МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА

(КГПУ им. В.П.Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики

Кафедра Математического анализа и МОМ в ВУЗе

Специальность 050201 «Математика»

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Зав.кафедрой математического анализа и МОМ в ВУЗе

_____________ Л.В. Шкерина .
(подпись)

«_____________» ______________________ 2015 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ КГПУ им. В.П. Астафьева
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Выпускная квалификационная работа

Курс по выбору «Оптимизационные задачи» в системе предпрофильной подготовки учащихся 9 классов

Выполнил студент группы ______________
(номер группы)

И.Ю. Поваренкин ______________
(подпись, дата)

Форма обучения заочная .

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа и МОМ в ВУЗе
А.В. Багачук ______________
(подпись, дата)

Рецензент
к.ф.-м.н., доцент кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания
С.И. Калачева ______________
(подпись, дата)

Дата защиты ______________

Оценка ______________

Красноярск
2015

Содержание

Введение

Большинство общеобразовательных учреждений в России помимо основных занятий по математике реализуют и дополнительные, входящие в состав профильного обучения. Профильное обучение является основополагающей частью образовательного процесса, так как развивает у учащихся способности в интересующей их сфере науки.

Идея профилизации в общеобразовательных учреждениях направлена на осознание выпускником необходимости выбора профилирующего направления, связанного с будущей профессиональной деятельностью [20]. Поэтому профильное обучение является основным средством дифференциации и индивидуализации образовательного процесса, направленного на формирование профессиональной ориентации обучающихся. Помимо этого, такое обучение представляет собой целую систему, реализующую психологическую, организационную, педагогическую, информационную поддержку старшеклассников, содействующую их самоопределению по завершению основного общего образования.

Реализация идеи профильности старшей ступени ставит выпускника основной ступени перед необходимостью совершения ответственного выбора - предварительного самоопределения в отношении профилирующего направления собственной учебно-познавательной деятельности.

Этот выбор ложится в основу определения им своей дальнейшей образовательной траектории, которая будет реализована либо в учреждениях профессионального образования, либо на старшей ступени общего образования в рамках профильного обучения.

Необходимым условием создания образовательного пространства, способствующего самоопределению учащегося основной ступени, является введение предпрофильной подготовки через организацию курсов по выбору.

Нам представляется, что курс по выбору на тему ‹‹Оптимизационные задачи›› будет полезен и интересен учащимся 9 классов.

Введение оптимизационных задач в содержание школьного курса математики педагогически оправдано, так как они с достаточной полнотой закладывают в сознание учащихся понимание того, что всякая человеческая деятельность направлена на то, чтобы с наименьшей затратой сил достигнуть наивыгоднейшего результата.

Кроме того, решая задачи указанного типа, учащиеся видят, с одной стороны, абстрактный характер математических понятий, а с другой – большую и эффективную их применимость к решению практических, жизненных задач.

Такая постановка оптимизационных задач способствует расширению сферы приложений учебного материала, повышает роль этих задач в осуществлении глубокой цели математического образования школьников – изучать приложения математики в различных областях человеческой деятельности.

Оптимизационные задачи могут помочь школьнику ознакомиться с некоторыми идеями и прикладными методами школьного курса математики, которые часто применяются в трудовой деятельности, в познании окружающей деятельности. Также решение оптимизационных задач способствует углублению и обогащению математических знаний, умений и способов деятельности учащихся. Через задачи они знакомятся с экстремальными свойствами изучаемых функций, рассматриваемых на непрерывном и дискретном множествах, с некоторыми свойствами неравенств. Изучая свойства той или иной геометрической фигуры, учащиеся с помощью задач приобретают знания об оптимизационных свойствах этой фигуры, а также учатся применять их к решению прикладных задач. Неоценимую важность постановки оптимизационных задач в школьном курсе математики мы видим также и в формировании и развитии исследовательской компетенции учащихся. Ведь все решения таких задач предлагаются на уровне исследования реальной ситуации с использованием оптимизационных средств. Кроме того, в процессе решения большей части оптимизационных задач широко и удачно используются эвристические приемы, которые в отличие от алгоритмических могут показать путь решения предлагаемых задач.

Из всего, изложенного выше, можно сделать вывод об актуальности темы нашей аттестационной работы ‹‹Оптимизационные задачи (курс по выбору по математике в системе предпрофильной подготовки девятиклассников)››.

Цель работы: разработка курса по выбору по математике ‹‹Оптимизационные задачи›› в системе предпрофильной подготовки девятиклассников.

Объект исследования: предпрофильное обучение в общеобразовательной школе.

Предмет исследования: курс по выбору ‹‹Оптимизационные задачи›› для учащихся 9 классов общеобразовательной школы.

Гипотеза: курс по выбору на тему «Оптимизационные задачи» будет способствовать формированию метапредметных образовательных результатов учащихся, если его содержание и методика проведения будут удовлетворять основным требованиям, предъявляемым к разработке курсов по выбору.

В соответствии с целью исследования определены следующие **задачи**:

1) провести сравнительный анализ содержания школьных учебников по математике для выяснения место оптимизационных задач в школьном курсе математики и способов их решения;

2) составить программу курса;

3) разработать различные формы организации занятий (в том числе с использованием современных педагогических технологий);

4) разработать методические рекомендации к проведению занятий;

5) провести апробацию курса.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, приложения и библиографического списка.

Глава 1. Предпрофильная подготовка в профильном обучении

§1. Цели и задачи профильного обучения и предпрофильной подготовки учащихся

Главная задача российской образовательной политики - обеспечение современного качества образования на основе сохранения его фундаментальности и соответствия актуальным и перспективным потребностям личности, общества и государства.

Цель модернизации образования состоит в создании механизма устойчивого развития системы образования.

Модернизация общеобразовательной школы предполагает ориентацию образования не только на усвоение обучающимся определенной суммы знаний, но и на развитие его личности, его познавательных и созидательных способностей.

В Концепции национальной образовательной инициативы «Наша новая школа» по модернизации общего образования на 2011– 2015 годы отмечены основные направления отечественной образовательной политики. Одним из них является ‹‹обновление содержания образования и совершенствование механизмов контроля над его качеством›› [24, 25]: принятие ФГОС ООО; организация экспериментальной апробации нового содержания общего образования, его разгрузка, ориентация на потребности личности и современной жизни страны; создание условий для введения профильного обучения на старшей ступени общеобразовательной школы и т.д.

В связи с этим предусматривается создание *‹‹системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательной школы, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию обучающихся››.* [24, 25].

Под профильным обучением будем понимать средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитываются интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования.

Профильное обучение направлено на реализацию личностно - ориентированного учебного процесса. При этом существенно расширяются возможности выстраивания учеником индивидуальной образовательной траектории.

Переход к профильному обучению преследует следующие основные цели:

- обеспечить углубленное изучение отдельных предметов основной образовательной программы полного общего образования;

- создать условия для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ;

- способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями;

- расширить возможности социализации учащихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ профессионального высшего образования.

Профильное обучение должно:

▪ быть нацелено на развитие школьников, на формирование их профессиональных устремлений;
▪ иметь продуктивный деятельностный характер;
▪ обеспечивать интеграцию образовательного процесса с реальной действительностью;

▪ отличаться вариативностью;

▪ обеспечивать индивидуализацию и дифференциацию образования;

▪ быть ориентированным как на потребности личности, так и на потребности рынка труда;

▪ учитывать потребности регионов в специалистах определенных профессий.

Основной целью предпрофильной подготовки учащихся является их самоопределение в отношении выбора профиля будущего обучения в 10-11 классах.

Следовательно, предпрофильная подготовка должна сформировать у школьников:

1) умение объективно оценивать свои резервы и способности к продолжению образования по различным профилям;

2) умение осознанно осуществлять выбор профиля соответствующего своим склонностям, особенностям и интересам;

3) готовность нести ответственность за сделанный выбор;

4) высокий уровень учебной мотивации на обучение по избранному профилю.

В связи с этим задачи предпрофильного обучения можно сформулировать так:

1. Выявление интересов, склонностей, способностей школьников и формирование у них практического опыта в различных сферах познавательной и профессиональной деятельности, ориентированного на выбор профиля обучения в старшей школе.

2. Оказание психолого - педагогической помощи в приобретении школьникам представлений о жизненных ценностях, в том числе связанных с профессиональным становлением.

3. Развитие широкого спектра познавательных и профессиональных интересов.

4. Формирование способностей принимать осознанные решения о выборе дальнейшего направления образования.

Предпрофильная подготовка должна:

▪ предусматривать усиление интеграции образовательных и предметных областей с внеучебной практикой, направленной на формирование ключевых компетенций профильного самоопределения;

▪ обеспечивать в случае необходимости возможность переориентации школьника с одного профиля на другой;

▪ обеспечиваться высоким уровнем оснащения учебного процесса (современными мастерскими и лабораториями).

§2. Содержание и организация предпрофильного обучения учащихся

Система предпрофильного обучения включает в себя целый ряд новых для российской школы педагогических идей, их реализация на практике должна привести к коренному изменению образовательного процесса и построению новой системы образования девятиклассников.

Перечислим основные идеи предпрофильного обучения:

1) введение за счет школьного компонента краткосрочных 8-36 часовых элективных курсов: предметных, межпредметных и ориентационных;

2) использование в предпрофильном обучении очно - заочных, дистанционных форм получения образования; обучение учащихся в малых группах; обучение в одной группе учащихся разных школ;

3) введение активных методов преподавания элективных курсов (практикумы, защиты проектов, моделирование, экскурсии (в том числе виртуальные), тренинги, дискуссии, дебаты и т. д.);

4) проведение профессиональных проб для учащихся, позволяющих им точнее определиться в выборе профиля образования;

5) прохождение всеми учащимися 9-х классов курса обучения по выбору профиля образования;

6) введение новой системы распределения времени прохождения учебных курсов в течение учебной недели или четверти, при которой допускается, что учебная дисциплина не обязательно изучается по 1ч. в неделю;

7) введение накопительной оценки учебных достижений учащихся, например по типу ‹‹портфолио››;

8) зачисление в 10-профильный класс на основе решения муниципальной экзаменационной комиссии, учитывающей достижения ученика;

9) проведение ГИА для учащихся 9-х классов;

10) переход на независимую от школы и учителя оценку учебных достижений ученика, выставляемую внешними экспертами;

11) комплектование 10 классов также предполагается вывести из ведения школы;

12) проведение обучения девятиклассников вне стен собственной школы: в учреждениях муниципальных и межмуниципальных образовательных сетей, ресурсных образовательных центрах и т. д.;

13) проведение рейтинговых соревнований, олимпиад и других мероприятий с учащимися;

14) безотметочная система предпрофильного обучения учащихся: оценка результатов работы учителя и учащихся будет по показателю правильности выбора профиля образования в 10-11 классах.

Нужно иметь в виду, что предпрофильное обучение - это несамостоятельная система. Оно является подсистемой профильного образования старшей школы и выполняет подготовительную функцию. Основная функция предпрофильной подготовки – создание возможностей для учащихся определиться в выборе будущего профиля обучения.

Согласно нормативным документам 100 учебных часов на предпрофильную подготовку рекомендуется распределять следующим образом: ориентировочно 2/3 объема, т.е. 2 учебных часа в неделю отводить на 2 вида специально организованных курсов по выбору: предметные и ориентационные курсы. Оставшуюся часть, т.е. 1/3 объема предпрофильной подготовки (приближенно 30-35 учебных часов в год), предполагается использовать для информационной работы и профильной ориентации (табл. 1).

Таблица 1

Структура учебного плана предпрофильной подготовки учащихся

Курсы по выбору	Информационная работа	Профессиональное консультирование,профориентационная работа
1	2	3
70 часов	15 часов	15 часов

Наименьшая продолжительность элективных курсов должна равняться 8 часам. Таким образом, учащиеся в течение года могут пройти несколько учебных курсов по выбору. Максимально возможное количество часов элективных курсов в год, которые может прослушать учащийся, равняется 68 (2ч. в неделю); если продолжительность каждого курса по выбору будет составлять 8ч., то ученик может выбрать примерно 8 элективных курсов в год. Соответственно, чем больше количество учебных часов для курса по выбору, тем меньше элективных курсов выберет девятиклассник.

Предпрофильная подготовка строится на основе принципа преемственности с профильным обучением в старших классах.

Это означает, что содержание курсов должно будет познакомить учащихся с содержанием обучения в старшей школе и помочь провести пробы.

§3. Курсы по выбору в рамках предпрофильной подготовки

Элективный курс предпрофильной подготовки (с лат. *electus* - избирательный) - обязательный для посещения учебный курс по выбору учащихся, направленный на выбор или уточнение профиля дальнейшего обучения и пути дальнейшего образования.

