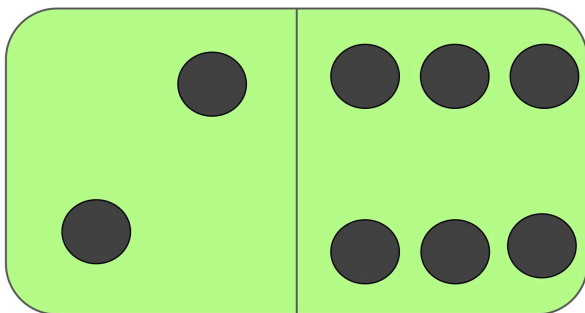
2:4

Нужно изготовить 90 деталей. Первый рабочий за один час вытачивает 5 деталей, второй - 7, третий - 6. Каким образом следует распределить между ними работу, чтобы все трое завершили работу.



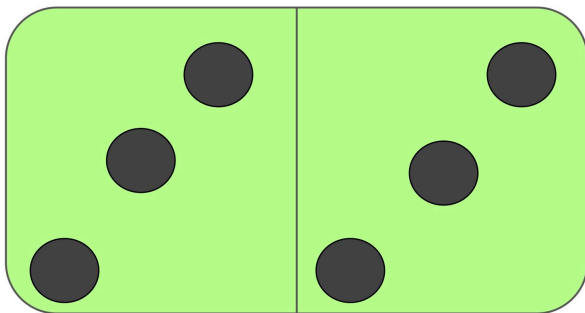
2:5

Выполни действия:  
 $(1,3 - 3\frac{7}{15}) : 0,7 + 2,4 \cdot (-4\frac{1}{6})$



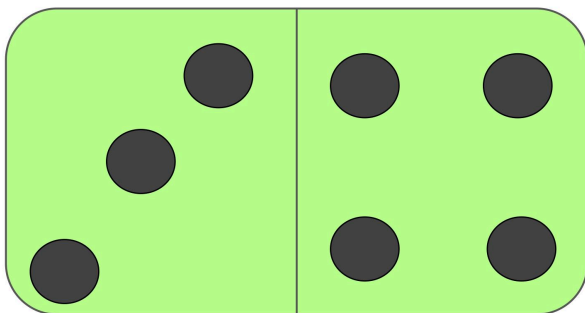
2:6

Найдите неизвестный член пропорции, ответ представьте в виде десятичной дроби:  $7,6 : x = 2\frac{1}{9} : 2\frac{4}{9}$



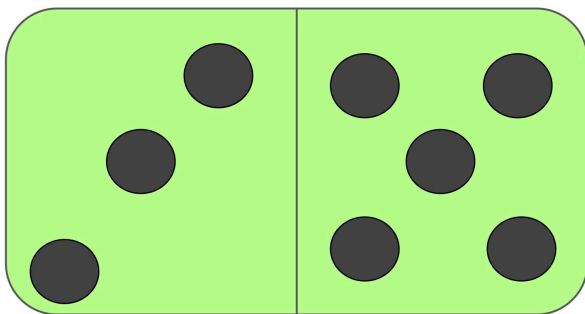
3:3

Расстояние между селами на местности равно 150 км. Найдите расстояние между селами на карте, если масштаб карты 1:1 000 000.



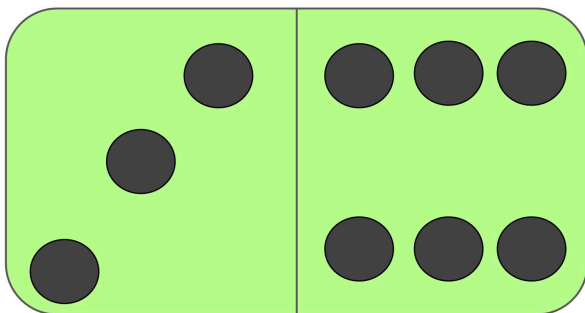
3:4

Отметьте на координатной плоскости точки  $A(1;4)$  и  $B(-4;-1)$ . Проведите отрезок  $AB$ . Найдите координаты точки пересечения отрезка  $AB$  с осью абсцисс.



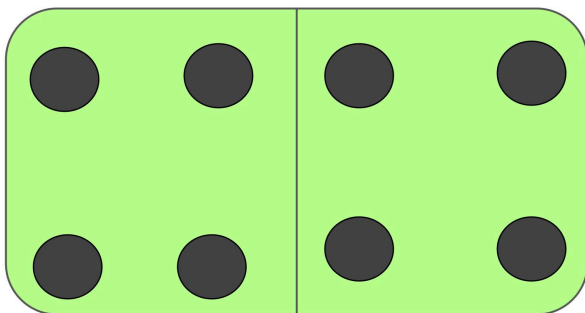
3:5

В парке растет 40 берез. Количество каштанов, растущих в этом парке, составляет 45% количества растущих в нем берез и  $\frac{6}{11}$  количества растущих в нем дубов. Сколько каштанов и сколько дубов растет в парке?