Курсы по выбору (элективные курсы) в рамках предпрофильной подготовки подразделяются по некоторым источникам [1, 6, 16, 32] на три основных вида: предметные, межпредметные и ориентационные.

<u>Предметные курсы</u> по выбору являются пропедевтическими по отношению к будущим профильным курсам, они помогают выпускнику основной школы сделать осознанный выбор профиля. Содержание и форма организации этих курсов должны быть направлены на расширение знаний ученика по тому или иному учебному предмету. Программы предметных курсов включают углубление отдельных тем базовых общеобразовательных программ, а также их расширение, т.е. изучение некоторых тем, выходящих за рамки школьных программ. В процессе реализации предметных курсов по выбору решаются следующие задачи:

- реализация учеником интереса к выбранному предмету;
- уточнение готовности к способности осваивать предмет на повышенном уровне;
- создание условий для подготовки к экзаменам по выбору, т.е. наиболее вероятным предметом будущего профилирования.

<u>Межпредметные курсы</u> предполагают выход за рамки традиционных учебных предметов. Они знакомят школьников с комплексными проблемами и задачами, требующими синтеза знаний по ряду предметов и способами их разработки в различных профессиональных сферах. Задачами данных курсов являются:

- поддержание мотивации ученика к тому или иному профилю;

▪ развитие склонностей, способностей и интересов школьника;

▪ формирование интегративной картины мира.

Ориентационные курсы представляют собой занятия, способствующие самоопределению ученика относительно профиля обучения в старшей школе.

Задачами данных курсов являются:

▪ создание базы для ориентации учеников в мире современных профессий;

▪ ознакомление на практике со спецификой типичных видов деятельности, соответствующих наиболее распространенным профессиям.

Реализация в предпрофильных классах элективных ориентационных курсов преследует своей целью подготовку учащихся к ситуациям выбора направления дальнейшего образования.

Но какие бы задачи не ставил перед собой учитель, он не может не помнить о необходимости соблюдения следующих условий: курс должен быть построен так, чтобы он позволял в полной мере использовать активные формы организации занятий, информационные, проектные работы.

Содержание курса, форма его организации должны помогать ученику через успешную практику оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы. Отбирая содержание, учитель (автор программы, учебника) должен ответить на вопросы: ‹‹ Почему ученик выберет именно этот курс, а не другой? Чем он будет ему полезен, интересен? ››

Элективные курсы должны способствовать созданию положительной мотивации; помочь ученикам проверить себя, ответить на вопросы: ‹‹ Могу ли я, хочу ли я учить это, заниматься этим? ››

Вместе с тем надо помнить, что чрезмерная перегруженность курса новым содержанием может не позволить ученику ответить на главные вопросы. В связи с этим вполне возможна, на наш взгляд, ситуация, когда не весь объем содержания элективного курса является строго обязательным.

Может быть, какой-то его объем минимально необходим, а все остальное - ‹‹по потребностям››. Доминанта умений и позитивного опыта может быть обеспечена на любом завершенном содержательном модуле или блоке. Возможен и такой вариант, при котором ученик может выполнить обязательный набор заданий по одной содержательной теме. Курсы (по возможности) должны опираться на какое-либо пособие. Это позволит исключить ‹‹монополию учителя на информацию››.

Содержание элективных курсов не должно дублировать содержание предметов, обязательных для изучения. Курсы должны познакомить ученика со спецификой видов деятельности, которые будут для него ведущими, если он совершит выбор того или иного профиля, то есть повлиять на выбор сферы будущей деятельности, пути (направления) получения им образования в профессиональной школе (прежде всего, высшей).

Они должны включать пробы по ведущим для данного профиля видам деятельности (чтобы показать специфику данного профиля через деятельность – работа с текстами, анализ источников, использование правовых документов и т.п.). Если автор относит (условно) свой курс к ориентирующим, он должен так построить учебную программу, чтобы ученик мог получить представление о характере не только профиля, но и профессиональной деятельности.

Хорошо, если программа курса будет состоять из ряда законченных модулей. Это позволит ученику в том случае, если он понял, что его выбор ошибочен, пойти в следующий четверти (полугодии) на занятия по другому курсу. Отобранное содержание должно, с одной стороны, соответствовать познавательным возможностям старшеклассников, а с другой – предоставляя ученику возможность накапливать опыт работы на уровне повышенных требований, развивать его учебную мотивацию.

Прежде чем приступить к составлению программы элективного курса учителю полезно ответить на ряд вопросов.

1. На каком содержательном материале, и через какие формы работы я смогу наиболее полно реализовать задачи профильной подготовки (помочь ученику сориентироваться в выборе пути продолжения образования и/или профессиональной деятельности, восполнить пробелы его предыдущей подготовки, показать типичные для данного профиля виды деятельности, дать возможность ученику проявить себя и добиться успеха)?

2. Чем содержание курса будет качественно отличаться от обязательного для изучения курса (оно вообще не представлено в общеобразовательном или профильном предмете; оно представлено ‹‹ вскользь››, о нем лишь упоминается; оно представлено односторонне, не отражены другие точки зрения и т.п.)?

3. Какими учебными и вспомогательными материалами обеспечен данный курс (фонд библиотеки, хрестоматии, сборники, дидактические материалы и т.п.)? Какие виды деятельности (профильно и профессионально ориентированные) возможны в работе с данным содержанием? Какие виды работ могут и должны выполнить учащиеся для подтверждения своей успешности в будущем учении, профессиональной деятельности? Какова доля самостоятельности ученика в работе данного курса, в чем он может проявить инициативу? Какие критерии, ясные педагогу и ученику, позволят оценить успехи в изучении данного курса? Чем может завершиться для ученика изучение курса, какова форма отчетности?

Ответив на данные вопросы, учитель фактически подготовится к составлению пояснительной записки к программе. Далее останется записать свои ответы, отредактировать записи и приложить к ним календарное планирование.

При разработке программы учителю также целесообразно ориентироваться на следующие **требования** [7, 8, 16, 19, 20, 32,35]:

1) *Соответствие положению Концепции профильного обучения и предпрофильной подготовки* [20]. Программа должна позволять учащимся

осуществить пробы, оценить свои потребности и возможности и сделать обоснованный выбор профиля обучения в старшей школе.

2) *Степень новизны для учащихся.* Программа должна включать новые для учащихся знания, не содержащиеся в базовых программах.

3) *Мотивирующий потенциал программы.* Программа должна содержать знания, вызывающие познавательный интерес учащихся и представляющие ценность для определения ими профиля обучения в старшей школе.

4) *Полнота содержания*. Программа должна содержать все знания, необходимые для достижения запланированных в ней целей обучения.

5) *Научность содержания.* В программу должны быть включены прогрессивные научные знания и наиболее ценный опыт практической деятельности человека.

6) *Инвариантность содержания.* Включенный в программу материал может применяться для различных групп школьников, что достигается обобщенностью включенных в нее знаний; их отбором в соответствии с общими для всех учащихся задачами предпрофильной подготовки; модульным принципом построения программы.

7) *Степень обобщенности содержания* включенных в программу знаний должна соответствовать поставленным в ней целям обучения и развития мышления школьников.

8) *Практическая направленность курса.* Программа должна позволять осуществить эвристические пробы и сформировать практическую деятельность школьников в изучаемой области знаний.

9) *Связность и систематичность учебного материала.* Развертывание содержания знаний в программе должно быть структурировано таким образом, что изучение всех последующих тем обеспечивается предыдущими, а между частными и общими знаниями прослеживаются связи.

10) *Соответствие способа развертывания учебного материала стоящим в программе задачам.* Способ развертывания содержания учебного материала должен соответствовать стоящим в программе целям обучения и определяться объективным уровнем развития научных знаний.

11) *Выбор методов обучения.* Возможность проведения эвристических проб обеспечивается использованием в преподавании активных методов обучения.

12) *Контролируемость.* Программа должна обладать операциональностью и иерархичностью описания включенных в нее знаний; конкретностью определения результатов подготовки по каждой из ведущих тем или по программе в целом, что дает возможность установить степень достижения промежуточных и итоговых результатов и выявить сбой в прохождении програаммы в любой момент процесса обучения.

13) *Реалистичность с точки зрения ресурсов.* Материал программы должен быть распределен во времени с учетом его достаточности для получения запланированных результатов.

Хорошо, если при организации занятий на курсах предпрофильной подготовки есть возможность деления класса на подгруппы. Это позволит индивидуализировать процесс обучения, активно применять проектные и исследовательские формы организации образовательного процесса, реализовывать деятельностный подход. Также целесообразно, по возможности,привлекать к преподаванию курсов предпрофильной подготовки в девятых классах работников профессиональной школы, науки, производства и других сфер деятельности.

Большую помощь в организации ориентационных курсов может оказывать родительский актив, свою роль могут сыграть взаимосвязи с региональными социальными, экономическими структурами и предприятиями.

Надо также использовать ресурсы дополнительного образования детей муниципальной образовательной системы для организации кружков, клубов, студий. Повышает эффективность предпрофильной подготовки использование современных телекоммуникационных возможностей, которые появляются благодаря реализации Федеральной программы информатизации школ (интернет - технологии, CD - диски, дистанционные формы и т.д.).

Образовательное учреждение, обладающее достаточными возможностями, может организовать и проводить на своей базе элективные курсы в режиме on-line. Все желающие девятиклассники вне зависимости от их места проживания могут включиться в этот процесс. Такие виртуальные курсы по выбору проводятся в интересной, активной форме, в рамках выполнения какого-то учебного проекта.

Нецелесообразно вводить жесткие регламентирующие рамки по поводу того, сколько и каких видов курсов должен посетить и освоить один ученик. У каждого должна быть свобода выбора, индивидуальная образовательная программа.

Глава 2. Элективный курс ‹‹Оптимизационные задачи››

§1. Анализ действующих программ по математике в общеобразовательной школе

В различных программах для общеобразовательных учреждений по математике в разделе ‹‹Требования к уровню математической подготовке учащихся›› впервые о наибольшем и наименьшем значениях некоторой величины упоминается лишь в теме ‹‹Функция›› в 10-11 классах. В разделе «Требования к уровню подготовки выпускников» отмечается, что в результате изучения математики на базовом (профильном) уровне ученик должен «уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения геометрических задач, экономических и других прикладных задач, в том числе на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа»[44]. В тематическом планировании к различным действующим учебникам по математике темы ‹‹Наибольшее и наименьшее значения функции›› и ‹‹Применение производной к нахождению наибольшего и наименьшего значений функции›› также отнесены к 10-11 классам.

В разделе ‹‹Тематическое планирование учебного материала›› впервые предполагается рассмотрение наибольшего и наименьшего значений квадратичной функции в 8-ом классе, если преподавание ведется по авторским программа А.Г. Мордковича, Ш.А. Алимова, С.М. Никольского, но в учебниках Ш.А. Алимова, С.М. Никольского эта тема не входит в число обязательных для базового уровня освоения школьного курса математики (обязательна лишь для профильного уровня). Судя по тематическому планированию для других учебников, таких как Н.Я. Виленкин , С.А. Теляковский, рассмотрение оптимизационных задач в 5-9 классах не предполагается. В 10-м же классе предлагается решать такие задачи с помощью производной. Таким образом, программа для общеобразовательных учреждений не предусматривает исследование функций на наибольшее и наименьшее значения элементарными приемами.

В некоторых программах для профильных классов и классов с углубленным изучением математики (8-9классы) в разделе «Содержание обучения» упоминается об элементарном исследовании функций, в том числе и об отыскании их наибольших и наименьших значений. В 10-11 классах эта программа, как и программа для общеобразовательных школ, оптимизационные задачи предлагает решать только с использованием производной. Таким образом, решение оптимизационных задач элементарными приемами в большинстве авторских программ предполагается лишь в классах с углубленным изучением математики.

§2. Программа элективного курса

Программа элективного курса своим содержанием сможет привлечь внимание учащихся 9-х классов, которым интересна математика и ее приложения и тех, кому захочется глубже и основательнее познакомиться с ее методами и идеями. Предполагается, что будут освещаться намеченные, но недостаточно проработанные в общем курсе школьной математики вопросы. Выбрав указанный курс, учащиеся за полугодие пройдут путь от математического до компьютерного моделирования. Навыки построения моделей им пригодятся в дальнейшем при изучении курса информатики.

Кроме того, умение строить математические модели и работать с ними является важным метапредметным умением, необходимым в современном мире выпускнику школы [44, 45].

Материал предлагаемого курса поможет учителю показать ученикам как красоту и совершенство, так и сложность математических методов, порожденных не только алгеброй, но и геометрией и даже физикой.

Элективный курс ‹‹Оптимизационные задачи›› предназначен для учащихся 9 классов и является одним из подобных курсов в системе предпрофильной подготовки. Он должен оказать учащимся помощь в принятии решения при выборе профиля обучения, направления дальнейшего образования; создать условия для повышения готовности учащихся к социальному, профессиональному и культурному самоопределению в целом.

Данный курс рассчитан на 16 часов и состоит из двух модулей (табл. 2).

Содержание курса поможет учащимся овладеть методами решения некоторых классов задач оптимизационного характера без применения средств дифференциального исчисления.

Цели изучения курса:

- расширить представления учащихся о способах нахождения наибольшего и наименьшего значений функции;
- создать условия для формирования и развития универсальных учебных действий у учащихся при решении оптимизационных задач, используя различные методы и приемы;
- вовлечь учащихся в проектно-исследовательскую и рефлексивную деятельность.
- способствовать развитию интереса к изучению математики.

Исходя из перечисленных целей изучения данного курса по выбору, можно привести следующие з*адачи курса*:

- способствовать формированию умений строить математические модели объектов и процессов из различных областей знания и практических задач и на их основе разрабатывать компьютерные модели.
- способствовать развитию математического мышления учащихся;
- способствовать развитию их алгоритмической культуры;
- способствовать развитию творческих способностей при выполнении индивидуальных заданий;

- способствовать развитию умения самостоятельно приобретать и применять знания;
- способствовать формированию информационной компетентности;
- способствовать формированию навыков исследовательской деятельности учащихся.

Для реализации поставленных целей и задач предполагается, что учитель будет использовать следующие *формы занятий*:

- лекции;
- семинары;
- практикумы по решению задач;
- деловые игры;
- лабораторные работы с применением компьютера.

Элективный курс может способствовать не только овладению учащимися различными умениями, навыками, приемами решения прикладных математических задач, но и должен создать условия для формирования исследовательской компетентности учащихся.

Девятиклассники, освоившие данный элективный курс, смогут реализовать полученные знания и умения на занятиях по информатике при изучении темы «Компьютерное моделирование», а также в дальнейшем при итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

Задачи, предлагаемые в данном курсе, интересны и часто не просты в решении, что позволит ученикам повысить учебную мотивацию и проверить им свои способности к математике.

Таблица 2

Тематическое планирование курса

№	Тема	Количество часов
Модуль 1. *Оптимизационные задачи. Математическое моделирование.*		
1	Понятие об оптимизационной задаче	1
2	Понятие о математическом моделировании	1
3	Использование свойств квадратного трехчлена для нахождения его наибольшего и наименьшего значения	1
4	Применение свойств суммы и произведения положительных выражений к нахождению их наибольших и наименьших	2
5	Применение неравенства Коши	1
6	Задача Дидоны и другие исторические задачи на оптимизацию	1
7	Решение оптимизационных задач различными методами	2
		9
Модуль 2. *Использование компьютера при решении оптимизационных задач*		
1	Линейное программирование	1
2	Моделирование и решение задач с использованием компьютера	1
3	Оптимизационные задачи в физике	1
4	Оптимизационные задачи в геометрии	2
5	Решение оптимизационных задач различными методами	1
6	Итоговый контроль	1
		7
	Итого	16

После изучения тем, входящих в первый модуль, предусматривается, как это предполагается в предпрофильном обучении, предложить учащимся право выбора – перейти к изучению другого элективного курса либо продолжить более глубоко и основательно изучать данный курс.

На занятиях курса планируется использовать информационно-компьютерные технологии при:

- объяснении нового материала,
- выступлении с докладами (презентация в Power Point),
- разгадывании кроссвордов (Excel),
- построении математических моделей (Excel),
- выполнении итогового теста (Excel).

При подведении итогов деятельности учащихся важную роль будут играть их достижения в написании рефератов, выполнении индивидуальных, самостоятельных и лабораторных работ.

После завершения данного курса учащиеся должны *уметь*:

1. выдвигать гипотезы решения математических задач прикладного характера ;
2. строить математические модели, способствующие решению оптимизационных задач;
3. моделировать в среде табличного процессора Microsoft Excel;
4. проводить исследование модели (аналитическое и компьютерное);
5. анализировать полученные результаты;
6. делать выводы.

Информационное обеспечение программы

Литература для учителя

1. *Буслаева И.П.* Решение экстремальных задач без использования производной // Математика в школе. 1995. № 5. С. 67- 70.
2. *Возняк Г.М., Гусев В.А.* Прикладные задачи на экстремумы /под ред. Г.М. Возняк, В.А. Гусев. М.: Просвещение, 1985.
3. *Галицкий М.Л.* Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа / под ред. М.Л. Галицкий, М.М. Мошкович, С.И. Шварцбург. М.: Просвещение, 1986.

4. *Генкин Г.З.* Задачи на нахождение экстремумов функций в 8 классе // Математика в школе. 2003. № 9. С. 51-54.
5. *Готман Э.Г.* Задачи на отыскание наибольших и наименьших значений // Математика в школе. 1979. № 2. С. 36-39.
6. *Готман Э.Г.* Неравенства в геометрических задачах // Математика в школе. 1985. № 3. С. 46-48.
7. *Готман Э.Г.* Поиск рационального решения задачи на экстремум // Математика в школе. 1997. № 6. С. 40-43.
8. *Колганов И.Л.* Применение линейной функции к решению задач оптимизации // Математика в школе. 2000. № 5. С. 62-64.
9. *Мостовой А.И.* К решению геометрических задач в 7 классе // Математика в школе. 1974. № 1. С. 18-21.
10. *Мурина И.Н., Соловьев А.Ф.* О наибольшем и наименьшем значении функции // Математика в школе. 1988. № 5. С. 28-32.
11. *Нагибин Ф.Ф.* Экстремумы: пособие для учащихся старших классов. М.: Просвещение, 1996.
12. *Перельман К.В.* Занимательная геометрия / Под ред. и с доп. Б.А. Кордемского. М.: АО «СТОЛЕТИЕ», 1994. 336 с.
13. *Перельман Я.И.* Занимательная алгебра / Под ред. и с доп. В.Г. Болтянского. – 10-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1959. 204 с.
14. *Рыб К.А., Бодрякова Н.О*. Физические задачи на экстремум функции // Математика в школе. 1993. № 3. С. 15-20.
15. *Тихомиров В.М.* Рассказы о максимумах и минимумах. М.: Наука, 1986. 192 с.
16. *Улимаева А.Т.* Решение задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции // Математика в школе. 1979. № 6. С. 23 – 24.
17. *Хонбергер Р.* Математические изюминки / Пер. с англ. А.П. Савина. М.: Наука, Гл. ред. физ. Мат. Лит., 1992. 176 с.

18. *Чистяков В.Д.* Рассказы о математиках / под ред. В.Д. Чистяков. – 2-е изд. исправленное и дополненное. Минск: Высшая школа, 1966.

Литература для учащихся

1. *Берколайко С.Т.* Использование неравенства Коши при решении задач // Квант. 1975. № 4. С. 37-40.
2. *Глейзер Г.И.* История математики в школе 7-8 классы. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1982. 240 с.
3. *Глейзер Г.И.* История математики в школе 9-10 классы. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1982. 240 с.
4. *Депман И.* Из истории математики: в помощь школьнику. М.: Детгиз, 1950.
5. *Курляндчик Л.Д.* Неравенство Коши // Математика в школе. 1987. № 5. С. 58-59.
6. *Савин А.П.* Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А.П. Савин. – 2-е изд. исправленное и дополненное. М.: Педагогика, 1989. 352 с.: ил.
7. *Спивак А.*Кеплер и винные бочки – австрийские и рейнские // Математика в школе. 2000. № 6. С. 3-11, 57-58.
8. *Стройк Д.Я.* Краткий исторический очерк истории математики– 2-е изд. М., 1969.
9. *Трофимов В.* Царевна Дидона, изопериметры и мыльные пленки // Математика в школе. 1985. № 5. С. 22-27.
10. *Шарыгин И.* Миф о Дидоне и изопериметрическая задача // Математика в школе. 1997. № 1. С. 42-44, 58.

Перечень Internet – ресурсов

1. Задача царицы Дидоны [электронный ресурс]. URL: http://www.brsu.brest.by/pages/centr pmo/au 8.html (дата обращения 23.09.2015).

2. Контрольная работа по решению оптимизационных задач [электронный ресурс]. URL: http://personnel.uapa.ru/courses/082 Informatika Fursov/ дз%20по%20 (дата обращения 23.09.2015).
3. Оптимизационные задачи [электронный ресурс]. URL: http://atomas.ru/mat/BookMat/GL4/Index9.Htm (дата обращения 01.10.2015).
4. Оптимизационные задачи [электронный ресурс]. URL: http://www.soft32.ru/literature.shtml?topic=math&book=BookMatematica&page=GL4/Index0.htm&subpage=GL4/Index9.htm (дата обращения 01.10.2015).
5. Поиск экстремумов функций одной и нескольких переменных [электронный ресурс]. URL: http://personnel.uapa.ru/course.asp .htm (дата обращения 01.10.2015).
6. Решение оптимизационной задачи линейного программирования [электронный ресурс]. URL: http://referatw.ru/cgi-bin/main.cgi?level=5&p1=89&p2=88&p3=40185 (дата обращения 11.10.2015).
7. Решение оптимизационных задач. [электронный ресурс] URL: http://personnel.uapa.ru/cours.asp.htm (дата обращения 11.10.2015).

§3.Методические рекомендации к проведению занятий

Рассмотрим в настоящем параграфе некоторые примеры разработанных и реализованных в образовательной практике уроков из программы данного курса.

Урок 1.

Тема: **Математическое моделирование при решении оптимизационных задач**

Цели урока:

- познакомить учащихся с понятием математического моделирования;
- дать алгоритм построения математической модели;
- создать условия для формирования у учеников умение строить математические модели;
- создание условий для развития интереса к математике;
- воспитание культуры письменной речи.

Продолжительность: 1 час.

План занятия

1. Организационный момент
2. Актуализация знаний
3. Теоретическая часть занятия (лекция учителя)
4. Практическая часть (построение математических моделей при решении задач)
5. Задание на дом
6. Итог занятия

Ход занятия

1. Организационный момент

Учитель напоминает, что на прошлом занятии речь шла о некоторых простейших оптимизационных задач. Сообщается, что на данном занятии будет рассмотрена схема, по которой можно решить многие задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений величин. Записывается тема занятия.

2. Актуализация знаний

Рекомендуется предложить учащимся ответить на следующие вопросы:

- Какие задачи относят к оптимизационным? Приведите примеры.
- Какая величина в них является оптимизируемой?

3. Теоретическая часть занятия (лекция учителя)

В каждой оптимизационной задаче требуется найти наибольшее или наименьшее значение какой-либо величины. Такие задачи возникают практически во всех областях человеческой деятельности. При этом очень важно, что формулировка задач на первом этапе дается в описательной форме. Поэтому, чтобы решить их с помощью каких-то средств математики нужно переформулировать задачу, стараясь формализовать условия. А затем, уже с помощью средств математики попытаться найти наибольшее и наименьшее значение величины, о которой идет речь в задаче.

Таким образом, возникает следующая схема решения оптимизационных задач (Приложение 1): сначала анализируют условие задачи, определяют, наибольшее или наименьшее значение какой величины требуется найти. Обозначают эту величину – y (или S, R, r и т. д. в зависимости от условия задачи);

1) Одну из неизвестных величин (сторону, угол и т.д.) принимают за независимую переменную величину и обозначают ее буквой x. Определяют границы изменения x;
2) Исходя из условий задачи, выражают y через x и неизвестные величины (чаще всего зависимость выражается с помощью некоторой функции $y=f(x)$);
3) Находят средствами математики (в том числе с использованием дифференциального исчисления) наибольшее или наименьшее значение на промежутке изменения x;

4) Интерпретируют результат для рассматриваемой задачи.

Учитель обращает внимание учащихся на следующее: на первых трех этапах речь идет как раз о формализации условий задачи, т. е. о записи их в математических терминах.

Очень часто задачу можно переформулировать так: найти наибольшее или наименьшее значение функции ***y=f(x)***, где ***x*** принадлежит определенному промежутку.

Процесс выполнения первых трех этапов схемы называется построением математической модели.

Успех или неудача моделирования во многом зависит от выбора независимой переменной. Выбор должен быть таким, чтобы не только модель была проще. Но и чтобы ее удалось исследовать.