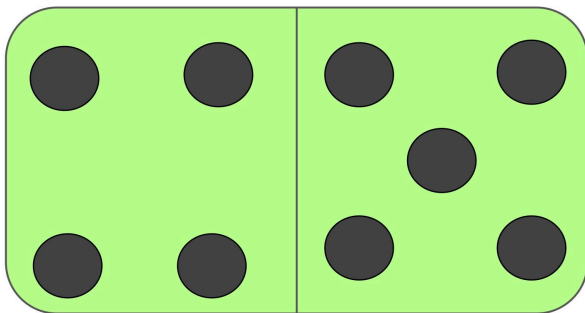
3:6

Решите уравнение:  $10x - 2(4x - 5) = 2x + 10$



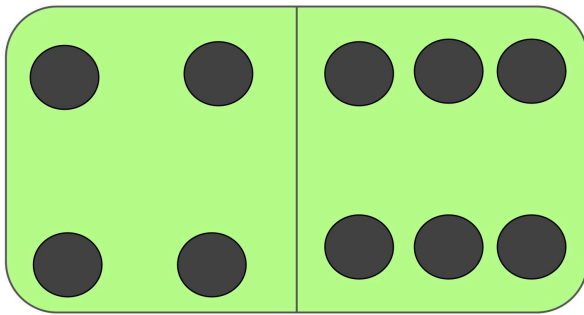
4:4

В первом вагоне электропоезда ехало в 3 раза больше пассажиров, чем во втором. Когда из первого вагона вышло 28 пассажиров, а из второго - 4 пассажира, то в обоих вагонах пассажиров осталось поровну. Сколько пассажиров было в каждом вагоне вначале?



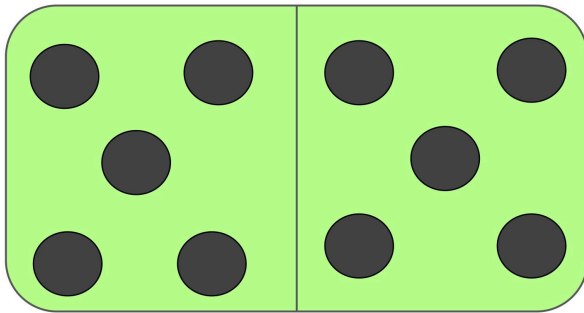
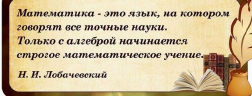
4:5

Решите уравнение:  
 $0,5(8x + 1) = 1,5 - (2 - 4x)$



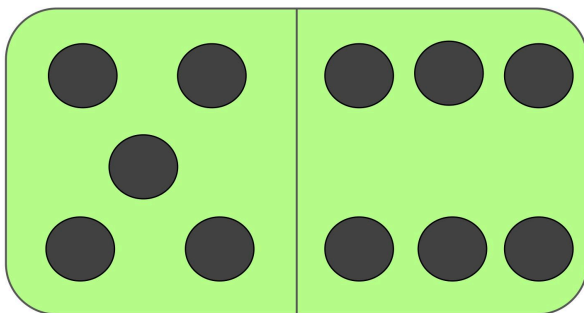
4:6

Найдите радиус окружности и площадь круга, если диаметр равен 30 см.



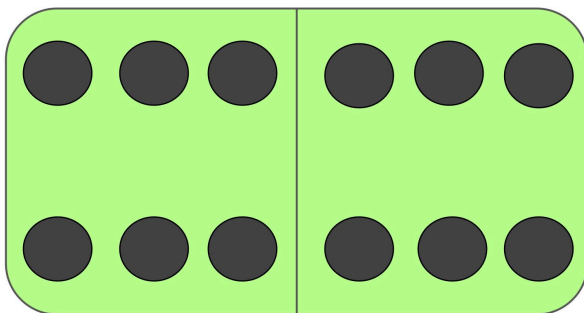
5:5

Найдите неизвестный член пропорции, ответ представьте в виде десятичной дроби:  $-2, 7: y = 3\frac{3}{5}: 1, 2$



5:6

Решите уравнение  $||x| - 1| = 6$



6:6

Автомобиль проезжает расстояние между двумя городами за 4,2 ч с некоторой постоянной скоростью. За какое время проедет это же расстояние автомобиль, если уменьшить свою скорость в 1,2 раза?