Теперь непосредственно переходим к примерам, на которых и убедимся, как важно удобно выбрать независимую переменную

4. Практическая часть (построение математических моделей при решении задач)

Задача 1. *Среди всех треугольников с двумя данными сторонами выбрать треугольник наибольшей площади.*

Решение. Анализируя задачу, ученики должны сами понять, что существует бесконечное множество треугольников, которые имеют две данные в условии задачи стороны. Из этого множества надо выбрать один, имеющий наибольшую площадь.

Рекомендуется спросить у учащихся: Какие формулы для вычисления площади треугольников они знают (помнят)?

Формула Герона(рис. 1): $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где p – полупериметр. $S = \frac{1}{2}a \cdot h_a$

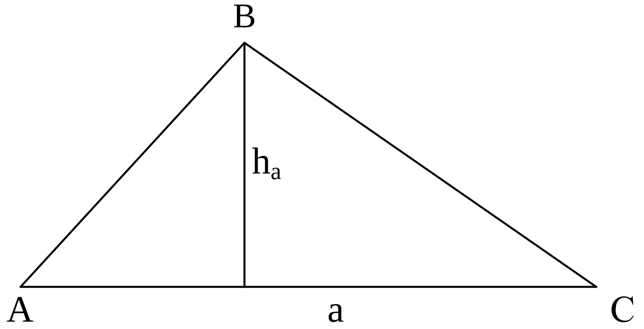


Рис. 1. Площадь треугольника (основная формула)

$S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin x$

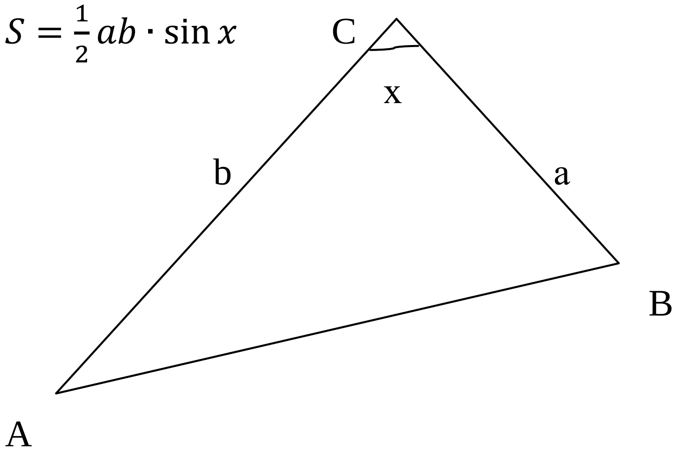


Рис. 2 Площадь треугольника (через синус угла)

Затем нужно следовать схеме построения модели. Зачитывается первый пункт и делается вывод: в задаче требуется найти наибольшее значение площади треугольника S с двумя данными сторонами.

Учитель может спросить у ребят, какую неизвестную величину в этой задаче обозначить через x.

Выслушиваются предложения учащихся, а затем происходит построение модели.

Зачитывается второй пункт.

Обозначается через x третья сторона треугольника. А две данные стороны обозначаются через a и b, тогда из геометрических соображений ясно, что $0 < x < a + b$ (рис. 3).

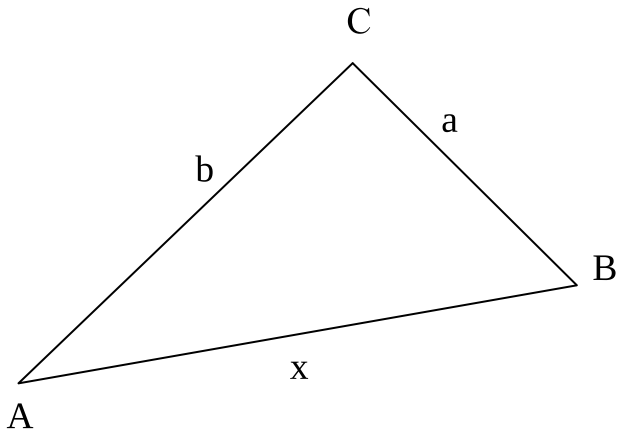


Рис. 3 Треугольник ABC

Оптимизируемую величину S выразим через a, b и x по формуле Герона, т. е. $S = \sqrt{\frac{a+b+x}{2} \cdot \frac{a+b-x}{2} \cdot \frac{a+x-b}{2} \cdot \frac{x+b-a}{2}}$, где $0 < x < a + b$.

Теперь нужно попробовать выбрать независимую величину иначе, т. е. построить другую математическую модель.

1. Оптимизируемой величиной является S – площадь треугольника.
2. Обозначается через x величина *ABC*, из геометрических соображений ясно, что$0° < x < 180°$ (рис. 2).
3. Тогда $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin x$, где $0° < x < 180°$.

Таким образом, мы построили 2 функции, являющиеся математическими моделями:

1) $S = \sqrt{\frac{a+b+x}{2} \cdot \frac{a+b-x}{2} \cdot \frac{a+x-b}{2} \cdot \frac{x+b-a}{2}}$, где $0 < x < a + b$.

2) $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin x$, где $0° < x < 180°$.

Учащиеся замечают, что первая модель сложнее, т. к. неясно, как найти x, при котором S принимает наибольшее значение.

Из второй модели видят, что наибольшее значение S принимает тогда, когда $\sin x$ будет наибольшим при условии $0° < x < 180°$.. Из свойств функции синус они знают, что наибольшее значение, равное *1*, он примет при $x = 90°$. Обозначают наибольшее значение S через S_{max}, тогда

$S_{max}=S(90^0)=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b.$

Итак, среди всех треугольников с двумя сторонами наибольшую площадь имеет прямоугольный треугольник (рис. 4).

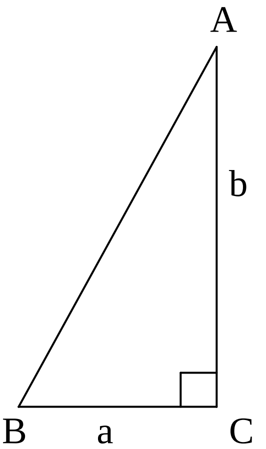


Рис.4 Прямоугольный треугольник

Следующую задачу учащимся предлагается решить самостоятельно (при этом предлагается построить так же как и в рассмотренной выше задаче несколько различных математических моделей).

Задача 2. *Среди всех прямоугольников с данной диагональю найти прямоугольник наибольшей площади* (рис. 5).

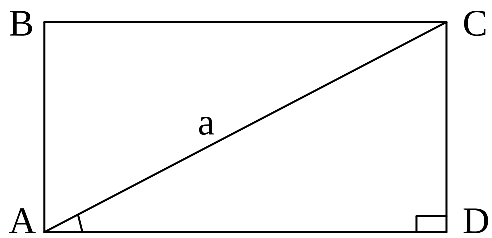


Рис. 5 Прямоугольник ABCD

Решение.

Если обозначить $AD=x$, то площадь прямоугольника будет вычисляться по формуле $S=x\cdot DC$. Кроме того, по теореме Пифагора: $DC=\sqrt{a^2-x^2}$. Тогда $S=x\sqrt{a^2-x}$, $0<x<a$.

Данная модель сложна, так как неясно как найти наибольшую площадь в зависимости от x.

Следовательно, необходим иной подход к решению данной задачи.

Пусть $AD=a\ sinx$, $CD=a\ cosx$, $S=a^2 sinx\ cosx$, $0^0<x<180^0$.

Исследуем вторую модель.

Используя таблицу Брадиса или свойства функции синус и косинус: ученики замечают, что косинус при $0^0<x<90^0$ убывает, а при $90^0<x<180^0$ возрастает; синус при $0^0<x<90^0$ возрастает, а при $90^0<x<180^0$ убывает. Подбирая разные углы, ребята путем проб и ошибок, приходят к выводу, что $S_{max}=S(45^0)=\frac{a^2}{2}$.

5. Задание на дом

Придумать 3 примера оптимизационных задач, встречающихся в жизни. Построить к ним различные математические модели и исследовать эти модели.

6. Итог занятия

Рекомендуется повторить, какие задачи называются оптимизационными и схему решения таких задач.

Урок 2.

Тема: **Применение некоторых свойств суммы и произведения положительных выражений при решении оптимизационных задач.**

Цели:

- добиться понимания у учащихся теорем (свойств о сумме и произведении положительных выражений) и их доказательств,
- создать условия для формирования умения применять теоремы при решении задач,
- формировать умения строить математические модели,
- создание условий для эффективной оценки ситуации,
- создание условий для развития умения анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы,

- создание условий для развития интереса к математике,
- воспитание культуры устной и письменной речи.

Продолжительность занятия: занятие рассчитано на 2 час.

План занятия: через решение проблемной задачи учащихся приводят к необходимости изучения новых теоретических фактов и их доказательств, а затем следует применение этих фактов при решении задач.

Ход занятия

Сообщается, что на этом занятии будут рассмотрены теоретические факты, которые лежат в основе нового метода решения оптимизационных задач. Записывается тема занятия.

Перед формулировкой теорем рекомендуется дать возможность ребятам самим исследовать одну из оптимизационных задач. Например, среди всех прямоугольников, периметр которых равен 12 см, найти тот, площадь которого наибольшая.

При решении задачи ребята следуют схеме моделирования.

1) Оптимизируемой величиной является площадь прямоугольника.
2) Обозначают через *x(см)* – длину прямоугольника, тогда его ширина равна *(6-x)(см)*.
3) Получают *S(x)=x•(6-x)*.
4) Поскольку корни уравнения x•(6-x)=0 равны $x_1=0$ и $x_2=6$, а коэффициент *(-1)<0*, то квадратичная имеет наибольшее значения при $x=\frac{x_1+x_2}{2}=3$.
5) Учащиеся приходят к выводу, что площадь будет наибольшей в случае квадрата со стороны *3см*.

Итак, если периметр прямоугольников постоянен, т.е. постоянна сумма двух положительных выражений – сторон прямоугольника, то площадь этих прямоугольников, т.е. произведение сторон, примет наибольшее значение при равенстве сторон.

Это утверждение обобщается и оформляется в виде теоремы.

Теорема1. *Произведение двух положительных множителей, сумма которых постоянна, имеет наибольшее значение при равенстве множителей(если множители могут иметь равные значения).*

Замечание в скобках важно, так как не имеет смысла применять теорему, например, к выражениям x и $x+\frac{1}{x}$, так как они не могут иметь равных значений ни при каком x.

Затем учащимся предлагается доказать теорему 1, используя тождество $(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$, при $x>0$, $y>0$.

Так как в теореме 1 речь идет о произведении двух множителей, выделяют его $xy=\frac{1}{4}((x+y)^2-(x-y)^2)$. Ребята догадываются, что произведение xy примет наибольшее значение при наименьшем значении $(x-y)^2$, т.е. при $x=y$.

Следует отметить, что $max\ xy=\frac{1}{4}(x+y)^2$.

Предполагается, что ребята сделают вывод: если $x>0$, $y>0$ и $x+y$ – постоянно, то произведение xy принимает наибольшее значение при $x=y$.

Затем учащимся следует предложить самостоятельно сформулировать теорему 2, подобную теореме 1, при решении следующей задачи: из всех прямоугольников площади 9 см^3 найти прямоугольник наименьшего периметра.

Учащиеся рассуждают аналогично, следуя схеме моделирования.

1) Оптимизируемый величиной является периметр прямоугольника.

2) Обозначают через x *(см)* – длину прямоугольника, тогда его ширина равна $\frac{9}{x}$*(см)*.

3) Получают $P(x)=2\cdot(x+\frac{9}{x})$.

Исследуя построенную математическую модель, учащиеся догадываются, что периметр будет наименьшим в случае квадрата со стороной *3 см*.

Итак, получается следующее утверждение:

<u>Теорема 2</u>. *Сумма двух положительных слагаемых, произведение которых постоянно, имеет наименьшее значение при равенстве слагаемых(если слагаемые могут иметь равные значения).*

После этого учащимся предлагается доказать теорему 2, используя тождество $(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$. Так как $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$, то$(x+y)^2$, а значит и $\boldsymbol{x+y}$ примет наименьшее значение при $(x-y)^2=0$, т. е. при $x=y$.

Рекомендуется попросить ребят самим сделать вывод: если $x>0$, $y>0$ и $\boldsymbol{xy}$ - постоянно, то $\boldsymbol{x+y}$ принимает наименьшее значение при $x=y$.

Затем приступают к решению следующих задач.

Задача 1. (устно). *Из всех прямоугольных треугольников, сумма катетов которых постоянна, найти тот, площадь которого наибольшая.*

Воспользовавшись теоремой 1, ребята придут к ответу, что треугольник, обладающий всеми свойствами, описанными в условии задачи, равнобедренный.

Задача 2. (устно). *Найти положительное число, которое, будучи сложенным, с обратным ему числом, дает наименьшую сумму.*

Воспользовавшись теоремой 2, ребята придут к выводу, что этим числом является 1.

Задача 3. *Найти наибольшее значение функции* $y=2x(3-x)$ *при* $0<x<3$.

Рекомендуется учащимся предложить решить эту задачу двумя способами:

- раскрыв скобки, и применив теорему о свойствах квадратного трехчлена;
- с помощью теоремы 1.

Затем предложить рассмотреть эту же задачу, но уже на другом промежутке, например, когда $x\geq3$.

Задача 4. *На странице книги печатный текст должен занимать S квадратных сантиметров. Верхнее и нижнее поля должны быть по* а *см,* *правое и левое – по b см. Если принять во внимание только экономию бумаги, то каковы должны быть наиболее экономичные размеры страницы?*

Ребята решают задачу, следуя схеме моделирования:

1. Оптимизируемая величина – S_1 – площадь страницы $ABCD$.

2. Пусть *x см* – ширина печатного текста, т.е. $x=A_0D_0$, тогда $0<x<S$.

3. Выразим S_1 через x. Из прямоугольника $A_0B_0C_0D_0$ выразим A_0B_0, так как S – площадь печатного текста, то $A_0B_0 = \frac{S}{x}$. Тогда $AB=\frac{S}{x}+2a$, $AD=x+2b$, значит $S_1=(\frac{S}{x}+2a)(x+2b)=S+4ab+2ax+\frac{2bS}{x}$.

Итак, $S_1=S+4ab+2ax+\frac{2bS}{x}$, $0<x<S$.

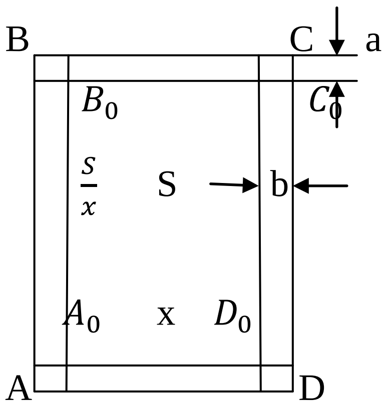


Рис. 7. Размеры страницы

4. S_1 примет наименьшее значение, если будет наименьшей сумма $S_2=2ax+\frac{2bS}{x}$. Так как произведение $2\cdot a\cdot \cancel{x}\cdot=\frac{2bS}{\cancel{x}}=4abS$– постоянно, то в силу теоремы 2 S_2, а значит и S_1, примет наименьшее значение, когда $2ax=\frac{2bS}{x}$, т.е. при $x=\sqrt{\frac{bS}{a}}$.

Тогда $A_0D_0=x=\sqrt{\frac{bS}{a}}$. см, значит $A_0B_0=\frac{S}{x}=\sqrt{\frac{aS}{b}}$*см.*

5. Таким образом, наиболее экономичные размеры страницы таковы:

$(\sqrt{\frac{bS}{a}}+2b)$*см и* $(\sqrt{\frac{aS}{b}}+2a)$*см.*

При решении этой задачи важно указать ребятам на то, что постоянные слагаемые не влияют на значение независимой переменной, при которой данная функция принимает наименьшее значение.

Задача 5. *При каких размерах прямоугольная коробка с квадратным основанием, сторона которого равна а см, и высотой, равной (9-2а) см, наиболее вместима.*

Ребята решают задачу, следуя схеме моделирования.

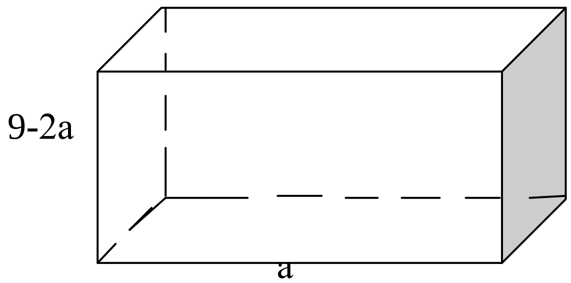


Рис. 8 Размеры коробки

1. Требуется найти, при каком a объем V прямоугольного параллелепипеда будет наибольшим.

2. За независимую величину примем a, где $0<a<\frac{9}{2}$.

3. Искомая величина $V=a^2\cdot(9-2a)=a\cdot a\cdot(9-2a),\ 0<a<\frac{9}{2}$.

4. При указанных а все три множителя: a, a, $9-2a$ положительны и их сумма $a+a+(9-2a)=9$– постоянна. Но применить теорему 1 мы не можем, так как в ней речь идет лишь о двух множителях.

Учитель сообщает, что оказывается, теоремы, аналогичные теоремам 1 и 2, можно сформулировать и доказать для любого конечного числа положительных множителей (слагаемых).

<u>Теорема 1*.</u> *Произведение нескольких переменных положительных сомножителей, сумма которых постоянна, достигает наибольшего значения при равенстве сомножителей (если только множители могут принимать равные значения).*

<u>Теорема 2*.</u> Если произведение переменных положительных сомножителей $x_1, x_2, ..., x_n$ постоянно, то их сумма будет наименьшей, если они равны между собой (если только эти выражения могут принимать равные значения).

Эти теоремы принимаются без доказательств.

Ученики, возвращаясь к задаче 5, делают вывод: в силу теоремы 1* объем V будет наибольшим, если $a=9-2a$, т.е. при $a=3$.

Итак, коробка будет наиболее вместима, если она будет иметь форму куба со стороной *3см*.

Задача 6. *Найдите наибольшее значение произведения* $\boldsymbol{xy}$, *если* $3x+5y=12$.

Учащимся не трудно, очевидно, будет догадаться, что из данного равенства нужно выразить одну из переменных x или y. А затем рассмотреть произведение xy. И применяя свойства квадратного трехчлена, они получают, что $max\ xy=\frac{12}{5}$ при $x=2$.

Дополнительная задача. *Найдите значения* a *и* b, *при которых значение многочлена* a^3+b^3+ab *наименьшее, если* $a+b=1$.

Ребята преобразуют многочлен к виду: $a^3+b^3+ab=(a+b)(a^2-ab+b^2)+ab=a^2-ab+b^2+ab=a^2+b^2$. Итак, $a^3+b^3+ab=a^2+b^2$ (*). Выражают из равенства $a+b=1$, например переменную b и подставляют в равенство (*). Получают следующее выражение $a^3+b^3+ab=2a^2-2a+1$. Затем используют свойства квадратичной функции, $f(a)=2a^2-2a+1$ принимает наименьшее значение при $a=0,5$ и $b=0,5$.

При подведении итога занятия рекомендуется повторить с учениками формулировки рассмотренных теорем.

В конце занятия учитель напоминает, что ребята, выбравшие доклад на тему: «Жизнь и творчество Коши», готовят его к следующему занятию.

Урок 3

Тема: **Задача Дидоны и другие задачи на оптимизацию**

Цели:

- сформулировать и доказать некоторые исторические оптимизационные задачи;
- формировать умение строить математические модели;
- отработка умений применять неравенство Коши, свойства квадратного трехчлена, свойства сумм и произведений при решении задач;
- создание условий для развития умения обосновывать свои суждения;
- создание условий для развития умений и навыков поиска информации в источниках различного типа и извлечения из них необходимой информации.

Предварительная подготовка учащихся: ребята, выбравшие сообщения на темы: «Задача Дидоны» и «Задача Льва Толстого», готовят их к этому занятию.

Продолжительность занятия: занятие рассчитано на 1 час.

План занятия: занятие посвящается не только докладам учащихся, но и отработке умений применять различные способы решения оптимизационных задач.

Оборудование: компьютер, проектор.

Ход занятия

Учитель сообщает учащимся, что на занятии они познакомятся с некоторыми историческими оптимизационными задачами и решат их с применением свойств квадратного трехчлена, свойств суммы и произведения, неравенства Коши.

Рекомендуется учителю вместе с учащимися вспомнить все эти приемы при решении следующей задачи.

Задача 1. *Требуется оградить забором прямоугольный участок земли площадью 2400м^2 и разделить его забором на две равные части прямоугольной формы. Каковы должны быть размеры участка, чтобы длина забора была наименьшей?*

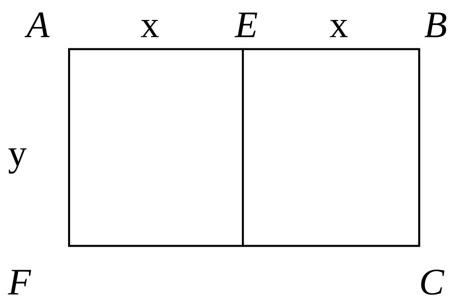


Рис. 9 Размеры участка

Сначала учащиеся делают рисунок. Затем обозначают $AE=BE=x$, $AD=y$. Применяя формулу площади прямоугольника они получают, что $S_{ABCD}=2xy=2400$, $P_{ABCD}=4x+3y$. Выражая из формулы S_{ABCD} любую из переменных, например y, получают $y=\frac{2400}{2x}$. Подставляя его в формулу для вычисления P_{ABCD} , получают $P_{ABCD}=4x+\frac{3+2400}{2x}$ или $P_{ABCD}=4x+\frac{3600}{x}$. Учащиеся могут пойти по двум путям.

Первый – воспользоваться теоремой о постоянном произведении $4x\frac{3\cdot 1200}{x}$, тогда сумма $4x+\frac{3600}{x}$ принимает наименьшее значение при $4x=\frac{3600}{x}$, или при $x=30$, $y=\frac{2400}{2\cdot 30}=40$.

Второй – воспользоваться неравенством Коши и получить выражение вида $4x+\frac{3600}{x}\geq 2\sqrt{4x\cdot\frac{3600}{x}}$. Преобразуя его, получают: $4x+\frac{3600}{x}\geq 4\bullet 60$, $4x+\frac{3600}{x}\geq 240$. Следовательно, $P_{min}=240$. Затем находят $x=30$, $y=0$. Потом делают вывод: для того чтобы длина забора была наименьшей, прямоугольный участок должен иметь размеры 60×40м.

Затем учитель рассказывает: еще в глубокой древности люди задумывались, как, имея в своем распоряжении тот или иной ресурс (например, деньги), как им распорядиться (вложить деньги в «дело», дать в долг под проценты, раздать нищим, закопать в собственном огороде и т.д.), чтобы получить наибольшую пользу и наименьший ущерб для себя.

То, что подобные задачи на оптимизацию встречались еще в глубокой древности, донесли до нас мифы Древней Греции и Рима. Причем интуиция и опыт человеческий уже тогда позволяли «нащупать» решения подобных задач, дающие оптимальный или близкий к оптимальному результат.

Далее учитель сообщает, что на этом занятии учащиеся познакомятся с одним из таких мифов.Слушается доклад учащегося (с использованием презентации материала).

«Дочь царя Тира, Дидона, жена жреца храма Геракла Акербаса вынуждена была бежать из Финикии в Северную Африку. Причина бегства – ее брат, Пигмалион, позарившийся на богатства ее мужа и убивший его. Многочисленные сокровища мужа и (видимо поэтому) многочисленные спутники Дидоны нуждались в пристанище. Чтобы обрести его, беглянка купила у берберийского царя Ярба землю, причем по условию она в обмен на немалые сокровища могла взять, ровно столько земли, сколько покроет одна бычья шкура. Чтобы выполнить это условие и получить достаточно обширную территорию, Дидона разрезала шкуру на тонкие ремни, сделала из них длинную веревку и «окружила» ею изрядный кусок земли, круглой формы, на котором основала Карфаген. Любопытно, что карфагенская цитадель называется Бирса (Бирсу), что в переводе с греческого означает «шкура». Однако дальнейшая судьба Дидоны была трагическая: она покончила жизнь самоубийством. По одной версии, чтобы спасти Карфаген от царя Ярба, который пожелал заполучить и Карфаген, и ее, Дидону, по другой версии (так говорят древнеримские сказания) – из-за разлуки со своим возлюбленным Энеем, который нашел у Дидоны приют после гибели Трои, но по воле богов должен был плыть дальше в Италию.

Задача, которую решила Дидона, может быть сформулирована так: найти замкнутую кривую заданной длины, ограничивающую часть плоскости с максимальной площадью. В таком общем виде эта задача слишком сложна.

Однако если упростить задачу Дидоны и договориться о более конкретных формах участка земли, то возникают задачи, чьи решения могут быть получены без обращения к высшей математике (кстати, и замечательные неравенства помогут в поиске их решений). Задачи типа задачи Дидоны называют в математике изопериметрическими задачами (от греческих слов isos – равный и perimetrio – измеряю вокруг).

Если учесть, что Дидона выбирала участок, примыкающий к берегу моря, то на языке математики задачу, стоящую перед Дидоной, можно сформулировать так: какой формы должна быть кривая длины l, чтобы площадь фигуры, ограниченная этой кривой и заданной линией Г, была наибольшей».

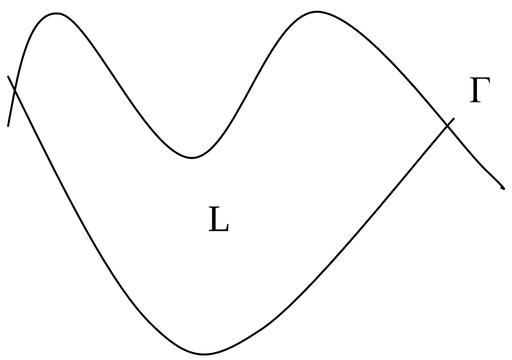


Рис. 10 Задачи Дидоны

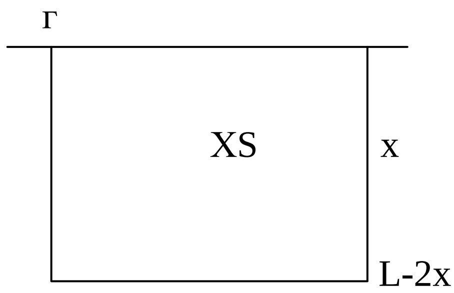


Рис. 11 Задача Дидоны

Учитель сообщает, что задача Дидоны будет решаться в частном случае: если береговая линия – прямая и ограниченный воловьими ремешками участок – прямоугольник. Какой прямоугольник будет иметь наибольшую площадь?

Учитель вместе с учениками анализирует условие задачи. Пусть ***l*** – длина воловьих ремешков, ***x*** – меньшая сторона прямоугольника, тогда (l-$2x$) – большая его сторона. Площадь прямоугольника S будет равна $x(l-2x)=-2x^2+lx$. Рассматривают квадратичную функцию $S(x)=-2x^2+lx(a=-2)$. Применяя свойство квадратичной функции, получают, что S принимает наибольшее значение $x=(-l)/2a$ при $x=1/4$, тогда $l-2x=l-2\cdot l/4=l/2$.

И делают вывод, что наибольшую площадь будет иметь прямоугольник с длинами сторон $l/4$ и $l/2$. Затем учитель ставит вопрос: как должен располагаться этот прямоугольный участок по отношению к берегу: примыкать к нему большей или меньшей стороной?

Ученики догадываются, что прямоугольный участок должен примыкать к берегу большей стороной. После этого учащиеся знакомятся с задачей Льва Толстого «Как Пахом покупал землю» (отрывок из рассказа «Много ли человеку земли надо»).

Отрывок из рассказа
(читается из книжки):

«… - А цена, какая будет? – говорит Пахом.

- Цена у нас одна: 1000 руб. за день.

Не понял Пахом.

- Какая же это мера – день? Сколько в ней десятин будет?

- Мы этого, - говорит, - не умеем считать. А мы за день продаем; сколько обойдешь в день, то и твое, а цена 1000 руб.

Удивился пахом.

- Да ведь это, - говорит, - в день обойти земли много будет.

Засмеялся старшина.

- Вся твоя, - говорит. – Только один уговор, если назад не придешь в день к тому месту, с какого возьмешься, пропали твои деньги.

- А как же, - говорит пахом, - отметить, где я пройду?

- А мы станем на место, где ты облюбуешь; мы стоять будем, а ты иди, делай круг, а с собой скребку возьми и, где надобно, замечай, на углах ямки рой, дернички клади; потом с ямки на ямку плугом пройдем.

Какой хочешь круг забирай, только до захода солнца приходи к тому месту, с какого взялся. Что обойдешь, все твое.

Разошлись башкирцы. Обещались завтра на зорьке собраться, до солнца на место выехать ...

... Приехали в степь, заря занимается. Подошел старшина к пахому, показал рукой.

- Вот, - говорит, - все наше, что глазом окинешь. Выбирай любую.

Снял старшина шапку лисью, поставил на землю.

- Вот, - говорит, - метка будет. Отсюда поди, сюда приходи. Что обойдешь, все твое будет.

Только брызнуло из-за края солнце, вскинул Пахом скребку на плечо и пошел в степь.

Отошел с версту, остановился, вырыл ямку. Пошел дальше. Отошел еще, вырыл еще другую ямку.

Верст 5 прошел. Взглянул на солнышко, - уже время об завтраке. «Одна упряжка прошла, - думает пахом. – А их четыре во дню, рано еще заворачивать.

Дай пройду еще верст пяток, тогда влево загибать начну». Пошел еще напрямик. «Ну, - думает, - в эту сторону довольно забрал; надо загибать». Остановился, вырыл ямку побольше и загнул круто влево.

Прошел еще и по этой стороне много; загнул второй угол. Оглянулся Пахом на шихан (бугорок): от тепла затуманился. А сквозь мару чуть виднеются люди на шихане. «Ну, - думает, - длинны стороны взял, надо эту покороче взять». Пошел третью сторону. Посмотрел на солнце, - уже оно к полднику подходит, а по третьей стороне всего версты две прошел. И до *места все те же верст 15. «Нет, - думает, - хоть кривая дача будет, а надо прямиком поспевать».*

Вырыл Пахом поскорее ямку и повернул прямиком к шихану.

Идет Пахом прямо на шихан, и тяжело ему уже стало. Отдохнуть хочется, а нельзя, - не поспеешь дойти до заката. А солнце уже недалеко от края.

Идет так Пахом; трудно ему; а все прибавляет да прибавляет шагу. Шел, шел – все еще далеко; побежал рысью… Бежит Пахом, рубаха и портки от пота к телу липнут, во рту пересохло. В груди как меха кузнечные раздуваются, а сердце молотком бьет.

Бежит Пахом из последних сил, а солнце уже к краю подходит. Вот-вот закатываться станет. Солнце близко, да и место уже вовсе недалеко. Видит шапку лисью на земле и старшину, как он на земле сидит.

Взглянул Пахом на солнце, а оно до земли дошло, уже краешком заходить стало. Наддал из последних сил Пахом, надулся, взбежал на шихан. Видит – шапка. Подкосились ноги, и упал он наперед руками, до шапки достал.

- Ай, молодец! – закричал старшина, - много земли завладел.

Подбежал работник, хотел поднять его, а у него изо рта кровь течет, и он мертвый лежит… »

Затем, отвлекаясь от мрачной развязки этой истории, рекомендуется остановиться на ее геометрической стороне. Можно ли установить по данным, рассеянным в этом рассказе, сколько примерно десятин земли обошел Пахом?

Задача – на первый взгляд как - будто невыполнимая – решается, однако, довольно просто.

Прежде всего, из рассказа ясно, что Пахом бежал по сторонам четырехугольника. О первой стороне его читаем: верст 5 прошел … «Пройду еще верст пяток, тогда влево загибать…» О второй стороне, составляющей прямой угол с первой, численных указаний в рассказе не сообщается. Длина третьей стороны – очевидно, перпендикулярной ко второй, - указана в рассказе прямо: По третьей стороне всего версты две прошел. Непосредственно дана и длина четвертой стороны: До места все те же верст 15.По этим данным учащиеся смогут начертить план обойденного Пахомом участка земли.

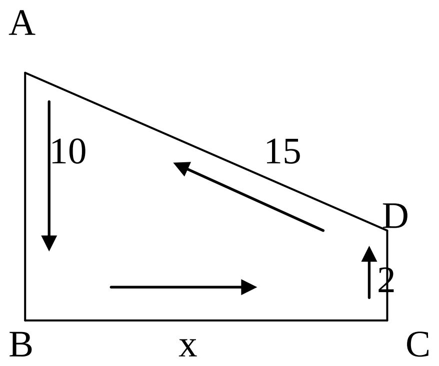


Рис. 12 План пройденного Пахомом участка

В полученном четырехугольнике *ABCD* сторона *AB=10* верстам, *CD=2* верстам, *AD=15* верстам. Углы *B* и *C* прямые. Длину x неизвестной стороны *BC* можно вычислить, если провести из *D* перпендикуляр *DE* к *AB*.

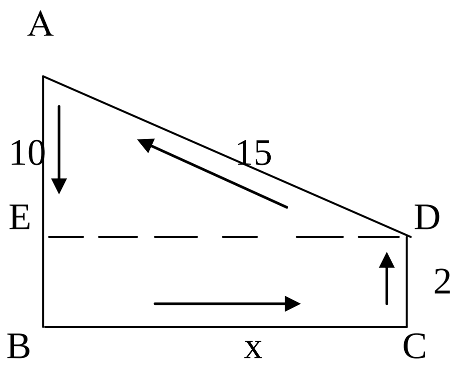


Рис. 13

Тогда в прямоугольном треугольнике *AED* нам известны катет AE=8 верстам и гипотенуза *AD=15* верстам. Неизвестный катет $ED=\sqrt{15^2+8^2}$ $=13$ верстам. Итак, вторая сторона имела в длину около 13 верст. Очевидно, Пахом ошибся, считая вторую сторону короче первой.

На основе этого решения учащиеся могут сделать вывод, что можно довольно точно начертить план того участка, который обежал Пахом.

Теперь можно вычислить и площадь трапеции *ABCD*, состоящей из прямоугольника *EBCD* и прямоугольного треугольника *AED*. Она равна $2\cdot 13+\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 13=78$ (кв. верстам) или по другой формуле $\frac{AB+CD}{2}\cdot BC=$ $\frac{10+2}{2}\cdot 13=78$(кв. верстам).

Ребята должны сделать вывод, что Пахом обежал обширный участок площадью в 78 кв. верст, или около 8000 десятин.

Слушается следующая задача:

Трапеция или прямоугольник?

В роковой для своей жизни день Пахом прошел 10+13+2+15=40 верст, идя по сторонам трапеции. Его первоначальным намерением было идти по сторонам прямоугольника; трапеция же получилась случайно, в результате плохого расчета. Интересно определить: выгадал ли он или прогадал от того, что участок его оказался не прямоугольником, а трапецией? В каком случае должен он был получить большую площадь земли?

Решение. Сначала рекомендуется ответить на вопрос задачи: наибольшую ли площадь при данном периметре получил Пахом?

Одному учащемуся из каждого ряда предлагается выйти к доске и начертить четырехугольник с периметром *P=40* и наибольшей площадью. Учащиеся пробуют начертить известные им четырехугольники: трапецию, ромб, прямоугольник, квадрат. Побеждает тот ряд, представитель которого нашел ключ к разгадке задачи.

Для подкрепления догадки учитель предлагает составить таблицу для вычисления площадей прямоугольников с различными длинами сторон. К доске вновь выходят представители каждой команды и составляют таблицу:

Таблица 3

Вычисление площадей прямоугольников

Периметр P	Сторона a	Сторона b	Площадь S
1	2	3	4
40	1	19	19
40	2	18	36
40	5	15	75
40	6	14	84
40	8	12	96
40	10	10	100

У разных команд могут получиться таблицы с разными значениями.

Предлагается ребятам сравнить «свои» прямоугольники и их площади. Сравнивая «свои» прямоугольники они замечают: что чем меньше разница в длине сторон, тем площадь прямоугольника больше.

Учащиеся могут выдвинуть гипотезу: когда этой разницы не будет вовсе, т.е. когда прямоугольник превратится в квадрат, площадь фигуры достигнет наибольшей величины. Она будет равна $10 \bullet 10 = 100$(кв. верст).

Затем учитель предлагает доказать им это алгебраически.

Учащиеся составляют функцию и исследуют ее.

Если стороны прямоугольника x и y, то $x+y=20$. Тогда $S=xy$; $S=x(20–x)=-x^2+20x$, т.к. $-1<0$, то $x= -\frac{20}{2\cdot(-1)}=10$ и $y=10$.

Затем ученики делают вывод: Пахому следовало идти по сторонам квадрата, чтобы получить участок наибольшей площади – на 22 кв. версты больше, чем он успел охватить.

Учитель подводит итог, вспоминая с учащимися понятие оптимизационной задачи, общую схему ее решения.

Далее записывается задание на дом:

1. Повторить схему решения оптимизационных задач, а также свойства квадратного трехчлена, свойства суммы и произведения, неравенство Коши.

2. <u>Задача 1.</u> *Найдите из множества всех прямоугольников с заданным периметром тот, чья площадь наибольшая.*

<u>Задача 2.</u> *Найдите наименьшую сумму трех сторон прямоугольника при заданной площади S.*

<u>Решение:</u>

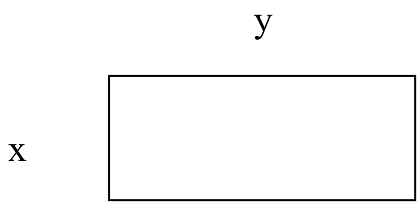


Рис. 14 Задача 1

1. Учащиеся следуют общей схеме решения оптимизационных задач. Обозначают стороны искомого прямоугольника x и y, а его периметр - $p>0$. Тогда задача звучит так: при каких x и y – положительных числах, удовлетворяющих условию $2x+2y=p$, их произведение будет наибольшим? Неравенство Коши позволяет без труда решить эту задачу: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$, $xy \leq (\frac{x+y}{2})^2$, т.е. $xy \leq (\frac{p}{4})^2$. Итак, подозрительным на наибольшее значение произведения xy является число $\frac{p^2}{16}$. Полагая $x=y$ из равенства $2(x+y)=p$, получают, что $x=y=\frac{p}{4}$.

2. Обозначают через a и b – стороны данного прямоугольника, тогда $S=ab$; $2S=2ab$. Сумма $2a+b$ будет наименьшей, если $2a=b$. Получают: $\begin{cases} \boldsymbol{S = ab} \\ \boldsymbol{2a = b} \end{cases}$ отсюда, $a=\frac{b}{2}$, $S=\frac{b^2}{2}$, $b=\sqrt{2S}$, $2a=\sqrt{2S}$.

Таким образом, $2a+b=2\sqrt{2S}$ – наименьшая сумма.

Ответ: $2\sqrt{2S}$.

§4. Апробация разработанного элективного курса.

Нами было намечено провести элективный курс с учащимися 9-х классов МБОУ СОШ №18 г.Красноярска, где мы проходили практику в марте – апреле 2013 года. Было проведено 9 занятий из 16 запланированных. Это были занятия на темы:

Из модуля 1:

1. Понятие об оптимизационной задаче (1ч.).
2. Математическое моделирование (1ч.).
3. Использование свойств квадратного трехчлена (1ч.).
4. Применение свойств суммы и произведения положительных выражений (1ч.).
5. Применение неравенства Коши (1ч.).
6. Задача Дидоны и другие исторические задачи на оптимизацию (1ч.).
7. Решение оптимизационных задач различными методами (1ч.).

Из модуля 2:

1. Моделирование и решение задач с использованием компьютера (2ч.).

Первое занятие продолжалось 1 час, как и предполагалось. Практика показала, что для учащихся предложенная схема оказалась интересной. Ребята сами приводили примеры оптимизационных задач из экономики, техники и геометрии. При решении задач трудностей не возникло.

Второе занятие продолжалось тоже 1 час. Затруднения возникли там, где мы и не ожидали. Учеников смутило то, что среди прямоугольников с одинаковым периметром могут быть прямоугольники с разной площадью.

Учащиеся также не сразу восприняли схему решения задач, которую мы предложили. Это было видно по тому, как решалась ими вторая задача (о прямоугольнике наибольшей площади с данной диагональю). Они пытались решить ее с помощью проб, строя прямоугольники, забыв при этом о схеме решения.

Это затруднение могло и не возникнуть, если бы я сразу предвидел такой способ решения и при введении понятия математической модели обратил бы внимание учащихся на то, что математическую модель как раз и строят затем, чтобы облегчит поиск решения задачи.

Третье занятие было организованно в форме деловой игры, которая называлась: «Строительство очистительных каналов». Практические задачи, которые ребята решали, особых затруднений не вызвали. Единственное, на что хотелось бы обратить внимание, это – учащиеся не помнят, как находятся координаты вершины параболы. Занятие заинтересовало ребят и прошло успешно.

Из разработанного четвертого занятия удалось провести только 1 час вместо запланированных двух. Мы успели рассмотреть теоремы и по две устных и письменных задачи. Введение, формулировка и доказательство теорем, а также устные задачи не вызвали затруднений, все прошло так, как и было запланировано.

Первую (письменную) задачу учащиеся решили практически самостоятельно, только пришлось уточнять, почему можно было применить теорему 1 (нужно было отметить, что множители положительны при указанных x, поэтому теоремой 1 можно было пользоваться).

При решении второй задачи, как и предполагалось, возникали разные предложения о выборе независимой переменной. Самостоятельно решить задачу никто из учеников не смог, поэтому задача была решена с помощью наводящих вопросов учителя.

Пятое занятие было проведено согласно плану. Вначале заслушивались доклады учащихся. Затем было введено и доказано неравенство Коши, а также рассмотрена его геометрическая интерпретация. Задачи учащиеся решали под моим руководством.

Шестое занятие длилось 1 час, как мы и рассчитывали. Ребята выступили с докладами на темы: «Задача Дидоны» и «Задача Льва Толстого». Сюжет этих задач учащимся очень понравился и они увлеченно их решали. План занятия был выполнен.

Из разработанного седьмого занятия удалось провести 1 час из двух намеченных. Мы провели самостоятельную работу, с целью закрепления полученных знаний. Учащиеся решали задачи, используя разные методы, которые изучались на предыдущих занятиях [Приложение 3]. За выполненную работу учащимся выставлялись отметки. Это были только «5» и «4».

Для последнего занятия, которое продолжалось 2 часа, мы использовали материалы разработанного девятого занятия и домашних индивидуальных заданий. Оно было посвящено решению задач с использованием компьютера. Процесс разработки моделей и их исследование на компьютере мы разделили на 5 этапов:

1) содержательная постановка проблемы;
2) формальная модель;
3) компьютерная модель;
4) исследование модели;
5) интерпретация результатов исследования.

Ни один из этапов моделирования затруднений у ребят не вызвал. В конце занятия каждый из учащихся защищал выполненные индивидуальные задания, после чего ребятам были розданы анкеты и произведен итоговый контроль [Приложение 2].

Выводы

Несомненно, девяти часов мало, чтобы делать глобальные выводы. Особенно потому, что нам не удалось провести запланированное анкетирование и выяснить: помог ли наш курс учащимся укрепиться в выборе ими профиля обучения. Однако проведенные занятия позволили увидеть:

1) сколько времени реально уходит на каждое занятие с тем составом учащихся, который у нас был;

2) актуализация знаний в начале каждого занятия помогает само занятие провести полноценно, концентрируя внимание учащихся на новых идеях;

3) методы решения задач усваивались ими довольно быстро;

4) наибольшие затруднения ученики испытывали при использовании фактов, изученных ими ранее и при построении математических моделей;

5) тема ребятам интересна, они с удовольствием посещали наш курс; мы надеемся, что в 10 классе эти ребята выберут профиль, где математика является профилирующим предметом.

Заключение

В ходе работы были решены следующие задачи:

1) проанализированы наиболее распространенные действующие школьные учебники по алгебре для 5-9 классов;

2) проанализирована методическая литература, связанная с нашей темой;

3) разработан курс по выбору по математике «Оптимизационные задачи» (составлена программа курса, намечено примерное тематическое планирование; разработана система занятий и приведены методические рекомендации для их проведения, подготовлено информационное обеспечение программы);

4) намечен план апробации курса;

5) составлена анкета, которая выявляет личностные ожидания учащихся, связанные с дальнейшим профилем обучения; помогает самоопределиться в отношении профилирующего направления собственной деятельности;

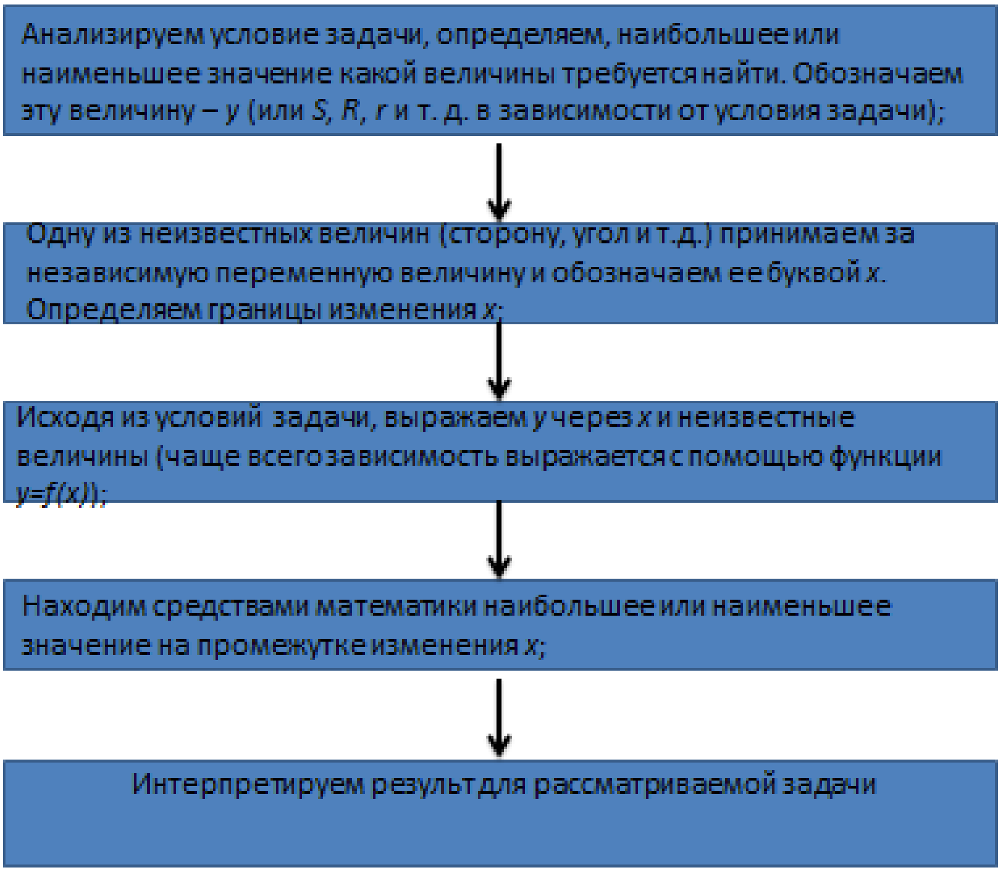
6) курс по выбору частично апробирован в школе, а результаты его апробации проанализированы.

Мы пришли к выводу, что выдвинутая в начале работы гипотеза частично подтвердилась. К сожалению, мы полностью ее проверить не смогли из-за недостатка времени. Но считаем, что достаточно полный элективный курс по данной теме, может быть полезен учащимся 9-го класса, и окажет им помощь в выборе направления дальнейшего образования.

Приложение 1

Фрагмент презентации к уроку 1 на тему :
«Математическое моделирование при решении оптимизационных задач»

Схема решения оптимизационной задачи



Приложение 2

Анкета для учащихся 9-х классов

(итоговый контроль)

В бланке отмечаются необходимые сведения об испытуемом (фамилия, имя, отчество, класс, дата проведения), содержится инструкция испытуемому, находится анкета из 15 вопросов, отводится место для записи оценки и выводов по результатам исследования.

Процедура проведения

Использованию анкетной методики предшествует подготовительная установочная работа с учащимися. Они должны знать цель анкетирования, которая состоит в оказании помощи школьникам в их подготовке к сознательному профилю обучения. Учащимся предлагаются бланк для ответов, ручка, зачитывается инструкция.

Работа с учащимися над анкетным материалом начинается с беседы учителя, который в доступной форме излагает содержание каждого вопроса анкеты. Не следует преждевременно знакомить учеников со всеми вопросами: давать пояснения к ним, помогать в формулировке ответов (если это оказывается необходимым) нужно только по мере перехода учащихся к конкретному вопросу.

Бланк для ответов

ФИО____

Класс____

Дата проведения____

1. Почему я выбрал(а) данный элективный курс?_____________________

2. Что я ожидал(а), начиная его посещать?__________________________

3. Насколько (полностью, частично, совсем не совпали) мои ожидания с тем, что я получил(а) в конце занятий?_______________________________

4.В чем именно совпали ожидания?________________________________

5. В чем не совпали?____

6. Что нового я узнал(а) на занятиях?___________________________________

7. Было ли на занятиях что-то такое, что меня удивило? Что именно?

____

8. Какие трудности я испытывал(а)?______________________________________

9. Как с ними справлялись?____

10. Что мне больше всего понравилось на занятиях?__________________

11. Что мне не понравилось?____

12. Что бы еще я хотел(а) узнать на занятиях по данной теме ?

____

13. Какие качества ты будешь воспитывать у себя, чтобы в дальнейшем более успешно осваивать математические курсы?__________________________

14. Какие черты характера проявляются в тебе наиболее ярко (дисциплинированность, трудолюбие, организованность, смелость, целеустремленность, ответственность, недостающее дописать)?

____

15. Что в ходе занятий изменилось в моих представлениях о будущем выборе профиля обучения?____

Выводы по результатам исследования:

____

Анализ результатов

Полученные данные по каждому вопросу анализируются отдельно:

1. Вопросы 2-12 помогают выяснить, чем помог учащимся данный курс, и узнать их мнение об этом курсе.

2. 13 и 14 вопросы направлены на оценку учащимися тех качеств, склонностей и способностей, которые необходимы им на выбранном профиле обучения.

3. Вопросы 1, 15 позволяют выявить, повлиял ли данный элективный курс на изменение выбора профиля обучения. А вопросы 2-5 указывают на причину этих изменений.

Приложение 3

Итоговое тестирование

1. **Задача.** *Отрезок а разделить на две части так, чтобы сумма площадей квадратов, построенных на отрезках, была наименьшей. Как выглядит математическая модель этой задачи?*

- $У=x^2+(a-x)^2$, $x>0$
- $У=x^2+(a-x)^2$, $0<x<a$
- $У=x^2+(a-x)^2$, $x>a$

2. **Задача.** *Каким наименьшим количеством монет можно выплатить N копеек в предложении о том, что в достаточно большом количестве имеются монеты достоинством в 1,5, 10 и 50 копеек. Математическая модель задачи допускает следующую формулировку:*

- Найти минимум функции $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1+x_2+x_3+x_4$ при условии, что $x_1+5x_2+10x_3+50x_4= N$, $x_1, x_2, x_3, x_4>0$;
- Найти минимум функции $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1+5x_2+10x_3+50x_4$;
- Найти минимум функции $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1+x_2+x_3+x_4$ при условии, что $x_1+x_2+x_3+x_4=N$.

3. **Задача.** *По некоторым данным для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку необходимо потреблять в сутки не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ (в граммах), содержащихся в 1 кг некоторых продуктов, описывается следующей таблицей.*

	мясо	рыба	молоко	масло	сыр	Крупа	картофель
Белки	180	190	30	10	260	130	21
Жиры	20	3	40	865	310	30	2
Углеводы	0	0	50	6	20	650	200
Минеральные соли	9	10	7	12	60	20	10

Цена 1 кг каждого из этих продуктов приведена в таблице:

масо	рыба	молоко	масло	сыр	Крупа	картофель
100	80	30	150	120	20	10

Составьте дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека, так, чтобы общая стоимость *продуктов была минимальной. Математическая модель задачи допускает следующую формулировку:*

- Найти минимум функции $F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = 180x_1+190x_2+30x_3+10x_4+260x_5+130x_6+21x_7$;
- Найти минимум функции $F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = 20x_1+3x_2+40x_3+865x_4+310x_5+30x_6+2x_7$;
- Найти минимум функции $F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = 100x_1+80x_2+30x_3+150x_4+120x_5+20x_6+10x_7$ при условии, что $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$; $180x_1+190x_2+30x_3+10x_4+260x_5+130x_6+21x_7 \geq 118$; $20x_1+3x_2+40x_3+865x_4+310x_5+30x_6+2x_7 \geq 56$.

4. **Задача.** *Компания производит два основных типа товара (Изделие-1, Изделие-2). Изделие-1 требует ед. сырья A и 2ед. сырья B, оно приносит прибыль компании 2 денежные единицы. Изделие-2 требует 3 ед. сырья A и 5 ед. сырья B, оно приносит прибыль 4 д.е. Найдите оптимальный план производства, если доступно всего 1200 ед. сырья A и 1600 ед. сырья B. Математическая модель задачи допускает следующую формулировку:*

- Найти максимум функции $F(x, y)=2x+4y$ при условии, что $2x+2y \leq 1200$; $2x+5y \leq 1600$; $x \geq 0$, $y \geq 0$;
- Найти максимум функции $F(x, y)=2x+2y$;
- Найти максимум функции $F(x, y)=2x+4y$ при условии, что $x \geq 0$, $y \geq 0$;

5. В какой последовательности, как правило, осуществляется решение задач с применением компьютера?

- Разработка алгоритмов и программы, анализ и интерпретация результатов, отладка и исполнение программы;
- Постановка задачи; построение модели; разработка алгоритма и программы; отладка и исполнение программы; анализ и интерпретация результатов;
- Построение модели; отладка и исполнение программы, анализ и интерпретация результатов.

После проверки теста подводится итог изучения всего курса. Что называется оптимизационной задачей? С какими историческими задачами на наименьшее и наибольшее значения вы познакомились? Какие методы решения оптимизационных задач вы знаете?

Библиографический список

1. *Бобровская Л., Сапрыкина Е.* Предпрофильная подготовка учащихся восьмых – девятых классов: система ориентирующих курсов в межшкольном учебном комбинате // Директор школы. 2006. №3. С. 58-64.
2. *Буслаева И.П.* Решение экстремальных задач без использования производной // Математика в школе. 1995. №5. С. 67-70.
3. *Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбурд С.И.* Математика: Учеб. Для 5 кл. общеобразоват. учреждений. – 14-е изд., стереотип. М.: Мнемозина, 2004. 384с.: ил.
4. *Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А. С., Шварцбурд С.И.* Математика: Учеб. для 5 кл. общеобразоват. учреждений. – 13-е изд., стереотип. М.: Мнемозина, 2004. 304с.: ил.
5. *Возняк Г.М., Гусев В.А.* Прикладные задачи на экстремумы. М.: Просвещение, 1985.
6. *Воронина Г.А.* Элективные курсы: алгоритмы создания, примеры программ: практическое руководство для учителя. М.: Айрис-пресс, 2006. 128с.
7. *Галицкий М.Л., Мошкович М.М., Шварцбург С.И.* Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа. М.: Просвещение, 1986.
8. *Голуб Г.Б., Великанова А.В.* Предпрофильная подготовка учащихся: Рекомендации по организации и проведению / Под ред. Е. Я. Когана. Самара: Издательство «Учебная литература», Издательский дом «Федоров», 2006. 160с.
9. *Готман Э. Г.* Задачи на отыскание наибольших и наименьших значений // Математика в школе. 1979. №2. С36-39.
10. *Готман Э. Г.* Неравенства в геометрических задачах // Математика в школе. 1985. №3. С46-48.

11. Готман Э. Г. Поиск рационального решения задачи на экстремум // Математика в школе. 1997. №6. С.40-43.
12. Задача кормового рациона [электронный ресурс]. URL: http://www.agroyug.ru/page/item/id-862/ (дата обращения 10.10.2015).
13. Задача царицы Дидоны [электронный ресурс]. URL: http://www.brsu.brest.by/pages/centr_pmo/au_8.html (дата обращения 10.10.2015).
14. *Зубарева И.И., Мордкович А.Г.* Математика. 5 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений – 3-е изд., дораб. и испр. М.: Мнемозина, 2004. 270с.: ил.
15. *Зубарева И.И., Мордкович А.Г.* Математика. 6 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – 3-е изд., дораб. и испр. –М.: Мнемозина, 2005. 270с.: ил.
16. *Каспржак А.* Элективные курсы – ответ на запросы ученика и учителя, семьи и государства // Директор школы. 2006. №1. С.3-9.
17. *Колганов И. Л.* Применение линейной функции к решению задач оптимизации // Математика в школе. 2000. №5. С.62-64.
18. Контрольная работа по решению оптимизационных задач [электронный ресурс]. URL: http://per-sonnel.uapa.ru/courses/082informatika_Fursov/дз%20по%20_оптимизации.doc (дата обращения 10.10.2015).
19. Концепция модернизации российского образования на период до 2020г. // Стандарты и мониторинг в образования. 2015. №1. С.3-16.
20. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования // Официальные документы в образовании. 2015. №27. С.13-33.
21. *Макарычев Ю Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б.* Алгебра учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений / Под ред. С. А. Теляковского. – 8-е изд. М.: Просвещение, 2001.252с.: ил.

22. *Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б.* Алгебра учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / Под ред. С. А. Теляковского. – 6-е изд. М.: Просвещение, 1998. 239с.: ил.
23. *Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б.* Алгебра учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / Под ред. С. А. Теляковского. – 10-е изд. М.: Просвещение, 2014. 270с.: ил.
24. *Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е.* Алгебра. 7 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений – 3-е изд., дораб. М.: Мнемозина. 2014. 200с.: ил.
25. *Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е.* Алгебра. 8 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений– 3-е изд., испр. М.: Мнемозина. 2013. 239с.: ил.
26. *Мордкович А.Г., Мишустина Т.Н., Тульчинская Е.Е.* Алгебра. 9 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений– 4-е изд. М.: Мнемозина. 2012. 143с.: ил.
27. *Мордкович А.Г.* Концепция и программа курса алгебры для общеобразовательной школы // Современное образование. 2000. №2. С.35-46.
28. *Молчанов С.Г., Симонян Р.Я.* Предпрофильное и профильное образование (терминологический словарь): Учебное пособие / С. Г. Молчанов, Р. Я. Симонян. Самара: Издательство «Учебная литература», 2006. 48с.
29. *Мостовой А.И.* К решению геометрических задач в 7 классе // Математика в школе. 1974. №1. С.18-21.
30. *Мурина И.Н., Соловьев А.Ф.* О наибольшем и наименьшем значении функции // Математика в школе. 1988. №5. С.28-32.
31. *Нагибин Ф.Ф.* Экстремумы: пособие для учащихся старших классов. М.: Просвещение, 1996.

32. *Немова Н.* Профильная ориентация девятиклассников: элективные курсы и «образовательные информационные карты» // Директор школы. 2005. №5. С.

33. Оптимизационные задачи [электронный ресурс]. URL: http://www.soft32.ru/literature.shtml?toic=math&book=BookMatematica&page=GL4/Index0.htm&subpage=GL4/Index9.htm (дата обращения 10.10.2015).

34. Оптимизационные задачи [электронный ресурс]. URL: http://atomas.ru/mat/Book Mat/GL4/Index9.htm (дата обращения 13.10.2015).

35. *Перельман К.В.* Занимательная геометрия / Под ред. и с доп. Б. А. Кордемского. М.: АО «СТОЛЕТИЕ», 1994. 336с.

36. *Перельман Я.И.* Занимательная алгебра / Под ред. и с доп. В. Г. Болтянского. – 10-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1959. 204с.

37. Поиск экстремумов функций одной и нескольких переменных [электронный ресурс]. URL: http://personnel.uapa.ru/course.asp?id=82&show=lecture&fname=lecture2003-02-27%20-2%20-%20Поиск%20экстремумов%20функций%20одной%20и%20нескольких%20переменных.htm (дата обращения 13.10.2015).

38. Решение оптимизационных задач [электронный ресурс]. URL: http://personnel.uapa.ru/course.asp?id=82&show=lecture2003-02-27%20-4%20-%20 оптимизация.htm (дата обращения 10.10.2015).

39. Решение оптимизационной задачи линейного программирования [электронный ресурс]. URL: http://referatw.ru/cgi-bin/main.cgi?level=5&p1=89&p2=88&p3=40185 (дата обращения 10.10.2015).

40. *Рыб К.А., Бодрякова Н.О.* Физические задачи на экстремум функции // Математика в школе. 1993. №3. С.15-20.

41. *Савин А.П.* Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А. П. Савин. – 2-е изд. исправленное и дополненное. М.: Педагогика, 1989. 352с.: ил.

42. *Тихомиров В.М.* Рассказы о максимумах и минимумах. М.: Наука, 1986. 192с. (Б-чка «Квант», Вып. 56).

43. *Улимаева А.Т.* Решение задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции // Математика в школе. 1979. №6.

44. Федеральные государственные образовательные стандарты [электронный ресурс]. URL: http://www.edu.ru/db/mo/Data/d_12/m413.html (дата обращения 01.11.2015).

45. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [электронный ресурс]. URL: http://минобрнауки.рф/документы/543 (дата обращения 01.11.2015).

46. *Федяева Л.В.* Элективные курсы по математике в системе профильного обучения [Электронный ресурс]. URL: http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-170.pdf (дата обращения 03.11.2015).

47. *Хвостов В.* Предпрофильная подготовка и профессиональная ориентация должны идти одновременно // Директор школы. 2006. №6. С.83-85.

48. *Хонбергер Р.* Математические изюминки / Пер. с англ. А. П. Савина. М.: Наука, Гл. ред. физ. Мат. Лит., 1992. 176с. (Б-чка «Квант», Вып. 83).

49. *Хуторской А.* Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования // Народное образование. 2003. №2. С.58-64.

50. *Чистяков В.Д.* Рассказы о математиках. – 2-е изд. исправленное и дополненное. Минск: Изд-во «Высшая школа», 2009.

51. Элективные курсы. Некоторые вопросы [Электронный ресурс]. URL: http://noz.my1.ru/metodika/2013/lisakovskai.doc (дата обращения 03.11.2015).